

TRANSPORTVERSCHIJNSELEN IN VLOEIBAAR HELIUM II



J. H. MELLINK

BIBLIOTHEEK
GORLAEUS LABORATORIA

Postbus 9502

2300 RA LEIDEN

Tel.: 071 - 527 43 66 / 67

Universiteit Leiden



1 481 220 5

22 SEP. 1948



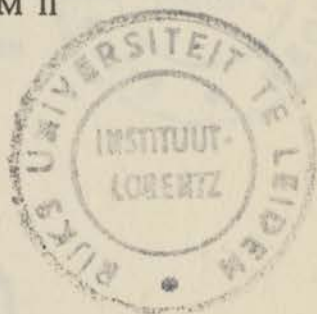
TRANSPORTVERSCHIJNSELEN IN VLOEIBAAR HELIUM II

PROEFSCHEIDT, TER VERLEGING VAN DE GRADUS
VAN DOCTOR IN DE WIL EN NATUURKUNDE AAN
DE UNIVERSITEIT TE LEIDEN, OP GEBIED VAN
DE WETENSCHAPPELIJKE AFD. VAN DE FYSICA,
AANGEGANGEN IN DE FACULTEIT DER RECHTEN
GEWELDEN IN HET OPPERBAAR TE VERLEGINGEN
OP WOENSDAG 22 SEPTEMBER 1948

1948

TRANSPORTVERSCHIJNSELEN IN VLOEIBAAR HELIUM II

GEDRUKT TE HAARLEM

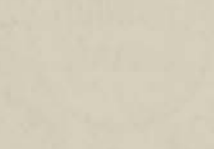


kast dissertaties



LIBRARY OF THE
BOSTON PUBLIC LIBRARY
1822

ALBANY, N. Y.
JANUARY 1884



ALBANY, N. Y.

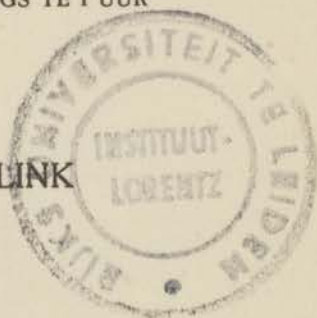
TRANSPORTVERSCHIJNSELEN IN VLOEIBAAR HELIUM II

PROEFSCHRIFT TER VERKRIJGING VAN DE GRAAD
VAN DOCTOR IN DE WIS- EN NATUURKUNDE AAN
DE RIJSUNIVERSITEIT TE LEIDEN, OP GEZAG VAN
DEN RECTOR MAGNIFICUS, Mr J. C. VAN OVEN,
HOGLERAAR IN DE FACULTEIT DER RECHTS-
GELEERDHEID, IN HET OPENBAAR TE VERDEDIGEN
OP WOENSDAG 7 JULI 1948, DES MIDDAGS TE 1 UUR

DOOR

JOHAN HENDRIK MELLINK

GEBOREN TE HAARLEM



Drukkerij „LICTOR ET EMERGO“ — LEIDEN

TRANSPORTVERSCHIJNSELN IN VLOEIBAAR HELLIUM II

PROEFSCHEFT DER VERBODING VAN DE GRAAD
VAN MOONEN IN DE WET VAN NATHURWONDE AAN
DE RIJKSUNIVERSITEIT TE LEIDEN. DE GRAAD VAN
DEN RECTOR MAGNIFICUS M. A. VAN OYER,
HOOGLERAAR IN DE FACULTEIT DER RECHT-
GELEERDHEID IN HET OVEREENKOMSTIGE VERBODEN
OP WOENSDAG 7 JULI 1904 DES MIDDAGS TE 1 OOR

KNOR



JOHAN HENDRIK
DEBBERN



VERBODING VAN DE GRAAD VAN MOONEN IN DE WET VAN NATHURWONDE AAN DE RIJKSUNIVERSITEIT TE LEIDEN

Productor: Prof. Dr. W. J. DE HAAS

AAN MIJN OUDERS



FOR MORE INFORMATION

Promotor: Prof. Dr. W. J. DE HAAS

INLEIDING.

Als gevolg van het feit, dat helium het edelgas met het kleinste atoomgewicht is, zijn de wisselwerkingskrachten tussen de heliumatomen onderling buitengewoon klein. Daardoor is het te begrijpen, dat de kritische temperatuur en het normale kookpunt van helium zeer laag, resp. bij $5,20^\circ$ en $4,22^\circ$ K, liggen. Bij $5,20^\circ$ K zijn alle andere stoffen reeds vast, zodat helium de enige stof is, die beneden deze temperatuur vloeibaar kan zijn. Daar allerlei quantummechanische effecten een des te belangrijkere rol gaan spelen, naarmate de temperatuur lager is (men denke bijv. aan de wijze, waarop de soortelijke warmte van vaste stoffen van de temperatuur afhangt), is het te verwachten, dat deze ook de eigenschappen van vloeibaar helium sterk zullen beïnvloeden. Het is dus niet zo heel erg verwonderlijk, dat juist dit vloeibare helium zich in verschillende opzichten van alle andere bekende vloeistoffen onderscheidt door een zeer merkwaardig gedrag.

Enkele opmerkelijke eigenschappen zijn:

a. *Vloeibaar helium wordt bij afkoeling onder de druk van de verzadigde damp niet vast.* Men kan slechts een vaste phase verkrijgen door de vloeistof aan een druk van minstens 20 atmosferen te onderwerpen. Uit de wijze, waarop de druk, die men op de vloeistof moet uitoefenen, om haar te doen stollen, van de temperatuur afhangt^{2) 3)}, kan men met zeer grote waarschijnlijkheid concluderen:

1. Onder de druk van de verzadigde damp blijft helium vloeibaar tot bij het absolute nulpunt.
2. De entropie S van vloeibaar helium bij het absolute nulpunt is gelijk aan nul (in overeenstemming met het theorema van NERNST: bij het absolute nulpunt heeft ieder gecondenseerd systeem een entropie gelijk aan nul).

b. In vergelijking met andere vloeistoffen is de *dichtheid van vloeibaar helium buitengewoon klein*.¹⁾ Als men de atomen in de vloeistof volgens een of ander kristalrooster zou rangschikken, dan zou dit rooster — als men het in overeenstemming met de experimenteel gevonden dichtheid zou maken — zó wijd zijn, dat een heliumatoom door de openingen in dat rooster zou kunnen passeren.

c. *De compressibiliteit van vloeibaar helium is opvallend groot*⁴⁾, d.w.z. is bijv. ongeveer 4 maal zo groot als de compressibiliteit van vloeibare waterstof bij het kookpunt.

d. Het verloop van de soortelijke warmte van vloeibaar helium als functie van de temperatuur is zeer merkwaardig¹⁾. In fig. 1 (ontleend aan metingen van Prof. Keesom en mej. Keesom^{5) 6)}) is weergegeven, hoe de soortelijke warmte onder de druk van de verzadigde damp (c_{sat}) van de temperatuur T afhangt: het blijkt, dat bij 2,19°K een anomalie optreedt en dat beneden deze temperatuur de c_{sat} in eerste benadering evenredig is met T^6 . Naar de gelijkenis van de soortelijke warmte-temperatuur-kromme met de Griekse letter λ kreeg de temperatuur 2,19°K de naam van λ -punt. De verschillen tussen de eigenschappen der vloeistof boven het λ -punt enerzijds en die beneden het λ -punt anderzijds zijn zó groot, dat men van twee verschillende vloeistof toestanden kan spreken. De overgangstemperatuur van de éne vloeistof toestand naar de andere hangt nog af van de druk: hoe hoger de druk is, des te lager ligt deze temperatuur¹⁾. Vloeibaar helium boven de overgangstemperatuur heet „vloeibaar helium I”, terwijl men het beneden de overgangstemperatuur „vloeibaar helium II” noemt.

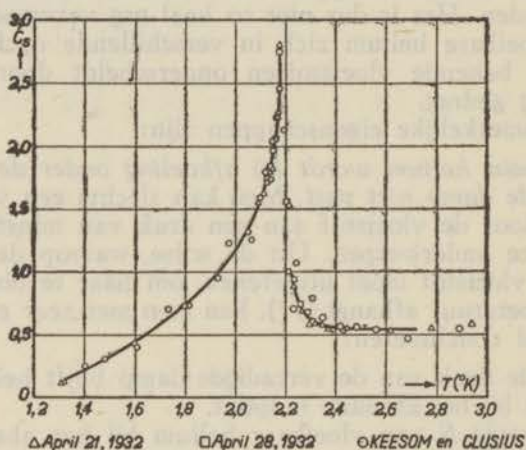


Fig. 1. Soortelijke warmte van vloeibaar helium onder de druk van de verzadigde damp.

De overgang van helium I naar helium II is een thermodynamische fasenovergang van de tweede orde volgens Ehrenfest⁷⁾. Zo treedt er bijv. bij deze overgang geen latente warmte of volumenverandering op, wel echter een sprong in de soortelijke warmte (zie fig. 1) en in de uitzettingscoëfficiënt (de uitzettingscoëfficiënt van helium I is positief, van helium II daarentegen negatief en zeer klein).

Hoewel de hierboven genoemde thermodynamische eigenschappen van vloeibaar helium al zeer opvallend zijn, worden ze toch geheel overschaduwed door de merkwaardigheden, die bij de transportverschijnselen, zoals warmtegeleiding, viscositeit, enz.,

optreden. Wat deze transportverschijnselen betreft, blijkt helium I zich als een vrij „normale” vloeistof te gedragen. De warmtegeleiding van helium I vertoont, voor zo ver bekend, niets abnormaals. Evenmin is de grootteorde van de viscositeit van helium I abnormaal; in tegenstelling echter met alle andere vloeistoffen, waarvoor de coëfficiënt van viscositeit η met stijgende temperatuur afneemt, neemt voor helium I de η met stijgende temperatuur toe^{8) 9)}. Daarentegen is het gedrag van helium II zeer abnormaal; niet alleen is de warmtegeleiding buitengewoon groot en de viscositeit zeer klein, maar ook treden thermomechanische effecten, zoals fonteineffect en mechanocalorisch effect, op, terwijl op de wanden van een vat, waarin zich helium II bevindt, steeds een laag van ongeveer 10^{-6} cm dikte, de „heli-film”, aanwezig is¹⁾.

Dit proefschrift is geheel gewijd aan het onderzoek van enkele transportverschijnselen in helium II; in hoofdstuk I zal een overzicht gegeven worden van datgene, wat bij het begin van dit onderzoek reeds over de transportverschijnselen in helium II bekend was. In de volgende 3 hoofdstukken worden dan metingen aan fonteineffect, warmtegeleiding, mechanocalorisch effect en viscositeit van helium II, die gedurende de jaren 1943 t/m 1946 in het Kamerlingh Onnes-laboratorium verricht zijn, behandeld.

Verskillende theorieën zijn opgesteld, om het uitzonderlijke gedrag van helium II te verklaren¹⁾. Hoewel geen dezer theorieën tot dusverre een bevredigende verklaring heeft kunnen geven voor alle verschijnselen, die bij helium II gevonden zijn, bezitten enkele dezer theorieën toch zeer aantrekkelijke elementen. In hoofdstuk V zal getracht worden, om de beschouwingen van Landau¹⁰⁾ en Tisza^{11) 12)} te toetsen aan de in de hoofdstukken I t/m IV behandelde verschijnselen, alsmede aan de experimenten, die sinds het begin van dit onderzoek elders verricht zijn.

HOOFDSTUK I.

Overzicht over datgene, wat bij het begin van ons onderzoek over de transportverschijnselen in Helium II bekend was.

§ 1. Warmtegeleiding.

In het algemeen zal de hoeveelheid energie I , die per tijdseenheid in de lengterichting door een staaf of draad met lengte l en loodrechte doorsnede O van een willekeurige stof — hetzij vast, vloeibaar of gasvormig — waarvan de uiteinden resp. de temperaturen $T + \frac{1}{2}\Delta T$ en $T - \frac{1}{2}\Delta T$ hebben, stroomt, recht evenredig met de doorsnede O en het temperatuurverschil ΔT aan de uiteinden (mits ΔT klein is t.o.v. T) en omgekeerd evenredig met de lengte l zijn. Men kan dit als volgt in formule brengen:

$$I = \lambda \frac{O \cdot \Delta T}{l}, \quad (1)$$

waarin de evenredigheidsfactor λ , de warmtegeleidingscoëfficiënt, in het algemeen nog van de temperatuur en van de keuze der eenheden afhangt. Voert men de warmtestroomdichtheid φ (d.i. de hoeveelheid energie, die per tijdseenheid door de oppervlakte-eenheid van doorsnede stroomt) en de temperatuurgradiënt $\frac{dT}{dx}$ in, dan gaat formule (1) over in:

$$\lambda = \frac{\varphi}{dT/dx}. \quad (2)$$

Voor alle stoffen is het nu mogelijk een warmtegeleidingscoëfficiënt λ te definiëren; voor helium II ontstaan evenwel moeilijkheden, zoals uit het vervolg blijken zal.

Tijdens hun metingen over de soortelijke warmte van vloeibaar helium namen Prof. Keesom en mej. Keesom⁶⁾ verschijnselen waar, die er duidelijk op wezen, dat de warmtegeleiding van helium II veel groter moest zijn dan die van helium I. Omstreeks dezelfde tijd kwam Rollin¹³⁾ tot dezelfde conclusie.

Naar aanleiding hiervan begonnen Prof. Keesom en mej. Keesom¹⁴⁾ de warmtegeleiding van vloeibaar helium te onderzoeken. Ze vermelden slechts één resultaat van hun metingen in helium I, nl. bij $T = 3,3^\circ\text{K}$ is

$$\lambda = 6 \times 10^{-5} \text{ cal/graad. cm. sec.},$$

een waarde, die van dezelfde orde van grootte is als die van de

warmtegeleidingscoëfficiënt van gassen bij gewone temperaturen. Bij de eerste warmtegeleidingsmetingen aan helium II vonden de genoemde onderzoekers waarden voor λ tot ongeveer 190 cal/graad. cm. sec., d.w.z. ongeveer 200 maal zo groot als voor koper bij kamertemperatuur. Vloeibaar helium II is dus verreweg de beste warmtegeleider, die bekend is. Het feit, dat de warmtegeleiding van helium II ongeveer 3×10^6 maal zo groot is als die van helium I, wijst er op, dat bij de λ -overgang wel iets bijzonders moet gebeuren. De goede warmtegeleiders, die tot dusverre bekend waren, nl. de metalen, zijn tevens goede electriciteitsgeleiders. Uit proeven van Wolfke en Keesom¹⁵⁾ is echter gebleken, dat helium II de electriciteit zeer slecht geleidt.

Alien, Peierls en Uddin¹⁶⁾ vonden, dat de verhouding tussen φ en dT/dx in helium II geen constante is, maar van de temperatuurgradiënt afhangt. Dit resultaat werd bevestigd door Prof. Keesom, mej. Keesom en Saris¹⁷⁾. Deze onderzoekers vermeldden bovendien, dat ze bij dit onderzoek waarden tot 810 cal/graad. cm. sec., d.w.z. 800 maal zo groot als voor koper bij kamertemperatuur, voor λ gevonden hebben.

Naar aanleiding van bovengenoemde experimenten werd de warmtegeleiding van helium II onder de druk van zijn verzadigde damp als functie van de temperatuur en de temperatuurgradiënt systematisch onderzocht door Keesom en Saris¹⁸⁾ en door Keesom, Saris en Meyer¹⁹⁾. Bij de laatstgenoemde metingen heeft men getracht, het werkelijke verband tussen φ en dT/dx te bepalen en bovendien te vinden, hoe φ bij constante dT/dx nog van de temperatuur afhangt.

Deze metingen werden uitgevoerd met capillairen van verschillende afmetingen: de diameters van de wijdeste en nauwste capillairen bedroegen resp. 1,57 en 0,32 mm, terwijl de grootste en kleinste lengten resp. 35,5 en 1,8 cm waren. De resultaten kunnen als volgt worden samengevat:

a. Temperatuurgebied tussen $1,0^\circ$ en $1,6^\circ$ K. Hier geldt bij benadering de volgende empirische formule:

$$\varphi = 0,623 T^5 \left(\frac{dT}{dx} \right)^{1/3} \text{ Watt/cm}^2 \quad (3)$$

d.w.z.:

1. Bij constante T en dT/dx is de warmtestroom evenredig met de doorsnede van de capillair (dit is echter voor de wijdere capillairen reeds een weinig onder $1,6^\circ$ K niet streng meer waar).
2. De warmtegeleiding is onafhankelijk van de lengte van de capillair, hetgeen overigens ook tussen $1,6^\circ$ K en het λ -punt juist blijft.
3. Wil men een warmtegeleidingscoëfficiënt definiëren, dan zou deze zijn:

$$\lambda = 0,623 T^5 \left(\frac{dT}{dx} \right)^{-2/3} \quad (4)$$

(m.a.w. λ zou oneindig groot worden als dT/dx tot 0 nadert, wat zeer onwaarschijnlijk is).

b. Temperatuurgebied tussen $1,6^\circ \text{K}$ en het λ -punt. Hier zijn de verschijnselen nog ingewikkelder dan onder a, nl.:

1. De warmtestroom is nu niet meer evenredig met de doorsnede O van de capillair, zodat φ nu ook een functie van O geworden is: voor constante waarden van dT/dx en T neemt φ af, als O toeneemt.
2. Hoewel het verband tussen φ en dT/dx bij constante temperatuur veel gelijkt op de beneden $1,6^\circ \text{K}$ gevonden verschijnselen, is het niet mogelijk meer, dit verband door een derde-machtswortelfunctie te beschrijven.
3. Als functie van de temperatuur beschouwd heeft de warmtestroomdichtheid bij constante temperatuurgradiënt een maximum voor alle waarden van dT/dx bij $1,92^\circ \text{K}$; boven deze temperatuur neemt φ zeer snel af bij nadering tot het λ -punt.

Reeds Keesom, Saris en Meyer¹⁹⁾ vonden dus, dat de warmtegeleiding van helium II afhankelijk is van de afmetingen van de capillair, waarin het zich bevindt. Zeer sterk kwam dit verschijnsel echter pas tot zijn recht in de metingen van Allen en Reekie²⁰⁾, die de warmtegeleiding van helium II in een met amarilpoeder gevulde buis bepaalden. Het gedeelte van de buis, dat met poeder gevuld was, was 2,5 cm lang en had een diameter van 4 mm. Uit de afmetingen van de poederdeeltjes werd de diameter van de kanalen, die er tussen deze deeltjes waren, op ongeveer 0,01 mm geschat. Hun resultaten waren:

a. Bij lage temperaturen, d.w.z. in de buurt van $1,2^\circ \text{K}$, is de warmtestroom, die door de buis gaat, recht evenredig met het temperatuurverschil aan de uiteinden.

b. Voor temperaturen hoger dan ongeveer $1,4^\circ \text{K}$ bestaat er geen evenredigheid meer tussen warmtestroom en temperatuurverschil.

c. Als functie van de temperatuur beschouwd vertoont de warmtestroom bij constante temperatuurgradiënt een maximum bij $2,0^\circ \text{K}$. De waarde van de warmtegeleiding bij dit maximum is ongeveer 70 maal zo groot als die bij $1,15^\circ \text{K}$, terwijl Keesom, Saris en Meyer¹⁹⁾ de waarde 10 voor dit verhoudingsgetal gevonden hebben. Tussen $1,1^\circ$ en $1,8^\circ \text{K}$ neemt de warmtegeleiding dan ook zeer sterk — in grove benadering evenredig met T^3 *) — toe.

*) In dit proefschrift vermelden we verscheidene malen, dat de warmtegeleiding in een zeker temperatuurgebied in grove benadering evenredig is met een of

d. Hoewel het moeilijk is, uit deze metingen een absolute waarde af te leiden voor de warmtegeleiding van helium II, schatten Allen en Reekie toch, dat het warmtegeleidingsvermogen in dit geval ongeveer 100 maal zo klein is als dat, wat Keesom, Saris en Meyer vonden in de bovengenoemde capillairen.

Het grote verschil tussen de resultaten van Keesom, Saris en Meyer enerzijds en die van Allen en Reekie anderzijds heeft er toe geleid, dat Keesom en Duyckaerts²¹⁾ systematische onderzoeken over de warmtegeleiding gedaan hebben in capillairen van zeer verschillende afmetingen. Eerst maten ze de warmtegeleiding in een capillair met een diameter van 0,095 mm en een lengte van 33,1 mm; de resultaten hiervan kwamen overeen met die van Keesom, Saris en Meyer voor wijdere capillairen. Teneinde metingen bij nauwere afmetingen mogelijk te maken, werd een nieuw toestel*) gebouwd, waarbij de capillair vervangen was door een rotatie-symmetrische spleet, waarvan de breedte regelbaar was en de lengte enige millimeters bedroeg. Achtereenvolgens werd gemeten bij spleetbreedten van 0,75 μ ; 1,15 μ ; ongeveer 1,5 μ ; 9,3 μ ; en 19 μ . De resultaten hiervan waren:

a. *Gebied van nauwe spleten* (d.w.z. 0,75; 1,15 en ongeveer 1,5 μ). De warmtestroom is voor bijna alle temperaturen recht evenredig met het temperatuurverschil aan de uiteinden; alleen voor temperaturen tussen 2,1° en het λ -punt houdt deze evenredigheid op te bestaan en treedt een verschijnsel op, dat analoog is aan wat bij metingen in wijdere capillairen gevonden wordt (zie fig. 2). De warmtegeleiding neemt beneden 2,0° K zeer snel met de temperatuur toe (beneden 1,8° K is de warmtegeleiding in grove benadering evenredig met T^{11}) en vertoont een maximum in de buurt van 2,1° K. De absolute waarde van de warmtegeleiding in deze nauwe spleten is veel kleiner dan die in wijdere capillairen, wat wellicht althans ten dele te verwachten was naar aanleiding van experimenten van De Haas en Biermasz⁴²⁾.

Bij de metingen met de spleet van 0,75 μ breedte werd merkmaken een zeer merkwaardig verschijnsel opgemerkt. Het bleek, dat soms bij één warmtestroom I , mits niet te groot, twee waarden voor ΔT mogelijk waren, nl. één waarde, die overeenkwam met het lineaire verband, dat tussen I en ΔT bestond, en een andere waarde, waarbij ΔT praktisch gelijk aan nul was. Deze laatste „abnormale” waarde, die overeen zou komen met een zeer groot warmtegeleidingsvermogen, bleek metastabiel te zijn,

andere macht van T . We hebben dit alleen gedaan om aan te geven in welke mate de warmtegeleiding met T toeneemt. Daarom moet men niet al te veel fysische betekenis toekennen aan de opgegeven exponenten van T .

*) Zie voor de beschrijving van dit toestel hoofdstuk II.

d.w.z. iets dergelijks werd meermalen gevonden gedurende de eerste metingen bij een bepaalde temperatuur; zodra echter een „normale” waarde voor ΔT bij die temperatuur bereikt was, werd de „abnormale” waarde niet meer teruggevonden.

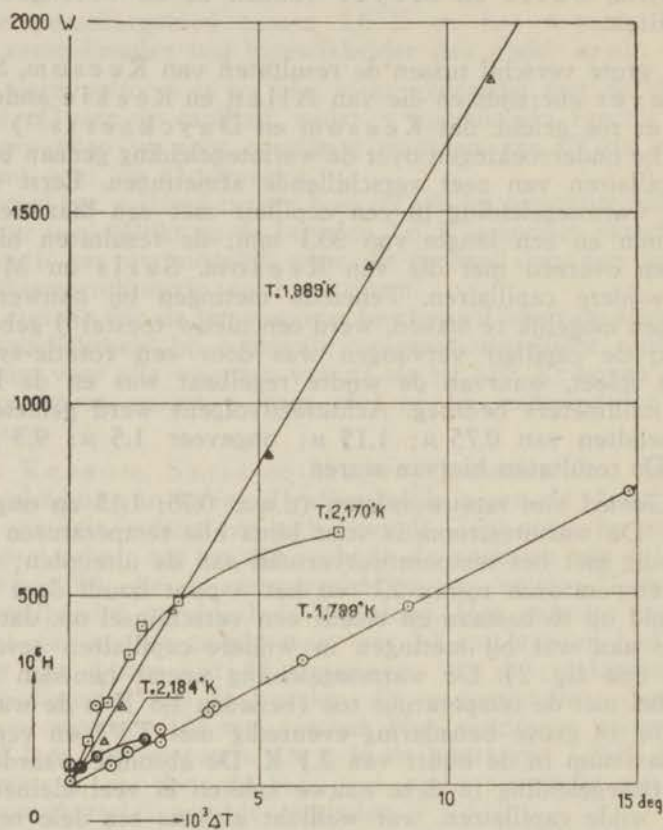


Fig. 2. Warmtestroom als functie van het temperatuurverschil bij constante badtemperaturen. Spleetwijdte: $1,15 \mu$.

b. Gebied van wijde spleten. (d.w.z. ongeveer 19μ en wijder). Hier gelijken de verschijnselen al zeer veel op wat gevonden is in wijde capillairen. Voor geen enkele temperatuur is de warmtestroom evenredig meer met het temperatuurverschil (behalve misschien voor de laagste temperaturen, mits de temperatuurverschillen klein zijn); het maximum in de warmtegeleiding ligt in de buurt van $1,9^\circ \text{K}$, terwijl beneden $1,8^\circ \text{K}$ de warmtestroom bij constant temperatuurverschil in grove benadering evenredig is met T^6 en bovendien de absolute waarde van de warmtegeleiding ongeveer hetzelfde is als die in wijde capillairen.

c. *Het intermediaire gebied van spleetwijdten.* Hier zijn de verschijnselen zeer ingewikkeld. Voor de spleet van $9,3\mu$ was de situatie als volgt:

1. Voor temperaturen lager dan $1,5^\circ\text{K}$ is de warmtestroom evenredig met het temperatuurverschil ΔT aan de uiteinden.
2. Voor wat hogere temperaturen is de warmtestroom alleen evenredig met ΔT , mits ΔT klein is.
3. Voor nog hogere temperaturen verdwijnt deze evenredigheid vrijwel geheel.
4. De plaats van het maximum in de warmtegeleiding is nog afhankelijk van ΔT , d.w.z. het maximum verschuift naar lagere temperatuur, als ΔT toeneemt (vgl. fig. 10, waarin de warmtestroom als functie van de temperatuur staat uitgezet bij verschillende waarden van het temperatuurverschil volgens de in hoofdstuk III te bespreken metingen bij een spleetwijdte van $10,5\mu$). Beneden $1,8^\circ\text{K}$ is de warmtestroom bij constante ΔT in grove benadering evenredig met $T^{1,3}$. Bovendien is de absolute waarde van de warmtegeleiding veel kleiner dan die in wijde capillairen, vooral bij de lagere temperaturen.

