DISSERTATIO PHYSICA INAUGURALIS

DE

GALVANOMETRO DIFFERENTIALI.

TYPIS A. W. SYTHOFF.

DISSERTATIO PHYSICA INAUGURALIS

DE

GALVANOMETRO DIFFERENTIALI

QUAM,

ANNUENTE SUMMO NUMINE,

EX AUCTORITATE RECTORIS MAGNIFICI,

FREDERICI GUILIELMI KRIEGER,

MED. CHIR. ET ART. OBST. DOCT. ET IN FAC. MED. PROF. ORD.,

AMPLISSIMI SENATUS ACADEMICI CONSENSU

ET

NOBILISSIMAE FACULTATIS DISCIPLINARUM MATHEMATICARUM ET PHYSICARUM DECRETO,

Pro Gradu Doctoratus

SUMMISQUE IN MATHESI ET PHILOSOPHIA NATURALI HONORIBUS AC PRIVILEGIIS

IN ACADEMIA LUGDUNO-BATAVA

RITE AC LEGITIME CONSEQUENDIS,

PUBLICO AC SOLEMNI EXAMINI SUBMITTET

JOHANNES BOSSCHA FILIUS,

BREDANUS,

AD DIEM XXXI M. MARTIS A. MDCCCLIV, HORA II—III.

IN AUDITORIO MAJORE.

LUGDUNI-BATAVORUM,

APUD C. G. MENZEL.

BIBLIOPOLAM.

Patri Optimo Carissimo.

PRAEFATIO.

Studiis Academicis peractis, iam idoneum argumentum de quo specimen inaugurale conscriberem, me habere putabam. In lucem edere nempe mihi erat propositum Commentationem „de vi quam gradus caloris in liquidorum conductibilitatem electricam exerceat," cui ante biennium praemium decrevit Nobilissima Disciplinarum Physicarum et Mathemathicarum in Academia Lugduno-Batava Facultas. Varias autem ob causas aliud mihi elaborandum elegi argumentum. Commentatio enim mea constabat tribus partibus, quarum prima disquisitionem continebat historico-criticam methodorum, quibus usi sunt physici ad intensitatem fluminis galvanici metiendam: secunda vero descriptionem instrumentorum et methodi quibus ego usus eram, cum in tertia parte observationes meae exponebantur. Commentationem non ab omni parte absolutam esse, iam statim mihi erat persuasum, cum *huic potissimum parti studiorum Physicorum, de qua agit commentatio, operam dare pergebam: propositum igitur erat mihi eam extendere et emendare. — Duo autem erant quae mihi obstabant. — Primo loco nempe iam statim intelligebam tempus mihi defuturum quominus propositum perficerem, nisi Curriculum Academicum nimis producerem: altero loco putabam laborem, commentationis in linguam Latinam vertendae, molestum fore et ingratum. Quod ad temporis spatium attinet, prima praesertim commentationis pars accurata emendatione indigebat, quia hisce duobus annis novae disquisitiones innotuerant: observationes autem, quas tertia continebat pars, extendere cupiebam, observandi methodo accuratiore adhibita, quamobrem experimenta iam instituta repeterentur necesse erat. Quod ad alterum impedimentum attinet, lubentissime libertate, quam dederat Facultas, commentationis patrio sermone conscribendae, usus eram, cum persuasum mihi esset, neque linguae Latinae neque commentationi meae emolumento fore, si eam sermone Latino conscribere conarer. Timeo ne hoc specimen huius sententiae disertum praebeat argumentum. Commentationem totam igitur alio sermone publici iuris facere mihi proposui, et unum tantum caput mihi elegi quod argumentum speciminis inauguralis esset.*

In hoc autem capite inquisitiones quasdam dedi de Galvanometro Differentali. Cum autem caput illud, ex commentationis secunda parte desumtum, iterum elaborabam, aliquantulum extensum est, ei enim adieci non-

nulla, quae cum Galvanometri theoria coniuncta erant, et quae continentur Capitibus VII *et* VIII *huius Speciminis.*

Tantum, Benevole Lector de huius libelli instituto.

Et hic praefationi huic finem imponere possem nisi lubentissime arriperem hanc opportunitatem, diu exoptatatam, publice grati animi testificandi erga omnes, qui aut studia mea promoverint, aut tempus, quod in Academia degi, suavissimum mihi reddiderint.

Prae ceteris tu mihi compellandus es Clarissime RYKE, *Promotor aestumatissime. Quam diu in hac Musarum sede degi numquam tua benevolentia ac humanitas mihi defuerunt et cum imprimis studiis physicis operam darem, te semper expertus sum studiorum fautorem strenuum et in exercitationibus ducem optatum. Velim tibi persuasum sit me numquam tuorum praeceptorum obliturum neque de me meritorum immemorem futurum.*

Neque vos silentio praeterire licet, Viri Clarissimi KAISER *et* VERDAM *quorum non solum institutione verum singulari etiam benignitate me usum esse glorior. Quodsi me totum dare disciplinis in quibus vos habitatis et regnatis, vetuit studiorum meorum ratio id vobis significatum velim, me grato animo semper omnium commodorum, quae ex vestra doctrina percepi, esse recordaturum.*

Accipiatis velim, Viri Clarissimi gratias meas pro plurimis quae vobis debeo quam maximas.

Tu quoque mihi compellandus es Clarissime VAN DER WILLIGEN, *qui simul cum studiorum physicorum principiis, me primus scientiarum amore imbuisti. Utinam tibi persuasum sit, si absentia meum erga te animum non mutavit, ne tempus quidem umquam tuae institutionis et amicitiae, qua me prosecutus es, memoriam deleturum esse.*

Vos denique optimi commilitones, vos imprimis, qui mecum consuetudine quotidiana coniuncti eratis, valete. In posterum eodem erga me animo maneatis, quo semper fuistis.

CAPUT PRIMUM.

DE METHODI DIFFERENTIALIS UTILITATE.

Quum in formula OHMII

$$J = \frac{K}{R} \dots\dots\dots\dots (1)$$

in qua J intensitatem fluminis electrici, K vim electromotricem, R resistentiam galvanicam significat, duae quaevis trium quantitatum J, K, R cognitae sunt, tertia calculo cognosci potest. In determinationibus resistentiae R tamen ita procedi potest:

Intensitas J metienda est ope alicuius Rheometri, buxolae tangentium vel sinuum (Tangenten-, Sinus-Boussole). Si resistentiam quamdam cognitam, quacum R comparanda est, addas, alteram nanciscaris aequationem

$$J_1 = \frac{K}{R + r} \dots\dots\dots\dots (2)$$

Unde

$$\frac{R}{r} = \frac{J_1}{J - J_1} \dots\dots\dots\dots (3)$$

Hoc calculo eliminatur vis electromotrix K. Supponimus igitur in aequationibus (1) et (2) K eundem habere valorem. Id vero in fluminibus, quae a fontibus, qui dicuntur hydro-electricis, originem ducunt, non accidit. Elementa quidem constantia, quae vocantur, immutatâ resistentiâ valde inaequale et quasi oscillans praebent electricitatis flumen, cuius inconstantia, magna ex parte, variationibus est tribuenda, quas valor vis electromotricis continue subit. Non solum tamen intensitas in eiusmodi apparatu variationibus valoris K fluctuat, mutatio quoque liquidorum compositionis chemicae, quae numquam plane tolli potest, ut et increscens caloris gradus multaeque aliae causae resistentiam in Elemento ipso reddunt instabilem.

Quum tota resistentia est metienda, patet, variatione resistentiae in Elemento, alium etiam valorem totius R calculo eruere, necesse esse. Plerumque tamen conductibilitas electrica determinanda est corporis, quod extra Elementum locatum est, quando ita proceditur. Vocamus iam R resistentiam in Elemento r eam quae extra locata est. Erit

$$J = \frac{K}{R + r}.$$

Addenda x

$$J_1 = \frac{K}{R + r + x},$$

addenda etiam l, quae cognita supponitur

$$J_2 = \frac{K}{R + r + x + l}$$

Unde sequitur

$$x = \frac{J - J_1}{J_1 - J_2} \cdot \frac{J_2}{J} l \quad \ldots\ldots\ldots (4).$$

Quum vero in altero experimento K mutata est factaque $= K\ (1+\delta)$ et $R = R\ (1+\theta)$, in tertio $K = K\ (1+\delta_1)$, $R = R\ (1+\theta_1)$, habemus aequationes

$$J = \frac{K}{R+r},$$

$$J_1 = \frac{K\,(1+\delta)}{R\,(1+\theta)+r+x},$$

$$J_2 = \frac{K\,(1+\delta_1)}{R\,(1+\theta_1)+r+x+l},$$

ex quibus deducitur

$$x = \frac{J\ -J_1}{J_1-J_2}\cdot\frac{J_2}{J}l + \frac{J\ -J_2}{J_1-J_2}\cdot\frac{1}{J}\left\{\delta K - J_1\ \theta R\right\}$$

$$+\frac{J\ -J_1}{J_1-J_2}\ \frac{1}{J}\left\{\ J_2\ \theta_1\ R - \delta_1\, K\ \right\}.$$

Manifesto igitur valor resistentiae x quae formula (4) datur non valet, donec δK, θR, $\delta_1 K$, $\theta_1 R$ aliquem valorem retinent. Simplicissima methodus metiendae resistientiae conductoris ea est, qua bis eadem fluminis electrici intensitas paratur substituendo conductori x alio l. Tum erit:

$$J = \frac{K}{R+r+l} \quad \text{et} \quad J = \frac{K}{R+r+x}$$

Variantibus vero K et R modo supra supposito non erit $x = l$ verum:

$$x = l + \frac{\delta K}{J}\ -\theta R$$

Ut igitur determinationem iustam nanciscamur, opus est K et R constantes esse. Variis modis conati sunt physici, mensuras resistentiarum his vitiis, quae accuratae determinationi obstant, liberare. Duas ad hoc propositum ingressi sunt vias:

1°. Conati sunt vitiorum causam, i. e. inconstantiam ipsam, quam maxime minuere aut tollere.

2°. Methodo usi sunt, qua mensurae resistentiae, etiam adhibitis Elementis quam maxime inconstantibus, vitiis supra monitis non obnoxiae sunt.

Adhibenda prima methodo nullam adesse perturbationem supponimus; si altera vero utaris omnis perturbatio innoxia fit.

Quod ad primam attinet, conati sunt obtinere flumina hydroelectrica quam maxime constantia. Ill. WHEATSTONE [1]) Elementum construxit, in quo locus zinci in acido sulfurico diluto posito amalgamate zinci sive kalii occupatus erat, et alii eum secuti sunt. Si autem determinationes accuratas velis, omnes hosce conatus vitiosos habemus, quia si vim electromotricem pro parte constantem reddunt, tamen vitium mutationis, quae in R occurrit, non tollunt.

Viri Ill. LENZ et WILHELM WEBER aliam ingressi sunt viam. Illi ipsius inquisitionibus egregiis remedium in mentem veniebat, quo huicce vitio medebatur. Ex observationibus de legibus, secundum quas magnes vim exercet in spiram, si illico ei obducitur aut removetur, conclusionem fecerat [2]), flumen ita inductum eodem magnete in eandem spiram semper eandem habere intensitatem, et in determinatione conductibilitatis electricae metallorum in diversis

---

[1]) Poggendorff's Annalen, Bd. LXI. pag. 54.

[2]) Memoires de l'Academie de St. Petersbourg, Sciences Mathematiques et Physiques, Tom. II. p. 427. Poggendorff's Annalen, XXXIV. 385.

temperaturis [1]) recte putavit, commodum praebere, si pro fluminibus hydroelectricis magneto-electrica substitueret. Alienum est a proposito nostro, hic accuratam descriptionem eius observandi methodi tradere. Memorare sufficit conclusiones Ill. LENZII et hodie eas esse quibus maxima habenda est fides.

