

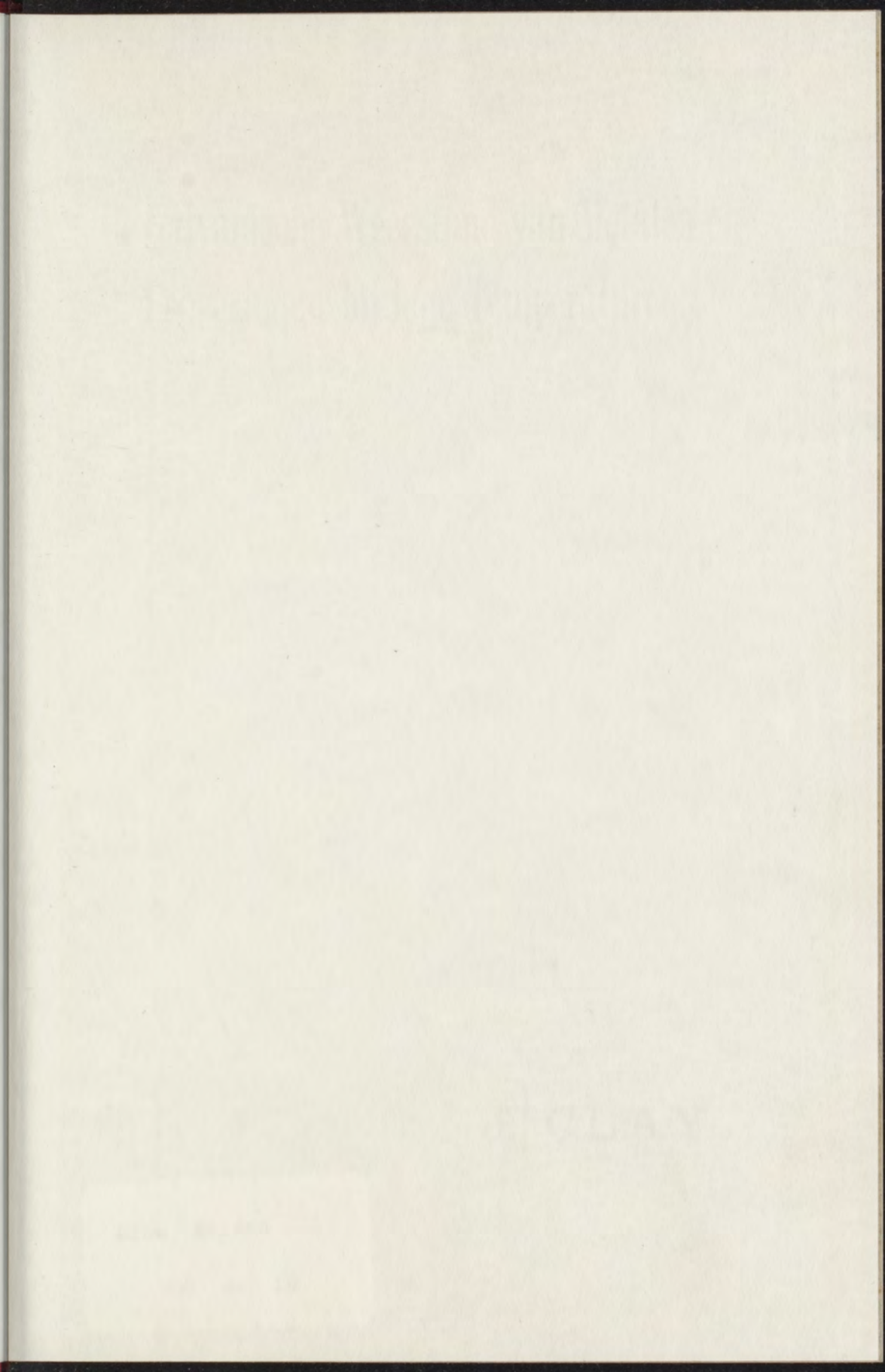


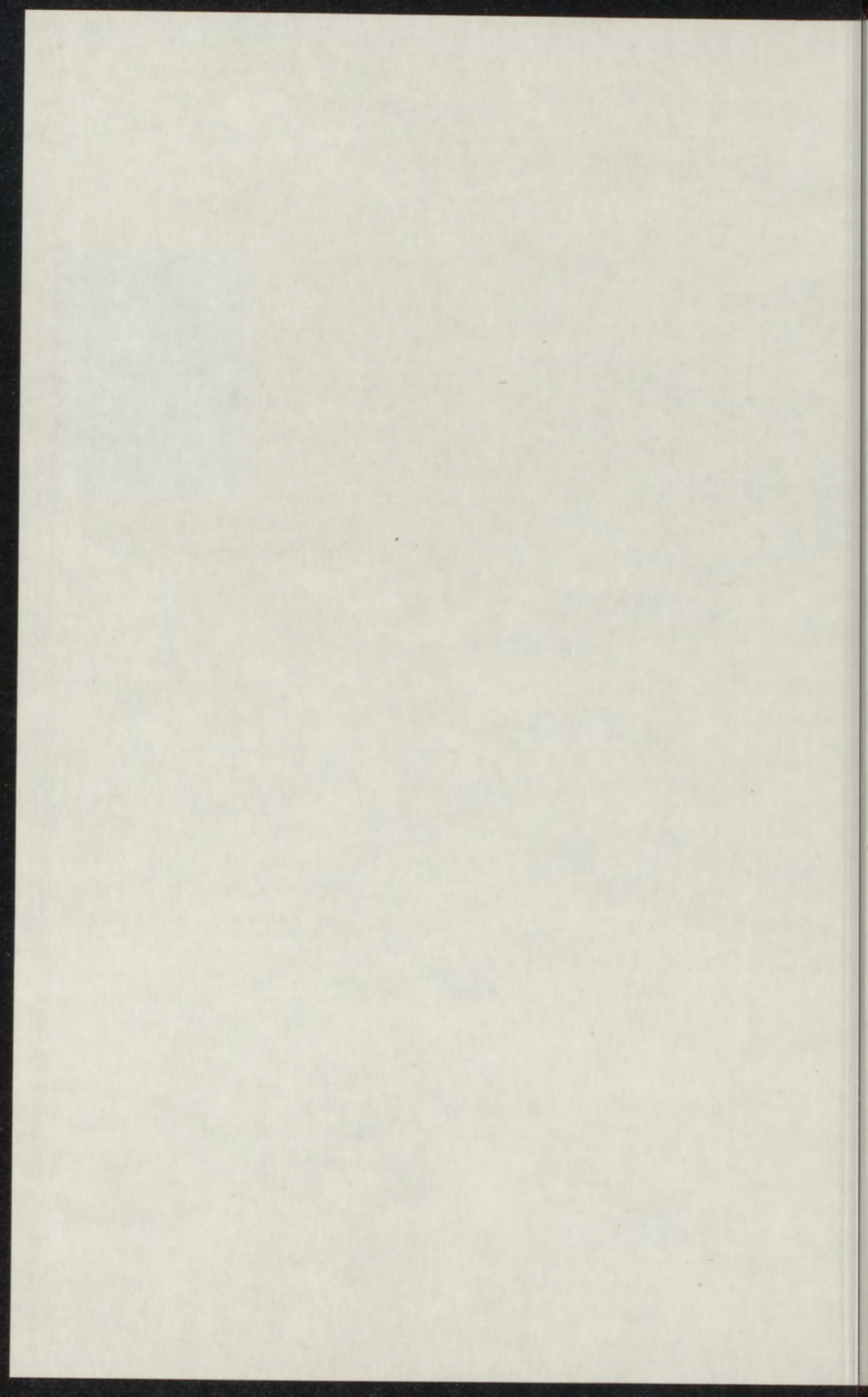
DISL  
1908-10

Universiteit Leiden



1 609 355 6







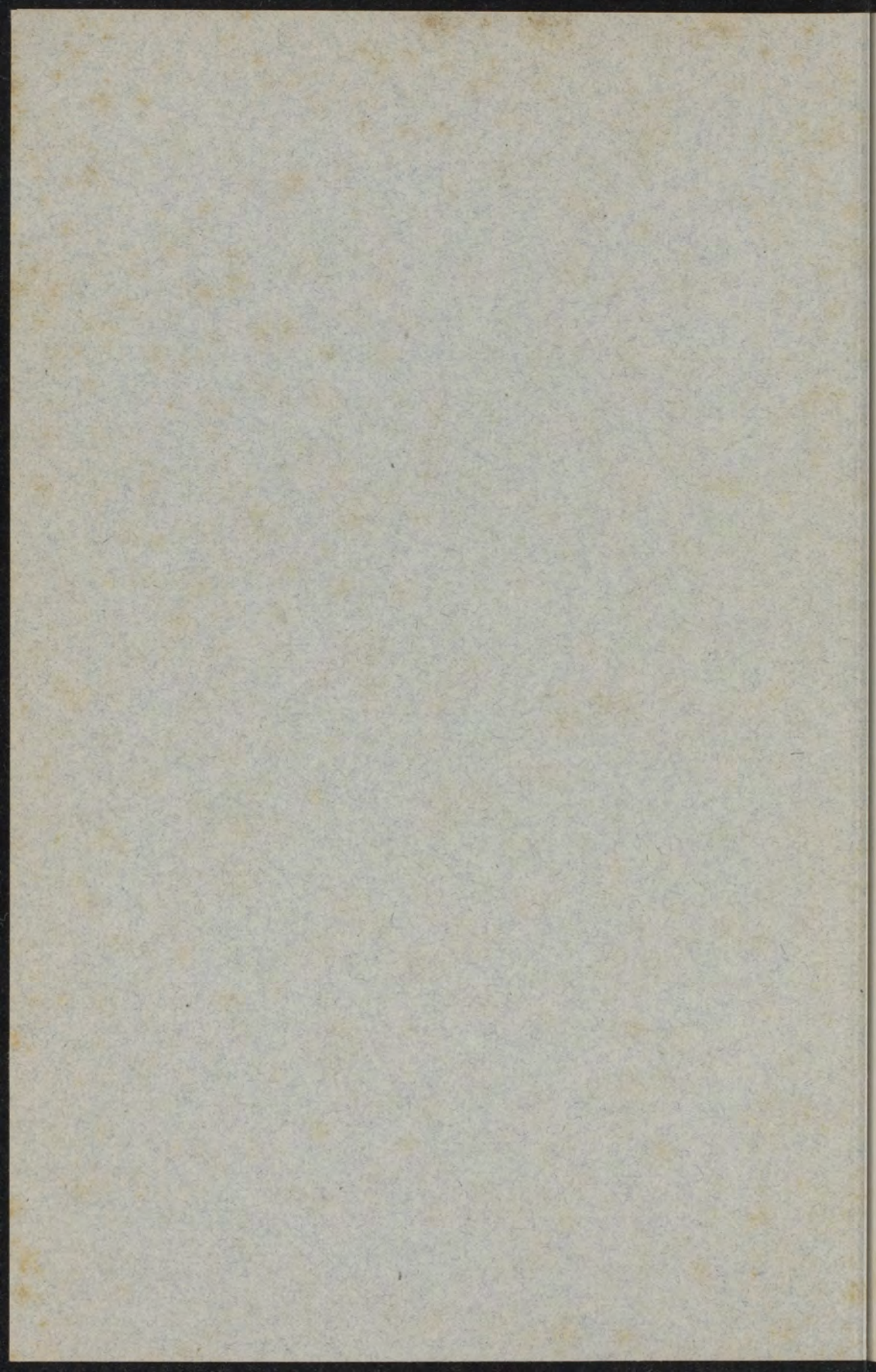
De Galvanische Weerstand van Metalen en  
Legeeringen bij lage Temperaturen.

14-60

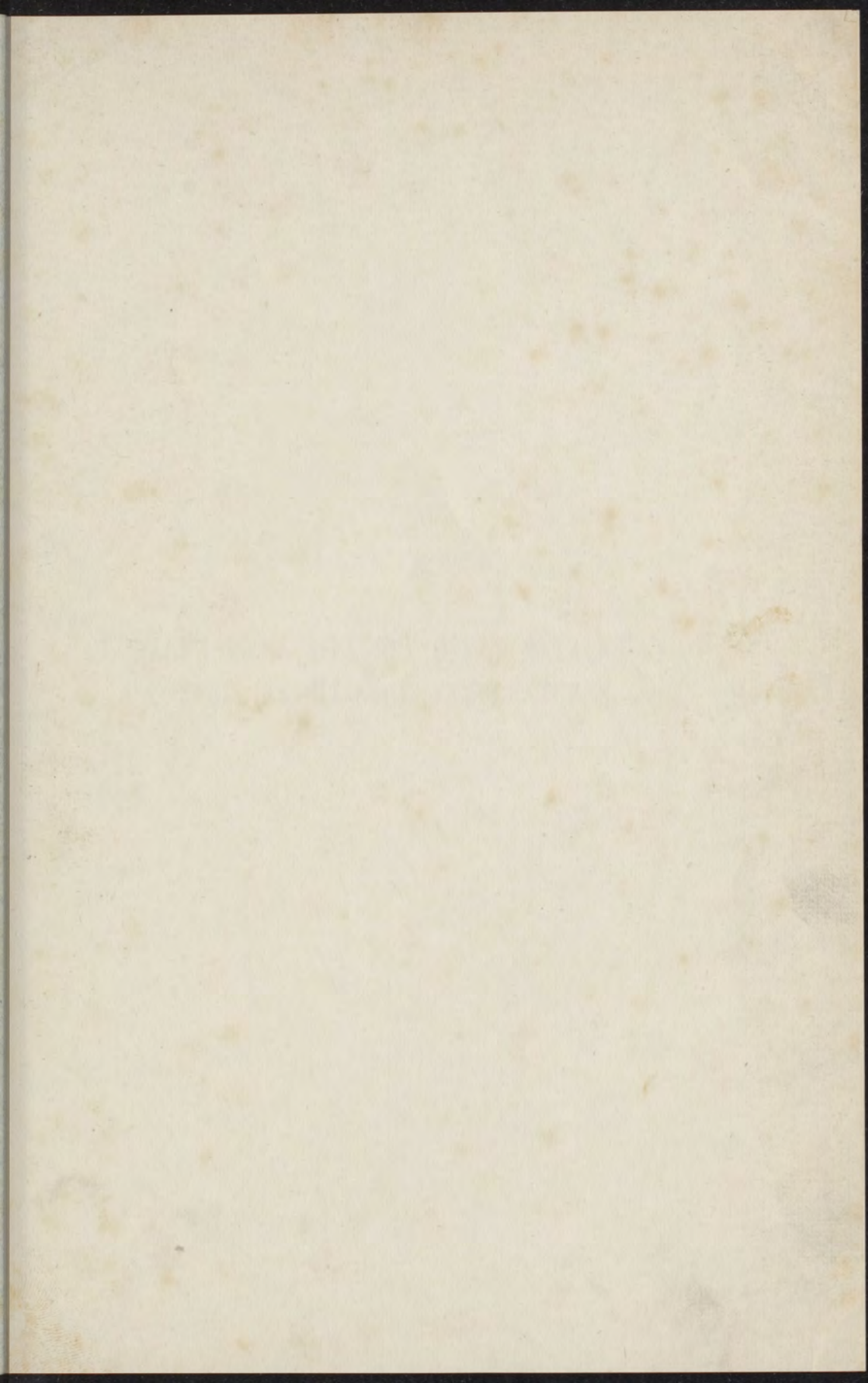
J. CLAY.

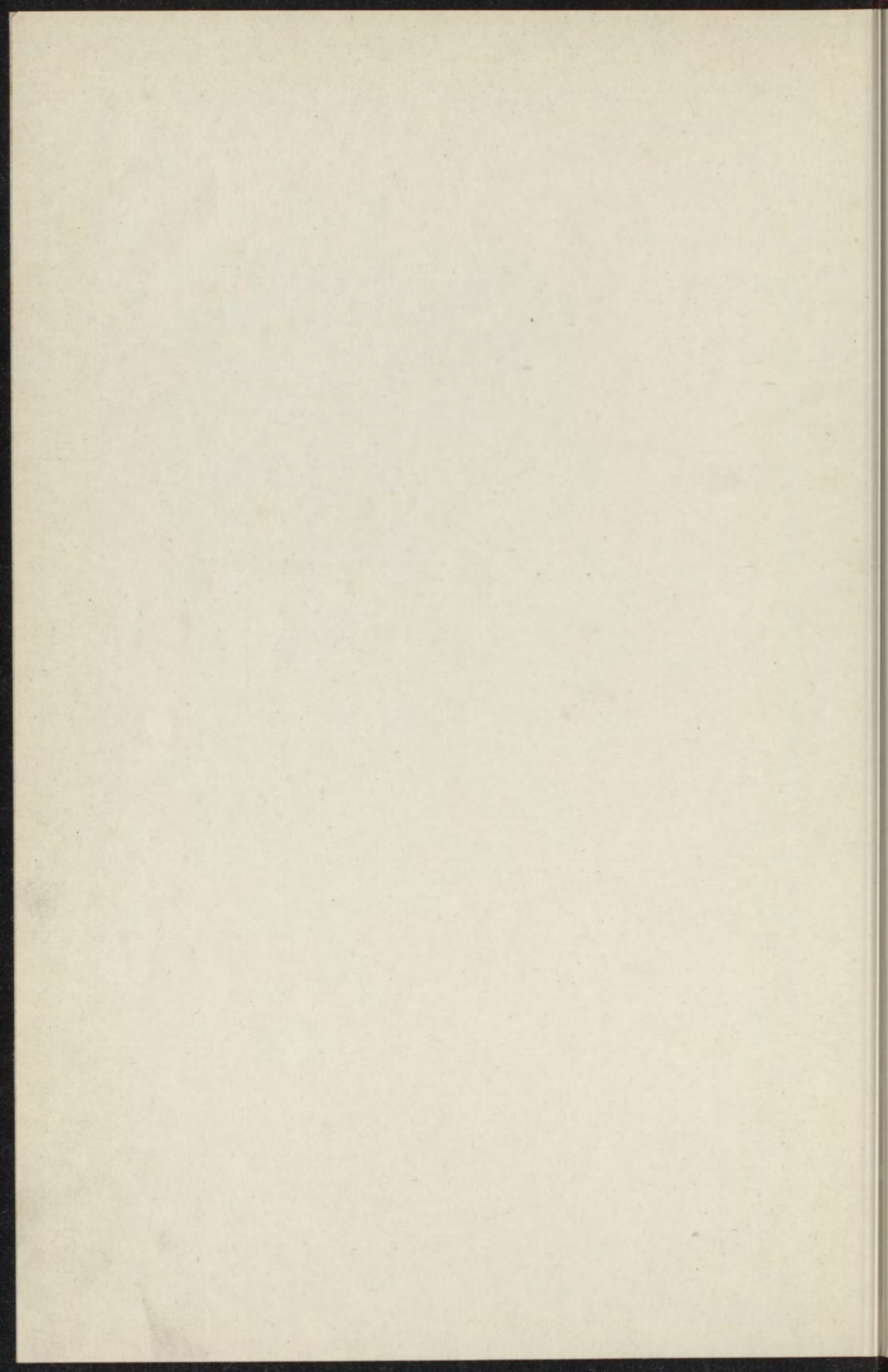
Diss Leiden  
1908 nr 10













DE GALVANISCHE WEERSTAND VAN METALEN EN  
LEGEERINGEN BIJ LAGE TEMPERATUREN.

DRUK EDUARD IJDO. — LEIDEN.



29849.

# De Galvanische Weerstand van Metalen en Legeeringen bij lage Temperaturen.

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN

DOCTOR IN DE WIS- EN NATUURKUNDE

AAN DE RIJKS-UNIVERSITEIT TE LEIDEN,

OP GEZAG VAN DEN RECTOR-MAGNIFICUS

DR. J. J. HARTMAN,

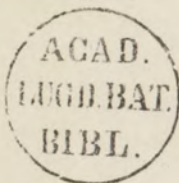
HOOGLEERAAR IN DE FACULTEIT DER LETTEREN EN WIJSBEGEERTE,

VOOR DE FACULTEIT DER WIS- EN NATUURKUNDE  
TE VERDEDIGEN

OP

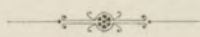
Vrijdag 5 Juni 1908, des namiddags te 4 ure,

DOOR



JACOB CLAY,

GEBOREN TE BERKHOUT.



LEIDEN — EDUARD IJDO.  
1908.

Beitrag zur Geschichte der  
Königlichen Bibliothek zu Berlin

VON  
HERRN DR. JOHANNES

LEIBNIZ

UND  
HERRN DR. JOHANNES

LEIBNIZ

UND  
HERRN DR. JOHANNES

LEIBNIZ

UND  
HERRN DR. JOHANNES

LEIBNIZ

UND  
HERRN DR. JOHANNES

LEIBNIZ

UND  
HERRN DR. JOHANNES



AAN MIJNE OUDERS

EN

AAN MIJN MEISJE.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PHYSICS DEPARTMENT

*Bij de voltooiing van mijn proefschrift breng ik gaarne mijn dank aan U, Hoogleeraren en Oud-Hoogleeraren van de Faculteit der Wis- en Natuurkunde, voor het van U genoten onderwijs, en vooral U, Hooggeleerde LORENTZ, voor de voortdurende welwillendheid, die ik bij mijn studie van U onder- vond.*

*In 't bijzonder richt ik mij verder tot U, Hooggeleerde KAMERLINGH ONNES, hooggeschatte Promotor, om U mijn dank te betuigen voor Uwe belangstelling, Uwe leiding bij mijn studie en Uwe hulp bij de bewerking van mijn proefschrift.*





# INHOUD.

---

Blz.	
INLEIDING . . . . .	1
HOOFDSTUK I.	
Historisch overzicht . . . . .	5
HOOFDSTUK II.	
Calibratie van een platina-weerstandsthermometer. . . . .	12
HOOFDSTUK III.	
Vergelijking van verschillende platinadraden. . . . .	34
HOOFDSTUK IV.	
Onderzoek naar den weerstand van zuivere metalen, van kool en van constantaan . . . . .	46
HOOFDSTUK V.	
Legeeringen goud-zilver. Verschillende soorten zuiver goud . . . . .	58
HOOFDSTUK VI.	
Overzicht der resultaten, grafische voorstelling en formules	81
HOOFDSTUK VII.	
Theoriën omtrent den galvanischen weerstand van legeeringen	86
HOOFDSTUK VIII.	
Electronen-theorie van den galvanischen weerstand . . . . .	97
STELLINGEN . . . . .	119

---

INDEX

Chapter I. Introduction 1

Chapter II. The History of the Subject 10

Chapter III. The Principles of the Subject 25

Chapter IV. The Application of the Subject 45

Chapter V. The History of the Subject 65

Chapter VI. The Principles of the Subject 85

Chapter VII. The Application of the Subject 105

Chapter VIII. The History of the Subject 125

Chapter IX. The Principles of the Subject 145

Chapter X. The Application of the Subject 165



## Inleiding.

---

Het onderzoek omtrent de verandering van den galvanischen weerstand van metalen bij lage temperaturen, dat door mij werd opgevat, was reeds vroeger in het Laboratorium te Leiden door Meilink <sup>1)</sup> begonnen.

De redenen van dit onderzoek waren tweeledig.

In de eerste plaats was het vereischt als deel van een meer uitgebreid onderzoek, waaraan reeds vele jaren in het Leidsche laboratorium gewerkt wordt, nl. het nagaan der verschijnselen, die gegevens omtrent de beweging der electronen in de metalen bij zeer lage temperaturen kunnen verschaffen. <sup>2)</sup>

In de tweede plaats was het van gewicht, de onderzoekingen omtrent den weerstand blijvend dienstbaar te maken voor temperatuurbepalingen, aangezien het steeds meer gebleken is dat de weerstandsthermometer een bij uitstek daarvoor geschikt instrument is. Bij het onderzoek naar de toestandsvergelijking van verschillende stoffen bij lage

---

<sup>1)</sup> B. Meilink. De verandering van den galvanischen weerstand van zuivere metalen met de temperatuur, proefschrift. Amsterdam 1904.

<sup>2)</sup> Zie Hoofdst. VIII, § 7. Op de eigenaardigheden in het gedrag der electronen bij zeer lage temperaturen hebben onlangs ook de onderzoekingen over absorptie-spectra bij de temperaturen van vloeibare en vaste waterstof door J. Becquerel en H. Kamerlingh Onnes de aandacht gevestigd.

temperaturen, dat te Leiden verricht wordt, heeft de weerstandsthermometer reeds belangrijke diensten bewezen.

Wat de verandering van den galvanischen weerstand van metalen met de temperatuur in 't algemeen betreft, dit wordt des te belangrijker naarmate men tot lagere temperaturen afdaalt, aangezien de afwijkingen van een lineaire verandering dan steeds duidelijker op den voorgrond treden. Uit een theoretisch oogpunt kan men b.v. verwachten, dat de weerstand bij lagere temperaturen een minimum zal vertoonen en bij het absolute nulpunt zelfs zeer groot zal worden. Uit de verandering bij gewone temperaturen zou men dit echter niet vermoeden, aangezien de temperatuurscoëfficiënt dan grooter is dan de spanningscoëfficiënt der z.g. permanente gassen. Ook bij verlaging der temperatuur blijft de temperatuurscoëfficiënt van den weerstand eerst nog afnemen.

Het komt er dus op aan, den weerstand tot zeer lage temperaturen te volgen, en te zien of men niet alleen een buigpunt, maar ten slotte ook een minimum in de temperatuurs-functie kan bereiken.

Nauwkeurig materiaal om te beoordeelen in hoeverre dit het geval is of waarschijnlijk mag worden geacht, was tot dusver zeer schaarsch, aangezien de meeste onderzoekingen zich beperken tot platina en tot temperaturen boven  $-200^{\circ}$  en ze in 't algemeen weinig nauwkeurig zijn, terwijl ook het onderzoek van Dewar, dat zich tot temperaturen van vloeibare waterstof uitstrekt, als voorbereidend dient te worden beschouwd.

Het onderzoek van Meilink, waarvan in het begin gesproken werd, bereikte een grootere nauwkeurigheid. Het betrof den weerstand van een platinadraad en reikte tot ongeveer  $-200^{\circ}$ . De metingen gingen wel is waar tot  $-210^{\circ}$ , maar Meilink meent dat de temperaturen beneden  $-200^{\circ}$  eenige onzekerheid lieten. Het onderzoek omtrent een gouddraad bleef onzeker tengevolge van een verandering van den weerstand bij het nulpunt.



Het onderzoek, dat in de volgende bladzijden wordt meegedeeld en waarover reeds verschillende Mededeelingen in de Kon. Ak. van Wet. werden gedaan (Versl. 30 Juni 1906, 29 Juni en 11 Dec. 1907 en 30 Mei 1908), gaat nu in de eerste plaats over eenige platinadraden, die als weerstandsthermometers werden gebruikt. De verandering van den weerstand werd van  $0^{\circ}$  tot  $-259^{\circ}$  met den waterstofthermometer vergeleken. De nauwkeurigheid der temperaturen bedroeg  $\frac{1}{50}$  graad zooals uit verschillende en herhaalde controles bleek, de nauwkeurigheid van de aflezing van den weerstand was grooter dan met de nauwkeurigheid der temperatuursbepaling overeenkwam.

Verder werd met dezelfde nauwkeurigheid en tot dezelfde temperatuur de verandering van den weerstand van goud, zilver, bismuth, lood en kwik nagegaan.

Een nieuw onderzoek sloot zich hierbij aan. Het bleek, dat de zuiverheid en, in 't algemeen, de toestand van het metaal van zeer grooten invloed was op de temperatuurscoëfficiënt.

Om dezen invloed nader vast te stellen werden 7 legeringen goud-zilver, waarvan de samenstelling nauwkeurig bekend was, onderzocht, en evenzoo 7 soorten z.g. zuiver goud, waarvan de verschillende graden van zuiverheid door vergelijking werden vastgesteld.

Om ten slotte de theorieën omtrent den weerstand van legeringen te kunnen toetsen, werd van hetzelfde goud en zilver, waarvan de weerstand bepaald was, de thermokracht tusschen  $+100^{\circ}$  en  $-259^{\circ}$  gemeten.

---

Voor de hulp, die mij in verschillend opzicht bij het onderzoek werd betoond, breng ik mijn hartelijken dank:

Aan Dr. C. Braak voor de aflezing der waterstoftemperaturen.



Aan Dr. E. F. v. d. Sande Bakhuyzen voor zijn leiding bij een gedeelte der berekeningen.

In 't bijzonder aan Dr. C. Hoitsema voor het verschaffen der goud- en zilverlegeeringen en de verschillende goudsoorten; ook hem en Dr. v. Heteren voor de nauwkeurige analyse daarvan.

## HOOFDSTUK I.

---

### Historisch overzicht.

§ 1. In dit hoofdstuk wil ik, ter inleiding, een korte samenvatting geven van de belangrijkste proeven, die genomen zijn om de weerstandsveranderingen van metalen bij temperaturen beneden  $0^{\circ}$  na te gaan.

In de eerste plaats vermeld ik dan de proeven van Cailletet en Bouty (Journ. de Phys. IV, 2<sup>de</sup> Serie 1885 blz. 297), die de weerstandsveranderingen van kwik, tin, zilver, magnesium, aluminium, koper, ijzer en platina tusschen de temperaturen  $0^{\circ}$  en  $-123^{\circ}$  (in baden van chloormethyl, koolzuur en ethyleen) betroffen.

Het kwik werd gebracht in een spiraalvormig gewonden capillair, aan de uiteinden wijd uitlopende. In deze uiteinden werden koperen toeleidingsdraden gebracht. Met het oog op vorming en diffusie van amalgaam, werden de proeven snel uitgevoerd.

De andere metalen waren in draadvorm om een ebonieten cilinder gewonden.

De weerstand van de draden werd met de Wheatstonebrug gemeten en de temperatuur werd door een waterstofthermometer met constant volume, waarvan de afleesfouten minder dan  $1^{\circ}$  bedroegen, bepaald.

Zij vonden, dat voor vloeibaar kwik van  $0^{\circ}$  tot  $-40^{\circ}$  dezelfde formule als boven  $0^{\circ}$  geldt en dat voor kwik beneden  $-40^{\circ}$  en voor de andere metalen, behalve platina, beneden  $0^{\circ}$  een lineaire formule in  $t$  voldoende aan de



waarnemingen aansluit, terwijl blijkt dat voor platina een kwadratische formule noodig is.

De coëfficiënt van  $t$  in de lineaire formule voor den weerstand was voor kwik beneden  $-40^{\circ}$  0,00407; tin 0,00424; zilver 0,00385; magnesium 0,00388; aluminium 0,00390; koper 0,00423 en de formule voor platinadraden is:

$$r_t = r_0 (1 + 0,003 t - 0,0000055 t^2).$$

§ 2. Holborn en Wien hebben in 1896 (Wied Ann. 59, blz. 211) en Holborn alleen in 1901 (Ann. d. Phys. 6., blz. 242) nauwkeurige metingen verricht omtrent de weerstandsverandering van platinadraden met de temperatuur tusschen  $0^{\circ}$  en  $-190^{\circ}$ .

Bij de eerste meting was de platinadraad, om een glimmerkruis gewonden, in den waterstof-thermometer gebracht.

De weerstand werd in de Wheatstone-brug bepaald.

Als baden van lage temperatuur werden gebruikt vloeibare lucht en koolzuur met alcohol gemengd. Er werd voor gezorgd, dat de temperatuur van 't bad langzaam steeg. Daar er voor een eenigszins nauwkeurige meting met den waterstof-thermometer eenigen tijd verloopt, is het aan te nemen, dat in dien tijd een tamelijk groote hoeveelheid warmte in den draad binnen den thermometer ontwikkeld is, zoodat dit onnauwkeurigheden ten gevolge moet gehad hebben.

Holborn en Wien komen tot het resultaat, dat de temperatuur als een functie van den tweeden graad van den weerstand is voor te stellen met een nauwkeurigheid van  $1^{\circ}$ .

Deze formule is  $t = -258,3 + 5,0567 W + 0,005855 W^2$ .

Zij bepalen nog de weerstandsverandering van eenige andere platinadraden, in een koperen doos opgesloten in het bad van lage temperatuur gebracht, waarvan de gemiddelde coëfficiënt van  $t$  binnen gebieden van  $0^{\circ}$  tot  $100^{\circ}$ , van  $0^{\circ}$  tot  $-78^{\circ}$ , van  $-78^{\circ}$  tot  $-189^{\circ}$  en van  $0^{\circ}$  tot  $-189^{\circ}$  worden opgegeven en die op eene enkele uitzondering na onder elkaar verschillen van 1% vertoonen.

Bij de latere proeven van Holborn werd van 6 verschil-

lende platinadraden, bij twee temperaturen beneden 0°, de weerstand zeer nauwkeurig met behulp van een differentiaal-galvanometer gemeten. De draden waren in glazen omhulsels gebracht, wat weer eenig temperatuur-verschil met 't bad tengevolge kan gehad hebben. De temperatuur werd wederom met den waterstof-thermometer bepaald.

Voor de weerstandsverandering, in deze twee baden van vloeibare lucht en koolzuur met alcohol gevonden, stelt Holborn kwadratische formules op, waarvan hij echter nu natuurlijk niet kan aangeven hoe nauwkeurig deze over het geheele gebied aansluiten.