Door de metingen van Keesom en Duyckaerts²¹⁾ was dus de tegenstelling tussen de resultaten van Keesom, Saris en Meyer¹⁹⁾ en die van Allen en Reekie²⁰⁾ overbrugd.

Terwille van de volledigheid vermelden we nog de volgende metingen:

a. Allen en Ganz²²⁾ onderzochten de invloed van de druk op de warmtegeleiding van helium II in een nieuwzilveren capillair met een lengte van 100 cm en een inwendige diameter van 0,20 mm. Ze vonden, dat de warmtegeleiding beneden $1,63^\circ\text{K}$ een weinig met de druk toeneemt, terwijl deze boven $1,63^\circ\text{K}$ zeer sterk met de druk afneemt (dit laatste verschijnsel is begrijpelijk, daar de overgang helium II — helium I bij een lagere temperatuur plaatsvindt, als de druk verhoogd wordt (zie inleiding, blz. 2)).

b. Zowel Kuerti en Simon²³⁾ als De Klerk²⁴⁾ hebben enige metingen over de warmtegeleiding van helium II in wijde capillairen bij temperaturen onder $1,0^\circ\text{K}$ verricht. Deze metingen komen, voor zover ze te overzien zijn, vrij redelijk met elkaar overeen en leiden tot waarden voor de warmtegeleiding, kleiner dan de waarden, die men verkrijgt door extrapolatie van formule (3) van Keesom, Saris en Meyer¹⁹⁾.

§ 2. Fonteineffect.

Verbindt men twee gedeeltelijk met helium II gevulde en van boven afgesloten vaten, die op verschillende temperatuur gehouden worden, door een nauwe capillair, dan blijkt vloeistof

van het koudere naar het warmere vat te stromen, totdat een zeker hoogteverschil bereikt is, dat aan een stationnaire toestand beantwoordt. Dit hoogteverschil — gecorrigeerd voor het effect, veroorzaakt door het dampspanningsverschil in de twee vaten — wordt het fonteineffect genoemd.

Allen en Jones²⁵⁾ hebben het fonteineffect ontdekt gedurende experimenten over de warmtegeleiding in helium II; bij hun eerste proeven was de capillair, waardoor de warmtestroom ging, tamelijk breed en vonden ze kleine waarden voor het fonteineffect. In samenwerking met Misener werden daarna experimenten met het in fig. 3 weergegeven toestel verricht: hierbij is de capillair vervangen door een met fijn amarilpoeder opgevulde glazen buis. Een temperatuurverschil tussen de uiteinden van deze buis werd verkregen door één dezer uiteinden met een lamp te bestralen. Het hoogteverschil der niveaus, dat hierdoor ontstond, was zo groot, dat de heliumvloeistof er aan de top van de capillair (zie het pijltje in fig. 3) met een der-

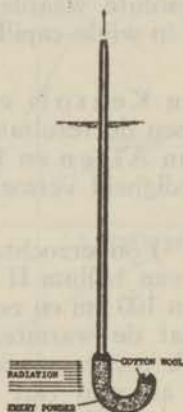


Fig. 3. Toestel, waarmee Allen en Reekie het experiment hebben uitgevoerd, waaraan het fonteineffect zijn naam te danken heeft.

gelijke snelheid uitspoot, dat de zo ontstane heliumstraal een hoogte van ongeveer 30 cm kon bereiken. Aan dit experiment heeft het fonteineffect zijn naam te danken.

Uit de hierboven beschreven experimenten was reeds gebleken, dat het fonteineffect des te groter wordt, naarmate men nauwere capillairen neemt. De eerste systematische metingen over het fonteineffect zijn verricht door Allen en Reekie²⁰⁾; deze bepalingen van het fonteineffect werden tegelijkertijd met hun warmtegeleidingsmetingen uitgevoerd, die reeds in § 1 van dit hoofdstuk besproken zijn. Hun resultaten waren:

a. Het fonteineffect is bij alle temperaturen recht evenredig met de warmtestroom; de evenredigheidsfactor is een

functie van de temperatuur en — zoals reeds boven is opgemerkt — van de breedte der kanalen. Dit brengt onmiddellijk met zich mee, dat het fonteineffect op volkomen analoge wijze van het temperatuurverschil ΔT aan de uiteinden afhangt als de warmtestroom.

b. Voor temperatuurverschillen van $0,00125^\circ$ en $0,0025^\circ$ vertoont het fonteineffect als functie van de temperatuur een maximum bij ongeveer $1,7^\circ \text{K}$.

Keesom en Duyckaerts²¹⁾ hadden hun toestel, waarbij de capillair vervangen was door een rotatie-symmetrische spleet (zie § 1 van dit hoofdstuk), zo gebouwd, dat het mogelijk was, hiermee tegelijkertijd de warmtegeleiding en het fonteineffect te meten. Door technische moeilijkheden — zie hoofdstuk II — mislukten hun pogingen, om het fonteineffect in nauwe spleten te meten. Daarentegen verkregen ze een paar resultaten bij een spleetbreedte van $9,3 \mu$, terwijl een volledige serie metingen van het fonteineffect verricht kon worden met een spleet van 19μ . Hun resultaten kunnen als volgt worden samengevat:

a. Voor alle temperaturen blijkt het fonteineffect recht evenredig met de warmtestroom te zijn, waarbij de evenredigheidsfactor nog een functie van de temperatuur is. Hieruit volgt weer, dat het fonteineffect bij constante temperatuur op dezelfde wijze van ΔT afhangt als de warmtestroom. Dit is in overeenstemming met de resultaten van Allen en Reekie (zie boven).

b. Bij een spleet van 19μ breedte vertoont het fonteineffect als functie van de temperatuur een maximum tussen $1,4^\circ$ en $1,7^\circ \text{K}$, mits ΔT constant en tevens kleiner dan $0,001$ graad is; als ΔT constant en groter dan $0,001$ graad is, neemt het fonteineffect met stijgende temperatuur vanaf $1,4^\circ$ tot het λ -punt steeds af. Uit latere metingen (zie hoofdstuk III en IV) volgt echter met grote waarschijnlijkheid, dat er in dit geval ook een maximum in de fonteineffect-temperatuurkromme, en wel bij een temperatuur lager dan $1,4^\circ \text{K}$, moet zijn.

Terwille van de volledigheid vermelden we nog, dat Allen en Reekie²⁶⁾ het fonteineffect in vrij wijde capillairen, nl. resp. met $0,85$ en $1,45$ mm diameter, gemeten hebben en daarbij vonden, dat het nu niet meer evenredig was met de warmtestroom. Volgens deze metingen zou het fonteineffect voor kleine waarden van de warmtestroom positief zijn, voor wat grotere waarden over een maximum gaan en tenslotte negatief worden (zie fig. 4). Allen en Reekie trachtten dit verschijnsel te verklaren, door aan te nemen, dat er, wanneer er warmte door de vloeistof stroomt, twee effecten werkzaam zijn, nl. een oppervlakte-effect, dat dezelfde richting als het fonteineffect in nauwe capillairen heeft, en een volume-effect van tegengestelde richting; hoe wijder de capillair is, des te belangrijker zou

dit volume-effect worden. Keesom en Duyckaerts hebben echter bij hun metingen van het fonteineffect in een spleet van 19μ wijde gevonden, dat het hoogteverschil tussen de helium-niveaux in de twee ruimten, die op verschillende temperatuur zijn, op analoge wijze van de warmtestroom afhangt als in fig. 4 is aangegeven. Brengt men echter correcties voor het dampspanningsverschil in beide ruimten aan, dan verkrijgt men het lineaire verband tussen fonteineffect en warmtestroom. Daarmee is het vraagpunt van het zogenaamde „negatieve fonteineffect” van Allen en Reekie opgehelderd, daar dit effect blijkbaar alleen op het feit berustte, dat ze geen correctie hadden aangebracht voor het dampspanningsverschil boven de beide helium-niveaux. In hun geval is deze correctie moeilijk te schatten, daar ze met open vaten geëxperimenteerd hebben.

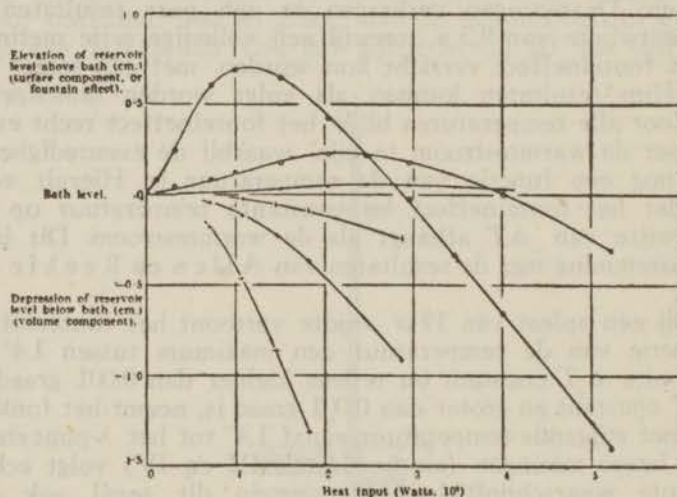


Fig. 4. Fonteineffect als functie van de warmtestroom in vrij wijde capillairen.

$$2r = 0,85 \text{ mm} \left\{ \begin{array}{l} T = 1,193^\circ \text{ K } \odot \\ T = 1,532^\circ \text{ K } \circ \\ T = 1,901^\circ \text{ K } \bullet \end{array} \right\}, \quad 2r = 1,45 \text{ mm} \left\{ \begin{array}{l} T = 1,179^\circ \text{ K } -\bullet- \\ T = 1,506^\circ \text{ K } + \\ T = 1,901^\circ \text{ K } \bullet \end{array} \right\}$$

Eén der theorieën, die is voorgesteld, om het gedrag van vloeibaar helium te kunnen begrijpen, is de door F. London²⁷⁾ opgestelde theorie der Bose-Einstein-condensatie. Hoewel in hoofdstuk V nader op deze theorie ingegaan zal worden, willen we toch hier reeds een gevolgtrekking hieruit beschouwen. Volgens deze theorie zou helium II een „mengsel” van twee „fasen” of „componenten” zijn, een „geëxciteerde fase” en een „gecondenseerde fase”. Tussen deze twee fasen zou een entropieverschil ΔS bestaan, dat practisch gelijk is aan de to-

tale entropie van de vloeistof. Verder zouden de „gecondenseerde” deeltjes veel gemakkelijker door een nauwe capillair of spleet kunnen gaan dan de „geëxciteerde” deeltjes; als de capillair of spleet dus voldoende nauw is, gedraagt deze zich als een semipermeabele wand, d.w.z. de „geëxciteerde” deeltjes worden tegengehouden, de „gecondenseerde” doorgelaten. Op grond van deze theorie leidde H. London²⁸⁾ — op analoge wijze, als W. Thomson²⁹⁾ thermodynamische betrekkingen voor thermoëlectrisch potentiaalverschil, Peltier-warmte en Thomson-warmte heeft afgeleid — de volgende formule voor het fonteinffect af:

$$\frac{dp}{dT} = \rho \cdot \Delta S, \quad (5)$$

waarin dp het fonteinfect, dat bij het temperatuurverschil dT behoort, ρ de dichtheid van vloeibaar helium en ΔS het entropieverschil per gram vloeistof tussen de beide „fasen” is. Uit H. London's afleiding blijkt, dat de door formule (5) gegeven waarde voor het fonteinfect een grenswaarde is, d.w.z. het fonteinfect is of daaraan gelijk of kleiner.

De tot dusver gevonden waarden voor het fonteinfect waren bijna allen veel lager dan wat volgens formule (5) verwacht werd; alleen de waarden, gevonden bij lage temperaturen en kleine temperatuurverschillen ΔT , komen in de buurt van de theoretische verwachtingen. Daar uit allerlei waarnemingen gebleken was, dat het fonteinfect sterk toeneemt, indien de afmetingen van capillairen of spleten vernauwd worden, was het interessant, het fonteinfect te gaan onderzoeken in nauwe spleten.

Metingen van het fonteinfect in spleten, nauwer dan 19μ , vormen dan ook een zeer voornaam gedeelte van de in dit proefschrift behandelde onderzoekingen. In hoofdstuk II worden het gebruikte toestel en de meetmethode toegelicht, waarna in hoofdstuk III metingen van fonteinfect en warmtegeleiding in spleten van $10,5$ en 5μ wijdte besproken zullen worden. In hoofdstuk IV worden de metingen behandeld, die verricht zijn, terwijl de spleet nauwer dan 1μ was; daar bij deze metingen als vanzelf ook gegevens over andere transportverschijnselen, zoals mechanocalorisch effect en viscositeit, te voorschijn kwamen, zullen de resultaten, die hierover bij het begin van dit onderzoek bekend waren, hieronder in het kort besproken worden.

§ 3. *Mechanocalorisch effect.*

Als twee gedeeltelijk met helium II gevulde vaten A en B, die op verschillende temperatuur — temperatuur in A hoger dan die in B — zijn, door een nauwe capillair of spleet verbonden

zijn, dan zal er vloeistof van B naar A stromen, als in de begintoestand de niveaus even hoog staan; dit is het hierboven besproken fonteineffect. Nauw hiermee verbonden is het mechanocalorisch effect: als vloeistof van het vat B naar het vat A stroomt, dan treedt afkoeling in A en verwarming in B op. Dit effect, dat reeds door Tisza³⁰⁾ op grond van de theorie der Bose-Einstein-condensatie (zie boven) voorspeld was, is het eerst waargenomen door Daunt en Mendelssohn³¹⁾. Hun toestel bestond uit een dubbelwandig vaatje, dat van boven gesloten was en van onderen een opening had, die opgevuld was door een prop fijn amarilpoeder; de temperatuur in dit vaatje kon met een weerstandsthermometer gemeten worden. Bij het begin van het experiment stond het vaatje in het omringende heliumbad, zodat het vloeistofniveau binnenin even hoog stond als dat van het bad. Werd het vaatje omhoog getrokken, dan liep de vloeistof er snel door de kanaaltjes tussen de poederdeeltjes uit en kwam in het bad terecht; de temperatuur in het vaatje bleek tijdens dit proces te stijgen. Als men het vaatje weer in het bad liet zakken, dan stroomde de vloeistof terug naar binnen en daalde daar de temperatuur.

H. L o n d o n²⁸⁾ leidde, tegelijk met formule (5) voor het fonteineffect, ook een formule voor het mechanocalorisch effect af:

$$Q = T \cdot \Delta S, \quad (6)$$

waarin Q de hoeveelheid warmte is, die in een vat A vrijkomt, resp. aan A onttrokken wordt, indien 1 gram vloeistof uit A wegstroomt, resp. A binnenstroomt, en ΔS dezelfde betekenis heeft als in formule (5). Uit de afleiding volgt, dat ook formule (6) betrekking heeft op een limietgeval: men moet verwachten, dat het mechanocalorisch effect in wijde capillairen veel kleiner is dan de door formule (6) gegeven theoretische waarde.

§ 4. De Heliumfilm.

Reeds in 1932 heeft Kamerlingh Onnes³²⁾ bij pogingen om zo laag mogelijke temperaturen te bereiken, waargenomen, dat, wanneer twee concentrische vaatjes tot verschillende hoogten met vloeibaar helium zijn gevuld, de niveaus daarin altijd na verloop van een betrekkelijk korte tijd op gelijke hoogte komen te staan. Vele jaren later vond Rollin¹³⁾ (vgl. ook³¹⁾), dat de verdamping van vloeibaar helium, dat zich in een vat, door een buis met warmere delen van het toestel verbonden, bevindt, abnormaal toeneemt, wanneer de temperatuur beneden het λ -punt komt. Hij verklaarde dit verschijnsel door aan te nemen, dat een vloeistoflaag — later de „Rollin-film” genoemd — zich dan op de wanden van het vat boven het vloeistofniveau bevindt, die een warmtecontact teweeg brengt tussen de vloeistof in het vat en de warmere delen van het toestel.

Daunt en Mendelssohn³³⁾ hebben enige proeven gedaan, die zeer goed verklaard konden worden door het bestaan van de Rollin-film aan te nemen; deze proeven zijn ten dele kleine wijzigingen van de proef van Kamerlingh Onnes³²⁾. Ze maakten gebruik van een bekertje, dat op en neer bewogen en desgewenst in een bad met helium II ondergedompeld kon worden. De volgende verschijnselen werden door hen waargenomen:

a. Als het bekertje leeg in het bad gedompeld werd, kwamen buiten- en binnenniveau na verloop van tijd even hoog te staan, niettegenstaande de rand van het bekertje zich steeds boven beide vloeistofniveaux bevond.

b. Werd daarna de stand van het bekertje veranderd, dan stelden buiten- en binnenniveau zich in de loop van enige tijd op gelijke hoogte in, waarmee het door Kamerlingh Onnes gevonden effect gereproduceerd was.

c. Als daarna het bekertje geheel uit de vloeistof getrokken werd, verdween de vloeistof daaruit met dezelfde snelheid, als waarmee de stroming plaatsvond, toen het bekertje zich nog gedeeltelijk in de vloeistof bevond. Hierbij werd waargenomen, dat aan de onderkant van het bekertje zich druppels vormden, die regelmatig in het bad vielen.

Naar aanleiding van deze experimenten hebben Daunt en Mendelssohn³⁴⁾ verschillende eigenschappen van de film systematisch onderzocht. Wat de stromingssnelheid — d.w.z. de hoeveelheid vloeistof, die per seconde door de film getransporteerd wordt — betreft, kunnen hun resultaten als volgt worden samengevat:

a. De stromingssnelheid is vrijwel onafhankelijk van het hoogteverschil der twee niveaux (volgens latere proeven van Strelkov³⁵⁾ is de stromingssnelheid bij zeer kleine hoogteverschillen, d.w.z. enkele millimeters, een monotoon toenemende functie van het hoogteverschil).

b. De stromingssnelheid is onafhankelijk van de hoogteverschillen tussen de rand van het bekertje enerzijds en de vloeistofniveaux anderzijds, mits beide hoogteverschillen méér dan 1 cm bedragen; staat echter één der vloeistofniveaux minder dan 1 cm onder de rand, dan neemt de stromingssnelheid toe, als dit hoogteverschil kleiner wordt.

c. De stromingssnelheid is recht evenredig met de kleinste omtrek, die zich boven beide niveaux bevindt.

d. De stromingssnelheid was bij deze experimenten weinig afhankelijk van de aard der onderlaag, waarover de film zich bewoog. Daar Daunt en Mendelssohn dit alleen voor koper en glas hebben onderzocht, is de bewering, dat deze snelheid steeds onafhankelijk van de onderlaag zal zijn, voorbarig.

e. Hoe de stromingssnelheid van de temperatuur afhangt, is in fig. 5 aangegeven; in deze figuur is nl. het vloeistoftransport (in cm^3/sec) per cm van de omtrek als functie van de temperatuur uitgezet.

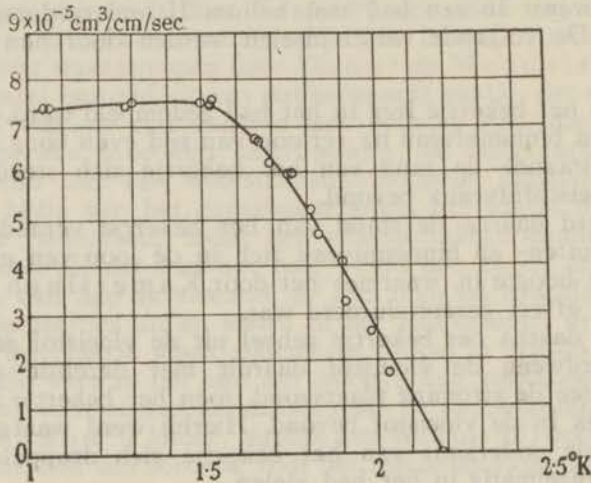


Fig. 5. Filmtransport per cm. van de omtrek als functie van de temperatuur.

Ook hebben Daunt en Mendelssohn³⁴⁾ de dikte van de film gemeten. Hiertoe werd de hoeveelheid helium bepaald, die zich als film op een bekend oppervlak bevond. Uit deze metingen volgde, dat de gemiddelde dikte ongeveer $3,5 \times 10^{-6}$ cm (d.w.z. enige honderden atoomdiameters) bedraagt, een waarde, die wat grootteorde betreft, goed overeenkomt met oudere metingen van Kikoin en Lasarev³⁶⁾. In een later verschenen artikel vermelden echter Kikoin en Lasarev³⁷⁾, dat men bij de vroegere Russische metingen van de filmdikte d niet alle vereiste correcties had aangebracht en dat nieuwere bepalingen waarden van $7 \text{ à } 8 \times 10^{-6}$ cm voor d hebben opgeleverd.

Bijl, De Boer en Michels³⁹⁾ hebben de filmstromingsproeven van Daunt en Mendelssohn als volgt geïnterpreteerd: als w de snelheid van de film (in cm/sec) is, dan is de hoeveelheid q (in cm^3), die per seconde over 1 cm van de omtrek getransporteerd wordt:

$$q = w \cdot d, \quad (7)$$

waarin d de dikte van de film is. Daar q onafhankelijk van het niveauverschil is, ligt het voor de hand, om aan te nemen, dat de beweging wrijvingsloos geschiedt, totdat w een zekere grenswaarde w_{max} bereikt. Nu is het zeer waarschijnlijk — ook al is deze hypothese nog nooit door een experiment bevestigd — dat

d een monotoon afnemende functie van de hoogte boven het niveau is, zodat d aan de rand van het bekertje zijn kleinste waarde zal hebben; w zal hier dus zijn grootste waarde bereiken, nl. w_{\max} . Daar q binnen wijde grenzen onafhankelijk is van de hoogteverschillen tussen de rand enerzijds en de vloeistofniveaux anderzijds, mag men wel aannemen, dat

$$w_{\max} \cdot d = \text{constant.} \quad (8)$$

Merkwaardigerwijze vindt men, wanneer men de experimenteel gevonden waarde voor q (bij temperaturen, niet te dicht bij het λ -punt) in (7) en (8) invult:

$$w_{\max} \propto \frac{0,75 \times 10^{-4}}{d} = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2\pi md}, \quad (9)$$

waarin m de massa van het heliumatoom en h de constante van Planck is.

Uit het voorgaande volgt, dat er bij filmstromingsverschijnselen een kritieke snelheid — die voor $d = 3,5 \times 10^{-6}$ cm bij $T = 1,5^\circ$ K ongeveer 20 cm/sec bedraagt — zou zijn, die — afgezien van zijn afhankelijkheid van de temperatuur — omgekeerd evenredig met de dikte van de laag zou zijn. Volgens onze opvatting is deze conclusie niet geheel gerechtvaardigd, daar formule (8) niet geldig meer is, als de bovenrand van het bekertje en één der vloeistofniveaux bijna dezelfde hoogte hebben, d.w.z. juist voor het geval, dat d waarschijnlijk een stuk groter dan 3×10^{-6} cm is.

Daunt en Mendelsohn³⁴⁾ hebben verder een experiment uitgevoerd, waaruit afgeleid kan worden, dat de warmtegeleiding van de film vrij slecht is. De oorzaak van de abnormale toename van de verdamping in een open vat, die Rollin ontdekt heeft, moet dan ook niet zozeer aan de grote warmtegeleiding van de film als wel aan zijn grote beweeglijkheid toegeschreven worden: komt de film nl. bij het langs de wand naar boven kruipen op plaatsen terecht, die warmer zijn, dan zal hij daar verdampen; tengevolge hiervan zal nieuwe filmvloeistof aangevoerd worden, die ook weer verdampt enz. enz.

Tenslotte vermelden we, dat Daunt en Mendelsohn³¹⁾ in de film nog een effect gevonden hebben, dat analoog aan het fonteineffect is: ze hadden in een bekertje, dat in het omringende heliumbad stond, een stookdraad aangebracht; lieten ze hierdoor stroom gaan, dan werd de temperatuur van de vloeistof in het bekertje iets hoger dan die in het omringende heliumbad. Er ontstond dan een stationnaire toestand, waarbij de beide niveaux zich niet meer op gelijke hoogte instelden, maar het binnenniveau hoger dan het andere kwam te staan. Ook Strelkov³⁵⁾ maakt er melding van, dit effect gevonden te hebben.

§ 5. *Viscositeit.*

Men heeft getracht de viscositeit van helium II volgens twee verschillende methoden te bepalen, nl:

- a. uit de demping der bewegingen van een zich in de vloeistof bevindende cylinder of schijf;
- b. uit de hoeveelheid vloeistof, die per tijdseenheid onder invloed van een drukverschil door een capillair stroomt.

a. Wilhelm, Misener en Clark⁴⁰⁾ hebben de demping der bewegingen van een zich in de vloeistof bevindende roterende cylinder waargenomen; daar het waarschijnlijk is, dat de beweging der vloeistof bij hun proeven dikwijls turbulent is geweest, gaan we hier niet verder op hun resultaten in. Later hebben Keesom en Macwood⁸⁾ en Keesom en Keesom⁹⁾ de viscositeit van vloeibaar helium bepaald uit de demping der bewegingen van een zich in de vloeistof bevindende roterende schijf; bij deze metingen werden speciale voorzorgen genomen, om turbulentie te vermijden. Ze vonden, dat zowel de viscositeit van helium II als die van helium I met de temperatuur toeneemt; dit is een zeer merkwaardig resultaat, daar voor normale vloeistoffen de viscositeit met stijgende temperatuur afneemt. De viscositeit van helium I neemt betrekkelijk weinig, die van helium II echter sterk met de temperatuur toe, bijv. voor $T = 1,3^\circ \text{K}$ is η ongeveer 2×10^{-6} poise, terwijl η voor $T = 2,1^\circ \text{K}$ reeds ongeveer 15×10^{-6} poise bedraagt.

b. De stromingsverschijnselen in capillairen zijn zeer gecompliceerd. Voor een volledig verslag hierover verwijzen we naar blz. 267 t/m 282 van¹⁾. Hier worden alleen enkele uitkomsten van de door Allen en Misener⁴¹⁾ uitgevoerde experimenten vermeld. Allen en Misener hebben nl. de stroming van helium II door capillairen van zeer verschillende afmetingen onderzocht. Wat de wijde der capillairen betreft, kunnen drie gebieden onderscheiden worden.