WILHELM WEBER [2]) LENZII methodum vere meliorem reddidit, cum tum observandi tum calculandi rationem emendavit, et flumina electrica, quae ex oscillationibus acus magneticae et in filo multiplicatoris et in annulo aeneo (Dämpfer) oriuntur in calculo computavit. Illius physici methodus determinationes resistentiae galvanicae revera accuratissimas tradidit. Instrumenta autem, quibus usus est, magna cum cura confici debent et pretia, quae impendi debent, ut comparentur, fortasse obstant, ut universe adhibeantur.

Quod ad determinationem conductibilitatis metallorum attinet, haecce methodus profecto omnibus aliis est anteponenda. Quamquam autem methodus Weberiana omnes alias antecellit tamen cavendum est, ne concludamus has indignas esse, quae memorarentur. In determinatione resistentiae corporum liquidorum profecto aequali commodo et maiore facilitate alia instrumenta adhiberi possunt, quae Elementi inconstantiam innoxiam reddunt et igitur referenda

---

[1]) Memoires de l'Academie de St. Petersbourg, Tom. II. 631 Poggend. Ann. XXXIV. 418.

[2]) Vide: Electrodynamische Maassbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen. Aus den Abhandlungen der Mathematisch-Physischen Classe der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Leipzig 1850.

sunt ad ea remedia, quae altero loco memorare nobis erat propositum. Praetera quod ad exactitatem, quae obtineri potest, statim post Weberianam nominari debent, et contendere audemus, in applicatione accurata et exacta observantia omnium, quae universe determinationes resistentiae incertas reddere possunt, non multum Weberianae esse postponendas. In animo habemus methodos differentiales et imprimis usum Galvanometri Differentialis, quem primus Ill. BECQUEREL adhibuit.

CAPUT SECUNDUM.

DE BECQUERELII GALVANOMETRO DIFFERENTIALI.

Primum conatum, determinationes resistentiarum galvanicarum liberas reddere a K et R et igitur etiam ab earum mutationibus, debemus ingenii acumini Ill. BECQUERELII. Descriptionem methodi, qua utebatur, exponebat die 31 mensis Ianuarii 1825 in Academia Regia Scientiarum, quae est Parisiis, atque ita antequam OHM publici iuris faciebat opus, cui inscribitur »Die Galvanische Kette mathematisch bearbeitet," quod demum anno 1827 in lucem prodibat. Postea eandem descriptionem edidit in opere »Traité Experimental de l'Electricité et du Magnetisme," Paris 1835. Tome III. pag. 67.

Instrumentum ab eo confectum est Galvonometer Differentialis, qui speciminis huiusce argumentum praebuit. Principium, quo nititur eius galvanometri usus ita a BECQUERELIO exponitur: »Supposons, qu'on adapte à chacune des extrémités d'une pile deux fils de même métal, de même longueur, et de même diametre; il est evident que si on les fait communiquer deux à deux, on aura deux courants de même intensité, puisque tout sera semblable de part et d'autre. Prenons maintenant deux fils de cuivre, de 20 mètres environ de longueur, $\frac{1}{3}$ de millimètre de diamètre, et recouverts de soie; enroulons, aussi également que possible, ces deux fils autour du châssis d'un multiplicateur; on aura quatre bouts. Faisons communiquer les deux bouts d'un même fil avec deux des fils en communication avec les extrémités de la pile, il en résultera dans le multiplicateur deux courants électriques, et si les fils sont disposés de manière que les courants cheminent en sens inverse l'aiguille aimantée éprouvant de leur part des actions contraires et égales ne sera pas déviée."

Leges OHMII docent, intensitatem fluminis electrici, quum in duo brachia dividitur, in horum singulis esse in ratione inversa resistentiarum. Ratio intensitatum fluminis igitur pendet a resistentia in utroque brachio et non mutatur si K et R alium valorem retinent. Si resistentiae aequae sunt etiam intensitates, et variantibus K et R, erunt aequae; et si utraque prorsus eodem modo sed directione contrariâ ducuntur per multiplicatorem, acus magnetica immota statum retinebit. Perspicuum est, inaequalitatem minimam in actione duarum circumvolutionum, si eiusdem intensitatis flumina transcurrunt, effecturam esse declinationem acus, etiamsi resistentia eadem sit in utroque brachio, atque ita e contrario statum immotum acus non semper probaturum esse aequalitatem resistentiarum. Si aequalitas momentorum rotationis, quae aliquo flumine efficiuntur, duarum circumvolutionum in acum, necessarium esset requisitum, galvanometer differentialis revera adhiberi non posset, quia huic requisito numquam satisfieri potest. Hoc ita se haberet, si principium, quo nititur galvanometri usus, non erat amplioris extensionis. Quamvis autem principium illud magis universale galvanometri differentialis simplex sit, nusquam tamen de eo agitur et WHEATSTONE, HANKEL, alii galvanometrum, quo BECQUEREL utebatur, reiecerunt, quum illud ignorabant.

Breviter rem exponamus. Vocemus vim electrometricem K, resistentiam extra duo brachia in qua igitur resistentia in Elemento subintelligitur R, resistentias brachiorum r_1 et r_2. Ut intensitates fluminis i_1 et i_2 in utroque brachio determinemus utemur methodo generali a KIRCHHOFF [1]) proposita. Nititur hisce principiis:

1°. Quum conductores quivis 1. 2. 3. caet. in unum punctum conveniunt, significantque J_1 J_2 J_3 caet. intensitates fluminis in hisce filis, quibus valor positivus adscribitur, quum in punctum conventus tendunt, erit

$$J_1 + J_2 + J_3 + \ldots\ldots = 0.$$

2°. Combinatio conductorum quaevis, quae figuram undique clausam praebet, aequationem dabit:

$$J_1 r_1 + J_2 r_2 + J_3 r_3 + \ldots\ldots = K_1 + K_2 + K_3 + \ldots\ldots$$

in qua r_1, r_2, r_3 caet. conductorum resistentias, K_1 K_2... autem vires electromotrices, quae in ipsis occurrunt,

---

1) Poggendorff's Annalen, LXIV pag. 513. Fortschritte der Physik im Jahre 1845, dargestellt von der Berliner Gesellschafft, pag. 454. Dove und Moser, Repertorium der Physik, VIII. p. 158.

significant. Intensitates directionis cuiusdam fixae habendae sunt positivae. In casu nostro itaque erit:

$$i_1 + i_2 = i,$$
$$i\,\mathrm{R} + i_1 r_1 = \mathrm{K},$$
$$i\,\mathrm{R} + i_2 r_2 = \mathrm{K}.$$

Unde

$$i = \frac{\mathrm{K}\,(r_2 + r_1)}{\mathrm{R}\,r_1 + \mathrm{R}\,r_2 + r_1 r_2},$$
$$i_1 = \frac{r_2 \mathrm{K}}{\mathrm{R}\,r_1 + \mathrm{R}\,r_2 + r_1 r_2},$$
$$i_2 = \frac{r_1 \mathrm{K}}{\mathrm{R}\,r_1 + \mathrm{R}\,r_2 + r_1 r_2},$$

Sit iam momentum rotationis a circumvolutionibus r_2 in acum exercitum pro unitate quadam intensitatis fluminis $= \mathrm{F}_1$ dum momentum circumvolutionum r_2 est F_2; momentum rotationis fluminibus disiunctis in acum exercitum erit:

$$\mathrm{M} = \frac{(r_2 \mathrm{F}_1 - r_1 \mathrm{F}_2)\,\mathrm{K}}{\mathrm{R}\,r_1 + \mathrm{R}\,r_2 + r_1 r_2}, \ldots\ldots (a)$$

Acus ita immota manebit, quum erit

$$r_2 \mathrm{F}_1 - r_1 \mathrm{F}_2 \text{ vel } \frac{r_2}{r^1} = \frac{\mathrm{F}_2}{\mathrm{F}_1}.$$

Status immotus acus, flumine perducto, igitur non ostendit resistentias in utroque brachia aequas esse, sed earum rationem eandem esse, ac ea, quae inter rotationis momenta eiusdem fluminis existit. Fieri non potest, ut duo fila tam aeque circum multiplicatorem volvantur, ut $\frac{\mathrm{F}_2}{\mathrm{F}_1} = 1$ sit. Mirum est in quacunque declinatione, quae observabatur in galvanometro differentiali semper cogitatum fuisse de resistentiarum, numquam de momentorum rotationis F_2 et F_1 inaequalitate. Certiores se faciebant, ut scilicet putabant, tantum de aequalitate resistentiarum utriusque fili, dividendo flumen, ducendo per singula fila et observando acus declinationem, quae semper aderat. In altero brachiorum tum tantum resistentiae addebatur, ut acus ad 0^0 maneret transeunte flumine. Si status ille acus revera probaret, utramque resistentiam aequam esse, necesse est, quod jam supra monuimus, $\frac{F_2}{F_1} = 1$ esse. Aequalitas illa facile animadverti potest, vel potius facile observatu est eam numquam locum obtinere. Flumen si non in duo brachia dividitur, sed utrumque filum alterum post alterum et contrariâ directione transit, momentum rotationis erit:

$$M = \frac{(F_1 - F_2)\,K}{R + r_1 + r_2}$$

Si est $F_1 = F_2$ acus ad 0^0 manebit, quaenam utriusqus brachii sint resistentiae.

CAPUT TERTIUM.

DE VARIIS MODIS, QUIBUS GALVANOMETRO DIFFERENTIALI USI SUNT PHYSICI.

Videbimus jam quomodo Galvanometer Differentialis adhibitus est, et quatenus iniusta hypothesis, actionem utriusque fili in acum aequam esse, observationes falsas reddere potuerit. BECQUEREL flumen in duas partes divisit, quae directione contraria per fila ducebantur, resistensiasque, quas comparare voluit, non in ipsa brachia locavit verum in alteram horum brachiorum subdivisionem. Dispositio, quam adhibuit, figura 1ª docetur.

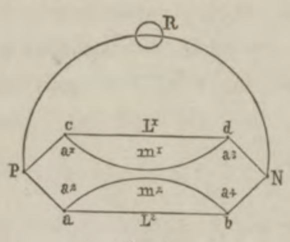

Fig. 1.

P, N sunt elementi electrodi, ubi flumen in duas partes dividitur. In punctis *a*, *b*, *c*, *d*, flumen iterum disiungitur, ita ut pars fluminis iam divisi conductores comparandos l_1 et l_2, pars fila multiplicatoris transcurrat. Quum iam acus perducto flumine non movebatur, putabat BECQUEREL esse $l_1 = l_2$.