De formule, die hij vindt voor platinadraad van HERÆUS 0,1 mm. doorsnede, is

$$W = W_0 (1 + 0,003824 t - 0,0_6862 t^2).$$

Voor 3 andere draden van HERÆUS: 0,2 mm en 0,15 mm.

$$W = W_0 (1 + 0,003934 t - 0,0_6988 t^2).$$

Voor 2 draden van de Cambridge Scientific Instrument Company:

$$W = W_0 (1 + 0,003890 t - 0,0_51013 t^2)$$

$$W = W_0 (1 + 0,003889 t - 0,0_51003 t^2).$$

§ 3. Dewar en Fleming, (Proc. Roy. Soc. Vol. 68, blz. 362) en Dewar alleen (Vol. 73, blz. 244) hebben een uitgebreid onderzoek verricht omtrent den weerstand van verschillende metalen tot temperaturen van vloeibare waterstof toe.

Het is echter meer een kwalitatief onderzoek, en de nauwkeurigheid, die zij bereiken in hunne bepalingen is niet zeer groot. Als standaard namen zij de weerstandsverandering van een platinadraad, en er zijn geen directe temperatuur-bepalingen bij uitgevoerd. Hamilton Dickson heeft (Phil. Mag. 5 Vol. 44) door een kwadratische formule de temperaturen op waterstof-temperaturen trachten over te brengen, waarbij hij dan aannam dat de temperatuur van de vloeibare zuurstof bij gewone druk  $-182^{\circ},5$  en die van vast koolzuur  $-78^{\circ},2$  was. De verschillende metaal-



draden waren op caoutchoucblad gewikkeld en in paraffine ingesmolten.

De weerstand werd met de Wheatstone-brug gemeten. Hij werd bij lage temperatuur in de meeste gevallen zoo klein, b.v. platina 0,114  $\Omega$ , goud 0,219  $\Omega$ , dat fouten van minstens 1 %, overeenkomende met ruim 1° in temperatuur, te vreezen zijn.

De lijnen, die den weerstand als een functie van de platina-temperatuur aangeven, zijn allen gekromd met de bolle zijde naar beneden en deze kromming wordt bij de temperaturen van vloeibare waterstof aanzienlijk grooter.

Op temperaturen van den waterstof-thermometer omgerekend zou waarschijnlijk de kromming voor verschillende metalen bij hoogere temperaturen tegengesteld zijn, zoodat in de lijnen een buigpunt zou optreden.

Om de temperatuur van het buigpunt echter aan te wijzen, zijn deze proeven niet nauwkeurig genoeg.

De uitkomsten, die Dewar en Fleming met eenige metaaldraden verkregen, zijn in twee tabellen vereenigd in de bovengenoemde stukken.

De conclusies, waartoe Dewar in zijn laatste stuk gevoerd wordt, luiden, dat de weerstand van een zuiver metaal tot een asymptotische waarde schijnt te naderen.

Verder komt hij tot de slotsom, dat de kwadratische formule bij zeer lage temperaturen zeker niet meer kan voldoen, wat men dadelijk inziet wanneer men bedenkt dat er een buigpunt in de kromme optreedt. Hij geeft aan, dat de kromme, die het verband tusschen weerstand en temperatuur aangeeft, in 't algemeen de vorm heeft van een integraalteeken waarbij echter boven- en onderende niet zuiver symmetrisch zijn.

§ 4. In 1905 is de calibratie van een platina-thermometer tusschen  $-190^{\circ}$  en  $+444^{\circ}$  door M. W. Traversen A. G. C. Guiyer gepubliceerd. (Proc Roy. Soc. 74, blz. 528. 1905. Phys. Zeitschrift LII, blz. 437).

De weerstand van een platinadraad met aan beide einden twee toeleidingsdraden werd bij  $100^\circ$ , bij  $0^\circ$ , in een bad van vast koolzuur en alcohol bij  $-78^\circ,2$  en in een bad van vloeibare lucht bij ongeveer  $-189^\circ$  met een waterstof-thermometer vergeleken.

Om den weerstand bij het nulpunt te bepalen wordt de thermometer in ijs en water gezet. Zij bepalen den coëfficiënt van den weerstand tusschen  $0^\circ$  en  $100^\circ$  op 0,0038989 en zeggen dat een verandering van 1 in de laatste decimaal een fout van  $0^\circ,005$  bij  $+33^\circ$  geeft en van  $0^\circ,05$  bij  $-200^\circ$ .

De metingen in een bad van vast koolzuur en alcohol leverden hun groote moeielijkheden op, òf wegens de verandering ten gevolge van de aanraking van den draad met het bad òf wegens onbetrouwbaarheid der temperaturen wegens de omhulling van den thermometer door glas. Hoe zij beide bezwaren hebben ontgaan door eene omhulling met draadgaas is niet recht duidelijk. Het komt mij voor dat de temperatuur van den draad ook hierbij nogal onzeker moet zijn, ten minste wanneer men een nauwkeurigheid beoogt die overeenkomt met een fout van minder dan  $0.1^\circ$ .

Om hunne waarnemingen voor te stellen maken zij gebruik van de formule van Callendar.  $R = R_0(1 + \alpha T_p)$  waarbij  $R$  de waarde van den weerstand bij de platina-temperatuur  $T_p$  is,  $R_0$  de weerstand bij  $0^\circ$  en  $\alpha$  de coëfficiënt tusschen  $0^\circ$  en  $100^\circ$ . De afwijking van de platina-temperatuur en de gastemperatuur is dan voor te stellen door  $\Delta = \delta \left( \frac{T}{100} - 1 \right) \frac{T}{100}$ .  $T$  is de temperatuur op de schaal van den gasthermometer en  $\delta$  een constante. Voor hoogere temperaturen zal  $\delta$  zijn 1.50 volgens Callendar en Griffiths of 1.54 volgens Chappuis en Harker.

Om den weerstand in de buurt van  $-78.2^\circ$  voor te stellen vinden Travers en Guiyer dat  $\delta = 1.84$  is en voor weerstanden in de buurt van  $-190^\circ$  moet  $\delta = 1.90$  zijn.

Zij hebben den weerstand voor tusschengelegen temperaturen niet bepaald, zoodat over de aansluiting van de



formule voor het tusschengelegen gebied niets gezegd kan worden. Overigens is de formule van Callendar voor het gebied beneden  $0^{\circ}$  weinig geschikt aangezien  $\delta$  steeds verandert.

§ 5. Behalve de genoemde bepalingen zijn in den jongsten tijd nog meeraere malen platina-weerstandsthermometers gecalibreerd ten dienste van het bepalen van lage temperaturen, b.v. door A. Bestelmeyer bij zijn proeven over „die Abhängigkeit der inneren Reibung des Stickstoffs von der Temperatur”. (Ann. der Phys. 13, blz. 963. 1904). De graad van nauwkeurigheid, die hierbij beoogd werd, was kleiner dan bij die van Travers en Guyer.

De weerstandsthermometer werd in een bad van vast koolzuur en alcohol bij  $-79^{\circ}$  en in een bad van vloeibare zuurstof bij  $-183^{\circ}$  met een thermoëlement constantaan-ijzer vergeleken.

Uit het nulpunt en den weerstand bij  $-79^{\circ}$  en bij  $-183^{\circ}$  werd een kwadratische formule in de temperatuur voor den weerstand afgeleid.  $W_t = W_0 (1 + 0.003754 t - 0.0_6917 t^2)$ .

Evenzoo gebruikte H. E. Schmitz een platina-weerstandsthermometer voor de bepaling van de specifieke warmte van metalen bij lage temperatuur (Proc. Roy. Soc 72, blz. 177. 1908). Hij gebruikte een formule volgens Callendar en bepaalde den weerstand bij  $100^{\circ}$ ,  $0^{\circ}$  en in een bad van vloeibare lucht waarvoor hij als hoogste temperatuur  $-182.95$  aannam.

§ 6. In 1907 is door Niccolai (Att. d. l. Acc. d. Linc. 16. 1e. Sem. blz. 757 en blz. 906), een onderzoek naar de weerstandsverandering van enkele metalen tusschen  $400^{\circ}$  en  $-190^{\circ}$  gepubliceerd, nl. van aluminium, zilver, ijzer, magnesium, nikkel, goud, lood, platina en koper. De temperatuur werd met behulp van twee thermoëlementen constantaan-koper bepaald. In de temperaturen blijft onge-



veer eene onzekerheid van één graad bestaan, wanneer overigens het thermoëlement ook bij lagere temperatuur te vertrouwen is.

De weerstand werd met de Wheatstone-brug gemeten. De verandering van den weerstand bij lage temperaturen was in 't algemeen kleiner dan door mij gevonden werd. Waarschijnlijk moet dit aan mindere zuiverheid van de metalen worden geweten, (verg. hoofdstuk V). De uitkomsten zijn te vergelijken met die van mij in hoofdstuk III en IV,

	zilver	goud.	lood.	platina.
0°	1	1	1	1
-189°	0,2784	0.3068	0,3357	0,3198

§ 7. Het onderzoek van Meilink tenslotte, (zie pag. 7) strekt zich uit van 0° tot -210° voor platina en goud. Voor het laatste metaal werd geen bepaalde uitkomst verkregen wegens een verandering van den nulpuntsweerstand na de metingen bij lagere temperaturen. De weerstand van een platinadraad, (nulpuntsweerstand 110  $\Omega$ ), werd bij temperaturen van 0° nauwkeurig gemeten. De temperaturen waren -51°, -104°, -128°, -161°, -182°, -197° en -210°. Deze temperaturen werden met behulp van den waterstof-thermometer bepaald, waarvan de nauwkeurigheid ten gunstigste 0°,02 bedroeg, terwijl in het ongunstigste geval de onnauwkeurigheid beneden 0°,03 werd geschat (Vergl. Comm. Phys. Lab. N°. 60). Een parabolische formule bleek de waarnemingen met een nauwkeurigheid van 0°,2 te kunnen voorstellen, terwijl een kubische formule, die door 6 temperaturen werd gelegd, een nauwkeurigheid van 0°,05 gaf.

---

## HOOFDSTUK II.

### Calibratie van een platina-weerstandsthermometer.

§ 1. *Inleiding.* Als grondslag voor het geheele onderzoek werd door mij de weerstand van een platinadraad gemeten in baden van verschillende lage temperaturen, waarvan de temperatuur met behulp van een waterstofthermometer bepaald werd.

Platina werd gekozen, omdat dit metaal voordeelen van onaantastbaarheid heeft en omdat het door het gebruik bij verscheidene onderzoekingen op dit gebied langzamerhand standaardmetaal geworden is en er geen reden was waarom een ander metaal meer te verkiezen zou zijn.

Uit het meer algemeene gezichtspunt van het onderzoek van den soortelijken weerstand, is het verder van belang, dat ook de uitzetting van het onderzochte metaal bekend is, en die van platina werd door mij tot  $-183^{\circ}$  gemeten.

§ 2. *Inrichting.* De wijze waarop de platinadraad in de vloeistofbaden gebracht werd was in hoofdzaak dezelfde als door Meilink beschreven werd (dissertatie blz. 63) en wel als volgt:

Een platinadraad werd in twee stukken om twee cilinders gewonden waarvan de doorsneden zoodanig verschilden, dat met een kleine tusschenruimte de een om den ander kon worden gebracht. Door deze tusschenruimte heen kon de vloeistof circuleeren.



Om den buitensten cilinder werd weder met eenige tusschenruimte een derde cilinder gebracht, die diende om het geheel te beschermen.

Deze cilinders werden in verband gehouden beneden door een ster van rood koper met kleine cilindervormige insnijdingen, waarin de cilindertjes pasten en boven door drie smalle roodkoperen plaatjes, die in twee tegenovergestelde punten op de glaswanden rustten. Deze plaatjes werden tegen de cilinders aangedrukt door een trekstang van onder af met een moertje (zie Plaat I). Het verband is overal zoo gemaakt, dat de deelen, die geïsoleerd moeten blijven, door glas gescheiden zijn. Dat is juist hetgene, waarin het nieuwe toestelletje van het oude verschilde, waar op verschillende punten de isolatie slechts bestond uit een paar micaplaatjes. Er behoeft slechts een klein weinig vuil aan den rand van een micaplaatje te zijn en men heeft een meerdere of mindere geleiding.

De twee platinadraden werden beneden in geleidend verband gebracht door ze beide te soldeeren aan de koperen ster en boven werd de draad van den binnensten cilinder gesoldeerd aan het koper, dat het binnenste cilindertje steunt, waarvan uit 2 koperen geleidingsdraden van 0.5 mm doorsnede naar boven gaan, terwijl de draad van het middelste cilindertje gesoldeerd werd aan het plaatje dat het middelste cilindertje bevestigt, waarvan eveneens twee koperen geleidraden naar boven uitgaan. De geleidraden zijn beneden geplet om de warmtegeleiding tegen te gaan. De koperen trekstang, die zooeven genoemd werd, was een weinig boven de cilinders aan een glazen staaf gesoldeerd. (In den lateren vorm niet meer). De 4 koperen geleidraden werden langs deze staaf met zijdraad omwonden naar boven geleid. Om deze draden werd opnieuw een glazen buis gebracht en bovenaan, waar de draden uittraden, werd deze glazen buis dichtgelakt.

De voordeelen die deze constructie aanbiedt zijn de volgende: de draad komt in onmiddellijke aanraking met de



vloeistof en zal onmiddellijk dezelfde temperatuur als deze aannemen; daar de electriche stroom in den eenen cilinder van boven naar beneden gaat en in den anderen van beneden naar boven en de stroom in de beide draden dus evenwijdig maar in tegengestelde richting verloopt, zal men bij 't meten geen hinder hebben van inductiestooten. Voor 't geval dat men dit toestel herhaaldelijk wil gebruiken en het dus in en uit den cryostaat moet gebracht worden, heeft het een voordeel boven den enkelen onbeschermden cilinder zooals door Meilink voor platina gebruikt werd (diss. 33) omdat zooals in de praktijk blijkt de draad heel licht beschadigd of verschoven wordt. Daar de twee cilinders meer plaats geven om den draad om te wikkelen kunnen bovendien de windingen verder van elkaar blijven dan wanneer men slechts één cilinder heeft.

Wanneer men echter de weerstanden in den cryostaat kan laten staan biedt de enkele cilinder voordeel omdat deze minder plaats inneemt en een ander toestel er onafhankelijk ingebracht kan worden.

Twee zulke cilinders werden door mij geconstrueerd en in een ronden roercilinder gebracht.

De platinadraad werd om deze cilinders dubbel gewonnen, waarvoor beneden op den glascilinder een uitstekend glaspuntje werd gebracht.

Bovenaan werden de uiteinden aan twee koperen blokjes gesoldeerd, die door een gaatje in het glas met een schroefje aan het cilindertje werden bevestigd (later werden deze blokjes aan het glas zelf vast gesoldeerd).

Van elk blokje gaan twee toeleidingsdraden *a*, *b* en *c*, *d* naar boven. Deze gaan door een glazen buis met tusschenschot.

Aan iedere zijde van 't tusschenschot zijn twee draden. Van deze twee draden wordt telkens een door een dun glazen buisje, dat er juist om past, geïsoleerd van den ander.

Boven, waar de draden uit de glazen buis (1 cM. doorsnede) uittreden, is deze goed toegelakt.

De geleidingsdraden zijn beneden evenzoo als bij het andere toestel geplet.

Nadat reeds verschillende proeven met deze toestellen genomen waren, werd door mij nog een ander toestelletje gemaakt, dat nog in verschillend opzicht veel voor had. Ik wond een draad van 0.05 mm. doorsnede om een buisje van ongeveer 1 cM. doorsnede. De draad was weer dubbel



gewonden en werd met 't glas even verwarmd, zoodat deze eenigszins vast op 't glas lag, maar volstrekt niet door het glas bedekt was. De uiteinden waren aangesmolten aan dikkere platinadraden, die in het glascilindertje waren ingesmolten (punt a en b in figuur 1).

Een eindje boven het cilindertje (punt c en d in figuur 1) verdeelden deze platinadraden zich ieder in tweeën, en aan deze vier draden konden de toeleidingsdraden worden bevestigd.

Dit toestelletje heeft de voordeelen van grooten eenvoud en klein bestek gepaard aan een grooten weerstand, dus een groote gevoelig-

heid, terwijl de warmteontwikkeling nog zoo weinig is dat deze niet in aanmerking komt in flink ge-roerde baden, vooral niet bij lage temperaturen. Het is weinig breekbaar en niet teer en kan bovendien in zuren worden schoongemaakt.

De groeven in de glascilinders werden door etsen verkregen omdat deze tegelijk dieper en smaller zijn dan die door slijpen verkregen, en omdat het glas niet dof wordt maar helder en doorzichtig blijft.

De platinadraden werden geleverd door Heraeus te Hanau. Het platina was door de Physikalisch Technische Reichsanstalt als absoluut zuiver gequalificeerd, de doorsnede was 0.1 mm. De lengte, die gebruikt werd voor het eerste toestel, was ruim 12.5 M., zoodat de weerstand bij 0° ongeveer 138 Ohm was.

Om nulpuntsveranderingen te ontgaan werd iedere cilinder,



wanneer de draad gewikkeld was en deze met een klemmetje was vastgelegd, gedurende een dag in een oven verwarmd op ongeveer 600°.

Bovendien werd het toestel vóór ik het nulpunt bepaalde in vloeibare lucht gedompeld om het glas eerst te beproeven vóór er metingen mee werden verricht.

§ 3. *Het meten van den weerstand.* Dit geschiedde door middel van een Wheatstone-brug.

Twee takken van de Wheatstone-brug werden gevormd door klossen van manganindraad. In elken tak was één klos van circa 7, één van 14 en één van 28 Ohm, die afzonderlijk konden worden ingeschakeld.

Zooals de schakeling was ingericht werd als verhouding van de beide takken door mij gevonden 1.00204, wanneer alle drie klossen achter elkaar werden geschakeld, terwijl ik voor de verhouding van de kleinste klossen vond 1.00457.

De verhouding van de grootste weerstanden werd gebruikt voor het meten van den weerstand van de platina-draden bij alle temperaturen behalve die van waterstof.

Bij die van waterstof gebruikte ik de kleinste klossen; zoo ook bij 't meten van de toeleidingsdraden.

Als derde tak diende een weerstandsbank van Siemens en Halske van 0.1 Ohm tot 100 Ohm, gecalibreerd door de Reichsanstalt, waarvan de temperatuurscoëfficiënt opgegeven wordt als 0.0003, zoodat de temperatuurvariatië slechts weinig in aanmerking komen. In shunt met deze bank was een weerstandsbank van Hartmann en Braun eveneens gecalibreerd door de Reichsanstalt, die slechts weerstanden kleiner dan 0.1 Ohm behoefde aan te geven.

Aangezien de weerstandsverandering per graad bij 0° ongeveer 0.56 Ohm bedraagt, zullen bij goede verzorging de contacten in den keten en van de banken geen fouten geven, die in aanmerking komen, want de fouten, die gemaakt kunnen worden bedragen slechts  $\pm 0.001 \Omega$ . De schakeling was zoodanig ingericht, dat ze elk oogenblik klaar was voor het

60690

60688  
60663  
0 97w  
8476



gebruik, doordat de stroom gegeven werd door een Meidinger-element, dat vast was opgesteld. De stroomsterkte kon op zeer eenvoudige wijze worden geregeld door een aftakking op een weerstandsbank, die geheel of gedeeltelijk kon worden uitgeschakeld.

De weerstand der toeleidingsdraden werd bij elke meting bepaald, zoodat temperatuurswisseling, die bovendien zeer gering zal zijn, in 't geheel geen invloed kon hebben.

De 4 toeleidingsdraden uit den cryostaat werden aan een roodkoperen stopcommutator verbonden, waaraan tevens de toeleidingsdraden werden verbonden, die naar de zaal voerden waar de weerstandsbepalingen geschieden.

In Pl. I ziet men dat door een geschikte plaatsing der stoppen achtereenvolgens

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_5 + R, \quad t_1 + t_2 + t_4 + t_6 + R,$$

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 \quad \text{en} \quad t_1 + t_2 + t_5 + t_6$$

konden gemeten worden als  $t_3$ ,  $t_4$ ,  $t_5$  en  $t_6$  de weerstanden der toeleidingsdraden zijn.

Voor het gemak van de meting zorgde ik er voor dat  $t_3$ ,  $t_4$ ,  $t_5$  en  $t_6$  precies gelijken weerstand hadden, zoodat de 1e en 2e meting gelijke waarden gaven en evenzoo de 3e en 4e meting.

De galvanometer, die in den brugdraad was opgenomen, werd trillingsvrij gedragen door een Julius-ophangring.

Het was een dikdraads Thomson met een weerstand van ongeveer 1.2 Ohm en gevoeligheid van 1 mM. schaaluitslag bij 3 M. schaalafstand voor  $3 \cdot 10^{-8}$  Ampère.

Slingertijd ruim 9".

In den keten waren twee kwikcommutatooren (Comm. N°. 27) een ter wisseling van den hoofdstroom en een ter wisseling van den stroom in den galvanometer.

Deze commutatooren zijn in een doos met watten ingepakt zoodat men geen thermostroomen krijgt, vooral hunne handigheid is een groot voordeel.

§ 4 *Nulpunt*. Bij 't bepalen van 't nulpunt, werd dezelfde methode gevolgd, die bij Meilink goede resultaten opgeleverd had.

Om het toestel te reinigen werd het eerst met ether en met alcohol en daarna met gedistilleerd en dubbel gedistilleerd water afgewasschen. Na flinke droging plaatste ik nog den toestel gedurende eenigen tijd in isopentaaan, zoodat alles wat in deze vloeistof ionen mocht geven reeds te voren werd opgelost.

Nadat het weer geheel gedroogd was beschouwde ik het toestel als zuiver genoeg om in gedistilleerde isopentaaan geen ionen te geven.

De weerstandsdraad is met een roerder en met een nauwkeurig verdeelde Beckman-thermometer, waarvan 't nulpunt bovenaan gesteld is, in een glazen cilinder opgesloten. Door den stop gaan twee buizen, door eene waarvan de isopentaaan in het cilinderglas kan worden gedistilleerd, terwijl met de andere, waaraan een droogbuis is verbonden, de druk kan worden constant gehouden.

Wanneer er genoeg isopentaaan in het toestel is gebracht wordt de toevoerbuis afgesloten en het geheel in een grooten pot met ijs gezet. Nadat het toestel hierin eenige uren gestaan heeft en er flink is geroerd wordt de weerstand gemeten. Na de meting wordt de isopentaaan afgeschonken; wat aan het toestel mocht blijven hangen verdampst onmiddellijk.

Het nulpunt van den weerstandsthermometer werd ook na de metingen bij lagere temperaturen nog verschillende malen bepaald.

Een overzicht van deze bepalingen duidt aan hoe weinig deze verschillen. Middelbare fout is ongeveer  $\frac{1}{40000}$ .



## T A B E L I.

## Weerstand bij 0° C.

Datum.	Weerstand $Pt_1$	
24 Juni '05	137,892	gemiddeld 137,884
3 Juli '05	137,886	
10 Juli '05	137,881	
18 Oct. '05	137,880	
19 Dec. '05	137,884	
29 Nov. '06	137,882	
Weerstand $Pt_1$		
16 Mei '07	135,437	gemiddeld 135,438
27 Mei '07	135,442	
18 Sept. '07	135,435	

Met  $Pt_1$  is aangegeven de weerstand van den draad  $Pt_1$  nadat deze gebroken en hersteld was.

§ 5. *De metingen bij lage temperaturen* gebeurden in een cryostaat zooals op Plaat I is afgebeeld.

De weerstandscilinder is naast den waterstof-thermometer in een ovalen roercilinder van  $\pm 12$  cM. hoogte opgesloten, waarvan respectievelijk de geleidraden en den steel in een caoutchoucestop luchtdicht ingesloten, boven den cryostaat uitsteken. (In Plaat I is nog het thermoelement constantaastaal geteekend waarvan de vergelijking tegelijk gebeurde).

De roerder om den roercilinder, die precies in het glas *Ba* past kan door drie staaldraden  $\%62$ , die door middel van caoutchoucbuisjes  $\%61$   $\%60$  luchtdicht boven uit den cryostaat treden, naar boven worden getrokken door de glazen staafjes  $\xi_{40}$  gesteund. Daarbij sluiten zich de klepjes.

Door eigen zwaarte zakt de roerder daarna weder naar beneden, waarbij de klepjes opengaan.

De stand van de vloeistof wordt gedurende de meting steeds boven den roercilinder gehouden en de hoogte van het vloeistofoppervlak wordt aangegeven door een vlotter, een aluminiumdoosje met langen rieten steel, die door den



stop boven in een van boven gesloten glazen buisje uitsteekt.

De vloeistof zal dus in den roercilinder voortdurend circuleeren. De drie staaldraden zijn een eind boven den stop aan een raampje vereenigd, dat door een kettinkje over een katrol aan een kleine electrische motor verbonden, voortdurend op en neer beweegt.

Het gläs  $Ba$  met roercilinder en kap (boven  $Ba_3$ ) kan nu van boven af gebracht worden in de koperen kast, waarin een vacuumglas  $B'o_1 B'o_2$  is geplaatst. Deze koperen kast is van binnen met een voor warmte slecht geleidende laag bekleed en van onderen voorzien van een veiligheid, die bij een plotselinge gasontwikkeling gemakkelijk uitweg geeft voor een groote hoeveelheid gas.

De kap is van boven luchtdicht aan de kast verbonden door een caoutchoucring  $Ba_3$ .

Bij  $Uf$  is een zijbuis aangebracht, die gelegenheid geeft de koude vloeistoffen in den cryostaat te brengen, terwijl  $T_{12}$  een wijde buis is die naar de gashouders of naar de pompen voert, waardoor het ontwikkelde gas, door kranen geregeld, kan ontwijken. Deze dampen zullen volgens de pijlen door den cryostaat circuleeren.

Bij de eerste proeven was de roercilinder onmiddellijk in het vacuumglas geplaatst en de kap sloot onmiddellijk op het vacuumglas. Maar aangezien het vacuumglas zeer breekbaar is en de toestellen er binnen bij het breken altijd zeer veel gevaar loopen, was het gewenscht deze door een beschermingsglas, omgeven door een dunnen beker van nieuw zilver, beter te verzekeren. Bovendien zou bij de waterstofbadten de groote gasontwikkeling bij breken zeer gevaarlijk kunnen zijn.

Bij de beschreven inrichting heeft 't vacuumglas zéér weinig kans van breken, terwijl in geval dat dit toch gebeurt, de waterstof niet plotseling in groote hoeveelheid vrij zal worden.

Vóór de metingen werd altijd gezorgd dat het geheele toestel volkomen luchtdicht was.

Voor het inbrengen van de vloeistof, die voor de meting noodig was, werd de cryostaat door het gas van dezelfde soort voorgekoeld, b. v. met waterstof werd gewoonlijk door voorcoelen reeds een temperatuur van  $-110^{\circ}$  bereikt.

De metingen waren zoodanig ingericht, dat gedurende de bepalingen de temperatuur door middel van den weerstand constant werd gehouden. Wanneer n. m. eerst gezorgd was dat de keten van den galvanometer stroomloos was, werd deze stroomloos gehouden, doordat bij kleine afwijking b. v. naar rechts van den galvanometerspiegel, hetgeen te wijten was aan toename van den weerstand, dus verhooging van temperatuur, degene, die den druk in den cryostaat regelde, daarop door éénmaal te bellen opmerkzaam gemaakt werd, waarop hij dan door de regelkraan iets te openen, den druk verlaagde.

Op analoge wijze werd een kleine afname der temperatuur opgeheven door de regelkraan iets te sluiten, waardoor de druk spoedig toenam.

Aangezien de gevoeligheid zoo was, dat b. v. 5 c. m. afwijking in den galvanometer overeenkwam met  $0.01^{\circ}$  temperatuurverschil en de weerstand met opvallende snelheid de verandering van 't bad volgde, was 't zeer gemakkelijk de temperatuur binnen grenzen van  $0.01^{\circ}$  constant te houden. Bovendien werden de afwijkingen van den galvanometer en den stand van het nulpunt iedere minuut afgelezen, opdat een enkele toevallige grootere afwijking gemakkelijk in rekening kon worden gebracht.

Voor eenige gevallen geeft de graphische voorstelling (fig. 2) een beeld van de temperatuurschommeling.

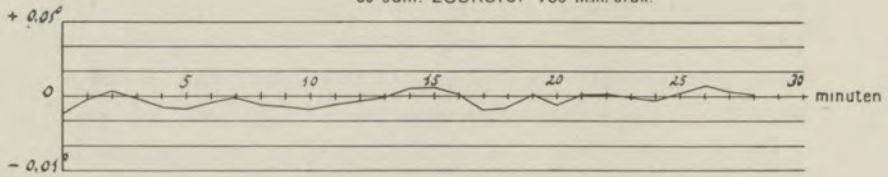
Voor dat de meting met den waterstof-themometer begon en daarna, werd de weerstand van de toeleidingsdraden bepaald.

Voor de temperaturen  $-30^{\circ}$ ,  $-59^{\circ}$  en  $-89^{\circ}$ , in ronde getallen, werden baden van vloeibaar chloormethyl gebruikt bij 580 mm. druk, bij 125 mm. en bij 16 mm.

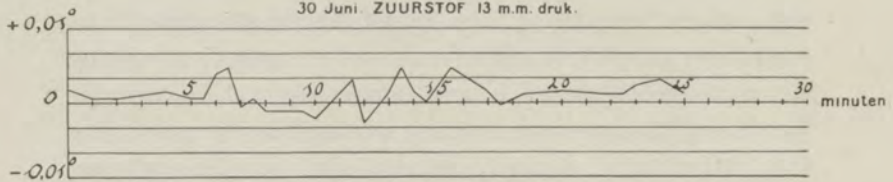


TABEL. — TEMPERATUURREGELING.

30 Juni. ZUURSTOF 760 m.m. druk.



30 Juni. ZUURSTOF 13 m.m. druk.



5 Mei. WATERSTOF 760 m.m. druk.

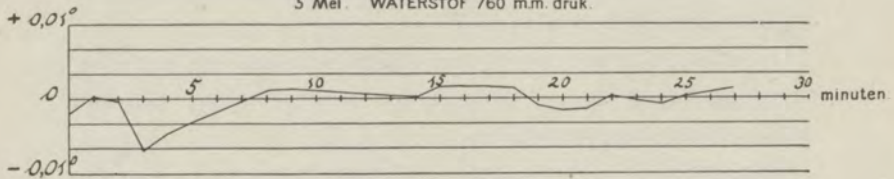


Fig. 2.

Voor de temperaturen  $-103^{\circ}$ ,  $-139^{\circ}$  en  $-159^{\circ}$  baden van vloeibaar aethyleen bij 750 mm. druk, bij 48 mm. en bij 6 mm., voor de temperaturen  $-182,5^{\circ}$ ,  $-196^{\circ}$ ,  $-204^{\circ}$ ,  $-212^{\circ}$  en  $-217^{\circ}$  baden van vloeibare zuurstof bij 770 mm. druk, bij 175 mm., bij 35 mm., bij 6,5 mm. en bij 2,5 mm., terwijl vloeibare waterstof bij 780 mm. druk, bij 345 mm. en bij 60 mm. de temperaturen  $-252^{\circ}$ ,  $-255^{\circ}$  en  $-259^{\circ}$  gaf

§ 6. De berekeningen en correcties om de waarde van den weerstand te krijgen zijn de volgende:

In de derde kolom van tabel II staat de waarde van den weerstand  $R_1$  in de bank van Siemens en Halske, in de vierde kolom staat de waarde van den shunt  $R_2$ , die meestal op 1 Ohm. of 2 Ohm. of minder afgetakt was,  $R_3$ .

De waarde van den weerstand, die daaruit berekend



werd is  $R = R_1 - \frac{R_3^2}{R_3 + R_2}$ . Deze waarde wordt vermenigvuldigd met 1,00205, de verhouding van de twee armen in de brug. Daarbij wordt gevoegd de temperatuur-correctie en de correctie van de bank zelve. Men vindt dus de waarden van den weerstand verbonden met 2 toeleidingsdraden Eveneens wordt de weerstand berekend met de twee andere toeleidingsdraden verbonden.

Van te voren en achterna wordt de weerstand der 2 paar toeleidingsdraden afzonderlijk bepaald. De waarde  $R = R_1 - \frac{R_3^2}{R_3 + R_2}$  moet hierbij gedeeld worden door 1,00457.

Door nu het gemiddelde der laatste twee waarden van het gemiddelde van de eerste af te trekken, vindt men den weerstand van den platinadraad.