1. Wijde capillairen (met straal van 5×10^{-3} cm en groter). Bij de meeste temperaturen, behalve vlak bij het λ -punt, waar de stroming zo goed als laminair is, heeft de stroming eigenschappen, die veel aan turbulentie doen denken. In de meeste gevallen echter hangt de hoeveelheid vloeistof, die per tijdseenheid doorstroomt, op een andere wijze van het drukverschil aan de uiteinden af dan beantwoordt aan normale turbulente stroming; ook is deze hoeveelheid bij constant drukverschil en constante temperatuur niet omgekeerd evenredig met de lengte van de capillair. Hoewel het tengevolge van de gecompliceerdheid der verschijnselen vrijwel ondoenlijk is, een waarde van de coëfficiënt van viscositeit η volgens de gangbare definitie te berekenen, is het wel mogelijk, uit deze metingen een waarde voor η te

schatten, die van dezelfde grootteorde is als de waarde van η , bepaald volgens de onder α genoemde dempingsmethode.

2. Zeer nauwe capillairen (met straal kleiner dan ongeveer 5×10^{-4} cm). De hoeveelheid vloeistof F , die per tijdseenheid doorstroomt, is voor alle temperaturen — behalve vlak bij het λ -punt — volkomen onafhankelijk van het drukverschil aan de uiteinden, mits dit drukverschil groter dan 50 dynes/cm² (ongeveer $\frac{1}{3}$ cm *He*) is; het verband tussen F en de temperatuur lijkt zeer veel op dat tussen de filmstromingssnelheid en de temperatuur (vgl. fig. 5). Uit het voorgaande volgt reeds, dat het weinig fysische betekenis heeft, η uit de metingen in deze nauwe capillairen te berekenen. Wil men een schatting van η maken, dan komt men tot waarden van 10^{-10} à 10^{-12} poise. In de volgende twee gevallen kon de viscositeit wél berekend worden:

α . In zeer nauwe kanalen wordt de stroming voor temperaturen vlak bij het λ -punt laminair, mits het drukverschil klein is.

β . Bij stromingsproeven door fijn poeder van Parijs rood, dat zodanig was samengeperst, dat de wijidte der kanaaltjes tussen de poederdeeltjes op 10^{-6} cm geschat kon worden, was de stroming bij $T = 2,177^\circ\text{K}$ voor kleine drukverschillen laminair, voor grotere drukverschillen turbulent; bij alle andere meettemperaturen, die lager waren, werd turbulentie gevonden.

Zowel uit de onder α als uit de onder β genoemde metingen volgt, dat η zeer klein moet zijn (orde van grootte: 10^{-10} poise).

Volgens de in § 2 genoemde theorie der Bose-Einstein-condensatie gedragen nauwe capillairen of spleten zich als een semipermeable wand, waardoor alleen de „gecondenseerde” deeltjes kunnen passeren, zodat het voor de hand ligt, de kleine waarden voor η , die bij stromingsproeven door nauwe capillairen gevonden worden, te verklaren door de aanname, dat de viscositeit der „gecondenseerde phase” buitengewoon klein is; sommige onderzoekers stellen zelfs voor, om aan de „gecondenseerde phase” de eigenschap der „superfluiditeit” toe te schrijven.

In het geval van de allernauwste capillairen kan men de hoeveelheid vloeistof F , die per tijdseenheid doorstroomt — en die volgens het voorgaande voor de meeste temperaturen onafhankelijk van het drukverschil aan de uiteinden is —, bij benadering voorstellen door:

$$F = \pi A r + \pi B r^2, \quad (10)$$

waarbij A nog van de temperatuur afhangt op een wijze, analoog aan wat in fig. 5 is weergegeven. Hieruit volgt, dat de gemiddelde stromingssnelheid \bar{w} voorgesteld kan worden door:

$$\bar{w} = \frac{A}{r} + B, \quad (11)$$

waaruit volgt, dat de term B t.o.v. $\frac{A}{r}$ verwaarloosbaar is, als r zeer klein wordt, d.w.z. dat dan \bar{w} omgekeerd evenredig met de straal van de capillair wordt. Bijl. De Boer en Michels³⁹⁾ hebben gewezen op de grote overeenkomst tussen de formules (11) en (9), die nog opvallender wordt, als men in (11) de experimenteel gevonden waarden invult, waarmee men vindt, dat — mits de temperatuur niet te dicht bij het λ -punt gekozen wordt — $A \approx 0,8 \times 10^{-4}$ is.

Evenals bij de filmstromingsverschijnselen komt men dus bij de stromingsproeven door capillairen tot het besluit, dat men bij nauwe capillairen van een kritieke snelheid kan spreken, die omgekeerd evenredig is met de straal r van de capillair. Ook hier is het echter niet gerechtvaardigd om te zeggen, dat voor wijdere capillairen de kritieke snelheid nog omgekeerd evenredig met r zal blijven (vgl. de analoge opmerkingen in § 4): uit formule (11) is nl. onmiddellijk duidelijk, dat \bar{w} ongeveer gelijk aan B , d.w.z. practisch onafhankelijk van r , is, als r wat grotere waarden aanneemt.

3. Voor capillairen, waarvan de straal tussen ongeveer 5×10^{-4} en 5×10^{-3} cm in ligt, zijn de verschijnselen zeer ingewikkeld, maar niet in strijd met de eigenschappen, die in de twee andere gebieden gevonden zijn.

Tenslotte nog een opmerking, die Allen en Misener reeds gemaakt hebben: de mogelijkheid bestaat, dat de stromingsproeven verstoord worden door het mechanocalorisch effect (zie § 3). Men moet verwachten, dat deze storing des te groter zal zijn, naarmate de capillairen nauwer zijn. Streng gesproken moet men dus bij de berekening het hydrostatisch drukverschil aan weerszijden van de capillair corrigeren voor het fontein-effect, veroorzaakt door het temperatuurverschil, dat eventueel bij de stroming is ontstaan tengevolge van het mechanocalorisch effect.

In hoofdstuk IV zullen experimenten besproken worden, die met hetzelfde toestel verricht zijn, als waarmee het fontein-effect en de warmtegeleiding gemeten zijn. Deze experimenten hebben niet alleen geleid tot kwantitatieve metingen van het mechanocalorisch effect, maar bovendien enige gegevens verschaft omtrent de kritieke stromingssnelheid, de grootte der coëfficiënt van viscositeit en de dikte van de film.

HOOFDSTUK II.

Toestel en meetmethode.

§ 1. Inleiding.

Zoals reeds in Hoofdstuk I, § 1, vermeld is, kan men de warmtegeleiding van een willekeurige stof in principe leren kennen, indien men het temperatuurverschil ΔT aan de uiteinden van een staaf of draad van deze stof, waarvan lengte l en doorsnede O bekend zijn, als functie van de hoeveelheid energie I , die er per seconde in de lengterichting doorstroomt, en van de gemiddelde temperatuur T bepaalt. Experimenteel kan men de warmtegeleiding bepalen door hetzij volgens een stationnaire dan wel volgens een niet-stationnaire methode te meten.

Bij de stationnaire methode — hierbij zijn het temperatuurverschil ΔT aan de uiteinden van de draad en de hoeveelheid energie I , die er per seconde doorstroomt, onafhankelijk van de tijd — stuurt men een warmtestroom in de lengterichting door de draad en wacht, tot een stationnaire toestand bereikt is; dan meet men I , ΔT en T . Deze bepaling van het warmtegeleidingsvermogen vertoont veel overeenkomst met die van het electricisch geleidingsvermogen. Er is echter één groot verschil, n.l. de tijd, die verloopt, totdat de toestand stationnair geworden is — de „insteltijd” — is bij de warmtegeleiding in het algemeen veel groter dan bij de electriciteitsgeleiding. Deze insteltijd kan zelfs zó groot worden, dat het beter is, tot een niet-stationnaire methode over te gaan. Hierbij wacht men niet op een stationnaire toestand, maar neemt men aan beide uiteinden het verloop van de temperatuur met de tijd waar; als men bovendien de soortelijke warmte van het onderzochte materiaal en de per tijdseenheid toegevoerde warmte kent, dan kan men uit deze gegevens I als functie van ΔT en van T bepalen.

Keesom, Saris en Meyer¹⁹⁾ verkregen een „draad” van vloeibaar helium, door deze vloeistof in een capillair van slecht geleidend materiaal te brengen. Bij deze metingen was het éne uiteinde van de capillair verbonden met een geheel met helium II gevulde ruimte — de „binnenruimte” —, waarin zich een weerstandsthermometer (de „binnenthermometer”) en een stookdraad bevonden; het andere uiteinde was verbonden met een ruimte — de „buitenruimte” —, die ook een weerstandsthermometer (de „buitenthermometer”) bevatte en in thermisch contact was met het cryostaatbad, dat op constante temperatuur

gehouden werd. Opdat de Joule-warmte, die eventueel in de stookdraad ontwikkeld werd, vrijwel geheel door het zich in de capillair bevindende helium naar het bad zou gaan, moest er voor gezorgd worden, dat deze warmte niet langs andere wegen in het bad kon komen. Daar hiertoe de capillair zijdelings en aan het warme uiteinde thermisch van de omgeving geïsoleerd moest zijn, waren de capillair en de binnenruimte in een omhulsel gebracht, dat vacuum gepompt kon worden. Ondanks deze voorzorg lekte er toch warmte langs drie wegen weg, nl.

1. langs de toevoerdraden van binnenthermometer en stookdraad;
2. door het resterende gas in de vacuummantel;
3. door de wand van de capillair, waarin zich het vloeibare helium bevond.

Bij de proeven van Keesom, Saris en Meyer¹⁹⁾ was dit warmtelek steeds klein t.o.v. de totale warmtestroom; bij de eerste metingen van Keesom en Duyckaerts²¹⁾, nl. die met de capillair van 0,095 mm diameter, was de bijdrage van het warmtelek tot de totale warmtestroom echter reeds vrij belangrijk. Daar uit verschillende bepalingen van het warmtelek gebleken was, dat verreweg het grootste gedeelte hiervan door de onder 1 genoemde toevoerdraden werd veroorzaakt, was het niet mogelijk, dit lek aanzienlijk kleiner te maken door of het vacuum te verbeteren of de warmteweerstand van de wand van de capillair te vergroten. Daarom moest men verwachten, dat het warmtelek ongeveer gelijk zou zijn aan de warmtestroom door het helium in een capillair van ongeveer 0,05 mm diameter, terwijl bij metingen in nog nauwere capillairen het warmtelek veel groter dan de warmtestroom door de vloeistof zou zijn. Om bij deze nauwe capillaire afstanden nog behoorlijke warmtegeleidingsmetingen te kunnen doen, moest men er dus voor zorgen, dat bij een willekeurig temperatuurverschil meer warmte door het helium stroomde dan er door zou stromen, indien het zich slechts in één capillair bevond, m.a.w. de warmteweerstand van het helium moest aanzienlijk verkleind worden. Dit probleem is in principe op te lossen, door een aantal capillairen van dezelfde afmetingen parallel te schakelen. Daar dit technisch practisch onuitvoerbaar is, hebben Keesom en Duyckaerts²¹⁾ een toestel geconstrueerd, waarbij in plaats van een aantal parallel geschakelde capillairen gebruik werd gemaakt van een spleet met regelbare breedte. Zie voor de verdere beschrijving van dit toestel § 2.

De aldus bereikte verkleining van de warmteweerstand bracht niet alleen met zich mee, dat het warmtelek nu een veel geringer gedeelte tot de totale warmtestroom bijdroeg, maar ook, dat de insteltijd, nodig voor het bereiken van de stationnaire toestand, aanzienlijk verkleind werd (de insteltijd neemt nl. af,

als zowel de warmteweerstand van de heliumdraad als de warmtecapaciteit van de binnenruimte kleiner worden). Terwijl bij de metingen van Keesom en Duyckaerts met de capillair van 0,095 mm diameter de insteltijd bij de hogere temperaturen 15 à 30 minuten bedroeg, was de insteltijd bij de in in Hoofdstuk III te bespreken metingen in spleten van 10,5 en 5μ wijd in den regel minder dan een halve minuut, zodat steeds volgens een stationnaire methode gewerkt kon worden. Bij de later uitgevoerde metingen in zeer nauwe spleten was de warmteweerstand van het helium en daarmee ook de insteltijd zo veel groter geworden, dat daarbij meestal volgens een niet-stationnaire methode gewerkt moest worden. Voor een uitvoerige bespreking hiervan verwijzen we naar Hoofdstuk IV.

Het fonteineffect werd op de volgende eenvoudige manier bepaald: zowel binnen- als buitenruimte waren gedeeltelijk met heliumvloeistof gevuld, waarboven zich dus verzadigde heliumdamp bevond; het hoogteverschil der heliumniveaux in de twee ruimten werd nu gemeten. Door een correctie aan te brengen voor het eventuele dampspanningsverschil tussen binnen- en buitenruimte (zie Hoofdstuk I), kon het werkelijke fonteineffect berekend worden. Ook wat het fonteineffect betreft, bleek de stationnaire toestand bij de metingen in spleten van 10,5 en 5μ wijd zeer snel bereikt te worden, zodat hierbij het fonteineffect f als functie van T , ΔT , en l op stationnaire wijze gemeten werd. Voor de niet-stationnaire metingen van het fonteineffect, die bij nauwere spleten gedaan zijn, verwijzen we naar Hoofdstuk IV.

§ 2. Toestel.

Het gebruikte toestel is, 1 op 3 verkleind, weergegeven in fig. 6. De spleet met regelbare wijdte tussen binnen- en buitenruimte, waarvan reeds in § 1 sprake was, bevindt zich tussen twee ringvormige sferische glazen oppervlakken a en b van dezelfde straal, nl. $r = 10,07$ mm. Deze twee oppervlakken zijn zo fijn gepolijst, dat de interferentiekleuren verdwijnen, wanneer men ze stevig op elkaar drukt; naar schatting zijn de oneffenheden in beide oppervlakken minder dan $0,1 \mu$ groot. Om de lengte van de spleet te kunnen definiëren, is de ring a door een scherpe rand op het onderste oppervlak, de ring b door een scherpe rand op het bovenste oppervlak begrensd; deze scherpe randen zijn de doorsnijdingen van de boloppervlakken met platte vlakken, loodrecht op de verticale as van het toestel. De lengte van de spleet is door deze twee doorsnijdingen bepaald. Het zou verkieslijker zijn geweest, de lengte van de spleet te begrenzen door twee scherpe randen op hetzelfde oppervlak, daar dan de lengte volkomen onafhankelijk zou zijn geweest van eventuele verschuivingen der twee oppervlakken t.o.v. elkaar; de pogingen,

die aangewend zijn om twee scherpe randen op één oppervlak aan te brengen, zijn echter mislukt.

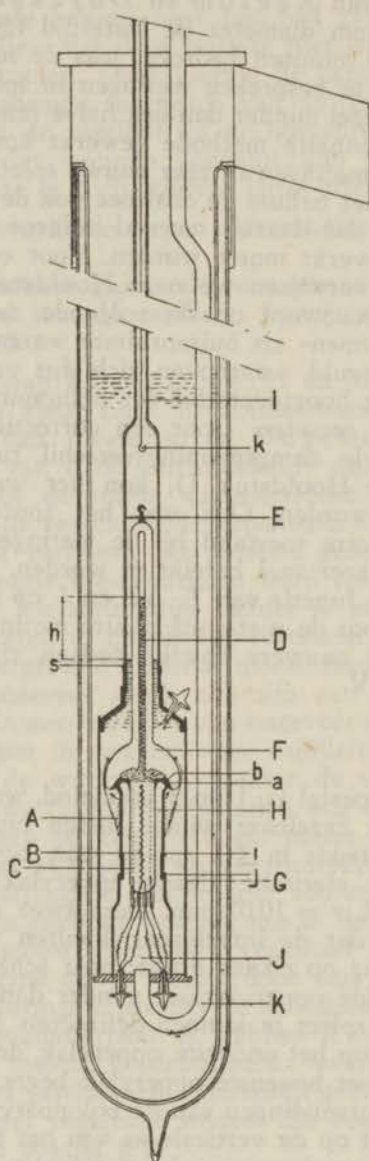


Fig. 6. Toestel.

Om de beschrijving van het toestel te vergemakkelijken, noemen we *F* de kop en *H* het onderstel. De kop en het onderstel — en daarmee ook de twee gepolijste oppervlakken — worden

met behulp van drie gesimaliseerde veertjes van phosphorbrons tegen elkaar aan gehouden. Aan de bovenkant is de kop voorzien van een haakje en van een cirkelvormig stukje papier *E*, dat ten doel heeft, het toestel tegen straling van boven te beschutten en de kop op zijn plaats te houden (opdat o.a. de lengte van de spleet tijdens de metingen niet verandert). Met het tweede haakje *k* is de kop naar believen op te heffen (waardoor de spleet wijder wordt).

In de binnenruimte bevinden zich een weerstandsthermometer van phosphorbrons *B* en een constantaan stookdraad *C*; de glazen capillair *D* dient voor meting van het fonteineffect. Om het warmtelek zo klein mogelijk te maken, is de binnenruimte thermisch zo goed mogelijk van de buitenruimte, waarin zich de phosphorbronthermometer *A* bevindt, en van het heliumbad geïsoleerd. Hiertoe is de capillair, bestemd voor de meting van het fonteineffect, dubbelwandig gemaakt, terwijl de ruimte tussen beide wanden zorgvuldig is geëvacueerd; verder kan de ruimte *J* via de buis *K*, die met een kwikdiffusiepompe verbonden is, vacuüm gepompt worden; bovendien is de warmteweerstand van de toevoerdraden naar thermometer en stookdraad in de binnenruimte groot gemaakt, door hiervoor dunne draden van grote lengte te gebruiken, die spiraalsgewijze in de ruimte *J* gemonteerd zijn.

Het komt de snelheid van meten zeer ten goede, indien de temperatuur in de buitenruimte practisch gelijk blijft aan de badtemperatuur. Door de buitenruimte met de roodkoperen buis *G* te omgeven, bleek het thermisch contact met het omringende heliumbad voldoende goed te zijn.

Bij het aanbrengen der toevoerdraden naar de thermometers en de stookdraad is gebruik gemaakt van een in het Kamerlingh Onnes-laboratorium gebruikelijke methode. Hierbij worden glazen „pootjes” gebruikt, waarin korte platinadraden zijn ingesmolten. Onderaan de binnenruimte, waarvan alle wanden van glas zijn, zijn vier van dergelijke pootjes aangebracht. Aan de binnenzijde van deze pootjes zijn de platinadraden met de uiteinden van de binnenthermometer *B* en de stookdraad *C* verbonden, terwijl ze aan de buitenkant gesoldeerd zijn aan de gesimaliseerde draden, die door de ruimte *J* lopen. Hierbij zijn aan elk der toevoerdraden naar *B* een *Cu*- en een *Pt*-draad gesoldeerd, die dienen voor de weerstandsmeting met de compensatiebank (zie § 4). De koperdraden worden als stroomdraden gebruikt, omdat de weerstand van koper klein is en daarin dus slechts weinig warmte ontwikkeld wordt; de spanningsdraden zijn van platina, om thermokrachten te voorkomen. Aan elk der toevoerdraden naar *C* is één *Cu*-draad gesoldeerd. Er lopen dus 6 draden door de vacuumruimte *J*, die uitgevoerd worden via de pootjes, die zich aan de onderkant van *J* bevinden. Deze glazen pootjes zijn aan de metalen bodem van

J bevestigd door middel van een kort platinabuisje, dat aan de éne kant door een las aan het glas verbonden is, terwijl het aan de andere kant aan het metaal is gesoldeerd. Aan de buitenkant zijn aan elk der toevoerdraden naar *C* twee koperdraden gesoldeerd, die als stroom- en spanningsdraden dienen. Tenslotte worden de 8 toevoerdraden via het heliumbad door de cryostaatkap naar buiten gevoerd. Voor het aanbrengen van de toevoerdraden naar de buitenthermometer *A* wordt gebruik gemaakt van het pootje, dat aan de bovenkant van de buitenruimte op dezelfde aan het metaal bevestigd is als hierboven is beschreven. Aan de buitenkant zijn de twee platinadraden ieder met twee koperdraden verbonden, die als spannings- en stroomdraden dienen en ook via het heliumbad door de cryostaatkap naar buiten worden gevoerd.

De stookdraad *C*, die van constantaan is, heeft bij kamertemperatuur, resp. bij temperaturen van vloeibaar helium, een weerstand van ongeveer 60, resp. 55 Ω . Hij is bifilair gewikkeld op een cilindertje van verduisteringspapier. Binnen dit cilindertje is een schotje aangebracht, waarop de binnenthermometer *B* is gewikkeld. De buitenthermometer *A* is gewikkeld op het glazen oppervlak tussen de ingang van de spleet en de haakjes, waarmee de drie phosphorbronsveertjes bevestigd zijn. Beide phosphorbronthermometers hebben bij kamertemperatuur een weerstand van ongeveer 30 Ω en zijn bij temperaturen van vloeibaar helium zeer gevoelig, daar hun weerstand in dat gebied sterk van *T* afhankelijk is.

Om de toevoerdraden naar de binnenruimte te kunnen aanbrengen, moest men het onderstuk van het toestel van metaal maken. Hiertoe was een koperen ringetje aan de bovenkant (bij *i*) aan het glas gelast en aan de onderkant (bij *j*) aan messing gesoldeerd. Bij de constructie van het toestel werd eerst de koper-glaslas tussen ringetje en glas gemaakt; daarna werd het glazen oppervlak gepolijst. Als men nl. eerst het glas gepolijst en daarna de koper-glaslas aangebracht had, dan zou het glazen oppervlak tengevolge van de verhitting, nodig om de las tot stand te brengen, ernstig gedeformeerd zijn. Om het aanbrengen der toevoerdraden naar *A* te vergemakkelijken, is de roodkoperen buis *G* zowel van onderen aan de bodem van het toestel als van boven aan het metaal, waarop zich het pootje bevindt (zie fig. 6), door soldeernaden verbonden. Voor de waarnemingen van het fonteineffect is het noodzakelijk, dat het bovenstuk van het toestel geheel van glas is; hiertoe bevindt zich bij *s* weer een las tussen het glas en een koperen ringetje, dat van onderen aan het metaal gesoldeerd is.

Er zijn drie redenen aan te geven, waarom de buitenruimte afgesloten is van het heliumbad:

1. Het is mogelijk binnen- en buitenruimte te evacueren — zodat alle eventueel aanwezige lucht en waterdamp ver-

wijderd worden — voordat er helium in gecondenseerd wordt.

2. Daar het volume van buiten- en binnenruimte tezamen vrij klein is, is het mogelijk het toestel met zeer zuiver helium te vullen.

Zowel door 1 als door 2 wordt de kans kleiner, dat de spleet wijder wordt dan de bedoeling is, doordat zich verontreinigingen, zoals bijv. vaste waterstof of vaste lucht, op de gepolijste oppervlakken afzetten.

3. De hoeveelheid helium in het toestel is constant; voor de meting van het fonteineffect zou het erg lastig zijn, als gewerkt moest worden met een continu dalend heliumniveau, zoals dat bij het cryostaatbad het geval is.

Een meting verliep nu als volgt. Eerst werd de cryostaat met vloeibaar helium gevuld. Als het gehele toestel, waarin zich heliumgas onder een druk van ongeveer 1 cm Hg bevond, waardoor een warmtecontact met de omgeving verkregen werd, de temperatuur van het heliumbad had aangenomen, condenseerde men er zeer zuiver helium in door gas onder geringe overdruk via de buis *I* toe te laten. Meestal was de kop hierbij een weinig opgetrokken. Zodra de niveaus van het helium in binnen- en buitenruimte enige centimeters boven de koper-glaslas *s* kwamen te staan, hield men met condenseren op. Dan werd de badtemperatuur beneden het λ -punt verlaagd. Bij iedere meettemperatuur werden eerst de beide thermometers gecalibreerd door tegelijkertijd hun weerstand en de dampspanning van het heliumbad te meten; daarna volgden metingen van warmtegeleiding en fonteineffect bij dezelfde badtemperatuur (zie § 4 en § 6).

§ 3. *Bepaling van de spleetwijdte.*

Door op drie regelmatig uiteenliggende afstanden draadjes of bandjes van een of ander materiaal van een zekere dikte in de lengterichting van de spleet tussen de fijn gepolijste oppervlakken *a* en *b* aan te brengen, was het mogelijk, een bepaalde spleetwijdte te realiseren.

Bij onze ⁴³⁾ eerste metingen werden hiertoe drie wolframdraadjes gebruikt met een dikte van 10,9 μ , die optisch op de volgende wijze was bepaald: een draad wordt tussen de uiteinden van twee massieve glazen platen, die optisch volkomen vlak zijn, gelegd; men werpt loodrecht hierop monochromatisch licht (i.c. natriumlicht) en telt het aantal interferentielijnen tussen de snijlijn der twee vlakken en de tussengelegde draad.

