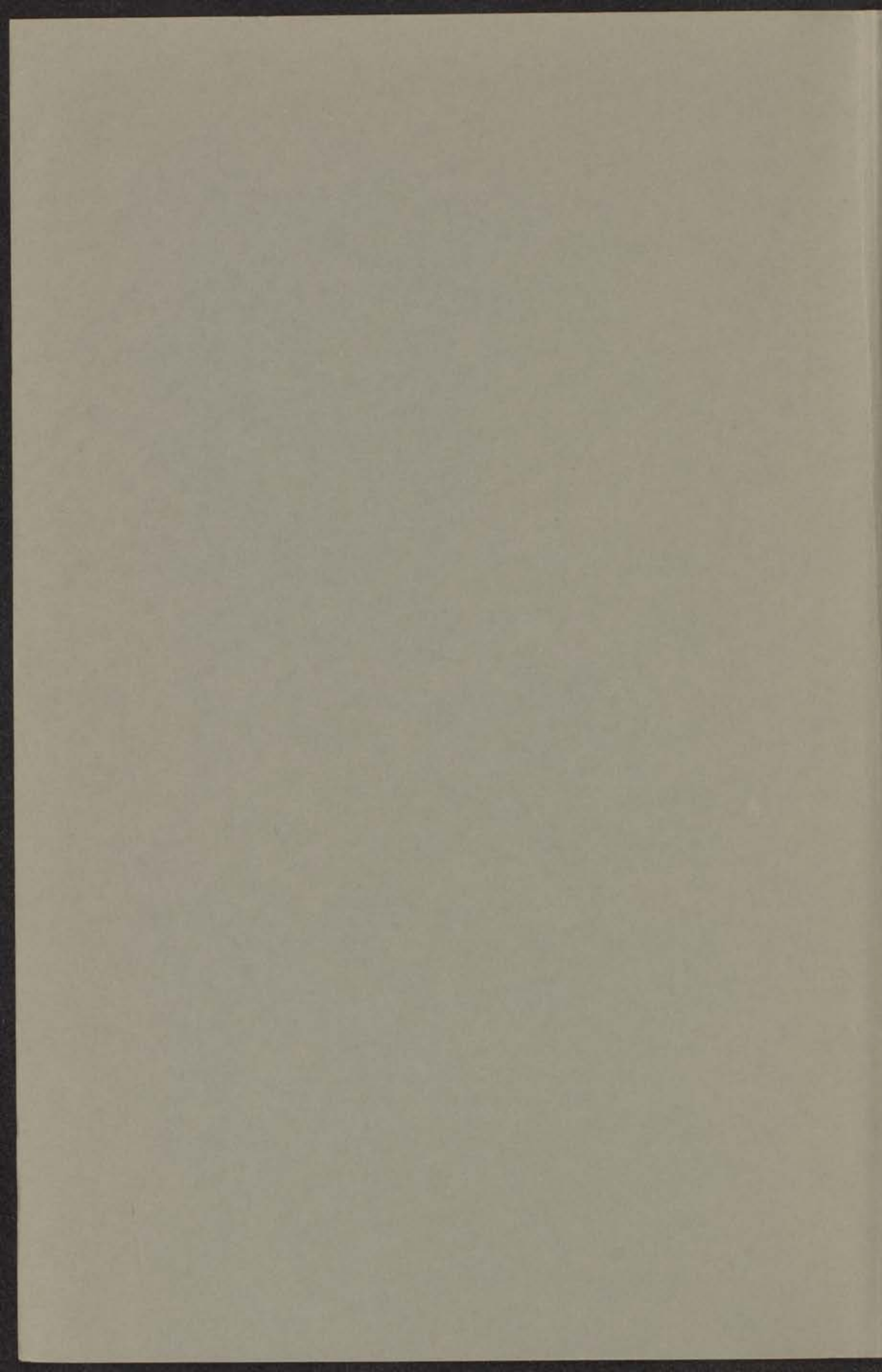


HET FONTEINEFFECT EN HET
MECHANOCALORISCH EFFECT IN
VLOEIBAAR HELIUM BENEDEN 1 °K

G. J. C. BOTS





HET FONTEINEFFECT EN HET MECHANOCALORISCH EFFECT IN VLOEIBAAR HELIUM BENEDEN 1 °K

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DE GRAAD VAN
DOCTOR IN DE WIS- EN NATUURKUNDE
AAN DE RIJKSUNIVERSITEIT TE LEIDEN
OP GEZAG VAN DE RECTOR MAGNIFICUS
DR H. J. LAM, HOOGLERAAR IN DE FACULTEIT
DER WIS- EN NATUURKUNDE,
PUBLIEK TE VERDEDIGEN OP
VRIJDAG 26 JUNI 1959 TE 16 UUR

DOOR

GERARDUS JOANNES CANISIUS BOTS
GEBOREN TE LEIDEN IN 1925



UITGEVERIJ EXCELSIOR - ORANJEPLEIN 96 - 'S-GRAVENHAGE

Promotor Prof. Dr C. J. Gorter



Professor Prof. Dr. C. J. Carter

Dear Mr. Carter
I am very pleased to hear from you

VOORWOORD

Vloeibaar helium heeft vele merkwaardige eigenschappen. Een hiervan is, dat het onder de druk van de verzadigde damp zelfs bij de laagste temperaturen niet in de vaste toestand overgaat. Bovendien treedt bij $2,17^{\circ}\text{K}$ een overgang op. Tussen deze temperatuur - het z.g. lambdapunt - en het kookpunt dat bij $4,2^{\circ}\text{K}$ ligt gedraagt het helium zich in vele opzichten als een normale vloeistof. Beneden het lambdapunt treden niet alleen anomalieën op in de viscositeit en de warmtegeleiding, doch tevens doen zich verschijnselen voor die bij hogere temperaturen in het geheel niet worden gevonden. In verband hiermede spreekt men in het gebied boven het lambdapunt van helium I, beneden deze temperatuur van helium II.

Onder de eigenschappen van helium II nemen het fonteineffect en het mechanocalorisch effect een belangrijke plaats in.

Laat men de vloeistof onder invloed van een drukgradiënt door een nauwe capillair stromen, dan treedt aan de zijde van de hoge druk een stijging van de temperatuur op, terwijl aan de andere zijde de temperatuur daalt. Dit noemt men het mechanocalorisch effect.

Brengt men de volumina aan weerszijden van de capillair op verschillende temperatuur dan vindt een stroming plaats van de koude naar de warme zijde totdat een evenwichtstoestand is bereikt. Dit hydrostatische drukverschil tengevolge van een temperatuurverschil noemt men het fonteineffect. Het werd ontdekt door Allen en Jones in 1938¹⁾.

Beide effecten werden reeds uitvoerig onderzocht in het temperatuurgebied boven 1°K ²⁾. Dit is ongeveer de laagste temperatuur die men kan bereiken door de dampdruk van het helium in de cryostaat te verlagen met behulp van een rotatiepomp. Met een diffusiepompe van zeer grote capaciteit kan men onder gunstige omstandigheden komen tot ongeveer $0,8^{\circ}\text{K}$.

Nog lagere temperaturen verkrijgt men echter door het helium in contact te brengen met een paramagnetisch zout, dat door adiabatische demagnetisatie wordt afgekoeld.

Bij de in dit proefschrift beschreven onderzoeken is deze laatste methode toegepast.

Het fonteineffect werd gemeten in het gebied tussen $0,2^{\circ}\text{K}$ en $1,0^{\circ}\text{K}$. Het mechanocalorisch effect werd aanvankelijk onderzocht tussen $0,4^{\circ}\text{K}$ en $1,0^{\circ}\text{K}$. Later werden ook metingen boven 1°K verricht.

Het proefschrift is in 3 hoofdstukken ingedeeld. In het eerste gedeelte van hoofdstuk I wordt de theorie van het helium II in het kort behandeld. Met behulp van de afgeleide formules worden theoretische waarden voor de beide effecten berekend.

In het tweede gedeelte van dit hoofdstuk wordt gesproken over de methode van de adiabatische demagnetisatie en het meten van temperaturen beneden 1°K .

Hoofdstuk II handelt over het fonteineffect. De experimentele opstelling, de meetmethode en de resultaten worden weergegeven en gediscussieerd.

Op vrijwel analoge wijze wordt in hoofdstuk III het mechanocalorisch effect besproken. Enige details die in de betreffende hoofdstukken een te grote plaats zouden innemen zijn samengebracht in 2 appendices, die aan het einde zijn toegevoegd.

Literatuur

- 1) Allen, J.F., en Jones, H., Nature, London 141 (1938) 243.
- 2) o. a.
 - Kapitza, P.L., J. Phys. U.S.S.R. 5, (1941) 59.
 - Keesom, W.H., en Duyckaerts, G., Commun. No. 271c; Physica 13 (1947), 153.
 - Mellink, J.H., Commun. No. 272a; Physica 13, (1947) 180.
 - Meyer, L., en Mellink, J.H., Commun. No. 272b; Physica 13 (1947) 197.
 - Mellink, J.H. Proefschrift Leiden (1948).
 - Peshkov, V.P., Zh. Eksp. Teor. Fiz., 27 (1954) 351.
 - Winkel, P., Delsing, A.M.G., en Gorter, C.J., Commun. No. 299a; Physica 21 (1955) 312.
 - Winkel, P., Delsing, A.M.G., en Poll, J.D., Commun. No. 299b; Physica 21 (1955) 331.
 - Winkel, P., Broese van Groenou, A., en Gorter, C.J., Commun. No. 299c; Physica 21 (1955) 345.

- Winkel, P., Proefschrift Leiden (1954).
 Van den Meydenberg, C. J. N., Taconis, K. W., Been-
 akker, J. J. M., Wansink, D. H. N., Commun. No. 295c;
 Physica 20 (1954) 157.
 Brewer, D. F., Edwards, D. O., Mendelsohn, K.,
 Proc. Phys. Soc. 71 (1958) 117.

Hoofdstuk I.	INLEIDING	11
	IA. Theoretisch gedeelte	11
	1. Het twee-fluida-model	11
	2. De hydrodynamica van het twee- fluida-model	13
	3. De theoretische achtergrond van het model	20
	4. De berekening van de theoretische waarden van beide effecten uit de samenlijke waarden	24
	IB. Experimenteel gedeelte	28
	1. De methode van de adiabatische de- magnetisatie	28
	2. Het meten van temperaturen be- waken 1°K	30
Hoofdstuk II.	DEI FONTEINEFFECT	
	1. Het principe van de methode	31
	2. Het toestel	37
	3. Hulpparameters buiten de cryo- staf	40
	4. Beschrijving van een experiment	41
	5. Formules en andere gegevens	45
	6. De resultaten	45
	7. Discussie	49
Hoofdstuk III.	DE MECHANOCALORISCH EFFECT	
	1. Het principe van de methode	52
	2. Het toestel	54
	3. Hulpparameters buiten de cryo- staf	58
	4. Beschrijving van een experiment	56
	5. Andere gegevens	57
	6. De resultaten	60

INHOUD

Hoofdstuk I.	INLEIDING	11
	IA. Theoretisch gedeelte	11
	1. Het twee-fluida-model	11
	2. De thermodynamica van het twee-fluida-model	13
	3. De theoretische achtergrond van het model	20
	4. De berekening van de theoretische waarden van beide effecten uit de soortelijke warmte	24
	IB. Experimenteel gedeelte	28
	1. De methode van de adiabatische demagnetisatie	28
	2. Het meten van temperaturen beneden 1°K	30
Hoofdstuk II.	HET FONTEINEFFECT	
	1. Het principe van de meetmethode	36
	2. Het toestel	37
	3. Hulpapparatuur buiten de cryostaat	40
	4. Beschrijving van een experiment	41
	5. Formules en nadere gegevens	43
	6. De resultaten	45
	7. Discussie	49
Hoofdstuk III.	HET MECHANOCALORISCH EFFECT	
	1. Het principe van de meetmethode	52
	2. Het toestel	54
	3. Hulpapparatuur buiten de cryostaat	55
	4. Beschrijving van een experiment	56
	5. Nadere gegevens	57
	6. De resultaten	60

7. Enige resultaten van andere onder- zoekingen	62
8. Slotbeschouwing	62

APPENDICES

1. Enige opmerkingen over superlek- ken	64
2. De "extra" warmtecapaciteit	68

SUMMARY	72
---------	----

Hoofdstuk I

INLEIDING

IA Theoretisch gedeelte

§ 1. *Het twee-fluida-model*.

Voor de beschrijving van de eigenschappen van helium II maakt men in de regel gebruik van het twee-fluida model. Volgens dit model moet helium II worden opgevat als een onscheidbaar mengsel van twee fluida: het normale fluidum en het superfluidum. Het eerstgenoemde gedraagt zich in vele opzichten als een normale vloeistof en vertoont dus o. a. wrijvingsverschijnselen, het superfluidum daarentegen heeft geen viscositeit en geen entropie.

Voor de dichtheid van de vloeistof geldt nu:

$$\rho = \rho_s + \rho_n$$

waarin ρ_s en ρ_n respectievelijk de dichtheden van het superfluidum en het normale fluidum zijn. De concentratie van het normale fluidum $x = \rho_n/\rho$ is een één-éénduidige functie van de temperatuur. Bij het absolute nulpunt is $x = 0$, bij het lambdapunt is $x = 1$.

Boven 1°K blijkt x ongeveer evenredig te zijn met T^6 , beneden 0,6°K met T^4 .

De belangrijkste eigenschappen van helium II laten zich met behulp van het model als volgt beschrijven:

a) het mechanocalorisch effect.

Laten wij helium II onder invloed van een drukgradiënt door een nauwe capillair stromen, dan zal vrijwel uitsluitend superfluidum worden getransporteerd. In het volume aan de zijde van de hoge druk neemt x door het wegstromen van het superfluidum toe, zodat de temperatuur stijgt. Aan de zijde van de lage druk wordt door het binnenstromende superfluidum juist een verlaging van x en dus van de temperatuur veroorzaakt.

b) Het fonteineffect

Worden de volumina aan weerszijden van de capillair op verschillende temperatuur gehouden dan veroorzaakt het met het temperatuurverschil gepaard gaande concentratieverschil een diffusiekracht, die het normale fluidum naar de koude zijde en het superfluidum naar de warme zijde wil verplaatsen, teneinde dit concentratieverschil op te heffen. Het superfluidum kan ongehinderd door de capillair stromen, het normale fluidum daarentegen slechts zeer langzaam. Er vindt dus een transport plaats naar de warme zijde totdat het hydrostatische drukverschil dat aldus ontstaat de op het superfluidum werkende diffusiekracht compenseert. Het hydrostatische drukverschil activeert echter juist de stroming van het normale fluidum naar de koude zijde.

Voor de stationnaire toestand geldt nu:

$$\rho_s \bar{v}_s + \rho_n \bar{v}_n = 0 \quad (1,01)$$

waarin \bar{v}_s en \bar{v}_n respectievelijk de gemiddelde snelheden van het superfluidum en het normale fluidum in de capillair zijn. Het stromingsbeeld in de stationnaire toestand wordt dus beheerst door de viscositeit van het normale fluidum en de wijde van de capillair.

c) De warmtegeleiding

De voorafgaande beschouwing kunnen wij als volgt uitbreiden: Om de temperaturen in de beide volumina constant te houden moet aan de warme zijde voortdurend energie worden toegevoerd om het binnenstromende superfluidum in normaal fluidum om te zetten. Het normale fluidum voert deze energie af naar de koude zijde. Hier vindt omzetting van normaal fluidum in superfluidum plaats waarbij warmte aan de omgeving wordt afgestaan. Er is dus sprake van een convectief warmtetransport dat per eenheid van doorsnede wordt gegeven door:

$$w = \rho S T \bar{v}_n \quad (1,02)$$

waarin S de entropie per gram helium voorstelt bij de temperatuur T .

d) Het "second sound"

Een zeer belangrijke consequentie van het twee-fluida model is, dat naast het gewone geluid nog een tweede soort golfvoortplanting in de vloeistof mogelijk moet zijn. De totale dichtheid in een volume-element kan n.l.

constant blijven terwijl de dichtheden van de fluida in tegengestelde zin periodiek variëren. Dit "second sound" werd reeds in 1938 door Tisza¹⁾ voorspeld en het eerst waargenomen door Peshkov in 1942.

Kort na de formulering van het twee-fluida model door Tisza in 1938 leidde H. London²⁾ voor het fontein effect en het mechanocalorisch effect de formules af:

$$\frac{dp}{dT} = \rho S \quad (1,03)$$

en

$$Q = TS \quad (1,03a)$$

Dit waren dus de eerste relaties op grond van het twee-fluida model waarvan de geldigheid experimenteel kon worden nagegaan.

In 1949 werd door Gorter³⁾ voor het fontein effect de formule voorgesteld:

$$\frac{dp}{dT} = \rho x \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right) \quad (1,04)$$

Hierbij is de entropie van het superfluidum niet a priori gelijk aan nul verondersteld.

De hier weergegeven formules hebben alle betrekking op de limietwaarden die de beide effecten kunnen bereiken onder nader te omschrijven voorwaarden.

De verdere indeling van dit hoofdstuk is nu als volgt:

In § 2 zullen wij de thermodynamische afleidingen van de formules in het kort weergeven, en de bedoelde voorwaarden nader bespreken.

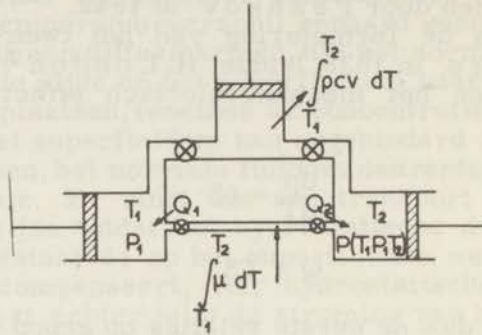
In § 3 worden de thermostatische en quantummechanische beschouwingen die aan het twee-fluida model ten grondslag liggen - eveneens in het kort - weergegeven.

In § 4 worden met behulp van de formules van London theoretische waarden voor de beide effecten berekend uit de soortelijke warmte.

§ 2. *De thermodynamica van het twee-fluida model*

H. London²⁾ beschouwde bij de afleiding van zijn formule een systeem bestaande uit 2 volumina, onderling

verbonden door een capillair en tevens beide in verbinding staande met een hulpvolume. (zie fig. 1, 1a).



Figuur 1, 1a. Het kringproces volgens H. London.

• In het volume 1 heerst de druk p_1 en de temperatuur T_1 , in het volume 2 heeft de temperatuur de waarde T_2 .