## T A B E L II.

## Berekeningen der waarnemingen.

Tijd. 16 Mei 1907.	Tak.	Weer- stand $R_1$ .	Shunt $R_2$ .	Shunt- waarde	Tempe- ratuur- correctie.	Bank- correctie.	Waarde van den weerstand $R$ .	Eind- waarde.
3.15	<i>ac.</i>	0,6	9,6 op 0,6	0,035			0,562	
3.26	<i>bd.</i>	0,6	9,4 op 0,6	0,036			0,561	
3,35	<i>ab</i>	135,8	14 op 1	0,067	- 0,005	- 0,003	136,002	135,438
3,58	<i>cd.</i>	135,8	13 op 1	0,071	- 0,005	- 0,003	135,998	
4,03	<i>ac.</i>	0,6	9,6 op 0,6	0,035			0,562	
4.06	<i>bd.</i>	0,6	9,4 op 0,6	0.036			0,561	

§ 7. Wat de waarden van de temperatuur betreft, deze werden zooals boven vermeld door middel van den waterstof-thermometer bepaald. Ik verwijs daarvoor naar Comm. Phys. Lab. 27, 60 en in 't bijzonder naar 95*e*, 101*a*. De druk werd

afgelezen bij constant volume met een nauwkeurigheid van 0.01 m.m. De schadelijke ruimte was ongeveer  $\frac{1}{100}$  van het geheele volume. De metingen waren ingericht op een nauwkeurigheid van  $\frac{1}{50}$  graad. Gewoonlijk gebeurden bij iedere temperatuur 2, 3 of 4 volledige bepalingen met den waterstof-thermometer, waarvan de waarden niet meer dan  $0^{\circ},02$  verschillen. Ook werden bij dezelfde temperatuur metingen op verschillende dagen verricht, die goed met elkaar overeenstemmen.

	Temperatuur	Weerstand.
bv. 7 Juli '05	—139,85	59,930
26 Oct. '05	—139,87	59,917
herleid	—139,85	59,928
6 Juli '05	—217,41	14,771
3 Maart '06	—217,41	14,773
30 Juni '07	—182,73	34,857
6 Juli '07	—182,73	34,854

De laatste twee vergelijkingen gebeurden tevens met verschillende vullingen van den waterstof-thermometer, terwijl vroeger steeds de waterstof electrolytisch verkregen was, was de thermometer, die op 3 Maart 1906 gebruikt werd, gevuld met gedistilleerde waterstof.

Dat de nauwkeurigheid van instelling van den weerstand zeer groot is, blijkt nog uit de overeenstemming van twee verschillende thermometers, die op verschillende dagen in hetzelfde bad vergeleken zijn. Het zijn de thermometers:  $Pt'_I$  en  $Pt_d$  (vergel. hoofdstuk III) b.v. bij de temperaturen  $-217^{\circ}$  en  $-253^{\circ}$ .

	24 Juli '07 ( $-216^{\circ},95$ ).	19 Dec. '07	Herleid op de eerste waarde $Pt_d$	Vershil in weer- stand.	Vershil in tempera- tuur.
$Pt_d$ .	9,1483	9,1802	9,1483		
$Pt'_I$ .	14,761	14,822	14,759	0,002	$0^{\circ},004$

	1 Juli '07 (-252,84)	31 Jan '08.	Herleid op de eerste waarde van <i>Ptd.</i>	Vershil in weer- stand.	Vershil in tempera- tuur.
<i>Ptd.</i>	2,7862	2,7863	2,7862		
<i>P't.</i>	1,9203	1,9243	1,9238	0,0035	0°,017

§ 8. De uitkomsten van de metingen zijn in Tabel III samengevat. De getallen die door [ ] ingesloten zijn, zijn temperaturen, die een onzekerheid laten wegens te nauwe capillair van den waterstof-thermometer.

T A B E L III.

Vergelijkingen tusschen den platina-weerstandsthermometer  
en den waterstof-thermometer.

Datum.	Temperatuur Waterstof- thermometer.	Gemeten weerstand	Opmerkingen.
0°	0°	137.884 $\Omega$	
27 Oct. '05 5 h. 0	— 29.80	121.587	
2 h. 50	— 58.75	105 640	
30 Oct. '05 3 h. 50	— 88.14	89.277	
8 Juli '05 10 h. 12	— 103.83	80.448	
26 Oct. '05 5 h. 20	— 139.87	59.914	
7 Juli '05 4 h. 25	— 139.85	50.920	
26 Oct. '05 3 h. 16	— 158.83	48.929	
27 Juni '05 1 h. 40	[— 182.69]	34.858	$W-R_{AI} = - 0.061$
30 Juni '06 11 h. 0	— 182.79	34.858	
27 Juni '05 3 h. 50	[— 195.30]	27.598	$W-R_{AI} = + 0.082$
2 Maart '05 3 h. 35	— 195.18	27.595	
29 Juni '05 11 h. 6	[— 204.53]	22.016	$W-R_{AI} = - 0.110$
2 Maart '06 1 h. 30	— 204.69	22.018	
30 Juni '05 3 h. 0	[— 212.87]	17.255	$W-R_{AI} = - 0.082$
5 Juli '05 5 h. 53	— 212.83	17.290	
5 Juli '05 3 h. 20	— 217.41	14.763	
3 Maart '05 10 h. 0	— 217.41	14.770	
5 Mei '06 3 h. 0	— 252.93	1.963	
5 Mei '06 5 h. 7	— 259.24	1.444	



Deze waarden hebben later nog kleine veranderingen ondergaan, tengevolge van de veranderingen van het nulpunt (Vergel. blz. 31, tabel VII).

§ 9. Het is nu de vraag: met welke formule kan de weerstand voorgesteld worden als een functie van de temperatuur met dezelfde nauwkeurigheid als die van de bepalingen van de waterstof-temperaturen, n.l.  $0^{\circ},02$  of  $\pm 0,011 \Omega$ , over het geheele gebied der lage temperaturen? De fout in de weerstandsmetingen komt hierbij niet in aanmerking, aangezien deze niet meer dan  $,0002 \Omega$  bedraagt.

In de eerste plaats is het van veel belang na te gaan in hoeverre een kwadratische formule, die bij 2 punten beneden  $0^{\circ}$  aansluit, b.v.  $-88^{\circ}$  en  $-182^{\circ},5$ , waarvan de laatste temperatuur door de meeste onderzoekers gebruikt is, den weerstand over het geheele gebied van  $0^{\circ}$  tot  $-200$  kan voorstellen. Het blijkt dat de middelbare fout  $\pm 0,059 \Omega$  bedraagt, d.i.  $0^{\circ},10$ , als ik het gebied neem tot  $-195^{\circ}$ . Daar beneden worden de fouten grooter en bedragen resp bij  $-204^{\circ}$ ,  $0^{\circ},13$  bij  $-212^{\circ}$ ,  $0^{\circ},32$  bij  $-217^{\circ}$ ,  $0^{\circ},67$ . In het gebied van  $0^{\circ}$  tot  $-190^{\circ}$  kan de formule door kleine verandering nog tot iets betere aansluiting worden gebracht, wanneer men de waarde van den weerstand voor tusschen gelegen temperaturen kent.

Wanneer men overigens de waarden van den weerstand met bijbehorende temperaturen op millimeter papier uitzet, blijkt onmiddellijk dat beneden  $-182^{\circ}$  geen kwadratische formule zal kunnen voldoen. De waarden van  $-182^{\circ}$ ,  $-195^{\circ}$  en  $-204^{\circ}$  liggen zoo goed als op een rechte lijn, terwijl de lijn boven die temperaturen naar boven gekromd en beneden die temperaturen naar beneden gekromd is. De lijn is bovendien asymmetrisch ten opzichte van het buigpunt.

Ook een 3<sup>de</sup> machtsformule (N<sup>o</sup>. 2) kan het gebied tusschen  $0^{\circ}$  en  $-217^{\circ}$  niet met voldoende nauwkeurigheid voorstellen. Een lijn die in aanleg in de punten  $-88^{\circ}$ ,  $-158^{\circ}$  en  $-204^{\circ}$  aansluit kan de weerstanden tot  $-204$  voorstellen met

een middelbare fout van  $\pm 0,053 \Omega$  of  $\pm 0^{\circ},09$ . De fouten bij temperaturen beneden  $-204^{\circ}$  worden dan grooter.

Een 3<sup>de</sup> graadsformule (N<sup>o</sup>. 1), die door de temperaturen  $-88^{\circ}$ ,  $-158^{\circ}$  en  $-212^{\circ}$  is gelegd, geeft tot  $182^{\circ}$  een afwijking van  $0,029 \Omega$  of  $0^{\circ},05$ .

T A B E L IV.

Temperatuur.	Waargenomen temperatuur.	<i>W-R.</i> 2 <sup>de</sup> graadsformule.	<i>W-R.</i> 3 <sup>de</sup> graadsformule N <sup>o</sup> . 1.	<i>W-R.</i> 3 <sup>de</sup> graadsformule N <sup>o</sup> . 2.
0°	137,884	0	0	0
- 29,80	121,587	- 0,083	- 0,02	- 0,056
- 58,75	105,640	- 65	- 17	- 41
- 88,14	89,277	0	- 19	0
- 103,83	80,448	+ 30	+ 27	+ 15
- 139,87	59,911	+ 80	+ 18	+ 36
- 153,83	48,929	+ 59	+ 41	0
- 182,78	34,858	- 28	- 168	- 87
- 195,18	27,595	- 3	- 155	- 53
- 204,69	22,018	+ 39	- 119	+ 2
- 212,83	17,200	+ 134	0	+ 139
- 217,41	14,766	+ 341	+ 174	+ 322

In de formules:

$$\frac{W_t}{W_0} = 1 + a \frac{t}{100} + b \left( \frac{t}{100} \right)^2$$

$$\text{en } \frac{W_t}{W_0} = 1 + a \frac{t}{100} + b \left( \frac{t}{100} \right)^2 + c \left( \frac{t}{100} \right)^3$$

Zijn de coëfficiënten der 2<sup>de</sup> en 3<sup>de</sup> graadsformules:

	A.	B.	C.
2 <sup>de</sup> graadsform.	0,39164	- 0,009427	
2 <sup>de</sup> „ N <sup>o</sup> 1.	0,39354	- 0,005976	0,0005462
„ „ N <sup>o</sup> 2.	0,393008	- 0,0073677	0,00058386

Voor temperaturen beneden  $-217^{\circ}$  bleek een 3<sup>de</sup> graads-



formule in elk geval onvoldoende en wij hebben onzen toe-  
vlucht gezocht tot formules van den vorm :

$$\frac{W_t}{W_0} = 1 + a \frac{t}{100} + b \left( \frac{t}{100} \right)^2 + c \left( \frac{t}{100} \right)^3 + d \left( \frac{10^2}{T} - \frac{10^2}{273,09} \right) \dots \dots \dots A$$

$$\frac{W_t}{W_0} = 1 + a \frac{t}{100} + b \left( \frac{t}{100} \right)^2 + c \left( \frac{t}{100} \right)^3 + d \left( \frac{10^2}{T} - \frac{10^2}{273,09} \right) + e \left[ \frac{10^4}{T^2} - \frac{10^4}{(273,09)^2} \right] \dots B$$

$$\frac{W_t}{W_0} = 1 + a \frac{t}{100} + b \left( \frac{t}{100} \right)^2 + c \left( \frac{t}{100} \right)^3 + d \left( \frac{10^2}{T} - \frac{10^2}{273,09} \right) + e \left( \frac{10^6}{T^3} - \frac{10^6}{(273,09)^3} \right) \dots \dots C$$

De termen met omgekeerde machten van de absolute  
temperatuur zijn gekozen om te zorgen, dat de weerstand  
bij de laagste temperaturen niet te klein wordt en bij het  
absolute nulpunt oneindig groot wordt, terwijl deze termen  
bij hogere temperatuur geen invloed zullen uitoefenen.

T A B E L V.

	$A_I$	$A_{II}$	$B$	$C$
$a$	+ 0.399625	+ 0.400966	+ 0.412793	+ 0.40082
$b$	- 0.0002575	+ 0.001159	+ 0.013812	+ 0.001557
$c$	+ 0.0049412	+ 0.0062417	+ 0.012683	+ 0.00557
$d$	+ 0.019380	+ 0.026458	+ 0.056221	+ 0.01975
$e$			- 0.0033963	- 0.16501

De constanten van de formules  $A$ ,  $B$  en  $C$  (Tabel V)  
werden berekend volgens de benaderingsmethode van Dr.  
E. F. van de Sande Bakhuizen. Voor de bepaling van de  
constanten van formule  $A$  b.v. worden 4 punten genomen : en  
voor deze vier punten 4 vergelijkingen opgesteld, waaruit  
 $a$ ,  $b$ ,  $c$  en  $d$  worden berekend. De afwijkingen van de  
waarden, berekend met deze constanten, en de waarnemin-  
gen worden bepaald.



Er worden nu als 4 nieuwe onbekenden ingevoerd de variaties van  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en  $d$ , wanneer één waarde een kleine verandering ondergaat. Deze variaties zijn lineair in de verandering uitgedrukt. Door deze variaties bij  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en  $d$  te voegen, worden opnieuw de afwijkingen bepaald.

Evenzoo worden de afwijkingen bepaald wanneer achter-eenvolgens de andere 3 punten een kleine verandering ondergaan.

Daarna wordt nagegaan welke variaties men moet bijvoegen en hoe men deze moet combineeren om de kleinste afwijkingen over het geheele gebied te verkrijgen.

Deze methode is praktisch dezelfde als de methode der kleinste kwadraten, terwijl de berekeningen veel eenvoudiger blijven.

## T A B E L VI.

## Vergelijking tusschen den platina-weerstandsthermometer en den waterstof-thermometer.

Temperat-uren van den waterstof-thermo-meter.	Aantal waar-nemingen van den waterstof-thermo-meter	Waarge-nomen weerstand in $\Omega$ .	$W-R_{A I}$	$W-R_{A II}$	$W-R_B$	$W-R_C$
0°		137.884	0	0	0	0
— 29.80	3	121.587	+ 0.025	+ 0.066	+ 0.210	+ 0.063
— 58.75	3	105.640	+ 0.011	+ 0.011	+ 0.153	+ 0.048
— 88.14	4	89.277	— 0.012	— 0.050	— 0.001	+ 0.008
— 103.83	3	80.448	— 0.023	— 0.061	— 0.075	— 0.015
— 139.87	3*	59.911	+ 0.004	— 0.005	— 0.082	— 0.005
— 158.83	3	48.929	+ 0.023	+ 0.044	0	+ 0.008
— 182.79	2	34.858	— 0.029	+ 0.027	+ 0.083	— 0.035
— 195.18	2	27.595	+ 0.009	+ 0.061	+ 0.148	+ 0.007
— 204.69	1	22.018	— 0.014	+ 0.012	+ 0.100	— 0.014
— 212.83	3	17.290	— 0.024	— 0.065	— 0.001	— 0.031
— 217.41	4*	14.766	+ 0.028	— 0.048	+ 0.270	+ 0.007
— 252.93	2	1.963	— 2.422	+ 0.057	— 0.001	0
— 259.24	1	1.444	+ 0.199	— 4.201	0	

De cijfers met een \* beteekenen dat een gemiddelde van de waarnemingen op verschillende dagen genomen is.

Er werden achtereenvolgens twee formules *A* berekend, waarvan de eerste goed aansluit tot  $-217^{\circ}$  (zie Tabel VI) een groote afwijking heeft bij  $-252^{\circ}$  en iets minder bij  $-259^{\circ}$  en de tweede een tamelijk goede aansluiting heeft tot  $-252^{\circ}$  en een zeer groote afwijking bij  $-259^{\circ}$ .

Verder is er berekend een formule *B*, die vrij goed bij alle temperaturen aansluit en ten slotte een formule *C*, die alleen aansluit tot  $-252^{\circ}$ .

De waargenomen weerstand is aangegeven in de 3de kolom van Tabel VI, terwijl de afwijkingen van de waargenomen weerstanden met die volgens de formules berekend, zijn aangegeven in de 4de, 5de, 6de en 7de kolom.

Wanneer we nu nemen de middelbare fout van formule *A*, tot  $-217^{\circ}$ , dan vinden we  $\pm 0,025 \Omega$  of  $\pm 0^{\circ},044$ . We hebben dus nog niet met de formule bereikt de nauwkeurigheid, die met de aflezingen van weerstand- en waterstof-thermometer overeen zou komen. Voor een formule, die over het geheele gebied der lage temperaturen zal gelden, zijn dus niet alleen een 5tal punten noodig om de constanten te bepalen, maar meerdere punten zijn noodig om deze formule op  $0^{\circ},044$  over het geheele gebied goed te doen aansluiten.

§ 10. De waterstof-temperaturen in Tabel II waren slechts als voorloopige waarnemingen aangenomen, die nog herhaald moesten worden.

Bij deze herhaling werd tevens ter controle de waterstof-thermometer, gevuld met electrolytisch bereide waterstof, vervangen door eene met gedistilleerde waterstof, daar dit laatste ongetwijfeld het meest zuivere moet zijn. Voor het evenwel zoover kwam, brak (zie bij Tab. I) door een ongeluk de platina-weerstandsthermometer.

Deze kon echter met geringe verandering weer hersteld worden. De draad om het binnenste cilindertje moest op een ander cilindertje worden overgebracht, waardoor te gelijk de lengte iets kleiner werd.



Na herstelling werd het nulpunt op verschillende tijden voor en na de vergelijkingen met den waterstof-thermometer bepaald. De waarden bij  $0^\circ$  gevonden zijn opgegeven in Tabel I.

Als gemiddelde kan worden genomen  $135,438 \Omega$ .

De verhouding bij nul graden voor en na het breken was dus  $\frac{137,884}{135,438} = 1,01806$ .

Ten slotte is wederom met twee nieuw gevulde waterstof-thermometers een vergelijking gedaan bij eenige temperaturen, waarvan de resultaten vermeld zijn in Tabel VII.

## T A B E L VII

Vergelijking tusschen den platina-weerstandsthermometer  $P'_{t1}$  en den waterstof-thermometer.

Datum 1907.	Temperatuur volgens den waterstof-thermometer.	Weerstand in $\Omega$	Weerstand omgekeerd.	$W_{P'_{t1}-R_{AI}}$	$W_{P'_{t1}-R_{AI}}$	$W_{P'_{t1}-W_{PtI}}$	Temperatuur volgens vroegere calibratie.
3 Juli	$-103.671$	79 131	80.551	$-0.000$	$-0.023$	$+0.023$	$-103.64$
3 Juli	$-119.730$	70.190	71.450	$+0.003$			
3 Juli	$-164.113$	45.054	45.863	$+0.047$			
25 Maart	$-182.352$	34.492	35.111	$-0.008$	$-0.029$	$+0.021$	
29 Juni	$-216.610$	14.936	15.204	$+0.016$	$+0.028$	$-0.012$	$-216.64$
19 Maart	$-252.822$	1.9208	1.9553	$+2.4131$	$+2.432$	$-0.019$	
1 Juli	$-252.839$	1.9243	1.9588	$+2.4180$	$+2.432$	$-0.014$	$-252.80$
19 Maart	$-255.177$	1.6852	1.7154	$+2.0518$			
1 Juli	$-258.864$	1.4522	1.4783	$+0.4855$	$+0.199$	$+0.287$	

In de 8ste kolom zijn opgegeven de waarden der temperaturen, zooals ze uit den weerstand volgens de vroegere calibratie berekend werden.

Niettegenstaande de veranderingen aan den weerstands-thermometer en de vergelijking met 2 geheel verschillende waterstof-thermometers, ziet men dat de overeenstemming heel goed is. Wat de waterstof temperaturen betreft, deze kunnen, omdat zij met den  $Pt'_I$  thermometer met den Wheatstonebrug worden bepaald geen waarde geven nauwkeuriger dan tot op  $0^{\circ},04$  of ongeveer  $0,004 \Omega$ . Immers het is mij na eenige proefnemingen gebleken, dat bij de Wheatstone-brug, zelfs bij groote zorg aan de contacten besteed, onnauwkeurigheden van  $0,001 \Omega$  blijven voorkomen.

Met den differentiaalgalvanometer (zie volgend hoofdstuk) kan men de weerstanden der draden in vloeibare waterstof nauwkeuriger meten.

Tegelijk met  $Pt'_I$  in de Wheatstone-brug op 1 Juni werd eene andere weerstand met den differentiaalgalvanometer gemeten en met den waterstof-thermometer vergeleken. Deze vergelijking heeft wederom denzelfden graad van nauwkeurigheid als de aflezing der waterstof-thermometer, dus overeenkomende met  $\pm 0^{\circ},02$ .

De resultaten van deze vergelijking worden in het volgende hoofdstuk gegeven.

---



## HOOFDSTUK III.

---

### Vergelijking van verschillende platinadraden.

§ 1. *Inleiding.* Na de calibratie van den platina-weerstandsthermometer werd nog van twee andere platinadraden de verandering van den galvanischen weerstand met de temperatuur bepaald. Deze twee draden werden met den gecalibreerden weerstand tegelijk in den cryostaat gebracht en terwijl met den eenen weerstand de temperatuur met behulp van de Wheatstone-brug constant werd gehouden, werd de verhouding van den anderen met den bekenden weerstand met behulp van den differentiaalgalvanometer bepaald.

§ 2. *De differentiaalgalvanometer.* Deze is gebracht in een schakeling, als in fig. 3 is aangegeven, en is bij uitstek geschikt om weerstanden nauwkeurig en snel te vergelijken. De methode is zeer eenvoudig. Men heeft slechts te zorgen, dat de grootte der te vergelijken weerstanden weinig verschilt.

Wanneer men twee weerstanden vergelijkt, die beide in den cryostaat gebracht zijn, heeft men bovendien nog het voordeel dat temperatuurswisselingen weinig invloed hebben.

In vele gevallen, zoo steeds wanneer de beide weerstanden niet nagenoeg gelijk waren, werden de weerstanden echter in plaats van onmiddellijk met elkander, ieder voor zich met een gecalibreerde weerstandsbank vergeleken,

omdat de temperaturen zeer gemakkelijk met behulp van de Wheatstone-brug constant konden worden gehouden en gelijkheid van weerstanden voor de nauwkeurigheid van de bepaling met den differentiaalgalvanometer van belang is. Alle bepalingen van weerstanden, ook die in de volgende hoofdstukken worden besproken, zijn met den differentiaalgalvanometer verricht.



Fig. 3.

In fig. 3 is de inrichting en de stroomloop voorgesteld.

De stroom wordt geleverd door een Meidinger-element  $\mathcal{E}$ . De stroomsterkte kan op eenvoudige wijze door aftakking op een weerstandsbankje in  $\mathcal{A}$  worden geregeld en als de stroomsluiter  $\mathcal{C}$  geopend wordt gaat de stroom geheel door de keten. De stroom kan in de hoofdketen worden gecommuteerd.

De onbekende weerstand  $\mathcal{R}$  wordt nu vergeleken met  $\mathcal{W}$ , een weerstandsbank van Siemens en Halske, gecalibreerd door de Reichsanstalt, door in  $\mathcal{L}$  en  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{H}$  en  $\mathcal{K}$  twee stroomen af te takken, die door de windingen van een differentiaalgalvanometer  $\mathcal{G}$  gaan. In ieder dezer ketens is een weerstandsbank van Siemens en Halske, gecalibreerd door de Reichsanstalt.  $W_1$  is een bank van 10000 tot 0,1 Ohm, en  $W_2$  is een bankje met 3 stoppen van 100, 1 van 200 en 1 van 500  $\Omega$ . De verbinding van de ketens met den galvanometer kan zijn zooals de doorlopende lijntjes aangeven of zooals de stippellijntjes aangeven.

De differentiaalgalvanometer is een dundraads met twee klossen. De twee windingen zijn tegelijk op de klossen gewonden waardoor de symmetrie van het magneetveld der tegengesteld loopende stroomen ten zeerste bevorderd wordt.

De galvanometer heeft een gevoeligheid van 1 mm. uitslag op een afstand van  $3\frac{1}{2}$  M. voor een stroomsterkte van  $10^{-9}$  amp. De slingertijd bedraagt 12 sec. De weerstanden van de galvanometerklossen zijn elk ongeveer 1200  $\Omega$ .



De galvanometer is door een weekijzeren pantser omgeven, om storingen in het veld tegen te gaan.

Om nu de onbekende weerstand  $R$  te meten, kan men in de bank  $W$  een weerstand plaatsen, die ongeveer gelijk is aan  $R$ .

Door geschikte weerstanden in de bank  $W_1$  kunnen dan de stroomen in den differentiaal-galvanometer gelijk worden gemaakt, d.w.z. hunne verhouding zoo geregeld dat de magneet geen uitslag krijgt, want er zal nog altijd een kleine ongelijkheid in de stroomen overblijven.

Men kan zich voorstellen, dat de verhouding der beide stroomen  $1 + \beta$  is, waarbij  $\beta$  zeer klein is.

Wanneer  $i$  de stroomsterkte in de hoofdketen voorstelt, en  $i_1$  de stroomsterkte, die op  $W$  afgetakt door den galvanometer gaat en  $i_2$ , die op  $R$  afgetakt door den galvanometer gaat, verder  $W$  de weerstand van de geheele keten  $LGF$  en  $W_2$  de weerstand van de geheele keten  $KGH$ , dan is

$$i_1 W_1 - (i - i_1) W = 0 \quad (1)$$

$$i_2 W_2 - (i - i_2) R = 0 \quad (2)$$

Vermenigvuldig (1) met  $R$  en (2) met  $W$  en trek af dan

$$\text{zal} \quad i_1 (W_1 R + W R) = i_2 (W_2 W + W R)$$

dus

$$\frac{W_1}{W_2} + \frac{W}{W_2} = \frac{i_2}{i_1} \frac{W}{R} + \frac{i_2}{i_1} \frac{W}{W_2}$$

en aangezien  $\frac{i_2}{i_1} = \frac{1}{1 + \beta}$  is

$$\frac{1}{1 + \beta} \frac{W}{R} = \frac{W_1}{W_2} + \frac{\beta}{1 + \beta} \frac{W}{W_2}. \quad (3)$$

Door nu vervolgens de waarde van  $W_2$  een flink bedrag grooter te maken, b.v.  $W_2 + \alpha_2$  zal men ook  $W_1$  met een bedrag moeten vermeerderen,  $\alpha_1$ , om de magneet van den galvanometer in rust te houden.

Men heeft dan de betrekking

$$\frac{1}{1 + \beta} \frac{W}{R} = \frac{W_1 + \alpha_1}{W_2 + \alpha_2} + \frac{\beta}{1 + \beta} \frac{W}{W_2 + \alpha_2}. \quad (4)$$

Verminder (4) met (3) dan volgt er

$$\frac{1}{1 + \beta} \frac{W}{R} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \text{ of } \frac{W}{R} = (1 + \beta) \frac{\alpha_1}{\alpha_2}. \quad (5)$$

Door nu de verbinding te maken met den differentiaalgalvanometer volgens de stippelijntjes zal in den evenwichtsstand de verhouding  $\frac{i_2}{i_1} = \frac{1}{1 - \beta}$  moeten zijn.

Bij die verbinding zal men voor bijvoeging van een weerstand  $\alpha'_2$  bij  $W_2$  een weerstand  $\alpha'_1$  bij  $W_1$  krijgen.

Dus in dezen toestand krijgt men

$$\frac{W}{R} = (1 - \beta) \frac{\alpha'_1}{\alpha'_2}. \quad (6)$$

Ten slotte kan dus  $\beta$  worden geëlimineerd en men vindt

$$\frac{W}{R} = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} + \frac{\alpha'_1}{\alpha'_2} \right). \quad (7)$$

$\alpha_2$  en  $\alpha'_2$  kan men willekeurig kiezen. Het is het eenvoudigste voor  $\alpha_2$  en  $\alpha'_2$  dezelfde waarde te nemen. Het beste zal men doen  $\alpha_2$  en  $\alpha'_2$  groot te nemen ten opzichte van de onzekerheden en veranderingen van den weerstand in de keten. Contactveranderingen hebben dan geen invloed en wanneer men zorgt, dat de temperatuur van den galvanometer zeer weinig verandert gedurende de meting en de stroom, waarmee men meet, gering is, dan zal de verandering van den weerstand in de keten zeker niet meer dan 0,1 Ohm bedragen. Wanneer  $\alpha_2$  1000 Ohm is en men altijd zorgt dat  $\alpha_1$  grooter is, wat gemakkelijk is in verband met de schakeling, is de nauwkeurigheid derhalve grooter dan

$$\frac{1}{10000}.$$

Wanneer men door gebrek aan tijd of anderszins niet alle vier bepalingen kan doen, maar slechts twee, dan kan men de  $\beta$  van andere metingen gebruiken, die korten tijd te voren of daarna gevonden is, in de onderstelling dat  $\beta$  constant is. Immers uit (5) en (6) volgt voor de waarde van  $\beta$



$$\beta = \frac{\frac{\alpha_1}{\alpha_2} - \frac{\alpha'_1}{\alpha'_2}}{\frac{\alpha_1}{\alpha_2} + \frac{\alpha'_1}{\alpha'_2}} \quad (8)$$

De waarde van  $\beta$  was b.v. op 12 Jan. 1906, 0.00014, als het gemiddelde van

0.00016

0.00013

0.00012.

Van de waarde van  $\beta$  werd overigens zeer weinig gebruik gemaakt.

§ 3. *De resultaten der metingen.* Deze zijn aangegeven in tabel I. De waarde van de weerstanden zijn uitgedrukt in den weerstand bij 0° als eenheid.

T A B E L I.

Vergelijking van verschillende platina-weerstands-thermometers.

Tempe- ratuur	$Pt_I$	$Pt_{III}$	$Pt_V$	$Pt_M$	$Pt_d$
0°	1.	1.	1.	1.	1.
— 30.53	0.87890	0.87860	0.87798		
— 58.56	0.76693	0.76652	0.76640		
— 87.54	0.64984	0.64923	0.64927		
— 87.92		0.64776			
—103.83	0.58346			0.58720	
—109.09	0.56204	0.56034	0.56127		
—140.21	0.43313	0.43201	0.43182		
—159.11	0.35370	0.35245	0.35206	0.35979	
—182.79	0.25283	0.25154	0.25098	0.26022	0.27374
—195.11	0.20043	0.19900	0.19856	0.20808	0.22294
—204.68	0.15974	0.15819	0.15880		0.18355
—212.18	0.12814	0.12653	0.12626	0.13630	0.15293
—216.65	0.11016	0.10854	0.10824		
—216.80		0.10797			
—252.82	0.01421				0.040637
—255.18	0.01244				0.03766
—258.86	0.01072				0.03652

De waarde bij  $0^\circ$  van  $P_{t_{III}}$  en  $P_{t_V}$  waren :

$P_{t_{III}}$	$P_V$
6/11 '05 160,109 $\Omega$	
23/11 '05 160,114 "	
19/12 '05 160,114 "	19/12 '05 151,136 $\Omega$
8/5 '06 160,112 "	9/3 '06 151,144 "
16/11 '07 160,105 "	23/11 '07 151,138 "

$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{gemid.} \\ 160,111 \Omega \end{array}$ 
 $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{gemid.} \\ 151,139 \Omega \end{array}$

Het blijkt dus dat de weerstand van de platinadraden No. III en No. V sneller afneemt met de temperatuur, dan No. I. Dit is ongetwijfeld het gevolg van grootere zuiverheid van het metaal. Ook dit metaal was geleverd door W. C. Heraeus te Hanau, maar van een latere zending dan de eerste platinadraad. De doorsnede was van alle drie 0,1 mm.

Om de weerstand als een functie van de temperatuur voor te stellen, namen we een formule van den vorm A (zie hoofdstuk II, blz. 28) omdat deze formule den weerstand No. I tot  $-217^\circ$  kon voorstellen en omdat een enkele derdegraads-formule ook hier geen voldoende aansluiting kon geven.

De formule sluit om te beginnen aan bij  $-88^\circ$ ,  $-139^\circ$ ,  $-182^\circ$  en  $-216^\circ$  en heeft dus den vorm A :

$$\frac{W_t}{W_0} = 1 + at.10^{-2} + bt.10^{-4} + ct.10^{-6} + d \left( \frac{10^2}{T} - \frac{10^2}{(273.09)^2} \right)$$

waarin de coëfficiënten zijn :

$A_I$	$a$	$b$	$c$	$d$
$P_{t_V}$	+ 0.401819	+ 0.0007403	+ 0.0052641	+ 0.020666
$P_{t_{III}}$	+ 0.398291	- 0.0026645	+ 0.0039442	+ 0.016843

De afwijkingen van de waarnemingen met deze formules zijn aangegeven in tabel II kolom 3 en 5.

Om de berekeningen te vergemakkelijken zijn de weerstanden No. III en No. V omgerekend op den weerstand van No. I bij nul graden.



TABEL II.

Tempera- tuur.	Waarge- nomen weer- stand N <sup>o</sup> . III	W—R.	Waarge- nomen weer- stand N <sup>o</sup> . V	W—R.
0°	137.884	0	137.884	0
— 30.53	121.125	+ 0.036	121.061	— 0.114
— 58.56	105.663	+ 61	105.678	— 32
— 87.55	89.511	+ 50	89.678	+ 120
— 109.09	77.249	— 68	77.389	— 8
— 140.19	59.559	+ 45	59.541	— 30
— 159.11	48.590	+ 69	48.554	— 16
— 182.75	34.666	0	34.607	— 100
— 195.40	27.431	+ 32	27.381	— 49
— 204.68	21.808	0	21.896	+ 76
— 212.16	17.446	— 53	17.408	— 76
— 216.63	14.965	0	14.925	0

§ 4. *De thermometer met dunnen draad* (fig. 1). De draad werd eveneens door Heraeus geleverd (verg. hoofdstuk II, blz. 14). Hij werd bij eenige temperaturen in zuurstof en bij 3 temperaturen in waterstof met den weerstand  $W_I$  vergeleken. De resultaten daarvan staan in tabel I kolom 6.