Fractionem $\frac{F_2}{F_1}$ in galvanometro, quo usus est, non fuisse $= 1$ patere videtur ex verbis: »l'Aiguille aimantée reste effectivement stationnaire toutes les fois, que les courants, qui cheminent en sens contraire, sont parfaitement égaux; mais cette condition n'est pas remplie immédiatement, parce qu'il est impossible que tout soit identique dans les deux circuits. Pour obtenir l'égalité d'action, on prend un des deux fils plus long que l'autre." Praeterea videtur BECQUEREL illam aequalitatem observasse non solum quum flumen in duo multiplicatoris fila dividebatur, aucto uno filo quadam resistentia, amotisque l_1 et l_2, verum etiam quum adessent conductores $a^{I}, a^{II}, a^{III}, a^{IV}$. Quum scilicet ex omni acus declinatione ad resistentiarum inaequalitatem conclusit, putavit, quum l_1 et l_2 juxta m_1 et m_2 positi erant, id modo tum aequalitatem probare posse, quum etiam sine his conductoribus acus multiplicatoris immota manebat. Verisimillimum itaque est BECQUERELIUM instrumentum ita instituisse, ut putaret esse

$$a^{I} + a^{III} + m_1 = a^{II} + a^{IV} + m_2$$
$$\text{et } m_1 = m_2$$

dum revera esset

$$\left.\begin{array}{c} (a^{I} + a^{III} + m_1)\, F_2 = (a^{II} + a^{IV} + m_2)\, F_1 \\ m_1\, F_2 = m_2\, F_1 \end{array}\right\} \dots\dots\dots (a)$$

Brevitatis causa ponemus

$$a^{I} + a^{III} = {}_1,\ a^{II} + a^{IV} = \lambda_2$$

$$\varrho_1 = \lambda_1 + \frac{l_1\, m_1}{l_1 + m_1}$$

$$\varrho_2 = \lambda_2 + \frac{l_2\, m_2}{l_2 + m_2}$$

Intensitas fluminis in m_1 et m_2 erit

$$i_1 = \frac{l_1}{l_1 + m_1} \cdot \frac{k\varrho_2}{R\varrho_1 + R\varrho_2 + \varrho_1\, \varrho_2} \ldots\ldots\ldots (b)$$

$$i_2 = \frac{l_2}{l_2 + m_2} \cdot \frac{k\varrho_1}{R\varrho_1 + R\varrho_2 + \varrho_1\, \varrho_2} \ldots\ldots\ldots (c)$$

Acus immota manebit flumine perducto, quum erit momentum rotationis

$$\left\{ \frac{l_1}{l_1 + m_1}\, \varrho_2\, F_1 - \frac{l_2}{l_2 + m_2}\, \varrho_1\, F_2 \right\} \frac{k}{R\varrho_1 + R\varrho_2 + \varrho_1\, \varrho_2} = o \; (d)$$

id est quum

$$\frac{l_1}{l_1 \times m_1}\, \varrho_2\, F_1 = \frac{l_2}{l_2 + m_2}\, \varrho_1\, F_2 \ldots\ldots (e)$$

Iam ex combinatione aequationum (e) et (a) sequi debet

$$l_1 = l_2$$

Sumto producto aequationis (e) et $(l_1 + m_1)$ $(l_2 + m_2)$ et substrahendo deinde aequationem (a) multiplicatam per $l_1\, l_2$ habemus,

$$l_1\, m_2\, \lambda_2\, F_1 = l_2\, m_1\, \lambda_1\, F_2$$

$$l_1 = \frac{m_1\, \lambda_1\, F_2}{m_2\, \lambda_2\, F_1}\, l_2$$

et quum $(\lambda_1 + m_1)\, F_2 = (m_2 + \lambda_2)\, F_2$, $m_1\, F_2 = m_2\, F_1$ et igitur etiam $\lambda_1\, F_2 = \lambda_2\, F_1$ est, erit $\frac{m_1\, \lambda_1}{m_2\, \lambda_2} = \left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2$

$$l_1 = \frac{F_1}{F_2}\, l_2$$

Ergo in hac quoque combinatione manifesto status immotus acus magneticae non demonstrat, resistentias esse aequas, verum earum rationem cum momentorum rotationis utriusque multiplicatoris fili, eodem flumine perducto, ratione convenire.

Hoc quod ad observationes BECQUERELII diiudicandas alicuius momenti dici potest, quum determinatiotes conductibilitatis electricae relativae corporum hocce vitio affectae sunt. Sic in observationibus conductores l_1 et l_2 erant fila ex cupro et ex platino confecta, quorum dimensiones cognitae erant. Quum acus immota esset putabat conductibilitatem specificam horum conductorum esse proportionalem longitudinibus reductis. Id revera non accidit. Ratio conductibilitatis cupri et platini multiplicanda aut dividenda est per $\frac{F_2}{F_1}$, cujus valor a galvanometri constructione pendet. BECQUEREL observatione nactus erat duos valores 10.67 et 10.43 [1]) qui secundum calculum aequi esse debebant. Ex supra monitis sequitur, illos numeros tum modo aequos esse potuisse, quum erat $F_2 = F_1$ eorumque rationem, si observatio sine mendo erat, valorem $\frac{F_2}{F_1}$ praebere. Sic si admitti posset, observationes non aliam ob causam minus iustas esse, in instrumento, quo BECQUEREL utebatur, esset $\frac{F_2}{F_1} = \frac{10.67}{10.43} = 1.023$. Observationes eius vero tanto differunt a determinationibus aliorum, in quibus LENZ, ut illa hypothesis non admitti possit.

---

[1]) Numerus 10. 63 errore typographico in opere „Traité" pag. 79 false pro 10. 43 positus est. Cfr. Annales de Chimie et Physique XXXII pag. 426.

Contra observandi methodum BECQUERELII certe nihil esset afferendum, si valorem $\frac{F_2}{F_1}$ determinaverat et in calculo computaverat.

Operae pretium est inquirere, utrum combinatio conductorum ab illo physico adhibita commendanda sit, necne. Quum resistentia conductoris mensura directa determinanda est ope methodorum, quas in primo Capite exposuimus, si gradum accurationis quam maximum nancisci velimus optandum est, parvam mutationem resistentiae variationem quam maximam in Rheometri indicio, atque igitur etiam in fluminis, quod Rheometrum transcurrit, intensitate, efficere. Iam in nonnullis casibus evenire potest, quum Elemento conductoribusque datis utendum est, maius praebere commodum conductorem metiendum non modo cognito in circuitum locare, verum flumen dividere in duas partes, quarum altera Rheometrum, altera resistentias comparandas continet. In casu enim primo intensitas fluminis in Rheometro erit:

$$i = \frac{K}{R + m + r}.$$

quum R Rheomotoris m Rheometri, r conductoris metiendi resistentias significant.

Hinc

$$d.i = -\frac{K}{(R + m + r)^2} d.r.$$

In altero casu est

$$i_1 = \frac{Kr}{Rm + Rr + mr}$$

et

$$d.i_1 = \frac{RmK}{(Rm + Rr + mr)^2} d.r$$

$$\frac{d.\,i_1}{d.\,i} = -\frac{\mathrm{R}\,m\,(\mathrm{R}+m+r)^2}{(\mathrm{R}\,m+\mathrm{R}\,r+m\,r)^2}$$

$d.\,i_1$, iisdem valoribus $d.\,r$, ita maior aut minor est quam $d.\,i$ prouti huius fractionis numerator denominatore maior aut minor sit.

Iam

$$m\mathrm{R}\,(\mathrm{R}+m+r)^2 = m\mathrm{R}\,(\mathrm{R}^2+m^2+m\mathrm{R}) + m\mathrm{R}\,\{m\mathrm{R}+r^2+2r\,(\mathrm{R}+m)\}$$

$$(m\mathrm{R}+\mathrm{R}r+mr)^2 = r^2\,(\mathrm{R}^2+m^2+m\mathrm{R}) + m\mathrm{R}\,\{m\mathrm{R}+r^2+2r\,(\mathrm{R}+m)\}.$$

Dispositio secunda ita praestabit, prouti $m\,\mathrm{R} >$ aut $< r^2$ sit.

In formula (d) huius capitis invenimus, momentum rotationis in dispositione, quam adhibuit BECQUEREL, esse:

$$\mathrm{M} = \frac{k}{\mathrm{R}\varrho_1+\mathrm{R}\varrho_2+\varrho_1\,\varrho_2}\left\{\frac{l_1\,\varrho_2}{l_1+m_1}\,\mathrm{F}_1 - \frac{l_2\,\varrho_1}{l_2+m_2}\,\mathrm{F}_2\right\},$$

Itaque

$$\frac{d\mathrm{M}}{dl_1} = \left\{\frac{l_1\,\varrho_2}{l_1+m_1}\,\mathrm{F}_1 - \frac{l_2\,\varrho_1}{l_2+m_2}\,\mathrm{F}_2\right\}\frac{d.\,\dfrac{k}{\mathrm{R}\varrho_1+\mathrm{R}\varrho_2+\varrho_1\varrho_2}}{dl_1} + \frac{k}{\mathrm{R}\varrho_1+\mathrm{R}\varrho_2+\varrho_1\,\varrho_2}\,\frac{d.\left\{\dfrac{l_1\,\varrho_2}{l_1+m_1}\,\mathrm{F}_1 - \dfrac{l_2\,\varrho_1}{l_2+m_2}\,\mathrm{F}_2\right\}}{dl_1}$$

In casu, quo semper Galvanometro Differentiali utimur, quum nempe acus ad 0° manet, primus huius formulae terminus est $=0$, alter substituendo valores ϱ_1 ϱ_2 pag. 14:

$$= \frac{k}{R\varrho_1 + R\varrho_2 + \varrho_1 \varrho_2} \left\{ \left(\lambda_2 + \frac{l_2 m_2}{l_2 + m_2} \right) m_1 F_1 - \frac{l_2 m_1}{l_2 + m_2} m_1 F_2 \right\} \frac{1}{(l_1 + m_1)^2},$$

vel secundum aequationes (a):

$$\frac{dM}{dl_1} = \frac{m_1 \lambda_1 F_2}{(l_1 + m_1)^2} \frac{k}{R\varrho_1 + R\varrho_2 + \varrho_1 \varrho_2}.$$

Si vero conductores λ_1, l_1, m_1, et λ_2, l_2, m_2 ita locamus ut duo tantum brachia adsint habemus, quum

$$r_1 = \lambda_1 + m_1 + l_1,$$
$$r_2 = \lambda_2 + m_2 + l_2,$$
$$i_1 = \frac{r_2 k}{Rr_1 + Rr_2 \pm r_1 r_2},$$
$$i_2 = \frac{r_1 k}{Rr_1 + Rr_2 + r_1 r_2}:$$
$$M_1 = (r_2 F_1 - r_1 F_2) \frac{k}{Rr_1 + Rr_2 + r_1 r_2},$$

et si animadvertimus $r_2 F_1 - r_1 F_2$ esse $= 0$

$$\frac{dM_1}{dl_1} = - \frac{k F_1}{Rr_1 + Rr_2 + r_1 r_2}.$$

Substituendo pro $r_1, r_2, \varrho_1, \varrho_2$ eorum valores habemus pro eadem variatione resistentiae metiendae

$$\frac{dM_1}{dM} = \frac{-(l_1+m_1)^2 \left\{ R\left(\lambda_1 + \frac{l_1 m_1}{l_1+m_1} + \lambda_2 + \frac{l_2 m_2}{l_2+m_2}\right) + \left(\lambda_1 + \frac{l_1 m_1}{l_1+m_1}\right)\left(\lambda_2 + \frac{l_2 m_2}{l_2+m_2}\right) \right\}}{m_1 \lambda_1 \quad \left\{ R(\lambda_1 + m_1 + l_1 + \lambda_2 + m_2 + \lambda_2) + (\lambda_1 + m_1 + l_1) \quad (\lambda_2 + m_2 + l_2) \right\}}.$$

Praestabit itaque dispositio, quam adhibuit BECQUEREL, quum valor huius fractionis absolutus est < 1 vel quum denominator numeratorem superat. Ponamus, simplicitatis causa, esse $\lambda_1 = \lambda_2$, $m_1 = m_2$, $l_1 = l_2$ differentia numeratoris et denominatoris erit:

$$(l_1^2 - m_1 \lambda_1)(\lambda_1^2 + m_1^2 + \lambda_1 m_1 + 2 R \lambda_1) + 2 R l_1 m_1 (m_1 + l_1 + \lambda_1)$$

Ergo non solum si secunda divisio commodum praebebit $m \lambda > l_1^2$ esse debet, verum pars restans multiplicata per $\lambda_1^2 + m_1^2 + \lambda_1 m_1 + 2 R \lambda_1$ termino altero maior esse debet. Resistentia λ_1 semper parva est, quum $a^{I}, a^{II}, a^{III}, a^{IV}$ conductores coniungentes sint, quos quam minimos reddere oportet. Plerumque itaque BECQUERELII combinatione non utendum est. Quum λ_1 est $= o$ fit, ut facile apparet, $\frac{dM}{dl_1} = o$.