De druk in volume 2 wordt bepaald door p_1 , T_1 en T_2 . In een geheel reversibel gedacht proces worden nu v cm³ van 1 naar 2 verplaatst via de capillair, en daarna onder gelijkblijvende druk en temperatuur naar het hulpvolume getransporteerd. Hier worden de druk en de temperatuur weer op de oorspronkelijke waarde gebracht, waarna de hoeveelheid weer naar volume 1 wordt teruggevoerd.

Tijdens het proces wordt arbeid verricht bij de verplaatsing door de capillair en in het hulpvolume.

De totale arbeid bedraagt:

$$pv - p_1v_1 - \int_{v_1}^v pdv = \int_{p_1}^p vdp = \int_{T_1}^{T_2} v \frac{\partial p}{\partial T} dT \quad (1,05)$$

Tengevolge van het mechanocalorisch effect wordt in de volumina 1 en 2 warmte opgenomen (resp. Q_1 en Q_2 , waarvan Q_1 negatief is). Ter aanpassing aan de plaatselijke temperatuur wordt tevens warmte opgenomen tijdens de stroming door de capillair, terwijl in het hulpvolume warmte aan de omgeving wordt afgestaan (resp.

$$\int_{T_1}^{T_2} \mu dT \text{ en } \int_{T_1}^{T_2} \rho vcdT, \text{ waarin } \mu \text{ de warmte voorstelt die}$$

het helium opneemt bij stroming van een plaats met temperatuur T naar een plaats met temperatuur $T + dT$, en c de soortelijke warmte is).

De beide hoofdwetten van de thermodynamica geven voor dit proces:

$$- \int_{T_1}^{T_2} v \frac{\partial p}{\partial T} dT + Q_1 + Q_2 + \int_{T_1}^{T_2} (\mu - \rho v c) dT = 0 \quad (1,06)$$

en

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \int_{T_1}^{T_2} \frac{\mu - \rho v c}{T} dT = 0 \quad (1,07)$$

Differentiatie naar T_2 levert:

$$- v \frac{dp}{dT} + \frac{\partial Q}{\partial T} + \mu - \rho v c = 0 \quad (1,08)$$

en

$$\frac{1}{T} \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right) - \frac{Q}{T} + \frac{\mu - \rho v c}{T} = 0 \quad (1,09)$$

Hieruit volgt:

$$- v \frac{dp}{dT} + \frac{Q}{T} = 0 \quad (1,10)$$

en

$$\mu - \rho v c = - T \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{Q}{T} \right) \quad (1,11)$$

In dit stadium van de afleiding wordt het twee-fluida model ingevoerd. De capillair wordt zo nauw gedacht dat alleen het superfluidum er doorheen kan stromen. De entropie van dit fluidum wordt gelijk aan nul verondersteld waaruit volgt: $\mu = 0$.

Hiermede gaat (1,11) over in:

$$\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{Q}{T} \right) = \rho v \frac{c}{T} = \rho v \frac{\partial S}{\partial T} \quad (1,12)$$

of

$$\frac{Q}{T} = \rho \cdot v S \quad (1,13)$$

Dit ingevuld in (1,10) geeft:

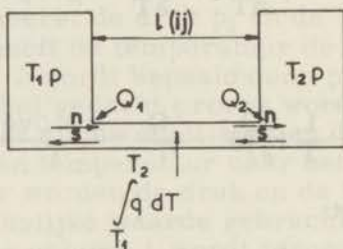
$$\frac{dp}{dT} = \rho S \quad (1,14)$$

De formules (1,13) en (1,14) zijn respectievelijk de formules voor het mechanocalorisch effect en het fonteineffect. Uit (1,14) vinden wij voor het differentiële fonteineffect uitgedrukt in cm helium per milligraad:

$$f = \frac{S}{g} \quad (1,15)$$

waarin g de gravitatieconstante is.

Bij het door Gorter³⁾ beschouwde kringproces zijn de volumina alleen door de capillair verbonden (zie fig. 1, 1b). Voor de temperaturen geldt $T_1 < T_2$. Er worden



Figuur 1, 1b. Het kringproces volgens Gorter.

twee fictieve volumekrachten K_n en K_s ingevoerd ($K_s = -K_n$), die de door het temperatuurverschil ontstane diffusiekrachten compenseren. Wij veronderstellen nu dat er een verplaatsing van de fluida geschiedt op zodanige wijze, dat door elke doorsnede van de capillair m gram normaal fluidum stroomt naar de warme zijde en m gram superfluidum naar de koude zijde. Ook bij dit proces moet aan de volumina warmte worden toegevoerd teneinde de temperaturen constant te houden (resp. Q_1 en Q_2 , waarvan Q_2 negatief is). De warmte die aan de capillair moet worden toegevoerd wordt per lengte-eenheid gegeven door:

$$Q_t = mq(T) \frac{dT}{dy}$$

Wij schrijven voor het proces weer de twee hoofdwetten van de thermodynamica op:

$$m \int_{T_1}^{T_2} \frac{K}{x(1-x)} \frac{1}{\rho} \frac{dy}{dT} dT + Q_1' + Q_2' + m \int_{T_1}^{T_2} q(T) dt = 0 \quad (1,16)$$

$$\frac{Q_1'}{T_1} + \frac{Q_2'}{T_2} + m \int_{T_1}^{T_2} \frac{q(T)}{T} dT = 0 \quad (1,17)$$

Hieruit verkrijgen wij:

$$\frac{m}{\rho} \frac{dp}{dT} = x \frac{Q'}{T} \quad (1,18)$$

Bevindt zich M gram helium in volume 1 dan geldt:

$$Q' = T \left(\frac{\partial MS}{\partial x} \right) \partial x = T \left(\frac{\partial MS}{\partial x} \right) \frac{m}{M}$$

of:

$$Q' = mT \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_T \quad (1,19)$$

Hieruit volgt:

$$\frac{dp}{dT} = \rho x \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_T \quad (1,20)$$

De formule van London is eveneens afgeleid door Tisza⁴⁾ echter onder de voorwaarde dat de specifieke entropie van het normale fluidum onafhankelijk is van de temperatuur, dus:

$$S = xS_\lambda$$

waarin S_λ de entropie per gram helium bij het lambda-punt voorstelt.

Volgens de beschouwing van Gorter is voor de geldigheid van London's formule nodig en voldoende dat

$$S = xf(T, p)$$

Immers dan is :

$$x \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_T = S$$

Zoals reeds is opgemerkt, heeft zowel de afleiding van London als die van Gorter betrekking op een geheel reversibel gedacht proces.

Door de Groot, Jansen en Mazur⁵⁾ werd de formule (1,20) echter eveneens afgeleid met behulp van de thermodynamica van de irreversibele processen op grond van de Onsager-relaties.

Wij zullen ons nu in het vervolg tot de formulering van London beperken.

Het lineaire verband tussen de gradiënten van druk en temperatuur werd experimenteel gevonden voor nauwe spleten en niet te grote temperatuurgradiënten. In wijde spleten bleek het fonteineffect en ook de warmtestroom niet meer evenredig te zijn met de temperatuurgradiënt doch kleiner.

Naar aanleiding hiervan stelden Gorter en Mellink⁶⁾ de hypothese van de wederkerige wrijving op.

Naast de gradiënten van druk en temperatuur en de alleen op het normale fluidum werkende Poiseuillekracht zou deze wederkerige wrijving mede het gedrag van de vloeistof bepalen. Het duidelijkste beeld van deze krachten verkrijgt men door voor elk der beide fluida afzonderlijk een bewegingsvergelijking op te stellen. Deze luiden respectievelijk voor het superfluidum en het normale fluidum:

$$\rho_s \frac{dv_s}{dt} = - \frac{\rho_s}{\rho} \text{grad } P + \rho_s S \text{ grad } T - \underline{F}_s (v_s, v_n) \quad (1,21)$$

$$\rho_n \frac{dv_n}{dt} = - \frac{\rho_n}{\rho} \text{grad } P - \rho_n S \text{ grad } T + \eta_n (\nabla^2 v_n + \frac{1}{3} \text{grad div } v_n) + \underline{F}_n (v_s, v_n) \quad (1,22)$$

Hierin is η_n de viscositeit van het normale fluidum en ∇^2 de Laplace operator.

Volgens Gorter en Mellink geldt voor de wrijvingskrachten:

$$\underline{F}_s = \underline{F}_n = A \rho_n \rho_s (v_s - v_n)^3 \quad (1,23)$$

Atkins⁷⁾ formuleert de wrijvingskrachten nog algemener, door aan te nemen dat naast de wederkerige wrijving ook op elk der fluida afzonderlijk nog krachten kunnen werken.

Door hem wordt voorgesteld:

$$F_s = F_1 (y_s - y_n) - F_2 (y_s)$$

en

$$F_n = F_1 (y_s - y_n) - F_3 (y_n)$$

Naast de hier weergegeven formuleringen bestaan nog die van Landau⁸⁾, Prigogine en Mazur⁹⁾, Usui¹⁰⁾ en Zilsel¹¹⁾ waarop wij niet nader ingaân.

Experimenteel blijkt dat de wrijvingsverschijnselen bij geringe snelheden van de fluida verwaarloosbaar klein zijn en eerst van belang worden wanneer de snelheid van het superfluidum een bepaalde waarde (de z. g. kritische snelheid) overschrijdt. Aan deze kritische snelheid en de daarmee samenhangende verschijnselen werden reeds uitvoerige onderzoeken gewijd³⁶⁾.

Voor onze experimenten die ten doel hadden de limietwaarden van het fonteineffect en het mechanocalorisch effect te bepalen moest er dus voor gezorgd worden dat de wrijvingsverschijnselen geen rol konden spelen.

Dit werd bereikt door de verbinding tussen de volumina zo nauw te maken, dat het normale fluidum vrijwel geheel werd tegengehouden (limiet). Immers, in de stationnaire toestand is het linkerlid van (1,21) gelijk aan nul. Bovendien geldt:

$$\rho_s \bar{v}_s + \rho_n \bar{v}_n = 0$$

Uit $\bar{v}_n = 0$ volgt direct dat ook $\bar{v}_s = 0$, en dus dat $F_s = 0$. De formule (1,21) gaat aldus over in de formule van London. Aan een dergelijke verbinding tussen de volumina waarvoor dus geldt: $\lim \bar{v}_n = 0$, en die dus uitsluitend het superfluidum doorlaat wordt in de regel de naam "superlek" gegeven.

§ 3. *De theoretische achtergrond van het twee-fluida model*

Het ligt niet in de bedoeling hier uitvoerig in te gaan op de thermostatische en quantummechanische beschouwingen die aan het twee-fluida model ten grondslag liggen. Slechts de hoofdzaken zullen worden behandeld. Voor de bijzonderheden wordt verwezen naar de nader te noemen publicaties.

De twee hoofdlijnen van de "microscopische" theorieën betreffende helium II zijn:

- a) De theorie van de Bose-Einstein condensatie van F. London¹²⁾ en Tisza¹⁾ (1938).
- b) De theorie van de elementaire excitaties van Landau (1941).

- a) De theorie van de Bose-Einstein condensatie.

F. London vergeleek de helium I - helium II-overgang bij het lambdapunt met het degeneratieverschijnsel dat beneden een bepaalde temperatuur optreedt in een ideaal B.E. gas. Wanneer in een dergelijk gas de temperatuur tot beneden een bepaalde waarde daalt komt een gedeelte van de atomen in de laagste energietoestand. Zij "condenseren" a.h.w. in de impulsruimte. De faseovergang bij de overgangstemperatuur is van de derde orde; de soortelijke-warmtekromme vertoont een knik.

De toepassing van deze theorie op vloeibaar helium levert moeilijkheden op omdat, in tegenstelling met een ideaal gas, de wisselwerking tussen de atomen niet verwaarloosbaar klein is. De soortelijke-warmtekromme van helium vertoont bij het lambdapunt dan ook geen knik maar een sprong. Wel bedraagt de overgangstemperatuur die men voor het "gas" van heliumatomen berekent ongeveer 3°K en deze stemt dus redelijk overeen met de temperatuur van het lambdapunt.

Verschillende pogingen zijn gedaan om de wisselwerking tussen de atomen in rekening te brengen en daardoor een betere overeenstemming te verkrijgen tussen de theoretische en de experimentele soortelijke-warmte-curve.

Bijl, de Boer en Michels¹³⁾ namen aan dat er een energie Δ nodig is om een deeltje van de nultoestand in de eerste aangeslagen toestand te brengen. Inderdaad verandert hierdoor de derde-orde-overgang in een van de tweede orde.

Friedman en Butler¹⁴⁾ hebben een verdelingsfunctie beschouwd waarbij rekening werd gehouden met de interacties.

Zij vonden $T = 2,4^{\circ}\text{K}$, terwijl ook de theoretische soortelijke-warmtecurve beter overeenstemde met de experimentele curve.

b) De theorie van de elementaire excitaties.

In tegenstelling tot Tisza en F. London die trachten de overgang bij het λ -punt te verklaren ging Landau uit van de situatie nabij het absolute nulpunt. Daar de nulpuntsenergie van helium groot is en de aantrekkende krachten tussen de atomen zwak zijn, is het helium bij deze temperatuur nog steeds vloeibaar. De vloeistof is in de quantummechanische grondtoestand; zij is ideaal, d. w. z. vertoont geen wrijvingsverschijnselen. Bij stijging van de temperatuur ontstaan in deze achtergrondvloeistof de z. g. excitaties, waarin de energie is gerepresenteerd. De excitaties gedragen zich in zekere zin als deeltjes. Zij kunnen onderling en ook met de wand botsen en daarbij energie overdragen en zijn verantwoordelijk voor de normale eigenschappen van de vloeistof zoals de viscositeitsverschijnselen.

Dat de achtergrondvloeistof superfluide eigenschappen heeft toonde Landau als volgt aan:

Bij stroming door een buis wordt, als er sprake is van wrijving, kinetische energie omgezet in warmte. Dit houdt dus in dat er excitaties moeten worden gecreëerd. Landau wees er op dat dit alleen kan geschieden wanneer de snelheid van de vloeistof groter is dan een bepaalde waarde. Bij kleinere snelheden kunnen dus geen wrijvingsverschijnselen optreden.

De excitaties die optreden kunnen in twee groepen worden verdeeld:

de phononen en de rotonen.

De phononen zijn gequantiseerde geluidsgolven met een golflengte die groot is in vergelijking met de atomaire afstanden. De vloeistof is dus voor deze soort excitaties op te vatten als een continuum. Voor de impulsie en de energie van een phonon geldt respectievelijk:

$$\underline{p} = \hbar \underline{k} \quad (1,24)$$

en

$$\epsilon = v_1 p \quad (1,25)$$

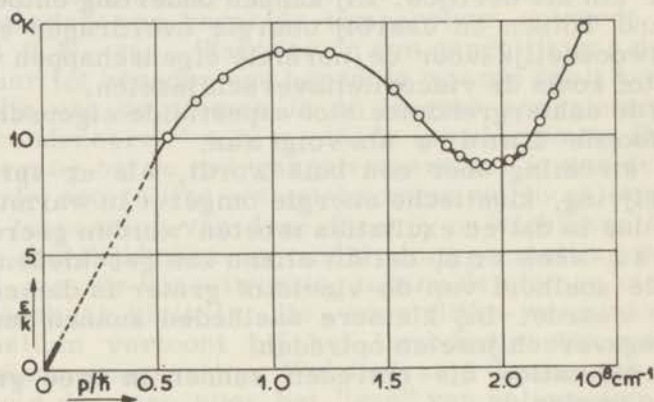
waarin k de repetentie en v_1 de gewone geluidssnelheid is.

Voor het aanslaan van een roton is een minimumenergie Δ nodig. Het verband tussen de energie en de impulsie van een roton wordt gegeven door:

$$\epsilon = \Delta + \frac{(p - p_0)^2}{2\mu} \quad (1,26)$$

waarin μ een effectieve massa is. $\Delta/k \cong 9^\circ\text{K}$ (k is de constante van Boltzmann), $\mu \cong 0,2 m$ als m de massa van een heliumatoom is. De golflengte h/p van een roton bedraagt ongeveer $3,1 \times 10^{-8}$ cm en is dus van dezelfde orde van grootte als de afstanden tussen de atomen, $p/h \cong 2 \times 10^8$ cm $^{-1}$.

Bij de temperaturen van helium II zijn alleen fononen met kleine impulsie en rotonen in de omgeving van het minimum aangeslagen (zie fig. 1,2).



Figuur 1,2. Het verband tussen de energie en de impulsie van de excitaties in helium II. Meetpunten van Yarnell (zie tekst).

In de oorspronkelijke formulering van Landau was vooral het karakter van de rotonen weinig duidelijk. Door Kramers¹⁵⁾ en Feynman¹⁶⁾ werd aangetoond dat de rotonen in verband staan met de atomaire structuur van het helium; Feynman en Cohen bevestigden de veronderstelling van Landau dat een roton moest worden opgevat als een wervelbeweging in de vloeistof. Het is de kleinst mogelijke gesloten wervellijn. Slechts een atoom tegelijk kan zich door het centrum bewegen.

Een zeer fraaie experimentele bevestiging van het hierboven beschreven excitatiespectrum werd gegeven door Palevsky, Otnes, Larsson, Pauli en Stedman¹⁷⁾ in Stockholm, door Yarnell, Arnold, Bendt en Kerr¹⁸⁾ in Los Alamos en door Henshaw¹⁹⁾ in Chalk River. Deze onderzochten de verandering van de impulsie en de energie van thermische neutronen, veroorzaakt door niet-elastische verstrooiing aan vloeibaar helium.

Daar de energie die hierbij aan de vloeistof wordt afgestaan gebruikt wordt om een excitatie te creëren kon het verband tussen de impulsie en de energie van de excitaties worden bepaald (zie de meetpunten in fig. 1,2).

Het kernpunt van de excitatie-theorie is nu, dat de verzameling excitaties kan worden opgevat als een gas, zolang hun aantal niet te groot, en de onderlinge wisselwerking zwak is. Er moet wisselwerking zijn om te kunnen spreken van een gas in thermodynamisch evenwicht, doch de wisselwerkingsenergie moet ten opzichte van de totale energie van het gas kunnen worden verwaarloosd.

Een verschil met een reëel gas is dat het aantal "deeltjes" zich kan wijzigen. Door toepassing van de thermostatica op het gas kunnen de thermodynamische grootheden worden berekend. Beide gassen volgen de B.E. statistiek. Op het rotonengas mag echter, daar de minimumenergie Δ groot is, de Boltzmann-statistiek worden toegepast. Het phononengas en het rotonengas leveren elk een afzonderlijke bijdrage tot de soortelijke warmte, de entropie enz.