Als de twee gepolijste boloppervlakken, die dezelfde straal hebben, volkomen tegen elkaar aan zitten, vallen hun middelpunten samen. Worden de drie draadjes er tussen aangebracht, dan verplaatsen de middelpunten zich in verticale richting t.o.v. elkaar. Daar de afstand van de boloppervlakken na deze

verplaatsing niet overal dezelfde is, neemt de spleetwijdte toe, als men zich in de lengterichting van de spleet van de buitenruimte naar de binnenruimte beweegt. Uit de plaats van de scherpe randen op de oppervlakken *a* en *b* kan men niet alleen berekenen, dat de lengte van de spleet 2,48 mm en de gemiddelde breedte van de spleet ongeveer 5,5 μ bedroeg, maar ook, hoeveel de wijdte van de spleet tussen zijn beide uiteinden varieerde: als de wolframdraadjes nergens — dus ook niet aan het nauwste uiteinde — samengedrukt waren, dan zou de spleetwijdte, als men van buiten naar binnen ging, van 10,9 μ tot 18,5 μ veranderd zijn. Dit zou met zich mee gebracht hebben, dat de gemiddelde wijdte ongeveer 14 μ bedroeg.

Toen genoeg metingen over fonteineffect en warmtegeleiding met deze spleet verricht waren, werd bij kamertemperatuur nog een experiment uitgevoerd, om de gemiddelde spleetwijdte te bepalen. Hiertoe werd het bovenstuk van het toestel enige centimeters beneden *E* afgesneden en wel zodanig, dat de capillair *D* van boven open werd. Er werd aan weerszijden van de spleet een drukverschil aangebracht, zodat een stroming van gas (in dit geval droge lucht) door de spleet ontstond; door dit gas daarna nog door een van te voren geijkte capillair te laten gaan, kon de hoeveelheid gas, die per tijdseenheid door de spleet stroomde, uit het drukverschil aan de uiteinden van deze capillair berekend worden. Uit deze hoeveelheid gas, het drukverschil aan weerszijden van de spleet, de lengte en breedte van de spleet en de temperatuur van het gas kan dan de gemiddelde spleetwijdte berekend worden, mits men een geschikte formule voor de gasstroming door een dergelijke rotatiesymmetrische spleet heeft. De doorstromingssnelheid en de gemiddelde druk van het gas in de spleet waren van een dergelijke grootteorde, dat men mag onderstellen, dat de stroming laminair was. Met deze onderstelling vindt men voor de gemiddelde spleetwijdte een waarde van 10,5 μ . We moeten dus aannemen, dat de wolframdraadjes aan het nauwere uiteinde van de spleet wat samengedrukt en gedeformeerd waren. Daarom hebben we aangenomen, dat de gemiddelde spleetwijdte gedurende de metingen van 18 en 25 Juni 1943 (zie Hoofdstuk III) 10,5 μ bedroeg.

Voordat metingen bij een andere spleetwijdte verricht werden, werd de kop bijgeslepen met het gevolg, dat de scherpe rand op het oppervlak *b* zodanig verplaatst werd, dat de lengte van de spleet 1,0 mm en de gemiddelde breedte ongeveer 5,3 μ werd. Hierdoor was bereikt, dat het procentuele verschil in wijdte aan beide uiteinden van de spleet aanzienlijk verminderd was, d.w.z. nu was de spleetwijdte aan het binnenuiteinde slechts ongeveer 15% groter dan aan het buitenuiteinde.

Een spleet met een gemiddelde wijdte van 5 μ — welke wijdte achteraf volgens de bovenbeschreven methode door een stro-

mingsproef met gas gecontroleerd is — werd verkregen met behulp van drie tinbandjes, die ongeveer 5μ dik waren. Deze tinbandjes waren gemaakt door tindraad van 0,16 mm diameter te walsen; door kleine stukken van de bandjes, die op deze wijze ontstonden, steeds weer opnieuw te walsen, gelukte het ons ten slotte — door ze soms 4 à 5 keer achtereenvolgens te walsen — enige bandjes te maken, waarvan de dikte, die op de bovenbeschreven manier optisch bepaald werd, ongeveer 5μ bedroeg. Tinbandjes van deze dikte waren nog goed hanteerbaar, zodat ze tussen de oppervlakken *a* en *b* gelegd konden worden, zonder te breken. Bandjes van 4μ en dunner, die door uitwalsen verkregen werden, bleken helaas niet hanteerbaar meer te zijn. Voor de wijze, waarop spleten nauwer dan 5μ verkregen zijn, verwijzen we naar Hoofdstuk IV.

§ 4. *Meting van de temperatuurverschillen.*

De weerstand van de thermometers werd bepaald met behulp van een Diesselhorst-compensatiebank, waarbij een gevoelige Zernike-galvanometer was opgesteld. Voor iedere thermometer werd een aparte compensatiebank gebruikt.

Gewoonlijk werden op een meetdag bij 4 à 6 verschillende temperaturen tussen $1,0^\circ$ en het λ -punt metingen verricht; voordat met de metingen bij een bepaalde temperatuur begonnen werd, werden de weerstanden W_1 en W_2 der thermometers en de dampdruk van het helium in het bad*) bepaald. Uit de dampdruk werd de temperatuur T volgens de temperatuurschaal 1939 van Bleaney en Simon⁴⁴⁾ afgeleid, waarna voor iedere thermometer de waarden van W en T tegen elkaar werden uitgezet. Uit de aldus verkregen calibratiekrommen van beide thermometers kon langs grafische weg worden afgeleid, hoe $\frac{dW_1}{dT}$ en $\frac{dW_2}{dT}$ van de temperatuur T afhingen.

Zolang niet gestookt werd, wezen de beide thermometers een gelijke temperatuur T aan**). Als dan de stookstroom werd aangezet, stegen in den regel beide thermometers, totdat een stationnaire toestand was bereikt, waarbij de binnen- en de bui-

*) De dampdruk werd gemeten aan een buis, die aan de cryostaatkap bevestigd was.

**) Streng genomen bestaat er, ook als er geen stroom door de stookdraad loopt, een klein temperatuurverschil tussen binnen- en buitenruimte, doordat:

a. steeds wat warmte in de binnenruimte ontwikkeld wordt tengevolge van de meetstroom door de binnenthermometer;

b. voortdurend stralingsenergie in de binnenruimte terecht komt.

Deze beide effecten leverden bij de metingen in de spleten van 10,5 en 5μ een warmtestroom op, die bijna steeds zo klein was, dat het hierdoor ontstane temperatuurverschil tussen binnen- en buitenruimte verwaarloosd mocht worden. Bij de metingen in zeer nauwe spleten moest hiervoor echter wel een correctie worden aangebracht. (Zie hiertoe Hoofdstuk IV).

tentemperatuur resp. ΔT_1 en ΔT_2 waren toegenomen. Het temperatuurverschil ΔT tussen beide ruimten — d.w.z. aan de uiteinden van de spleet — kon — daar $\Delta T = \Delta T_1 - \Delta T_2$ is — berekend worden, als ΔT_1 en ΔT_2 bekend waren. Door nu ΔW_1 en ΔW_2 (ΔW_1 , resp. ΔW_2 , is de door het stoken veroorzaakte toename van de weerstand van de binnenthermometer, resp. buitenthermometer) te bepalen, konden ΔT_1 en ΔT_2 met behulp van de $\frac{dW}{dT}$ - T -krommen berekend worden.

Voor de metingen was het aangenaam, de weerstanden der thermometers om de 10 seconden waar te nemen. Daar dit onuitvoerbaar is, als we de galvanometer steeds stroomloos willen houden, zijn deze weerstandsbepalingen als volgt uitgevoerd. Laten we ons voorstellen, dat eerst de afleesbare weerstand in de bankkring en de te meten weerstand zo gekozen zijn, dat de galvanometer stroomloos is; als daarna de weerstand in de bankkring constant gehouden wordt, zal de galvanometer een uitslag vertonen tengevolge van een verandering van de te meten weerstand. Als de gevoeligheid — waaronder we hier zullen verstaan: de galvanometeruitslag in schaaldelen, als de onbekende weerstand een bepaald bedrag, bijv. $0,01 \Omega$, verandert — bekend is, dan kan men uit de galvanometeruitslagen de weerstandsveranderingen der thermometers en daarmee ook de temperatuurveranderingen berekenen. We voerden de metingen nu aldus uit: de uitslagen van beide galvanometers werden vóór, tijdens en na het stoken iedere 10 seconden waargenomen. Later werden grafieken van deze waarnemingen gemaakt, waaruit de temperatuurverschillen konden worden afgelezen. Tijdens onze metingen kwam een uitslag van 4 cm op de schaal overeen met een temperatuurverschil van ongeveer $0,001$ graad, zodat ΔT_1 en ΔT_2 — en daarmee ook ΔT — zeer nauwkeurig bepaald hadden kunnen worden, indien geen storingen waren opgetreden tengevolge van voortdurende fluctuaties van de badtemperatuur. Tijdens de metingen, die op 18 Juni 1943 uitgevoerd zijn, waren deze storingen zo ernstig, dat de meeste waarden van ΔT , die toen gemeten zijn, niet nauwkeuriger dan tot op $0,0005$ graad bepaald zijn.

Om de storende invloed, veroorzaakt door fluctuaties van de badtemperatuur, te ontgaan is bij de latere metingen gebruik gemaakt van een differentiaalmethode*). Het principe hiervan is in fig. 7 weergegeven: W_1 en W_2 zijn resp. de binnen- en buitenthermometer, $10 \Omega_{(1)}$ en $10 \Omega_{(2)}$ zijn twee normaalweerstandsen van 10Ω , terwijl R_1 en R_2 regelbare weerstanden van enige duizenden ohms zijn, met behulp waarvan de verhouding der

*) Hierbij betuig ik mijn dank aan P. H. Keesom, Phil. Nat. Dr., en W. U. Auer, Phil. Nat. Drs., voor hun waardevolle hulp bij de experimentele inrichting van deze differentiaalmethode.

meetstromen i_1 en i_2 nog geregeld kon worden. De verbindingsdraad AC, die de plaats innam van één der stroomdraden van elk der thermometers, bevond zich in het cryostaatbad. Er werd met twee compensatiebanken en twee galvanometers gewerkt. Tijdens de calibratie werd met de éne opstelling gemeten:

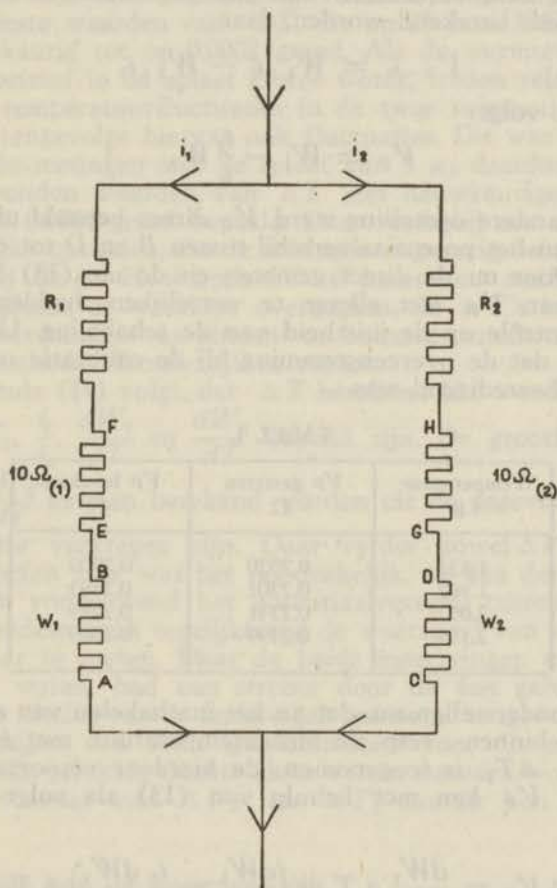


Fig. 7. Principe der schakeling voor het meten van de temperatuurverschillen volgens een differentiaalmethod.

a. de weerstand van de buitenthermometer (uit de verhouding van het potentiaalverschil tussen C en D tot dat tussen G en H).

b. de weerstand van de binnenthermometer (uit de verhouding van het potentiaalverschil tussen A en B tot dat tussen E en F).

c. de verhouding van de meetstromen i_1 en i_2 door binnen- en buitenthermometer (uit de verhouding van het potentiaal-

verschil tussen E en F tot dat tussen G en H). Deze verhouding $\frac{i_1}{i_2}$ werd zo gekozen, dat het potentiaalverschil tussen B en D — hier genoteerd $V_P \cdot i_1$ — klein was.

Uit deze drie bepalingen kan het potentiaalverschil tussen B en D reeds berekend worden, daar

$$V_P \cdot i_1 = W_1 \cdot i_1 - W_2 \cdot i_2 \quad (12)$$

is, waaruit volgt:

$$V_P = W_1 - \frac{i_2}{i_1} W_2. \quad (13)$$

Met de andere opstelling werd V_P direct bepaald uit de verhouding van het potentiaalverschil tussen B en D tot dat tussen E en F . Door nu de direct gemeten en de uit (13) berekende waarden van V_P met elkaar te vergelijken, hadden we een aardige contrôle op de juistheid van de schakeling. Uit tabel I is te zien, dat de overeenstemming bij de calibratie op 25 Juni 1943 zeer bevredigend was.

TABEL I.

Temperatuur °K	V_P gemeten Ω	V_P berekend Ω
1,835	0,2020	0,2009
1,962	0,2201	0,2193
2,052	0,2341	0,2349
2,154	0,2499	0,2509

We veronderstellen nu, dat na het inschakelen van een stroom de binnen-, resp. de buitentemperatuur, met een bedrag ΔT_1 , resp. ΔT_2 , is toegenomen; de hierdoor veroorzaakte toename van V_P kan met behulp van (13) als volgt berekend worden:

$$\Delta V_P = \frac{dW_1}{dT} \Delta T + \left(\frac{dW_1}{dT} - \frac{i_2}{i_1} \frac{dW_2}{dT} \right) \Delta T_2, \quad (14)$$

waarin ΔT ($= \Delta T_1 - \Delta T_2$) het temperatuurverschil tussen binnen- en buitenruimte is. Uit formule (14) is te zien, dat ΔV_P slechts weinig van ΔT_2 afhangt, als tenminste de term

$$\left(\frac{dW_1}{dT} - \frac{i_2}{i_1} \frac{dW_2}{dT} \right) \Delta T_2$$

klein is t.o.v. $\frac{dW_1}{dT} \Delta T$, wat bij de metingen in den regel wel het geval was. Hieruit volgt, dat het potentiaalverschil tussen B

en D na het bereiken van een stationnaire toestand praktisch constant blijft, mits de fluctuaties der temperaturen in binnen- en buitenruimte vrijwel gelijktijdig plaatsvinden. Dit laatste is alleen het geval, als de warmte weerstand tussen binnen- en buitenruimte nogal klein is. Bij de metingen met de spleet van $10,5 \mu$ was aan deze voorwaarde voldaan; tengevolge hiervan zijn de meeste waarden van ΔT , die op 25 Juni 1943 gemeten zijn, nauwkeurig tot op 0,0002 graad. Als de warmte weerstand van de vloeistof in de spleet groter wordt, treden relaxaties op tussen de temperatuurfluctuaties in de twee ruimten; dan vertoont V_p tengevolge hiervan ook fluctuaties. Dit was reeds het geval bij de metingen met de spleet van 5μ ; daardoor zijn de hierbij gevonden waarden van ΔT niet nauwkeuriger dan tot op 0,0003 à 0,0004 graad bepaald. Daar reeds bij een spleet van 5μ relaxaties optraden, die de metingen ongunstig beïnvloedden, zijn we bij de in Hoofdstuk IV te bespreken metingen met nauwere spleten er weer toe overgegaan, de ΔT 's te bepalen, door de weerstanden van binnen- en buitenthermometer volgens de oude methode afzonderlijk te meten.

Uit formule (14) volgt, dat ΔT berekend kan worden, indien ΔV_p , ΔT_2 , $\frac{i_1}{i_2}$, $\frac{dW_1}{dT}$ en $\frac{dW_2}{dT}$ bekend zijn. De grootheden $\frac{i_2}{i_1}$, $\frac{dW_1}{dT}$ en $\frac{dW_2}{dT}$ kunnen berekend worden uit de gegevens, die bij de calibratie verkregen zijn. Daar verder zowel ΔV_p als ΔT_2 bekend moeten zijn, was het noodzakelijk, op één der compensatiebanken voortdurend het potentiaalverschil tussen B en D en op de andere bank tegelijkertijd de weerstand van de buitenthermometer te meten. Daar de beide meetkringen met elkaar verbonden waren, had een stroom door de éne galvanometer een geringe uitslag van de andere galvanometer tengevolge, zodat in de uitslagen van beide galvanometers voor dit effect nog correcties, die gelukkig slechts klein waren, moesten worden aangebracht, voordat men ΔV_p en ΔT_2 daaruit kon gaan berekenen.

§ 5. *Meting van de warmtestroom.*

Voor de bepaling van de hoeveelheid warmte, die per tijds-eenheid aan de binnenruimte werd toegevoerd, gebruikten we, evenals bij de voorafgegaane metingen van de warmtegeleiding in vloeibaar helium, de gangbare methode, die bij calorische metingen wordt toegepast. Hierbij meet men het potentiaalverschil E aan de uiteinden van en de stroomsterkte i door de stookdraad met behulp van een millivolt- en een milliampèremeter. De op de milliampèremeter afgelezen stroomsterkte i' is gelijk aan de som der stroomsterkten door de stookdraad en door de millivoltmeter, zodat voor dit laatste bedrag gecorri-

geerd moest worden. De per tijdseenheid toegevoerde energie wordt dan gegeven door het product van E en i . De invloed van de weerstand der toevorderaden, die door de ruimte J (fig. 6) lopen, was verwaarloosbaar. De schakeling was zo ingericht, dat de stroom op willekeurige momenten in- en uitgeschakeld kon worden.

De volt- en ampèremeters werden regelmatig gecalibreerd met behulp van een Weston-standaardelement. Daar de onnauwkeurigheid in de aflezingen ongeveer 2% bedroeg, was de per tijdseenheid toegevoerde energie tot op 4% nauwkeurig bepaald.

De per tijdseenheid aan de binnenruimte toegevoerde energie, gecorrigeerd voor het reeds in § 1 genoemde warmtelek, is gelijk aan de warmtestroom door het helium in de spleet, als tenminste een stationnaire toestand bereikt is. Dit warmtelek is zowel door Keesom en Duyckaerts²¹⁾ als door ons enige malen bepaald, door warmtegeleidingsmetingen uit te voeren bij temperaturen boven het λ -punt, terwijl het toestel daarbij soms met gasvormig helium, soms met vloeibaar helium I was gevuld. Volgens de verwachtingen was daarbij de warmtestroom recht evenredig met het temperatuurverschil tussen binnen- en buitenruimte. Daar de warmtegeleiding zowel van gasvormig helium als van helium I klein is, mocht de warmtestroom door de spleet bij deze experimenten verwaarloosd worden, zodat de gemeten warmtestroom practisch gelijk was aan het warmtelek. Uit de verschillende bepalingen volgt, dat dit warmtelek bij een temperatuurverschil van 0,1 graad tussen binnen- en buitenruimte $0,6 \cdot 10^{-4}$ Joule/sec bedraagt.

§ 6. *Meting van het fonteineffect.*

De heliumniveaux in de capillair D en in de buitenruimte (zie fig. 6) werden waargenomen met behulp van een kathetometer. Hun hoogteverschil h werd daarmee tot op ongeveer 0,1 mm nauwkeurig bepaald; voor de berekening van het fonteineffect moest echter nog een correctie worden aangebracht voor het verschil in dampspanning tussen beide ruimten, dat door een eventueel temperatuurverschil ΔT veroorzaakt was. Deze correctie kon met behulp van de dampspanningslijn van helium berekend worden, zodra ΔT bekend was; daar het hoogteverschil h in cm He gemeten werd, werd de correctie ook in cm He berekend. Daar de dichtheid van vloeibaar helium zo gering is, was de correctie soms zeer aanzienlijk (voor $\Delta T = 0,001$ graad bedraagt ze bijv. 0,13; 0,33; en 0,77 cm He bij $T =$ resp. $1,44^\circ$; $1,72^\circ$ en $2,12^\circ K$). Dit bracht met zich mee, dat de onnauwkeurigheid in de uitkomsten van het fonteineffect gewoonlijk aanzienlijk veel groter dan 0,1 mm was, daar de ΔT 's in den regel niet zo erg nauwkeurig bekend waren (zie § 4).

Daar het vrij moeilijk is, heliumniveaux te observeren, moest hun waarneming vergemakkelijkt worden door ze wat te belichten. Het was onmogelijk een gewone gloeilamp voor dit doel te gebruiken, daar dan zoveel straling in de binnenruimte terecht kwam, dat de temperatuur daarvan aanzienlijk steeg. Gedurende de metingen bij spleten van 10,5 en $5\ \mu$ werd een neonlampje als lichtbron gebruikt; hierdoor werden de niveaux gemakkelijk waarneembaar, terwijl bovendien weinig storende straling in de binnenruimte terecht kwam. Bij de latere metingen werd een natriumlampje gebruikt, dat nog beter voldeed.

Bij de eerste metingen van Keesom en Duyckaerts²¹⁾ was de capillair *D* slechts ongeveer 5 cm lang; het fonteineffect bleek echter steeds zo groot te zijn, dat het binnenniveau in de top van *D* terecht kwam. Zodra het helium in de top van de capillair zat, was het erg moeilijk, om het weer los te krijgen; de vloeistof bleef onder negatieve druk ter plaatse hangen. Teneinde enige kans te hebben, metingen van het fonteineffect te verrichten, maakten ze de capillair toen ongeveer 12 cm lang (zoals in fig. 6 is weergegeven), hoewel dit het bezwaar had, dat daardoor meer stralingsenergie in de binnenruimte terecht kwam. Ondanks deze verlenging bleek het fonteineffect ook nu bijna steeds zo groot te zijn, dat het binnenniveau in den regel aan het begin van een meetdag in de top vloog, om daar dan verder te blijven hangen. Alleen bij de spleet van $9,3\ \mu$ konden drie bepalingen van het fonteineffect bij een temperatuur van $1,89^\circ\text{K}$ verricht worden, waarna het helium echter weer in de top terecht kwam. Tenslotte werd de capillair — ondanks het daaraan verbonden bezwaar, dat er nu nog meer straling in de binnenruimte terecht zou komen — ongeveer 25 cm lang gemaakt. Daarmee is het gelukt, metingen van het fonteineffect voor alle mogelijke spleetwijdten te verrichten. Bij een snelle verlaging van de badtemperatuur kon het eventueel nog gebeuren, dat tengevolge van een hierdoor ontstaan temperatuurverschil tussen binnen- en buitenruimte het binnenniveau in de top raakte. Om dit te voorkomen, moest de badtemperatuur steeds zeer voorzichtig verlaagd worden. Kwam het binnenniveau desondanks toch in de top, dan was gedurende onze metingen bij spleten van 10,5 en $5\ \mu$ de enige methode, om het weer los te maken, de volgende: de kop ophalen en de temperatuur boven het λ -punt brengen. Dit alles bracht echter veel tijdverlies met zich mee. Tijdens de metingen met nauwe spleten bleek het veel gemakkelijker te zijn, het heliumniveau uit de top los te krijgen; voor de beschrijving hiervan alsmede van de experimenten, waarbij het niveau opzettelijk in de top werd gedreven, verwijzen we naar Hoofdstuk IV.

Als de glazen wanden van de capillair *D* of van de buitenruimte met vaste lucht of vaste waterstof bedekt waren, was het natuurlijk onmogelijk, de niveauverschillen te meten. Voor de

metingen van het fonteineffect was het dus zeer belangrijk, dat buiten- en binnenruimte met zeer zuiver helium gevuld waren.

Het hoogteverschil der niveaux werd nu voor, tijdens en na het stoken gemeten; bij de metingen in spleten van 10,5 en 5 μ bleek zich zeer snel een stationnaire toestand in te stellen. Bij de latere metingen in nauwe spleten, waarvoor we verder naar Hoofdstuk IV verwijzen, duurde het lang, voordat een stationnaire toestand bereikt was, zodat we er toe overgingen, zowel het hoogteverschil der niveaux als de ΔT 's als functies van de tijd te meten.



HOOFDSTUK III.

Experimentele resultaten in wijde spleten.

In dit Hoofdstuk worden metingen van fonteineffect en warmtegeleiding in helium II besproken, waarbij de spleetwijdte achtereenvolgens $10,5$ en 5μ bedroeg⁴³). Zoals reeds in Hoofdstuk I vermeld is, was het er ons voornamelijk om te doen, gegevens over het fonteineffect f in dit spleetwijdtegebied te verkrijgen. Daar hiertoe f als functie van de warmtestroom I , de gemiddelde temperatuur T , het temperatuurverschil ΔT aan weerszijden van de spleet en de spleetwijdte d bepaald moest worden, verkregen we bij deze metingen ook gegevens over de warmtegeleiding. De warmtegeleiding was door Keesom en Duyckaerts²¹) reeds voor verschillende spleetwijdten bepaald, zodat we konden verwachten hiervoor resultaten te vinden, analoog aan die, welke genoemde onderzoekers in het intermediaire gebied van spleetwijdten (zie Hoofdstuk I, § 1) gevonden hadden.

Het gebruikte toestel en de wijze, waarop f , I , ΔT en d bepaald werden, zijn uitvoerig in het voorafgaande hoofdstuk besproken. De experimentele resultaten zijn verzameld in de tabellen II, III en IV. In de kolommen 2 hiervan bevinden zich de waarden van de warmtestroom door de vloeistof in de spleet, d.w.z. de experimenteel gevonden waarden van de warmtestroom, gecorrigeerd voor het warmtelek (vgl. Hoofdstuk II, § 5). Uit de kolommen 8 en 9 van Tabel III is duidelijk te zien, dat bij de metingen van ΔT met de differentiaalmethode (zie Hoofdstuk II, § 4) de term $\left(\frac{dW_1}{dT} - \frac{i_2}{i_1} \frac{dW_2}{dT}\right) \Delta T_2$ in den regel klein was t.o.v. ΔV_p (vgl. formule (14)). In de kolommen 3 staan de direct gemeten waarden van ΔT^* .