De waarde bij 0° was

$$\left. \begin{array}{l} 12/4 \text{ '06} \quad 134,305 \, \Omega \\ 16/5 \text{ '06} \quad 134,309 \, \Omega \end{array} \right\} \text{ gemiddeld } 134,307 \, \Omega.$$

Het valt hier op dat de weerstand van den dunnen platinadraad minder afneemt dan van den dikkere.

Naar aanleiding van latere ondervinding met gouddraden en draden van legeringen goud-zilver, waarvan in een later hoofdstuk zal worden gesproken, meen ik dit verschil te moeten toeschrijven aan onzuiverheid, die bij het dunner

trekken der draden kan ontstaan. Voor dezen dunnen draad zal nog een formule berekend worden.

§ 5. *Onveranderlijkheid der weerstanden.* De weerstandsthermometer  $W_I$  had gedurende langen tijd ( $2\frac{1}{2}$  jaar) reeds hetzelfde nulpunt behouden, maar om na te gaan in hoeverre men gedurende meerdere jaren daarop vertrouwen kon werd de oude weerstand van Meilink, die door het springen van het glascilindertje in 't ongereede was geraakt, heel voorzichtig in orde gebracht en de draden overal van elkaar geïsoleerd. Alleen moest de draad op nieuw worden aangesoldeerd. De vermindering van de lengte bedroeg daardoor ongeveer 3 mm. 't geen overeenkomt met een weerstandsvermindering van  $0.043 \Omega$  bij  $0^\circ$

De waarden, in Febr. 1907 door mij gevonden, bedroegen

109.725  $\Omega$  met de Wheatstonebrug gemeten.

109.724  $\Omega$  „ „ differentiaalgalv. „

De weerstandseenheden van de bank van Hartmann en Braun waarin Meilink zijne uitkomsten had uitgedrukt waren echter 1.00255 maal kleiner dan die van de banken van Siemens en Halske (dissertatie blz. 76 en 77).

In de eenheden, die Meilink gebruikt had, waren mijne uitkomsten dus 110.005  $\Omega$ . Neemt men nu in aanmerking de bovenvermelde verkleining van den weerstand van  $0.043 \Omega$ , dan moet de overeenkomst met de nulpuntsbepalingen in 1901 en 1902 verricht door Meilink met die door mij in 1907, bepaald een bijzonder goede worden genoemd.

Meilink	
Juni 1901	110.040
Nov. 1901	110.043
Nov. 1902	110.048
Clay	
Febr. 1907	110.048



Tegelijk werd nog door mij onderzocht of de bepalingen van den weerstand bij lage temperaturen, in 1902 gedaan, juist waren geweest vooral omdat er een sterk vermoeden was, dat de waterstofthermometer, die ter bepaling van de temperatuur was gebruikt, niet met zuivere waterstof was gevuld geweest.

De waarnemingen en verschillen zijn vereenigd in tabel III.

T A B E L III.

Temperatuur	Mei 1902 weerstand waargenomen door Meilink	Febr. 1907 weerstand waargenomen door Clay	verschil in weerstand	verschil in temperatuur
0°	110.045	110.048		
-182.63	28.692	28.605	+ 0.087	+ 0°.2
-197.08	21.877	21.899	- 0.022	- 0°.05
-209.93	16.025	15.934	+ 0.089	+ 0°.2

De verschillen, die hierbij gevonden werden, moeten waarschijnlijk worden toegeschreven aan minder nauwkeurige aflezing van den waterstofthermometer.

Ook de zuiverheid van deze electrolytisch verkregen waterstof van den vroegeren thermometer is later gebleken niet zoozeer betrouwbaar te zijn als de waterstof door destillatie van vloeibare waterstof verkregen.

Ter vergelijking zijn de waarden van den weerstand van Meilink in kolom 5, tabel I gegeven.

§ 6. *Overzicht* Maken wij tenslotte een overzicht over de tot nu toe onderzochte platinadraden.

Het verschil tusschen de 1<sup>e</sup> met de 2<sup>e</sup> en 3<sup>e</sup> bedraagt dus tot - 217°, in graden uitgedrukt hoogstens 0°.5.

Het verschil met den platinadraad van Meilink, die eenige jaren vroeger van Heraeus was ontvangen is grooter. Er is in de zendingen een toenemende zuiverheid te bemerken.

Van anderen aard is het verschil van den dunnen draad met de overige, vooral het verschil bij de temperaturen

van vloeibare waterstof wordt opvallend. We zullen op dergelijk verschil terugkomen in een afzonderlijk onderzoek omtrent den invloed van kleine bijmengselen in het metaal op de temperatuursfunctie. Juist platina leent zich niet bijzonder tot het met nauwkeurigheid vaststellen van den graad der onzuiverheid.

§ 7. *Vergelijking met platinadraden van andere onderzoekers.*  
Ter vergelijking met mijne uitkomsten (van mij heb ik slechts  $Pt_I$  in de tabel geplaatst; de andere, door mij onderzocht en die van Meilink kunnen, door tabel I naast tabel IV te leggen, worden vergeleken), wil ik hier nog bijvoegen de uitkomsten van de calibratie van platina-thermometers die andere onderzoekers hebben verkregen.

Het onderling verschil is hier nog al treffend. Wel zullen de temperatuursbepalingen niet volkomen met elkaar overeenkomen, maar het geheele verschil kan daardoor niet worden verklaard.

In hoofdzaak moet ook hier het onderscheid worden toegeschreven aan verschil in zuiverheid van het platina, al zal waarschijnlijk de verschillende behandeling en b.v. de daaruit voortvloeiende verschillende hardheid een rol spelen.

Behalve de grootere verandering van den weerstand van den draad van Travers en Guoyer en den draad No. 6 van Holborn, toonen de overige draden een kleinere verandering dan de draden die door mij werden gebruikt.

Het verschil in de verandering van de  $Pt_I$ ,  $Pt_{III}$  en  $Pt_V$  over  $200^\circ$  bedraagt 0,2 %/o. Het onderlinge verschil tusschen deze draden met den draad van Travers en draad No 3 van Holborn bedraagt ten hoogste 0,5 %/o.

De reproductie van den thermometer levert dus moeielijkheden op wanneer de nauwkeurigheid grooter moet zijn dan  $1^\circ$ .

Stukken van denzelfden draad zullen natuurlijk vooral bij gelijke behandeling weinig verschillen, zooals ook uit de calibratie van  $Pt_{III}$  en  $Pt_V$  blijkt, maar draden van verschillende afkomst, zullen over een gebied van  $200^\circ$



TABEL IV.

Temperatuur.	1906	1905	1901	1904	1896.			1901.			1904	
	Clay 0.1 mM.	Travers en Guiyer	Dewar N <sup>o</sup> . 1	Dewar N <sup>o</sup> . 2	Holborn en Wien			Holborn			Bestel- meijer N <sup>o</sup> . 1	Bestel- meijer N <sup>o</sup> . 2
					0.05 N <sup>o</sup> . 1	0.1 N <sup>o</sup> . 2	0.05 N <sup>o</sup> . 5	0.1 N <sup>o</sup> . 0	Engelsch N <sup>o</sup> . 2	0.15 N <sup>o</sup> . 3		
0°	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
— 78.2	0.6878	0.6851			0.7085	0.6990	0.6951	0.6957	0.6898	0.6863	0.6977	
— 182.6	0.2534		0.3052	0.2625								
— 189.0	0.2262	0.2223			0.2789	0.2478	0.2497	0.2466	0.2288			
— 191.0	0.2179	0.2137							0.2211	0.2125	0.2495	0.2126
— 252.9	0.0141		0.8590	0.0242								

gemakkelijk 0.5% in weerstand, overeenkomende met 1°  
in temperatuur, kunnen verschillen.



Tot heden geeft het bij platina nog moeilijkheden de zuiverheid nauwkeurig te bepalen en volkomen te maken.

Om na te gaan welken invloed kleine bijmengselen op de weerstandsverandering hebben, heb ik goud gekozen en legeringen van goud, immers in dit metaal zijn de bijmengselen wel het meest nauwkeurig quantitatief te bepalen. Dit onderzoek zal in het volgende hoofdstuk worden behandeld.

Eigenaardig is het nog wel op te merken dat het platina van Heraeus steeds zuiverder geworden is, maar dat een enkele draad van Holborn, die ouder is doch een grootere doorsnede heeft, zuiverder blijkt. Ik kom hierop bij het goud terug. Het schijnt, dat door het trekken de draad verontreinigd wordt en dat dus het dunner trekken grootere onzuiverheid moet meebrengen.

§ 8. *Slotsom.* De uitkomsten met den platina-weerstands-thermometer verkregen, leiden tot de volgende conclusies:

1°. De aanwijzingen van een weerstands-thermometer zijn gedurende langen tijd standvastig en betrouwbaar.

2°. De aflezingen kunnen zeer vlug geschieden en de snelheid van aanwijzing is zeer groot (verg. ook Jaeger, Z. f. Instr. 24, blz. 134, 1904, en Jaeger en Steinwehr, Ann d. Phys. 21, blz. 23), hetgeen wel blijkt uit de graphische voorstellingen in hoofdstuk II.

3°. De nauwkeurigheid van instelling en van aflezing kan gemakkelijk tot  $0^{\circ},01$  gebracht worden; die van de temperatuursbepaling hangt verder natuurlijk af van de nauwkeurigheid van de vergelijking met den waterstofthermometer; en voor temperaturen, waarbij geen vergelijking met den waterstofthermometer heeft plaats gehad, hangt de nauwkeurigheid van de aansluiting der calibratieformule aan de waarnemingen af. In het geval van mijne waarnemingen was zij dezelfde als de nauwkeurigheid van één aflezing op den waterstof-thermometer, die  $0^{\circ},02$  bedraagt.

4°. Door de opgesomde voordeelen leent de weerstands-thermometer zich in 't bijzonder voor zeer nauwkeurige regeling van de temperatuur van een vloeistofbad. Voor een enkele meting is de differentiaal-galvanometer zeer handig en nauwkeurig, voor regeling is de Wheatstone-brug meer geschikt.

5°. Een nadeel is, dat de voorstelling van den weerstand als functie van de temperatuur beneden  $0^{\circ}$  niet eenvoudig is en vooral beneden  $-200^{\circ}$  door het optreden van een buigpunt in de kromme ingewikkeld wordt, zoodat er voor een nauwkeurige aansluiting over het gebied van  $0^{\circ}$  tot  $-200^{\circ}$  een calibratie van 5 à 6 punten noodig is. Om een aansluiting te krijgen over het geheele gebied beneden nul graden tot aan het smeltpunt van waterstof is bovendien nog de calibratie bij minstens 2 waterstoftemperaturen noodig.

---

## HOOFDSTUK IV.

---

### Onderzoek naar den weerstand van zuivere metalen, van kool en van constantaan.

§ 1. *Inleiding.* Om meerdere gegevens te krijgen omtrent de verandering van den weerstand van metalen bij lage temperaturen in 't algemeen, werden nog enkele metalen, die betrekkelijk gemakkelijk zuiver te verkrijgen zijn en die om de een of andere reden de aandacht trekken, onderzocht. Het zijn: goud, zilver, bismuth, lood en kwik.

Behalve het goud, in dit hoofdstuk genoemd, werden nog goudsoorten van verschillenden oorsprong en goud-zilver legeringen onderzocht. Deze laatste zullen in het volgende hoofdstuk behandeld worden. Enkele waarnemingen omtrent koolstof en constantaan worden aan het slot van dit hoofdstuk vermeld.

§ 2. *Goud.* Met behulp van den platinadraad waarvan de calibratie in hoofdstuk II besproken is, werd om te beginnen de weerstandsverandering van een draad van zuiver goud, dat mij door de welwillende hulp van Dr. C. Hoitsema werd verschaft, nagegaan. Het was n.m. na de resultaten van Dewar, en na het onderzoek van Meilink het plan, om ook een gouddraad als weerstandsthermometer in te richten en te gebruiken.

De gouddraad was evenals de platinadraad op twee glascilinders gebracht en de geheele inrichting was juist zooals



reeds bij den platinadraad werd beschreven. Het eenige verschil was dat de cilindertjes iets langer waren en dat de windingen slechts  $\frac{3}{4}$  mm. van elkaar verwijderd waren zoodat een draad, 0.1 dik, van ongeveer 18 M. kon worden geborgen.

De bepaling van het nulpunt geschiedde in isopentaaan op gelijke wijze als het bepalen van het nulpunt van den platinadraad. In baden van lagere temperatuur was de inrichting zoodanig, dat de cilinder van den gouddraad in de plaats kwam van den waterstofthermometer.

§ 3. *De uitkomsten.* De weerstand van den gouddraad werd, op de in 't vorige hoofdstuk beschreven wijze met behulp van den differentiaal-galvanometer bepaald.

Het nulpunt werd voor en na de metingen bepaald. Het was gemiddeld 51.915  $\Omega$ .

datum	weerstand bij 0°,
19 Oct. '05	51.914 $\Omega$
16 Nov. '05	51.916
9 Maart '06	51.912
11 Mei '06	51.912
16 Nov. '07	51.918

De uitkomsten van het onderzoek naar den weerstand bij lage temperaturen van bovengenoemden gouddraad zijn vereenigd in tabel I

De *d* achter de getallen van den weerstand in kolom 3 tabel I beteekent dat de goudweerstand direct met den standaard-thermomether  $Pt_I$  vergeleken is. De *i* achter de overige getallen beteekent dat de weerstand met  $Pt_{III}$  en  $Pt_V$ , dus indirect met  $Pt_I$  vergeleken is. Behalve de kleinere nulweerstand waardoor de verandering per 1° kleiner is, is deze indirecte vergelijking oorzaak, dat de middelbare fout grooter gevonden is dan bij den platina-thermometer.

Nadat gebleken was dat een kwadratische en een kubische formule van de temperatuur onvoldoende waren om den weerstand beneden nul graden voor te stellen, zijn formules

$A$  en  $B$  met reciproke machten der absolute temperatuur berekend. De resultaten van deze berekeningen zijn voorgesteld in de 4de, 5de en 6de kolom van tabel I, de coëfficiënten der formules  $A_I$ ,  $B_I$  en  $B_{II}$  in tabel II.

Formule  $A_I$  stelt den weerstand voor tot  $-217^\circ$ , terwijl formule  $B_I$  één waterstoftemperatuur en  $B_{II}$  twee waterstoftemperaturen voorstelt. Formule  $B_I$  sluit over het gebied van  $0^\circ$  tot  $-258^\circ$  het nauwkeurigste aan. De middelbare fout, waarmee de formule van de verschillende waargenomen weerstanden afwijkt is  $\pm 0.015 \Omega$  of  $\pm 0^\circ 09$  in temperatuur

Na de onderzoeken werd de gouddraad nog eens geanalyseerd door Dr. H o i t s e m a, die een verontreiniging vond van  $0.03 \%$ .

T A B E L I.

## Calibratie van den goud weerstands-thermometer.

Datum		Tempera- tuur weerstand	waarg. goud weerst.	$W-R_{A_I}$	$W-R_{B_I}$	$W-R_{B_{II}}$
1906		0	51.915 <i>d</i>	0	9	0
1 Febr.	5 u. 57	$-28.93$	46.136 <i>i</i>	-0.009	-0.024	+0.022
"	3 u. 40	$-58.56$	40.324 <i>i</i>	+16	+6	+40
"	12 u. 25	$-87.43$	36.638 <i>i</i>	-29	-5	-4
12 Juni	2 u. 30	$-103.82$	31.430 <i>d</i>	-26	+13	+2
"	11 u.	$-139.86$	24.283 <i>d</i>	-29	+15	+9
17 Jan.	3 u. 20	$-159.08$	20.393 <i>i</i>	-35	-8	+7
1 Juni	11 u. 50	$-182.79$	15.558 <i>d</i>	+5	+3	+38
"	5 u. 8	$-195.18$	12.979 <i>d</i>	+29	+18	+39
"	4 u.	$-204.69$	10.964 <i>d</i>	+22	+16	-1
"	3 u.	$-212.83$	9.202 <i>d</i>	-12	-10	-86
12 Jan.	11 u.	$-216.25$	8.459 <i>i</i>	-31	-18	-129
18 Mei	4 u. 10	$-252.82$	2.3638 <i>d</i>	+1.057	-0	-8
"	6 u.	$-259.47$	2.0471 <i>d</i>	+1.342	-3.285	+2



T A B E L II.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>A<sub>I</sub></i>	0.39070	0.017936	0.0085684	0.0080999	
<i>B<sub>I</sub></i>	0.382404	0.0102335	0.0035218	-0.0268941	0.0052211
<i>B<sub>II</sub></i>	0.394548	0.0200118	0.0102889	0.0229106	-0.00094614

Met formule *B<sub>II</sub>* berekend bleek het buigpunt van de kromme, die den galvanischen weerstand als een functie van de temperatuur voorstelt, ongeveer bij  $-220^{\circ}$  te liggen.

De afname van den weerstand bij de waterstof-temperaturen bleek bij dit goud te verschillen met de afname, die Dewar vond. Op dezelfde nulweerstand overgebracht vond hij een weerstand van  $1.708 \Omega$  in plaats van  $2.364 \Omega$ . Op dit verschil kom ik in het volgende hoofdstuk terug.

§ 4 *Zilver*. Ook van een zilverdraad werd de verandering van den galvanischen weerstand met de temperatuur bepaald. Het zilver was mij evenals het goud door Dr. C. Hoitsema verschaft Het werd door Heraeus tot een draad van 0.1 m.m. doorsnede getrokken, en overigens geheel behandeld als 't goud en 't platina.

Nadat de weerstand bepaald was, werd de samenstelling gecontroleerd. Het zilver bevatte toen 0.18% verontreiniging.

Om den weerstand voor te stellen als een functie van de temperatuur, werden de verschillende formules gebruikt, die hieronder zijn aangegeven. De verschillen van den waargenomen en den berekenden weerstand zijn vereenigd in tabel III. De weerstanden zijn uitgedrukt in den nulpuntsweerstand ( $21,519 \Omega$ ) als eenheid.

Het blijkt dat het nulpunt van den zilverdraad iets is veranderd. Dit is toe te schrijven aan de meerdere inkrim-



ping van den zilverdraad ten opzichte van het glas. Bij lagere temperatuur zal de zilverdraad meer ingekrompen zijn en daarna is hij bij hogere temperaturen langer geworden. Na de afkoeling lag de draad ruimer op den glascilinder dan te voren.

TABEL III

Verandering van den weerstand van zilver met de temperatuur.

Temperatuur	Weerstand $Ag_I$	$W-R_D$	$W-R_{AIV}$
99°.76	1.41089	0	0
0° voor afkoeling	1	0	0
0° na „	1.00037		
— 103.81	0.58087	— 0.00042	— 0.00042
— 139.87	0.43282	+ 24	+ 42
— 183.57	0.24679	— 17	0
— 195.17	0.19703	+ 29	— 2
— 204.67	0.15528	— 31	
— 252.92	0.008913	0	
— 259.22	0.006942	0	

In kolom  $W-R_D$  zijn opgenomen de afwijkingen van eene van  $+100^\circ$  tot  $-259^\circ$  aangesloten formule van den nieuwen vorm:

$$\frac{W_t}{W_0} = 1 + 1 + a \left( \frac{t}{100} \right) + b \left( \frac{t}{100} \right)^2 + c \left( \frac{t}{100} \right)^3 + d \left( \frac{10^6}{T^3} - \frac{10^6}{(273.09)^3} \right) + e \left( \frac{10^{10}}{T^5} - \frac{10^{10}}{273.09^5} \right) \quad (D)$$

die het best aansloot met de waarden:

<i>D</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>Ag<sub>I</sub></i>	+0.402746	+0.004355	+0.004806	+0.0095498	-0.000012981

De kolom  $W-R_{AIV}$  geeft, ter vergelijking met platina en goud, de afwijkingen van eene formule van den vorm  $A_{IV}$ .

$$\frac{W_t}{W_0} = 1 + 1 + a \left( \frac{t}{100} \right) + b \left( \frac{t}{100} \right)^2 + c \left( \frac{t}{100} \right)^3 + d \left( \frac{10^2}{T} - \frac{10^2}{(273.09)} \right)$$

met waarden, die wij wegens de andere wijze van aansluiting met  $A_{IV}$  onderscheiden:

$A_{IV}$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>Ag<sub>I</sub></i>	+0.40355	+0.003968	+0.005232	+0.008662

Berekend volgens formule  $D$ , ligt het buigpunt van zilver bij  $-145^\circ$

De war vind voor den weerstand van zilver uitgedrukt in dien bij  $0^\circ\text{C}$ . bij  $-182^\circ.6$ ,  $0.2786 \Omega$ , bij  $-252^\circ$ ,  $0.04073 \Omega$ .

§ 5. *Bismuth*. De gemeten weerstand, dien wij ook in het magnetisch veld zullen onderzoeken, was die van een bismuthspiraal van Hartmann en Braun No. 301 De weerstand, uitgedrukt in die bij  $0^\circ\text{C}$ . als eenheid (de weerstand bij  $0^\circ\text{C}$ . was  $17.3138 \Omega$ ), was:

T A B E L IV.  
Verandering van den weerstand van bismuth met de  
temperatuur.

Temperatuur	Weerstand $Bi_I$	$W - R_{A_{III}}$
12°64	1.01485	0
12°70	1.05165	
0	1	
— 103.71	0.63649	+ 0.00952
— 139.88	0.52865	— 127
— 164.05	0.46246	— 144
— 182.73	0.41435	— 69
— 195.17	0.38478	+ 144
— 204.68	0.36064	+ 127
— 216.01	0.33014	— 69
— 253.01	0.22329	— 92
— 255.34	0.21388	— 2
— 258.86	0.19574	0

De derde kolom geeft de verschillen met eene formule van den vorm  $A$ , (zie § 4) met waarden, die wij wegens de aansluiting bij twee waterstoftemperaturen en over 't gebied tot  $0^\circ$  met  $A_{III}$  zullen aangeven :

$A_{III}$	$a$	$b$	$c$	$d$
$Bi_I$	+ 0.399037	+ 0.051928	+ 0.0038155	— 0.0079700

Volgens formule  $A_{III}$  wordt voor het buigpunt van bismuth gevonden : —  $207^\circ$ .

Dewar en Fleming (Proc. Roy. Soc. 60 blz. 428) vinden voor den weerstand van electrolytisch bismuth uitgedrukt in die bij  $0^\circ$  C. bij —  $182^\circ.73$ ,  $0.3857 \Omega$ , bij —  $204^\circ.68$   $0.3143 \Omega$ .

§ 6. *Lood*. De kennis van den weerstand van lood is vooral van belang met het oog daarop, dat dit metaal bij gewone temperaturen het Thomson-effect niet vertoont. Het door mij gebruikte lood bevatte waarschijnlijk niet meer dan 0.015 % bijmengsel.



Voor de weerstand van een smal, uit het geplette lood gesneden, lintje, door paraffine tegen chemische inwerking beschut, werd, in den weerstand bij  $0^\circ$  ( $3.18114 \Omega$ ) als eenheid uitgedrukt, gevonden :

TABEL V.

Verandering van den weerstand van lood  
met de temperatuur.

Temperatuur	Weerstand	$W-R_A$	$W-R_B$
+ 46.33	1.0652		
$0^\circ$	1	0	0
- 103.63	0.59548	0	0
- 183.65	0.29439	- 0.00059	- 0.00043
- 195 15	0.25252	+ 0.00028	+ 0 00035
- 204 52	0.21742	0	0
- 246.61	0.17129	- 0.00105	- 0.00114
- 252.78	0.03032	0	0
- 255.07	0.02314		
- 258.70	0.01311	- 0.00144	0

Om den weerstand van het lood voor te stellen werden 2 formules uitgerekend van den vorm :

$$\frac{W_t}{W_0} = 1 + a \left( \frac{t}{100} \right) + b \left( \frac{t}{100} \right)^2 + d \left( \frac{10^2}{T} - \frac{10^2}{(273.09)} \right) \quad (A')$$

en

$$\frac{W_t}{W_0} = 1 + a \left( \frac{t}{100} \right) + b \left( \frac{t}{100} \right)^2 + d \left( \frac{10^2}{T} - \frac{10^2}{(273.09)} \right) + e \left( \frac{10^6}{T^3} - \frac{10^6}{273 \ 09^3} \right). \quad (B')$$

De afwijkingen van formule A' zijn aangegeven in kolom 3 van tabel V, die van formule B' in kolom 4. De waargenomen waarde van den weerstand bij  $-255^\circ,07$

sluit zich hierbij niet aan. De beide formules geven overeenkomende waarden n.m.

0.01974 en 0.01984.

Dit moet ongetwijfeld zoo verklaard worden, dat de weerstand bij dien temperatuur te snel is waargenomen, n.m. voordat het temperatuurevenwicht bereikt was. Het lood was n.m. in paraffine ingesmolten en terwijl bij de andere metingen steeds langer dan 30 minuten na het constant worden van het bad gewacht werd, werd bij  $-255^{\circ}$  slechts 5 minuten gewacht, wegens het spoedig verdampen der vloeibare waterstof.

Volgens formule B' ligt het buigpunt in de kromme bij  $-263^{\circ}$ .

<i>Pb</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
A'	0.39461	0.007523	- 0.0038325	
B'	0.39876	0.0090535	- 0.0044995	0.00822287

§ 7. *Kwik*. Om na te gaan hoe de verandering van den galvanischen weerstand met de temperatuur is van een metaal, dat men waarschijnlijk zuiverder dan eenig ander kan krijgen, had ik kwikzilver gekozen. Het werd dubbel gedistilleerd en in een spiraalvormige capillair gebracht met platina toeleidingsdraden. De weerstand bij nul graden bedroeg  $97,126 \Omega$ . Om te zorgen, dat het kwik van beneden af langzaam vast werd, was het spiraaltje omgeven door een cilinderglas met vloeibaar pentaan.

Om te zorgen, dat het spiraaltje tusschen de metingen niet warm werd, en de vorm of den aard der draad veranderd werd, bleef de cryostaat voortdurend gevuld met vloeibare lucht.

Toen echter 2 waterstoftemperaturen bepaald waren brak een draad van den roercilinder in den cryostaat. Het werd noodzakelijk de spiraal warm te laten worden en daarbij brak deze helaas, zoodat het niet mogelijk was een derde

temperatuur in waterstof in de bepaling van den weerstand van dit kwik op te nemen.

De resultaten der metingen zijn vereenigd in tabel IV.

TABEL VI.

Verandering van den weerstand van zuiver kwik,  
in vasten toestand, met de temperatuur.

Temperatuur.	Weerstand.	$W-R$
0°	97.126	
- 183.00	7 2650	0
- 197.87	6.0103	+ 0.0106
- 205.01	5.3900	0
- 215.34	4.5057	0
- 252.93	1.2613	0 0025
- 258.81	0.7534	0

Een kwadratische formule

$$Wt = 22.3605 (1 + 0.003581t - 0.0_6588t^2),$$

die door  $-183^{\circ}.00$   $-205^{\circ}.01$  en  $-258^{\circ}.81$  gelegd werd, sloot uitstekend aan de waargenomen waarden aan, de waarde van  $-197^{\circ}.87$  maakt hierop een uitzondering. Deze waarneming zal om de een of andere reden niet in orde zijn, want zij ligt geheel buiten het verloop en ook andere formules, die ik uitrekende, sloten hier even slecht aan.

Vergelijk ik mijne uitkomsten bij lage temperaturen met die van Dewar en Fleming (Proc. Roy Soc. 60 1896 p. 76), dan zou ik volgens hunne waarnemingen moeten vinden bij

$-197^{\circ}.9$  7.19 Ohm en bij  
 $-183^{\circ}.00$  8.35 Ohm.

Hieruit volgt dat waarschijnlijk de zuiverheid van hun kwik niet zoo groot is geweest. Wel is hunne temperatuur op de platinaschaal opgegeven, maar de verschillen in tem-



peratuur, die daarmee gepaard gaan, zijn zeker gering in vergelijking met het gevonden verschil in weerstand.

Het bepalen van den weerstand van den kwikdraad met de Wheatstone-brug kan bij hen nog belangrijke fouten gegeven hebben, aangezien de weerstand b.v. bij  $-182^{\circ}.7$  slechts een bedrag van 0.0641 Ohm. heeft, terwijl het zelfs bij nauwkeurige behandeling der schakelingen en contacten, gelijk boven (p. 32) gezegd, moeilijk blijft, fouten kleiner dan 0.001 Ohm, bij hen overeenkomende met  $2^{\circ}$  in temperatuur, te voorkomen.

§ 8. *Koolstof en constantaan.* Aan het eind van dit hoofdstuk moeten nog de resultaten worden vermeld van het onderzoek van de verandering van den weerstand van twee stoffen, die overigens zonder verband met het voorgaande staan, nl. van constantaan en van koolstof.

Het constantaan was in den vorm van een draad om een glascilinder gewonden, evenals de metalen en legeringen, terwijl van de kool een draad van een gloeilamp werd gebruikt. De resultaten zijn gegeven in tabel VII:

TABEL VII.

Temperatuur.	Weerstand Constantaan	Weerstand Kool
+ 100°		0.89899
+ 13° 30	1.00849	
0°	1.—	1.—
— 102.99		1.15888
— 182.42	0.97165	
— 252.93		1.22522
— 255.13	0.91423	1.23951
[— 262]	0.89978	

De weerstand van constantaan bij  $0^{\circ}$  was  $66,015 \Omega$  en van den kooldraad  $77,524 \Omega$ .

Het blijkt dat de vermindering van den weerstand bij constantaan bij lagere temperaturen sneller wordt. Ook voor kool blijkt de verandering beneden  $0^{\circ}$  belangrijk sterker dan boven  $0^{\circ}$ .

---

## HOOFDSTUK V.

---

### Legeeringen goud-zilver. Verschillende soorten zuiver goud.

§ 1. *Inleiding* In het vorige hoofdstuk werd reeds melding gemaakt van een onderzoek omtrent de verandering van den galvanischen weerstand van legeeringen. Het had namelijk de aandacht getrokken, dat een klein bedrag van een vreemd metaal door de verandering van den temperatuurscoëfficiënt bij lage temperaturen een bijzonder groote procentische verandering van den weerstand tengevolge heeft. Er werd voor dit onderzoek een aantal legeeringen genomen van goud met verschillende doch steeds zeer kleine hoeveelheden zilver. Deze legeeringen werden gekozen omdat goud en zilver metalen zijn, die in verband met hunne beteekenis als muntmateriaal, bij uitstek zuiver kunnen worden verkregen, die niet gemakkelijk chemisch worden aangetast en die gemakkelijk tot draden kunnen worden getrokken. Verder bestaan zoowel omtrent den weerstand zelf als omtrent den temperatuurscoëfficiënt tusschen 0° en 100° reeds nauwkeurige bepalingen.

§ 2. *Vroegere onderzoekingen.* Onder meer werden n.l. bepalingen met legeeringen van goud en zilver door Matthiessen en Vogt uitgevoerd en voor de volledigheid zal het 't beste zijn hunne resultaten kort samen te vatten.

Zij verdeelen de metalen in dit opzicht, in twee groepen, en wel: A, die metalen die gelegerd een weerstand heb-



ben in de verhouding der relatieve volumina der componenten.

*B* die metalen, die gelegeerd met een van de klasse *A*, of ook onderling, een weerstand hebben niet in de verhouding der componenten, doch veel grooter.

Tot *A* behooren: lood, tin, cadmium en zink.

Tot *B* behooren bismuth, kwik, antimoon, platina, palladium, ijzer, aluminium, natrium, goud, koper, zilver en waarschijnlijk de meeste overige metalen. Een klein bedrag van een metaal van groep *B* kan den weerstand zeer sterk doen toenemen.

En niet alleen wordt de weerstand bij een bepaalde temperatuur sterk gewijzigd, maar ook de temperatuurscoëfficiënt van den weerstand ondergaat een verandering.

Reeds Matthiessen heeft er op gewezen, dat het voor de kennis van den weerstand van zuivere metalen noodig is den invloed van kleine onzuiverheden na te gaan. Een systematisch onderzoek naar den weerstand van legeringen van twee metalen waarvan de eene component in zeer klein bedrag aanwezig is, is daarvoor het meest geschikt.

Matthiessen heeft in 1860 (Poggend. Ann. 100 blz. 190) een onderzoek gedaan naar de absolute waarde van den weerstand van legeringen van een groot aantal metalen in allerlei verhouding, en in 1864 (Poggend. Ann. 122 blz. 19) met C. Vogt een onderzoek naar den temperatuurscoëfficiënt van den weerstand van gelijke legeringen tusschen 0° en 100° C.

Het lag in mijne bedoeling dit laatste onderzoek voor het geval van goud met zilver tot het gebied der lagere temperaturen uit te breiden, om meerdere kennis omtrent den temperatuurscoëfficiënt van den weerstand bij zuivere metalen te verkrijgen.