Voor de soortelijke warmte van het phononengas vindt men

$$C_{ph} = \frac{16}{15} \pi^5 \frac{k^4}{h^3} \frac{1}{\rho} \frac{T^3}{v_1^3} \quad (1,27)$$

In het temperatuurgebied beneden 0,6°K waarin vrijwel uitsluitend de phononen een rol spelen is (1,27) experimenteel bevestigd. Hierop komen wij in de volgende paragraaf nog terug.

De afleiding van de macroscopische vergelijkingen van het twee-fluida model uit de excitatietheorie is o. a. gegeven door Kronig²⁰⁾. Door toepassing van de behoudswetten voor de energie en de impulsie op een volume-element van het gas van de excitaties, en van de behoudswet voor de impulsie tevens op de vloeistof als

geheel werden 3 vergelijkingen verkregen. De vierde vergelijking is de continuïteitsvergelijking. Men heeft aldus:

$$\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} + \text{div}(\rho S \underline{v}_n) = 0 \quad (1,28)$$

$$\frac{\partial(\rho_n \underline{w})}{\partial t} = -\rho S \text{ grad } T \quad (1,29)$$

$$\frac{\partial(\rho_n \underline{v}_n + \rho_s \underline{v}_s)}{\partial t} = \text{grad } P \quad (1,30)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho_n \underline{v}_n + \rho_s \underline{v}_s) = 0 \quad (1,31)$$

waarin $\underline{w} = \underline{v}_n - \underline{v}_s$

Bij de afleiding zijn irreversibele effecten en termen van hogere dan de eerste orde in de snelheden verwaarloosd. Tevens is aangenomen dat er steeds sprake is van thermodynamisch evenwicht. De tijd die nodig is om dit evenwicht in te stellen moet dus kort zijn in vergelijking met de tijd waarin de macroscopische grootheden zich waarneembaar wijzigen. In de door Kronig gegeven afleiding wordt alleen over de fononen gesproken, waardoor de geldigheid in feite beperkt blijft tot het temperatuurgebied beneden 0,6°K. Door Khalatnikov²¹⁾ is een algemenere afleiding gegeven die zich niet tot de fononen beperkt.

Uitgaande van de gegevens van Yarnell zijn door Bendt en Cowan²²⁾ de thermodynamische grootheden zoals de soortelijke warmte, de entropie en de geluidssnelheid berekend. De overeenstemming met de experimentele gegevens was zeer bevredigend.

Tenslotte vermelden wij nog het werk van Penrose²³⁾, waarin verband wordt gelegd tussen de beschouwingen op grond van de B.E. statistiek en de theorie van de elementaire excitaties.

§ 4. *De berekening van de theoretische waarden van de beide effecten uit de soortelijke warmte*

$$\text{De formules } \frac{dp}{dT} = \rho S \text{ en } Q = TS$$

geven het verband tussen de limietwaarden voor het fonteineffect en het mechanocalorisch effect enerzijds ende entropie anderzijds. Deze laatste grootte wordt uit de soortelijke warmte verkregen met behulp van de formule:

$$S(T) = \int_0^T \frac{c}{T} dT \quad (1,32)$$

De theoretische waarden van de beide effecten worden dus uiteindelijk uit de soortelijke warmte afgeleid.

Kramers, Wasscher en Gorter²⁴⁾ hebbende soortelijke warmte van vloeibaar helium onder de druk van de verzadigde damp in vrijwel het gehele temperatuurgebied beneden het lambda-punt gemeten. Boven 1°K stemmen hun resultaten goed overeen met die van verschillende andere onderzoekers²⁵⁾. In het gebied tussen 0,7°K en 1,4°K is de overeenstemming met de gegevens van Hull, Wilkinson en Wilks²⁶⁾ eveneens bevredigend. Beneden 0,6°K vonden Kramers et al

$$c = 0,0235 T^3 \text{ joule/gram graad}$$

Inderdaad moet in dit temperatuurgebied waar alleen de phononen een rol spelen volgens (1,27) een T^3 -afhankelijkheid worden verwacht.

Berekent men echter uit deze waarde voor de soortelijke warmte de geluidssnelheid dan vindt men $v_1 = 229$ m/sec.

In werkelijkheid bedraagt de geluidssnelheid 238 ± 2 m/sec. De hierbij passende waarde voor de soortelijke warmte is:

$$c = 0,0207 T^3 \text{ joule/gram graad}$$

Om deze discrepantie te onderzoeken werden nieuwe metingen van de soortelijke warmte verricht door Wiebes, Niels-Hakkenberg en Kramers²⁷⁾. Zij vonden voor het temperatuurgebied beneden 0,6°K:

$$c = 0,204 T^3 \text{ joule/gram graad} \quad (1,33)$$

welke waarde dus uitstekend overeenstemt met de uit de geluidssnelheid berekende waarde.

Bij 0,7°K sloten hun gegevens aan bij die van Kramers et al. Bij hogere temperaturen werden geen nieuwe metingen verricht.

De oorzaak van het feit dat door Kramers een te hoge waarde werd gevonden bespreken wij in appendix 2 van dit proefschrift. Bij de meting van het mechanocalorisch effect werden wij n.l. met dezelfde complicatie geconfronteerd.

In de tabellen 1,1 en 1,2 is een overzicht gegeven van alle grootheden die bij de berekeningen van belang zijn. In beide tabellen is het differentiële fonteineffect f in cm helium per milligraad opgegeven. De laatste kolom van tabel 1,1 geeft het hieruit verkregen integrale fonteineffect tussen het absolute nulpunt en de temperatuur T weer.

De meest recente gegevens omtrent de soortelijke warmte van vloeibaar helium zijn die van Markham, Pearce, Netzel en Dillinger²⁸⁾. Voor het gebied beneden 0,65°K vonden zij:

$$c = 0,0222 T^3 \text{ joule/gram graad}$$

Deze waarde ligt dus ongeveer 8% hoger dan de door Wiebes opgegeven waarde en stemt dus slechter met de uit de geluidssnelheid berekende soortelijke warmte overeen. In het gebied boven 0,7°K vond Markham daarentegen juist een lagere waarde. Naast het reeds genoemde feit dat de Leidse waarde voor de soortelijke warmte goed overeenstemt met het resultaat van verschillende andere onderzoeken, leveren ook de in dit proefschrift beschreven experimenten enige argumenten op tegen de juistheid van Markham's resultaten.

Tabel 1, 1..

$T \times 10^3$ °K	c	S	TS	f	$\int_0^T f dT$ cm he
	mJ/g graad	mJ/g graad	mJ/g	cm he/milligraad	
200	0,163	0,054	0,0108	0,0006	0,028
250	0,318	0,106	0,0265	0,0011	0,067
300	0,55	0,184	0,055	0,0019	0,140
350	0,88	0,292	0,102	0,0030	0,260
400	1,31	0,435	0,174	0,0044	0,443
450	1,86	0,62	0,279	0,0063	0,71
500	2,55	0,85	0,425	0,0086	1,08
550	3,39	1,13	0,622	0,0115	1,59
600	4,43	1,47	0,88	0,0150	2,24
650	6,4	1,88	1,22	0,0192	3,09
700	9,7	2,46	1,72	0,025	4,19
750	14,6	3,27	2,45	0,033	5,63
800	22,2	4,43	3,54	0,045	7,6
850	34,3	6,12	5,20	0,062	10,3
900	51,0	8,50	7,65	0,086	13,9
950	74,3	11,9	11,2	0,121	19,1
1000	104,2	16,4	16,4	0,167	26,2

Tabel 1, 2.

$T \times 10^3$ °K	c	S	TS	f
	Joule/g graad	Joule/g graad	Joule / g	cm He/milligraad
1050	0,142	0,0223	0,0234	0,227
1100	0,191	0,0300	0,0330	0,306
1150	0,250	0,0398	0,0458	0,406
1200	0,322	0,0520	0,0624	0,530
1250	0,410	0,0669	0,0836	0,682
1300	0,516	0,0850	0,111	0,866
1350	0,634	0,107	0,144	1,09
1400	0,780	0,132	0,185	1,35
1450	0,944	0,162	0,235	1,65
1500	1,13	0,197	0,296	2,01
1550	1,33	0,238	0,369	2,43
1600	1,57	0,284	0,454	2,89
1650	1,83	0,336	0,554	3,42
1700	2,11	0,395	0,672	4,03
1750	2,46	0,461	0,807	4,70
1800	2,80	0,535	0,963	5,45

IB. Experimenteel gedeelte

§ 1. De methode van de adiabatiscbe demagnetisatie

De methode van de adiabatiscbe demagnetisatie is ter verkrijging van uiterst lage temperaturen reeds door vele onderzoekers toegepast en uitvoerig beschreven.

Wij volstaan hier dus met het geven van een overzicht van de voornaamste punten en verwijzen voor de bijzonderheden naar de vele proefschriften en publicaties die op dit onderwerp betrekking hebben²⁹⁾.

De methode berust op het magneto-calorisch effect dat optreedt bij paramagnetische zouten: Wordt een dergelijk zout gemagnetiseerd, dan vindt een warmteontwikkeling plaats.

De eerste en tweede hoofdwet van de thermodynamica luiden respectievelijk:

$$dQ = dU + \sigma dH$$

en

$$TdS = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_H dT + T\left(\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)_H dH$$

Voor een adiabatiscb proces volgt hieruit:

$$dT = -T \frac{\left(\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)_H}{\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)} dH$$

De soortelijke warmte in een constant magneetveld is positief, terwijl $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)_H$ negatief is. Een magnetisatie veroorzaakt dus een stijging van de temperatuur.

Bij onze onderzoekingen bevond het paramagnetische zout zich te samen met een hoeveelheid vloeibaar helium in een klein glazen reservoir, dat thermisch van het omringende heliumbad kon worden gescheiden.

Het demagnetisatieproces begint met een isotherme magnetisatie. De hierbij ontwikkelde warmte wordt naar het bad afgevoerd. De entropie van het zout neemt hierbij dus af.

Het warmtecontact wordt verbroken, waarna het magneetveld wordt uitgeschakeld. In het ideale geval neemt

de entropie tijdens de demagnetisatie niet toe. Hiervoor is nodig dat er steeds thermisch evenwicht is tussen het zout en het vloeibare helium in het reservoir.

De entropiebalans voor dit ideale proces wordt gegeven door:

$$S_1^{(z,0)} - S_1^{(z,H)} = (S_1^{z,0} - S_2^{z,0}) + (S_1^{\text{He}} - S_2^{\text{He}}) \quad (1,34)$$

De begin- en de eindtemperatuur zijn hier respectievelijk voorgesteld door 1 en 2, z is het symbool voor het zout, H voor de veldsterkte. Het linkerlid geeft de afname van de entropie van het zout weer tengevolge van de magnetisatie. Als alle magnetische ionen in de laagste energietoestand komen spreekt men van verzadiging. De afname van de entropie per mol is dan gelijk aan $R \ln(2s + 1)$, waarin s het totale spinquantumgetal van het magnetische ion voorstelt.

Bij het onderzoek van het fonteineffect werd kaliumchromaal gebruikt, waarvan $s = 3/2$.

De begintemperatuur was $1,1^\circ\text{K}$, de sterkte van het magneetveld bedroeg 10.000 Oersted. Men vindt dan voor de afname van de entropie 41% van de verzadigingswaarde.

Voor de meting van het mechanocalorisch effect werd koperkaliumtuttonzout gebruikt, daar dit zout een veel kleinere soortelijke warmte heeft.

De soortelijke warmte van een paramagnetisch zout wordt in het door ons beschouwde temperatuurgebied boven $0,2^\circ\text{K}$ gegeven door:

$$c = \frac{b}{T^2} + aT^3 \quad (1,35)$$

Bij lagere temperaturen treden afwijkingen op, die wij niet nader zullen bespreken.

De tweede term in (1,35) is de Debye-soortelijke warmte van het kristalrooster, de eerste term wordt gevormd door bijdragen van de z.g. elektrische en magnetische soortelijke warmte. Deze zijn een gevolg van de splitsing van de energieniveaux tengevolge van elektrische velden en magnetische wisselwerkingen. Daar elektrische velden bij het koperkaliumzout geen splitsing veroorzaken is de elektrische soortelijke warmte dus gelijk aan nul. Het spinquantumgetal van dit zout is echter slechts $1/2$, zodat het koeffect klein is. Tevens is

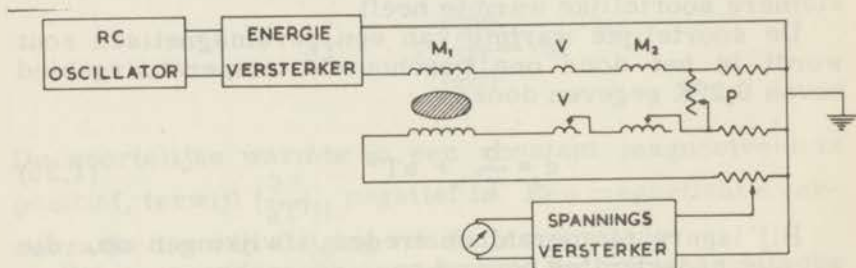
voor dit zout moeilijker verzadiging te bereiken. Uitgaande van dezelfde beginvoorwaarden als boven ($T_1 = 1,1^\circ\text{K}$, $H = 10.000$ Oersted). komt men slechts tot ongeveer 22% van de verzadigingswaarde. In de tweede term van het rechterlid van (1,34) staat de afname van de entropie van het helium uitgedrukt. In deze term is tevens de entropieverandering van de zich boven de vloeistof bevindende heliumdamp begrepen. Daar bij $1,1^\circ\text{K}$ de entropie van helium ongeveer evenredig is met T^6 zal de eindtemperatuur die men bereikt sterk afhangen van de begintemperatuur.

§ 2. Het meten van temperaturen beneden 1°K

De temperatuur in het door demagnetisatie afgekoelde reservoir werd op de gebruikelijke wijze afgeleid uit het magnetische moment van het paramagnetische zout met behulp van de wet van Curie-Weiss.

De metingen werden verricht met de z. g. Hartshornbrug, die uitvoerig beschreven is in de proefschriften van De Klerk, Bijl en Steenland²⁹⁾³⁰⁾.

De meetbrug bestaat uit 2 wederkerige inducties M_1 en M_2 (zie fig. 1,3).



Figuur 1,3. Blokschema van de Hartshornbrug.

M_1 bevindt zich in de cryostaat en omgeeft het paramagnetische zout. In de primaire keten wordt door een RC-generator een wisselstroom onderhouden. De frequentie bedroeg bij onze metingen ongeveer 180 Hz.

Het aantal secundaire windingen van M_2 is variabel en wordt zo ingesteld dat de in de secundaire spoelen geïnduceerde spanningen elkaar compenseren. De vario-

meter V maakt een continue instelling van dit aantal windingen mogelijk.

In de regel bedraagt het phaseverschil tussen de spanningen in de secundaire spoelen niet precies 180° . De in de secundaire keten overblijvende spanning wordt dan gecompenseerd door met behulp van de potentiometerschakeling P een spanning in te voeren die in phase is met de primaire spanning, en dus 90° verschilt met de geïnduceerde spanningen in de secundaire spoelen.

Aanvankelijk werd als nulinstrument een door Casimir ontworpen vibratiegalvanometer gebruikt. Deze werd later vervangen door een oscillograaf met selectieve voorversterker.

De constructie van de wederkerige inductie- M_1 was bij de 2 onderzoeken verschillend, en zal daarom in de desbetreffende hoofdstukken worden besproken.

Wel moeten wij hier nog vermelden dat door het invoeren van een transformator tussen de selectieve voorversterker en de oscillograaf de gevoeligheid van de brug zodanig werd vergroot dat de meetstroom kon worden teruggebracht tot ongeveer 10 mA. Dit maakte het mogelijk ook de primaire spoel van M_1 op de vacuüm-mantel te wikkelen, zonder de verdamping van het heliumbad merkbaar te vergroten door de ontwikkelde Joule-warmte.

De wet van Curie - Weiss die het verband geeft tussen het magnetische moment σ van het zout, het uitwendige magneetveld H_u en de temperatuur luidt:

$$\frac{d\sigma}{dH_u} = \frac{C}{T - \alpha}$$

hierin is C de Curieconstante.

Voor de correctierm α schrijven wij:

$$\alpha = \Theta + \alpha'$$

Zowel Θ als α' worden bepaald door de magnetische eigenschappen van het zout, terwijl α' bovendien nog afhangt van de vorm van het preparaat.

De coëfficiënt van de wederkerige inductie van de spoelen wordt gegeven door:

$$M = A + B \frac{d\sigma}{dH_u}$$

Wij vinden dus tenslotte voor het verband tussen de temperatuur en het aantal compensatiewindingen:

$$n = \frac{q}{T - \alpha} + n_0$$

De constanten q en n_0 worden bepaalde door bij enige temperaturen boven 1°K het aantal compensatiewindingen te meten.

De temperatuur wordt hierbij uit de dampdruk van het heliumbad verkregen met behulp van de T_{58} -temperatuurschaal.

Bij de meting van het fonteineffect werd kaliumchromoaluin gebruikt. Ten tijde van de experimenten (1955) werd voor dit zout $\theta = 0$ gesteld, terwijl uit de vorm van de ellipsoïde volgde: $\alpha' = 0,011^\circ\text{K}$.

Bij dit zout treedt bovendien nog splitsing op van de energieniveaux tengevolge van het inhomogene elektrische veld van de omringende kristalwatermoleculen (de z.g. 'starksplitsing'). De afwijking van de wet van Curie die hierdoor wordt veroorzaakt kan voor het temperatuurgebied boven $0,2^\circ\text{K}$ met voldoende nauwkeurigheid met een term in de α beschreven worden. Hiervoor werd gevonden $\alpha'' = -0,005^\circ\text{K}$.

Bij de calibratie werd dus uiteindelijk gebruikt:

$$n = \frac{q}{T - 0,006} + n_0$$

Bij recente metingen aan de temperatuurschaal vonden van Dijk en Durieux ³¹⁾ echter $\theta = -0,029^\circ\text{K}$.

Ook Beun, Miedema en Steenland ³²⁾ kwamen door het invoeren van deze θ -waarde tot een beter verband tussen de entropie en de susceptibiliteit van het zout.