Bij iedere temperatuur van het bad werd een serie metingen uitgevoerd. Hierbij veranderde de temperatuur van de buitenruimte slechts weinig, terwijl die van de binnenruimte hoger werd, naarmate grotere warmtestromen gebruikt werden. De gemiddelde temperatuur in de spleet — waaronder we verstaan: $T_{\text{gemiddeld}} = \frac{1}{2}(T_{\text{binnen}} + T_{\text{buiten}})$ — is dus voor een dergelijke serie niet constant, zoals ook uit de kolommen 1 van de tabellen blijkt.

*) De eerste vijf waarden van ΔT , die op 18 Juni 1943 bij een badtemperatuur van $1,307^\circ$ K gemeten zijn, zijn niet nauwkeuriger dan tot op ongeveer $0,001$ graad bepaald.

TABEL II

Wijdte van de spleet: 10,5 μ . Lengte van de spleet: 2,48 mm. Metingen van 18 Juni 1943.						
T gemiddeld $^{\circ}$ K	I warmtestroom 10^{-4} Watt	ΔT 10^{-3} graad	ΔT geëffende waarden 10^{-3} graad	h hoogte- verschil cm He	f fonteïneffect cm He	fonteïneffect berekend volgens formule (5) cm He
1,304	1,52	2,2				
1,308	4,56	1,8	2,0	1,35	1,50	1,64
1,308	12,16	6,5	5,3	3,22	3,60	4,35
1,310	23,74	10,9	10,5	7,65	8,41	8,61
1,316	36,54	17,9		10,70	12,00	14,68
1,306	2,25	1,1				
1,307	6,17	2,9	2,7	2,00	2,20	2,21
1,308	8,80	3,7		2,79	3,06	3,03
1,312	23,81	10,1	10,5	7,32	8,08	8,61
1,325	55,75	36,4		14,85	17,49	
1,723	2,04	0				
1,725	8,82	0	0,1	0,25	0,28	0,42
1,725	14,31	0,13		0,42	0,47	0,54
1,724	27,33	0,3		0,78	0,88	1,25
1,724	43,46	0,4	0,45	1,22	1,37	1,77
1,724	63,87	0,45	0,8	1,86	2,13	3,0
1,727	93,8	1,4	1,8	2,72	3,32	7,4
1,726	125,3	4,9	3,8	3,34	4,61	
1,731	159,9	6,7		3,5	5,79	
1,734	196,4	13,2		2,77	7,19	
1,904	4,95	0,1	0,0	0,09	0,09	0,0
1,906	34,48	0,4	0,05	0,56	0,59	0,37
1,905	54,24	0,5	0,15	0,86	0,94	1,10
1,906	78,94	0,4		1,31	1,52	2,94
1,907	107,9	1,0		1,62	2,14	7,35
1,907	143,7	2,2		1,71	2,86	
1,909	177,2	4,0		1,42	3,50	
1,988	15,36	0,0	0,0	0,23	0,23	0,0
1,989	53,57	0,1	0,05	0,69	0,72	0,47
1,989	93,48	0,35		1,20	1,44	3,26
1,990	142,9	1,75		1,04	2,13	
1,991	177,2	4,0		0,24	2,74	
2,097	17,32	0,0	0,0	0,19	0,19	0,0
2,097	42,05	0,0	0,0	0,52	0,52	0,0
2,098	80,96	0,0	0,3	0,76	0,98	3,7
2,099	119,1	2,3		-0,49	1,22	
2,108	177,1	20,8				

TABEL III

Wijde van de spleet: 10,5 μ . Lengte van de spleet: 2,48 mm.
Metingen van 25 Juni 1943.

$T_{\text{gemiddeld}}$ o K	$I_{\text{warmtestroom}}$ 10 ⁻⁴ Watt	ΔT 10 ⁻³ graad	ΔT geëffende waarden 10 ⁻³ graad	h hoogteverschil cm He	f fonteinneffect cm He	fonteinneffect berekend volgens formule (5) cm He	ΔV_P 10 ⁻³ Ω	$\left(\frac{dW_1}{dT} - \frac{i_2 dW_2}{i_1 dT}\right) \cdot \Delta T_2$ 10 ⁻³ Ω
1,508	2,08	0,42	0,1	0,18	0,20	0,19	0,67	-0,04
1,508	8,03	0,49	0,32	0,67	0,72	0,62	0,83	-0,01
1,509	18,10	0,77					1,42	+0,01
1,509	39,34	2,2					3,96	0,03
1,514	45,11	1,9	2,3	2,88	3,26	4,4	3,22	0,02
1,514	63,76	4,4		4,96	5,67	8,40	7,64	0,43
1,514	79,4	8,2	7,8	6,03	7,31	15,1	13,96	0,36
1,520	117,8	21,1		6,75	10,21		36,83	0,38
1,832	12,49	0,13	0,05	0,26	0,28	0,30	0,34	0,09
1,833	30,23	0,0	0,1	0,60	0,64	0,60	-0,11	0,04
1,833	65,85	0,6	0,42	1,38	1,56	2,50	1,11	0,06
1,834	79,8	0,6	0,7	1,62	1,93	4,2	1,21	0,15
1,835	103,0	1,4		2,06	2,66	8,15	2,72	0,20
1,835	145,5	2,9		2,42	3,69		5,38	0,12
1,836	175,4	5,0		2,39	4,58		9,31	0,20
1,961	46,92	0,0	0,05	0,64	0,67	0,44	0,28	0,31
1,960	60,73	0,0	0,1	0,86	0,92	0,87	-0,25	0,08
1,962	79,5	0,3		1,14	1,31	2,44	0,66	-0,07
1,962	102,6	0,7		1,35	1,76	5,92	1,63	0,08
1,963	120,0	1,1		1,38	2,03		2,24	0,14
1,964	150,8	2,1		1,28	2,56		4,00	0,24
1,963	179,3	4,2		0,75	3,25		7,72	-0,19
1,965	203,6	6,7		-0,19	3,81		12,56	0,25
1,967	238,9	12,1					22,42	0,04
2,052	51,9	0,4	0,2	0,64	0,78	2,20	0,41	-0,11
2,052	83,0	0,6		0,97	1,40	6,9	0,76	0,03
2,053	114,6	1,1	1,4	0,76	1,76		1,74	0,15
2,054	132,3	2,3		0,43	2,04		4,68	0,25
2,054	155,7	4,35		-0,63	2,37		8,09	-0,37
2,056	185,9	8,9		-2,35	3,77		16,68	-0,25
2,068	209,1	20,5					40,48	1,29
2,152	35,14	0,18		0,35	0,50	2,59	0,33	-0,10
2,152	47,24	0,44	0,6	0,23	0,73		0,89	-0,05
2,152	49,01	0,71		0,19	0,78		1,34	-0,05
2,153	60,15	1,85		-0,51	1,02		3,74	0,13
2,159	76,57	15,0					30,31	0,11

TABEL IV

Wijdte van de spleet: 5μ . Lengte van de spleet: 1,0 mm.							
T gemiddeld $^{\circ}$ K	I warmtestroom 10^{-4} Watt	ΔT 10^{-3} graad	ΔT geëffende waarden 10^{-3} graad	h hoogteverschil cm He	f fonteineffect cm He	fonteineffect berekend volgens formule (5) cm He	Datum
2,114	22,2	0,06		0,77	0,82	0,79	18 November 1943
2,120	37,3	0,5		1,16	1,55	6,5	
2,120	62,9	4,0		1,02	4,11		
2,119	81,7	9,1		-0,83	6,20		
2,148	186,9	56,1					
1,714	25,8	0,6		2,50	2,70	2,40	
1,716	72,6	4,2		6,57	7,95	16,8	
1,725	124,3	21,5		7,14	14,13		
2,159	26,16	0,8	0,9	0,20	0,95	13,2	25 November 1943
2,162	30,65	1,9		-0,63	0,96		
2,162	34,91	4,5					
2,170	46,81	21,6					
2,032	24,52	0,01		1,15	1,16	0,11(?)	
2,032	30,10	0,1		1,38	1,45	1,05	
2,032	37,98	0,3		1,74	1,94	3,14	
2,032	63,65	0,9		2,73	3,33	9,41	
2,036	107,7	6,4		1,50	5,82		
2,047	148,8	29,4					
1,903	55,95	0,8		3,47	3,89	5,84	
1,903	72,5	1,8		4,29	5,23	13,14	
1,902	107,8	5,4		5,14	7,95		
1,328	16,38	13,1		11,4	12,4	11,4	
1,220	0,412	1,2		0,71	0,76	0,65	2 December 1943
1,222	1,87	5,1		2,77	3,00	2,75	
1,211	2,32	8,8		4,14	4,51	4,49	
1,213	3,17	12,8		5,64	6,18	6,53	
1,218	6,65	22,5		10,2	11,1	11,5	

De waarden van I en ΔT werden grafisch voorgesteld, waarna de punten, die bij dezelfde badtemperatuur behoren, door een kromme werden verbonden *) (zie fig. 8 en 9). Hoewel deze krommen het verband tussen I en ΔT bij konstante $T_{\text{gem.}}$ niet nauwkeurig weergeven, daar $T_{\text{gem.}}$ langs een kromme verloopt,

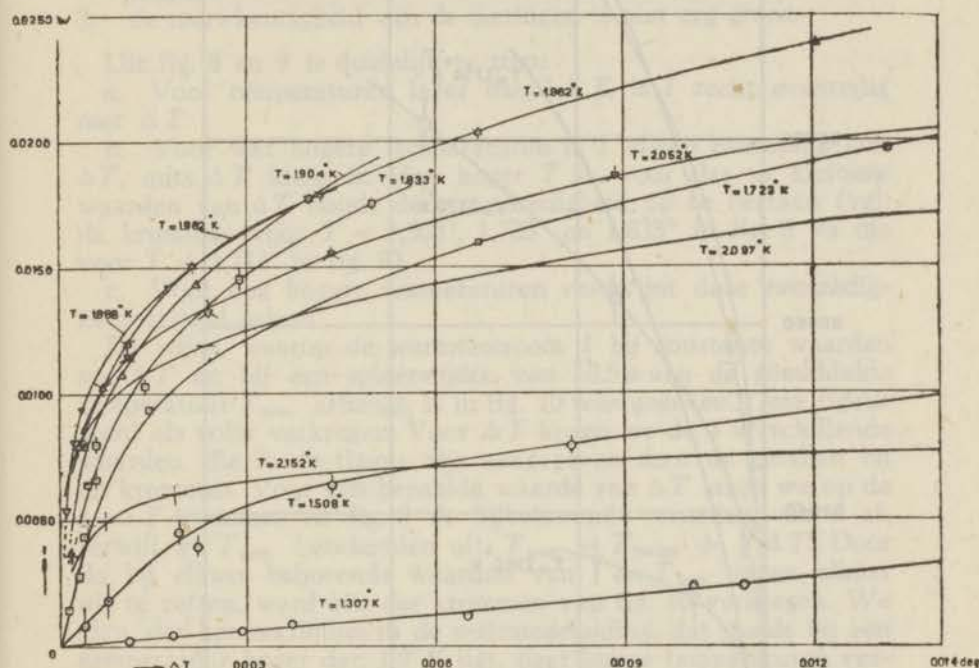


Fig. 8. Warmtestroom als functie van het temperatuurverschil bij constante badtemperaturen. Spleetwijdte: $10,5 \mu$.

\odot	$T = 1,307^{\circ} \text{K}$	$\triangleleft \triangle \triangleright$	$T = 1,962^{\circ}$
\ominus	$1,508^{\circ}$	∇	$1,988^{\circ}$
\square	$1,723^{\circ}$	∇	$2,052^{\circ}$
\boxplus	$1,833^{\circ}$	---	$2,097^{\circ}$
\triangle	$1,904^{\circ}$	\dashv	$2,152^{\circ}$

*) Deze $I - \Delta T$ -krommen zijn zo getekend, dat ze zo goed mogelijk met alle punten van een serie overeenkomen. Tengevolge van meetfouten liggen desondanks vele dezer punten buiten deze krommen. In de gevallen, dat deze afwijking groot is, hebben we op de $I - \Delta T$ -krommen de waarden van ΔT afgelezen, die behoren bij de gemeten waarden van de warmtestroom I . Deze geëffende waarden van ΔT bevinden zich in de kolommen 4 van de tabellen II, III en IV.

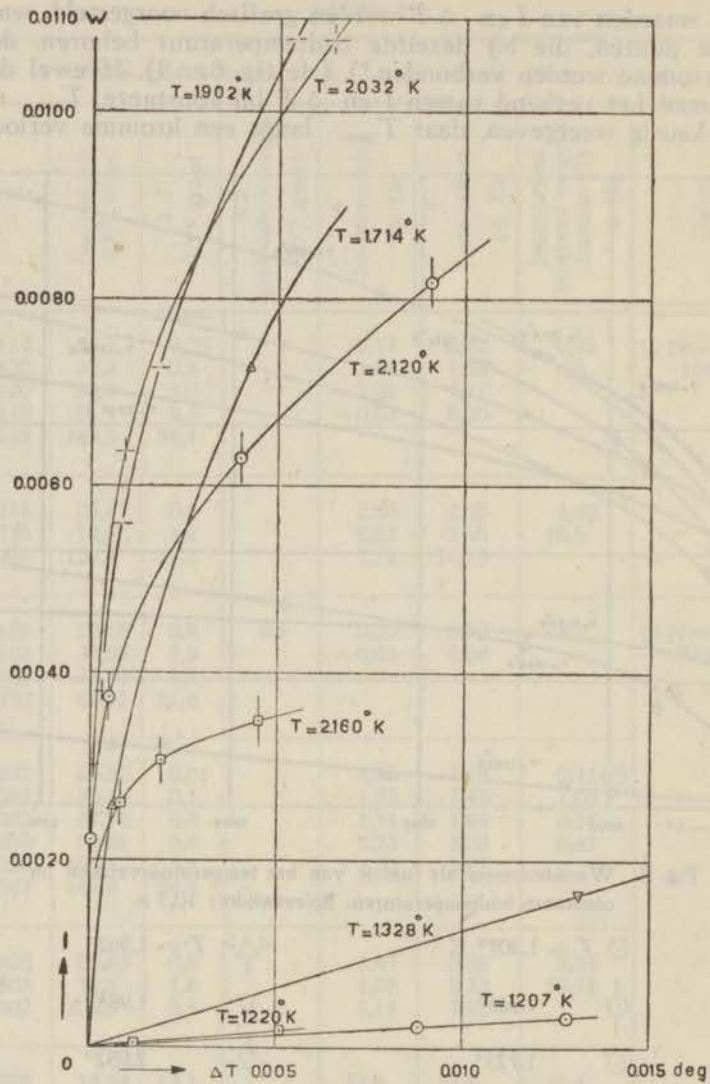


Fig. 9. Warmtestroom als functie van het temperatuurverschil bij constante badtemperaturen. Spleetwijdte: 5μ .

- | | | | |
|---|----------------------------|-------|-------------------|
| ○ | $T = 1,207^\circ \text{K}$ | --- | $T = 1,902^\circ$ |
| □ | $1,220^\circ$ | · · · | $2,032^\circ$ |
| ▽ | $1,328^\circ$ | ○ | $2,120^\circ$ |
| △ | $1,714^\circ$ | □ | $2,160^\circ$ |

mogen we toch hieruit wel afleiden, hoe I bij constante $T_{\text{gem.}}$ van ΔT afhangt. Immers:

1. de waarden van ΔT zijn meestal zo klein, dat $T_{\text{gem.}}$ langs een kromme niet meer dan enige duizendsten graden verloopt;
2. de nauwkeurigheid van de metingen is niet erg groot.

Uit fig. 8 en 9 is duidelijk te zien:

a. Voor temperaturen lager dan $1,4^\circ \text{K}$ is I recht evenredig met ΔT .

b. Voor wat hogere temperaturen is I alleen evenredig met ΔT , mits ΔT klein is. Hoe hoger T is, voor des te kleinere waarden van ΔT houdt deze evenredigheid op te bestaan (vgl. de krommen voor $T = 1,508^\circ$, $1,723^\circ$ en $1,833^\circ$ in fig. 8 en die voor $T = 1,714^\circ$ in fig. 9).

c. Voor nog hogere temperaturen verdwijnt deze evenredigheid vrijwel geheel.

De wijze, waarop de warmtestroom I bij constante waarden van ΔT en bij een spleetwijdte van $10,5\mu$ van de gemiddelde temperatuur $T_{\text{gem.}}$ afhangt, is in fig. 10 weergegeven. Deze figuur werd als volgt verkregen. Voor ΔT kozen we de 4 verschillende waarden, die in de figuur zijn aangegeven door de getallen bij de krommen. Voor één bepaalde waarde van ΔT lazen we op de $I-\Delta T$ -krommen in fig. 8 de bijbehorende waarden van I af, terwijl we $T_{\text{gem.}}$ berekenden uit: $T_{\text{gem.}} = T_{\text{buiten}} + \frac{1}{2} \Delta T$. Door de bij elkaar behorende waarden van I en $T_{\text{gem.}}$ tegen elkaar uit te zetten, werd één der krommen van fig. 10 verkregen. We zien, dat het maximum in de warmtegeleiding, dat steeds bij een temperatuur hoger dan $1,9^\circ \text{K}$ ligt, naar lagere temperaturen verschuift, als ΔT toeneemt. Het is duidelijk, dat deze verschuiving van het maximum onmiddellijk samenhangt met het feit, dat de krommen, die het verband tussen I en ΔT bij verschillende waarden van T aangeven, elkaar snijden (zie fig. 8). Daar dit verschijnsel ook in fig. 9 optreedt, vindt de verschuiving van het maximum op analoge wijze plaats bij een spleetwijdte van 5μ . Tussen $1,2^\circ$ en $1,8^\circ \text{K}$ neemt de warmtestroom I bij constante ΔT zeer sterk — in grove benadering ongeveer evenredig met T^{13} — toe. Verder is de absolute waarde van de warmtegeleiding, vooral bij de lagere temperaturen, veel kleiner dan die in wijde capillairen.

Zoals te verwachten was, zijn onze resultaten van de warmtegeleiding in overeenstemming met die van Allen en Reekie²⁰⁾ in hun met amarilpoeder gevulde capillair en die van Keesom en Duyckaerts²¹⁾ in het intermediaire gebied van spleetwijdten (vgl. Hoofdstuk I, § 1).

Uit de kolommen 5 en 6 van de tabellen II, III en IV, waarin zich resp. de onmiddellijk afgelezen hoogteverschillen h en de voor het dampspanningsverschil gecorrigeerde waarden van het

fonteineffect f bevinden, is duidelijk te zien, dat de correctie*), die voor dit verschil in dampspanning boven beide niveaus moest worden aangebracht, dikwijls zeer aanzienlijk was, vooral voor temperaturen hoger dan $1,9^\circ\text{K}$. Verder kan men uit de tabellen vinden, dat het door Allen en Reekie²⁶) gevonden verschijnsel, nl. het „negatieve fonteineffect” (vgl. Hoofdstuk I, § 2 en

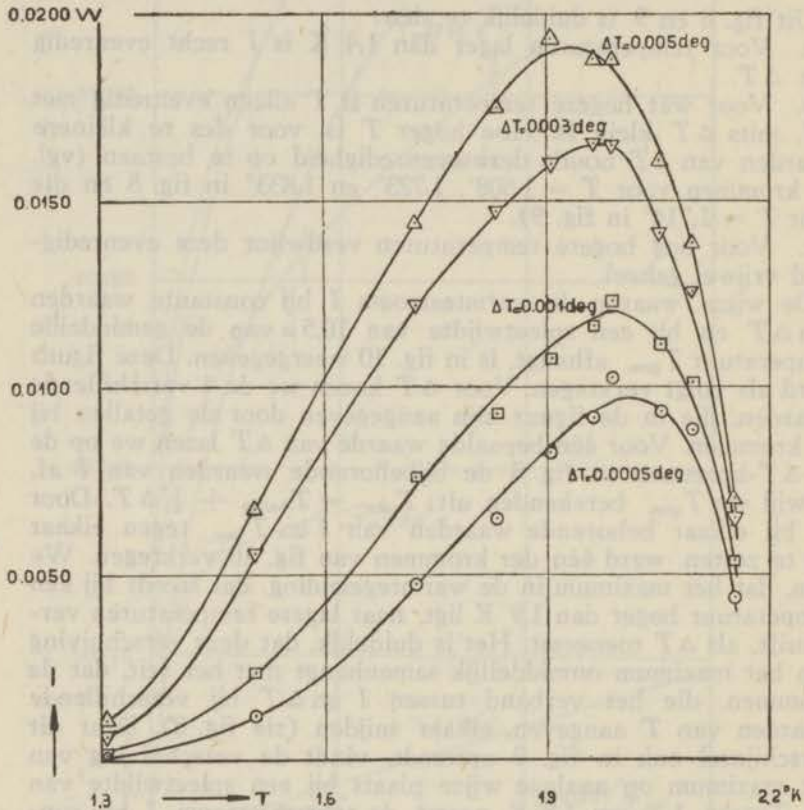


Fig. 10. Warmtestroom als functie van de temperatuur bij constante waarden van ΔT . Spleetwijdte: $10,5 \mu$.

fig. 4), gereproduceerd is: h is voor kleine waarden van I positief, gaat voor wat grotere waarden over een maximum en kan tenslotte zelfs negatief worden (zie bijv. Tabel III: $T_{\text{bad}} = 1,96^\circ$ en $T_{\text{bad}} = 2,05^\circ$).

Het fonteineffect f is bij constante temperatuur en voor beide

*) Voor de berekening van deze correctie werd gebruik gemaakt van de gegeven waarden van ΔT .

spleetwijdten steeds recht evenredig*) met de warmtestroom I (zie fig. 11). De evenredigheidsfactor f/I , die natuurlijk ook van

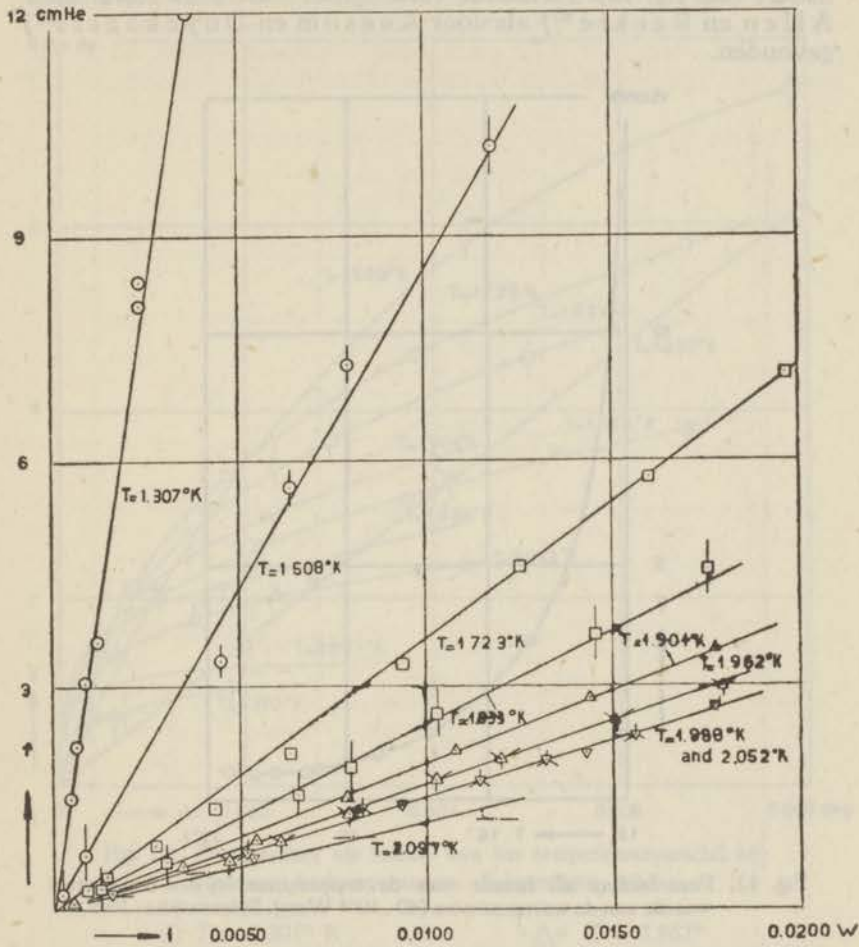


Fig. 11. Fonteineneffect als functie van de warmtestroom bij constante badtemperaturen. Spleetwijdte: $10,5 \mu$.

\odot $T = 1,307^\circ \text{K}$	\square $T = 1,833^\circ$	∇ $T = 1,988^\circ$
\odot $1,508^\circ$	\triangle $1,904^\circ$	∇ $2,052^\circ$
\square $1,723^\circ$	\triangle $1,962^\circ$	\dots $2,097^\circ$

*) De enige uitzondering, die bij deze metingen hierop gevonden is, wordt gevormd door de 2 waarden van f , die op 18 Nov. 1943 bij $T = 2,12^\circ \text{K}$ gevonden zijn voor $I = 62,9$ en $81,7 \cdot 10^{-4}$ Watt. Daar de dampspanningscorrectie

de spleetwijdte afhangt, neemt af, als de temperatuur stijgt, en nadert tot een waarde, ongelijk aan nul, **) als T tot het λ -punt nadert (zie fig. 12). Hetzelfde verschijnsel was reeds zowel door Allen en Reekie²⁰⁾ als door Keesom en Duyckaerts²¹⁾ gevonden.