Matthiessen en Vogt komen tot een zuiver empirische betrekking tusschen de weerstanden, die zij waarnemen bij verschillende temperatuur, en den weerstand, die zij voor diezelfde temperatuur uit de volume-verhouding der componenten berekenden, bv.

$$W_{100^\circ} - W_{0^\circ} = W'_{100^\circ} - W'_{0^\circ} \quad (1).$$

en algemeener zal daar  $100^\circ$  en  $0^\circ$  slechts willekeurig gekozen temperaturen zijn,

$$W_t - W'_t = \text{Const.} \quad (2).$$

$W_{100^\circ}$ ,  $W_0$  en  $W_t$  zijn in de formule de waargenomen weerstanden en  $W'_{100^\circ}$ ,  $W'_0$  en  $W'_t$  de berekende weerstanden uit de volume-verhouding der componenten.

Zij lichten dit toe met de door hun gevonden waarden, ook van legeringen van goud en zilver.

Het gebied, waarover zij de verandering van den weerstand waargenomen hebben, is echter betrekkelijk klein, zoodat het zeer belangrijk scheen na te gaan of de conclusies, die zij getrokken hadden, algemeen geldig zijn.

In dit opzicht is het van belang, dat Fleming (Proc. Roy. Inst. June 1896 blz. 9) bij zijn tot  $-190^\circ$  voortgezet onderzoek heeft opgemerkt dat de kromme, die den weerstand als functie van de temperatuur aangeeft, door den invloed van een bijmengsel in den geleider, eenvoudig zonder vormverandering schijnt te worden verschoven. Dit drukt ongeveer hetzelfde uit als de formule van Matthiessen.

§ 3. *De onderzochte legeringen.* De legeringen van goud met een klein bedrag aan zilver werden ons wederom door de goede zorg van Dr. Hoitsema verschaft. Nadat zij bij Heraeus getrokken waren tot draden van 0.1 mm middellijn werden ze allen te zamen gegloeid en om glazen cilindertjes gewikkeld. Daarna werd van allen tegelijk in hetzelfde bad bij verschillende temperaturen de weerstand gemeten.

Nadat dit alles gebeurd was, is door Dr. Hoitsema opnieuw de analyse gemaakt, omdat de resultaten niet bij de opgegeven bedragen aan zilver pasten. Uit deze analyse bleek, dat de gehalten aan vreemd bijmengsel niet overeenstemden met de eerste bepaling. Ze waren:



TABEL VAN GEHALTEN.

	Bijmengsel in proc.	Zilver.	IJzer.
N <sup>o</sup> . 1	0.396	0.14	0.08
N <sup>o</sup> . 2	0.476		
N <sup>o</sup> . 3	0.524		
N <sup>o</sup> . 4	0.868	0.65	0.09
N <sup>o</sup> . 5	1.402		

Het ijzer is er waarschijnlijk met trekken ingekomen. De verdere onnauwkeurigheden moeten aan onzuiverheid van het oorspronkelijk materiaal geweten worden. Het is echter te verwachten in analogie met andere verschijnselen ten gevolge van zeer kleine hoeveelheden onzuiverheid, dat de aard van de verontreiniging in eersten aanleg niet in aanmerking komt. Van N<sup>o</sup>. 2, 3 en 5 werd de aard van het bijmengsel niet afzonderlijk nagegaan.

Hoe het hiermede staat, zal nog wel blijken uit proeven, die reeds in bewerking zijn, waarbij nog meerdere zorgen aan de zuiverheid van het materiaal kan worden besteed, n. m. zeer zorgvuldig gedistilleerd kwik, waarin zeer kleine hoeveelheden metaal worden opgelost. Alle moeielijkheden van trekken en aanraking met andere metalen zijn daarbij opgeheven.

Uit de boven opgegeven getallen blijkt echter wel, dat bij het trekken groote zorg moet worden besteed aan het zuiver houden van het materiaal, b. v. door den draad na iederen trek met zuren schoon te maken.

§ 4. *De resultaten der waarnemingen.* Deze zijn opgenomen in tabel I. De weerstanden zijn ter vergelijking uitgedrukt in den weerstand bij 0° als eenheid. De weerstand was bij alle draden bij 0° ongeveer 9 Ω. Behalve deze vijf legeringen werden later nog twee legeringen met grooter gehalte aan zilver onderzocht.

De uitkomsten der waarnemingen van deze legeringen zijn gegeven in tabel I.



TABEL I.

LEGEERINGEN. GOUD-ZILVER.							
Tem- peratuur	N <sup>o</sup> . 1.	N <sup>o</sup> . 2.	N <sup>o</sup> . 3.	N <sup>o</sup> . 4.	N <sup>o</sup> . 5.	N <sup>o</sup> . 6.	N <sup>o</sup> . 7.
	0.396 ‰	0.476 ‰	0.524 ‰	0.868 ‰	1.402 ‰	20.037%	47.985%
0°	1	1	1	1	1	1	1
0° *)	1.00007	1.00049	1.00022	1.00026	1.00009	—	—
— 103.83	0.64549	0.65001	0.65303	0.68497	0.71427	0.91304	0.91946
— 139.87	0.52204	0.52794	0.53184	0.59588	0.61458	—	—
— 182.75	0.37189	—	—	0.44014	—	—	—
— 182.75	0.37189	0.37920	0.38483	0.44031	0.49260	—	—
— 183.00	—	—	—	—	—	0.84304	0.86951
— 183.57	0.36890	0.37629	0.38194	0.43774	0.49028	—	—
— 195.17	0.32771	0.33536	0.34147	0.40226	0.45638	—	—
— 197.87	—	—	—	—	—	0.82902	0.85850
— 204.67	0.29295	0.30114	0.30766	0.36864	0.42821	—	—
— 205.01	—	—	—	—	—	0.82280	0.85349
— 215.34	—	—	—	—	—	0.81288	0.84508
— 216.91	0.24826	0.25674	0.26359	0.32934	0.39136	—	—
— 252.92	0.13949	0.14858	0.15584	0.22983	0.29904	0.78406	0.82196
— 255.13	—	—	—	—	—	0.78252	—
— 258.81	—	—	—	—	—	0.78052	0.82091
— 259.22	0.13252	0.14170	0.14885	0.22205	0.29299	—	—
— 261.—	—	—	—	—	—	0.78126	—

\*) Na de metingen bij lage temperaturen.

De analyse van het materiaal was voor en na het trekken gemaakt, van te voren was N<sup>o</sup>. 6 bepaald op 20,050 % zilver. N<sup>o</sup>. 7 op 48,020 % zilver.

Het gehalte is dus wel iets veranderd, maar waarschijnlijk is door het telkenmale afwasschen met zuren na iederen trek de verandering kleiner gebleven dan bij de eerste vijf legeringen.

Ook een legering met 79,986 % zilver werd ons nog door Dr. Hoitsema verschaft en door Heraeus getrokken, deze was echter zóó breekbaar, dat de draad telkens na gewonden te zijn op verschillende plaatsen doorbrak.

§ 5. *Voorstelling door formules.* Om na te gaan of er eenige regelmaat was in de verandering van den weerstand der legeringen met de temperatuur, berekende ik den werkelijken weerstand der tot draden getrokken legeringen volgens de kromme, die de waarnemingen van Matthiessen voorstelt en zooals ze weergegeven worden door een formule van Liebenow (Der Electriche Widerstand der Metalle blz. 32) bij 0°.

Van dezen weerstand bij 0° uitgaande, bepaalde ik met behulp van de waargenomen verandering van den weerstand met de temperatuur, den weerstand bij  $-103^{\circ}$ ,  $-182^{\circ}$  en  $-252^{\circ}$ . Tevens berekende ik den weerstand, dien men bij die temperaturen zou krijgen, wanneer deze gegeven werd door het volumengehalte van goud en zilver.

De uitkomsten van deze berekeningen zijn samengevat in onderstaande tabellen III en IV.

Wanneer men zich gaat voorstellen hoe de twee metalen in de legering kunnen gerangschikt zijn, kan men op twee uiterste mogelijkheden bedacht zijn. De metaaldeeltjes kunnen achter elkaar of naast elkaar gelegen zijn; met het eerste zou overeenkomen, dat de weerstand evenredig is met de weerstanden van de componenten, met het tweede, dat het geleidingsvermogen evenredig is met het geleidingsvermogen der componenten. In werkelijkheid zullen we wel een toestand hebben, die tusschen deze twee uitersten inligt.

Bepalen we nu den weerstand van goud-zilverlegeringen



voor de twee genoemde gevallen, dan vinden we echter dat ze weinig verschillen.

Zijn  $w_g$  en  $w_z$  de soortelijke weerstanden van goud en zilver en  $x$  het volumen-gehalte van het zilver, dan vinden we (tabel III), als we bij  $0^\circ w_g = 0,021436$  en  $w_z = 0,015623$  nemen.

TABEL III.

$x$ Volume zilver.	$(1-x) w_g + x w_z$	$\frac{w_g w_z}{w_g(1-x) + w_z x}$	Berekend naar de waarnemingen van Matthiessen.
0.00726	0.021393	0.021377	0.023713
0.00872	0.021385	0.021366	0.024167
0.00960	0.021380	0.021360	0.024449
0.01586	0.021344	0.021309	0.026371
0.02550	0.021288	0.021234	0.029302

Uit deze tabel blijkt genoegzaam dat de twee rangschikkingen zeer weinig in weerstand verschillen en dat het verschil met den werkelijken weerstand van grooter orde is.

In tabel IV werd aangenomen, dat het geleidingsvermogen, afgezien van dezen additieven weerstand, gevonden wordt uit het geleidingsvermogen der componenten, volgens de formule in kolom 3 van Tabel III.

Uit deze tabellen blijkt nu in hoofdzaak, dat de additieve of bijkomstige weerstand zeer weinig met de temperatuur verandert. In de bovenste 4 gevallen schijnt de additieve weerstand iets grooter te worden bij lagere temperatuur, terwijl hij in de laatste eerder iets afneemt.

In eersten aanleg kunnen we wel beschouwen dat hij constant is en in die onderstelling zijn er formules bepaald om de verandering met de temperatuur aan te geven.

Tevens blijkt nog de tweede belangrijke uitkomst uit deze



TABEL IV.

Tem- peratuur.	Waarge- nomen weerstand	Berekende weerstand	Vershil of additieve weerstand	Gemiddelde add. weerstand.	Gemidd. add. weerstand voor 1 % (vol.) zilver
I. Vol. Zilver 0.00726					
0°	0.023713	0.021377	0.0023360	0.00272	0.00374
— 103.83	0.0153070	0.0126761	0.0026309		
— 182.73	0.0088186	0.0058099	0.0030087		
— 252.92	0.0030770	0.0001745	0.0029025		
II. Vol. Zilver 0.00872					
0°	0.024167	0.021366	0.0028010	0.00315	0.00361
— 103.83	0.0157090	0.0126685	0.0030405		
— 182.73	0.0091644	0.0058058	0.0033583		
— 252.92	0.0035907	0.0001745	0.0034162		
III. Vol. Zilver 0.00960					
0°	0.024441	0.021360	0.0030810	0.00340	0.00353
— 103.83	0.0159610	0.0126642	0.0032968		
— 182.73	0.0094056	0.0058031	0.0036025		
— 252.92	0.0038089	0.0001744	0.0036345		
IV. Vol. Zilver 0.01586					
0°	0.026371	0.021309	0.0050620	0.00555	0.00350
— 103.83	0.0130630	0.0126326	0.0054304		
— 182.73	0.0116110	0.0057855	0.0058255		
— 252.92	0.0060609	0.0001742	0.0058867		
V. Vol. Zilver 0.02550					
0°	0.029302	0.021234	0.0080680	0.00842	0.00330
— 103.83	0.0209300	0.0125842	0.0083458		
— 182.73	0.0144340	0.0057585	0.0086755		
— 252.92	0.0037625	0.0001736	0.0085889		
VI. Vol. Zilver 0.31557.					
0°	0.0919780	0.0191835	0.0727945	0.0725	
— 103.83	0.0839796	0.0112853	0.0726943		
— 182.73	0.0775632	0.0050487	0.0725145		
— 252.92	0.0721190	0.0001618	0.0719572		
VII. Vol. Zilver 0.62928					
0°	0.0993780	0.0173691	0.0820089	0.0817	
— 103.83	0.0913740	0.0101520	0.0812220		
— 182.73	0.0864260	0.0044547	0.0819713		
— 252.92	0.0816857	0.0001504	0.0815353		

getallen. Wanneer men het gemiddelde neemt van den additieven weerstand bij verschillende temperaturen, dan blijkt deze additieve weerstand recht evenredig te zijn met de volumenprocenten van het zilver (vergl. tabel IV, kolom 6).

De evenredigheidsfactor voor de verschillende gehalten verschilt slechts ten hoogste 3% van het gemiddelde bij de verschillende legeringen, en we vinden derhalve, dat voor een draad van 1 M. lengte en 1 mm<sup>2</sup> doorsnede van eene legering met 1% zilver een additieve weerstand van 0,00360 Ω bijgevoegd moet worden.

Deze evenredigheid gaat echter alleen door voor kleine hoeveelheden, en dus niet voor legering VI en VII. Voor grootere hoeveelheden moet een andere betrekking bestaan, zooals we uit de waarnemingen van Matthiessen kunnen afleiden.

Door Liebenow, wiens theorie van den galvanischen weerstand in het volgende hoofdstuk nog nader zal worden besproken (Der Electriche Widerstand der Metalle. Halle 1898, en Zeitschr. f. Electroch. 4, blz. 201) werd naar aanleiding van de waarnemingen van Matthiessen en Vogt een formule berekend, waarin de additieve of bijkomstige weerstand werd voorgesteld door een formule van den vorm

$$\frac{x(1-x)\mu}{a(1-x) + bx} \quad (3)$$

waarin  $x$  het gehalte in volumeprocenten en  $\mu$  een constante is, die volgens Liebenow met de electromotorische kracht goud-zilver samenhangt, terwijl  $a$  en  $b$  moeten samenhangen met het inwendige moleculaire warmtegeleidingsvermogen van goud en zilver. De getallen blijken echter volstrekt niet met de waarneming overeen te komen,  $\frac{b}{a}$  is volgens Liebenow

1,1444, terwijl het volgens de waarnemingen van Jaeger en Dieselhorst 1,4285 is. (Abh. Phys. Tech. Reichsts. 1900).

Daar ook de beteekenis van  $\mu$  volstrekt niet die is, welke Liebenow daaraan toekent (zie hoofdstuk VII),



werd door mij eenvoudig een kwadratische formule bepaald om den additieven weerstand voor een draad als boven opgegeven als een functie van het gehalte op te geven. De afwijkingen van deze formule zijn in de volgende tabel V kolom 5 opgegeven, terwijl in kolom 2 en 3 dezelfde getallen als die door Liebenow gebruikt, worden gegeven.

TABEL V.

Weerstand van gelijke draden uit legeringen van goud-zilver.  
Lengte 1 Meter, doorsnede 1 mM<sup>2</sup>.

Vol. % goud	Waargen. $W$	Berekende $W$ uit vol. %	Verschil	$W-R$
98.81	0.0243	0.02132	+ 0.00298	+ 0.00003
98.23	0.0271	0.02128	0.00582	+ 90
97.27	0.0298	0.02121	0.00859	+ 50
94.07	0.0388	0.02096	0.01784	- 40
88.80	0.0524	0.02057	0.03183	+ 157
85.61	0.0608	0.02033	0.04047	- 120
79.86	0.0731	0.01993	0.05317	- 160
66.47	0.0948	0.01905	0.07575	- 71
49.79	0.1055	0.01805	0.08745	+ 120
33.14	0.0945	0.01716	0.07734	+ 42
19.86	0.0733	0.01651	0.05679	+ 97
14.18	0.0605	0.01625	0.04425	+ 119
11.02	0.0511	0.01610	0.03500	1
5.84	0.0366	0.01587	0.02073	+ 38
2.68	0.0261	0.01574	0.01036	- 11
1.74	0.0243	0.01569	0.00861	+ 120
1.14	0.0198	0.01567	0.00431	- 128

De formule waarmede deze waarden zijn berekend is:

$$W_{x0} = -0,0000344059 x^2 + 0,00341375 x + 0,00157356.$$

Aangezien de waarde van  $W_{x0}$  in verband zal staan met de volume-procenten der componenten, kon men evenzoo schrijven:

$$W_{x0} = 0,00495290 (1-x) + 0,00157356 x + \\ + 0,0000344059 x (1-x)$$

$x$  heeft betrekking op zilver en derhalve  $1-x$  op goud.



Om eenig oordeel te hebben omtrent de formules, die noodig waren om de weerstanden van deze legeringen als een functie van de temperatuur voor te stellen, en hoe nauwkeurig deze formules dan aan de waarnemingen konden aansluiten, werden formules van denzelfden vorm als voor de zuivere metalen uitgerekend, en op dezelfde wijze als bij dezen zoo goed mogelijk aangepast. De formule, die werd gekozen, was van den vorm :

$$\frac{W_t}{W_0} = 1 + a \frac{t}{100} + b \left( \frac{t}{100} \right)^2 + c \left( \frac{t}{100} \right)^3 + e \left( \frac{10^6}{T^3} - \frac{10^6}{273,09^3} \right) + f \left( \frac{10^{10}}{T^5} - \frac{10^{10}}{273,09^5} \right) \quad (D).$$

De berekende coëfficiënten zijn opgegeven in tabel VI en de afwijkingen tusschen berekeningen en waarneming in kolom 3 van tabel VII.

TABEL VI.

Eerste coëfficiënten voor de formule (D).

Legeering. Vol. zilver.	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
N°. I 0.726%	+0.343244	+0.0060958	+0.0036190	+0.0 <sub>3</sub> 317520	-0.0 <sub>3</sub> 383646
N°. II 0.872%	+0.336487	+0.0032529	+0.0028824	+0.0 <sub>3</sub> 294963	-0.0 <sub>3</sub> 350303
N°. III 0.960%	+0.332432	+0.0012442	+0.0020925	+0.0 <sub>3</sub> 258365	-0.0 <sub>3</sub> 298449
N°. IV 1.586%	+0.303376	+0.0042029	+0.0033735	+0.0 <sub>3</sub> 293421	0.0 <sub>3</sub> 364268
N°. V 2.550%	+0.274025	+0.0023810	+0.0025103	+0.0 <sub>3</sub> 198459	-0.0 <sub>3</sub> 222440
N°. VI 31.557%	+0.086427	+0.0039805	+0.0020020	+0.0 <sub>3</sub> 103708	-0.0 <sub>3</sub> 134335
N°. VII 62.928%	+0.106085	+0.037466	+0.0101245	+0.0 <sub>3</sub> 178426	-0.0 <sub>3</sub> 244843

TABEL VII

Tempera- tuur.	Waargen. weerstand	$W-R$ (oorspr. opl.)	$W-R$ (1 <sup>e</sup> algem. opl.)	$W-R$ (2 <sup>e</sup> algem. opl.)
<b>Legearing I      0.726 %</b>				
0°	1.	0	0	0
- 103.83	0.64549	- 0.0 <sub>3</sub> 67	- 0.0 <sub>2</sub> 87	- 0.0 <sub>2</sub> 4
- 139.87	0.52204	0	+ 0.0 <sub>3</sub> 37	+ 0.0 <sub>2</sub> 152
- 182.73	0.37189	+ 0.0 <sub>3</sub> 42	+ 0.0 <sub>2</sub> 154	+ 0.0 <sub>2</sub> 304
- 183.55	0.36890	+ 0.0 <sub>3</sub> 35	+ 0.0 <sub>2</sub> 150	+ 0.0 <sub>2</sub> 300
- 195.17	0.32771	+ 0.0 <sub>3</sub> 66	+ 0.0 <sub>2</sub> 202	+ 0.0 <sub>2</sub> 362
- 204.67	0 29295	0	+ 0 0 <sub>2</sub> 152	+ 0.0 <sub>2</sub> 320
- 216.91	0.24826	- 0.0 <sub>3</sub> 67	+ 0.0 <sub>2</sub> 108	+ 0.0 <sub>2</sub> 287
- 252.92	0.13949	0	+ 0 0 <sub>3</sub> 458	+ 0.0 <sub>2</sub> 666
- 259.22	0.13252	0	+ 0.0 <sub>2</sub> 821	+ 0.01034
<b>Legearing II      0.872 %</b>				
+ 98.30	1.33663	- 0.0 <sub>2</sub> 4	+ 0.0 <sub>3</sub> 85	- 0.0 <sub>2</sub> 195
0°	1.	0	0	0
- 103.83	0.65001	- 0.0 <sub>3</sub> 94	- 0.0 <sub>2</sub> 258	+ 0.0 <sub>3</sub> 41
- 139.87	0.52794	0	- 0 0 <sub>2</sub> 216	+ 0.0 <sub>2</sub> 183
- 182.73	0.37920	+ 0.0 <sub>3</sub> 41	- 0 0 <sub>2</sub> 222	+ 0.0 <sub>2</sub> 300
- 183 55	0.37629	+ 0.0 <sub>3</sub> 39	- 0.0 <sub>2</sub> 223	+ 0.0 <sub>2</sub> 302
- 195.17	0.33536	+ 0.0 <sub>3</sub> 52	- 0.0 <sub>2</sub> 223	+ 0 0 <sub>2</sub> 339
- 204.67	0.30111	0	- 0.0 <sub>2</sub> 277	+ 0.0 <sub>2</sub> 308
- 216.91	0.25674	- 0.0 <sub>3</sub> 83	- 0 0 <sub>2</sub> 364	+ 0 0 <sub>2</sub> 256
- 252.92	0.14858	0	- 0.0 <sub>2</sub> 156	+ 0.0 <sub>2</sub> 566
- 259.22	0.14170	0	+ 0.0 <sub>2</sub> 210	+ 0.0 <sub>2</sub> 950
<b>Legearing III      0.960 %</b>				
0°	1.	0	0	0
- 103.83	0.65303	- 0.0 <sub>3</sub> 85	- 0.0 <sub>2</sub> 306	+ 0 0 <sub>3</sub> 31
- 139 87	0,53184	0	- 0.0 <sub>2</sub> 300	+ 0.0 <sub>2</sub> 154
- 182.73	0.38483	+ 0.0 <sub>3</sub> 58	- 0.0 <sub>2</sub> 281	+ 0.0 <sub>2</sub> 312
- 183.55	0.38194	+ 0.0 <sub>3</sub> 54	- 0.0 <sub>2</sub> 287	+ 0.0 <sub>2</sub> 308
- 195.17	0.34147	+ 0.0 <sub>3</sub> 54	- 0.0 <sub>2</sub> 281	+ 0.0 <sub>2</sub> 352
- 204.67	0.30766	0	- 0.0 <sub>2</sub> 327	+ 0.0 <sub>2</sub> 337
- 216.91	0.26359	- 0.0 <sub>2</sub> 123	- 0.0 <sub>2</sub> 431	+ 0.0 <sub>2</sub> 274
- 252.92	0.15584	0	- 0.0 <sub>2</sub> 287	+ 0.0 <sub>2</sub> 534
- 259.22	0.14885	0	+ 0.0 <sub>2</sub> 56	+ 0.0 <sub>2</sub> 900

Tempera- tuur	Waargen. weerstand	$W-R$ (oorspr. opl.)	$W-R$ (1 <sup>e</sup> algem. opl.)	$W-R$ (2 <sup>e</sup> algem. opl.)
Legeering IV 1.586 %				
+ 100.34	1.31205	0	- 0.0 <sub>3</sub> 12	- 0.0 <sub>2</sub> 876
0°	1.	0	0	0
- 103.83	0.68497	- 0.0 <sub>3</sub> 85	+ 0.0 <sub>2</sub> 121	+ 0.0 <sub>2</sub> 104
- 139.87	0.59588	0	+ 0.0 <sub>2</sub> 252	+ 0.0 <sub>2</sub> 227
- 182.73	0.44014	+ 0.0 <sub>3</sub> 83	+ 0.0 <sub>2</sub> 339	+ 0.0 <sub>2</sub> 306
- 183.55	0.43774	+ 0.0 <sub>3</sub> 89	+ 0.0 <sub>2</sub> 343	+ 0.0 <sub>2</sub> 310
- 195.17	0.40226	+ 0.0 <sub>2</sub> 283	+ 0.0 <sub>2</sub> 528	+ 0.0 <sub>2</sub> 485
- 204.67	0.36864	0	+ 0.0 <sub>2</sub> 231	+ 0.0 <sub>2</sub> 195
- 216.91	0.32934	+ 0.0 <sub>3</sub> 48	+ 0.0 <sub>2</sub> 258	+ 0.0 <sub>2</sub> 220
- 252.92	0.92983	0	+ 0.0 <sub>2</sub> 347	+ 0.0 <sub>2</sub> 300
- 259.22	0.22205	0	+ 0.0 <sub>2</sub> 526	+ 0.0 <sub>2</sub> 480
Legeering V 2.550 %				
+ 99.33	1.27699	0	- 0.0 <sub>2</sub> 185	- 0.0 <sub>2</sub> 312
0°	1.	0	0	0
- 103.83	0.71427	- 0.0 <sub>2</sub> 100	- 0.0 <sub>2</sub> 27	+ 0.0 <sub>2</sub> 104
- 139.87	0.61458	0	+ 0.0 <sub>2</sub> 67	+ 0.0 <sub>2</sub> 247
- 182.73	0.49260	+ 0.0 <sub>3</sub> 42	+ 0.0 <sub>2</sub> 85	+ 0.0 <sub>2</sub> 318
- 183.55	0.49028	+ 0.0 <sub>3</sub> 50	+ 0.0 <sub>2</sub> 93	+ 0.0 <sub>2</sub> 326
- 195.17	0.45638	+ 0.0 <sub>3</sub> 39	+ 0.0 <sub>2</sub> 67	+ 0.0 <sub>2</sub> 316
- 204.67	0.42821	0	+ 0.0 <sub>2</sub> 17	+ 0.0 <sub>2</sub> 277
- 216.91	0.39136	- 0.0 <sub>3</sub> 93	- 0.0 <sub>2</sub> 94	+ 0.0 <sub>2</sub> 181
- 252.92	0.29904	0	- 0.0 <sub>2</sub> 264	+ 0.0 <sub>2</sub> 58
- 259.22	0.29299	0	- 0.0 <sub>2</sub> 6	+ 0.0 <sub>2</sub> 322
Legeering VI 31.557 %				
0°	1.	0	0	0
- 102.99	0.91304	0	- 0.0 <sub>2</sub> 422	+ 0.0 <sub>2</sub> 69
- 183.00	0.84304	0	- 0.0 <sub>2</sub> 821	+ 0.0 <sub>2</sub> 54
- 197.87	0.82902	- 0.0 <sub>2</sub> 29	- 0.0 <sub>2</sub> 963	- 0.0 <sub>2</sub> 17
- 205.01	0.82280	+ 0.0 <sub>2</sub> 12	- 0.0 <sub>2</sub> 973	+ 0.0 <sub>2</sub> 6
- 215.34	0.81288	0	- 0.01086	- 0.0 <sub>2</sub> 58
- 252.93	0.78406	0	- 0.01283	- 0.0 <sub>2</sub> 73
- 255.13	0.78252	- 0.0 <sub>2</sub> 35	- 0.01285	- 0.0 <sub>2</sub> 66
- 258.11	0.78052	0	- 0.01264	- 0.0 <sub>2</sub> 27
[- 261.-]	0.78126	+ 0.0 <sub>2</sub> 792		



Tempera- tuur	Waargen. weerstand	$W-R$ (oorspr. opl.)	$W-R$ (1 <sup>e</sup> algem. opl.)	$W-R$ (2 <sup>e</sup> algem opl)
Legeering VII 62.928 %				
0°	1.	0	0	0
- 102.99	0.92654	0	-0.01130	-0.00817
- 183.00	0.87620	-0.00025	- 586	- 29
- 197.87	0.86510	- 10	- 633	- 29
- 205.01	0.85974	0	- 656	- 31
- 215.34	0.85157	0	- 739	- 72
- 252.93	0.82828	0	- 709	+ 62
- 258.81	0.92723	0	- 642	+ 148

Wanneer men nu van de onderstelling uitgaat, dat de additieve weerstand  $A$  onafhankelijk is van de temperatuur en men stelt bij 0°

$$W_0 = W'_0 + A$$

waar  $W'_0$  aangeeft den weerstand, die uit de volumepercenten der componenten berekend wordt (vergl. tabel IV kol. 3), en verder aanneemt, dat de temperatuursfunctie van  $W'_0$  dezelfde is als die van goud en men dus  $W_0$  vindt door  $W'_0$  met deze functie te vermenigvuldigen, dan heeft men voor een andere temperatuur

$$\begin{aligned} W'_0 (1 + a' t + b' t^2 + c' t^3 + e' \left( \frac{1}{T^3} - \frac{1}{(273,09)^3} \right) + \\ + f' \left( \frac{1}{T^5} - \frac{1}{273,09^5} \right) + A = \\ = W_0 (1 + a t + b t^2 + c t^3 \left( \frac{1}{T^3} - \frac{1}{273,09^3} + \right. \\ \left. + f \left( \frac{1}{T^5} - \frac{1}{273,09^5} \right) \right) \end{aligned}$$

Derhalve:

$$W'_0 a' = W_0 a.$$

$$W'_0 b' = W_0 b.$$

Voor legeringen van allerlei gehalte, die wij onderscheiden door in de vorige tabellen Romeinsche cijfers toe te voegen, zal dus:

$$\frac{W_{I_0}}{W'_{I_0}} a_I = \frac{W_{II_0}}{W'_{II_0}} a_{II} = \text{enz.} = a'$$

$$\frac{W_{I_0}}{W'_{I_0}} b_I = \frac{W_{II_0}}{W'_{II_0}} b_{II} = \text{enz.} = b'.$$

Uit elk der afzonderlijk berekende coëfficiënten zijn de boven aangeduide constanten  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ ,  $e'$  en  $f'$  opgemaakt en uit de gemiddelden van deze constanten zijn  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $e$  en  $f$  op nieuw voor de verschillende legeringen bepaald.

Met deze coëfficiënten zijn opnieuw de weerstanden bij alle temperaturen bepaald met een formule van denzelfden vorm als boven.

De uitkomsten van deze berekening zijn gegeven in kolom 4 van tabel VII, de coëfficiënten in tabel VIII.

TABEL VIII.

Coëfficiënten 1<sup>e</sup> algemeene berekening.

	$a$	$b$	$c$	$e$	$f$
Legeering I	+0.345399	+0.0036671	+0.0031174	+0.0002915	- 0 00000365521
Legeering II	+0 339323	+0.0036026	+0.0030625	+0 0002863	- 0.00000359107
Legeering III	+0,335883	+0.0035661	+0.0030315	+0.0002834	- 0.00000355466
Legeering IV	+0.308897	+0.0032796	+0.0027879	+0.0002607	- 0.00000326899
Legeering V	+0 278798	+0.0029600	+0.0025162	+0.0002352	- 0.00000295040
Legeering A	+0.081475	+0.0008649	+0 0007353	+0.0000687	- 0.00000086218
Legeering B	+0.068269	+0.0007247	+0.0006161	+0.0000576	- 0.00000072233

Wegens grootere afwijking van het gemiddelde verkregen voor legering VII voor de oorspronkelijke coëfficiënt  $a$ , is deze uitkomst niet in 't gemiddelde opgenomen.

Verder is bij eerste aansluiting alleen op de legeringen I tot en met V gelet. Daardoor komt het, dat de berekeningen voor de legeringen  $A$  en  $B$  niet zoo goed aansluiten met de waarnemingen.

Uit de uitkomsten blijkt echter duidelijk, dat de weerstand van legeringen van goud en zilver van allerlei gehalten voor het geheele gebied der lage temperaturen door een boven aangegeven algemeene formule kunnen worden gevonden.

Wanneer men bedenkt hoe groot de invloed van zeer kleine hoeveelheden bijmengsel is en hoe groote eischen aan zuiverheid en analyse gesteld zijn, dan mag men de overeenstemming tusschen formule en waarnemingen zeer goed noemen.

Men kan echter de verschillen, die er nog bestaan, vooral wat betreft de legeringen met grooter hoeveelheid zilver, nog verbeteren, wanneer men de coëfficiënten van de legering, zooals deze zouden zijn, wanneer de weerstand alleen die was, berekend uit de volume-procenten (van  $W'_0$  derhalve) niet als constanten beschouwt, maar als functie van het gehalte

Het ligt voor de hand dit te onderstellen, daar zuiver goud en zilver reeds verschillende coëfficiënten hebben, en mengsels van beide van het zuivere metaal en ook onderling iets zullen verschillen.

Ter vereenvoudiging is ondersteld, dat alleen de eerste coëfficiënt nog van het gehalte zal afhangen. Een kwadratische functie van het gehalte is aangenomen.

De resultaten van deze berekening zijn gegeven in kolom 5 van tabel VII, terwijl de coëfficiënten  $a$  der legeringen zijn gegeven in tabel IX berekend met de formule,

$$a = \alpha' x^2 + \beta' x + \gamma'$$



waarin  $\alpha' = -0,188017$ .  $\beta' = 0,159728$ .  $\gamma' = 0,377017$

of  $a = \alpha x + \beta (1-x) + \gamma x (1-x)$

waarin  $\alpha = 0,348728$ .  $\beta = 0,377017$ .  $\gamma = 0,188017$ .