Naar aanleiding hiervan werden de metingen aan het fonteineffect herberekend. De discrepantie tussen de experimentele en de theoretische waarde van het fonteineffect die aanvankelijk beneden $0,7^\circ\text{K}$ bestond bleek nu tot binnen de meetnauwkeurigheid af te nemen. Hierop komen wij in het desbetreffende hoofdstuk vanzelfsprekend nog terug.

Bij het onderzoek van het mechanocalorisch effect werd koperkaliumtuttonzout gebruikt. Dit zout heeft een kleinere soortelijke warmte, daar geen starksplitsing optreedt (zie IB § 1). Oorspronkelijk werden bij de bere-

keningen de gegevens van De Klerk gebruikt; ($\theta = 0.052^\circ\text{K}$ en $b/R = 6,8 \times 10^{-4}$). Deze waarden waren door De Klerk²⁹⁾ niet verkregen uit rechtstreekse metingen, doch door vergelijking van het zout met kaliumchromaaluin. Van de hierboven genoemde verandering in de θ van het chromaaluin moest dus de invloed op de gegevens van het koperkaliumtuttonzout worden nagegaan.

Gevonden werd nu:

$$\theta = 0,030^\circ\text{K} \text{ en } b/R = 6,4 \times 10^{-4}$$

Deze nieuwe waarden stemmen beter overeen met de resultaten van Garrett³⁴⁾ ($\theta = 0,035^\circ\text{K}$, $b/R = 6,0 \times 10^{-4}$) en die van Benzie en Cooke³⁵⁾ ($\theta = 0.035^\circ\text{K}$, $b/R = 6,0 \times 10^{-4}$) dan de oorspronkelijke.

De laagste θ -waarde voor koperkaliumtuttonzout wordt opgegeven door Cooke Wolf en Meyer³³⁾. Zij vonden $\theta = 0.016^\circ\text{K}$.

Daar het door De Klerk gebruikte zout van dezelfde bron afkomstig was als het onze, hebben wij ons bij de berekeningen op de gecorrigeerde Leidse waarden gebaseerd.

Literatuur

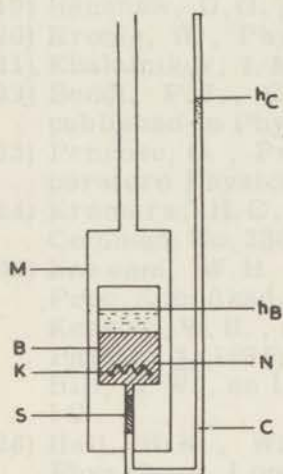
- 1) Tisza, L., Nature, London, 141 (1938) 913.
- 2) London, H., Nature, London, 142 (1938) 612.
London, H., Proc. Roy. Soc., London, A 171 (1939) 484.
- 3) Gorter, C. J., Commun. Suppl. No. 99a; Physica 15 (1949) 523.
- 4) Tisza, L., Phys. Rev. 72 (1947) 838.
- 5) De Groot, S. R., Jansen, L., en Mazur, P., Physica 16 (1950) 421 en 691.
- 6) Gorter, C. J., en Mellink, J. H., Commun. Suppl. No. 98a; Physica 15 (1949) 285.
- 7) Atkins, K. R., Phil. Mag. Suppl. 1 (1952) 169.
- 8) Landau, L., J. Phys. U. S. S. R. 5 (1941) 71.
- 9) Prigogine, I., en Mazur, P., Physica 17 (1951) 661.
- 10) Usui, T., Physica 17 (1951) 694.
- 11) Zilsel, P. R., Phys. Rev. 79 (1950) 309.
- 12) London, F., Nature, London 141 (1938) 643.
- 13) Bijl, A., De Boer, J., en Michels, A., Physica 8 (1941) 655.

- 14) Friedman, M. H., en Butler, S. T., Phys. Rev. 91 (1953) 465.
- 15) Kramers, H. A., Commun. Suppl. No. 105a; Physica 18 (1952) 653.
- 16) Feynman, R. P., Phys. Rev. 94 (1954) 262.
- 17) Palevsky, H., Otnes, K., Larsson, K. E., Pauli, R., en Stedman, R., Phys. Rev. 108 (1957) 1346.
Larsson, K. E., en Otnes, K., Kamerlingh Onnes Conference on Low Temperature Physics, Leiden (1958).
- 18) Yarnell, J. L., Arnold, G. P., Bendt, P. J. en Kerr, E. C., to be published in Physical Review.
- 19) Henshaw, D. G., Phys. Rev. Letters 1 (1957) 127.
- 20) Kronig, R., Physica 19 (1953) 535.
- 21) Khalatnikov, I. M., Zh. Eksp. Teor. Fiz. 23 (1952) 8.
- 22) Bendt, P. J., Cowan, R. D. en Yarnell, J. L. to be published in Physical Review.
- 23) Penrose, O., Proc. of the fifth Int. Conf. on Low Temperature Physics and Chemistry, Madison (1957).
- 24) Kramers, H. C., Wasscher, J., en Gorter, C. J., Commun. No. 288c; Physica 18 (1952) 329.
- 25) Keesom, W. H. en Clusius, K., Commun. No. 219c; Proc. Kon. Akad. A'dam 35 (1932) 307.
Keesom, W. H., en Keesom, A. P., Commun. No. 235d; Physica 2 (1935) 557.
Hill, R. W., en Lounasmaa, O. V., Phil. Mag. 2, (1957) 143.
- 26) Hull, R. K., Wilkinson, K. R. en Wilks, J., Proc. Phys. Soc., London A64 (1951) 379.
- 27) Wiebes, J., Niels-Hakkenberg, C. G., en Kramers, H. C., Commun. No. 308a; Physica 23 (1957) 625.
- 28) Markham, A. H., Pearce, D. C., Netzel, R. G., en Dillinger J. R., Proc. of the fifth Int. Conf. on Low Temperature Physics and Chemistry, Madison (1957).
- 29) De Klerk, D., Proefschrift Leiden (1948).
Steenland, M. J., Proefschrift Leiden (1952).
Beun, J. A., Proefschrift Leiden (1957).
- 30) Bijl, D., Proefschrift Leiden (1950).
- 31) Van Dijk, H., en Durieux, M., Commun. Suppl. No. 115a; Physica 24 (1958) 920.
- 32) Beun, J. A., Miedema, A. R., en Steenland, M. J., Physica 25 (1959) 399.
- 33) Cooke, A. H., Wolf, W. P., en Meyer, H., Proc. Roy. Soc. A233 (1956) 536.
- 34) Garrett, C. G. B., Proc. Roy. Soc. London, A203 (1950) 375.

- 35) Benzie, R. J., en Cooke, A. H., Proc. Phys. Soc. London, A63 (1950) 213..
- 36) Bowers, R., en Mendelsohn, K., Proc. Phys. Soc. A63 (1950), 178.
 Bowers, R., en White, G.K., Proc. Phys. Soc. London A64 (1951) 558.
 Winkel, P., Proefschrift Leiden (1954).
 Winkel, P., Delsing, A. M. G. en Gorter, C. J., Commun No. 299a Physica 21 (1955) 312.

Hoofdstuk II

HET FONTEINEFFECT

§ 1. *Het principe van de meetmethode*

Figuur 2, 1.

Het toestel dat voor de meting van het fonteineffect werd gebruikt is schematisch afgebeeld in fig. 2, 1. Het bestond uit een klein glazen reservoir B en een dunwandige capillair C, onderling verbonden door het superlek S, en beide gedeeltelijk gevuld met vloeibaar helium. Het reservoir bevatte tevens een hoeveelheid van een paramagnetisch zout en was omgeven door een vacuummantel M. De capillair was in goed warmtecontact met het heliumbad, dat gethermosteerd was op een temperatuur van ongeveer $1,1^{\circ}\text{K}$. Door adiabatische demagnetisatie van het zout werd het reservoir afgekoeld tot ongeveer $0,2^{\circ}\text{K}$. Het hierdoor ontstane temperatuurverschil tussen de uiteinden van het superlek veroorzaakte een fonteineffect van ongeveer 50 cm helium. Gedurende de op de demagnetisatie volgende meetperiode werd de temperatuur van het binnenvat langzaam omhoog gebracht. Hiertoe behoefde in de regel geen extra energie te worden toegevoerd, vanwege het nimmer geheel te vermijden warmtelek. Het temperatuurverschil tussen het binnenvat en de capillair nam aldus af, en daardoor ook het fonteineffect.

Als nu een stijging van de temperatuur in het binnenvat van T_B tot T_B^0 gepaard gaat met een daling van het vloeistofniveau in de capillair van h_C tot h_C^0 en een stijging van het vloeistofniveau in het binnenvat van h_B tot h_B^0 , dan moet, daar de temperatuur in de capillair con-

stant is, volgens de formule van H. London gelden (zie IA § 2):

$$\int_{T_B}^{T_B^0} fdT = (h_C - h_B) - (h_C^0 - h_B^0) \quad (2,01)$$

De correcties die in rekening dienen te worden gebracht (o. a. voor de boven de vloeistofniveaux heersende dampdrukken) zullen later worden besproken.

§ 2. Het toestel

Het toestel is afgebeeld in fig. 2, 2. Het onderste deel van het reservoir B had de vorm van een ellipsoïde en was gevuld met ongeveer 8 gram kaliumchromaaluin, het bovenste deel was cilindrisch van vorm.

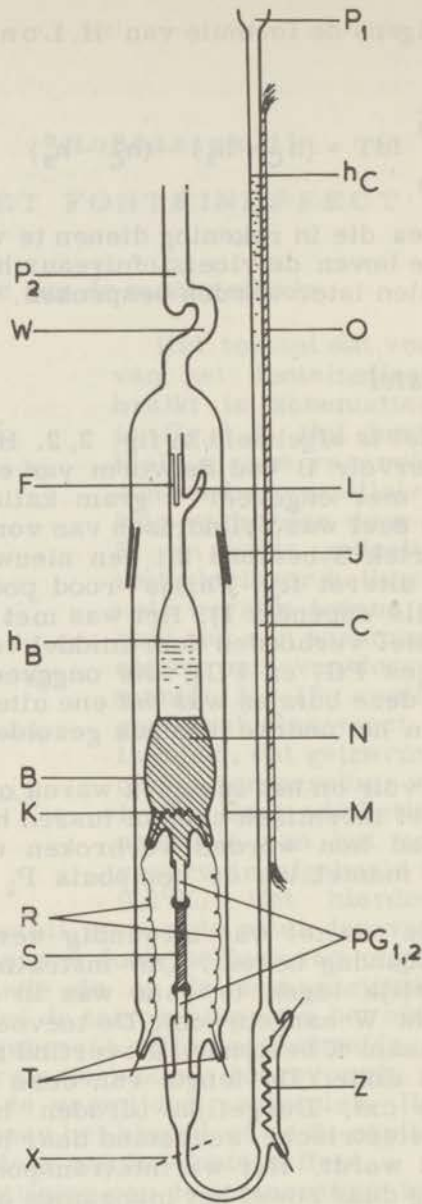
Het superlek S bestond uit een nieuwzilveren buisje gevuld met uiterst fijn Parijs' rood poeder. (zie voor nadere details appendix 1). Het was met de glazen delen van het toestel verbonden door middel van 2 dunwandige platina buisjes PG_1 en PG_2 , die ongeveer 12 mm lang waren. Van deze buisjes was het ene uiteinde in het glas gesmolten en het andere uiteinde gesoldeerd aan het superlek.

Het reservoir en het superlek waren omgeven door de mantel M. Het thermisch contact tussen het reservoir en het heliumbad kon worden verbroken door de ruimte binnen deze mantel via de pompbuis P_2 hoogvacuum te pompen.

Het gehele toestel was uitwendig verzilverd of met een laagje aquadag bedekt. Om instraling van boven af zoveel mogelijk tegen te gaan was in de pompbuis de stralingsbocht W aangebracht. De toevoerdraden R naar het stooklichaam K bestonden uit vertind manganiendraad van 0,1 mm dikte. De lengte van deze draden bedroeg ongeveer 25 cm. Dergelijke draden hebben beneden 3,7°K geen elektrische weerstand daar het tinhuidje supergeleidend wordt. Het warmtetransport langs de draden is gering daar zowel het manganien als het supergeleidende tinhuidje slechte warmtegeleiders zijn.

De phosphorbronsthermometer Z was bifilair gewikkeld op een uit lorival vervaardigd cilindertje.

Voor het doorvoeren van de verbindingen voor de



Figuur 2,2. Het toestel.

electrische stroom door de glaswanden werd platina-draad gebruikt.

Het binnenvat was aan de bovenzijde voorzien van een z.g. veiligheid F. Daar deze onvermijdelijk stuk ging aan het einde van iedere meetdag - door een later te noemen oorzaak - moest vervanging ervan zo eenvoudig mogelijk zijn. Hiertoe was in de mantel het slijpstuk J aangebracht. Om de 2 delen hiervan uit elkaar te kunnen nemen moest het toestel bij X worden opengesneden.

De primaire spoel van de wederkerige inductie (zie IB § 2) was op de heliumcryostaat gewikkeld en bevond zich tijdens de meting in vloeibare waterstof, zodat de weerstand ervan slechts enkele Ohms bedroeg. De secundaire spoel was op de vacuummantel gelegd en bestond uit 3 secties. In de middelste sectie bevond zich het zout. De 2 buitenste secties bevatten elk de helft van het aantal wikkelingen van de middelste, doch waren in tegengestelde zin gewikkeld. De invloed van variërende uitwendige velden werd hierdoor vrijwel geheel geëlimineerd. Ook de coëfficiënt van de wederkerige inductie van de lege spoelen was zeer klein.

Langs de capillair, die een inwendige diameter had van 1,5 mm was een katoenen draad bevestigd, waarvan het onderende in het heliumbad hing. De reden hiervan was de volgende: Zoals reeds is opgemerkt bedroeg de maximale waarde van het fonteineffect ongeveer 50 cm. Daar bij het reduceren van de baddruk ter verkrijging van de laagst mogelijke temperatuur reeds een aanzienlijk deel van het helium in de cryostaat verdampte, bevond het vloeistofniveau in de capillair zich gedurende het grootste deel van de meting boven het badniveau, ondanks het feit dat de inwendige lengte van de cryostaat ruim een meter bedroeg. Het in de "katoenpit" omhoog kruipende helium zorgde nu voor een extra koeling van het boven het bad uitstekende deel van de capillair. Bij weglating van de katoenpit traden oscillaties van het vloeistofniveau in de capillair op. De amplitudo van deze oscillaties bedroeg soms meer dan 20 cm, het aantal slingeringen was steeds ongeveer 30 per minuut. Het mechanisme van de oscillaties moeten wij ons waarschijnlijk als volgt indenken: Het fonteineffect stuwt het helium in de capillair omhoog. Het niveau passeert de evenwichtsstand, bereikt een maximum hoogte en daalt weer. Daar de temperatuur van de glaswand hoger is neemt het helium bij het stijgen warmte op, zodat de

dampdruk toeneemt. Daar deze warmteopname met vertraging geschiedt, bereikt de dampdruk eerst zijn grootste waarde als het niveau de hoogste stand is gepasseerd. Het niveau ondervindt dan hierdoor een extra kracht in benedenwaartse richting. Gezien de geringe demping kan de variabele dampdruk, die in phase achterloopt bij de beweging van het niveau de oscillaties in stand houden.

Het optreden van de oscillaties werd door de extra koeling met behulp van de katoenpit verhinderd. Desondanks bleek in het helium in de capillair nog wel een temperatuurgradiënt te bestaan. Deze temperatuurgradiënt was een van de oorzaken van de slechte resultaten in het eerste stadium van het onderzoek¹⁾.

In verband met de genoemde moeilijkheden hebben wij in 1954 een poging gedaan het fonteineffect op andere wijze te meten. In een meer symmetrisch toestel werd het helium aan beide zijden van het superlek afgekoeld door adiabatische demagnetisatie van een paramagnetisch zout. Het experiment speelde zich dus geheel af in de vacuumruimte, waarvan de mantel gedeeltelijk doorzichtig moest blijven om waarneming van de vloeistofniveaux mogelijk te maken. Ondanks de toepassing van warmtefilters en alle andere mogelijke voorzorgen warmde het toestel te snel op, zodat geen metingen konden worden verricht.

§ 3. Hulpapparatuur buiten de cryostaat

a) Met betrekking tot de hoogvacuumtechniek.

De buizen P_1 en P_2 waren door de kap van de cryostaat gevoerd en verbonden met de hoogvacuumopstelling.

Deze bestond uit een drietraps kwikdiffusiepomp van Leybold met een rotatiepomp als voerpomp. De druk werd gemeten met een manometer volgens MacLeod. Aan de opstelling was een kleine hoge-drukcyliner verbonden op zodanige wijze dan deze medegevoerd kon worden naar de liquefactor. Uit deze cyliner werd het benodigde helium in het toestel gecondenseerd.

Tenslotte behoorde tot de opstelling een differentiaal oliemanometer. Tijdens de meting werd hiermede de druk boven het niveau in de capillair vergeleken met de baddruk.

b) De waarneming van het vloeistofniveau in de capillair.

Het niveau werd verlicht door een kleine natriumlamp, die precies geplaatst werd achter de in de verzilvering van de dewarglazen opengelaten spleten. Aan de andere zijde van de cryostaat werd de kathetometer opgesteld.

c) Meting en regeling van de temperatuur in de capillair.

De weerstand van de phosphorbronsthermometer werd gemeten volgens de compensatiemethode van Poggendorf. Gebruikt werd een Disselhorst-compensatiebank (O. Wolff, Berlijn) met een Zc-galvanometer van Kipp als nulinstrument.

De meting komt in principe neer op het vergelijken van het potentiaalverschil over de onbekende weerstand met dat over een standaardweerstand, die door dezelfde stroom wordt doorlopen. De meetstroom behoeft niet bekend te zijn. De methode is uitvoerig beschreven in het proefschrift van Kok²⁾.

De temperatuur werd constant gehouden door regeling van de stroomsterkte in een stooklichaam dat zich in het bad bevond. Deze stroom werd zo geregeld dat de uitslag van de galvanometer constant bleef. De gevoeligheid bedroeg ongeveer 5 cm per milligraad.

d) Meting van de temperatuur in het binnenvat.

Deze is reeds besproken in IB § 2.

§ 4. Beschrijving van een experiment

a) De voorbereiding

Deze begon met het spoelen en vullen van het binnenvat met heliumgas via het hulpbuisje L. Na het inlaten van gas tot een druk van 1 atmosfeer werd dit buisje dichtgesmolten. Hierna werd het slijpstuk in elkaar gezet. Bij de afdichting werd siliconvet gebruikt. Vervolgens werden de 2 delen van het toestel bij X aan elkaar gelast.