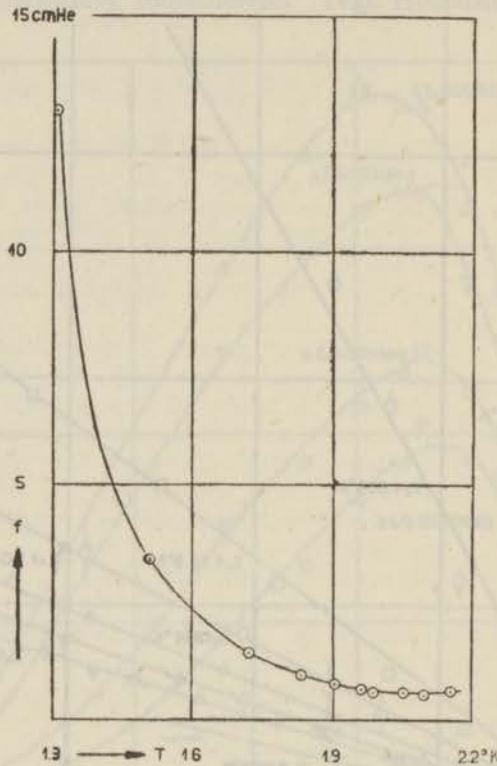


Fig. 12. Fonteïneffect als functie van de temperatuur bij een constante waarde van de warmtestroom ($40 \cdot 10^{-4}$ Watt). Spleetwijdte: $10,5 \mu$.

Uit het feit, dat het fonteïneffect f bij constante temperatuur T recht evenredig met de warmtestroom I is, volgt direct, dat f bij constante T op volkomen analoge wijze van het temperatuurverschil ΔT aan weerszijden van de spleet afhangt als de warm-

voor beide meetpunten groot is en bovendien de 2 waarden van ΔT , die bij de berekening daarvan gebruikt moesten worden, nl. 0,0040 en 0,0091, niet erg nauwkeurig bepaald zijn, is deze uitzondering van weinig belang.

**) Dit op het eerste gezicht wat vreemde resultaat wordt minder onbegrijpelijk, indien we bedenken, dat, als we f als functie van T bij een constante waarde van I beschouwen, de bijbehorende ΔT sterk van T afhangt: ΔT is groot bij lage T , neemt met stijgende T af, gaat door een minimum in de buurt van $2,0^\circ$ K om tenslotte sterk toe te nemen, als T tot het λ -punt nadert.

testroom, d.w.z. voor temperaturen lager dan $1,4^{\circ}\text{K}$ is f recht evenredig met ΔT , enz. (zie fig. 13 en vergelijk deze met fig. 8 en 9!).

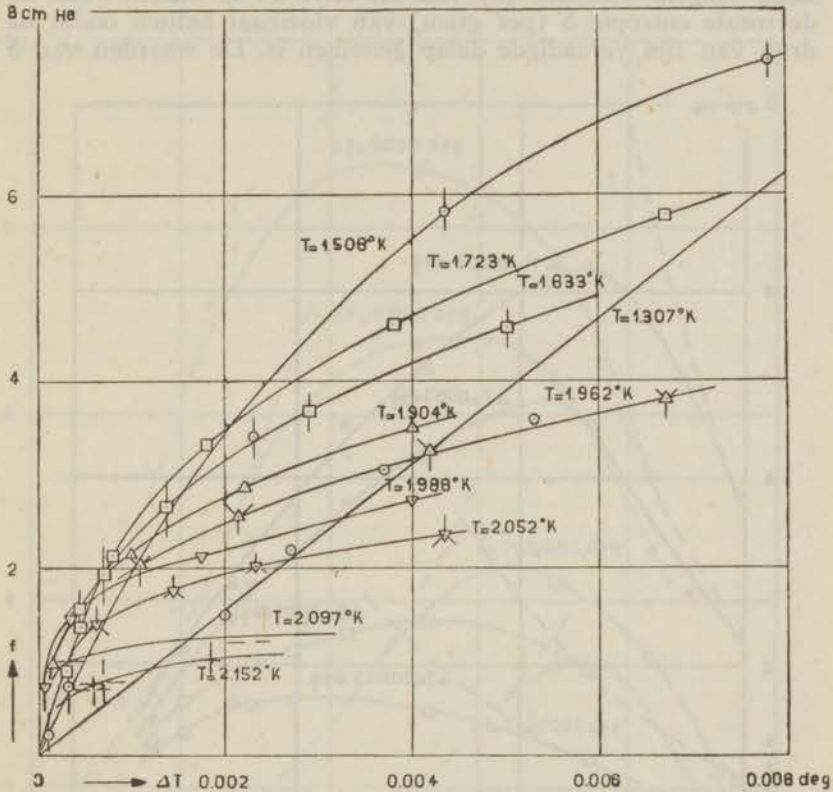


Fig. 13. Fonteinneffect als functie van het temperatuurverschil bij constante badtemperaturen. Spleetwijdte: $10,5 \mu$.

○	$T = 1,307^{\circ}\text{K}$	△	$T = 1,962^{\circ}$
○	1,508°	▽	1,988°
□	1,723°	▽	2,052°
□	1,833°	—	2,097°
△	1,904°	—	2,152°

Uit fig. 13, waarin f als functie van ΔT bij constante T is uitgezet, is fig. 14 op dezelfde wijze verkregen, als waarop fig. 10 uit fig. 8 is afgeleid. In fig. 14, resp. fig. 15, zien we f als functie

van T voor 4 verschillende waarden van ΔT bij een spleetwijdte van $10,5\mu$, resp. 5μ . De gestippelde lijnen in de figuren 14 en 15 komen overeen met de waarden van het fonteineffect, berekend volgens formule (5) van H. London, waarin voor ΔS de totale entropie S (per gram) van vloeibaar helium onder de druk van zijn verzadigde damp genomen is. De waarden van S

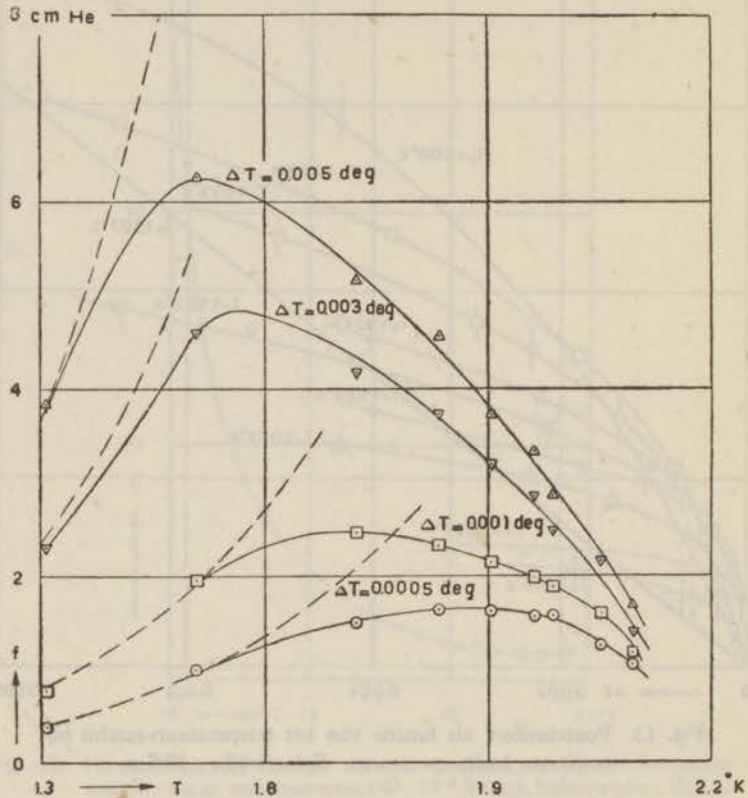


Fig. 14. Fonteineffect als functie van de temperatuur bij constante waarden van ΔT . Spleetwijdte: $10,5\mu$.

hebben we als volgt berekend. De door Prof. Keesom en mej. Keesom⁶⁾ en door Keesom en Westmijze⁴⁵⁾ gemeten waarden voor de soortelijke warmte c van vloeibaar helium onder de druk van zijn verzadigde damp werden tegen de temperatuur uitgezet, waarna een kromme lijn door deze punten werd getrokken. We deelden de geëffende waarden van c , die uit deze kromme afgelezen werden, door T en zetten daarna $\frac{c}{T}$ tegen T uit. S werd tenslotte berekend door grafische integratie

van deze $\frac{c}{T}$ - T -kromme; de op deze wijze verkregen waarden van S zijn tot op ongeveer 3% nauwkeurig. In de kolommen 7 der tabellen II, III en IV bevinden zich de theoretische waarden

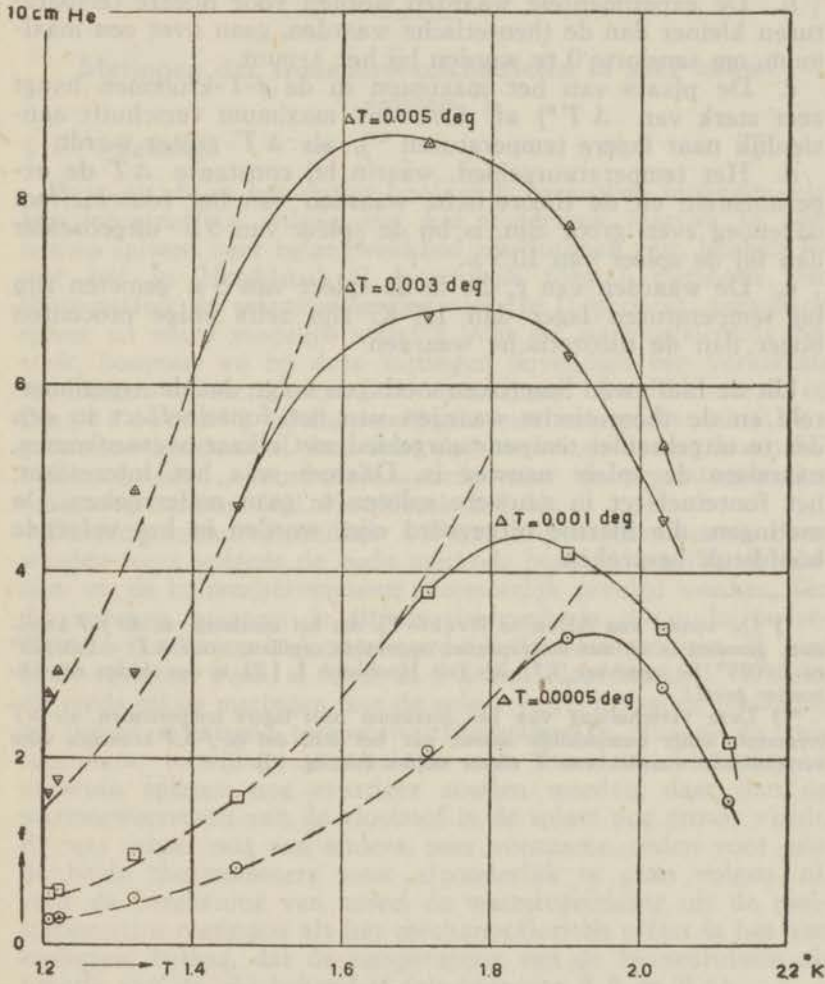


Fig. 15. Fonteineffect als functie van de temperatuur bij constante waarden van ΔT . Spleetwijdte: 5μ .

van het fonteineffect, die aldus met formule (5) berekend zijn*) (ze zijn weggelaten in de gevallen, dat ze veel groter dan de experimentele waarden zijn).

Uit de figuren 14 en 15 is af te leiden:

*) Bij deze berekening maakten we gebruik van de geëffende waarden van ΔT .

a. De overeenkomst tussen experimentele en theoretische waarden van het fonteineffect is vrij goed in alle gevallen, waarin f evenredig met ΔT is, d.w.z. bij lage temperaturen en bij wat hogere temperaturen voor kleine waarden van ΔT .

b. De experimentele waarden worden voor hogere temperaturen kleiner dan de theoretische waarden, gaan over een maximum, om tenslotte 0 te worden bij het λ -punt.

c. De plaats van het maximum in de f - T -krommen hangt zeer sterk van ΔT *) af, d.w.z. het maximum verschuift aanzienlijk naar lagere temperaturen**), als ΔT groter wordt.

d. Het temperatuurgebied, waarin bij constante ΔT de experimentele en de theoretische waarden van het fonteineffect nagenoeg even groot zijn, is bij de spleet van 5μ uitgebreider dan bij de spleet van $10,5 \mu$.

e. De waarden van f , die in de spleet van 5μ gemeten zijn bij temperaturen lager dan $1,5^\circ \text{K}$, zijn zelfs enige procenten hoger dan de theoretische waarden.

Uit de hierboven besproken metingen volgt, dat de experimentele en de theoretische waarden van het fonteineffect in een des te uitgebreider temperatuurgebied met elkaar overeenkomen, naarmate de spleet nauwer is. Daarom was het interessant, het fonteineffect in nauwere spleten te gaan onderzoeken. De metingen, die hiertoe uitgevoerd zijn, worden in het volgende hoofdstuk besproken.

*) De vondst van Allen en Reekie²⁰⁾, dat het maximum in de f - T -krommen, gemeten in de met amarilpoeder opgevulde capillair, voor $\Delta T = 0,00125^\circ$ en $0,0025^\circ$ bij ongeveer $1,7^\circ$ ligt (zie Hoofdstuk I, § 2), is dus slechts een bijzonder geval!

**) Deze verschuiving van het maximum naar lagere temperaturen, als ΔT toeneemt, hangt onmiddellijk samen met het feit, dat de f - ΔT -krommen voor verschillende waarden van T elkaar snijden (zie fig. 13).

HOOFDSTUK IV.

Metingen der transportverschijnselen in zeer nauwe spleten. *)

§ 1. Inleiding.

Daar uit de in het vorige hoofdstuk besproken metingen van het fonteineffect volgde, dat het onderzoek hiervan in zeer nauwe spleten zeer belangwekkend zou kunnen zijn, hebben we met het in Hoofdstuk II besproken toestel metingen van fonteineffect en warmtegeleiding van He II verricht, terwijl de spleet zo nauw mogelijk was.⁴⁶⁾ Wat de warmtegeleiding betreft, hoopten we bij deze metingen bovendien een verklaring te kunnen vinden voor het verschijnsel, dat Keesom en Duyckaerts²¹⁾ bij hun metingen met een spleet van $0,75 \mu$ gevonden hadden, nl. het feit, dat er behalve een „normale” ook nog een „abnormale” waarde voor de warmtegeleiding scheen te bestaan (vgl. Hoofdstuk I, § 1).

De temperatuurverschillen ΔT aan weerszijden van de spleet werden weer volgens de oude methode bepaald, waarbij de binnen- en de buitenthermometer afzonderlijk gevolgd werden. Eén der redenen, waarom de differentiaalmethode, die zulke bevredigende resultaten had opgeleverd bij de metingen van 25 Juni 1943, verlaten werd, is reeds in § 4 van Hoofdstuk II vermeld, nl. reeds bij de metingen met de spleet van 5μ traden relaxaties op tussen eventuele temperatuurfluctuaties in binnen- en buitenruimte, terwijl te verwachten was, dat deze relaxaties bij nauwere spleten nog ernstiger zouden worden, daar dan de warmteweerstand van de vloeistof in de spleet nog groter wordt. Er was echter nog een andere, zeer voorname, reden voor ons, de beide thermometers weer afzonderlijk te gaan volgen, nl. voor de berekening van zowel de warmtegeleiding uit de niet-stationnaire metingen als het mechanocalorisch effect is het van essentieel belang, dat de temperatuur van de binnenruimte als functie van de tijd bekend is (zie hiervoor § 5 en § 6).

Hoewel de warmtestroom I , het temperatuurverschil ΔT aan weerszijden van de spleet en de hoogteverschillen h der heliumniveaux in binnen- en buitenruimte in hoofdzaak op dezelfde

*) Hierbij betuig ik mijn grote dank aan Dr. L. Meyer voor de aangename en productieve wijze, waarop ik tijdens deze metingen en bij de verwerking der resultaten met hem heb mogen samenwerken; ook bedank ik G. Dallinga, chem. drs., hartelijk voor zijn onvermoeibare hulpverlening gedurende vele der experimenten en bij de berekening daarvan.

wijze gemeten werden als in Hoofdstuk II besproken is, moesten we toch in verband met het feit, dat de warmteweerstand van het helium in de spleet en daardoor ook de insteltijd in den regel groot waren, zowel het fonteineffect als de warmtegeleiding meestal volgens een niet-stationnaire methode bepalen (vgl. Hoofdstuk II, § 1). Bovendien bleek het gedurende de metingen met deze nauwe spleten mogelijk te zijn — hoewel het toestel niet voor dat doel was ontworpen en er zelfs niet zo heel erg geschikt voor was — gegevens te verkrijgen over het mechano-calorisch effect, de kritieke snelheid en de viscositeit van He II. In de §§ 4 t/m. 7 zullen de methoden besproken worden, volgens welke resp. het fonteineffect, de warmtegeleiding, het mechano-calorisch effect en de kritieke snelheid bepaald zijn, waarna in § 8 de resultaten besproken zullen worden. Vooraf zullen in § 2 en § 3 nog enige gegevens van het toestel vermeld worden, die voor de metingen van belang waren.

§ 2. *Bepaling van de spleetwijdte.*

Het was ons niet mogelijk, een of ander materiaal te vinden, dat, als de dikte daarvan minder dan 1μ bedroeg, nog geschikt was om tussen de fijn gepolijste oppervlakken aangebracht te worden. Daarom zijn we als volgt te werk gegaan: de gepolijste oppervlakken, die van te voren zorgvuldig waren schoongemaakt, werden met behulp van de drie phosphorbronsveertjes (zie Hoofdstuk II, § 2) zo stevig mogelijk tegen elkaar aangedrukt, terwijl er zich geen materiaal tussen bevond. Bij de metingen, die voor 4 April 1946 zijn uitgevoerd, oefende ieder dezer veertjes een kracht van ongeveer 50 g uit, waardoor bereikt werd, dat de gemiddelde spleetwijdte $0,3 \mu$ of meer bedroeg. Later werden sterkere veertjes gebruikt, die ieder een kracht van ongeveer 200 g uitoefenden, waardoor een gemiddelde spleetwijdte tussen $0,1$ en $0,3 \mu$ verkregen werd; met behulp van deze sterkere veertjes verkregen we dus reeds een waarde voor de gemiddelde spleetwijdte, die van dezelfde grootteorde is als de oneffenheden in de beide gepolijste oppervlakken (zie Hoofdstuk II, § 2).

De gemiddelde waarde van de spleetwijdte werd in den regel op twee verschillende manieren bepaald, nl.

a. Voor en na iedere keer, dat met vloeibaar helium gemeten werd, werd bij kamertemperatuur heliumgas onder een druk van enige tientallen cm Hg in het toestel gebracht, waarna gewacht werd, totdat de druk constant was. Zodra nl. dit het geval was, kon met zekerheid gezegd worden, dat de druk aan weerszijden van de spleet gelijk was (in tegenstelling met het in § 3 van Hoofdstuk II beschreven experiment bleef nu de capillair D van boven dicht). Dan werd gas in de buitenruimte bijgelaten, tengevolge waarvan de druk hierin hoger werd dan

die in de binnenruimte; daardoor ontstond een gasstroming door de spleet naar binnen, die een verlaging van de druk in de buitenruimte teweeg bracht. We maten nu deze druk als functie van de tijd; hieruit konden zowel het drukverschil aan weerszijden van de spleet als de hoeveelheid gas, die per tijds-eenheid door de spleet stroomde, als functies van de tijd berekend worden, daar ook de volumina van de buitenruimte met de manometer, waarop de druk werd afgelezen, en die van de binnenruimte voldoende nauwkeurig (vgl. ook § 3) bekend waren. Met behulp van de formule voor de stroming van gassen door een rotatie-symmetrische spleet, die ook gebruikt is om de spleetwijdte te berekenen uit de stromingssnelheid van gassen door wijdere spleten (zie Hoofdstuk II, § 3), werd de gemiddelde spleetwijdte berekend uit de hoeveelheid gas, die per tijds-eenheid door de spleet stroomde, het drukverschil aan weerszijden van de spleet, de temperatuur van het gas, en de breedte en de lengte — die nog steeds 1,0 mm bedroeg — van de spleet. Daar de hoeveelheid gas, die onder een zeker drukverschil door een spleet met wijdte d stroomt, evenredig met d^3 is, was de tijd, die verliep, voordat de druk in binnen- en buitenruimte praktisch constant geworden was, zeer sterk van de spleetwijdte afhankelijk: bij een spleet van $0,2 \mu$ nam de stromingsproef vele uren in beslag, terwijl deze binnen een kwartier afgelopen was, toen de spleetwijdte 1μ bedroeg. Voor nog wijdere spleten werden de beide drukken in zo'n korte tijd aan elkaar gelijk, dat de spleetwijdte op de hierboven beschreven manier niet meer bepaald kon worden.

b. Tevens werden bij kamertemperatuur voor en na iedere keer, dat met vloeibaar helium gemeten werd, de interferentiekleuren waargenomen, die in opvallend wit licht te zien waren op de plaats, waar de gepolijste oppervlakken zich bevonden. Op deze wijze was het mogelijk, de spleetwijdte te schatten, mits deze kleiner dan 1μ was. Daar soms gedurende een dag, dat met vloeibaar helium gemeten werd, de kop F (zie fig. 6) een of meer malen werd opgehaald,*) tengevolge waarvan de spleetwijdte wel eens veranderde (meestal groter werd), werden de boven beschreven bepalingen van de spleetwijdte zowel voor als na iedere meetdag uitgevoerd. De waarden van de gemiddelde spleetwijdte, volgens de methoden a en b bepaald, kwamen binnen de meetnauwkeurigheid met elkaar overeen; ze waren echter slechts tot op ongeveer 20% nauwkeurig bepaald. Daar echter, zoals uit het vervolg zal blijken, zowel het fonteineffect als het mechanocalorisch effect onafhankelijk van de spleetwijdte zijn, zolang deze kleiner dan 1μ is, heeft deze onnauw-

*) Om verschillende redenen zagen we ons genoodzaakt — ondanks het daaraan verbonden bezwaar, dat de spleetwijdte kon veranderen — de kop F gedurende de metingen tijdelijk op te halen (vgl. Hoofdstuk II, § 2).

keurigheid in de spleetwijdte gelukkig slechts weinig invloed op onze belangrijkste resultaten.

Enige malen is het voorgekomen, dat de spleetwijdte 1μ of meer bedroeg. Daar het in deze gevallen niet mogelijk was de spleetwijdte d volgens één der methoden a of b te bepalen, hebben we getracht d te schatten met behulp der resultaten van de warmtegeleiding door deze zowel met de metingen van Keesom en Duyckaerts²¹⁾ in spleten van $0,75$ en $1,15 \mu$ (zie Hoofdstuk I, § 1) als met onze eigen metingen in de spleet van 5μ (zie Hoofdstuk III) te vergelijken.

§ 3. Calibratie van het bovenstuk van het toestel.

Zoals uit het vervolg zal blijken, moet voor de berekening van de warmtegeleiding uit de niet-stationnaire metingen het volume van de binnenruimte^{*)} en voor de berekening van het mechanocalorisch effect en de kritieke stromingssnelheid de hoeveelheid vloeistof, die in een bepaalde tijd door de spleet gestroomd is, bekend zijn. Daar Keesom en Duyckaerts de volumina van buiten- en binnenruimte beneden de koperglaslas s (zie fig. 6) reeds bepaald hadden, hebben we er ons toe beperkt het bovenstuk van het toestel te calibreren. Deze calibratie geschiedde als volgt: uit drie horizontale richtingen, die onderling hoeken van 120° met elkaar maakten, werd een Röntgenfoto van het bovenstuk van het toestel gemaakt, terwijl er ter vergelijking een schaalverdeling naast was gezet. Door deze drie foto's op een comparator uit te meten, konden de binnendiameter d_1 van de capillair D (zie fig. 6), de buitendiameter d_2 van de buitenste glaswand van de kop F , en de binnendiameter d_3 van de glaswand tussen buitenruimte en heliumbad als functies van de hoogte h' boven de koperglaslas s tot op $0,1$ mm nauwkeurig bepaald worden; d_1^2 , d_2^2 en d_3^2 werden nu als functies van h' uitgezet, waarna de volumina van binnen- en buitenruimte boven de koperglaslas, die resp. gelijk zijn aan

$$\frac{1}{4} \pi \int_0^{h'} d_1^2 dh' \quad \text{en} \quad \frac{1}{4} \pi \int_0^{h'} (d_3^2 - d_2^2) dh',$$

door grafische integratie als functie van h' tot op $0,001 \text{ cm}^3$ nauwkeurig berekend konden worden.

Met behulp van deze calibratie was het ons dus mogelijk de hoeveelheid vloeistof, die in een bepaalde tijd door de spleet gestroomd was, tot op $0,001 \text{ cm}^3$ nauwkeurig te berekenen, als de stand van één der heliumniveaux t.o.v. de koperglaslas s als

*) Vgl. § 2: ook moeten de volumina van binnen- en buitenruimte bekend zijn, opdat men uit de wijze, waarop de druk in de buitenruimte van de tijd afhangt, kan berekenen, hoe groot de stromingssnelheid van het gas door de spleet en het drukverschil aan weerszijden van de spleet zijn.

functie van de tijd gemeten was (als de standen van beide niveaux gemeten waren, hadden we nog een contrôle op de juistheid der metingen). Verder volgt uit deze calibratie, dat het totale volume van de binnenruimte bij temperaturen van vloeibaar helium $6,47 \text{ cm}^3$ bedraagt.

§ 4. Bepaling van het fonteineffect.

Zoals reeds in Hoofdstuk II, § 2 en § 4, is vermeld, werden op een heliumdag bij een aantal verschillende temperaturen metingen verricht. Bij elke temperatuur werden eerst de beide thermometers gecalibreerd, waarna de eigenlijke metingen volgden. Hierbij bleek het — vooral bij zeer nauwe spleten en bij temperaturen in de buurt van het λ -punt — zeer lang te duren, voordat een stationnaire toestand bereikt werd. Daarom zijn we er toe overgegaan het hoogteverschil h der heliumniveaux zoveel mogelijk elke minuut zowel voor als gedurende en na het stoken te meten. Tevens werden de beide thermometers elke 10 sec. afgelezen volgens de in Hoofdst. II, § 4 geschetste methode. Bij het begin der metingen bij een bepaalde temperatuur bleek steeds het binnenniveau hoger te staan dan het buitenniveau. De oorzaak hiervan was, dat de temperatuur van de binnenruimte tengevolge van stralingsenergie, die er steeds in terecht kwam (vgl. Hoofdstuk II, § 4 en § 6), wat hoger was dan die van de buitenruimte. Toch namen we gemakshalve aan, dat het temperatuurverschil ΔT tussen beide ruimten bij het begin der metingen gelijk aan nul was. Daardoor was ΔT , berekend uit de temperatuurstijgingen ΔT_1 en ΔT_2 der binnen- en buitenruimte volgens: $\Delta T = \Delta T_1 - \Delta T_2$, slechts tot op een additieve constante na bepaald.