Ill. WHEATSTONE galvanometrum differentialem reiecit putans instrumentum quidem, si revera in praxi tantum commodi praeberet, quantum in theoria pollicetur, maxime accuratas determinationes praebere posse, sed nullo modo fila ita symmetrice circumvolvi posse ut flumina aequalia per fila conducta easdem sensu opposito efficerent declinationes [1]). Vidimus iam illud incommodum revera non existere. POGGENDORFF [2]) proposuit duo fila serico obducta non separatim circum multiplicatorem volvere, verum spiraliter alterum circum alterum torquere, ut funem quasi metallicum componerent. Putavit ita aequalitatem actionis filorum parari posse. Quum autem, ut vidimus, aequalitas non sit requisitum, putandum est, ita sine causa resistentiam increscere, dum sensibilitas instrumenti non augetur. Alias causas, ob quas tamen illud propositum POGGENDORFFII commendandum videtur, infra indicabimus.

III. HANKEL memorat ex experimentis sibi persuasum esse, acum flumine modo cognito diviso, non immotam manere, quia obesset actio partialis earum circumvolutionum partium, quae verticaliter tendebant [3]). Construxit igitur galvanometrum differentia-

---

[1]) Philosophical Transactions for the year 1843. part I p. 323. „The differential galvanometer proposed by M. BECQUEREL, had it been an instrument as practically as it is theoretically perfect, would have enabled us to ascertain very minute differences of resistance with great facility. But it is almost impossible so to arrange the two coils that currents of equal energy circulating through them shall produce equal deviations of the needle in opposite directions, the consequence of which is that the standing of the needle at zero is no indication of equality in the currents. This and other defects have prevented the differential galvanometer from coming into use."

[2]) Archives de l'Electricité. Tome V, pag. 144.

[3]) Poggendorff's Annalen, Band LXIX, pag. 256.
„Es ergab sich durch eine Reihe von Versuchen, dass der Grund,

lem maioribus dimensionibus. Diameter annuli, in quo fila erant voluta, erat trium pedum. Illa praecautio profecto maxime est commendanda. Non tanti enim interest esse $F_2 = F_1$, quam quidem rationem eorum valorum stabilem manere. Id, quomodo galvanometro utamur, maximi est momenti. In galvanometro, cuius circumvolutiones proximae sunt acui, mutatio minima distantiae et directionis fili et acus mutationem satis magnam rationis $\frac{F_2}{F_1}$ efficere potest. Primo loco igitur instrumento BECQUERELII in una tantum acus positione uti possemus et quum in accuratis observationibus fere numquam resistentiae ita institui possint, ut acus ad 0° maneat et semper notata declinatione aestimatio quaedam adhibenda sit, observationes ope BECQUERELII galvanometri institutae aut minus accuratae aut difficillimae fiunt. Quum acus minimam declinationem retinet iam constat, valorem $\frac{F_1}{F_2}$ mutari et ita determinationem resistentiae vitiis satis magnis esse obrutam. Minima instrumenti percussio, allongatio fili sericei, ex quo

---

warum bei dem bisher construirten Differential-Galvanometer zwei gleiche Ströme, welche durch die beiden Drähte nach entgegengesetzten Richtungen geleitet werden, die Magnetnadel des Instruments nicht auf dem Nullpunkte stehen lassen, sondern rechts und links, je nachdem die Nadel zufällig in Schwankungen geräth, ablenken und auf Weiten van 5° bis 10° festhalten, allein in der *einseitigen* Wirkung der Drähte, namentlich der vertikal vor der Nadel vorbeigehenden, auf *einen* Pol zu suchen ist. Es lassen sich die Drahtwindungen nicht so regelmässig legen, dass dieser Einfluss verschwindet."

acus pendet, eadem vitia afferre possunt et hac in parte POGGENDORFII operatio supra descripta commodum afferre potest. HANKELII galvanometer his vitiis non laborat et praeterea eo quasi buxola tangentium uti licet. Acus positio accuratissime ope speculi et tubi optici observatur. Sensibilitas instrumenti secundum HANKELII praeceptum multum augeri potest, locando in proximitate acus baculum magneticum ita in meridianum magneticum, ut poli boreales acus et baculi ad se invicem vergant. Dimensiones quas HANKEL instrumento dedit tamen tute aliquantum minui posse videntur.

Resistentiam metiendam in alterum et fila quibuscum comparanda erat in alterum brachium ponebat. Hac ex causa omnes quas nanciscebatur comparationes vices $\frac{F_2}{F_1}$ maiores erant, quam revera esse debebant. Sed quia omnes resistentias hocce modo determinabat hoc rationi, quae eas intercedebat, mutationem nullam imponebat. Caeteroquin et in galvanometro, quem ille confecerat, F_2 et F_1 aequa fuisse non videntur. In flumine nempe dividendo inter duas volutiones pedes quidam filo alteri addi necesse erat et inaequalitatem hancce impari tensioni, quam volvendo acceperant fila, attribuebat. Si numerum pedum, quem addere debebat, tradiderat, ratio $\frac{F_2}{F_1}$ pro instrumento determinari posset, si nempe accipias resistentias duorum filorum, quae diametrum habebant 0.14789 pollicum Par. aequas mansisse. Utrumque enim filum habebat longitudinem 286 pedum et igitur esset

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{286 + x}{286.},$$

quum x numerum pedum additarum significat. EDM. BECQUEREL [1]) in determinationibus suis de liquidorum conductibilitate conductorem cuius resistentia metienda erat et spiras metallicas (wederstands-spiralen) in idem brachium collocavit et igitur efficiebat ut determinationes non penderent a valore $\frac{F_2}{F_1}$.

[1]) Annales de Chimie et de Physique, Troisième série, Tome XVII pag. 270.

CAPUT QUARTUM.

DE METHODO DIFFERENTIALI, QUAM PROPOSUIT WHEATSTONE.

Loco galvanometri differentialis BECQUERELII, WHEATSTONE [1]) commendavit instrumentum, non obnoxium vitiis, quae in galvanometro differentiali adesse putabat. Figura 2ª eius institutionem docet.

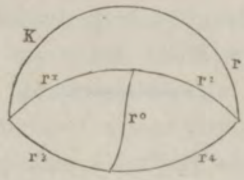

Fig. 2.

Flumen, quod originem ducit a Rheomotore in r locato in duo brachia dividitur: haecce coniunguntur filo r_0 in quo multiplicator vulgaris receptus est.

[1]) Philosoph. Transactions for the year 1843. part I. pag. 323. his verbis „All the advantages however, which were expected from this instrument (the Differential Galvanometer) may be obtained, without any of its accompanying defects, by means of the simple arrangement I am about to describe."

WHEATSTONE supponebat, si $r_3 + r_2 = r_1 + r_4$, intensitatem fluminis in r_0 ad 0 futuram et multiplicatoris acum nullam praebituram esse declinationem. Parva resistentiae additio in quovis conductorum r_1, r_2, r_3, r_4 acum statim declinare cogit. WHEATSTONE igitur resistentiam metiendam in r_4 et Rheochordam sive Rheostatum in r_3 ponebat. Intensitatem fluminis autem non tam facile est determinatu, quam putabat WHEATSTONE, neque pendet intensitas in r_0 ab aequalitate $r_3 + r_2$ et $r_1 + r_4$. Indagationes hac de materie debentur viribus Ill. KIRCHHOFF et WEBER [1]), qui variis modis formulas generales pro fluminis intensitate in quovis brachio invenerunt. Formulae sunt hae: intensitas in r est

$i = \frac{K}{r + R}$, qua in aequatione R resistentiam significat systematis r_0, r_1, r_2, r_3, r_4, et formula datur

$$R = \frac{r_1 r_3 (r_2 + r_4) + r_2 r_4 (r_1 + r_3) + r_0 (r_1 + r_2)(r_3 + r_4)}{(r_2 + r_4)(r_1 + r_3) + r_0 (r_1 + r_2 + r_3 + r_4)} = \frac{v}{w},$$

$$\text{ergo } i = \frac{w}{rw + v} K.$$

$$i_1 = \frac{r_3 (r_2 + r_4) + r_0 (r_3 + r_4)}{rw + v} K,$$

$$i_2 = \frac{r_4 (r_1 + r_3) + r_0 (r_3 + r_4)}{rw + v} K,$$

$$i_3 = \frac{r_1 (r_2 + r_4) + r_0 (r_3 + r_4)}{rw + v} K,$$

[1]) Kirchhoff primus relationem, quae inter r_1, r_2, r_3, r_4 exstare debet, ut sit $i_0 = 0$ exposuit in Pogg. Ann. LXIV. pag. 514. Cf. Karsten, Fortschritte der Physik, I. pag. 456. Poggendorff formulas Weberi et Kirchhoffii integras communicavit in Pogg. Ann. LXVII. pag. 273. Cf. Annales de Chimie et de Physique Série III, Tom. XVIII. p. 273. Repertorium der Physik VIII. 160.

$$i_4 = \frac{r_2(r_1+r_3)+r_0(r_1+r_2)}{rw+v}\mathrm{K},$$

$$i_0 = \frac{r_3 r_2 - r_4 r_1}{rw+v}\mathrm{K};$$

i_0 igitur erit $=0$ et acus multiplicatoris non declinare cogetur quum est

$$r_3 r_2 = r_4 r_1 \text{ vel} \frac{r_3}{r_4} = \frac{r_1}{r_2}.$$

Itaque et hic status immotus acus, flumine perducto, non ostendit aequalitatem resistentiarum r_3+r_2 et r_4+r_1 vel r_3 et r_4.

Si in r_4 resistentia α additur, etiam r_3 augeatur necesse est, ita ut sit

$$(r_3+\beta)r_2 = (r_4+\alpha)r_1.$$

Unde

$$\beta r_2 = \alpha r_1, \quad \frac{\beta}{\alpha} = \frac{r_1}{r_2};$$

β ergo non est $=\alpha$, nisi sit $r_1 = r_2$.

Recte Ill. POGGENDORFF memorat, quod ad valorem relativum galvanometri differentialis BECQUERELII et huiusce institutionis, respectu sensibilitatis, ex formulis diiudicari non posse, quia convenientia non est in elementis, ex quibus constant. Sed alia est res, si vim perturbationum fortuitarum inquirere velis. In conductoribus metallicis praesertim gradus caloris est, qui perturbationem in observatione efficit, ob resistentiam auctam, quae nascitur crescente temperatura. Si supponas observari more WHEATSTONII et resistentia metienda ponatur in r_4, Rheochorda in r_3, pro omni determinatione hancce obtines aequationem:

$$r_4 = \frac{r_2}{r_1} r_3;$$

in galvanometro differentiali vero BECQUERELII

$$r_2 = \frac{F_2}{F_1} r_1.$$

Temperatura crescens numquam $\frac{F_2}{F_1}$ mutare potest. Cum igitur in dispositione, quam proposuit WHEATSTONE, determinationem obtines relatione quatuor elementorum, quae sine regula perturbationibus fortuitis mutantur, in BECQUERELII galvanometro duo tantum elementa obnoxia sunt hisce perturbationibus, quo in casu evidenter perturbatio minus erit probabilis. Hoc valet etiam de calefactione varia, quae ex ipso flumine oritur. Ill. SVANBERG [1]) ingeniose sensibilitatem huius institutionis applicavit, ut mininas temperaturae variationes, ex calore radiante e. g. natas, discerneret. Sed praecipue in determinatione resistentiae corporum liquidorum haecce institutio est reiicienda, quod et ipse WHEATSTONE hisce monuit verbis: »It is scarcely necessary to state that these instruments are not adapted to measure the resistances of substances capable of undergoing chemical changes from the action of an electric current, on account of the contrary electromotive forces, which arise under such circumstances." Revera corpora liquida in duo brachia verbi causa r_2 et r_4 locarentur necesse esset (Cf. Caput VI), ut flumina polarisationis exorta se invicem quodammodo compensarent. In resistentiis magnis attamen sensibilitas

---

[1]) Pogg. Ann. LXXXIV. pag. 44.

instrumenti minuitur, quod patet ex hacce formula

$$\frac{d\,i_0}{d\,r_4}=\frac{-r_1}{(r_2+r_4)(r_1+r_3)+r_0(r_1+r_2+r_3+r_4)}\,i,$$

quae quantitas, si r_4 et r_2 magnae sunt, statim decrescit. Sensibilitas galvanometri differentialis BECQUERELII profecto nihil optandum relinquit et iam ostendimus omnia, quae contra eum in medium ferebantur, nihili esse pretii, ita ut revera hoc instrumentum, si nempe, quod et HANKEL fecit, magnis instituitur dimensionibus, omnibus aliis anteponendum putemus.