Hierna werden de mantelruimte en de capillair gespoeld en gevuld met heliumgas. De mantelruimte werd bij kamertemperatuur gevuld tot een druk van 2 cm Hg, de capillair tot ongeveer 1 atmosfeer.

Na het vullen van de cryostaat met vloeibaar helium werd bij de liquefactor reeds een deel van het benodigde helium in het toestel gecondenseerd, waarna de cryostaat werd bijgevuld. Condenseren van de totale hoeveelheid was niet mogelijk, omdat de temperatuur van het bad bij de liquefactor bezwaarlijk beneden het lambda-punt kon worden gebracht. Het binnenvat, dat via het superlek moest worden gevuld bleef dus "ontoegankelijk".

b) Het eigenlijke experiment

Na terugkeer in het experimenteerlokaal werden eerst de beide thermometers gecalibreerd. Bij 3 of 4 temperaturen tussen $2,5^{\circ}\text{K}$ en $1,1^{\circ}\text{K}$ werden de dampdruk van het heliumbad, het aantal compensatiewindingen van de Hartshornbrug en de weerstand van de phosphorbrons-thermometer gelijktijdig gemeten. Bij $1,8^{\circ}\text{K}$ werd de rest van het benodigde helium gecondenseerd. De totale vulling bedroeg ongeveer 6 cm^3 . Na het bereiken van de laagste druk ($0,3\text{ mm Hg}$, $1,1^{\circ}\text{K}$) werd een laatste calibratiepunt genomen. Hierna werd de magneet die op rails is geplaatst om de cryostaat gereden en het magneetveld opgezet. Na ongeveer 5 minuten werd begonnen met het wegpompen van het contactgas. Zodra een druk van 10^{-6} cm Hg was verkregen werd het veld afgezet en de magneet weggereden.

Aan de ene zijde van de cryostaat werd de natriumlamp geplaatst, aan de andere zijde de kathetometer.

Gedurende de meetperiode werden in de eerste plaats de stijging van de temperatuur van het binnenvat en de daling van het vloeistofniveau in de capillair als functie van de tijd gemeten. De temperatuur in de capillair werd op de reeds besproken wijze constant gehouden. Het verschil tussen de dampdruk van het heliumbad en de druk in de capillair werd regelmatig met de oliemanometer bepaald.

Beneden $0,4^{\circ}\text{K}$ steeg de temperatuur van het binnenvat slechts zeer langzaam vanwege de grote warmtecapaciteit van het paramagnetische zout. Daarom werd de temperatuur in dit gebied in stappen omhoog gebracht door toevoer van elektrische energie aan het stooklichaam K. Tijdens het stoken werd niet gemeten.

Voor de opwarming van $0,4^{\circ}\text{K}$ tot $0,95^{\circ}\text{K}$ was ongeveer 40 minuten nodig.

Tenslotte moeten wij nog verklaren waarom de veilig-

heid na elke meetdag moest worden vernieuwd. De reden hiervan is, dat het niet mogelijk bleek het helium dat zich tijdens de meting in het binnenvat bevond aan het eind van de meetdag geheel via het superlek af te voeren. Hoewel door gebruik te maken van het fonteineffect (n. l. door het bad op te warmen) een groot deel van het helium naar de capillair werd getrokken en daar werd weggepompt, bleef toch zoveel helium in het binnenvat achter dat bij opwarming tot kamertemperatuur de druk daarin te groot werd, met als gevolg het verbrijzelen van de veiligheid.

§ 5. Formules en nadere gegevens

De grootheden die in de berekeningen voorkomen zijn:

A) Met betrekking tot het reservoir B:

- 1) De hoogte van het vloeistofniveau h_B
- 2) De temperatuur T_B
- 3) De dampdruk p_B behorend bij T_B .

B) Met betrekking tot de capillair:

- 1) De hoogte van het vloeistofniveau h_C
- 2) In verband met de in § 2 van dit hoofdstuk genoemde temperatuurgradiënt in de capillair maken wij onderscheid tussen de temperatuur T_C aan het uiteinde van het superlek (= badtemperatuur) en de temperatuur T'_C ter plaats van het vloeistofniveau in de capillair.
- 3) De dampdrukken p_C en p'_C resp. behorend bij T_C en T'_C .
- 4) De genoemde temperatuurgradiënt veroorzaakte tenslotte nog een klein "intern" fonteineffect φ_c in de capillair zelf, werkend in dezelfde richting als het te meten fonteineffect.

De grootheden p_B , p_C , p'_C en φ_c zijn uitgedrukt in cm helium. Voor het totale integrale fonteineffect tussen T_B en T_C geldt nu volgens de formule van H. London:

$$\int_{T_B}^{T_C} f dT = h_C - h_B + p'_C - p_B - \varphi_c \quad (2,02)$$

Deze formule geldt op ieder tijdstip tijdens de meting. In elke "serie" wordt nu een bepaald tijdstip t^0 als "referentie- of vergelijkingstijdstip" gekozen. Alle grootheden hebben dan een waarde aangeduid met de index 0 . T^0 zullen wij de "vergelijkingstemperatuur" noemen. Voor dit tijdstip schrijven wij eveneens (2,02) open vinden door aftrekking:

$$\int_{T_B}^{T_B^0} f dT + \int_{T_C^0}^{T_C} f dT = \Delta h_c - \Delta h_B + \Delta p_C' - \Delta p_B - \Delta \varphi_c \quad (2,03)$$

waarin $\Delta G = G - G^0$ ($G = h_C, h_B, p_C, p_B, \varphi_c$). Daar $\Delta T_C = T_C^0 - T$ klein is, mogen wij de tweede integraal van het linkerlid vervangen door $f(T_C^0)\Delta T_C$.

Tenslotte vinden wij dus:

$$\int_{T_B}^{T_B^0} f dT = \Delta h_c - \Delta h_B + \Delta p_C' - \Delta p_B - \Delta \varphi_c - f(T_C^0) \Delta T_C$$

In het linkerlid staat nu het theoretische integrale fonteineffect tussen de temperaturen T_B en T_B^0 uitgedrukt, waarvan wij de berekening hebben besproken in IA § 4.

Enkele termen van het rechterlid willen wij nog nader toelichten.

Δh_B

Vanwege de verzilvering (of zwarting) van de vacuummantel kon het niveau in het binnenvat niet worden waargenomen. Δh_B volgt echter direct uit $\Delta h_B = -\beta \cdot \Delta h_C$, als β de verhouding van de doorsneden van de capillair en het binnenvat is. Voor het door ons gebruikte toestel gold: $\beta = 0,03$.

Δp_B

Deze grootheid werd rechtstreeks uit T_B bepaald met behulp van de dampspanningstabel.

Δp_C

Aanvankelijk werd verondersteld dat de druk boven het niveau in de capillair steeds gelijk was aan de dampdruk van het heliumbad. Daar het bad gethermosteerd

was werd gesteld: $\Delta p_C = 0$. Deze foutieve veronderstelling was een van de oorzaken van het feit, dat aanvankelijk te kleine waarden voor het fonteineffect werden gevonden¹⁾. Later werd het verschil tussen p_C en p'_C met behulp van een oliemanometer bepaald.

$$\frac{\Delta \varphi_C}{}$$

Het interne fonteineffect φ_C in de capillair werd als volgt berekend:

De warmtestroom die de temperatuurgradient in de capillair in stand houdt wordt per eenheid vandoorsnede gegeven door de formule van Keesom, Saris en Meyer³⁾:

$$w = 0,623 T^5 \left(\frac{dT}{dx} \right)^{1/3} \quad (2,05)$$

De warmte wordt getransporteerd door het normale fluidum volgens:

$$w = \rho ST \bar{v}_n \quad (2,06)$$

De wet van Poiseuille geeft het verband tussen \bar{v}_n en de drukgradient:

$$v_n = - \frac{r^2}{8 \eta_n} \text{grad } \varphi_c \quad (2,07)$$

waarin r de straal van de capillair is en η_n de viscositeit van het normale fluidum.

Combinatie van (2,06) met (2,07) geeft

$$w = \frac{r^2 \rho ST}{8 \eta_n} \text{grad } \varphi_c \quad (2,08)$$

waaruit φ_c kan worden berekend.

§ 6. De resultaten

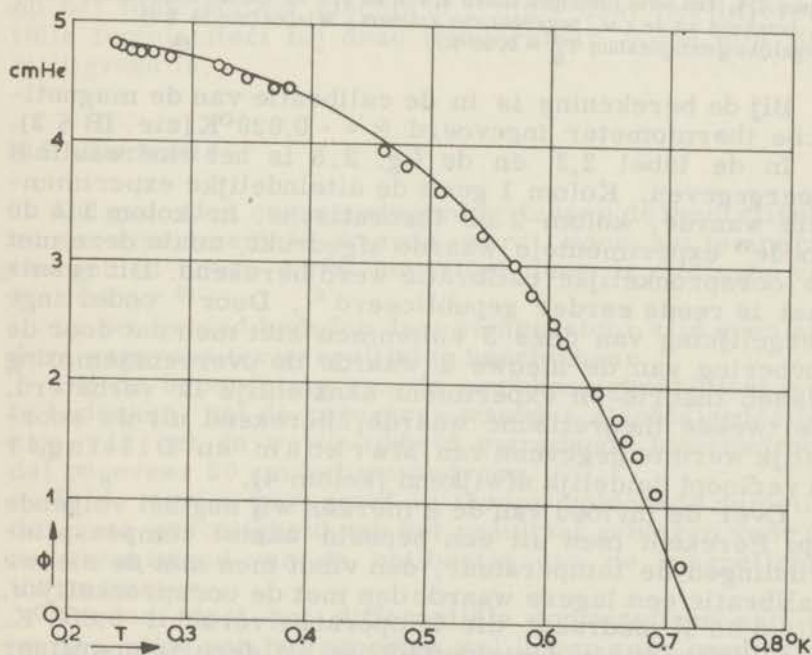
In de tabellen 2,1 en 2,2 zijn 2 series metingen uitgewerkt weergegeven. De eerste serie heeft betrekking op het temperatuurgebied beneden $0,7^\circ\text{K}$, de tweede op het gebied tussen $0,64^\circ\text{K}$ en $0,94^\circ\text{K}$. De vergelijkingstempe-

raturen bedragen voor de beide series resp. $0,725^{\circ}\text{K}$ en $0,94^{\circ}\text{K}$. Het aantal meetpunten bedroeg in werkelijkheid ongeveer het vijfvoudige van het hier weergegeven aantal.

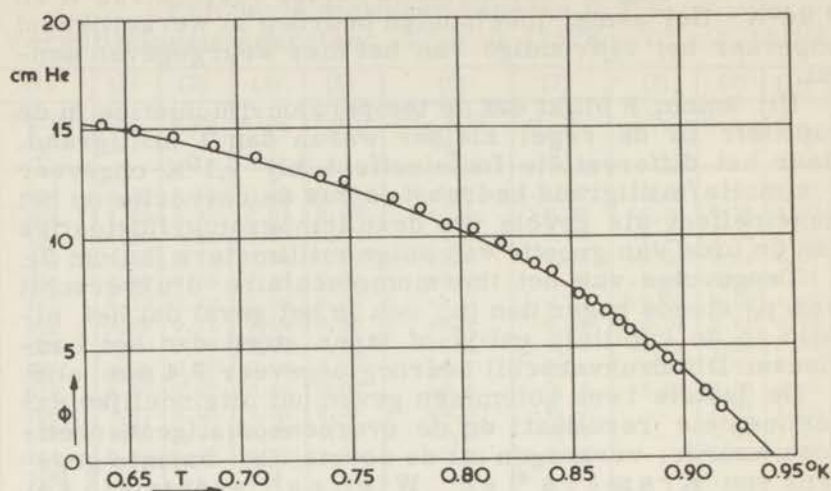
Uit kolom 6 blijkt dat de temperatuurfluctuaties in de capillair in de regel kleiner waren dan 1 milligraad. Daar het differentiële fonteineffect bij $1,1^{\circ}\text{K}$ ongeveer 3 mm He/milligraad bedraagt is dus de correctie op het fonteineffect als gevolg van deze temperatuurfluctuaties van de orde van grootte van enige millimeters (kolom 7).

Tengevolge van het thermomoleculaire drukverschil was p_C steeds hoger dan p_G , ook in het geval dat het niveau in de capillair gelijk of lager stond dan het badniveau. Dit drukverschil bedroeg ongeveer 0,4 mm olie.

De laatste twee kolommen geven het uiteindelijke experimentele resultaat en de overeenkomstige theoretische waarde, verkregen uit de soortelijke-warmte gegevens van Kramers⁴⁾ en Wiebes⁵⁾ weer (zie IA § 4). De figuren 2,3 en 2,4 geven hiervan een beeld.



Figuur 2,3. Een serie metingen beneden $0,7^{\circ}\text{K}$. Curve: theoretische waarde, berekend uit de s. w. gegevens van Kramers - Wiebes (zie IA § 4).
Vergelijkings temperatuur $T_B^0 = 0,725^{\circ}\text{K}$.



Figuur 2,4. Een serie metingen tussen $0,6^{\circ}\text{K}$ en $0,9^{\circ}\text{K}$. Curve: theoretische waarde, berekend uit de s.w. gegevens van Kramers - Wiebes (zie IA §4). Vergelijkings temperatuur $T_B^0 = 0,94^{\circ}\text{K}$.

Bij de berekening is in de calibratie van de magnetische thermometer ingevoerd $\Theta = -0,029^{\circ}\text{K}$ (zie IB §2).

In de tabel 2,3 en de fig. 2,5 is het eindresultaat weergegeven. Kolom 1 geeft de uiteindelijke experimentele waarde, kolom 2 de theoretische. In kolom 3 is de "oude" experimentele waarde afgedrukt, zoals deze met de oorspronkelijke calibratie werd berekend. Dit resultaat is reeds eerder gepubliceerd⁶⁾. Door onderlinge vergelijking van deze 3 kolommen ziet men dat door de invoering van de nieuwe Θ -waarde de overeenstemming tussen theorie en experiment aanzienlijk is verbeterd. De tweede theoretische waarde, berekend uit de soortelijk warmte gegevens van Markham en Dillinger⁷⁾ verloopt duidelijk afwijkend (kolom 4).

Over de invloed van de Θ merken wij nog het volgende op: Berekent men uit een bepaald aantal compensatiewindingen de temperatuur, dan vindt men met de nieuwe calibratie een lagere waarde dan met de oorspronkelijke. Bij $0,95^{\circ}\text{K}$ bedraagt dit temperatuurverschil $0,003^{\circ}\text{K}$. Het differentiële fonteineffect is bij deze temperatuur $0,121$ cm He/milligraad. De correctie bedraagt dus $3,6$ mm helium.

Tabel 2,3
Vergelijkingstemperatuur $T_B^0 = 0,95^{\circ}\text{K}$

$T \times 10^3$ $^{\circ}\text{K}$	(1)	(2)	(3)	(4)
	Φ_{exp}	Φ_{th}	Φ_{exp}	Φ_{th}
	cm He	cm He	cm He	cm He
950	--	--	--	--
900	5,2	5,2	5,2	4,8
850	8,9	8,8	8,8	8,1
800	11,6	11,5	11,5	10,6
750	13,6	13,5	13,5	12,7
700	14,9	14,9	14,7	14,1
650	15,9	16,0	15,7	15,2
600	16,8	16,9	16,5	16,2
550	17,4	17,5	17,1	16,8
500	17,9	18,0	17,6	17,4
400	18,6	18,7	18,2	18,1
200	19,0	19,1	18,6	18,6

Hoewel bij $0,2^{\circ}\text{K}$ de afwijking in de temperatuur $0,02^{\circ}\text{K}$ bedraagt is de hierdoor veroorzaakte correctie op het fonteineffect slechts $0,1$ mm, daar het differentiële fonteineffect bij deze temperatuur $0,006$ mm He/milligrad is.

§ 7. Discussie

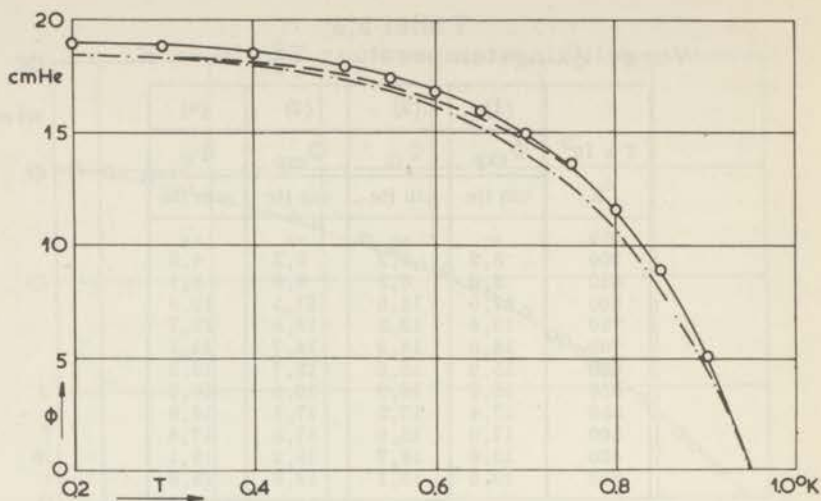
De gevonden overeenstemming tussen de theoretische en de experimentele waarde wordt voor het temperatuurgebied boven $0,8^{\circ}\text{K}$ bevestigd door de metingen van Peshkov⁸⁾.

In het gebied beneden deze temperatuur zijn geen andere gegevens ter vergelijking beschikbaar.

Bij de beoordeling van de nauwkeurigheid dient men te bedenken, dat de opgegeven waarden slechts gedeelten zijn van het in werkelijkheid optredende fonteineffect, dat ongeveer 50 cm helium bedroeg.

In de vorige paragraaf is tevens voldoende duidelijk de grote gevoeligheid van het resultaat gebleken voor de nauwkeurigheid van de calibratie van de magnetische thermometer.

Verder staat het differentiële fonteineffect aan de warme zijde van het superlek wel in een zeer ongunstige verhouding tot de kleine fonteineffecten bij de laagste temperaturen. Het fonteineffect tussen $0,2^{\circ}\text{K}$ en $0,5^{\circ}\text{K}$ be-



Figuur 2,5. Het fonteineffect beneden 1°K .

o exp. waarde
 — theoretische waarde, berekend uit de s.w. gegevens van Kramers en Wiebes.
 - - - theoretische waarde, berekend uit de s.w. gegevens van Markham en Dillinger.
 - - - oorspronkelijke exp. waarde (zie tekst).
 Vergelijkings temperatuur $T_B^0 = 0,95^{\circ}\text{K}$.

draagt bijvoorbeeld slechts 11 mm He, terwijl een temperatuurfluctuatie van $0,001^{\circ}\text{K}$ in de capillair een correctie op het fonteineffect van 3 mm He nodig maakt.