Als de stookstroom was ingeschakeld, bleek het fonteineffect in de meeste gevallen de veranderingen van het temperatuurverschil ΔT zonder meetbare vertraging te kunnen volgen. Na het uitschakelen van de stookstroom daalden zowel het hoogteverschil h als ΔT steeds zeer langzaam. Het was ons dus mogelijk, h als functie van ΔT te meten, zonder dat een stationnaire toestand was bereikt. Daar de metingen bij één en dezelfde badtemperatuur T gewoonlijk ongeveer een half uur à drie kwartier duurden, konden we meestal voor één waarde van T een serie van 30 à 40 bepalingen van h als functie van ΔT uitvoeren. Fig. 16, waarin het fonteineffect f — d.i. het gemeten hoogteverschil h , gecorrigeerd voor het verschil in dampspanning tussen beide ruimten (vgl. Hoofdstuk II, § 6) — als functie van ΔT is uitgezet, geeft een voorbeeld van het resultaat van een dergelijke serie. Uit fig. 16 zien we, dat f een lineaire functie van ΔT is, die voor $\Delta T = 0$ ongelijk aan nul is: dit laatste is een gevolg van het feit, dat het nulpunt van ΔT willekeurig gekozen is! Daar het fonteineffect gelijk aan

nul moet zijn, als de temperaturen in binnen- en buitenruimte even hoog zijn, kan uit fig. 16 een conclusie getrokken worden, die voor alle temperaturen beneden het λ -punt geldig is, zolang de spleet niet wijder dan 1μ is, nl.: het fonteineffect f is recht evenredig met het temperatuurverschil tussen binnen- en buitenruimte.

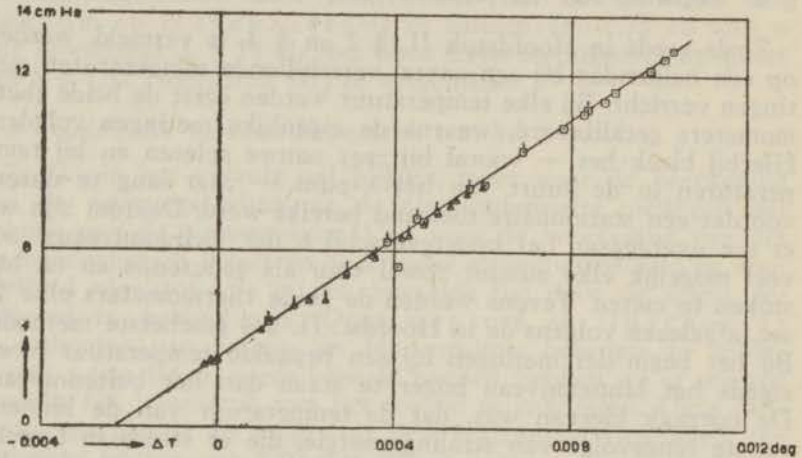


Fig. 16. Fonteineffect als functie van het temperatuurverschil bij $T = 1,316^\circ \text{K}$. Spleetwijdte: $0,3 \mu$.

Bij temperaturen hoger dan $2,1^\circ \text{K}$ vonden we, vooral bij de nauwste spleten, relaxatieverschijnselen, d.w.z. als de stookstroom werd ingeschakeld, bleek het hoogteverschil h de veranderingen van ΔT niet meer te kunnen bijhouden, tenzij de stookstroom zeer klein was. In fig. 17 is voor een dergelijk geval het hoogteverschil h als functie van ΔT uitgezet: zolang gestookt wordt, is h kleiner dan de waarde, die overeenkomt met het temperatuurverschil ΔT ; wordt daarna de stookstroom uitgeschakeld, dan blijft h toenemen, terwijl tegelijkertijd ΔT sterk daalt.*). Tenslotte bereiken h en ΔT een zekere evenwichtswaarde, waarna de stookstroom eventueel weer ingeschakeld kan worden. In fig. 17 zien we 5 van dergelijke relaxatielussen; de punten op de getrokken lijn, die overeenkomen met de waarden van h en ΔT , die enige minuten na het uitschakelen van de stookstroom bereikt zijn, leveren ons het werkelijke verband tussen h en ΔT . Ook in de gevallen, dat relaxatie was opgetreden, bleek het fonteineffect recht evenredig met ΔT te zijn.

*) Deze daling is verklaarbaar met het mechanocalorisch effect (vgl. Hoofdstuk I, § 3); daar vloeistof door de nauwe spleet naar binnen stroomt, daalt de temperatuur in de binnenruimte.

In fig. 18, waarin de galvanometeruitslagen van de binnenthermometer (kromme I) en die van de buitenthermometer (kromme II) als functie van de tijd staan uitgezet, zijn nog enkele verschijnselen op te merken, die tijdens de metingen optraden. Het tijdstip 149' correspondeert met het eind der vierde relaxatielus van fig. 17: de temperatuur van de binnenruimte T_1 en het hoogteverschil der niveaus h zijn praktisch constant. Ten tijde I_1 wordt de stookstroom ingeschakeld, waarna T_1 snel stijgt, totdat ten tijde U_1 de stroom wordt uitgeschakeld. T_1 daalt dan zeer snel tot ten tijde B evenwichtswaarden van h en ΔT bereikt zijn. Ten tijde I_2 wordt de stookstroom weer ingeschakeld; T_1 stijgt dan weer snel, totdat ten tijde T het binnen-

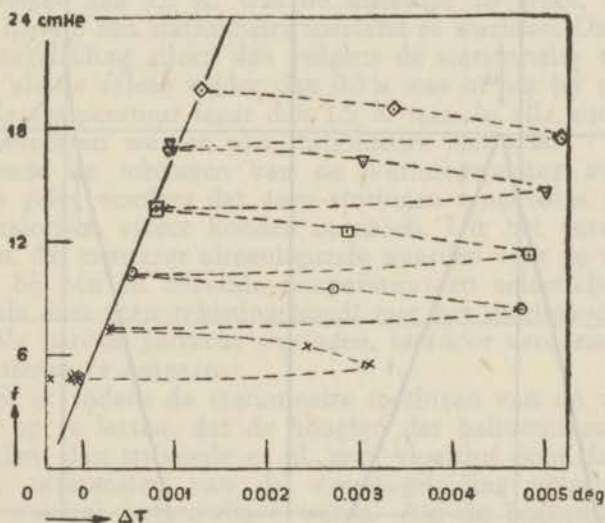


Fig. 17. Hoogteverschil der niveaus als functie van het temperatuurverschil bij $T = 2,160^\circ \text{ K}$. Spleetwijdte: $0,3 \mu$.

niveau in de top komt, waarna T_1 nog sneller gaat stijgen. Deze snellere stijging kan verklaard worden met het mechanocalorisch effect: zolang het binnenniveau zich niet in de top bevindt, wordt een gedeelte der stookenergie gebruikt om de afkoeling der binnenruimte, veroorzaakt door de binnenstromende vloeistof, te compenseren. Ten tijde U_2 wordt de stookstroom weer uitgeschakeld, waarna T_1 vrij snel daalt; T_1 daalt nu echter minder snel dan het geval was tussen de tijdstippen U_1 en B ; ook dit verschijnsel is met het mechanocalorisch effect te verklaren: tussen U_1 en B stroomde vloeistof naar binnen, terwijl dit na het tijdstip U_2 niet mogelijk meer was, daar het binnenniveau zich in de top bevond.

Ook gedurende de metingen bij deze nauwe spleten bleef het binnenniveau steeds in de top plakken, zodra het daarin door

een of andere oorzaak gekomen was. Bij de metingen met de spleten van $10,5$ en 5μ was het steeds zeer moeilijk geweest, de vloeistof uit de top los te krijgen; bij deze nauwe spleten bleek dit losmaken veel gemakkelijker te zijn: het was hiertoe voldoende, de temperatuur van het bad *plotseling* vrij sterk te verhogen. Hierdoor werd de temperatuur van de binnenruimte lager dan die van het bad, zodat een fontein-effect-druk ontstond, die, als een trekkracht werkend, de vloeistof in de capillair naar beneden trok. Deze trekkracht was niet in staat de

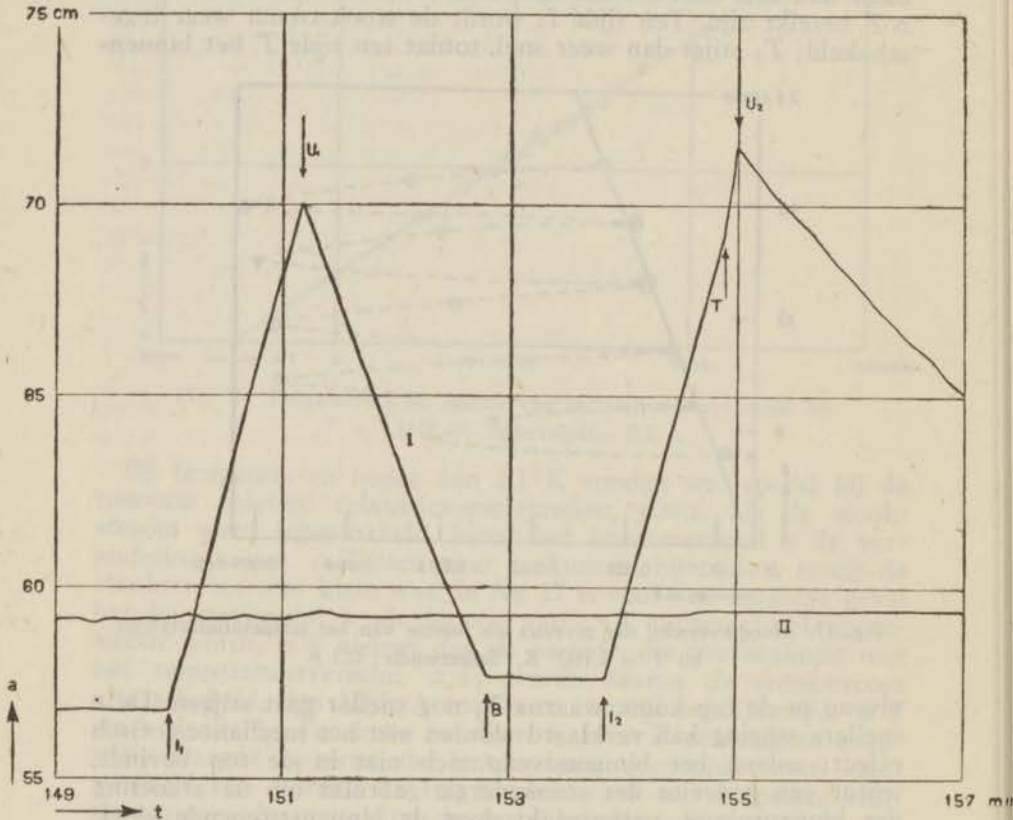


Fig. 18. Galvanometeruitslagen als functie van de tijd. Zie tekst.

vloeistof van de wand aan de top van de capillair los te maken, maar kon wel een gasbel vormen, door de vloeistof, waarschijnlijk op de plaats der nauwste doorsnede, d.w.z. aan de ingang van de spleet, uiteen te trekken. Als deze gasbel gevormd was, steeg deze door de capillair D omhoog en kwam tenslotte in de top van de capillair terecht. Nadat we ontdekt hadden, dat het bij de nauwe spleten betrekkelijk eenvoudig was, het binnen-

niveau uit de top los te krijgen, hebben we, na een voldoende aantal waarnemingen van het fonteineffect als functie van ΔT bij een bepaalde badtemperatuur gedaan te hebben, het binnenniveau meermalen met opzet in de top gedreven. De reden hiervan zal in § 5 duidelijk worden.

§ 5. *Bepaling van de warmtegeleiding.*

Zoals reeds is vermeld, duurde het in den regel lang, voordat een stationnaire toestand werd bereikt, daar de warmteweerstand van de vloeistof in de spleet groot was. In de meeste gevallen, vooral bij de metingen met spleten nauwer dan $0,5\mu$ en temperaturen hoger dan $1,5^\circ K$, was de insteltijd zo groot, dat het geen zin had op een stationnaire toestand te wachten. Daarom is de warmtegeleiding alleen dan volgens de stationnaire methode gemeten, als de spleet wijder dan $0,5\mu$ was of als bij nauwere spleten de temperatuur lager dan $1,5^\circ K$ was. In alle andere gevallen gebruikten we een niet-stationnaire methode.

Gedurende de metingen van de warmtegeleiding moest er steeds op gelet worden, dat geen storingen tengevolge van het mechanocalorisch effect konden optreden. Uit het vervolg zal nl. blijken, dat men zeer uiteenlopende waarden voor de warmtegeleiding bij één en dezelfde temperatuur en spleetwijdte kan krijgen, als men geen rekening houdt met het mechanocalorisch effect! We hebben getracht storingen, hierdoor veroorzaakt, op twee manieren te ontgaan:

a. door er tijdens de stationnaire metingen van de warmtegeleiding op te letten, dat de hoogten der heliumniveaux niet veranderden; dan stroomde er nl. geen vloeistof door de spleet, zodat de uitkomsten van de warmtegeleiding volgens deze methode meestal betrouwbaar waren. Als de badtemperatuur echter sterk fluctueerde, verkregen we volgens deze methode te lage waarden voor de warmtegeleiding (wordt in § 8c verklaard).

b. door het binnenniveau in de top van de capillair *D* te drijven, waarmee iedere stroming van vloeistof door de spleet verhinderd werd, zolang de badtemperatuur niet plotseling sterk verhoogd werd.

De meest betrouwbare metingen van de warmtegeleiding zijn verricht, terwijl het binnenniveau zich in de top bevond. Dat de warmteweerstand van de vloeistof in de spleet aanzienlijk is, is uit fig. 19 te zien: hierin zijn de galvanometeruitslagen van beide thermometers tegen de tijd uitgezet; bij *I* wordt de stroom ingeschakeld, bij *U* uitgeschakeld; gedurende de gehele tijd bevond het binnenniveau zich in de top. Tijdens het stoken trad een fluctuatie van de badtemperatuur op, die zó groot was, dat de badtemperatuur tijdelijk hoger was dan die van de binnenruimte. Daar de warmteweerstand in de spleet groot was,

kwam deze temperatuurfluctuatie met grote vertraging en zeer verzwakt in de binnenruimte aan. In fig. 20 zien we een geheel ander beeld: deze metingen zijn bij dezelfde spleetwijdte verricht; nu was echter het binnenniveau vrij bewegelijk! De fluctuaties van binnen- en buitenthermometer geschieden praktisch gelijktijdig, waaruit men zou kunnen concluderen, dat de warmtegeleiding buitengewoon groot was. Men ziet echter ook, dat

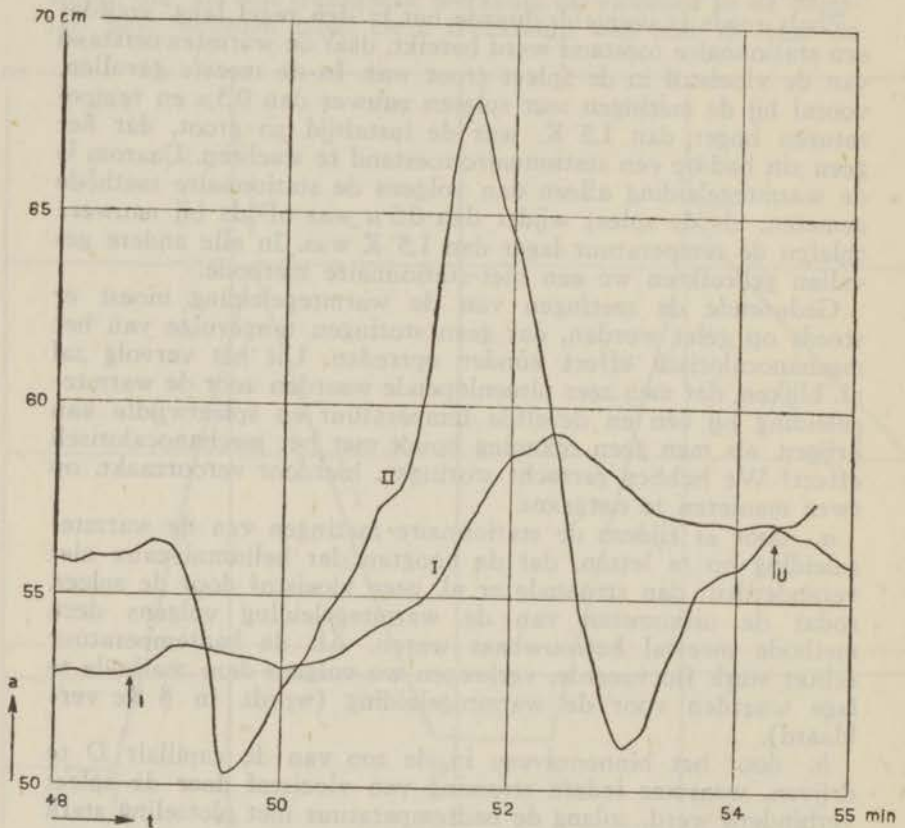


Fig. 19. Galvanometeruitslagen als functie van de tijd. Zie tekst.

na het inschakelen van de stookstroom (bij I) de instelling van een stationnaire toestand zeer lang op zich liet wachten, waaruit men zou kunnen besluiten tot een vrij slechte warmtegeleiding. Oppervlakkig beschouwd schijnen in fig. 20 dus een zeer goede en een vrij slechte warmtegeleiding op elkaar gesuperponeerd te zijn! Het feit, dat de temperatuurfluctuaties in beide ruimten praktisch gelijktijdig plaatsvinden, is met het mechanocalorisch effect als volgt te verklaren: als de badtemperatuur plotseling daalt (resp. stijgt), wordt het temperatuurverschil ΔT tussen

beide ruimten groter (resp. kleiner); daar het hoogteverschil der niveaus kleiner (resp. groter) is dan aan deze ΔT beantwoordt, stroomt er wat vloeistof naar binnen (resp. naar buiten), zodat een afkoeling (resp. een verwarming) van de binnenruimte optreedt. In fig. 21 zien we nogmaals de grote invloed van het mechanocalorisch effect geïllustreerd; ten tijde U_1 wordt de stookstroom uitgeschakeld, terwijl het binnenniveau vrij beweeglijk is. De temperatuur van de binnenruimte daalt slechts uiterst langzaam, d.w.z. schijnbaar is de warmtegeleiding nu buitengewoon klein. In werkelijkheid wordt er tengevolge van de vloeistofstroming door de spleet naar buiten, veroorzaakt door de met de daling van ΔT gepaard gaande daling van het binnenniveau, zoveel warmte in de binnenruimte ontwikkeld, dat de snelheid, waarmee de binnenthermometer (en dus ook het binnenniveau) daalt, zeer klein wordt. Bij I (fig. 21) wordt

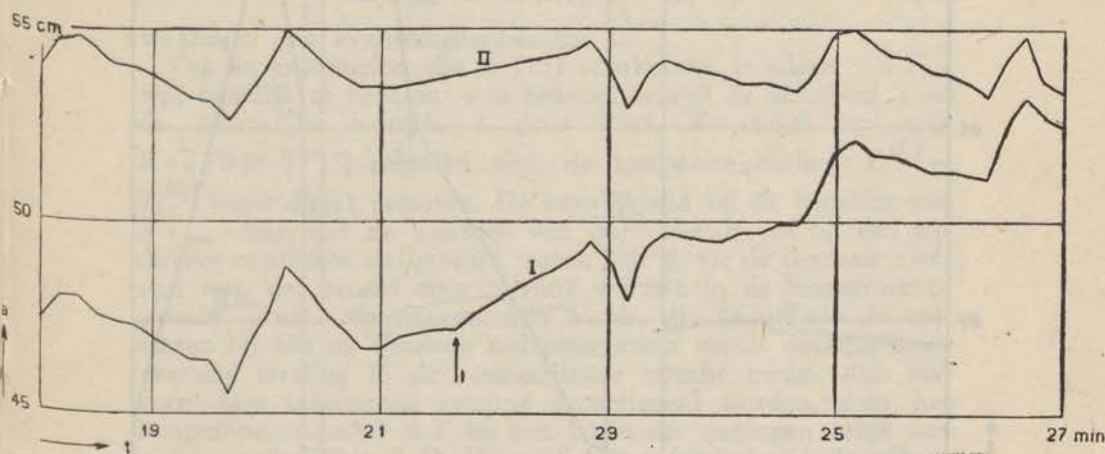


Fig. 20. Galvanometeruitslagen als functie van de tijd. Zie tekst.

de stookstroom ingeschakeld; de ontwikkelde warmte wordt gedeeltelijk gebruikt om de afkoeling, veroorzaakt door het binnestromende helium, te compenseren, tot het binnenniveau bij T in de top komt, waarna de temperatuur sneller gaat stijgen. Als tenslotte de stroom bij U_2 wordt uitgeschakeld, daalt de binnenthermometer veel sneller dan het geval was na U_1 . Daar hierbij geen storing door het mechanocalorisch effect meer optrad, was deze laatste afkoelingssnelheid wel een maat voor de warmtegeleiding. Zolang het binnenniveau zich niet in de top bevond, werd de insteltijd door het mechanocalorisch effect nog aanzienlijk verlengd*); de oorzaak hiervan is, dat de warmtecapaciteit van de binnenruimte schijnbaar veel groter is, zolang

*) Zie bijv. fig. 21: tijdens het stoken stijgt de temperatuur van de binnenruimte veel sneller, zodra het binnenniveau de top bereikt heeft.

vloeistof naar binnen stroomt, die een afkoeling teweeg brengt. Voor een nadere bespreking van de abnormaal grote warmtegeleiding, die Keesom en Duyckaerts²¹⁾ in de spleet van $0,75 \mu$ gevonden hebben en die ook met het mechanocalorisch effect verklaard kan worden, verwijzen we naar § 6.

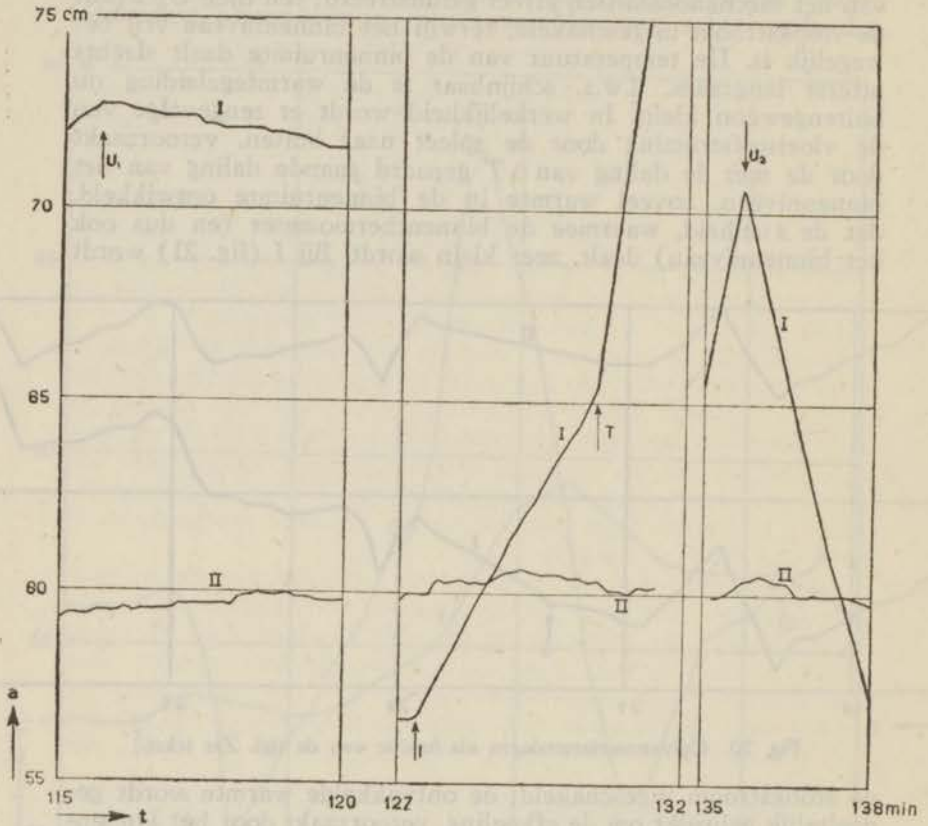


Fig. 21. Galvanometeruitslagen als functie van de tijd. Zie tekst.

Uit het voorgaande blijkt, dat de warmtegeleiding op drie verschillende manieren bepaald is:

a. stationnaire methode, terwijl het binnenniveau vrij beweegelijk was; deze methode was alleen bij lage temperaturen bruikbaar, terwijl de fluctuaties van de badtemperatuur niet groot mochten zijn.

b. stationnaire methode, terwijl het binnenniveau zich in de top bevond; de voordelen van deze methode boven a waren: insteltijd was korter en de kans op storende verschijnselen kleiner.

c. een niet-stationnaire methode, nl. de bepaling van de af-

koelingssnelheid, terwijl het binnenniveau zich in de top bevond. Als we veronderstellen, dat de warmtegeleiding voor alle temperaturen recht evenredig met het temperatuurverschil ΔT tussen binnen- en buitenruimte is,*) dan is de hoeveelheid warmte, die tussen twee tijdstippen t_1 en t_2 door geleiding uit de binnenruimte wegvloeit, evenredig met $\Delta T_{\text{gem.}}$, d.i. de gemiddelde waarde van ΔT over dit tijdsinterval I . De hoeveelheid weggevoerde warmte kan berekend worden uit:

$\rho v c (T_1^{(t_1)} - T_1^{(t_2)})$, waarin v het volume van de vloeistof en dus ook van de binnenruimte, nl. $6,47 \text{ cm}^3$ (vgl. § 3), ρ de dichtheid, en c de soortelijke warmte van de vloeistof bij de gemiddelde waarde van de binnentemperatuur T_1 over het tijdsinterval I en $T_1^{(t_1)} - T_1^{(t_2)}$ de daling van T_1 gedurende I is. Dus:

$$\alpha \Delta T_{\text{gem.}} = \rho c v (T_1^{(t_1)} - T_1^{(t_2)}), \quad (15)$$

waarin α een evenredigheidsfactor is.