Hierin beduidt  $x$  de volume-procenten zilver en derhalve  $(1-x)$  de volume-procenten goud.

TABEL IX.

Coëfficiënt  $a$ . 2<sup>de</sup> algemeene berekening.

Legeering I	II.	III	IV	V	VI	VII
0.341901	0.337944	0.334940	0.304841	0.276594	0.085241	0.070149

§ 5. *De algemeene formule voor den weerstand van gelijke draden van goud-zilverlegeeringen in alle verhoudingen en voor alle temperaturen.* Deze wordt nu

$$W_{xt} = \frac{W_g W_z}{W_g (1-x) + W_z x} \left( 1 + a \left( \frac{t}{100} \right) + b \left( \frac{t^2}{100} \right)^2 + c \left( \frac{t^3}{100} \right)^3 + \right. \\ \left. + e \left( \frac{10^6}{T^3} - \frac{10^6}{273,09^3} \right) + f \left( \frac{10^{10}}{T^5} - \frac{10^{10}}{273,09^5} \right) \right) + \\ + A x + B (1-x) + C x (1-x).$$

De waarden der constanten in deze formule zijn:

$W_g$  en  $W_z$  zijn voor een draad van 1 M. lengte en 1 mm<sup>2</sup> doorsnede  $W_g = 0,021436 \Omega$  en  $W_z = 0,015623 \Omega$ .

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & e \\ + 0,395203 & + 0,0031715 & + 0,0030424 & 0,00041938 \\ & & f & \\ & & - 0,00000513494 & \\ A & B & C & \\ + 0,00157356 & + 0,00495290 & + 0,0000344059. & \end{array}$$

$x$  beduidt in deze formule de volume-procenten zilver.

Ten slotte zal voor iets betere aansluiting nog kunnen worden gezet

$$a = \alpha x + \beta (1-x) + \gamma x (1-x).$$

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
0,348728	0,377017	0,188017

De middelbare fout van de 2<sup>de</sup> algemeene formule is voor de legeringen I tot V, 0,0042  $\Omega$  overeenkomende met 1°,1. Voor legering VI 0,0<sub>3</sub>74  $\Omega$  of 0°,9 en voor legering VIII 0,0<sub>2</sub>106  $\Omega$  of 1°,2. Daarin is de fout bij -259° niet opgenomen.

§ 6. *Verschillende goudsoorten.* Om een oordeel te vormen omtrent den invloed van kleine bijmengselen en om te zien of de calibratie van één gouddraad voldoende zou kunnen zijn om den weerstand van een anderen gouddraad als temperatuurbeplating te gebruiken werd van verschillende soorten *zeer zuiver goud* van geheel verschillende oorsprong (mij door bemiddeling van Dr. C. Hoitsema verschaft) de weerstandsverandering met de temperatuur bepaald.

De draden werden allen volkomen gelijk behandeld.

Ze werden op 0.1 mm. doorsnede door Heraeus getrokken en omdat het waarschijnlijk was, dat ze telkens bij het trekken iets onzuiver werden, werden de draden na iederen trek met verdund zwavelzuur en salpeterzuur behandeld.

Goudsoort N°. VI vertoont zeer bijzondere afwijkingen, die afkomstig zijn van een vroeger mislukt trekken, waarbij het goud zeer sterk verontreinigd geworden was.

Wat de zuiverheid der draden III, IV en V betreft, zoo vond Dr. Hoitsema bij III ongeveer 0,15 % bijmengsel en bij IV en V ongeveer 0,005 % bijmengsel.

De draden werden eveneens allen tegelijk op denzelfden glascilinder gewonden gedurende langeren tijd in een oven gegloeid, zoodat ze volkomen week waren.

In tabel X zijn alle weerstanden op denzelfden nulpuntsweerstand als eenheid omgerekend. De verschillen, die zij nu vooral bij de temperaturen van vloeibare waterstof onderling en met de vroeger onderzochte goudsoort vertoonen, zijn zeer groot. Het blijkt, dat de invloed van een zeer kleine bijmenging grooten invloed heeft. Van den oorspronkelijk onderzochten gouddraad (tabel I, blz. 48) is nl. de onzuiverheid door Dr. H o i t s e m a ten slotte nog eens bepaald. Deze bedroeg 0,03 %.

TABEL X.

Verandering van den weerstand van verschillende goud-  
draden met de temperatuur.

Temperatuur.	<i>Au III</i>	<i>Au IV</i>	<i>Au V</i>	<i>Au VI</i>
0°	1	1	1	1
— 103.83	0.59601	0.59389	0.59306	0.64827
— 183.00	0.27653	0.27177	0.27096	0.37053
— 197.87	0.21456	0.20963	0.20871	0.31659
— 205.01			0.17897	
— 215.34	0.14058	0.13407	0.13337	0.25234
— 252.93	0.01602	0.008743	0.008103	0.13669
— 255.13		0.006459	0.005691	
— 258.81	0.01905	0.004265	0.003601	0.13241
[— 261]			0.002713	
[— 262]		0.003257	0.002526	

§ 7. *Invloed van de dikte van den draad.* Om na te gaan of de dikte van den draad op eenigerlei wijze invloed had, werd ook van een stuk draad van 0,5 mm. dikte van hetzelfde goud van N°. IV de weerstand bepaald. Gevonden werd



Temperatuur.	Weerstanddraad 0.1 m.m.	Weerstanddraad 0.5 m.m.
0°	1	1
— 103.83	0.59389	0.59179
— 255.13	0.006459	0.005909

Wat het verschil in hardheid betreft, dat tusschen deze 2 draden kan bestaan, dit heeft volgens het oordeel van Matthiessen (Pogg. Ann. 122, blz. 68) geen invloed op den temperatuurscoëfficiënt al mag de absolute waarde van den weerstand er iets door worden gewijzigd. Een klein verschil in zuiverheid zal hier waarschijnlijk weer de oorzaak van het verschil in weerstand zijn.

Ten slotte werden nog 2 draden van verschillende dikte van hetzelfde goud vergeleken, en tegelijk werd ter controle na de meting de zuiverheid van het goud van de draden door vergelijking van deze met elkander bepaald.

De onzuiverheid van den dunnen draad werd daarbij door Dr. v. Heteren 0,072 % grooter gevonden dan van den dikke. De dikte van *A* was 0.1 mm.; van *B* 0,3 mm.

De resultaten der weerstandsmetingen zijn :

TABEL XI.

Temperatuur.	A	B	Vershil
0°	1	1	
— 103.63	0.59595	0.59667	— 0.00072
— 183.65	0.28612	0.28169	0.00443
— 216.61	0.14902	0.13871	0.01031
— 252.78	0.02988	0.01856	0.01132
— 258.70	0.02443	0.01511	0.01132

De nulweerstand van *A* is  $W_0 = 8,3030$ ; van *B*,  $W_0 = 3,4103$ .

Opmerkelijk is het, dat in beide gevallen de weerstand van den dunnen draad bij  $-103^\circ$  meer en bij lagere temperaturen minder is afgenomen van den dikke.

§ 8. *Formule.* Voor den gouddraad *AuV* is nog opnieuw een formule berekend, die den weerstand daarvan als een functie van de temperatuur voorstelt. Dit geschied, omdat het materiaal het zuiverste was, het meest aan den idealen toestand beantwoordde en de afname zoo buitengewoon groot was, grooter dan ooit werd waargenomen. Het bleek juist bij dezen draad moeielijk te zijn, in 't bijzonder bij de laagste temperaturen aansluiting van eene formule aan de waarnemingen te krijgen, vooral omdat de waarde van den weerstand bij temperaturen die betrekkelijk nog ver boven het absolute nulpunt liggen, reeds zoo bijzonder klein wordt.

Wanneer men de weerstanden berekent, zooals ze moesten worden voor zuiver goud volgens de algemeene formule, die voor de goud-zilverlegeeringen geldt, krijgt men waarden, die te groot zijn. De afname van den weerstand van dezen

TABEL XII.

## Zuiver goud.

Temperatuur	Waargen. weerstand	$W-R$ (oorspr. 1 <sup>e</sup> opl.)	$W-R$ (oorspr. 2 <sup>e</sup> opl.)	$W-R$ (1 <sup>e</sup> algem. opl.)
0°	1	0	0	0
— 102.99	0.59306	0	— 0.3 <sub>4</sub>	— 0.01246
— 183.00	0.27096	0	+ 0.0 <sub>2</sub> 402	— 0.01990
— 197.87	0.20871	+ 0.0 <sub>2</sub> 54	+ 0.0 <sub>2</sub> 439	— 0.32213
— 205.01	0.17897	+ 0.0 <sub>2</sub> 129	+ 0.0 <sub>2</sub>	— 0.02290
— 215.34	0.13337	0	+ 0.01433	— 0.02652
— 252.93	0.0 <sub>2</sub> 8103	+ 0.0 <sub>2</sub>	0	— 0.01986
— 255.13	0.0 <sub>2</sub> 5691	— 0.0 <sub>2</sub> 259	+ 0.0 <sub>2</sub> 110	— 0.01938
— 258.81	0.0 <sub>2</sub> 3601		0	— 0.01402
[— 261]	0.0 <sub>2</sub> 2713		— 0.0 <sub>2</sub> 175	
[— 262]	0.0 <sub>2</sub> 2526		0	



gouddraad  $A_{uv}$  is dus sterker dan die van een draad waarvan het gehalte  $= 0$  zou zijn, indien de waarden die voor  $x$  bij de legeringen gevonden worden niet te klein waren, wat het geval schijnt te zijn. De afname van den gouddraad  $A_{u_0}$  waarvan de waarnemingen vermeld zijn in hoofdstuk IV en waarvan de verontreiniging 0,03 % bedroeg, was echter minder dan die van een met de extrapolatie op 0 overeenkomende draad. De waarde van den weerstand en de afwijking tusschen formules en waarnemingen zijn gegeven in tabel XII, de coëfficiënten in tabel XIII.

TABEL XIII.

Zuiver Goud	$a$	$b$	$c$	$e$	$f$
1 <sup>e</sup> opl.	+ 0 409047	+ 0.023553	+ 0.0098130	+ 0.0 <sub>5</sub> 604180	- 0.0 <sub>5</sub> 791022
2 <sup>e</sup> opl.	+ 0,375282	- 0.026147	- 0.0067008	+ 0.0 <sub>5</sub> 153462	- 0.0 <sub>5</sub> 114129
1 <sup>e</sup> opl. + 0.41 (2 <sup>e</sup> —1 <sup>e</sup> )	+ 0.395203	+ 0.031759	+ 0.0030424	+ 0.0 <sub>5</sub> 419381	- 0.0 <sub>5</sub> 513494
1 <sup>e</sup> algem. opl.	+ 0.383596	+ 0.0 <sub>2</sub> 40678	+ 0.00345802	+ 0.0 <sub>5</sub> 323307	- 0.0 <sub>5</sub> 40547

§ 9. Men kan echter nog betwijfelen, of alleen een bijmengsel van een ander metaal invloed op de toename zou uitoefenen. Volgens Beilby toch, (Proc. Roy. Soc. Jun. 27 Nature 3 Oct. '07 blz. 572) zou een geheel zuiver metaal gewoonlijk bestaan uit een mengsel van verschillende allotropische toestanden van het metaal. Dit zijn dan b. v. bij goud de kristallijne en niet kristallijne of amorphe toestand. De kristallijne is de weeke, de amorphe toestand de harde. Bij het trekken nu zouden de goudkristallen gebroken worden en de draad in een amorphen of harden toestand komen. Ook bij opwickelen of afwickelen van draden kunnen kleine veranderingen optreden, zooals door Hopp (Phil. Mag. (5) 18 blz. 433) werd gevonden. Bij een temperatuur van 280° kan echter wederom een herkristallisatie optreden. Aangezien de draden door mij ge-



bruikt allen gedurende langeren tijd een flink bedrag boven deze temperatuur (in een glas-koeloven) zijn verhit, zullen ze waarschijnlijk min of meer volledig in een kristallijnen toestand zijn gebracht, wanneer men ten minste mag onderstellen, dat bij lagere temperaturen geen andere allotropische toestand optreedt.

Het is nu zeer wel mogelijk, dat deze allotropische toestanden zich als twee verschillende metalen gedragen en op die wijze de absolute waarde van den weerstand en de verandering met de temperatuur beïnvloeden. In elk geval blijkt uit mijne uitkomsten genoegzaam, dat de verandering met de temperatuur vooral in het gebied der lage temperaturen een zeer scherp criterium is voor den toestand van het metaal en bij volkomen gelijke behandeling en gloeiing voor de zuiverheid van het metaal.

Een andere vraag blijft, waar moet de oorzaak van den invloed van bijmengselen gezocht worden? In hoofdstuk VII zal iets over deze vraag worden gezegd.

---

## HOOFDSTUK VI.

### Overzicht der resultaten, grafische voorstelling en formules.

§ 1. *Inleiding.* Om een overzicht te hebben over de veranderingen van den weerstand met de temperatuur is een grafische voorstelling gemaakt, die de zuivere metalen, twee soorten goud en de legeringen goud-zilver omvat.

Op Plaat II is voor temperaturen beneden  $0^\circ$  bij de temperaturen als abscis,  $\frac{T}{273,09} - \frac{W_t}{W_0}$  als ordinaat uitgezet (vergl. de waarden in tabel I, blz. 85). Deze ordinaat geeft dus aan met welk bedrag de waargenomen weerstand van den weerstand verschilt, die men van  $0^\circ$  C. uitgaande uitrekent, wanneer de verandering evenredig is met de absolute temperatuur. In deze grafische voorstelling vertoon de zuivere metalen behalve bismuth een positieve afwijking en de legeringen goud-zilver allen een negatieve afwijking. Het karakter der lijnen van de zuivere metalen (behalve bismuth) en van de legeringen is echter hetzelfde. De lijnen krommen zich van  $0^\circ$  C. tot ongeveer  $-200^\circ$  allen naar boven, terwijl ze in het gebied der waterstof-temperaturen naar beneden gekromd zijn.

De lijnen der zuivere metalen zullen ook in het geval van het zuiverste goud bij verlenging den temperatuur-as vóór het absolute nulpunt snijden, en schijnen bij het absolute nulpunt allen een groote negatieve waarde te geven.

Alleen bij het kwikzilver, dat nog zoo weinig (vergeleken bij andere metalen) beneden zijn smeltpunt is en dat bovendien wegens herhaald distilleeren in vacuo waarschijnlijk het zuiverste der onderzochte metalen is geweest, zien we de lijn nog niet naar beneden krommen. De afwijkingen werden hierbij berekend ten opzichte van een weerstand bij  $0^\circ$  die uit de waarden van den weerstand bij lage temperaturen geëxtrapoleerd werd.

Het rechte verloop der lijn valt bovendien nog op. Het kwik zou derhalve (zooals ook reeds uit de berekening met de kwadratische formule in hoofdstuk IV bleek), wanneer men de practische bezwaren kan overwinnen, bijzonder als thermometrisch metaal geschikt zijn, vooral ook omdat een grootere zuiverheid te verkrijgen is als bij andere metalen.

Voor alle metalen, behalve het kwik, werd een buigpunt gevonden en de temperatuur daarvan met een formule nader bepaald. Verder is nog bij geen enkel metaal, ook niet bij de legeringen, het minimum experimenteel bereikt, zooals door Koenigsberger (Jahrb. der Radioaktivität und Electronik IV, Heft 2, blz. 179) werd geteekend naar aanleiding van de door mij waargenomen waarden.

Wel zal de lijn die de waargenomen weerstanden als een functie van de temperatuur voorstelt, en die er op berekend is om bij  $-273^\circ$  een oneindig groote waarde voor den weerstand te geven, een minimum vertoonen; dit minimum ligt echter altijd nog beneden de waarnemingsgrens.

Wekt dit twijfel, aan de meening van Lord Kelvin (Phil. Mag. (6) 3, 257. Archiv Neerl. II, 6) dat de weerstand bij het absolute nulpunt niet nul wordt, maar misschien een zeer groote waarde zal hebben, aan de meening is in den laatsten tijd door het gedrag van metaalsulfiden en -oxyden, zirkoon en silicium, vergl. Koenigsberger (Jahrbuch der Radioaktivität und Electronik IV, blz 158) steun gegeven.

§ 2. *Weerstand bij de laagste temperaturen.* De formule (B) vergl. blz. 28, gaf voor platinadraad  $Pt_I$  voor  $-255^\circ$  on-



geveer een minimum en kan dus reeds het gebied der waterstoftemperaturen niet geheel weergeven. Hij is voor lagere temperaturen ten eenenmale onbruikbaar. Om nog het verloop der kromme lijnen in 't bijzonder voor waterstoftemperaturen weer te geven en daar beneden door extrapolatie te leeren kennen, is nog door de drie punten, die in waterstof bepaald werden, een parabool gelegd.

Zoowel voor  $Pt_f$  als  $Pt_d$  als  $Au_V$  geeft deze parabool een minimum; verder geeft zij als waarde van den weerstand bij het absolute nulpunt waarden, die hooger zijn dan bij  $-252^{\circ}.84$  of  $20^{\circ}.25$  absoluut.

Volgens de parabolische extrapolatie zou dus de weerstand niet ver van het minimum verwijderd kunnen zijn. Voor  $Pt_d$  zou dit minimum volgens de door de drie gevonden punten getrokken parabool zelfs reeds overschreden moeten zijn. Voor  $Pt_f$  zou het minimum bij  $11^{\circ}.17$  absoluut moeten liggen. Voor  $Pt_6$  bij  $14^{\circ}.34$  absoluut, en voor  $Au_V$  bij  $12^{\circ}.96$  absoluut.

De parabool kan echter, al duidt zij het verloop in hoofdzaak aan, toch niet aan de werkelijkheid beantwoorden want de waarden  $0.002713$  en  $0.002526$ , die bij  $Pt_f$  door mij werden gevonden voor temperaturen van vaste waterstof gereduceerd tot een druk van  $9$  mm. en van  $2.5$  mm liggen juist onder het minimum van den parabool, hetwelk  $0.003446 \Omega$  bedraagt. Dit kan geen toeval zijn, want ook voor  $Pt_d$  vinden we hetzelfde; de waarde van den weerstand  $1.3315 \Omega$  gevonden bij de temperatuur van vaste waterstof gereduceerd tot  $9$  mm. druk ligt beneden het minimum der parabool  $1.3916 \Omega$ . Terwijl aan de waarden der weerstanden en temperaturen niet kan worden getwijfeld, omdat ze gecontroleerd zijn.

§ 3 *Formules* Wat de formules aangaat, is er reeds door verschillende waarnemers op gewezen, dat de weerstand beneden  $0^{\circ}$  niet door een parabolische formule is weer te geven, en is reeds vroeger door mij besproken. Het blijkt

echter, dat wanneer men ook den weerstand, zooals deze wordt bij temperaturen van vloeibare waterstof, wil uitdrukken, dit door geen polynomium, ook niet van hoogere machten van  $t$ , mogelijk is, en het noodig is in de formule omgekeerde machten der temperatuur te brengen.

Bij de berekening bleek het, dat in enkele gevallen als van zilver,  $Au_v$  en legeringen, termen met hoogere omgekeerde machten van  $T$  als de 3<sup>e</sup> en 4<sup>e</sup> beter voldeden als de lagere 1<sup>e</sup> en 2<sup>e</sup>.

In elk geval blijkt uit alle waarnemingen ten duidelijkste dat men om met één formule den weerstand over het geheele gebied de lagere temperaturen te omvatten tot vrij ingewikkelde vormen zijn toevlucht moet nemen.

De omgekeerde machten van  $t$  komen feitelijk op hetzelfde neer als de exponentieele factor in de formule door Koenigsberger voorgelagen (Jahrbuch der Radioactivität und Electronik, IV 2, blz. 158) voor metaaloxiden en sulphiden, die ook voor metalen zou moeten gelden.

Wanneer men de termen met omgekeerde machten van  $T$  als de eerste termen van de reeks der exponentieele vorm beschouwt, zou men volgens de opvattingen van Koenigsberger in staat moeten zijn uit de coëfficiënten van deze termen den dissociatiegraad van de verbinding der electronen met het metaal te bepalen.

---

TABEL I.

Temperatuur	<i>Pt</i>	<i>Au<sub>V</sub></i>	<i>Au<sub>0</sub></i>	<i>Ag</i>	<i>Pb</i>	<i>Bi</i>	<i>Hg</i>
0	0	0	0	0	0	0	
- 30.53	- 0.00975						
- 58.58	- 0.01864						
- 87.55	- 0.02950						
- 103.63							
- 103.83	- 0.03635	- 0.02674	- 0.01465	- 0.03900	- 0.02505	+ 0.01625	
- 139.87				- 0.05500		+ 0.04086	
- 140.19	- 0.05345						
- 159.11	- 0.06369						
- 182.79	- 0.07783					+ 0.08369	
- 183.00		- 0.05893					- 0.004987
- 183.60				- 0.08101	- 0.03312		
- 195.15	- 0.08531			- 0.08830	- 0.03283	+ 0.09945	
- 197.87		- 0.06673	- 0.03636		- 0.03367		- 0.006500
- 204.67	- 0.09076			- 0.09526		+ 0.11014	
- 205.01		- 0.07033	- 0.03938				- 0.008245
- 212.63	- 0.09651						
- 215.34		- 0.07810	- 0.04466				- 0.009907
- 216.65	- 0.09651				- 0.03553	+ 0.12112	
- 252.78	- 0.06001				- 0.04405		
- 252.92		- 0.065717	- 0.02828	- 0.04947		+ 0.14976	- 0.017337
- 255.18	- 0.05314	- 0.060079			- 0.04280	+ 0.14888	
- 258.81		- 0.048689	- 0.01247		- 0.03958	+ 0.14363	- 0.018597
- 259.10	- 0.04070			- 0.043848			



## HOOFDSTUK VII

### Theorieën omtrent den weerstand van legeeringen.

§ 1. *Inleiding.* Door Rayleigh is in 1896 (Scientific Papers IV, blz. 232, Nature 54, blz. 154) het denkbeeld aangegeven, dat 't grootere bedrag aan galvanischen weerstand van een legering van twee metalen, dan uit de verhouding der componenten naar volumepercenten kan worden berekend, van thermoëlectrischen oorsprong kan zijn. Hij denkt zich de twee metalen in de legering in zeer dunne laagjes op elkaar volgend, en wanneer nu een elektrische stroom door deze laagjes gaat, zal een Peltier-effect optreden, hetwelk de plaats van aanraking van metaal 1 en 2 verwarmt en van 2 en 1 afkoelt.

Door deze verwarmingen en afkoelingen zal nu wederom een, tegen den primairen stroom gerichte, thermoëlectrische stroom ontstaan, die dus hetzelfde effect heeft als een grootere weerstand. Hij rekt dezen schijnbaren weerstand op eenvoudige wijze uit en vindt daarvoor bij 0°

$$A' = \frac{273 \times e^2}{k|x + k'|_{(1-x)}} \quad (1)$$

waarin  $e$  de thermoëlectrische kracht is voor 1° temperatuurverschil en  $k$  en  $k'$  de geleidingscoëfficiënten voor warmte en  $x$  en  $(1-x)$  de volume-percenten der twee componenten.

§ 2. *Theorie van Liebenow.* Denzelfden gedachtengang

heeft Dr. C. Liebenow gevolgd in een artikel „Der elektrische Widerstand der Metalle". Halle 1898. Liebenow gaat eerst van de onderstelling uit, dat de laagjes van hetzelfde metaal allen gelijke dikte hebben, maar bewijst later, dat de uitkomst hetzelfde blijft als de verschillende laagjes allen verschillend van dikte zijn, terwijl ook de volgorde onverschillig is. Hij berekent zeer nauwkeurig hoe het warmte-evenwicht zich instelt, hetgeen van weinig belang is, aangezien het voldoende is de grootheden te bepalen voor den stationairen toestand. Trouwens bij Liebenow komt het ten slotte op 't zelfde neer, aangezien blijkt, dat de factor waarin de tijd voorkomt zoo klein is, dat hij in de uitkomsten verwaarloosd wordt.

De uitkomst, die Liebenow uit zijne berekening voor den schijnbaren weerstand verkrijgt is

$$A' = \frac{x(1-x)}{a(1-x) + bx} f(T) \quad (2)$$

In deze formule is  $x$  het volumepercent der eene component, terwijl dat der andere  $1-x$  bedraagt,  $a$  en  $b$  zijn de warmtegeleidings-coëfficiënten der componenten en  $f(T) = \psi(T) \cdot \phi(T)$ , waarvan  $\psi(T)$  in de formule voor het Peltier-effect voorkomt als

$$W(\text{armteontw.}) = i(\text{stroomsterkte}) \psi(T)$$

en  $\phi(T)$  voorkomt in de formule voor de thermoëlectrometrische kracht bij aanraking der componenten, als er tusschen de aanrakingsplaatsen een temperatuursverschil  $\tau$  bestaat

$$\pi = \phi(T) \tau.$$

Om de bovengenoemde formule nog iets verder te ontwikkelen zoekt Liebenow een verband tusschen  $\phi(T)$  en  $\psi(T)$ . Hij gaat daarbij verkeerd te werk. Hij onderstelt namelijk dat men de grootte van het bedrag der ontwikkelde warmte aan de eene contactplaats van dat der verloren warmte aan de andere contactplaats moet onderscheiden, wegens het verschil in temperatuur, maar verzuimt tegelij-



kertijd in aanmerking te nemen, dat dan ook de thermoëlectrische kracht der beide contactplaatsen verschillend moet worden genomen.

Hij komt daardoor tot de slotsom dat

$$\psi(T) = C \phi(T),$$

terwijl hij volgens de thermodynamische theorie der thermoëlectriciteit, en eveneens volgens de electronen-theorie zou moeten vinden

$$\psi(T) = \phi(T) T. \quad (3).$$

Uit de uitkomsten der proeven van Matthiessen en Vogt, dat de schijnbare weerstand met de temperatuur niet verandert (vergl. hoofdstuk V), trekt hij verder de conclusie dat in zijne formule

$$A' = \frac{x(1-x)}{a(1-x) + bx} f(T)$$

$A'$  onafhankelijk van de temperatuur moet zijn.

Aangezien de verandering van  $a$  en  $b$  met de temperatuur heel klein is en voor beiden ongeveer even groot, zoo kan  $f(T)$  heel weinig van de temperatuur afhangen. Liebenow besluit dan dat  $f(T)$  constant zal zijn. Bij zijne berekeningen voert hij nu een constante in voor  $f(T)$ , waarvan het mij uit zijn geschrift niet mogelijk is geweest de herkomst te bepalen. Toen ik hem daarover wilde schrijven bleek mij dat hij in December 1906 gestorven was, zoodat ik geen inlichtingen hieromtrent heb kunnen verkrijgen.

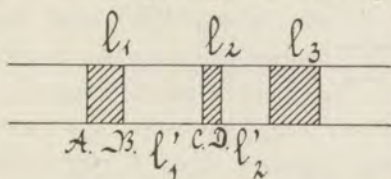
Zijne berekeningen voor den weerstand bij  $0^\circ$  van legeringen van zilver en goud van verschillend gehalte bleken goed met de waarnemingen van Matthiessen overeen te stemmen, maar hierin komt de temperatuurscoëfficiënt niet voor.

Dat de weerstand bij  $0^\circ$  door zijn formule goed wordt weergegeven houdt dus geen verband met het eerste gedeelte van deze formule (2).



§ 3. *Thermoëlectrische theorie van den weerstand.* Om deze theorie van den schijnbaren weerstand op grond van thermoëlectrische oorzaken na te gaan, wil ik de formule voor dezen weerstand nog eens afleiden.

Wanneer een stroom  $i$  door de keten gaat en ik denk mij de metaallagen achter elkander geplaatst, (voor het geval dat de laagjes in werkelijkheid naast elkaar mochten gelegen zijn is er van een dergelijk effect geen sprake), dan zal tengevolge daarvan op de contactplaats  $A$  b.v. een



warmte  $i\Pi$  geabsorbeerd worden en in  $B$  eenzelfde hoeveelheid ontwikkeld worden. Tengevolge daarvan zal een temperatuurverschil

ontstaan, hetwelk in verband met de warmtegeleiding, tot een bepaald bedrag zal stijgen.

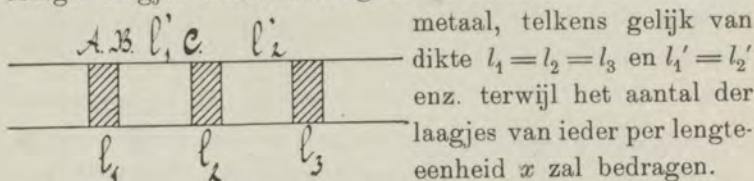
Ten slotte zal er evenwicht ontstaan, als de hoeveelheid warmte, die in een bepaalden tijd ontwikkeld wordt, in denzelfden tijd door het metaal wordt weggeleid.

In de onderstelling dat de laagjes heel dun zijn kan men inzien, dat de schijnbare weerstand onafhankelijk is van de dikte der laagjes en hunne opeenvolging. Immers wanneer in  $B$  een hoeveelheid warmte  $Q$  ontwikkeld wordt die ten deele naar  $A$  zich beweegt  $Q_A$ , en ten deele naar  $C$   $Q_C$ , dan zal  $Q_A + Q_C = Q$ . Maar wanneer in  $C$  een hoeveelheid warmte  $Q$  wordt geabsorbeerd zal van  $D$  een hoeveelheid warmte moeten worden ontvangen gelijk aan  $Q_A$ . Door alle elementen  $l_1, l_2, l_3$  heen wordt een gelijke hoeveelheid warmte geleid, evenzoo door de elementen  $l'_1, l'_2, l'_3$ . Het temperatuurverschil tusschen de einden der elementen zal dus evenredig zijn met de lengten der elementen.

Aangezien verder voor ieder element de electromotorische kracht evenredig is met het temperatuurverschil zal de som der electromotorische krachten van de verschillende elementen, over een lengte-eenheid van den draad opgeteld, evenredig zijn met de som van de elementen

in die lengte-eenheid, en omdat het aantal der elementen omgekeerd evenredig is met de lengte der elementen, zal, als de laagjes dun zijn ten opzichte van de lengte-eenheid, de geheele electromotorische kracht voor alle lengte-eenheden dezelfde zijn, onafhankelijk van hunne dikte en volgorde.

Laat ons dus om de afleiding gemakkelijker te maken ons eenige laagjes achtereenvolgens voorstellen van hetzelfde



Om de warmte, die van *B* uit weggeleid wordt, te krijgen moet het temperatuurverschil tusschen *A* en *B* vermenigvuldigd worden met den warmtegeleidingscoëfficiënt van het metaal 1, om de hoeveelheid warmte te vinden, die zich naar *C* beweegt, moet het temperatuurverschil tusschen *B* en *C* vermenigvuldigd worden met den warmtegeleidingscoëfficiënt van metaal 2, enz.

In geval alle metaallaagjes van hetzelfde metaal even dik zijn is ook het temperatuursverschil tusschen alle contactplaatsen gelijk en de warmte die van iedere contactplaats weggeleid of door geleiding ontvangen wordt, is

$$(t-t') \left( \frac{k}{l} + \frac{k'}{l'} \right) = i \Pi$$

als  $i \Pi$  het Peltier-effect is in de aanrakingsplaatsen, of

$$x (t-t') \left( \frac{k}{V} + \frac{k'}{V'} \right) = i \Pi \quad (4).$$

Is de doorsnede der staaf 1, dan is  $x l = V$  en  $x l' = V'$  voor alle laagjes  $x$  per lengte-eenheid als  $V$  en  $V'$  het aantal volume-eenheden der componenten beteekent per volume-eenheid der legering, waarbij  $V + V' = 1$ .

In deze berekening wordt dus afgezien van het verschil van het Peltier-effect aan een contactplaats van metaal 1



met metaal 2 en een van metaal 2 met metaal 1, en evenzoo van het Thomson-effect dat in de laagjes ontstaat. Zoowel het eerste als het tweede hangt van het temperatuursverschil tusschen de kontaktplaatsen af, en aangezien dit evenredig is met  $i$ , is het verschil der Peltier-effecten en het Thomson-effect evenredig met  $i^2$ .

In de berekening zijn dus de termen met  $i^2$  verwaarloosd.

Het temperatuursverschil, dat derhalve tusschen de einden der elementen ontstaat is

$$t-t' = \frac{i \pi}{x \left( \frac{k}{V} + \frac{k'}{V'} \right)}$$

De thermoëlectrische kracht, die deze  $x$ -elementen met temperatuursverschil  $(t-t')$  zullen geven is

$$x \cdot E \cdot (t-t')$$

als  $E$  de electromotorische kracht is per eenheid van temperatuurverschil bij de temp.  $T$ , die de draad heeft.