In verband hiermede hebben wij dan ook de systematische afwijking die wij met de oorspronkelijke calibratie beneden $0,7^{\circ}\text{K}$ vonden niet als een argument tegen de geldigheid van London's formule beschouwd.

Een uitvoeriger discussie uitstellend tot aan het einde van het volgende hoofdstuk merken wij op, dat het theoretische verband tussen de soortelijke warmte, de geluidssnelheid en het fonteineffect zoals wij dat in IA voor het temperatuurgebied beneden $0,6^{\circ}\text{K}$ hebben beschreven door de experimenten dus is bevestigd.

Zoals wij nog zullen zien sluit ook het mechanocalorisch effect zich hierbij aan.

Literatuur

- 1) Bots, G. J. C., en Gorter, C. J., Phys. Rev. 90 (1953) 1117.

- 2) Kok, J.A., Proefschrift Leiden (1935).
- 3) Keesom, W.H., Saris, B.F., en Meyer, L., Commun. No. 260a; Physica 7 (1940) 817.
- 4) Kramers, H.C., Wasscher, J., en Gorter, C. J., Commun. No. 288c; Physica 18 (1952) 329.
- 5) Wiebes, J., Niels-Hakkenberg C.G., en Kramers, H.C., Commun. No. 308a; Physica 23 (1957) 625.
- 6) Bots, G.J.C., en Gorter, C.J., Commun. No. 304b; Physica 22 (1956) 503.
- 7) Markham, A.H., Pearce, D.C., Netzel, R.G., en Dillinger J. R. Proc. of the fifth Int. Conf. on Low Temperature Physics and Chemistry, Madison (1957).
- 8) Peshkov, V.P., Zh. Eksp. Teor. Fiz., 27 (1954) 351.

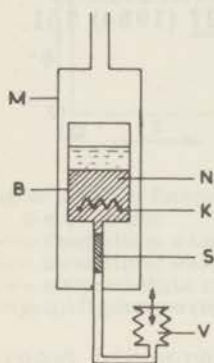


Fig. 1

The apparatus is designed for the study of the properties of liquid helium at low temperatures. It consists of a main cryostat containing liquid helium, a condenser, and a separator. The condenser is used to maintain the liquid helium at a constant temperature, while the separator is used to separate the gas from the liquid. The main cryostat is connected to a vacuum system to prevent evaporation of the liquid helium. The apparatus is shown in Fig. 1.

Hoofdstuk III

HET MECHANOCALORISCH EFFECT

§ 1. *Het principe van de meetmethode*

Figuur 3,1.

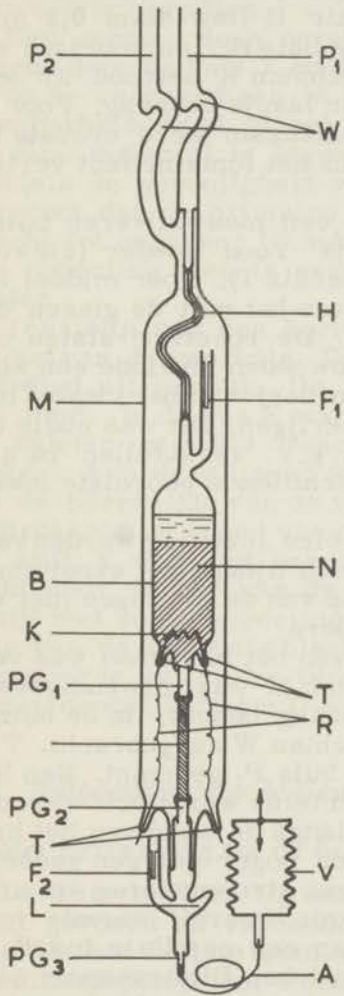
In fig. 3.1 is het toestel dat voor de meting van het mechanocalorisch effect werd gebruikt schematisch weergegeven. Het principiële verschil met het in het vorige hoofdstuk beschreven toestel is, dat aan de warme zijde van het superlek zich een metalen veerbalg bevindt in plaats van de glazen capillair. Deze veerbalg was tijdens de meting met vloeistof gevuld. Door het volume ervan te verkleinen resp. te vergroten werd een hoeveelheid superfluidum gedwongen in resp. uit het binnenvat te stromen. Hierdoor werd in dit reservoir een daling resp. stijging van de temperatuur veroorzaakt t. g. v. het mechanocalorisch effect.

Uit het in IA besprokene volgt direct, dat de temperatuurverandering die optreedt wanneer dm gram superfluidum het binnenvat binnenstroomt wordt gegeven door:

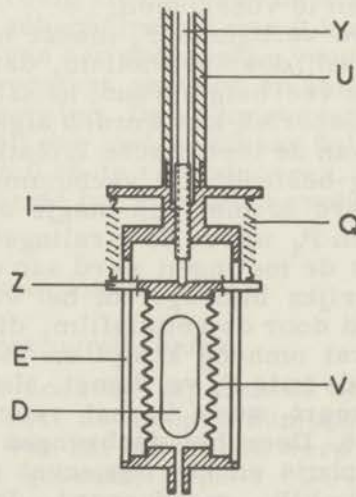
$$\Delta T = - \frac{TSdm}{C} \quad (3,01)$$

hierin is C de warmtecapaciteit van het binnenvat bij de temperatuur T .

De grootte $TSdm$ werd afgeleid uit de gegevens van IA § 4, de warmtecapaciteit C werd experimenteel als functie van de temperatuur bepaald. Het rechterlid van (3,01) werd uit deze gegevens berekend. Aldus werd een theoretische waarde voor de temperatuurverandering verkregen, die kon worden vergeleken met de gemeten temperatuurverandering.



Figuur 3.2. Het toestel.



Figuur 3.2b. De veerbalg.

§ 2. Het toestel

Het toestel is afgebeeld in fig. 3,2. Het reservoir B was cilindrisch van vorm en bevatte ongeveer 20 gram koperkaliumtuttonzout. Aan de bovenzijde was het door middel van de glazen capillair H (inw diam 0,2 mm, lengte 7 cm) verbonden met de buis P_1 , en voorzien van de veiligheid F_1 . Het stooklichaam K bestond uit een strookje papier bedekt met een laagje aquadag. Voor de toevoerdraden R van dit stooklichaam werd evenals bij het toestel voor de meting van het fonteineffect vertind manganiendraad gebruikt.

Het superlek S bestond uit een nieuwzilveren buisje gevuld met uiterst fijn Parijs' rood poeder (zievoor verdere bijzonderheden de appendix 1). Door middel van 2 platina buisjes PG_1 en PG_2 was het met de glazen delen van het toestel verbonden. De roestvrij-stalen capillair A was spiraalvormig gewonden teneinde een soepele verbinding van het glazen deel van het toestel met de metalen veerbalg V te verkrijgen. Dit was nodig om het optreden van spanningen t.g.v. verschillen in uitzettingscoëfficiënt van de verschillende gebruikte materialen te voorkomen.

De veiligheid F_2 moest na elke meetdag worden vernieuwd, daar het helium, dat zich tijdens het experiment in de veerbalg bevond, na afloop van de metingen niet via het superlek kon worden afgevoerd.

Aan de thermische isolatie van het binnenvat was veel zorg besteed. De vacuummantel M was uitwendig verzilverd of met een laagje aquadag bedekt. In de buizen P_1 en P_2 waren de stralingsbochten W aangebracht. Tijdens de metingen werd aan de buis P_1 gepompt. Een belangrijke bijdrage tot het warmtelek wordt n.l. veroorzaakt door de heliumfilm, die langs de wand van het binnenvat omhoog kruipt en in een hoger gelegen gedeelte van de buis P_1 verdampt. Het gas stroomt terug en condenseert weer in het reservoir waarbij warmte vrijkomt. Door het aanbrenge van een capillair tussende pompbuis en het binnenvat werd het filmtransport aanmerkelijk gereduceerd, daar het evenredig is met de kleinste omtrek van de gebruikte verbindingen. Tevens belemmert de capillair het terugstromen van het gas. Kramers¹⁾ heeft in zijn proefschrift de situatie in een dergelijk capillair uitvoerig geanalyseerd.

Aanvankelijk was de primaire spoel van de wederke-

rige inductie (zie IB § 2) op de heliumcryostaat gewikkeld en de secundaire spoel op de vacuummantel. De bewegende metalen delen van het mechanisme van de veerbalg veroorzaakten echter storingen daar zij zich in het primaire veld bevonden.

Een eerste, doch onvoldoende verbetering werd verkregen door de buis Y en de stift U (zie fig. 3,2b) uit celeron te vervaardigen in plaats van uit nieuwzilver. De moeilijkheid werd geheel opgelost door beide spoelen op de vacuummantel te leggen. Dit was mogelijk omdat inmiddels de gevoeligheid van de meetbrug zodanig was vergroot dat de primaire stroom kon worden teruggebracht tot ongeveer 10 mA (zie IB § 2). De spoelen werden onderling slechts gescheiden door een enkele laag papier.

Tenslotte nog een korte beschrijving van het mechanisme van de veerbalg. De eigenlijke veerbalg was vervaardigd uit tombak. De werkzame doorsnede bedroeg 250 mm². In de bus E waren 2 in een axiaal vlak liggende spleten gemaakt waardoor de lippen Z naar buiten staken. Aan deze lippen waren de trekveren Q bevestigd die de bovenzijde van de veerbalg stevig tegen de stift Y aantrokken. De spoed van de schroefdraad I was 0,5 mm. De stift Y was met behulp van een pakkingbus vacuumdicht door de kap van de cryostaat gevoerd en van een schijf met schaalverdeling voorzien. De volumeverandering van de veerbalg bleek bij een met vloeibaar helium uitgevoerde calibratie binnen 0,5% te reproduceren. Het glazen dompellichaam D beperkte het schadelijke volume.

§ 3. Hulpapparatuur buiten de cryostaat

a) Met betrekking tot de hoogvacuumtechniek

De buizen P₁ en P₂ waren door de kap van de cryostaat gevoerd en verbonden met de hoogvacuumopstelling. In het laatste stadium van het onderzoek werd een oliediffusiepomp van Philips gebruikt (type 0 - 21 - 4, capaciteit 350 l/sec bij 10⁻⁵ cm Hg). Zoals reeds in de vorige paragraaf is opgemerkt werd tijdens de meting aan de buis P₁ gepompt ter vermindering van het door de heliumfilm veroorzaakte warmtelek. De vacuumopstelling was verder geheel gelijk aan de bij de meting van het fonteineffect gebruikte opstelling, met weglating van de differentiaal-oliemanometer.

b) Met betrekking tot de stookschakeling

Voor de bepaling van de warmtecapaciteit van het binnenvat moest een nauwkeurig bekende hoeveelheid energie kunnen worden toegevoerd. Hiervoor werd de door P. Keesom²⁾ in zijn proefschrift beschreven stookinrichting gebruikt. Met behulp hiervan werd gedurende 10, 20 of 30 seconden gestookt. De toegevoerde energie werd bepaald uit een nauwkeurige meting van de stookstroom en de spanning over het stooklichaam.

c) Met betrekking tot de meting van de temperatuur in het binnenvat.

Deze is reeds besproken in IB § 2.

§ 4. Beschrijving van een experiment

a) De voorbereiding

Allereerst werd de ruimte onder het superlek met heliumgas gevuld tot een druk van 1 atmosfeer. Dit geschiedde via het hulpbuisje L, dat na het vullen werd dichtgesmolten. Hierna werden de mantelruimte en het binnenvat eveneens met heliumgas gespoeld en gevuld. Om te voorkomen dat het paramagnetische zout dehydrateerde was het toestel bij deze handelingen in eendewarvat met vloeibare lucht geplaatst. De mantelruimte werd tenslotte bij kamertemperatuur gevuld tot een druk van ongeveer 2 cm Hg, het binnenvat tot ongeveer 1 atmosfeer.

Na het vullen van de cryostaat met vloeibaar helium werd bij de liquefactor het benodigde helium gecondenseerd. De veerbalg stroomde eerst vol nadat tijdens de calibratie de temperatuur in de cryostaat beneden het lambda-punt was gekomen.

b) Het eigenlijke experiment

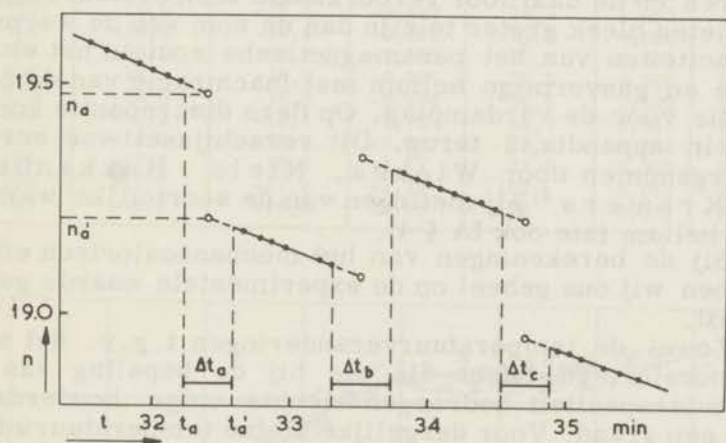
Na de calibratie van de magnetische thermometer (zie II § 4) werd de magneet om de cryostaat gereden en het veld opgezet. Na ongeveer 5 minuten werd begonnen met het wegpompen van het contactgas. Zodra een druk van 10^{-6} cm Hg was bereikt werd de mantelruimte afgesloten en de hoogvacuumpomp in verbinding gebracht met

de buis P_1 . Hierna werd het veld afgezet en de magneet weggereden.

Gedurende de opwarmingsperiode werd het volume van de veerbalg met tussenpozen van 1 tot 2 minuten afwisselend verkleind en vergroot. De volumeverandering bedroeg steeds 1 cm^3 , en vond plaats in minimaal 15 en maximaal 40 seconden. De temperatuur in het binnenvat werd ongeveer 7 maal per minuut gemeten.

De bepaling van de warmtecapaciteit geschiedde in afzonderlijke meetseries. Na een voorperiode van ongeveer 1 minuut werd gedurende 10, 20 of 30 seconden gestookt. Na het stoken werd weer gedurende 1 minuut de natuurlijke opwarming t. g. v. het warmtelek gemeten.

§ 5. Nadere gegevens



Figuur 3,3. Een gedeelte van een opwarmingsperiode.

Fig. 3,3 geeft een gedeelte van een opwarmingsperiode van het binnenvat weer. Het aantal compensatiewindingen is uitgezet als functie van de tijd. In de hier weergegeven periode werd het volume van de veerbalg 3 maal gewijzigd. Tussen t_a en t'_a vond een vergroting van het volume plaats.

Het warmtelek werd geëlimineerd door zowel de

voor- als de naperiode te extrapoleren tot het tijdstip $(t_a + t'_a)/2$. Beneden $0,6^\circ\text{K}$ was de helling van de voorperiode in de regel steiler dan die van de naperiode; boven deze temperatuur waren de hellingen vrijwel aan elkaar gelijk. Daar het mechanisme van de veerbalg met de hand werd bediend bestond er een kleine onnauwkeurigheid in t_a en t'_a en dus ook in $(t_a + t'_a)/2$. De hierdoor veroorzaakte onnauwkeurigheid in ΔT werd dus groter naarmate de temperatuur lager was. Uit n_a en n'_a (zie fig.) werden de temperaturen T_a en T'_a berekend. Hieruit volgde onmiddellijk ΔT en de gemiddelde temperatuur.

Met betrekking tot de warmtecapaciteit merken wij nog het volgende op:

De experimentele waarde C_{exp} die werd bepaald door een bekende hoeveelheid energie aan het binnenvat toe te voeren en de daardoor veroorzaakte temperatuurstijging te meten bleek groter te zijn dan de som van de warmtecapaciteiten van het paramagnetische zout en het vloeibare en gasvormige helium met inachtnaam van de correctie voor de verdamping. Op deze discrepantie komen wij in appendix 2 terug. Dit verschijnsel was eerder waargenomen door Wiebes, Niels - Hakkenberg en Kramers³⁾ bij metingen van de soortelijke warmte van helium (zie ook IA § 4).

Bij de berekeningen van het mechanocalorisch effect hebben wij ons geheel op de experimentele waarde gebaseerd.

Zowel de temperatuurveranderingen t.g.v. het mechanocalorisch effect als die bij de bepaling van de warmtecapaciteit bedroegen slechts enige honderdsten van een graad. Voor dergelijke kleine temperatuurintervallen mogen zowel de warmtecapaciteit C als het mechanocalorisch effect TS als lineair afhankelijk van de temperatuur worden beschouwd.

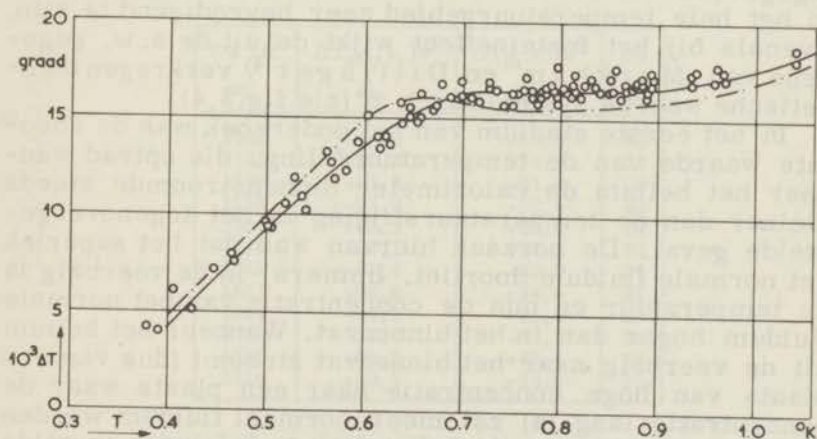
Daar ook het verband tussen de warmtecapaciteit en de veranderende hoeveelheid helium in het binnenvat lineair is, was het geoorloofd in de formule:

$$\Delta T_{\text{th}} = \frac{TSdm}{C}$$

voor alle grootheden die bij de gemiddelde temperatuur en de gemiddelde hoeveelheid vloeistof behorende waarden te gebruiken.