Denique memorare lubet, facile esse, resistentias r_1, r_2, r_3, r_4 integras simplici modo determinare, etiam si non recedas a principio huius institutionis. Ad hoc propositum Rheostatum vel Rheochorda in unum brachiorum v. c. in r_4 ponatur et si omnia ita se habent, ut acus multiplicatoris nullum flumen indicet, mutatio, quae Rheostato afferri debet, ut acus ad 0^0 maneat, notetur.

Vocemus a_0 Rheostati indicationem quum resistentia l non adest, quum in r_4, r_3, r_2, r_1 ponitur a_4, a_3, a_2, a_1.

Habemus aequationes:

$$r_1(r_4+a_0)=r_2r_3,$$
$$r_1(r_4+a_4+l)=r_2r_3,$$
$$r_1(r_4+a_3)=r_2(r_3+l),$$
$$r_1(r_4+a_2)=(r_2+l)r_3,$$
$$(r_1+l)(r_4+a_1)=r_2r_3.$$

Unde sequitur

$$l=a_0-a_4$$

$$r_4+a_0=\frac{(a_3-a_0)(a_2-a_0)(a_0-a_1)}{(a_3-a_0)(a_2-a_0)-(a_0-a_4)(a_0-a_1)},$$

$$r_3 = \frac{(a_0 - a_4)(a_2 - a_0)(a_0 - a_1)}{(a_3 - a_0)(a_2 - a_0) - (a_0 - a_4)(a_0 - a_1)},$$

$$r_2 = \frac{(a_3 - a_0)(a_0 - a_4)(a_0 - a_1)}{(a_3 - a_0)(a_2 - a_0) - (a_0 - a_4)(a_0 - a_1)},$$

$$r_1 = \frac{(a_0 - a_4)^2 (a_0 - a_1)}{(a_3 - a_0)(a_2 - a_0) - (a_0 - a_4)(a_0 - a_1)}.$$

CAPUT QUINTUM.

THEORIA GALVANOMETRI DIFFERENTIALIS.

Quod iam supra monuimus, galvanometro differentiali adhibito semper opinio valuit, momenta rotationis utriusque fili volutionum eodem flumine perducto aequa esse debere. Hoc autem tantum in casu singulari ita se habet, qui vero non sine multo opere, imo numquam obtinebit, cum volutiones numquam prorsus symmetria illa gaudere possint. Primo loco memorare attinet, nos notitia rationis momentorum rotationis omnino carere posse. Si nempe, quod et EDM. BECQUEREL fecit, qui galvanometro differentiali etiam usus est, resistentiam metiendam in idem brachium in quo et conductor est, quocum comparari debet, inducimus. Hanc si viam ingredimur, duae hae aequationes oriuntur:

$$r_1 F_2 = r_2 F_1 \qquad (1)$$

$$(r_1 + x - l) F_2 = r_2 F_1 \qquad (2)$$

Ex quibus, quemnam valorem habeat $\frac{F_2}{F_1}$, sequitur:

$$x = l \qquad (3)$$

Rationem $\frac{F_2}{F_1}$ facile est determinatu. Si omnia ita instituuntur, ut acus flumine transeunte immota maneat et igitur institutio respondeat aequationi (1), et cognita quaedam resistentia conductori r_1 accedit, etiam r_2 augeatur necesse est, ut acus ad 0^0 maneat, et ita quidem, ut sit, si resistentias additas Δr_1 et Δr_2 vocamus,

$$F_2 (r_1 + \Delta r_1) = F_1 (r_2 + \Delta r_2) \ldots\ldots (4)$$

Unde substracta aequatione (1)

$$F_2 \Delta r_1 = F_1 \Delta r_2, \frac{F_2}{F_1} = \frac{\Delta r_2}{\Delta r_1}.$$

Ratio additarum eadem est ac resistentiarum primitivarum, nimirum $= \frac{F_2}{F_1}$.

Regula practica ad determinandum illum valorem est haec. In alterum brachium inducitur Rheostatum, caeteroquin omnia ita se habent, ut acus ad 0^0 maneat; postea in brachium illud inducitur conductor, et Rheostatum ita devolvitur, ut acus iterum immota sit. Ex illa observatione, si nempe numerus Rheostati volutionum minutarum notatur et est *v. g.* $= n$, nanciscimur aequationem (2), in qua l numero n et x resistentia Δr_1 excipienda sunt. Iam tollimus Δr_1 ita ut, si Rheostatum numero n volutionum rursus augetur, aequilibrium acus iterum ad 0^0 existat. Inde Δr_1 in alterum brachium ponitur. Rheostatum nunc, ut ex aequatione (4) sequitur, augendum est et, si numerus illarum volutionum est n_1, aequationem (4) habemus in qua iam pro Δr_1 ponendus est numerus n_1 et pro Δr_2 resistentia Δr_1. Quum vero iam vidimus Δr_1 esse $= n$ habemus tandem

$$F_2 (r_1 + n_1) = F_1 (r_2 + n),$$

Hinc substracta iterum aeq. (1)

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{n}{n_1}.$$

Determinatio subitanea in galvanometro differentiali, quo equidem sum usus, dabat pro n et n_1 sequentes valores, singulos ex sex observationibus deductos,

$$n = 3.088.$$
$$n_1 = 3.004.$$

—

$$n' = 6.001$$
$$n'_1 = 5.846.$$

—

$$\text{Unde } \frac{n}{n_1} = \ldots\ldots 1.0279.$$
$$\frac{n'}{n'_1} = \ldots\ldots 1.0265.$$

Med. 1.0272.

In instrumento, quod mihi comparavi, utraeque volutiones in tres partes erant divisae, quibus singulis uti licebat. Verbi causa pars tertia in unum brachium inferri poterat, quinque vero tertiae partes in alterum et si cuivis divisioni idem momentum rotationis attribui deberet, ita oriretur ratio $\frac{F_2}{F_1} = 5$. In universo tamen non putamus bene agi si combinatio adhibeatur, in qua $\frac{F_2}{F_1}$ nanciscitur valorem valde ab unitate differentem. Si corpora liquida adhibentur, omnino hoc dissuadendum videtur, cum polarisatio, quae semper aliquantulum pendet ab intensitate fluminis in utroque brachio inaequalis fieret, quod (cfr Caput VI) vitari debet. Sed etiam conductoribus solidis adhibitis hoc ut dissuadeatur monent perturbationes, quae in eo casu oriri possunt, in quibus praesertim mutationes temperaturae nominandae sunt, tum eae, quae ex inconstantia fluminis oriuntur, tum eae, quae ex varianti cubiculi caloris gradu nascuntur, et quae vim iniquam in utrumque brachium exercent. Si in utroque brachio isdem numerus multiplicatoris volutionum adest, videamus, quisnam numerus, accidente resistentia certa Rheomotoris et utriusque brachii, maximum sensibilitatis afferat.

Supponamus momentum rotationis proportionale esse huicce numero x, resistentiam unius volutionis esse n, resistentiam extra multiplicatorem in brachio r esse $= a$, in brachio r_2 esse $= b$. Ponendum igitur est in form. pag. 10.

$$r_1 = (a + nx),$$
$$r_2 = (b + nx),$$
$$F_1 = F_2 = x\,F,$$
$$R = r,$$

et fiet

$$M_1 = \frac{(b + n\,x)\,x\,F\,k}{(a + n\,x)\,(b + n\,x) + r\,(a + n\,x) + r\,(b + n\,x)},$$

$$M_2 = \frac{(a + n\,x)\,x\,F\,k}{(a + n\,x)\,(b + n\,x) + r\,(a + n\,x) + r\,(b + n\,x)},$$

$$\frac{d\,M_1}{d\,a} = \frac{-\,x\,(b + n\,x)\,\dfrac{d\,R}{d\,a}}{R^2}\,F\,k,$$

$$\frac{dM_2}{da} = \frac{x\,R - x\,(a + n\,x)\,\dfrac{dR}{da}}{R^2}\,F\,k,$$

quum $R = (a + n\,x)\,(b + n\,x) + r\,(a + b + 2\,n\,x)$.

Effectus in acum, si animadvertimus esse in casu, quem observamus

$$(b + n x) x \mathrm{F} = (a + n x) x \mathrm{F}$$

$$\text{ergo } a = b$$

erit:

$$\frac{d\mathrm{M}_2}{d a} - \frac{d\mathrm{M}_1}{d a} = \frac{x}{\mathrm{R}} \mathrm{F}.$$

Ut videamus quinam valor x valori maximo huius quantitatis respondeat ponendum:

$$\frac{d \frac{x}{\mathrm{R}} \mathrm{F}}{d x} = \frac{(a + n x)(a - n x + 2r) - 2 n r x}{\mathrm{R}^2} = 0$$

vel

$$x = \frac{1}{n} \sqrt{a (2r + a)}$$

Ipsius galvanometri differentialis ope resistentias conductorum in utroque brachio extra galvanometrum sequenti modo determinare licet. Ponemus $\frac{\mathrm{F}_2}{\mathrm{F}_1} = q$, tum erit

$$r_1 = x + m_1$$
$$r_2 = y + m_2$$

in quibus aequationibus m_1, m_2 filorum multiplicatoris resistentias significant.

Quum acus flumine perducto ad 0^0 manet, erit

$$(x + m_1) q = y + m_2$$

Si iam ope duplicis commutatoris, simplicis constructionis, x et y invertimus necesse erit, ut aequilibrum iterum adsit, addere conductori x quamdam resistentiam, ita ut sit

$$(y + m_1) q = x + \Delta x + m_2.$$

Unde

$$y-x=\frac{\triangle x}{q+1},$$

$$y+x=\frac{\triangle x}{q-1}+2\,\frac{m_2-m_1 q}{q-1},$$

$$y=\frac{q\,\triangle x}{q^2-1}+\frac{m_2-m_1 q}{q-1},$$

$$x=\frac{\triangle x}{q^2-1}+\frac{m_2-m_1 q}{q-1}.$$

In his aequationibus $\triangle x$ et q innotuerunt, $m_2-m_1 q$ autem sequenti modo determinari licet. Tollamus x et y et locemus in brachia resistentias a et b, quarum a sit cognita. Procedendo eodem, ac supra descripto, modo erit:

$$(a+m_1)\,q=b+m_2.$$

Invertendo

$$(b+m_1)\,q=a+\triangle a+m_2.$$

Unde deducitur

$$m_2-m_1 q=a\,(q-1)-\frac{\triangle a}{q+1}.$$

Ita $m_2 - m_1 q$ ex a, q et $\triangle a$, qui omnes cogniti sunt, calculari licet. Valor ille $m_2 - m_1 q$ est numerus constans, qui pro eodem instrumento semper idem est et quem semel determinari sufficit. Si supponi liceret esse

$$m_2=m_1 q,$$

esset etiam

$$x=\frac{\triangle x}{q_2-1},$$

$$y=\frac{q\,\triangle x}{q_2-1}.$$

Revera m_2 vel m_1 tamdiu augeri possunt ut huic conditioni obtemperetur. Vidimus iam supra minus recte BECQUEREL et HANKEL augendo altero filo, ita ut flumen divisum perductum per duas volutiones directione contraria nullam acus declinationem efficeret, ad aequalitatem valorum F_2 et F_1 conclusisse, dum tantum certiores fieri potuerunt $m_2 - m_1\ q$ esse $= o$.