De schijnbare weerstand  $A'$  per eenheid van lengte en eenheid van doorsnede krijgt men door deze electromotorische kracht door de stroomsterkte te deelen,

$$\begin{aligned} \text{dus } A' &= \frac{x E \cdot (t-t')}{i} = \frac{x}{i} E \cdot \frac{i \pi}{x \left\{ \frac{k}{V} + \frac{k'}{V'} \right\}} \quad (5). \\ &= \frac{\pi E}{\frac{k}{V} + \frac{k'}{V'}} \end{aligned}$$

Wanneer de warmteontwikkeling  $\pi$  in ergs. wordt opgegeven, bestaat er tusschen  $\pi$  en  $E$ , zooals boven reeds gezegd is, volgens de thermodynamica en volgens de electronentheorie (Lorentz. Versl. Kon. Ac. 1905, blz. 15) de volgende betrekking, die algemeen geldt

$$\pi = E T.$$



De formule voor den schijnbaren weerstand kunnen we dus schrijven

$$A' = \frac{T E^2}{\frac{k}{V} + \frac{k'}{V'}} \quad (6).$$

Schrijven we nog hierin  $V' = 1 - V$ , dan is

$$A' = \frac{V (1 - V)}{k (1 - V) + k' V} T E^2 \quad (7).$$

Voor een bepaalde temperatuur zijn hierin  $T$  en  $E$  en  $k$  en  $k'$  constanten.

Liebenow bepaalt met behulp van deze formule den weerstand bij  $0^\circ$  van goud-zilver legeringen van verschillend gehalte, zooals op blz. 84 vermeld is. De constanten in deze formule bepaalt hij uit de waarnemingen, maar deze blijken nu met de beteekenis die hij er eerst aan gehecht heeft volstrekt niet overeen te komen, zoowel wat betreft de warmtegeleidingsvermogens van goud en zilver, als de thermoëlectrische kracht goud-zilver. Uit de, in het vorige hoofdstuk gegeven waarnemingen blijkt dat  $A'$  constant is en Liebenow trekt nu eenvoudig de slotsom dat  $f(T)$  in zijne formule (overeenkomende met  $T E^2$  in bovenstaande formule), onafhankelijk moet zijn van de temperatuur.

§ 4. *Thermoëlectrische kracht goud-zilver.* Om geheel en al omtrent deze kwestie zekerheid te verkrijgen, werd door mij de thermoëlectrische kracht gemeten van goud-zilver (van draden afkomstig van hetzelfde metaal als waarvan de weerstand bepaald was), over het gebied van  $+100$  tot  $-259^\circ$ . De draden waren van te voren afzonderlijk op homogeniteit nauwkeurig onderzocht.

Ik vond voor de thermoëlectrische kracht, wanneer het eene been in ijs en het andere in den vroeger beschreven cryostaat werd gebracht, de waarden in tabel I opgegeven.

TABEL I.

Temperatuur.	Waargenomen electromot. kr. in millivolts.	$W-R.$	$E$ in millivolts.	$T$	$E^2 T.$
+ 100	0,0115	0	0,0001918	373,09	0,0 <sub>4</sub> 1372
+ 70	0,0064	+ 0,0006	0,000176	343,09	0,0 <sub>4</sub> 1063
+ 56	0,0042	+ 0,0006	0,000144	329,09	0,0 <sub>5</sub> 6845
+ 6	—	—	0	279,09	0
0	—	—	— 0,000016	273,09	0,0 <sub>8</sub> 6990
— 7	— 0,0004	+ 0,000006	— 0,0000352	266,09	0,0 <sub>6</sub> 3297
— 15,5	0,0006	— 0,00004	— 0,0000559	257,59	0,0 <sub>6</sub> 8047
— 23	0,00105	0	— 0,0000739	250,09	0,0 <sub>5</sub> 1366
— 26	0,0012	— 0,0001	— 0,0000809	247,09	0,0 <sub>5</sub> 1617
— 70,5	0,01368	—	— 0,0001862	202,59	0,0 <sub>5</sub> 7024
— 103,95	0,01528	0	— 0,0003122	169,14	0,0 <sub>4</sub> 1649
— 164,04	0,05124	+ 0,00221	— 0,0009320	109,05	0,0 <sub>4</sub> 9472
— 182,75	0,06952	— 0,00037	— 0,001317	90,34	0,0 <sub>3</sub> 1569
— 195,17	0,08470	— 0,0035	— 0,001648	77,92	0,0 <sub>3</sub> 2118
— 204,68	0,09872	— 0,0066	— 0,001948	68,41	0,0 <sub>3</sub> 2598
— 212,82	0,11356	— 0,00876	— 0,002241	60,27	0,0 <sub>3</sub> 3029
— 216,01	0,11972	— 0,00998	— 0,002366	57,08	0,0 <sub>3</sub> 3195
— 252,86	0,24742	— 0,0017	— 0,004269	20,23	0,0 <sub>3</sub> 3687
— 255,34	0,26304	+ 0,0031	— 0,004432	17,75	0,0 <sub>3</sub> 3487
— 258,61	0,28912	+ 0,0143	— 0,004654	14,48	0,0 <sub>3</sub> 3136

Om de electromotorische kracht in de temperatuur uit te drukken werd de formule genomen

$$F = at + bt^2 + ct^3 + dt^4 + et^5, \quad (8).$$

waarin de coëfficiënten zijn :

$$a = -0,0_416028$$

$$b = 0,0_513463$$

$$c = 0,0_825023$$

$$d = -0,0_{11}6682$$

$$e = -0,0_{12}21943$$



De afwijkingen der formule met de waargenomen waarden zijn opgenomen in tabel I, kolom 3.

Om nu de waarde  $E$  te krijgen voor een bepaalde temperatuur moeten we de afgeleide van  $F$  naar  $t$  nemen bij die temperatuur. Dus

$$E = a + 2bt + 3ct^2 + 4dt^3 + 5et^4. \quad (9)$$

De waarden van  $E$  bij de verschillende temperatuur zijn opgegeven in tabel I 4de kolom, terwijl de vorm  $E^2 T$  is opgegeven in de 6de kolom.

Uit deze laatste kolom blijkt wel dat  $E^2 T$  volstrekt niet constant is, zooals ze volgens de conclusie van Liebenow zou moeten zijn. Hiermee vervalt de waarschijnlijkheid van de theorie van Rayleigh en Liebenow, als zoude de schijnbare weerstand van thermoëlectrischen oorsprong zijn.

Wanneer men volgens formule (7) den bijkomstigen weerstand berekent, vindt men, voor legering N<sup>o</sup>. 5 bij 0°  $A' = 42 \cdot 10^{-18}$  Ohm

terwijl waargenomen werd  $A' = 86 \cdot 10^{-8}$  Ohm.

verder wordt b. v. -216° berekend  $A' = 18 \cdot 10^{-13}$  Ohm. terwijl volgens de waarnemingen de weerstand  $A$  dezelfde blijft.

Er is dus volstrekt geen overeenstemming.

De waarde bij 0° is zeer gering. Volgens de door mij berekende formule ligt bij + 6° het neutrale punt. Jaeger en Diesselhorst geven voor de thermoëlectrische kracht van goud-zilver bij 18° een waarde op beneden de waarnemingsgrens. (Wiss. Abh. der Phys. T. Reichsanst. 1900).

Uit het voorgaande blijkt dat de eenige bestaande theorie ter verklaring der abnormale stijging van den weerstand bij legeringen onjuist is. De berekening van Liebenow geeft daarom zulke goede uitkomsten, omdat hij zich bepaalt tot den weerstand van legeringen van verschillend gehalte, bij één temperatuur en hij dus alleen een formule berekent voor de kromme lijn, die de waarnemingen van Matthiessen



voorstelt met drie constanten waarvan twee onafhankelijken. Deze constanten hebben niets te maken met de grootheden waarvoor ze in de formule zijn neergeschreven, te weten, de electromotorische kracht goud-zilver en de warmte-geleidingsvermogens van die metalen.

Een andere reden, die tegen deze theorie pleit, bestaat daarin, dat de bijkomstige weerstand b. v. niet optreedt bij legeringen van zink, tin, cadmium en lood, terwijl voor die metalen de thermoëlectrische kracht onderling grooter is dan voor goud-zilver.

§ 4. *Onderzoek van Guertler.* Er blijft hier nog over te vermelden de resultaten van Guertler (*Zeitschr. f. Anorg. Chem.* 51, blz. 397, 1906), die er op wijzen, dat de toename van den weerstand der legeringen met de structuur samenhangt.

Guertler bewijst, met aanhaling van zeer veel verspreid liggend materiaal omtrent het geleidingsvermogen van legeringen, dat de afname van het geleidingsvermogen of de toename van den weerstand plaats vindt in dat gebied der gehalten, waar de twee metalen een onafgebroken rij van mengkristallen met elkaar vormen. Waar zij dit niet doen, krijgen we een weerstand, die gevonden wordt uit de volumepercenten der zuivere componenten. Hij bewijst dezen regel met alle onderzoekingen, die op dit gebied gedaan zijn.

Zoo geven lood, zink, tin en cadmium, de metalen der eerste groep van *Matthiessen* geen mengkristallen, terwijl verschillende metalen der tweede groep dit wel doen. B. v. vertoonen legeringen van goud en zilver, waarbij wel een stijging van den weerstand optreedt een onafgebroken rij van mengkristallen.

Waarom het nu verder ligt, dat met het bestaan van mengkristallen een schijnbare weerstand optreedt, is daarmee volstrekt niet verklaard. De inwendige structuur dier mengkristallen is ons niet voldoende bekend om daarmee een vergrooting

van den galvanischen weerstand in verband te brengen.

Met Guertler kan men derhalve alleen zeggen, dat de verandering van den weerstand een kenmerk is, of wij met een mengsel dan wel met een mengkristal te doen hebben.

De tweede toestand onderscheidt zich van den eersten door een eigenaardigen tegenstand voor den electricchen stroom, dien de eerste niet vertoont.

Dit nu betreft den weerstand zelf, maar de vergroo-  
ting van den weerstand gaat meestal met een afname van  
den temperatuurscoëfficiënt gepaard, en ongetwijfeld zullen  
we ook hier moeten onderscheiden tusschen die legeringen,  
die eenvoudig een mengsel der twee metaalcomponenten  
zijn, en diegenen, die bestaan uit mengkristallen der beide  
stoffen.

## HOOFDSTUK VIII.

---

### Electronen-theorie van den galvanischen weerstand.

§ 1. In den loop der laatste jaren is het vraagstuk der electriche geleiding in metalen door verschillende natuurkundigen uitgewerkt. Voornamelijk heeft men getracht het verband, dat er bestaat tusschen electriciteit en warmtegeleiding zooals het door de wet van Wiedemann en Franz gegeven is, uit de electronen-theorie af te leiden. En tevens wil men met deze theorieën de wetten der thermoëlectrische en galvano-thermomagnetische verschijnselen omvatten. Dat men in staat is dit groote gebied van verschijnselen, zij het dan ook voorloopig slechts ten ruwste, in eene theorie samen vatten, pleit ten zeerste voor de algemeene geldigheid der opvatting en spoort aan te trachten haar van verschillende zijden beter aan de verschijnselen aan te passen.

§ 2. Ik wil hier deze theorie slechts in 't kort nog nagaan voor zoover zij betrekking heeft op den galvanischen weerstand of het galvanisch geleidingsvermogen.

De electronen-theorie der metalen toch, begint het allereerst zich aan de verschijnselen der galvanische geleiding aan te sluiten en tracht daarvoor een formule af te leiden.

Het vraagstuk is achtereenvolgens opgevat door Riecke (Ann. d. Phys. u. Chem. 66, 1898, blz. 353, 545, 1199 en Ann. d. Phys. 2, 1900, blz. 835). (Jahrbuch der Radioactivität und Elektronik 3, 1906, blz. 24.) Drude (Ann. Phys. 1, 1900,



blz. 566 en 3, 1900, blz. 869). J. J. Thomson (Rapports d. Congres d. Phys. 1900, Paris 3, blz. 138. Electrician 15, March 1907, blz. 839), en Lorentz (Versl. Kon. Ak. Amst. 1905, blz. 493, blz. 565.)

Behalve het laatstgenoemde artikel van Thomson hebben alle beschouwingen eenige overeenkomst in grondslagen. Het laatste van Thomson staat meer op zichzelf.

De grondgedachte, die in de theorie is uitgewerkt, die oorspronkelijk van Weber afkomstig is, is de volgende:

In het metaal bestaat de electriciteit in atomistische verdeling en het zijn in 't bijzonder de negatief elektrische deeltjes, die zich vrij tusschen de metaalatomen bewegen, zooals meer en meer algemeen wordt aangenomen. (verg. b.v. Drude Ann. d. Phys., XIV, blz. 939, Lorentz. Versl. Kon. Ac. 1905, bl. 494.) Men stelt zich liefst voor, dat alle negatieve deeltjes gelijke ladingen hebben, om reden van eenvoudigheid, en men wordt in deze opvatting gesteund door de elektrische verschijnselen in verdunde gassen. Verder zal een stuk metaal in zijn geheel evenveel positieve als negatieve lading hebben, en men stelt zich dan voor, dat de positieve lading aan de metaalatomen gebonden is, welke opvatting wederom door de verschijnselen van de kanaalstralen gesteund wordt.

Het zijn dus alleen de negatief geladen, zich vrij bewegende, electronen, die bij geleiding der electriciteit in 't spel komen, en tegelijk zouden deze electronen het zijn, die de warmte overbrengen

Om zich van de bewegingen dezer electronen een duidelijk beeld te vormen stelde Drude zich verder voor, dat de kinetische energie der electronen van denzelfden aard is als de onregelmatige warmtebeweging van de moleculen van een gas, dat de kinetische energie van een electron evenredig is met de absolute temperatuur en dat de evenredigheidsfactor dezelfde is als die van een gasmolecuul. Deze aanname, die aanleiding geeft om de beschouwingen

der kinetische gastheorieën op de electronenbeweging toe te passen, en die bij uitwerking tot goede resultaten voert, is door de andere natuurkundigen, die het vraagstuk hebben behandeld, overgenomen, en zoo tot een algemeen uitgangspunt geworden.

Van dit punt uitgaande hebben verschillende natuurkundigen verschillende wegen ingeslagen

§ 3. In zijn eerste verhandeling over de electronentheorie der galvanische en warmteverschijnselen stelt Riecke zich voor, dat de electronen voortdurend door de atomen radiaal worden weggeslingerd.

Wanneer er een constante elektrische kracht is zullen deze rechte banen in parabolische banen worden veranderd en bij een dunnen cilindervormigen geleider zal de as van de parabool samen vallen met de as van den geleider. Op die manier krijgt men een andere bewegingstoestand der electronen. De verandering van de verdeeling zal grooter zijn naarmate de constante electromotorische kracht grooter en de massa der deeltjes en de moleculaire snelheid der deeltjes kleiner is.

Hij beschouwt verder de beweging, die de electronen zullen hebben tengevolge van den invloed der metaalatomen en komt tenslotte na een zeer ingewikkelde berekening tot een uitdrukking voor het aantal deeltjes dat in de tijdseenheid door een doorsnede gaat en vindt door vermenigvuldiging met de lading der deeltjes voor het geleidingsvermogen

$$\sigma = \frac{x}{k} \frac{1}{V^2} \left\{ \frac{e_p^2 P_0 l_{0p}}{m_p c_p} + \frac{e_n^2 N_0 l_{0n}}{m_n c_n} \right\} \frac{1}{\sqrt{T}} \left\{ 1 + (\gamma - \beta - \delta) t \right\} \quad (1).$$

Alle grootheden met  $P$  of  $p$  hebben betrekking op pos. electronen.

Alle grootheden met  $N$  of  $n$  hebben betrekking op neg. electronen.

$P = F_0 (1 + \gamma t)$  en  $N = N_0 (1 + \gamma t)$  geven aan het aantal positieve en negatieve electronen.

$l = l_0 (1 - \beta t)$  geeft aan de gemiddelde weglengte.



$\delta$  is de temp. coëfficiënt van de snelheden der electronen.

$V$  is de snelheid van het licht.

$e$  is de lading,  $m$  de massa en  $c$  de snelheid van een electron.

$k\tau$  is de tijd tusschen het begin van twee rechte stukken van de baan van het electron waarin  $t$  de tijd beteekent die er noodig is om de gemiddelde vrije weglengte te doorloopen.

$x$  een getallenfactor, die uit de waarneming gevonden moet worden.

In een later artikel (Drude's Ann. III, p. 833) maakt Riecke enkele vereenvoudigingen in den zin van Drude, zooals boven reeds aangegeven is, en vindt dan

$$\sigma = \frac{x}{2\alpha T} \frac{e^2}{V^2} (P c_p l_p + N c_n l_n) \quad (2).$$

In deze formule is  $c$  de gemiddelde snelheid der electronen en  $\alpha T$  de kinetische energie van een electron bij de temperatuur  $T$ .

In zijn laatste artikel schrijft Riecke (Jahrbuch der Radioaktivität und Electr. III, blz. 24)

$$\sigma = \frac{e^2}{yV^2 T} \Sigma \frac{N l c}{\alpha} \quad (3).$$

waarin  $V = 3.10^{10}$ .

Wanneer Riecke hierin  $y = 1/2$  neemt wordt de vorm gelijk aan die van Drude, hij zegt echter bij nauwkeuriger berekening voor  $y$  de waarde  $2/3$  te krijgen.

Riecke bepaalt tevens de waarde voor het warmtegeleidingsvermogen en vindt dan voor de verhouding der geleidingsvermogens

$$\frac{z}{\sigma} = \frac{27}{8} \frac{\mu^2 R^2 V^2}{e^2} T \left( 1 + \frac{2}{3} \delta' T \right). \quad (4).$$

als  $\alpha = 3/2 \mu R$  ( $R$  is de gasconstante) wordt genomen volgens de kinetische gastheorie,  $\delta'$  de temperatuurs-coëfficiënt



van het aantal electronen per volume-eenheid,  $e$  is de lading van een electron.

Als middelwaarde voor den constanten factor in deze verhouding werd door de proeven van Jaeger en Dieselhorst gevonden

0.00263, terwijl Riecke 0.00276 en Drude 0.00245 vindt.

In zijn artikel over de electronentheorie van de metalen (Ann. d. Phys. I, p. 566) gaat Drude van de veronderstelling uit, dat de electronen zich vrij tusschen de metaal-atomen bewegen, evenals de molekulen van een gas en hij berekent de snelheid, die de electronen tengevolge van een constante electriche kracht krijgen gedurende den tijd van hunne vrije weglengte. De snelheid is gemiddeld

$$c_x = \frac{1}{2} e_1 X \frac{\tau_1}{m_1} = \frac{1}{2} e_1 X \frac{l_1}{m_1 c_1} = \frac{1}{2} e_1 X \frac{l_1 c_1}{m_1 c_1^2} = e_1 X \frac{l_1 c_1}{4 \alpha T}$$

als  $c_1$  de snelheid der onregelmatige beweging is,  $l_1$  de vrije weglengte,  $e_1$  de lading,  $m_1$  de massa en  $X$  de electriche kracht.

Het geleidingsvermogen zal derhalve zijn

$$\sigma = \frac{1}{4 \alpha T} \left\{ e_1^2 N_1 l_1 c_1 + e_2^2 N_2 l_2 c_2 \right\} \quad (5)$$

de indices 1 en 2 hebben betrekking op twee verschillende soorten van electronen.

Drude merkt hierbij op dat  $Nlc$  derhalve geen functie van de temperatuur mag zijn, wanneer men aanneemt, dat het geleidingsvermogen omgekeerd evenredig is met de temperatuur.

Terwijl dus Riecke de beweging der electronen beschouwt onder invloed der atomen en hunne afwijking van een rechte baan nagaat, gaat Drude van de veronderstelling uit, dat alle electronen zich vrij bewegen, en past de beschouwingen der kinetische gastheorie toe. Het verschil in uitkomst is, dat Riecke tenslotte een zekeren factor aanneemt, die het verschil tusschen de formule en de waarneming moet goed maken.

J. J. Thomson heeft in 1900 (Rapport du Congr. d. Phys. Paris 3 blz 138) een beschouwing over de electronentheorie der metalen gegeven. Hij stelt zich voor dat er een dynamisch evenwicht is tusschen de electronen, die dissociëeren en die combineeren. In de stof hebben we dus korpuskels (electronen), die zich vrij bewegen en die negatieve lading hebben, en positief geladen deeltjes, welke zich ook door diffusie bewegen.

Wat deze laatste onderstelling betreft, wanneer men zich moet voor stellen, dat de positieve electronen gebonden zijn aan de atomen, dan wordt dit door de proeven van Riecke tegengesproken (Phys. Zeitschr 2 blz. 639). Aanhoudende sterke stroom door het aanrakingsoppervlak van twee metalen gaf geen merkbaaren overgang der metalen in elkaar.

Thomson berekent het electricisch geleidingsvermogen op dezelfde wijze als Drude en komt tot geheel dezelfde formule. Hij wijst er nog in 't bijzonder op dat in de verhouding van warmtegeleiding en electriciteitsgeleiding de massa van het korpuskel verdwijnt, zoodat het er niet op aankomt of wij ons moeten voorstellen, dat het korpuskel een materieele massa heeft of niet.

Thomson geeft enkele beschouwingen over den aard van de botsingen tevens. In de formule, die hij geeft

$$\sigma = \frac{1}{2} N e \frac{e}{m} \frac{l}{c} \quad (6)$$

is  $m$  de massa,  $e$  de lading en  $c$  de snelheid van een electron,  $l$  de vrije weglengte en  $N$  het aantal electronen per volume-eenheid.

Hieruit volgt, dat wanneer de botsingen tusschen de korpuskels gebeurden,  $l$  (de vrije weglengte) omgekeerd evenredig zou moeten zijn met  $N$  (het aantal korpuskels per volume-eenheid).

Derhalve zou  $Nl$  constant zijn. Dan zouden dus alle metalen hetzelfde geleidingsvermogen moeten hebben, hetgeen de hypothese doet vallen. Had de botsing plaats tusschen een korpuskel en een positief molecuul, dan zou  $l$  voor



eenzelfde metaal omgekeerd evenredig zijn met  $N$  (omdat het aantal positieve moleculen per volume-eenheid gelijk moet zijn aan het aantal korpuskels) en het geleidingsvermogen zou omgekeerd evenredig moeten zijn met de snelheid der korpuskels of omgekeerd evenredig met den wortel uit de absolute temperatuur. Ook dit is niet het geval. Thomson concludeert derhalve, dat de botsingen, die de vrije weglengte der korpuskels bepalen, plaats moeten hebben tusschen korpuskels en neutrale moleculen.

In de Verslagen der Kon. Ac. 24 Dec. 1904 te Amsterdam is door prof. Lorentz het vraagstuk der electronenbeweging in metalen streng mathematisch opgevat.

Lorentz past op de vrije electronen, in het metaal aanwezig, de statistische methode van de kinetische gastheorie van Maxwell en Boltzmann toe.

Hij gaat evenals Drude van de onderstelling uit, dat bij een bepaalde temperatuur de gemiddelde kinetische energie van een electron even groot is als die van een gasmolecuul en dus evenredig is met de absolute temperatuur.

De toestand zal worden bepaald door de omstandigheid, dat de electronen slechts over een kleinen afstand in een rechte lijn zullen kunnen voortgaan en wel hoofdzakelijk tengevolge van de botsing met metaalatomen, die als stilstaande volkomen veerkrachtige bollen worden beschouwd.

In deze onderstelling wordt de snelheidsverdeeling van de vrije negatieve electronen in het metaal bepaald, die zelf ook als volkomen harde veerkrachtige bollen worden beschouwd. Deze eene soort van electronen wordt geacht de geleiding der electriciteit teweeg te brengen.

Voor de functie, die de snelheidsverdeeling aangeeft wanneer er tengevolge van een uitwendige kracht een versnelling  $X$  is, wanneer de temperatuur van punt tot punt verandert en de concentratie der electronen evenzoo van punt tot punt verandert, vindt Lorentz

$$f'(\xi, \eta, \zeta) = A e^{-hr^2} + l \left( 2hAX - \frac{dA}{dX} + r^2 A \frac{dh}{dx} \right) \frac{\xi}{r} e^{-hr^2} \quad (7)$$



waarin  $\xi$ ,  $\eta$  en  $\zeta$  de componenten zijn der snelheid  $v$  ( $c$  beteekent overal de wortel uit het gemiddelde snelheidskwadraat).

$A$  staat met het aantal electronen per volume-eenheid in verband, en  $h$  met het gemiddelde snelheidskwadraat, dus met de temperatuur.

Het aantal electronen, dat nu per tijdsheid doorgaat is,

$$\text{als } X = \frac{e E}{m} \text{ en } \frac{dA}{dx} = 0 \text{ en } \frac{dh}{dx} = 0 \text{ is,}$$

$$v = \frac{4 \pi l A e E}{3 h m} \text{ en het geleidingsvermogen } \sigma = \frac{4 \pi l A e^2}{3 h m},$$

$$\text{of } \sigma = \sqrt{\frac{2}{3\pi}} \cdot \frac{l N e^2 c}{\alpha T}. \quad (8)$$

Er is dus een verschil met *Drude* en *Riecke* in den coëfficiënt, zooals ook te verwachten was.

Wordt nu op deze wijze ook de coëfficiënt voor de warmtegeleiding bepaald en neemt men de verhouding van deze beiden, dan kan men de uitkomst met die van *Jaeger* en *Diesselhorst* vergelijken.

Het blijkt dan dat de coëfficiënten door *Lorentz* gevonden iets minder goed dan die door *Drude* gevonden met de waarnemingen overeenstemmen, terwijl men juist omgekeerd zou verwachten.

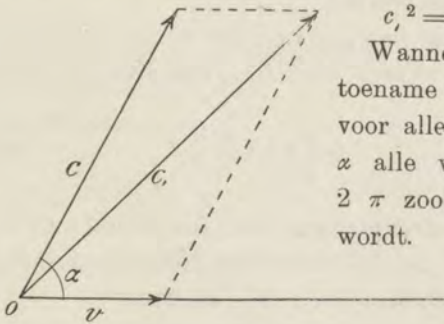
Van ongeveer gelijke grondgedachten uitgaande ziet men dat de verschillende natuurkundigen door meer of minder strenge berekeningen tot kwalitatief gelijke uitkomsten komen. Het verschil beperkt zich tot een anderen coëfficiënt, in de volgende § kom ik hierop nog terug.

§ 5. *De berekening van het geleidingsvermogen door middel van de ontwikkelde Joule-warmte.* Om uit te drukken hoe het geleidingsvermogen van een metaal afhangt van de beweging der vrije electronen, zou men ook als volgt kunnen redeneeren. Wanneer men zorgt dat de draad voortdurend dezelfde temperatuur behoudt, dan moet de

arbeid, dien de elektrische kracht in een bepaalden tijd op de electronen verricht, gelijk zijn aan de ontwikkelde Joule-warmte. Deze warmte kan verder door den draad aan de omgeving worden afgestaan. Men kan zich b. v. voorstellen dat telkens de kinetische energie van een electron gedurende de vrije weglengte tengevolge van de elektrische kracht vermeerderd en dat de nieuw verkregen energie bij de botsing aan de metaalatomen overgegeven wordt. Dit hangt samen met de stelling van D r u d e, dat er een dynamisch evenwicht is tusschen de electronen en de moleculen.

Wanneer nu de snelheid van een electron bij een bepaalde temp.  $c$  is en  $v$  is de snelheid, die er teikens tusschen twee botsingen bijgekomen is, dan is de toename der kinetische energie  $\frac{1}{2} m c_1^2 - \frac{1}{2} m c^2$  waar  $c_1$  is de resultante van  $c$  en  $v$ .

De snelheden  $c$  der verschillende electronen hebben allerlei richting, terwijl de snelheid  $v$  voor allen de richting der elektrische kracht heeft.



$$c_1^2 = c^2 + v^2 + 2 v c \cos \alpha.$$

Wanneer men nu de som van toename der kinetische energie voor alle electronen neemt, krijgt  $\alpha$  alle waarden tusschen 0 en  $2 \pi$  zoodat  $\Sigma 2 v c \cos \alpha = 0$  wordt.

De toename der kinetische energie in den tijd tusschen twee botsingen  $\frac{l}{c}$  is dus  $\frac{1}{2} N m v^2$ , ( $N$  is het aantal electronen per volume-eenheid.)

Wanneer  $E$  de elektrische kracht is en  $e$  de lading en  $m$  de massa, zal  $v = \frac{E e l}{m c}$ .

Derhalve  $\frac{1}{2} m \frac{N E^2 e^2 l^2}{m^2 c^2} = \frac{E^2 \sigma l}{c}$  (ontwikkelde Joule-warmte.)

dus  $\sigma = \frac{1}{2} \frac{N e^2 l}{m c}$  of  $\sigma = \frac{1}{4} \frac{N e^2 l c}{\alpha T}$  (9).

Deze formule geldt algemeen, ook wanneer men een ongewijzigde Maxwell'sche snelheidsverdeeling aanneemt.

Eenigszins anders wordt de berekening wanneer men met Lorentz van de formule (7) uitgaat, die de talrijkheid der electronen in een stationaire gewijzigde Maxwell'sche snelheidsverdeeling aangeeft.

De snelheids-componenten van den groep van electronen, die door deze functie worden aangegeven liggen tusschen  $\xi$  en  $\xi + d\xi$ ,  $\eta$  en  $\eta + d\eta$ ,  $\zeta$  en  $\zeta + d\zeta$ .

Deze functie heeft n.m. tengevolge van de electrische kracht een wijziging ondergaan, die zich afspiegelt in een bijkomstige functie, die bij de functie voor de Maxwell'sche verdeeling gevoegd moet worden.

Volgens de berekening van Lorentz wordt de functie der snelheidsverdeeling (Versl. Kon. Ak. 1904. Dec. blz. 500)

$$f'(\xi, \eta, \zeta) = A e^{-h r^2} + 2 h l A X \frac{\xi}{r} e^{-h r^2} \quad (10)$$

wanneer er in een lijnvormigen geleider, die overal uit hetzelfde metaal bestaat, en die overal dezelfde temperatuur heeft een kracht  $E$  in de lengterichting werkt.

De arbeid der kracht  $m X$  gedurende een willekeurigen tijd  $dt$  is

$$\int f'(\xi, \eta, \zeta) m X \cdot \xi dt d\xi d\eta d\zeta =$$

$$m X \int A e^{-h r^2} \xi d\xi d\eta d\zeta dt +$$

$$+ 2 h l m X^2 \int A e^{-h r^2} \frac{\xi^2}{r} d\xi d\eta d\zeta dt.$$



De eerste integraal wordt nul wegens  $\xi$  onder het integraalteeken en de tweede term geeft

$$2 h l m X^2 d t \times \frac{1}{3} \int A e^{-h r^2} r d \xi d \eta d \zeta$$

$$2 h l m X^2 d t \times \frac{4 \pi}{3} A \int_0^{\infty} e^{-h r^2} r^3 d r,$$

of daar

$$X = \frac{e E}{m}$$

is

$$\frac{l e^2 E^2 d t}{m} \times h \times \frac{8}{3} \pi A \times \frac{1}{2 h^2}.$$

Nu is

$$A = N \sqrt{\frac{\bar{h}^3}{\pi^3}} \text{ en } h = \frac{3}{2 c^2}$$

(verg. Lorentz l.c. blz. 499)

De arbeid wordt dus

$$\frac{l e^2 E^2 N}{m c} \times \sqrt{\frac{8}{3 \pi}}.$$

Deze vorm is evenals boven gelijk aan de ontwikkelde Joule-warmte  $E^2 \sigma d t$ .

Derhalve:

$$\sigma = \sqrt{\frac{8}{3 \pi}} \cdot \frac{N e^2 l}{m c} \text{ of } \sigma = \sqrt{\frac{2}{3 \pi}} \frac{N e^2 l c}{\alpha T}. \quad (11)$$

Dit is dezelfde uitkomst die Lorentz (*l.c.*) verkreeg. Het verschil in den coëfficiënt bij Lorentz en bij Drude is dus nog al belangrijk. De coëfficiënt is bij Lorentz bijna tweemaal grooter.

Vergelijkt men nu verder de beschouwingen der warmtegeleiding bij Drude en bij Lorentz dan blijkt daarbij een verschil in aanname te zijn.

Drude stelt zich voor, dat er tusschen de punten waar tusschen de warmtestroom bestaat geen potentiaalverval bestaat.

Lorentz gaat uit van de onderstelling, dat er alleen

een warmtestroom bestaat, terwijl de overgang van electriciteit door een potentiaalverschil wordt tegengehouden. Vergelijkt men dit met de proeven van Jaeger en Dieselhoorst, waarbij tegelijkertijd een temperatuurverval en een potentiaalverval bestond, dan wordt het waarschijnlijk dat bij deze proeven het warmtegeleidingsvermogen in vergelijking met de opvatting van Lorentz te groot moet uitvallen. Wanneer men de theorie op de proeven toepast zal een betere overeenstemming kunnen ontstaan. Het verdient nog opmerking dat als men in de formule voor den warmtestroom, door Lorentz gegeven, van de veronderstelling uitgaat, dat er tegelijk een elektrische stroom ontstaat en men aanneemt, dat de concentratie der electronen niet noemenswaard met de temperatuur verandert, dan wordt de verhouding tusschen de geleidingsvermogens  $^{3/2}$  maal grooter, dus wordt de coëfficiënt gelijk aan dien van Drude.