Tabel 3, 1

$T \times 10^3$ °K	$\Delta T_{\text{exp}} \times 10^3$ °K	$\Delta T_{\text{th}} \times 10^3$ °K	TSdm mJ	C_{exp} mJ/graad	dQ_0 mJ	Δt sec
380	- 4,2	- 3,5	-0,0205	5,8	0,086	20
424	+ 5,1	+ 5,3	+0,0320	6,1	0,112	22
446	+ 7,2	+ 6,3	+0,0390	6,2	0,080	28
464	- 8,0	- 7,2	-0,046	6,4	0,055	20
500	+ 9,3	+ 9,1	+0,062	6,8	0,058	16
536	-10,9	-10,9	-0,082	7,5	0,071	17
565	+12,7	+12,3	+0,100	8,2	0,064	20
592	-13,7	-13,5	-0,121	9,0	0,060	18
603	-15,1	-14,0	-0,131	9,4	0,066	18
646	+15,6	+15,4	+0,174	11,3	0,063	20
662	-16,2	-15,7	-0,192	12,2	0,076	27
677	+16,7	+16,1	+0,214	13,3	0,056	21
700	-17,0	-16,4	-0,250	15,5	0,063	18
715	-16,0	-16,4	-0,280	17,0	0,095	33
729	+16,8	+16,4	+0,307	18,8	0,057	18
752	-16,2	-16,4	-0,362	22,0	0,080	27
784	+16,5	+16,3	+0,458	27,6	0,071	24
804	-16,1	-16,2	-0,527	32,5	0,065	23
819	-16,0	-16,3	-0,594	36,5	0,092	25
849	-16,2	-16,4	-0,75	45,7	0,061	23
870	+16,7	+16,4	+0,88	53,8	0,081	26
926	-17,4	-16,8	-1,37	81,5	0,070	27
958	+17,7	+17,2	+1,75	102	0,052	20
1040	+18,1	+18,2	+3,18	175	0,032	19



Figuur 3,4. Het mechanocalorisch effect beneden 1°K
 ———— theoretische waarde volgens Kramers-Wiebes
 - - - - - idem, volgens Markham en Dillinger.

§ 6. Resultaten

a) Het temperatuurgebied beneden 1°K .

In de tabel 3,1 en de fig. 3,4 is een gedeelte van de beneden 1°K verkregen resultaten weergegeven.

De tabel omvat de gemeten temperatuurverandering ΔT_{exp} , de overeenkomstige theoretische waarde ΔT_{th} en de grootheden TSdm ($=dQ_m$) en C_{exp} afzonderlijk. Bovendien is opgegeven de tijd Δt waarin de volumeverandering van de veerbalg plaats vond en de hoeveelheid parasitaire energie die gedurende deze tijd het binnenvat bereikte.

Beneden $0,6^{\circ}\text{K}$ is TS evenredig met T^4 . De warmtecapaciteit van het binnenvat neemt beneden deze temperatuur slechts langzaam met de temperatuur af, daar de afname van de warmtecapaciteit van het vloeibare helium grotendeels wordt gecompenseerd door de toename van de warmtecapaciteit van het zout, die evenredig is met $1/T^2$. TSdm/C neemt om deze reden snel met de temperatuur af. Uit de kolommen 3 en 5 blijkt dat dQ_m bij de laagste temperaturen klein is t.o.v. dQ_0 . Hierdoor wordt de meetnauwkeurigheid ongunstig beïnvloed, wat blijkt uit de grotere spreiding van de meetpunten.

De overeenstemming tussen de experimentele en de theoretische waarde, verkregen uit de soortelijke-warmtegegevens van Kramers en Wiebes (zie IA § 4) blijkt in het hele temperatuurgebied zeer bevredigend te zijn. Evenals bij het fonteineffect wijkt de uit de s.w. gegevens van Markham en Dillinger⁴⁾ verkregen theoretische waarde systematisch af (zie fig. 3,4).

In het eerste stadium van het onderzoek was de absolute waarde van de temperatuurdaling, die optrad wanneer het helium de calorimeter binnenstroomde steeds kleiner dan de temperatuurstijging in het tegenovergestelde geval. De oorzaak hiervan was dat het superlek het normale fluidum doorliet. Immers, in de veerbalg is de temperatuur en dus de concentratie van het normale fluidum hoger dan in het binnenvat. Wanneer het helium uit de veerbalg naar het binnenvat stroomt (dus van een plaats van hoge concentratie naar een plaats waar de concentratie laag is) zal meer normaal fluidum worden meegenomen dan bij stroming in de tegenovergestelde richting. Inderdaad verdween de asymmetrie toen het poeder in het superlek vaster werd aangestampt.

Naloopverschijnselen werden nimmer waargenomen. Dit houdt in dat ook een volumevergroting van de veerbalg onmiddellijk door de vloeistof werd gevolgd, en tevens dat het temperatuurevenwicht zich zeer snel, in ieder geval binnen enige seconden instelde.

De hier gegeven resultaten werden berekend met invoering van $\Theta = 0,030^{\circ}\text{K}$ in de calibratie van de magnetische thermometer. De correctie voor het niet-bolvormig zijn van het preparaat bedroeg $0,006^{\circ}\text{K}$. Het verschil met de oorspronkelijke resultaten⁵⁾ die berekend waren met $\Theta = 0,052^{\circ}\text{K}$ bleef over het gehele temperatuurgebied binnen de meetnauwkeurigheid.

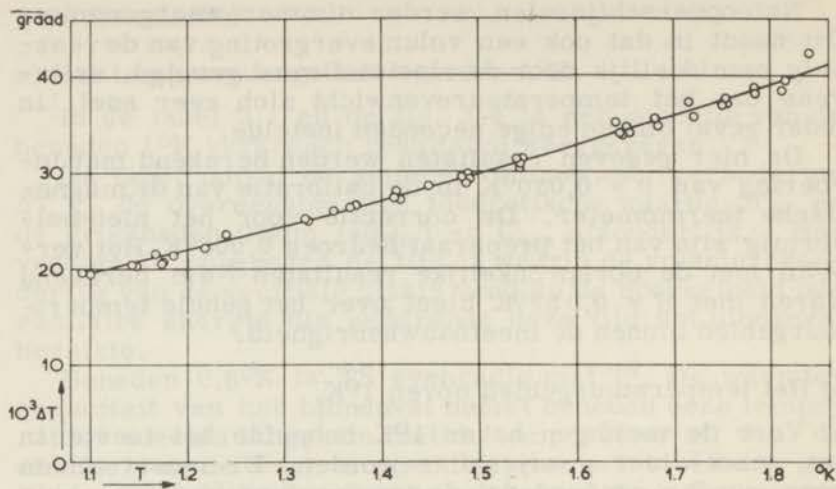
b) Het temperatuurgebied boven 1°K .

Voor de metingen boven 1°K behoefde het toestel in het geheel niet gewijzigd te worden. Er moest alleen voor worden gezorgd dat de temperatuur in de veerbalg (= badtemperatuur) steeds gelijk of hoger was dan de temperatuur in het binnenvat, om te voorkomen dat de veerbalg tengevolge van het fonteineffect leegstroomde. Het temperatuurverschil tussen binnenvat en heliumbad werd echter zo klein mogelijk gehouden, zodat het warmtelek zeer gering was.

Tabel 3, 2

$T \times 10^3$ $^{\circ}\text{K}$	$\Delta T_{\text{exp}} \times 10^3$ $^{\circ}\text{K}$	$\Delta T_{\text{th}} \times 10^3$ $^{\circ}\text{K}$	Δt sec
1098	-19,6	-19,6	26
1149	-20,3	-20,9	29
1196	+21,8	+21,9	29
1218	-21,2	-22,4	32
1350	+25,9	+25,8	26
1416	+28,1	+27,2	30
1540	-31,4	-30,9	30
1651	+34,6	+34,4	31
1684	-34,8	-35,2	27
1751	-37,0	-37,3	34
1783	+38,8	+38,4	26
1816	+39,5	+39,5	32

In de tabel 3,2 en de fig. 3,5 zijn de verkregen resultaten samengebracht. Duidelijk blijkt dat ook in dit temperatuurgebied een zeer goede overeenstemming bestaat tussen de experimentele en de theoretische waarde.



Figuur 3,5. Het mechanocalorisch effect boven 1°K theoretische waarde volgens Kramers-Wiebes.

§ 7. Enige resultaten van andere onderzoeken

In het gehele temperatuurgebied tussen $0,4^{\circ}\text{K}$ en $1,8^{\circ}\text{K}$ stemt de experimentele waarde van het mechanocalorisch effect dus zeer goed met de theoretische waarde overeen.

Voor het gebied boven $1,2^{\circ}\text{K}$ wordt deze overeenstemming bevestigd door de metingen van Brewer, Edwards en Mendelsohn⁶⁾ en de minder recente gegevens van Meyer en Mellink⁷⁾. De door Kapitza⁸⁾ opgegeven waarden liggen hoger. Bij $1,3^{\circ}\text{K}$ bedraagt de afwijking 4%, bij $1,8^{\circ}\text{K}$ ongeveer 10%. Voor het temperatuurgebied beneden 1°K zijn geen andere gegevens ter vergelijking beschikbaar.

§ 8. Slotbeschouwing

Wij hebben in IA § 4 verschillende argumenten aangevoerd voor de juistheid van de door Kramers en Wiebes gevonden waarden van de soortelijke warmte van helium. Met behulp van de formules van H. London

hebben wij hieruit de theoretische waarde van het fontein-effect en het mechanocalorisch effect afgeleid, die dus door onze onderzoekingen zijn bevestigd. Hieruit volgt de geldigheid van London's formules voor het beschouwde temperatuurgebied tussen $0,2^{\circ}\text{K}$ en $1,8^{\circ}\text{K}$. Door het feit dat bij de berekening van de limietwaarden van de beide effecten ook bij de laagste temperaturen de totale entropie moet worden gebruikt wordt het gelijk aan nul zijn van de entropie van het superfluidum nog eens duidelijk aangetoond. Dit is geheel in overeenstemming met de theorie van de elementaire excitaties.

Literatuur

- 1) Kramers, H. C., Proefschrift Leiden (1956).
- 2) Keesom, P. H., Proefschrift Leiden (1948).
- 3) Wiebes, J., Niels-Hakkenberg, C. G., en Kramers, H. C., Commun, No. 308a; Physica 23 (1957) 625.
- 4) Markham, A. H., Pearce, D. C., Netzel, R. G., en Dillinger, J. R. Proc. of the fifth Int. Conf. on Low Temperature Physics and Chemistry, Madison (1957).
- 5) Bots, G. J. C., Kamerlingh Onnes Conference on Low Temperature Physics, Leiden (1958).
- 6) Brewer, D. G., Edwards, D. O. en Mendelsohn, K., Proc. Phys. Soc. 71 (1958) 117.
- 7) Meyer, L., en Mellink, J. H., Commun, No. 272b; Physica 13 (1947) 197.
- 8) Kapitza, P. L., J. Phys. U. S. S. R., 5 (1941) 59.

APPENDIX I

ENIGE OPMERKINGEN OVER "SUPERLEKKEN"

Het superlek bestond bij onze experimenten steeds uit een dunwandig nieuwzilveren buisje, gevuld met samengeperst Parijs' rood poeder. De diameter van het buisje was 2 mm, de wanddikte 0,1 mm. De lengte van de poederkolom bedroeg 2 à 3 cm. De diameter van de korrels van het poeder bleek bij meting met behulp van een electronenmicroscop ongeveer 3×10^{-6} cm te zijn. De grootte van de poriën tussen de korrels moet in verband hiermede op ongeveer 10^{-6} cm geschat worden en het aantal kanaaltjes op ongeveer 10^{10} . Anderzijds werden gasstroomproeven verricht. Daar de vrijeweglengte van de heliumatomen bij kamertemperatuur en atmosferische druk ongeveer 2×10^{-5} cm bedraagt was er sprake van Knudsen-stroming. Aannemend dat het aantal kanaaltjes 10^{10} was, vonden wij voor de diameter van de poriën $0,7 \times 10^{-6}$ cm. Dit stemt dus redelijk met het bovenstaande overeen.

De eisen waaraan het superlek moest voldoen kunnen als volgt worden samengevat:

- a) De stroming van het normale fluidum moest zo goed mogelijk worden tegengegaan.
- b) De warmtestroom via het superlek naar het binnenvat moest zo klein mogelijk zijn.
- c) Bij het onderzoek van het mechano-calorisch effect moest bovendien in ongeveer 15 seconden 1 cm^3 helium door het superlek kunnen stromen.

Bezien wij nu eerst het warmtelek. Het deel hiervan dat door het superlek werd veroorzaakt moet worden geschat op $10 \text{ à } 15 \text{ erg/sec}$ bij $0,8^\circ\text{K}$ en een temperatuurgradiënt van $0,2^\circ\text{K/cm}$. Deze schatting werd verkregen door het totale warmtelek in een toestel met superlek te vergelijken met het warmtelek in hetzelfde toestel nadat het superlek (d. w. z. het buisje inclusief het poeder) was verwijderd.

Voor het warmtegeleidingsvermogen van nieuwzilver

bij $0,8^{\circ}\text{K}$ vinden wij door extrapolatie van de gegevens van Berman ¹⁾;

$$\lambda = 0,8 \times 10^{-3} \text{ Watt/cm graad.}$$

De warmtestroom door het buisje bedraagt bij deze temperatuur en een temperatuurgradiënt van $0,2^{\circ}\text{K/cm}$:

$$w = 10 \text{ erg/sec}$$

De bijdrage van het poeder tot het warmtelek is moeilijk te berekenen. De grootte van de aanrakingsoppervlakken van de korrels onderling is onbekend, daar zij o.a. afhangt van de ruwheid van het oppervlak. Er zal zeker sprake zijn van een overgangsweerstand. Bovendien is mogelijk dat de warmte aan het oppervlak van de korrels wordt overgedragen aan het helium waarbij de z.g. Kapitza-weerstand een rol speelt.

Dit laatste probleem kunnen wij enigszins benaderen door een kolom te beschouwen van 2,5 cm lengte en 2 mm diameter, die afwisselend bestaat uit laagjes vaste stof en laagjes helium. Volgens Fairbank en Wilks ²⁾ wordt het verband tussen de temperatuursprong aan het oppervlak van de vaste stof en de warmtestroom gegeven door:

$$\frac{\Delta T}{w} = \frac{45}{T^2} \text{ Watt}^{-1} \text{ cm}^2 \text{ graad}$$

Nemen wij nu aan dat er 10^4 overgangen per cm zijn, dan vinden wij door integratie dat de warmtestroom ongeveer 1 erg/sec bedraagt. Gezien de diameter van de korrels (3×10^{-6} cm) is het aantal overgangen in werkelijkheid waarschijnlijk veel groter, zodat de warmtestroom dus nog geringer is.

Tenslotte de bijdrage van het helium in de poriën tussen de korrels. Als uitgangspunt beschouwen wij een cilindrisch capillair met een diameter van 10^{-6} cm. De vrije-weglengte van de fononen bedraagt bij 1°K en $0,6^{\circ}\text{K}$ respectievelijk 10^{-4} cm en 0,3 cm, en is dus groot in vergelijking met de genoemde diameter. De warmtestroom moet nu worden beschouwd als een diffusie van de fononen, die wel aan de wanden worden gereflecteerd, doch onderling vrijwel niet meer botsen. Deze warmtestroom wordt nu gegeven door:

$$w = \frac{1}{8} \pi d^3 v_1 c \frac{(2-f)}{f} \frac{dT}{dx} \quad (\text{a}, 1)$$

Hierin is d de diameter van de capillair, f de fractie diffuus gereflecteerde phononen, v_1 de geluidssnelheid en c de soortelijk warmte.

Voor de warmtestroom door de capillair vinden wij bij $0,8^\circ\text{K}$, $dT/dx = 0,2^\circ\text{K}/\text{cm}$, en $f = 1 : w = 2 \times 10^{-11}$ erg/sec. Door een bundel van 10^{10} van deze capillairen wordt dus ongeveer $0,2$ erg/sec getransporteerd.

Uit (a,1) blijkt dat de warmtestroom door een capillair evenredig is met d^3 . Houden wij nu de totale doorsnede van de capillairen te samen constant dan is het aantal capillairen omgekeerd evenredig met d^2 . De warmtestroom is dan evenredig met d . Daar het totale warmtelek naar het binnenvat ongeveer 30 erg/sec bedroeg zouden capillairen met een diameter van 10^{-5} cm nog gebruikt kunnen worden, daar de bijdrage tot het warmtelek van het door het superlek stromende helium dan nog slechts 2 erg/sec bedraagt.

Wij moeten echter nog nagaan of in deze wijdere kanaaltjes reeds wrijvingsverschijnselen optreden die tot gevolg hebben dat de limietwaarde van het te meten effect niet meer wordt bereikt. Met behulp van de formule $w = \rho S T \bar{v}_n$ vinden wij voor een kanaaltje van 10^{-5} cm diameter: $v_n \approx 0,1$ cm/sec. Nu geldt voor de stationnaire toestand dat $\rho_s \bar{v}_s + \rho_n \bar{v}_n = 0$, en beneden 1°K bovendien dat $\rho_s \gg \rho_n$. Hieruit volgt dat v_s zeer klein is.

Voor de kritische snelheid in capillairen met diameter $1,2 \times 10^{-5}$ cm vonden Allen en Misener³⁾: $v_c = 12$ cm/sec. Bij de stroming van helium door een kolom Parijs' rood poeder namen zij echter geen kritische verschijnselen waar. Tot dezelfde conclusie kwamen Atkins en Seki⁴⁾. Zij onderzochten de stroming van helium door Parijs' rood poeder en ook de stroming door poreus glas met poriën van ongeveer 7×10^{-7} cm. Het helium bleek zeer gemakkelijk door het glas te stromen. Wij herinneren hier aan de oscillaties die in het eerste stadium van het onderzoek van het fonteineffect optraden. Hierbij stroomde soms meer dan 300 mm^3 helium in 1 seconde door het superlek. Tevens is hiermede aangetoond dat aan de onder c) genoemde eis die aan het superlek gesteld werd, was voldaan. De snelheid van het superfluidum in het superlek moet bij de oscillaties meer dan 50 cm/sec hebben bedragen. Het ziet er

dus naar uit, dat de critische snelheid in poedersuperlekken zeer groot is.