CAPUT SEXTUM.

DE USU GALVANOMETRI DIFFERENTIALIS IN DETERMINANDA CONDUCTIBILITATE ELECTRICA FLUIDORUM.

Quum in uno alterove brachiorum galvanometri differentialis conductor liquidus adest perducta electricitate orietur vis electromotrix, quae polorisatio vocatur et in duobus brachiis imparem fluminis electrici intensitatem efficiet. Ut quam maxime universale effectum illius polarisationis cognoscamus, ponemus in utroque brachiorum adesse fluida quae polarisatione vires electromotrices P_1 et P_2 excitant. Dispositionem doceat fig. 3.

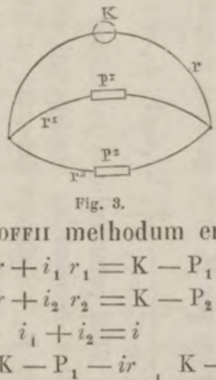

Fig. 3.

Secundum KIRCHHOFFII methodum erit:

$$ir + i_1 r_1 = K - P_1$$
$$ir + i_2 r_2 = K - P_2$$
$$i_1 + i_2 = i$$
$$i = \frac{K - P_1 - ir}{r_1} + \frac{K - P_2 - ir}{r_2}$$
$$= \frac{K(r_2 + r_1) - P_1 r_2 - P_2 r_1}{rr_1 + rr_2 + r_1 r_2} \quad \ldots\ldots.(1)$$

$$i_1 = \frac{Kr_2 - P_1(r_2 + r) + P\,r}{rr_1 + rr_2 + r_1 r_2} \ldots\ldots\ldots (2)$$

$$i_2 = \frac{Kr_1 - P_2(r_1 + r) + P_1\,r}{rr_1 + rr_2 + r_1 r_2} \ldots\ldots\ldots (3)$$

in quibus aequationibus r resistentiam Rheomotoris, r_1, r_2 resistentias brachiorum, i in Rheomotore, i_1 et i_2 in brachiis occurrentes intensitates significant. Differentia intensitatum i_1 et i_2 multiplicatarum per F_1 et F_2 praebet momentum rotationis in acum magneticam exercitum quod est:

$$M = \frac{1}{rr_1 + rr_2 + r_1 r_2} \left\{ \Big(Kr_2 - P_1\,(r_2 + r) + P_2\,r\Big) F_1 - \Big(Kr_1 - P_2\,(r_1 + r) + P_1\,r\Big) F_2 \right\} \ldots\ldots (4)$$

Quum illlae polarisationes in duobus brachiis adsunt, manifesto non necesse est, ut M sit $= 0$ quum inter resistentias brachiorum relatio exstat $r_2\,F_1 = r_1\,F_2$. Videamus, quibus conditionibus P_1 et P_2 satisfacere debeant, ut etiam in hoc casu sit $r_2\,F_1 = r_1\,F_2$.

In formula (4) ita evanescunt $Kr_2\,F_1$ et $Kr_1\,F_2$ et M erit $= 0$ quum est

$$\Big(P_2\,r - P_1\,(r_2 + r)\Big)\,F_1 = \Big(P_1\,r - P_2\,(r_1 + r)\Big)\,F_2$$

vel

$$P_2\,\Big(r\,F_1 + r_1\,F_2 + r\,F_2\Big) = P_1\,\Big(r\,F_2 + r_1\,F_2 + r\,F_1\Big),$$

id est

$$P_2 = P_1.$$

Sin vero P_2 non est $= P_1$ aequilibrium acus ad 0^0 obtineri poterit augenda resistentia r_2 aut r_1 prouti erit $P_2 < \text{vel} > P_1$. In casu primo e. g. debet esse, si vocamus α conductorem additum, factor

$$\left\{K(r_2+\alpha)F_1 - Kr_1F_2 - P_1\left[(r_2+\alpha)F_1+(F_1+F_2)r\right]\right.$$
$$+P_2\left[r_1F_2+(F_1+F_2)r\right]=0.$$

Sive quoniam $r_2 F_1 = r_1 F_2$

$$K\alpha F_1 - P_1\alpha F_1 - (P_1-P_2)(r_1F_2+r(F_2+F_1))=0$$

unde quum $\frac{F_2}{F_1} = q$

$$\alpha = \frac{(P_1-P_2)}{k-P_1}\left\{r_1 q + r(q+1)\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Valor resistentiae α itaque pendebit a valore virium electromotricium P_1, P_2, k et quantitatum r_1, r et q.

Determinatio resistentiae ope galvanometri differentialis, quum in brachiis conductores liquidi adsunt, qui *imparem* polarisationem excitant, non perturbationibus, quae ex variationibus, in k et r occurentibus, oriuntur, prorsus liberata manet.

Animadversione vero dignum est, quum supponere licet polarisationis intensitatem pendere ab intensitate fluminis electrici eam excitantis et huic esse proportionalem, determinationem resistentiae a variatione vis electromotricis k non pendere.

Ponamus enim

$$P_1 = \varrho_1 i_1$$
$$P_2 = \varrho_2 i_2 = \varrho_2 q i_1.$$

in quibus aequationibus ϱ_1 ϱ_2 coefficientes sunt, qui e natura liquidorum et electrodorum pendent, erit substitutis illis valoribus P_1 et P_2 in aequatione (2) mutatoque r_2 in $r_2 + \alpha$:

$$i_1 = \frac{k(r_2+\alpha) - \varrho_1 i_1 (r_2+\alpha+r) + \varrho_2 q i_1 r}{rr_1 + r(r_2+\alpha) + r_1(r_2+\alpha)}$$

$$i^1 (r(r_1+r_2+\alpha+\varrho_1-\varrho_2 q) + (r_2+\alpha)(r_1+\varrho_1)) = k(r_2+\alpha) \quad (6);$$

variatio intensitatis i_1 et itaque etiam polarisationis P_1 proportionalis manebit varationi quae in vi electromotrice occurrit. Quum fit igitur turbatione quadam vis $k = k(1+\delta)$ fiet etiam $P_1 = (1+\delta) P_1$, $P_2 = (1+\delta) P_2$

et valor

$$\alpha = \frac{P_1 - P_2}{k - P_2} \quad (r_1 q + r(q+1))$$

quim scilicet factorus primi et numerator et denominator per eundem valorem $(1+\delta)$ multiplandi sint non mutabit. Inconstantia valoris r, ut ex form (6) patet, polarisationem et simulac valorem α mutabit.

Experimenta vero circa polarisationem instituta nequaquam hypothesin supra admissam totidem confirmaverunt, vim scilicet hanc electromotricem P_1 vel P_2 cum intensitate fluminis eam excitantis variare, ut POGGENDORFF, negantibus viribus Ill. LENZ et WHEATSTONE, putavit, vel, ut Clar. VORSSELMAN DE HEER statuit, intensitati fluminis esse proportionalem.

Verisimile tamen putandum est polarisationis formulam fere hanc esse

$$P_1 = C + \varphi(i_1),$$

ubi C valor est qui liquidi constitutione chemica, caloris gradu caet. et substantia electrodorum determinatur et $\varphi(i_1)$ functio adhuc incognita intensitatis est.

Quum res sic sese habet apertum est intensitatem i_1 non esse propertionalem valori k, neque valori P_1, unde patet α etiam pendere a K. Et tum etiam, quum hypothesis viri clar. VORSSELMAN DE HEER vera esset, putandum est, polarisationem valde esse inconstantem, quum sine dubio aliis ex causis (v. c. percussione electrodorum) variari potest.

Videamus igitur quomodo illae variationes quam maxime innoxiae reddi possint.

Ex formula (5) sequitur

$$\frac{d\alpha}{dP_1} = \frac{r_1 q + r(q+1)}{k - P_1}\left\{1 + \frac{P_1 - P_2}{k - P_1}\right\} = \frac{r_1 q + r(q+1)}{k - P_1}\left\{\frac{(k - P_2)}{(k - P_1)}\right\}$$

$$\frac{d\alpha}{dP_2} = -\frac{r_1 q + r(q+1)}{k - P_1}$$

Variantibus igitur P_1 et P_2 simul eodum sensu et eadem quantitate (i. e. $dP_1 = dP_2$)

erit

$$d\alpha = \frac{P_1 - P_2}{(k - P_1)^2}\left\{r_1 q + r(q+1)\right\} dP_1 \; \ldots\ldots (7)$$

quo minor itaque differentia $P_1 - P_2$ eo minus variatio simultanea polarisationum α mutabit, quod etiam accidit in casu magis universali quum dP non est $= dP_2$

et

$$d\alpha = (r_1 q + r(q+1)) \quad \frac{dP_1 - dP_2}{k - P_1} + \frac{P^1 - P^2}{(k - P_1)^2} dP_1$$

$$= (r_1 q + r((q+1)) \quad \frac{(k - P_2)\,dP_1 - (k - P_1)\,dP_2}{(k - P_1)^2} \qquad (8)$$

et dP_2 habere potest valorem negativum.

Quum in uno tantum brachiorum corpus liquidum adest et v. c. est $P_2 = 0$ fit:

$$\alpha = \frac{P_1 (r_1 q + r(q+1))}{k - P_1}$$

$$d.\,\alpha = (r_1 q + r(q+1)) \left\{ \frac{dP_1}{k - P_1} + \frac{P_1}{(k-P)_2} dP_1 \right\}$$

$$= (r_1 q + r(q+1)) \frac{k\,dP_1}{(k - P_1)^2} \ldots\ldots\ldots (9)$$

Ex comparatione form. (9) et (8) vel (7) patet praestare in unum alterumque brachium locare liquidum, praesertim quum plerumque polarisationes eodem sensu mutentur.

Valor nempe $d\alpha$ ex form. (9) quantitate

$$(r_1 q + r(q+1)) \left\{ \frac{P_2\, d\, P_1 + (k - P_1)\, d\, P_2}{(k - P_1)^2} \right\}$$

valorem $d.\,\alpha$ ex form. (8) superat.

Ex formula (5) apparet perturbationes, quae ex polarisatione oriuntur etiamsi constantes sint, maxime innoxias esse quum

$$P_2 = P_1;$$

tunc enim determinatio resistentiarum erroribus, quae ex variationibus vis electromotricis K et resistentiae r oriuntur non erit obruta, neque ut ex form. (7) sequitur variationibus implicatur, quae in P_1 et P_2 occurrunt, quum simul eadem quantitate crescunt aut minuuntur. Quum P_1 et P_2 vero sine regula et sensu opposito mutantur error erit quam minimus.

Vir Ill. BECQUEREL [1]) in investigationibus de liquidorum conductibilitate electrica in unum alterumque brachium galvanometri differentialis columnam li-

---

[1]) Annales de Chimie et de Physique Série III, Tome XVII page 268.

quidam locavit. Argumentum huius experimenti instituendi rationis tamen non affert nisi his verbis. »J'ai fait usage d'un procédé fondé sur l'emploi du galvanomètre differentiel de mon père.