§ 6. Met een geheel andere voorstelling is kort geleden J. J. Thomson (Electrician 15 Maart 1907 blz. 809) gekomen, naar aanleiding van moeilijkheden, waarop hij stootte bij de bepaling van het aantal vrije electronen per volume-eenheid, in verband met de stralingstheorie der metalen.

Door Hagen en Rubens werd gevonden, dat het geleidingsvermogen van een metaal, bepaald uit het reflexievermogen (Hagen en Rubens. Ber d. Deutschen Phys. Ges. 1903, blz. 145) hetzelfde is als het geleidingsvermogen bepaald voor constante elektrische stroomen, ten minste wanneer de golflengte van de gereflecteerde straling groot is, b.v. 25  $\mu$ . Het ligt voor de hand zich voor te stellen, dat dezelfde vrije negatieve electronen bij de twee verschijnselen in 't spel komen. Wanneer echter de golflengte kleiner wordt, b.v. 4  $\mu$ , gaat deze betrekking niet meer door, en het geleidingsvermogen voor den snelwisselenden stroom is dan ongeveer 20 % minder dan voor langzaam wisselende stroom. Thomson heeft het electrischgeleidings-



vermogen berekend voor het geval van een constant werkende elektrische kracht, en wanneer nu de elektrische kracht regelmatig van teeken wisselt en de periode vergelijkbaar wordt met den tijd waarin een vrije weglengte wordt afgelegd, dan gaat zijn formule (6) niet meer door.

Wanneer de wisselingen der elektrische kracht zoo talrijk worden, dat gedurende 4 botsingen een wisseling plaats heeft, dan zal gedurende een vrije weglengte telkens de kracht van hare grootste waarde tot nul of omgekeerd veranderen, dus gemiddeld de halve sterkte hebben en het geleidingsvermogen zal de helft kleiner zijn.

Wanneer de afname voor licht van  $4 \mu$  20% is meent Thomson, dat de tijd tusschen 2 botsingen kleiner moet zijn dan  $\frac{1}{4}$  van de periode van licht van  $4 \mu$ , derhalve kleiner dan  $3,3 \times 10^{-15}$  sec. Uitgaande van de formule (6), of

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{N e^2}{m} t$$

waarin  $t$  de tijd der vrije weglengte is, en deze kleine waarde heeft, rekt Thomson uit, dat bij zilver het geleidingsvermogen  $\sigma$  alleen de waargenomen grootte kan hebben, wanneer het aantal vrije electronen  $N$  zeer groot is, n.m.  $1,8 \times 10^{23}$  per  $\text{cm}^3$ . Om de kinetische energie van deze electronen, die evenredig is met de absolute temperatuur, één graad te verhoogen zouden 7 calorieën noodig zijn, hetgeen strijdig is met de waarde der soortelijke warmte van zilver. Het aantal vrije electronen kan dus zeker zoo groot niet zijn.

Thomson meent, dat de oorzaak van deze tegenstrijdigheid daarin te zoeken is, dat in werkelijkheid de electronen zich niet vrij tusschen de atomen bewegen, maar van 't eene atoom uitgaan om onmiddellijk in een ander weer opgenomen te worden, dat zij dan weldra weer door den invloed van naburige atomen zullen verlaten.

Thomson wil zich voorstellen, dat de atomen zich als doubletten tengevolge der elektrische kracht gaan richten reeds vóór de electronen uittreden en dat daardoor een keten



ontstaat zooals *G r o t t h u s* zich in een electrolyt voorstelde.

Hij vindt voor het geleidingsvermogen

$$\sigma = \frac{2}{9} \frac{p b d e^2 N}{\alpha T} \quad (12)$$

waarin  $p$  het aantal electronen beteekent dat één atoom afgeeft per sec.

$d$  is de afstand van de positieve en negatieve lading in het atoom.

$b$  is de afstand van de centra van twee naast elkaar liggende atomen;  $N$  het aantal doubletten per volume-eenheid. Voor het warmtegeleidingsvermogen vindt hij een soortgelijken vorm en voor de verhouding van beide

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{3}{2} \frac{e^2 b}{\alpha^2 T d} \quad (13)$$

Op deze wijze ontgaat *Thomson* de moeilijkheid van het groote aantal electronen. Het komt mij echter voor, dat het beeld op deze wijze zeer ingewikkeld en onoverzichtelijk wordt en te veel willekeurige onderstellingen noodig maakt om goede diensten te bewijzen.

Dat echter het geleidingsvermogen bij constanten electricen stroom en voor snel wisselende lichttrillingen niet hetzelfde behoeft te zijn, werd reeds door *Drude* bevestigd (*Ann. d. Phys.* 14, pg 936.)

Het blijkt vooral daaruit, dat de temperatuurscoëfficiënt voor het geleidingsvermogen bij constante electriche kracht geheel anders en veel grooter is dan bij snelwisselende electriche kracht, waar ze nul of zeer klein is. (*Vergl. Sissingh. Diss. Leid.* 1885 blz. 133. *Z e e m a n. Comm. Phys. Lab. Leiden*, N<sup>o</sup>. 20).

Uit de waarnemingen van de reflexie door metaalspiegels bij lage temperaturen (zooals *Drude* mededeelt) (pg. 951) blijkt eveneens dat het aantal electronen per volume-eenheid met de temperatuur weinig verandert.

*Drude* stelt zich voor, dat het geleidingsvermogen recht evenredig is met het aantal electronen  $N$  en omgekeerd even-

redig met de wrijving  $r$ , die ieder electron bij zijne voortgaande beweging ondervindt, zoodat we mogen schrijven, als  $C$  een constante is.

$$\sigma = C \frac{N}{r}. \quad (14)$$

Het verband tusschen de beide geleidingsvermogens voor constante en voor snel wisselenden stroomen ligt juist in 't aantal der electronen, terwijl  $r$  in de beide gevallen geheel verschillend moet zijn.

Terwijl bij den constanten electricchen stroom de vermindering der electricche energie een gevolg is der wrijving, waarin de Joule-warmte haar oorsprong heeft, en die met de snellere beweging der moleculen en electronen bij hogere temperatuur grooter wordt, ontstaat bij de lichttrillingen de energievermindering tengevolge van straling der trillende electronen.

Het zal daarom wellicht beter zijn het beeld voor de geleiding ten behoeve der stralingsverschijnselen niet te veranderen

Bovendien vindt D r u d e het aantal electronen per atoom volgens zijne stralingstheorieën zoodanig, dat het geheele aantal per  $\text{cm}^3$ . kleiner is dan het door T h o m s o n berekende, zoodat er geen bezwaar is ten opzichte van de soortelijke warmte.

Dat het verschil in temperatuurscoëfficiënt van het geleidingsvermogen hoofdzakelijk in  $r$  schuilt, hangt ook nog daarmee samen, dat de toestand van het metaal van zeer grooten invloed is op het gewone geleidingsvermogen, terwijl het ongeveer geen invloed heeft op de optische eigenschappen.

§ 7. In hoeverre kan nu de formule, die de electronentheorie voor het geleidingsvermogen afleidt, allerlei bijzonderheden daarvan aangeven?

$$\sigma = K \frac{N e^2 l c}{\alpha T}.$$



Hierin is  $K$  een getallenfactor.

In de eerste plaats moet het verschil in geleidingsvermogen van verschillende metalen alleen te vinden zijn in het verschil van het aantal vrije electronen en in het verschil der gemiddelde vrije weglengte, de overige grootheden zijn onafhankelijk van den aard van het metaal.

Voorts zou, wanneer deze beide grootheden onafhankelijk van de temperatuur waren, de temperatuurscoëfficiënt voor alle metalen gelijk moeten zijn. In dat geval leidt bovendien de formule tot een gevolgtrekking, die niet met de werkelijkheid overeenstemt. Het geleidingsvermogen zou n.m. evenredig moeten zijn met den wortel uit de absolute temperatuur. (Vergl. Lorentz, Versl. Ak. 1905, blz. 573).

Het ligt dus voor de hand te onderstellen, dat het aantal vrije electronen met de temperatuur verandert en waarschijnlijk evenzoo de gemiddelde vrije-weglenge.

De formule voor het Thomson-effect uit de electronentheorie (Lorentz, l. c. blz. 569) kan aangeven voor verschillende metalen hoe het aantal vrije electronen van de temperatuur afhangt. Daarvoor kan men b. v. uitgaan van de verandering van het Thomson-effect met de temperatuur, zooals het gevonden is door Lecher voor goud, zilver, ijzer en constantaan. (Lecher, Ann. d. Phys. 19, blz. 853).

Voor lood is er in dezen een bijzonderheid, daar lood geen Thomson-effect heeft. Volgens de bovengenoemde formule moet dan  $N = N_0 T^{3/2}$  zijn.

Opdat de waargenomen verandering van  $\sigma$  bij lood met de verandering van  $N$  overeen zou stemmen, zou de gemiddelde vrije weglengte ongeveer omgekeerde venredig met het kwadraat van  $T$  moeten zijn. We kunnen deze uitkomst echter niet toetsen, want het is reeds moeilijk voor de vrije weglengte zelve een goede bepaling te geven, en het zal dus nog lastiger gaan de verandering met de temperatuur aan te geven.

De vermindering van het geleidingsvermogen van een metaal in een magnetisch veld kan een grootte van  $l$  aan-



geven en de verandering van deze vermindering met de temperatuur evenzoo den temperatuurscoëfficiënt van  $l$ .

De berekening echter van  $l$  uit de vermindering van het geleidingsvermogen in een magnetisch veld, zooals het b.v. door Thomson voor bismuth is bepaald (l. c.), is volgens Drude (Ann. Phys. 14. blz. 995) niet betrouwbaar, terwijl ze ook door v. Everdingen wordt afgekeurd (Comm Phys. Lab. N<sup>o</sup>. 72), die zelfs een waarde met tegengesteld teeken afleidt.

Patterson heeft op dezelfde wijze uit zijne waarnemingen voor verschillende andere metalen de waarde van  $l$  afgeleid. (Phil. Mag. (6) 3, blz. 643). Omdat daarvoor hetzelfde geldt als boven voor bismuth gezegd is, zijn de waarnemingen hoogstens geschikt om de verhouding der vrije-weglengte voor de verschillende metalen te bepalen.

Ook de bepalingen van Patterson [Phil. Mag. (6) 4, blz. 652] voor  $l$  uit den abnormalen weerstand van zeer dunne metaallagen zijn volgens Drude (l. c.) niet te vertrouwen aangezien men niet weet of de laagjes dezelfde structuur hebben als de gewone metaaldraden.

Er blijven dus ten slotte in de formule voor het geleidingsvermogen te veel onbekende elementen met hunne temperatuurscoëfficiënten over, om directe vergelijking met de waarneming te kunnen maken, ongerekend nog dat de onderstellingen waaruit de formule is afgeleid volgens verschillende onderzoekers, als Thomson, Drude en van Everdingen zullen moeten worden gewijzigd in dien zin, dat ook andere electronen dan de vrije negatieve in de electriciteitsbeweging een rol spelen. In elk geval zal het noodig zijn, om den temperatuurscoëfficiënt van het Thomson-effect en den invloed van het magnetisch veld nader te leeren kennen.

§ 8. *Electronentheorie omtrent den weerstand van legeringen.*  
Ten slotte moet nog vermeld worden een poging van Schenck, om den weerstand van legeringen, in 't bij-

zonder de belangrijke vergrooing van den weerstand van legeringen, op grond der electronen-theorie te verklaren (Phys. Zeitschr. 8 blz. 239, 1907).

Schenck gaat uit van het resultaat verkregen door Guertler, besproken in het vorige hoofdstuk, dat het optreden van een grooten additieven weerstand samengaat met het bestaan van een onafgebroken rij van mengkristallen. Hij merkt op, dat het quotiënt van warmtegeleiding en electriciteitsgeleiding voor die legeringen belangrijk grooter is, dan het volgens de wet van Wiedemann en Franz zou moeten zijn. Hij besluit daaruit, dat er in een legering meer dragers voor de kinetische energie moeten zijn dan voor de electriciteit. Deze dragers onderstelt Schenck te zijn, de opgeloste neutrale moleculen in aansluiting aan zijne voorstelling dat de legering beschouwd kan worden als een oplossing van het eene metaal in het andere, en hij meent dat deze opgeloste moleculen door diffusie mede bijdragen, de kinetische energie over te brengen. In de eerste plaats echter is het te betwijfelen of er werkelijk een diffusie is. (Vergl. Riecke. Phys. Zeitschr. 2 blz. 639. 1901) en in de tweede plaats zal deze diffusie, wanneer ze er mocht zijn, waarschijnlijk zoo langzaam zijn, dat geen bedrag aan kinetische energie van belang in korten tijd er door wordt overgebracht.

Uit de verhouding tusschen de geleidingsvermogens van warmte en electriciteit voor legering en zuiver metaal wil Schenck verder het aantal electronen, dat er bij een legering in de volume-eenheid aanwezig is, afleiden.

Wanneer  $N_e$  het aantal electronen per volume-eenheid is en  $N_u$  het aantal opgeloste moleculen dan stelt hij

$$\frac{N_e + N_u}{N_e} = i$$

en volgens de formule van Drude

$$\frac{\kappa}{\sigma} \text{ legering} = \frac{4}{3} \left( \frac{i\alpha}{e} \right)^2 T$$



$$\frac{z}{\sigma} \text{ zuiver metaal} = \frac{4}{3} \left( \frac{z}{e} \right)^2 T$$

derhalve

$$i = \frac{N_e + N_u}{N_e} = \sqrt{\left( \frac{z}{\sigma} \right) \text{legeering}} : \sqrt{\left( \frac{z}{\sigma} \right) \text{zuiver metaal}}. (16)$$

Voor constantaan, dat hij beschouwt als een oplossing van nikkel in koper, vindt hij volgens deze berekening  $N_{e18^\circ} = 210$ . Voor manganin  $N_{e18^\circ} = 145$ . Deze getallen vergelijkende met die welke aangeven het aantal electronen per volume-eenheid, door *D r u d e* berekend uit optische eigenschappen der metalen, besluit *S c h e n c k*, dat door de menging het aantal vrije electronen niet vermindert

Ook de waarde der thermoëlectrische kracht voor een zuiver metaal en een legeering gevonden, en in verband gebracht met de formule uit de electronen-theorie wijst er op, dat het aantal electronen in een legeering ongeveer gelijk moet zijn aan het aantal in een zuiver metaal. Dit blijkt b. v. daaruit, dat het aantal electronen in manganin grooter, maar in constantaan iets kleiner moet zijn dan in koper.

$$N_{\text{Manganin}} : N_u : N_{\text{constantaan}} = 103 : 100 : 81.8.$$

Aangezien de galvanische weerstand in een metaal omgekeerd evenredig moet zijn met het aantal vrije electronen en evenredig met de wrijving, die een electron bij zijne beweging ondervindt, moet, wanneer het aantal electronen door de menging der metalen niet verandert, de wrijving in het geval der legeering veel grooter worden.

Om hiervoor een verklaring te geven wil *S c h e n c k* een analogie zoeken met de toename van de wrijving bij het mengen van twee gassen.

Er is hierbij dunkt mij één bezwaar. Een toename der wrijving met eenige procenten, zooals men die bij gasmengsels heeft waargenomen, zal nooit kunnen verklaren dat de weerstand eener legeering die van het zuivere metaal



als b.v. in het geval van constantaan met 25 maal het geheele bedrag overtreft.

De theorie van Schenck kan wellicht een goede aanwijzing geven, b.v. het zoeken der oorzaak in de verandering der wrijving en niet in het aantal electronen, overigens blijft zij nog veel gebrekkigs en onwaarschijnlijk behouden.

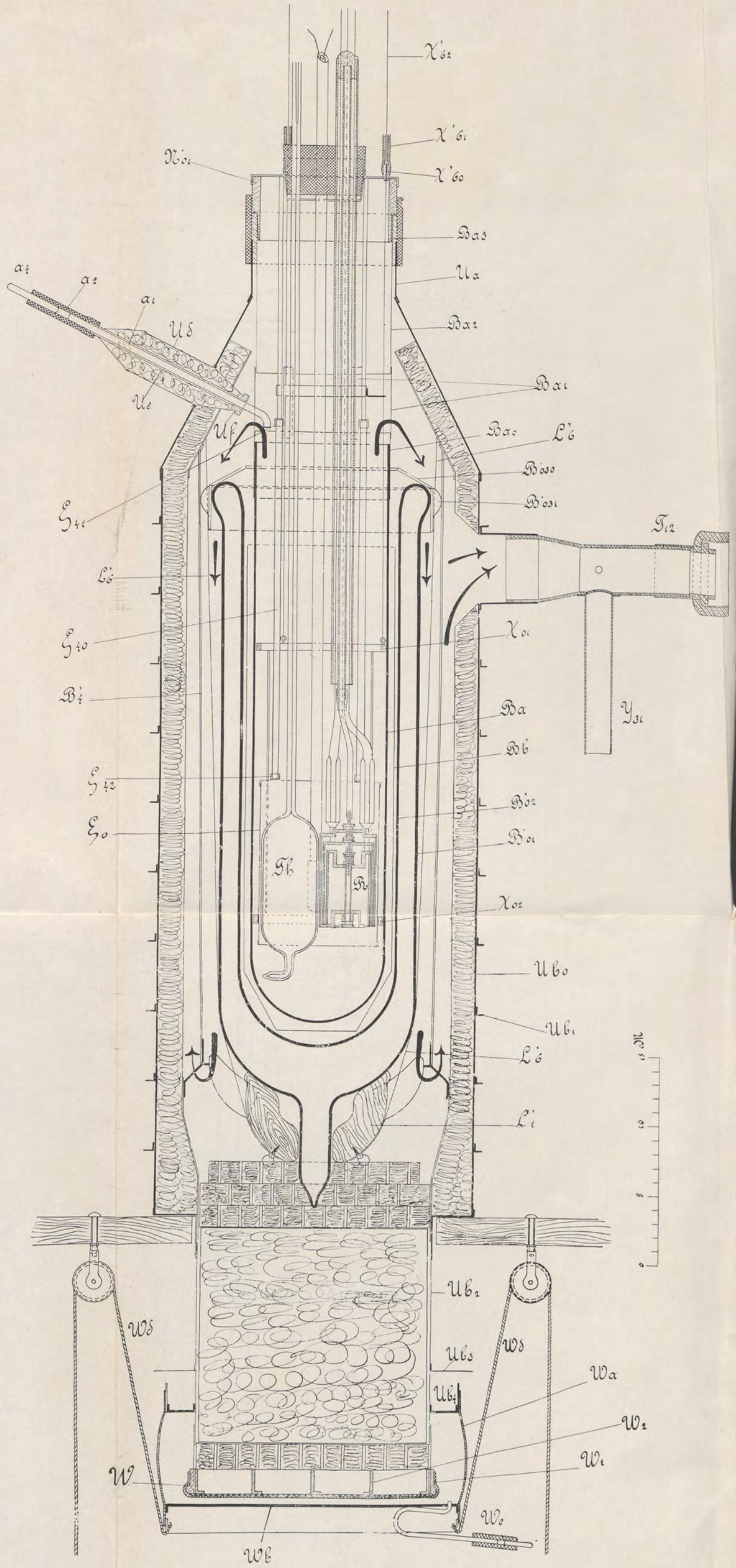
In het geval der legeeringen zal dan ter verklaring in de eerste plaats wel moeten worden gevraagd naar de natuur der mengkristallen, of misschien omgekeerd zal de galvanische weerstand het middel zijn, iets meer van de natuur van het mengkristal te leeren kennen.

§ 9. *Verband tusschen den temperatuurscoëfficiënt van den galvanischen weerstand en den uitzettingscoëfficiënt.* Van geheel anderen aard, dan de tot nu toe besproken beschouwingen, zijn die van W. Williams (Phil. Mag (6) 3 1902 blz. 5 15) en van W. Broniewski (Jd. Chim. Phys. VI 1906 blz. 285; V 1907 blz. 58 en blz. 607). Deze natuurkundigen trachten empirische betrekkingen te vinden tusschen den weerstand en andere physische constanten, en komen tot de slotsom dat inderdaad zeker verband kan worden aangewezen tusschen den uitzettingscoëfficiënt en den temperatuurscoëfficiënt van den weerstand.

Aangezien de wijze waarop zij tot hunne formules geraaken m. i. in menig opzicht te wenschen overlaat, zal ik daarover niet in bijzonderheden treden en bepaal ik mij tot de opmerking dat, de tamelijke bevredigende uitkomsten tot welke zij geraaken, de vraag doet ontstaan of niet de grondslag hunner beschouwingen met een juiste opvatting van den invloed van de uitzetting op den weerstand verwant is.

Dat deze invloed bestaat zal door niemand worden betwijfeld, en ik heb met het oog daarop de uitzetting van platina tot  $-183^{\circ}$  reeds bepaald. (Comm. Phys. Lab. N<sup>o</sup>. 95b).



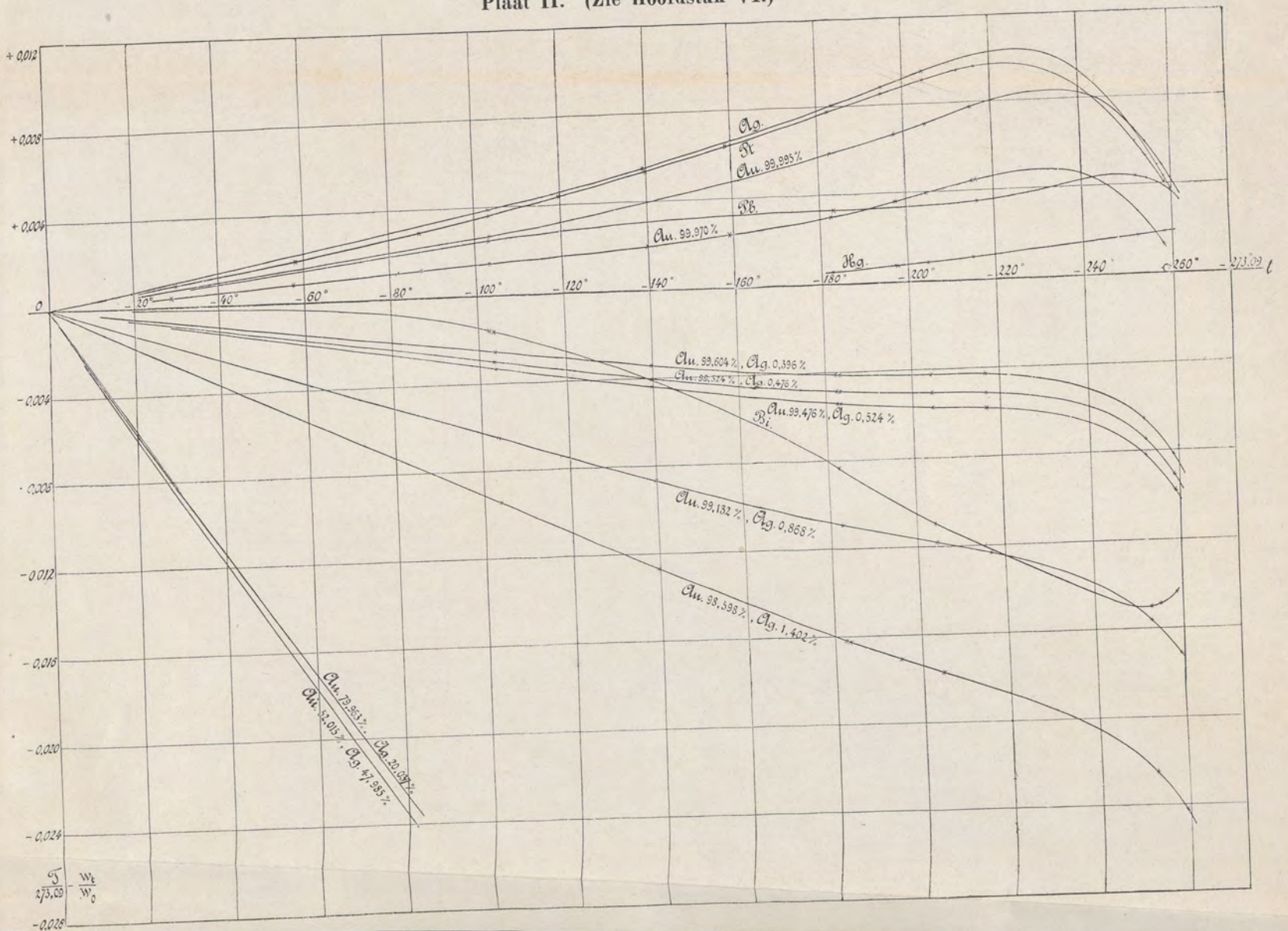




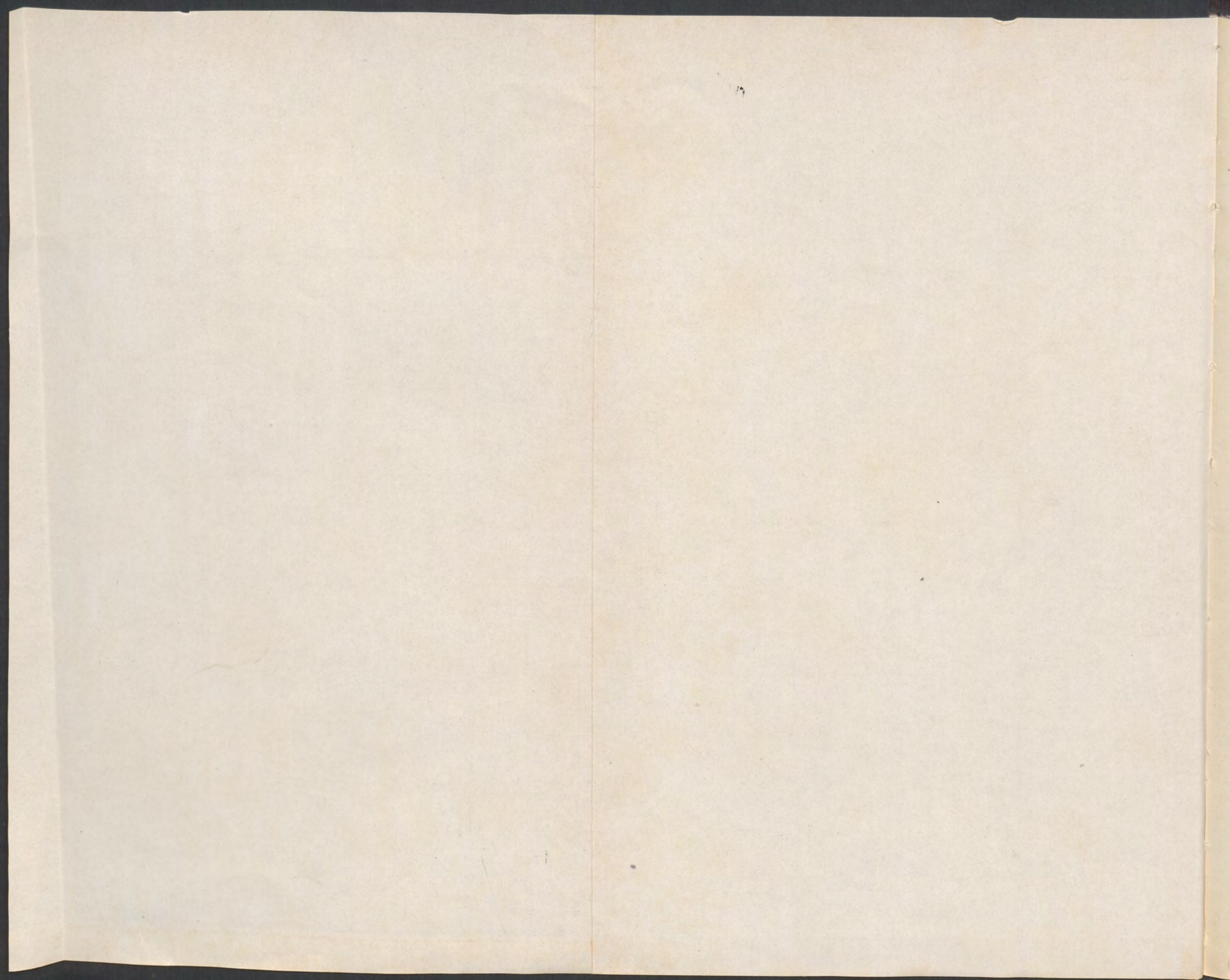




Plaat II. (Zie Hoofdstuk VI.)









STELLINGEN.

ST. LOUIS, MO.



# STELLINGEN

---

## I.

Bij onderzoekingen bij lage temperaturen is voor de regeling der temperaturen de weerstandsthermometer het meest geschikte instrument.

## II.

De verandering, die de weerstand van een metaal bij daling der temperatuur tot in het gebied der vloeibare waterstof ondergaat, is een scherp kenmerk voor de zuiverheid van dat metaal.

## III.

Voor eenige vaste stoffen gaat de kwadratische uitzettingsformule die boven  $0^{\circ}$  C. geldt, daar beneden niet door.

## IV.

Van de tot dusverre bekende thermokoppels, is de combinatie goud-zilver het meest geschikt ter bepaling van temperaturen van vloeibare waterstof en daar beneden.

## V.

De theorie van R a y l e i g h en L i e b e n o w omtrent den thermoëlectrischen oorsprong van den additieven weerstand (vergl. hoofdstuk V, § 5) van binaire legeringen, is onjuist.

## VI.

Voor het temperatuuronderzoek der zee is de weerstandsthermometer het aangewezen instrument.

## VII.

Ten onrechte meent J. J. Thomson, dat de stralingsproeven van Hagen en Rubens (Ann. d. Phys., Bd. 11, pag. 873) de theorie van de vrije electronen-beweging bij galvanische geleiding doen vallen (Electrician, 15 Maart 1907).

## VIII.

Het verschil van de uitkomsten, omtrent de verhouding van het warmte- en electriciteitsgeleidingsvermogen, van Lorentz met die van Drude en met de proeven van Jaeger en Diesselhorst kan, behalve in de verschillende berekening, voor een deel in 't verschil van opvatting omtrent het warmtegeleidingsvermogen gelegen zijn.



## IX.

Een scherpe knik in de lijn, die het electriciteitsgeleidingsvermogen als een functie van het gehalte der componenten van een legering voorstelt, is voor het bestaan van een chemische verbinding niet, zooals Guertler aanneemt, een noodzakelijk kenmerk. (Jahrb. d. Rad. u. Electr. V, blz. 65, 1908).

## X.

Het is verkeerd de donkere energie-straling, stralende warmte te noemen.

## XI.

Het betoog dat Boltzmann geeft voor de even groote waarschijnlijkheid van botsingen en omgekeerde botsingen, is onvoldoende. (Vorl. u. Gastheorie, blz. 42 en vgg.).

## XII.

In zijn „Thermodynamik” volgt Planck een methode, tegengesteld aan die hij zegt te volgen (Inl. blz. 5).

## XIII.

In de natuur bestaan geen atomen. Niettemin zijn de atoomtheorieën logisch te rechtvaardigen.

## XIV.

Het dynamisch atomisme heeft het nadeel dat het eenzijdigen nadruk legt op het werkzame in de natuurverschijnselen.

## XV.

De zwaarte is de fundamenteele eigenschap der materie, die niet uit specifieke natuurverschijnselen kan worden verklaard.

## XVI.

De bepaling van de raaklijn aan een kromme lijn, van Joachimsthal (Anw. v. Diff. u. Integr. etc. blz. 13), geeft aanleiding tot verkeerde gevolgtrekkingen.

## XVII.

Er moet een scherp onderscheid gemaakt worden tusschen de ruimte als natuurkategorie en de ruimte van  $n$ -dimensionale uitgebreidheid.

## XVIII.

Een gebrek aan het systeem der axioma's van Hilbert (Grundlagen der Geometrie) is, dat geen bepaling van de elementen: punt, lijn en vlak wordt gegeven.



## XIX.

Bij meetkundige omschrijving der congruentie heeft men van beweging af te zien.

## XX.

De definitie van het wiskundig oneindige van Cauchy (Cours. d. Analyse. blz. 4 en 26) is onvoldoende.

## XXI.

Ten onrechte meent Russell, dat de definities van het wiskundig continuum en het wiskundig oneindige geen tegenstrijdigheid bevatten (Princ. of Math. Hoofdst. 42 en 43).

## XXII.

In de mechanica moet geen absoluut vast coördinatenstelsel worden aangenomen.

## XXIII.

Van positivistisch-natuurwetenschappelijken kant mag de natuur chaotisch heeten.

## XXIV.

Het absolute doel der natuur is de geest.

---

181

182

The first part of the manuscript is devoted to a description of the various species of plants and animals which were collected during the expedition.

183

The second part of the manuscript contains a list of the names of the various species of plants and animals which were collected during the expedition.

184

The third part of the manuscript contains a list of the names of the various species of plants and animals which were collected during the expedition.

185

The fourth part of the manuscript contains a list of the names of the various species of plants and animals which were collected during the expedition.

186

The fifth part of the manuscript contains a list of the names of the various species of plants and animals which were collected during the expedition.

187

The sixth part of the manuscript contains a list of the names of the various species of plants and animals which were collected during the expedition.