Tenslotte nog het volgende: Het hierboven beschreven type superlek had het bezwaar dat het slechts gedurende 1 heliumdag volledig betrouwbaar functioneerde. Bij een tweede of derde experiment bleek het warmtelek te zijn toegenomen, terwijl het te onderzoeken effect niet meer aan de formule van London voldeed. In samenwerking met Van den Meydenberg is dit verschijnsel nader onderzocht. Aanvankelijk werd gedacht, dat het te wijten was aan een verschil in uitzettingscoëfficiënt tussen het metalen buisje en het poeder, waardoor bij achtereenvolgend afkoelen en opwarmen scheurtjes zouden kunnen ontstaan. Vastgesteld kon worden:

a) Het poreuzer worden van het superlek werd niet voorkomen door het toestel tussen twee meetdagen in vloeibare lucht te plaatsen.

b) Een ander superlek werd ingesmolten in een glazen buisje dat tot de temperatuur van vloeibaar helium werd afgekoeld en daarna weer werd opgewarmd. Hierbij bevond zich dus geen vloeistof in het superlek. De eigenschappen ervan bleken nu niet te zijn veranderd.

Hieruit werd geconcludeerd dat het poreuzer worden van het superlek wordt veroorzaakt door het vloeibare helium dat zich er in bevindt. Dit helium gaat na afloop van de meetdag weer in de gastoestand over, waardoor een hoge druk in het superlek ontstaat, die de poederdeeltjes van elkaar verwijdert.

APPENDIX II

DE "EXTRA" WARMTECAPACITEIT

Een van de grootheden die bij het onderzoek van het mechanocalorisch effect bekend moest zijn was de warmtecapaciteit van het binnenvat (zie III § 1 en III § 5). Deze werd experimenteel bepaald door het toevoeren van een bekende hoeveelheid energie en het meten van de daardoor veroorzaakte stijging van de temperatuur. Deze experimentele waarde bleek groter te zijn dan de som van de warmtecapaciteiten van het paramagnetische zout en het vloeibare en gasvormige helium met inachtneming van de correctie voor de verdamping. Dit verschijnsel was - zij het in mindere mate - reeds eerder waargenomen door Wiebes, Niels-Hakkenberg en Kraemers bij de meting van de soortelijke warmte (zie IA § 4).

Tabel a, 1

(1) $T \times 10^3$	(2) C_{He}^{vl} (1,27 g) mJ/graad	(3) C_{He}^d (2 cm ³) mJ/graad	(4) C^z (20,7 g) mJ/graad	(5) C_{th}^{tot} mJ/graad	(6) C_{exp}^{tot} mJ/graad	(7) ΔC mJ/graad
400	1,66	-	1,56	3,22	5,9	2,7
450	2,36	-	1,23	3,59	6,3	2,7
500	3,24	-	1,00	4,24	6,8	2,6
550	4,31	-	0,82	5,13	7,8	2,7
600	5,63	0,02	0,69	6,34	9,2	2,9
650	8,13	0,05	0,59	8,77	11,5	2,7
700	12,3	0,13	0,51	12,9	15,5	2,6
750	18,5	0,25	0,44	19,2	21,8	2,6
800	28,2	0,45	0,4	29,0	31,5	2,5
850	43,6	0,8	0,4	44,8	46,0	1,2
900	63,8	1,2	0,3	65,3	67	
950	94,4	1,8	0,3	96,5	96	
1000	132	2,7	0,3	135	135	

In tabel a, 1 zijn de betreffende gegevens samengebracht. Het binnenvat bevatte 20,7 g koperkaliumtuttonzout en 1,27 g vloeibaar helium. Het volume van de damp boven de vloeistof was ongeveer 2 cm³.

De warmtecapaciteit van het zout werd berekend met (zie IB § 2): $b/R = 6,4 \times 10^{-4}$, de warmtecapaciteit van het helium met de gegevens van IA § 4.

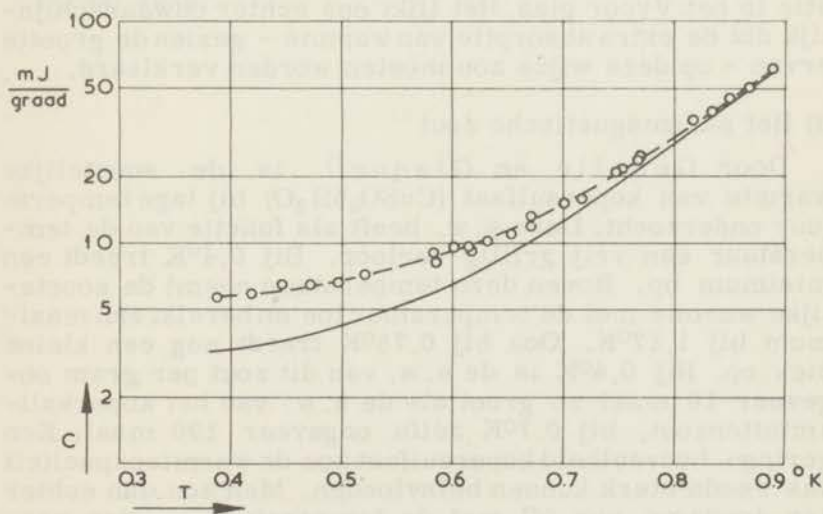
De warmtecapaciteit van de damp wordt tesamen met de correctie voor de verdamping gegeven door:

$$C_d^{\text{He}} = 1,33 \times 10^4 \left\{ \frac{C'}{RT} \left(\frac{dp}{dT} - \frac{p}{T} \right) + \frac{3}{2} \frac{p}{T} \right\} \text{ erg/graad cm}^3$$

Hierin is C' de verdampingswarmte per mol; p is uitgedrukt in cm kwik.

De kolommen 5 en 6 van de tabel geven resp. de theoretische en de experimentele waarde van de totale warmtecapaciteit weer. De laatste kolom geeft het verschil ΔC . In fig. a, 1 zijn $C_{\text{th}}^{\text{tot}}$ en $C_{\text{exp}}^{\text{tot}}$ als functie van de temperatuur uitgezet.

ΔC blijkt groot te zijn t. o. v. de totale warmtecapaciteit, vooral bij de laagste temperaturen. De afhankelijkheid van de temperatuur is onduidelijk. De oorzaak van deze extra absorptie van warmte moet óf in het vloeibare helium of in het paramagnetische zout zijn gelegen. Wij zullen beide mogelijkheden nader beschouwen.



Figuur a, 1. De warmtecapaciteit van het binnenvat als functie van de temperatuur.
 ————— C_{th} ; - - - - - C_{exp} .

α) Het vloeibare helium

Allereerst werd nagegaan of er verband bestond tussen het oppervlak van de vaste stof die zich in het helium bevond en de extra warmteabsorptie. Deze vraag moet ontkenkend worden beantwoord daar het toevoegen van 14 gram fijn glaspoeder (korrelgrootte 0,1 mm) geen verandering van ΔC tengevolge had.

Het is echter ook bekend dat de soortelijke warmte van vloeibaar helium in nauwe poriën en ook de soortelijke warmte van de heliumfilm niet gelijk is aan de soortelijke warmte van een groter volume vloeistof.

Door Frederikse⁵⁾ werd de soortelijke warmte onderzocht van aan Parijs rood geadsorbeerd helium. In plaats van de piek die bij de "gewone" soortelijke warmte optreedt bij het lambdapunt werd een breder en lager maximum gevonden, dat optrad bij een lagere temperatuur naarmate de laag geadsorbeerd helium dunner was. Bij 1°K was de s. w. van het geadsorbeerde helium aanzienlijk groter dan de gewone soortelijke warmte.

De s. w. van helium in poreus glas (Vycor glas) werd gemeten door Champeney⁶⁾. Ook door hem werd een breder maximum bij een temperatuur beneden 2,17°K waargenomen.

De mogelijkheid bestaat dat in het paramagnetische zout poriën of uiterst fijne scheurtjes voorkomen, met als gevolg een situatie die vergelijkbaar is met de situatie in het Vycor glas. Het lijkt ons echter onwaarschijnlijk dat de extra absorptie van warmte - geziende grootte ervan - op deze wijze zou moeten worden verklaard.

β) Het paramagnetische zout

Door Geballe en Giaque⁷⁾ is de soortelijke warmte van kopersulfaat ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$) bij lage temperatuur onderzocht. Deze s. w. heeft als functie van de temperatuur een vrij grillig verloop. Bij 0,4°K treedt een minimum op. Boven deze temperatuur neemt de soortelijke warmte met de temperatuur toe en bereikt een maximum bij 1,37°K. Ook bij 0,75°K treedt nog een kleine piek op. Bij 0,4°K is de s. w. van dit zout per gram ongeveer 10 maal zo groot als de s. w. van het koperkaliumtuttonzout, bij 0,7°K zelfs ongeveer 100 maal. Een geringe hoeveelheid kopersulfaat zou de warmtecapaciteit dus reeds sterk kunnen beïnvloeden. Men zou dan echter een toename van ΔC met de temperatuur moeten ver-

wachten. Het is echter ook mogelijk dat door een overmaat koper modificaties ontstaan tussen de beide genoemde zouten. De soortelijke warmte hiervan is onbekend.

Tenslotte is nog mogelijk dat dehydratie van het zout de oorzaak is. Hierdoor zou de onderlinge afstand tussen demagnetische ionen en dus ook hun wisselwerking kunnen worden gewijzigd.

Wij beschikken echter nog over te weinig gegevens om tot een conclusie te kunnen komen.

- 1) Berman, R., *Phil. Mag.* 42 (1951) 642.
- 2) Fairbank, H.A., en Wilks, J., *Proc. Roy. Soc. A* 231 (1955) 545.
- 3) Allen, J.F., en Misener, A.D., *Proc. Roy. Soc. A* 172 (1939) 467.
- 4) Atkins, K.R., en Seki, H., *Proc. of the fifth Int. Conf. on Low Temperature Physics and Chemistry, Madison* (1957).
- 5) Frederikse, H.P.R., *Proefschrift Leiden* (1950).
- 6) Champeney, D.C., *Proc. of the fifth Int. Conf. on Low Temperature Physics and Chemistry, Madison*, (1957).
- 7) Geballe, T.H., en Giaouque, J., *J. Am. Chem. Soc.* 74 (1952) 3513.

SUMMARY

This thesis deals with the fountain effect and the mechanocaloric effect in liquid helium below 1°K . The integral fountain effect was investigated by means of an apparatus consisting of two vessels connected by a superleak. One of the vessels was kept at bath temperature ($1,1^{\circ}\text{K}$); the other vessel was cooled magnetically. In the experiments on the mechanocaloric effect the vessel at the warm end of the superleak was replaced by a metal bellows which was totally filled with liquid. By changing the volume of the bellows superfluid helium could be made to flow into or out of the vessel at the cold end of the superleak causing there a cooling or heating respectively. The changes in temperature were of the order of a few hundredths of a degree for a transfer of 1 cm^3 .

Chapter IA contains a short survey of the theoretical considerations on liquid helium. An analysis is given of the formulae of H. London and Gorter with respect to both the effects. The theory of the elementary excitations is briefly discussed. In the last section theoretical values of the fountain effect and the mechanocaloric effect are derived from the specific heat. In chapter IB a description is given of the method of the adiabatic demagnetisation and of the mutual inductance bridge used for the determination of the temperature from the susceptibility of the salt. The magnetic properties of the salts we used (chromium potassium alum and copper potassium alum) are discussed.

Chapter II deals with the fountain effect. The apparatus and the measuring method are described. The results are compared with the corresponding theoretical values. In a rather similar way the investigation of the mechanocaloric effect is discussed in chapter III. This effect was not only investigated below 1°K but also at higher temperatures, up to about $1,8^{\circ}\text{K}$.

In two appendices some remarks are made on superleaks and on the heat capacity of the calorimeter used in the experiments on the mechanocaloric effect.

The results of the investigation of the fountain effect

have already been published¹⁾. Since that time however new data have become available on the magnetic properties of the chromium potassium alum²⁾. For this reason recalculations have been made. The small discrepancy between the experimental and the theoretical value of the fountain effect which was found below 0,7°K has disappeared with the introduction of $\theta = 0,029^{\circ}\text{K}$ into the calibration formula of the magnetic thermometer.

Both investigations lead to the conclusion that H. L. London's formula is very well obeyed in the temperature range between 0,2°K and 1,8°K.

- 1) Bots, G. J. C., and Gorter, C. J., Commun, No. 304b, Physica 22, (1956) 503.
- 2) Van Dijk, H., and Durieux, M., Commun. suppl. No. 115a, Physica 24 (1958) 920.
Beun, J. A., Miedema, A. R., and Steenland, M. J., Physica 25 (1959) 399.

Teneinde te voldoen aan de wens van de Faculteit der Wis- en Natuurkunde volgt hieronder een kort overzicht van mijn universitaire studie.

Na mij middelbare schoolopleiding aan de R. K. H. B. S. "St. Bonaventura" (thans Lyceum) te Leiden in 1942 te hebben voltooid met het eindexamen B begon ik in 1945 mijn studie in de Wis- en Natuurkunde aan de Rijksuniversiteit te Leiden.

In 1950 legde ik het candidaatsexamen A af en werd ik bij de aanvang van mijn werkzaamheden op het Kamerlingh Onnes Laboratorium ingedeeld bij de afdeling thermometrie, welke onder leiding staat van Dr H. van Dijk.

Vanaf Mei 1951 assisteerde ik Dr. L. C. van der Marel bij zijn onderzoekingen van de paramagnetische relaxatie bij lage temperaturen en lage frequenties. In 1953 legde ik het doctoraal examen experimentele natuurkunde af. De hiervoor vereiste tentamina in de theoretische natuurkunde werden mij afgenomen door Dr J. Korringa en Dr N. G. van Kampen.

In Juni 1952 werd mij opgedragen het door Dr G. de Vries kort tevoren aangevangen onderzoek van het fonteineffect in vloeibaar helium beneden 1°K voort te zetten vanwege diens vertrek naar de Verenigde Staten. Na afsluiting van deze experimenten in December 1955 werd begonnen met het onderzoek van het mechanocalorisch effect. Beide onderzoekingen vonden plaats onder de leiding van mijn promotor Prof. Dr. C. J. Gorter.

Gedurende de jaren 1951-1954 was ik als assistent verbonden aan het natuurkundig practicum voor praecandidaten. Sinds 1954 heb ik Dr G. J. van de Berg terzijde gestaan bij het beheer en de aankoop van de instrumenten ten behoeve van het laboratorium. In 1955 kreeg ik de rang van wetenschappelijk ambtenaar.

Tot het welslagen van de in dit proefschrift beschreven onderzoekingen hebben vele medewerkers en medewerksters van het Kamerlingh Onnes Laboratorium het hunne bijgedragen. Voor de jaren 1952-1954 geldt dit in het bijzonder voor Dr. P. Winkel, Mevr. T. van Peski-Tinbergen en de heren R. Hartmans† en A. M. G. Delsing. Later ondervond ik veel hulp van Mevr. C. G. Niels-Hakkenberg en de heren J. Wiebes en M. J. F. J. Coremans.

Van Prof. Dr. K. W. Taconis ontving ik menige waardevolle raadgeving. Ook Dr. H. C. Kramers heb ik steeds bereid gevonden mij van advies te dienen.

Onontbeerlijk voor het welslagen van de onderzoekingen was de steun die ik heb mogen ondervinden van de technische staf van het Laboratorium. In het bijzonder noem ik de heer A. R. B. Gerritse leraar glasblazen, die de ingewikkelde glazen toestellen heeft vervaardigd en de heer T. Nieboer die de onderzoekingen cryogeen-technisch heeft verzorgd.

STELLINGEN

I

In verband met de mogelijkheid van anomale effecten van conversiecoëfficiënten in het verval van sterk gedeformeerde kernen zoals van ^{160}Tb , is het wenselijk kernoriëntatie-onderzoekingen aan ^{160}Tb te verrichten.

II

De bewering van Fang, dat de door hem ontwikkelde methode ter beschrijving van de verschijnselen van de paramagnetische relaxatie bij lage frequenties de voorkeur verdient boven de in Leiden gebruikelijke methode, is aanvechtbaar.

Fang, P.H., *Physica* 24 (1958) 970

Van der Marel, L.C., Van den Broek, J., en Gorter, C.J., *Commun. No. 306a*, *Physica* 23 (1957) 361.

III

Het veld van een electromagneet met homogeen verzadigde conische poolschoenen bereikt zijn grootste waarde als de halve top-hoek $54^{\circ}44'$ bedraagt. Het bewijs hiervan kan eenvoudiger en didactisch beter worden gegeven dan tot dusver in de literatuur is geschied.

IV

Teneinde de beoordeling van de nauwkeurigheid van metingen betreffende vloeistof-damp-evenwichtsdiagrammen van mengsels te vereenvoudigen, verdient het aanbeveling mede de mate van thermodynamische consistentie aan te geven.

V

De conclusie van Schulte-Frohlinde, dat de viscositeit van het oplosmiddel geen beslissende invloed heeft op de quanta-opbrengst bij de chemische omzetting van trans- in cis-stilbenen is niet in overeenstemming met zijn resultaten.

Schulte-Frohlinde, D., *Liebigs Ann. Chem.* 615 (1958) 114.

VI

Door Esel'son, Shvets en Bablidze is het filmtransport in ^3He - ^4He mengsels gemeten. Tegen de betrouwbaarheid van hun resultaten zijn bedenkingen aan te voeren.

Esel'son, B.N., Shvets, A.D., en Bablidze, R.A., *Sovjet Physics (JETP)* 34 (1958) 161.

VII

Volgens Markham, Pearce, Netzel en Dillinger bestaat er beneden 1°K overeenstemming tussen de door hen gevonden waarde voor de soortelijke warmte van vloeibaar helium en het door ons gemeten integrale fonteineffect. Deze overeenstemming is slechts schijnbaar.

Markham, A.H., Pearce, D.C., Netzel, R.G., en Dillinger, J.R., Proc. of the fifth Int. Conf. on Low temperature Physics and Chemistry, Madison (1957). Dit proefschrift, Hoofdstuk II §6.

VIII

De in appendix 2 van dit proefschrift besproken extra absorptie van warmte moet hoogstwaarschijnlijk aan het paramagnetische zout worden toegeschreven.

IX

Het huidige examensysteem in de natuurkunde bij het middelbaar onderwijs kan gemakkelijk een te grote waardering van de parate kennis ten opzichte van het inzicht van de candidaat tengevolge hebben.

X

Het is bij elektrische orgels mogelijk de z.g. General Crescendo met behulp waarvan registers kunnen worden in- en uitgeschakeld, op niet zeer kostbare wijze tot een artistiek meer verantwoord hulpmiddel te maken.