Vir Ill. HANKEL [1]. in alterum brachium columnam liquidam, in alterum fila ex ferro confecta (wederstands- spiralen) locavit. In determinanda efficacia caloris gradus in conductibilitatem electricam liquidorum BECQUEREL unam tantum columnam liquidam calefecit, et quum constat, gradu caloris polarisationem mutari, non curavit, valores P_1 et P_2 quam maxime aequos retinere. Perdidit itaque ex parte in his determinationibus commodum, quod sibi in utroque brachio eodem liquido iisdemque electrodis adhibendis paraverat.

---

[1]) Poggendorff's Annalen Bd. LXIX pag. 257.

CAPUT SEPTIMUM.

DE PRINCIPIO GALVANOMETRI DIFFERENTIALIS ADHIBITO AD COMPARANDA MOMENTA ROTATIONIS VARIIS CONDUCTORIBUS IN ACUM MAGNETICAM EXERCITA.

Vidimus iam ope aequationis

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\triangle_2 r}{\triangle_1 r}$$

comparari posse actiones duorum electricitatis conductorum in acum magneticam, quum eiusdem intensitatis flumina per ea ducuntur. Comparatio illa efficitur determinationibus resistentiarum $\triangle_2 r$ et $\triangle_1 r$. Hae autem accuratissime metiendae sunt, praesertim ope principii differentialis, quo in determinationibus utendum est. Facillime igitur et accuratissime rationem, quae inter momenta rotationis duorum quorumvis conductorum constat, observari potest; perspicuum enim est illam comparationem non solum fieri posse in galvanometro differentiali, sed duo quaevis fila cuiusvis formae et dimensionis, in quibus flumen electricum dividitur, ita ut directione opposita acum magneticam in vicinitate locatam declinare tendant, praebere formulam (1) pag. 30. Unde supra descripta methodo aequatio pag. 32 deduci potest. Hancce simplicissimam methodum credimus magnum praebere posse commodum, tum in experimentis, quibus theoriae cum experientia concordantia demonstranda est, quum nempe momenta rotationis ex filorum forma, dimensionibus et positione calculo cognosci licet, tum praesertim in iis casibus, quum, sive calculi intricatione, sive difficultate ex accurate metiendis dimensionibus et determinanda forma et positione orta, diiudicatio calculi ope fieri nequit.

Spero fore ut exemplum opinionem meam illucidet. In Pogg. Ann. LXXXVIII. pag. 230, Doct. LAMONT theoriam et descriptionem dedit galvanometri cuius ope flumina electrica, tum debilia, tum fortiora metiri possumus. Instrumentum constat ex acu magnetica, quae pendet e filo sericeo et cuius declinatio ope speculi et tubi optici determinatur. Ab utroque latere in directione perpendiculari in mediam acum adest tubus, in quem conductores circulares in varias partes moveri et distantiis variis figi possunt. Per conductores hosce flumen ducitur electricum, ita ut conductores alterum post alterum percurrat, quamobrem acus aut in directionem eandem, aut contrariam utroque circulo declinare coacta est. Intensitas fluminis galvanici, notata acus declinatione, cognosci potest ex forma, magnitudine et distantia conductorum et ex intensitate magnetismi terrestris, si nempe certam hypothesin de distributione magnetismi in acu accipias. Distantia conductorum mutata etiam declinatio mutabitur, quia hacce mutatione momentum rotationis, quod conductores in acum exercent, maius aut minus fiet.

Primo loco nunc periculum instituere licet, utrum theoria experientiae respondeat necne, si ope methodi, quam supra proposuimus, momentum rotationis pro variis distantiis determinetur. Non enim, ut LAMONT fecit, flumen per duas volutiones, alterum post alteram ducimus, at dividimus in eas, ita ut duo conductores acum in directionem contrariam declinare cogant. Si resistentias ita instituamus, ut, flumine perducto, acus non declinet, habemus

$$r_2 F_1 = r_1 F_2,$$

et resistentiis additis

$$(r_2 + \Delta r_2) F_1 = (r_1 + \Delta r_1) F_2,$$

Unde

$$\frac{\Delta r_2}{\Delta r_1} = \frac{F_2}{F_1} .$$

Resistentias addere possumus eodem modo, quem pag. 31 descripsimus. Cum semper in metiendis fluminibus acus declinare cogatur, quo acus positio respectu circulorum mutatur et F_1 et F_2 simul mutantur, instrumentum ita ponatur necesse est, ut duo tubi non directione perpendiculari in meridianum ponantur, sed angulum cum eo efficiant, qui est $= 90^0 - \alpha$, si α significat angulum declinationis, qui plerumque observatur. Alter conductorum, quem A vocamus, figitur in loco acui quam proximo. Alter B simul acui quam proxime ponatur et igitur cognoscatur

$\frac{F\,(B)}{F\,(A)} = \alpha$. Nunc B continuo in alia tubi puncta 1. 2. 3 caet. locetur, et ita determinetur:

$$\frac{F_1\,(B)}{F\,(A)} = \beta, \; \frac{F_2\,(B)}{F\,(A)} = \gamma, \frac{F_3(B)}{F\,(A)} = \delta \ldots .$$

Si nunc B figatur et A variis distantiis ponamus determinari potest:

$$\frac{F(A)}{F(B)} = \alpha_1 = \frac{1}{\alpha}, \frac{F_1(A)}{F\ (B)} = \beta_1, \frac{F_2(A)}{F\ (B)} = \gamma_1, \ldots.$$

Unde

$$F(A) = F(A),\ F_1(A) = \alpha\beta_1\, F(A),\ F_2(A) = \alpha\gamma_1\, F(A)$$
$$F(B) = \alpha F(A), F_1(B) = \beta F(A), F_2(B) = \gamma F(A), \text{caet.}$$

Igitur etsi prorsus formam et dimensiones volutionum caet. ignoramus, instrumentum, quod confecit LAMONT, determinationem relativam fluminum, tum debilium, tum fortiorum praebere potest. In omni nempe comparatione fluminum una et eadem observetur declinatio, quam nanciscimur si conductores circulares variis distantiis ponamus, et directione eadem aut contraria flumen perducamus.

Si verbi causa invenimus declinationem constantem α effici duobus fluminibus, si alterum J directione contraria circulum A distantia 3 et circulum B distantia 2 percurrat et alterum J_1 circulum A distantia 2 et B distantia 1, verum eadem directione ita ut uterque acum directione opposita declinare cogat, habebimus

$$J\,(F_3(A) + F_2(B)) = J_1\,(F_2(A) - F_1(B))$$
$$J\,(\alpha\delta_1 + \gamma)\,F(A) = J_1\,(\alpha\gamma_1 - \beta)\,F(A)$$
$$\frac{J}{J_1} = \frac{\alpha\gamma_1 - \beta}{\alpha\delta_1 + \gamma}.$$

Eodem modo momentum rotationis copiae cuiusdam volutionum cum momento rotationis unius circuli comparari potest, et volutiones illae cuiusvis formae et positionis esse possunt.

CAPUT OCTAVUM.

DE METHODO, QUA VIRES ELECTROMOTRICES RHEOMOTORUM DETERMINARI POSSUNT.

Disquisitio de intensitate fluminum in variis brachiis, in quibus vires electromotrices cognitae adsunt et quae certas habent resistentias, casum particularem affert, qui methodum praebet, cuius ope vis electromotrix variorum Elementorum cognosci potest. Convenientia tanta intercedit hancce methodum inter et ea, de quibus egimus in superioribus Capitibus, ut omittere non possimus eam breviter memorare.

Si in form. (1), (2), (3) Cap. VI supponitur $K = 0$ $P_1 = -P_1$ habemus

$$i = \frac{P_1 r_2 - P_2 r_1}{r r_1 + r r_2 + r_1 r_2} \ldots\ldots (1)$$

$$i_1 = \frac{P_1 (r_2 + r) + P_2 r}{r r_1 + r r_2 + r_1 r_2} \ldots\ldots (2)$$

$$i_2 = -\frac{P_2 (r_1 + r) + P_1 r}{r r_1 + r r_2 + r_1 r_2} \ldots\ldots (3)$$

i est igitur $= 0$ Quum:

$$P_1 r_2 = P_2 r_1 \text{ vel } \frac{P_2}{P_1} = \frac{r_2}{r_1}.$$

Cognita igitur ratione $\frac{r_2}{r_1}$ etiam ratio virium electromotricium cognita erit. $\frac{r_2}{r_1}$ modo prorsus eodem definiri potest, quem in Cap. V descripsimus. Etiam hic habemus:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\Delta r_2}{\Delta r_1},$$

et regula practica, quae hic applicari debet, prorsus est eadem de qua egimus pag. (31).

Duo Elementa, quorum vis electromotrix definienda est, tantum coniungenda sunt ut docetur Fig. 4ª,

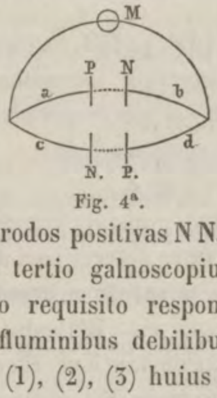

Fig. 4ª.

in qua P P. electrodos positivas N N. negativas significant. In brachio tertio galnoscopium M est inserendum, quod modo requisito respondeat necesse est, ut sensibile sit fluminibus debilibus percurrentibus.

Si in formulis (1), (2), (3) huius Capitis P_2 invertitur, id est, si in Fig. 4ª alterum Elementorum invertitur, habemus

$$i^1 = \frac{P_1 r_2 + P_2 r_1}{rr_1 + rr_2 + r_1 r_2} \ldots\ldots (4)$$

$$i_1{}^1 = \frac{P_1 (r_2 + r) - P_2 r}{rr_1 + rr_2 + r_1 r_2} \ldots\ldots (5)$$

$$i'_2 = \frac{P_2(r_1 + r) - P_1 r}{r r_1 + r r_2 + r_1 r_2} \; \ldots\ldots (6)$$

Igitur i' numquam erit $= 0$, i'_1 et i'_2 autem disparent si

$$\frac{r}{r_2 + r} = \frac{P_1}{P_2} \quad \frac{r}{r_1 + r} = \frac{P_2}{P_1},$$

Si nunc in alterum brachiorum, in quo Elementum adest, quod cum alio comparari debet, galvanoscopium ponatur, resistentiae ita institui possunt ut persuasum nobis sit, esse:

$$\frac{r}{r_1 + r} P_1 = P_2$$

ex quo igitur ratio $\frac{P_2}{P_1}$ determinari potest si ratio

$\frac{r}{r_1 + r}$ nobis innotuit. Poggendorff hancce methodum exposuit in Ann. LIV, p. 161, eamque praecipue commendavit pro Elementis inconstantibus, quia per Elementum, cuius vis electromotrix cum alio, cuius iam cognita est, comparari debet, flumen non percurrit, quum est $i'_2 = 0$.

Si vero methodum, quam proposuit POGGENDORFF adhibeas, r et r_1 antea determinari debent et, ut recte metiamur, iterum si mensura accurata erit, instrumentis correctis opus est. Methodus, quam equidem proposui et pro inconstantibus Elementis valere videtur. Si nempe utraque fila abrumpuntur et simul iaciuntur in receptaculum mercurii, quod cum r coniunctum est, circuitus unum tantum temporis punctum claudi debet ut, si resistentiae non satis accurate institutae sint, acus declinationem praebeat. Ut polarisatio nascatur, temporis aliquo intervallo opus est, et facile est, tempus, per quod flumen ducitur per Elementum inconstans, tam parvum reddere, ut polarisatio, quae nata est, nihili sit momenti. Si autem primum tantum impetum acus observamus, polarisatio ne minima quidem oriri potest. Resistentia r cognita sit non est necesse et r_1 et r_2 modo cognito simplicissimo determinari possunt. Si autem fila coniunctionis a, b, c, d, quod facillime fieri postest, brevissima reddimus, vel si eorum resistentiae cognitae sunt, determinatio rationum virium electromotricium simul praebet rationem resistentiarum in Elemento.

Ill. POGGENDORFF in Ann. LV. p. 43. proposuit combinationem formularum (1) et (4) adhibere ad determinandum maximum, quod vocat, intensitatis Rheomotoris. Ex form. scilicet facillime invenitur

$$\frac{i^1+i}{i^1-i}=\frac{P_1r_2}{r_1P_2}\ldots\ldots(7)$$

$\frac{P_1}{r_1}$ est maximum intensitatis fluminis quod Rheomotor, cuius vis electromotrix est $=P_1$, praebere potest, quum r_1 ipsius resistentiam significat et ita caeteri in r_1 occurrentes conductores negligi possunt. $\frac{P_1}{r_1}:\frac{P_2}{r_2}$ illarum duorum Rheomotorum quantitatum maximarum est ratio, quae determinatur metienda i^1 et i ope buxolae sinuum et substitutis valoribus observatis in form. (7). Itaque etiam in hac determinatione opus est, ut utamur instrumento accurate constructo, dum insuper incommodum affert, circuitum per temporis aliquod spatium clausum retinendum esse ut scilicet deviatio acus rite observari possit. Sic oriuntur polarisationis vel depolarisationis perturbationes, quae observationes minus iustas reddunt, et praesertim, ut POGGENDORFF monuit, in casu, in quo form. (4), (5), (6), valent, quum nempe Elementa directione contraria coniuncta sunt. (Cf. Pogg. Ann. LV. p. 33). Credimus simplicem methodum a nobis propositam, quae galvonoscopium tantum, neque ad metiendum aptum instrumentum, et flumen brevissimum poscit, esse praeferendam [1]). Sequentes observationes sint pro exemplo.

1) In r_1 ponebatur Elementum secundum DANIELL in r_2 duo eiusdem constructionis. Tres conductores (quorum resistentiarum ratio ope galvanometri differentialis accurate erat determinata) locabantur in r_2, quum in r_1 Rheostati resistentia augeretur.

Ponendo uno conductorum in r_1, Rheostati volutiones minui debebant numero quodam volutionum unde restistentiae trium conductorum operatione cognita innotuerant. Erat nempe

$$B = 75.72$$
$$C = 149.70$$
$$D = 284.10.$$

Sequentes valores praebent numerum volutionum quo Rheostatum augeri debebat, si in r_2 B, C, D inferebantur.

---

[1]) Etiam ope Wheatstonii dispositionis cap. IV vires electromotrices comparari possunt. Quum enim in r_0 alterum Elementum ponitur et est $r_1 = r_2 = r_3 = r_4$ galvanoscopium in r_1 positum non movebitur quum est $P_0 r = P r_0$. Si P_0 vis electromotrix in r_0, P ea est quae in r occurrit. Huius metiendi rationis proprium est, intensitates fluminis in r et r_0 non mutari in illo quum P_0, in hoc quum P auffertur.

$$B_1 = 37.06 \ldots \frac{B_1}{B} = \frac{P_2}{P_1} = \;2.0431$$

$$C_1 = 72.94 \ldots \frac{C_1}{C} = \ldots\ldots \;2.0523$$

$$D_1 = 139.25 \ldots \frac{D_1}{D} = \ldots\ldots \;2.0402$$

$$B_1 = 37.37 \ldots \frac{B_1}{B} = \ldots\ldots \;2.0262$$

$$C_1 = 72.62 \ldots \frac{C_1}{C} = \ldots\ldots \;2.0614$$

$$D_1 = 139.25 \ldots \frac{D_1}{D} = \ldots\ldots \;2.0402$$

$$B_1 = 37.25 \ldots \frac{B_1}{B} = \ldots\ldots \;2.0328$$

$$C_1 = 72.56 \ldots \frac{C_1}{C} = \ldots\ldots \;\underline{2.0631}$$

$$2.0494$$

Eodem modo comparabatur Elementum GROVII in r_2 positum cum Elemento DANIELLII in r_1. Erat:

$$C_1 = 84.94 \ldots \frac{C_1}{C} = \ldots\ldots \;1.7624$$

$$B_1 = 42.62 \ldots \frac{B_1}{B} = \ldots\ldots \;1.7768$$

$$C_1 = 84.62 \ldots \frac{C_1}{C} = \ldots\ldots \;1.7691$$

$$B_1 = 42.47 \ldots \frac{B_1}{B} = \ldots\ldots \;1.7829$$

$$C_1 = 83.81 \ldots \frac{C_1}{C} = \ldots\ldots \;1.7862$$

$$B_1 = 42.44 \ldots \frac{B_1}{B} = \ldots\ldots \;\underline{1.7842}$$

$$1.7769.$$

Diminutio, quae observatur, continua in indicationibus Rheostati pro iisdem restitentiis, quae praesertim in serie 2ª apparet, est phaenomenon, quod semper in utendo Rheostato accidit. Volvendo enim Rheostato filum paululum longius et igitur magis tenue fit, quo cuiusvis volutionis resistentia augetur.

Rationem $\frac{P_2}{P_1}$ in prima serie non exacte fuisse $= 2$ facile explicatur ex cupro, aut amalgamate zinci vel liquidorum compositione in tribus Elementis non prorsus homogeneis.

Ut modo descripto vires electromotrices fluminum hydro-electricorum determinari possunt, sic eius ope etiam flumina magneto-electrica, quod ad vires electromotrices, comparari possunt.

Breviter exponamus, quomodo, ut iam determinationem momentorum rotationis et virium electromotricium ad determinationes resistentiarum referebamus, etiam eadem methodo magnetismum baculorum magneticorum et efficaciam spirarum, in quibus flumen inducitur, cognoscere liceat.

Elementa in fig. (4) P N et P. N. amoveantur et excipiantur spiris metallicis in quibus, eodem temporis momento quovis modo, ope magnetum flumina inducuntur, ita ut eadem directione fila transcurrant ac in utendo Elementis. Vocemus duas magnetes m_1 et m_2 et spiras s_1 et s_2. Vis electromotrix quae in spira s_1 inducitur, pendebit ab intensitate magnetismi magnetis m_1 et a formâ, numero, positione volutionum spirae s_1. Sit efficacia spirae m_2 volutionum $= \sigma_2$ (unitate quâdam expressa), est vis eleotromotrix magnetis m_2 in spira s_2 inducta $k_2 = \sigma_2 \, m_2$ et aequo modo $k_1 = \sigma_1 \, m_1$.

Determinetur iam, ut in Elementis hydro-electricis fecimus, valor $\frac{k_1}{k_2} = \frac{\sigma_1 m_1}{\sigma_2 m_2} = \alpha$ ope aequationum

$$k_1 r_2 = k_2 r_1$$

$$k_1 (r_2 + \triangle r_2) = k_2 (r_1 + \triangle r_1).$$

Invertamus iam magnetes ita ut magnes m_1 flumen electricum in s_2, m_2 autem in s_1 inducat. Inveniemus

$$\frac{k^1_1}{k^1_2} = \frac{\sigma_1 m_2}{\sigma_2 m_1} = \beta.$$

Unde

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \sqrt{\alpha\beta} \qquad \frac{m_1}{m_2} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}.$$

THESES.

I.

In disciplinis physicis imprimis operam dari oportet determinandis aut emendandis constantibus physicis.

II.

In galvanismo praesertim determinationes conductibilitatis electricae accuratam revisionem sibi deposcunt.

III.

Methodus differentialis, quam proposuit Ill. BECQUEREL, in his inquisitionibus aptissima videtur.

IV.

Rheostatis, huc usque descriptis, in accuratis mensuris non utendum est.

V.

Iniuria, in notandis declinationibus acus multiplicatoris, vitia ex acus excentricitate orta negliguntur.

VI.

Methodus, quam proposuit PETRINA (POGG. Ann. LVI p. 328.) ad determinandam intensitatem fluminis electrici ope galvanometri, aliis propositis anteponenda videtur.

VII.

Gradus astasiae duarum acuum astatice coniunctarum neque ex systematis illius tempore oscillationis, neque ex deviatione spontanea (vrijwillige afwijking) cognosci potest. Sit t tempus oscillationis systematis astatici, t_1 tempus illud quum altera acuum 180^0 in azimutho vertitur (i. e. quum poli boreales eodem vergunt), astasia datur formula

$$A = \frac{t^2}{t_1^2}.$$

Est autem

$$t = \pi \sqrt{\frac{K + K_1}{M - M_1}}, t^1 = \pi \sqrt{\frac{K + K_1}{M + M_1}},$$

in quibus formulis K et K_1 momenta inertiae, M et M_1 momenta magnetica acuum significant; et ergo $A = \frac{M + M_1}{M - M_1}$.

VIII.

Sensibilitas absoluta multiplicatoris cognosci potest, observata decompositione chemica, quae per tempus definitum deviationi cuidam respondet. Flumen electricum, in multiplicatoribus sensibilibus dividendum est in duo brachia, quorum alterum multiplicatorem continet. Cellula autem, qua liquidum decomponendum continetur non, ut DU BOIS-REYMOND proposuit (Untersuchungen über Thierische Electricität Th. I p. 201), in alterum brachium est locanda, verum in partem indivisam juxta Rheomotorem.

IX.

Minus recte MELLONI in opere: la Thermochrôse, première partie, pag. 136 sqq., ex experimento, quo ingeniose demonstrat, caloris radiantis intensitatem esse in ratione inversa duplicata distantiarum, etiam sequi putat, thermomultiplicatoris deviationes iustam dare caloris radiantis mensuram. Demonstrat tantum eandem quantitatem caloris radiorum semper eandem efficere acus declinationem.

X.

In dispositione viri Ill. DU BOIS-REYMOND (Unters. üb. Thier. El. I p. 213 sqq.) semper diiudicari potest, utrum deviatio acus multiplicatoris flumini electrico ex musculo aut nervo oriundo tribuendum sit, an polarisationi vel viribus electromotricibus electrodorum. Ad hoc propositum fasciculus claudens (Schliessungsbausch) juxta musculum vel nervum super fasciculos adducentes (Zuleitungs-bäusche) locandus est. Si declinatio flumini musculi vel nervi est tribuenda minuetur, in altero vero casu augebitur declinatio.

XI.

Methodus determinandae soni velocitatis, quam proposui (Konst- en Letterbode 1853. N°. 51), in multis casibus apta videtur.

XII.

Nondum methodus cognita est, qua conductibilitas electrica chloridi cupri determinari possit.

XIII.

Liquidorum conductibilitas crescente temperatura augetur, non tamen ita ut conductibilitatis augmentum sit proportionale variationibus temperaturae.

XIV.

Ill. Liebig fermentationem non explicuisse contendi potest.

XV.

Minus recte liebig putat e respiratione omnem calorem animalem explicari posse.

XVI.

In natura neque vis neque materies perit.

XVII.

Nulla scientia sine experientia.

XVIII.

Axiomata, quae dicuntur, in disciplinis mathematicis non sunt nisi hausta ex experientia.

XIX.

Disquisitiones teleologicae in disciplinis physicis non pro argumentis sunt habendae.

XX.

Recte DU BOIS-REYMOND (Unters. üb. Thier. El. Vorrede XXXIX): »Mit einem Worte, die sogenannte Lebenskraft in der Art, wie sie gewöhnlich auf allen Punkten des belebten Körpers gegenwärtig gedacht wird, ist ein Unding."

XXI.

Asteroidarum cognitarum increscens numerus astronomiae paulum prodest.

XXII.

Dipleidoscopium DENTII et prisma transitorium STEINHEILII proposito non respondent.

XXIII.

Sextantes circulis, prismatibus vitreis instructis, locum cessisse habendi sunt.

XXIV.

Qui in plantis morbidis inveniuntur fungi causam morbi non efficiunt.