Van de grootheden, die in (15) voorkomen, is alleen $\Delta T_{\text{gem.}}$ wat moeilijk te bepalen; v is bekend, terwijl de dichtheid ρ en de soortelijke warmte c door Prof. Keesom en mej. Keesom ^{3) 47) 6)} gemeten zijn; de temperaturodaling $T_1^{(t_1)} - T_1^{(t_2)}$ werd direct gemeten. De moeilijkheid bij de bepaling van $\Delta T_{\text{gem.}}$ was, dat de waarden van ΔT slechts tot op een additieve constante na bepaald waren (zie § 4); de oorzaak hiervan was, dat steeds door straling warmte in de binnenruimte terecht kwam. Als aangenomen wordt, dat gedurende de metingen bij één en dezelfde badtemperatuur steeds dezelfde hoeveelheid straling in de binnenruimte terecht kwam, dan kan voor deze inkomende straling gecorrigeerd worden, door het temperatuurverschil ΔT bij het begin der metingen gelijk aan nul te stellen (zie § 4). Daar bij alle metingen van de afkoe-

lingssnelheid de uitdrukking $\frac{\rho c (T_1^{(t_1)} - T_1^{(t_2)})}{\Delta T_{\text{gem.}}}$ binnen de meetnauwkeurigheid constant bleek te zijn, was inderdaad de warmtestroom voor alle temperaturen steeds evenredig met het temperatuurverschil aan weerszijden van de spleet. De metingen van de warmtegeleiding, verricht volgens de methoden *a*, *b* en *c*, leidden tot hetzelfde resultaat.

De volgens één der methoden *a*, *b* of *c* bepaalde waarden van de warmtegeleiding moesten natuurlijk nog gecorrigeerd worden voor het warmtelek, dat voor een temperatuurverschil van 0,1 graad tussen binnen- en buitenruimte $0,6 \cdot 10^{-4}$ Joule/sec

*) Deze veronderstelling vindt zijn rechtvaardiging hierin, dat Keesom en Duyckaerts ²¹⁾ bij hun metingen in spleten van 0,75 en 1,15 μ gevonden hebben, dat voor bijna alle temperaturen de warmtestroom recht evenredig met ΔT is (vgl. Hoofdstuk I, § 1).

bedroeg (vgl. Hoofdstuk II, § 5). Bij de nauwste spleten en de laagste temperaturen was dit lek reeds van dezelfde grootteorde als de warmtestroom door de spleet, waardoor de nauwkeurigheid der metingen ongunstig beïnvloed werd. Tenslotte merken we op, dat uit deze metingen vrij nauwkeurig bepaald kan worden, hoe de warmtegeleiding in zeer nauwe spleten van de temperatuur afhangt; de waarden van de warmtegeleidingscoëfficiënt, die eventueel uit deze metingen berekend kunnen worden, zijn echter niet nauwkeuriger dan tot op 20 % bepaald, daar voor de berekening daarvan gebruik gemaakt moest worden van de zo onzekere waarde der spleetwijdte.

§ 6. *Bepaling van het mechanocalorisch effect.*

In principe konden metingen van dit effect verricht worden in alle gevallen, dat de hoogte van het binnenniveau niet constant was in de loop der tijd. We konden dan de grootte van het mechanocalorisch effect berekenen door op de volgende wijze de warmtebalans van de binnenruimte op te maken. De hoeveelheid warmte Q , die in een bepaald door ons te beschouwen tijdsinterval I (van t_1 tot t_2) eventueel in de stookdraad ontwikkeld wordt, wordt verdeeld over:

a. de warmte Q_1 , die gedurende I door geleiding naar de buitenruimte afvloeit; Q_1 is evenredig met $\Delta T_{gem.}$, d.i. de gemiddelde waarde van het temperatuurverschil ΔT tussen de beide ruimten gedurende I , en dus gelijk aan $\alpha' \Delta T_{gem.}$, waarin α' een evenredigheidsfactor is, die nog van de spleetwijdte en de temperatuur afhangt. Bij de berekening van de term $\alpha' \Delta T_{gem.}$ traden echter twee moeilijkheden op:

1. Tengevolge van de straling, die in de binnenruimte terecht kwam, was ΔT slechts tot op een additieve constante na bepaald (vgl. § 4 en § 5). Hoewel zo goed mogelijk voor dit effect werd gecorrigeerd, waren de waarden van $\Delta T_{gem.}$ toch niet geheel zeker.
2. Daar de hoeveelheid warmte $\alpha' \Delta T_{gem.}$ zowel door de spleet als via de toevoerdraden en het onvoldoende vacuum weggeleid werd, hebben we voor de berekening van α' de niet voor het warmtelek gecorrigeerde resultaten van onze in § 5 beschreven warmtegeleidingsmetingen gebruikt. Nu hebben we de warmtegeleiding steeds gemeten, terwijl de vloeistof niet in beweging was; het is echter niet zeker, dat de warmtegeleiding niet beïnvloed wordt door een vloeistofstroming door de spleet! *) **)

*) Kapitza⁴⁹⁾ heeft gevonden, dat de warmtegeleiding van vloeibaar helium in vrij wijde capillairen kleiner wordt, zodra de vloeistof in beweging gebracht wordt (zie ook Hoofdstuk V).

**) Op de volgende manier zou men kunnen nagaan, hoe de warmtegeleiding door een vloeistofstroming door de spleet beïnvloed wordt: men beschouwt twee

Om deze twee redenen beschouwen we onze resultaten alleen in die gevallen als voldoende nauwkeurig, waarin de bijdrage van de warmtegeleiding hoogstens enige procenten van de warmtebalans bedraagt.

b. De hoeveelheid warmte Q_2 , die gedurende I gebruikt wordt, om de temperatuur T_1 van de binnenruimte te verhogen; daar Q_2 gelijk is aan het product van de warmtecapaciteit C van de binnenruimte en de temperatuurstijging gedurende I , moet C bepaald worden. Nu is de bijdrage van het gas, dat zich in de binnenruimte boven de vloeistof bevindt, tot C verwaarloosbaar klein, zodat C gelijk is aan $\rho c v_{\text{gem.}}$, waarin ρ de dichtheid en c de soortelijke warmte van helium II bij de gemiddelde waarde van T_1 gedurende I zijn, terwijl $v_{\text{gem.}}$ de gemiddelde waarde van het volume der vloeistof in de binnenruimte gedurende I is; ρ en c waren uit vroegere metingen bekend (vgl. § 5), terwijl $v_{\text{gem.}}$ berekend kon worden uit de standen van één der heliumniveaux gedurende I (vgl. § 3). We konden dus Q_2 , die gelijk was aan $\rho c v_{\text{gem.}} (T_1^{(t_1)} - T_1^{(t_2)})$, berekenen.

c. De hoeveelheid warmte Q_3 , die geabsorbeerd wordt, doordat vloeistof door de spleet naar binnen stroomt (als vloeistof uit de binnenruimte wegstroomt, is Q_3 negatief). Q_3 bestaat nog uit twee delen:

1. De hoeveelheid warmte Q_4 , die geabsorbeerd wordt, doordat Δv cm³ vloeistof gedurende I naar binnen stroomt; Q_4 is gelijk aan $\beta \rho \Delta v$, waarin β het mechanocalorisch effect per gram vloeistof bij de gemiddelde waarde van T_1 gedurende I is. Δv kon tot op 0,001 cm³ nauwkeurig bepaald worden, doordat de standen van één der heliumniveaux gedurende I gemeten waren (vgl. § 3).
2. Als Δv cm³ vloeistof naar binnen stroomt, moet hetzelfde volume aan damp verdwijnen, daar het volume der binnenruimte constant is. Hierdoor wordt een hoeveelheid condensatiewarmte Q_5 afgegeven (als vloeistof naar buiten stroomt, ontstaat damp, zodat dan verdampingswarmte moet worden toegevoerd). Q_5 , die evenredig met Δv was — dus gelijk aan $\gamma \Delta v$ — kon berekend worden uit de verdampingswarmte van 1 gram vloeistof, de dichtheden van vloeistof en damp en uit de verzadigde dampspanning bij de gemiddelde binnentemperatuur gedurende I . Daar Q_5

gevallen, nl. $a. T_1 - T_2 = \Delta T$ en $b. T_1 - T_2 = -\Delta T$, terwijl in beide gevallen $T_{\text{gem.}}$ dezelfde is. Men zorgt er voor, dat de stromingssnelheid der vloeistof door de spleet voor $a.$ en $b.$ even groot is, en dezelfde richting heeft; door dan zowel voor $a.$ als voor $b.$ de warmtebalans op te maken, kan men, daar in beide gevallen de door het mechanocalorisch effect geleverde bijdrage practisch even groot is, de enig overgebleven onbekende, nl. de door de warmtegeleiding geleverde bijdrage, berekenen.

steeds ongeveer 10% van Q_4 bedroeg, was het dus zeer noodzakelijk, dat rekening gehouden werd met dit door de verdampingswarmte veroorzaakte effect.

De vergelijking voor de warmtebalans van de binnenruimte gedurende het tijdsinterval I luidt nu:

$$Q = \alpha' \Delta T_{\text{gem.}} + \rho c v_{\text{gem.}} (T_1^{(t_1)} - T_1^{(t_2)}) + \beta \rho \Delta v - \gamma \Delta v. \quad (16)$$

Naar aanleiding van formule (16) willen we nog enkele opmerkingen maken:

α . Uit het voorgaande is duidelijk, dat $\Delta T_{\text{gem.}}$ positief is, als de binnentemperatuur hoger dan de buitentemperatuur is, en dat Δv positief is, als gedurende I vloeistof naar binnen is gestroomd.

β . De metingen zijn alleen dan voldoende nauwkeurig, indien $\alpha' \Delta T_{\text{gem.}}$ slechts een kleine bijdrage tot de warmtebalans levert. Daar α' sterk met de spleetwijdte toeneemt, moeten we verwachten, dat de bijdrage van $\alpha' \Delta T_{\text{gem.}}$ des te belangrijker wordt, naarmate de spleet wijder is. Daarom was het onmogelijk, nauwkeurige metingen van het mechanocalorisch effect te verrichten, als de spleet wijder dan $0,5 \mu$ was.

γ . Zolang de vloeistof naar binnen stroomde, kon de hierdoor veroorzaakte afkoeling door stoking dusdanig gecompenseerd worden, dat de binnentemperatuur T_1 bijna constant bleef. Als het binnenniveau zich in de capillair D bevond, steeg T_1 gedurende het naar binnen stromen van de vloeistof, daar hierdoor het hoogteverschil en dus ook het fonteineffect vrij sterk beïnvloed werd. Bevond het binnenniveau zich echter in de verwijding onder de capillair D , wat herhaaldelijk gebeurde (zie onder; het binnenniveau stond dan lager dan de koperglaslas s en was dus niet zichtbaar; we zeiden dan, dat het zich in de „kelder” bevond), dan steeg dit niveau en daarmee ook T_1 zeer weinig, zolang de vloeistof niet te snel naar binnen stroomde. Gedurende de metingen met deze nauwe spleten kwam het binnenniveau bijna steeds in de „kelder” terecht, als de badtemperatuur aanzienlijk verhoogd werd, nadat voldoende metingen bij een bepaalde temperatuur waren verricht; de oorzaak hiervan was, dat de badtemperatuur dan hoger dan de binnentemperatuur werd, wat met zich meebracht, dat het buitenniveau hoger stond dan het binnenniveau. Nu hebben Keesom en Duyckaerts²¹⁾ bij een spleet van $0,75 \mu$ slechts dan gedurende de eerste metingen bij een bepaalde temperatuur abnormaal grote waarden voor de warmtegeleiding gevonden (vgl. Hoofdstuk I, § 1), als daaraan een verhoging van de badtemperatuur was voorafgegaan. We mogen daarom met zekerheid concluderen, dat het binnenniveau bij die metingen in de „kelder” gezeten heeft; als dan gestookt werd, bleef de temperatuur van de binnenruimte practisch constant, zodat een

stationnaire toestand scheen bereikt te zijn, terwijl $\Delta T = 0$ was, d.w.z. de warmtegeleiding was schijnbaar abnormaal groot. Zodra echter zoveel stookenergie aan de binnenruimte was toegevoerd, dat het binnenniveau in de top gekomen was, verkregen Keesom en Duyckaerts de „normale” waarden voor de warmtegeleiding, terwijl de „abnormale” waarde niet meer teruggevonden werd. Dat deze verklaring van het door de genoemde onderzoekers gevonden effect juist is, is door ons ook nog experimenteel bevestigd, daar we meermalen de door hen gevonden verschijnselen hebben kunnen reproduceren.

§. Als vloeistof door de spleet naar buiten stroomde, was het onmogelijk de binnentemperatuur T_1 constant te houden, daar de door de stroming veroorzaakte verwarming van de binnenruimte niet door stoken gecompenseerd kon worden. In dit geval leverde Q dus geen bijdrage tot de warmtebalans.

Daar de metingen, door ons verricht, terwijl het binnenniveau zich in de „kelder” bevond, van groot belang voor de berekening van het mechanocalorisch effect waren, volgt nu een bespreking van deze „kelderproeven”. Nadat voldoende metingen bij een bepaalde temperatuur verricht waren, werd meestal de badtemperatuur vrij plotseling verhoogd, om het binnenniveau uit de top los te krijgen (vgl. § 4). Zodra dit geschied was, verhoogden we de badtemperatuur verder, waardoor het binnenniveau in de „kelder” kwam. Dan kon men tweeërlei experimenten uitvoeren:

a. door te stoken kon men een vloeistofstroom naar binnen teweegbrengen, waarbij T_1 practisch constant bleef, mits niet te hard gestookt werd.

b. door de badtemperatuur verder te verhogen, kon men de vloeistof naar buiten laten stromen, waarbij de binnentemperatuur ook steeg.

We deelden nu de „kelderproeven” in perioden in, waarin volgens één der methoden *a* of *b* gewerkt werd, en konden dan voor iedere periode uit formule (16) het mechanocalorisch effect berekenen, daar de temperaturen van binnen- en buitenruimte, de eventueel toegevoerde stookenergieën en de stand van het buitenniveau als functies van de tijd gemeten waren.

Ook kon het mechanocalorisch effect uit (16) berekend worden, door de bij een constante badtemperatuur uitgeoefende niet-stationnaire metingen van het fonteineffect in tweeërlei perioden te verdelen, nl.:

c. waarin vloeistof naar binnen stroomde, doordat gestookt werd, of (in geval van relaxatie) kort te voren gestookt was.

d. waarin vloeistof naar buiten stroomde.

We zullen enige conclusies trekken uit het feit, dat de nauwkeurigheid, waarmee het mechanocalorisch effect bepaald werd, des te groter was, naarmate de bijdrage van $\beta p \Delta v$ tot de

warmtebalans groter en die van $\alpha' \Delta T_{\text{gem.}}$ kleiner was. Zodra de stromingssnelheid zo groot was, dat relaxaties tussen het hoogteverschil der niveaus en het temperatuurverschil aan weerszijden van de spleet optraden (vgl. § 7: de stromingssnelheid is dan boven zijn kritieke waarde), werd de invloed van de term $\alpha' \Delta T_{\text{gem.}}$ belangrijk, waardoor de nauwkeurigheid nadelig beïnvloed werd; de volgens de methoden *c* of *d* bepaalde waarden waren evenmin nauwkeurig, daar hierbij in den regel de stromingssnelheid en daarmee ook de term $\beta \rho \Delta v$ klein waren. De meest nauwkeurige waarden van het mechanocalorisch effect werden dus uit die „kelderproeven” gevonden, waarbij de stromingssnelheid noch te groot, noch te klein was (d.w.z. de stromingssnelheid moest een waarde tussen 50 en 100 % van de kritieke snelheid hebben). Tenslotte merken we nog op, dat de volgens methode *a* bepaalde waarden van het mechanocalorisch effect onder deze omstandigheden het meest betrouwbaar waren, daar hierbij $\Delta T_{\text{gem.}}$ over het algemeen veel kleiner was dan bij de metingen volgens methode *b*.

§ 7. Bepaling van de kritieke snelheid.

Daar gedurende de metingen volgens één der in § 6 geschetste methoden *a* t/m *d* de stand van minstens één der heliumniveaus als functie van de tijd bepaald werd, kon steeds berekend worden, hoeveel vloeistof per tijdseenheid door de spleet gestroomd was. Met behulp van de gemiddelde breedte en de omtrek van de spleet konden we dan de gemiddelde stromingssnelheid van de vloeistof door de spleet berekenen. Binnen de meetnauwkeurigheid bleken nu geen relaxaties tussen het hoogteverschil h der niveaus en het temperatuurverschil ΔT aan weerszijden van de spleet op te treden, zolang de stromingssnelheid kleiner dan een zekere kritieke snelheid $v_{\text{krit.}}$, die van de temperatuur afhing, was. Zodra echter de snelheid groter dan $v_{\text{krit.}}$ was, traden merkbare relaxaties tussen h en ΔT op. De uit onze experimenten berekende waarden van $v_{\text{krit.}}$ konden op slechts ten hoogste 20 % nauwkeurig bepaald worden en wel om de volgende twee redenen:

a. hoewel sterke relaxaties tussen h en ΔT gemakkelijk te constateren waren, was het moeilijk, het oogenblik van het eerste optreden van een dergelijke relaxatie nauwkeurig waar te nemen.

b. de kritieke snelheid moest berekend worden met behulp van de waarde van de gemiddelde spleetbreedte, die slechts tot op 20 % nauwkeurig bekend was (vgl. § 2).

§ 8. De resultaten.

a. Fonteineffect. In § 4 zijn we reeds tot de conclusie gekomen, dat het fonteineffect f bij alle temperaturen recht even-

redig met het temperatuurverschil ΔT was, zolang de spleet nauwer dan 1μ was. De evenredigheidsfactor tussen f en ΔT kon tot op ongeveer 3% nauwkeurig uit de helling der $f-\Delta T$ -rechten (vgl. de figuren 16 en 17) bepaald worden. De aldus

TABEL V.

Datum	Spleetwijdte 10^{-4} cm	T °K	Fonteineffect gemeten cm He/0,001°	Fonteineffect berekend volgens formule (5) cm He/0,001°
23 November 1945	1,0	1,229	0,667	0,565
	0,3	2,042	9,0	10,7
7 December 1945	0,3	1,226	0,692	0,557
19 December 1945	0,5	1,086	0,304	0,272
	0,5	1,274	0,819	0,702
	0,5	1,659	3,65	3,32
	0,5	1,816	5,06	5,64
	0,5	1,966	7,89	8,75
24 Januari 1946	1,5	1,460	1,65	1,59
	3	1,460	1,65	1,59
7 Maart 1946	0,5	1,160	0,44	0,40
	0,5	1,316	1,00	0,85
	1	1,411	1,42	1,29
	1	1,611	3,0	2,85
	1	1,802	5,1 ± 0,2	5,4
4 April 1946	1	2,160	12,2	14,7
	0,2	1,083	0,298	0,267
	0,2	1,347	1,05	0,98
	0,2	1,416	1,45	1,32
	0,2	1,574	2,65	2,50
	0,2	1,725	4,13	4,17
	0,2	1,891	6,88	7,08
	0,2	1,990	8,3 ± 0,4	9,33
5 Juni 1946	0,2	2,152	14,9 ± 1,0	14,3
	0,3	1,600	3,03	2,76
	0,3	1,804	5,16	5,42
	0,3	2,089	11,6	12,1
	0,3	2,160	12,6 ± 0,4	14,7
12 Juli 1946	0,3	2,173	8,33 (?)	15,2
	0,1 ₅	2,175	14 ± 3	15,3

experimenteel gevonden waarden van het fonteineffect, uitgedrukt in cm He en behorende bij een temperatuurverschil van $0,001^\circ$, zijn te vinden in de vierde kolom van Tabel V en in

fig. 22, waarin ze tegen de temperatuur zijn uitgezet. De getrokken lijnen *) in fig. 22 komen overeen met de waarden van het fonteineffect voor $\Delta T = 0,001^\circ$, berekend volgens H. London's formule (5), waarin voor ΔS de totale entropie S (per gram) van vloeibaar helium onder zijn verzadigde damp-

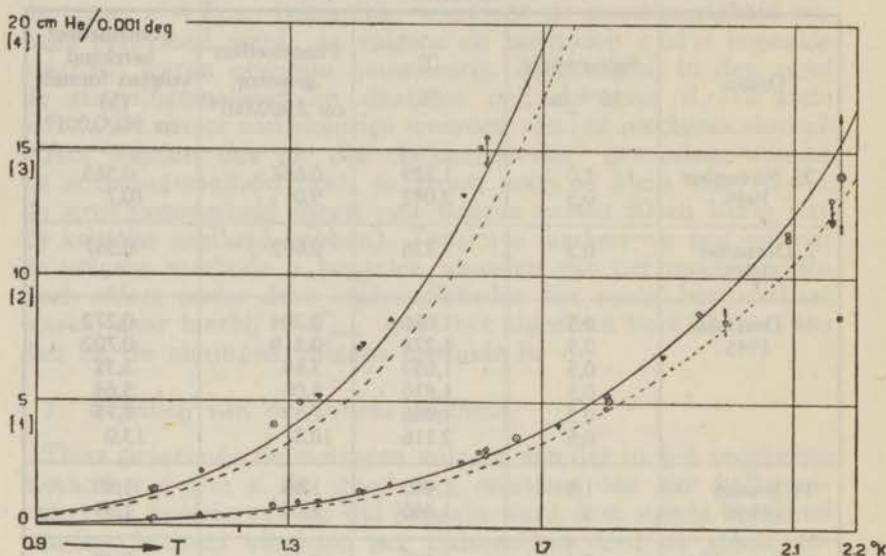


Fig. 22. Fonteineffect als functie van de temperatuur voor $\Delta T = 0,001^\circ$. De linkerkrommen komen overeen met de tusschen haakjes geplaatste getallen op de as der ordinaten.

- | | |
|----------------|----------------|
| ⊙ 19 Dec. 1945 | ▽ 4 April 1946 |
| △ 24 Jan. 1946 | ◻ 5 Juni 1946 |
| ◇ 7 Maart 1946 | ⊖ 12 Juli 1946 |

spanning genomen is; de aldus berekende waarden van het fonteineffect zijn ook in kolom 5 van Tabel V te vinden. Uit fig. 22 en Tabel V kunnen nog de volgende conclusies getrokken worden:

*) Terwille van de volledigheid vermelden we, dat de gestippelde lijnen in fig. 22 overeenkomen met de waarden van het fonteineffect voor $\Delta T = 0,001^\circ$, berekend volgens de formule:

$$\frac{dp}{dT} = \rho \frac{1}{T} \int_0^T c dT, \quad (17)$$

waarin c de soortelijke warmte (per gram) van vloeibaar helium onder de verzadigde dampspanning is.

1. De overeenstemming tussen experimentele en theoretische waarden van het fonteineffect, die ieder tot op ongeveer 3% nauwkeurig zijn, is over het gehele temperatuurgebied van 1,0° tot het λ -punt vrij goed; beneden 1,6° K zijn de experimentele waarden ongeveer 10% groter, boven 1,6° K meestal wat kleiner dan de theoretische waarden.
2. De evenredigheidsfactor tussen f en ΔT is voor alle temperaturen, behalve misschien vlak bij het λ -punt, onafhankelijk van de spleetwijdte, zolang deze 1 μ of kleiner is. Een vergelijking met de conclusies *a*, *d* en *e* aan het eind van Hoofdstuk III leert nog, dat deze evenredigheidsfactor, mits ΔT niet te groot is, in een des te groter gebied van spleten, wijder dan 1 μ , onafhankelijk van de spleetwijdte blijft, naarmate T lager is (zie bijv. de metingen van het fonteineffect, die op 24 Januari 1946 bij 1,5 en 3 μ verricht zijn).
3. De evenredigheidsfactor tussen f en ΔT blijft tot vlak bij het λ -punt toenemen. Indien er dus een maximum in de $\frac{f}{\Delta T}$ - T -kromme is, dan moet dit bij een temperatuur tussen 2,175° en het λ -punt liggen. Voor bredere spleten is er zeker een maximum in de f - T -kromme, dat bij een des te lagere temperatuur ligt, naarmate de spleet wijder en ΔT groter is (vgl. conclusies *c* en *d* aan het eind van Hoofdstuk III).
4. Uit het bovenstaande kunnen we tenslotte nog besluiten, dat het fonteineffect, behorend bij bepaalde waarden van T en ΔT , toeneemt, als de spleetwijdte afneemt, totdat het bij een bepaalde wijdte, die des te groter is, naarmate T lager en ΔT kleiner is, een grenswaarde bereikt, die ongeveer overeenkomt met de volgens H. London's formule (5) berekende.

Daar bij de bepalingen van de warmtegeleiding (zie § 5) in deze nauwe spleten de warmtestroom I evenredig met ΔT bleek te zijn, is steeds het fonteineffect f evenredig met I geweest. Hiermee zijn we tot de belangrijke conclusie gekomen, dat het fonteineffect voor alle temperaturen en spleetwijdten evenredig met de warmtestroom is. We moeten echter bedenken, dat de evenredigheidsfactor f/I zowel van de spleetwijdte als van de temperatuur afhangt; ook is de wijze, waarop f/I van T afhangt, voor verschillende spleetwijdten verschillend (zo nam bijv. — in tegenstelling met wat gevonden was bij spleten van 5 μ en wijder — f/I met stijgende temperatuur toe, toen de spleet 0,3 μ was).

b. Warmtegeleiding. In § 5 zijn we reeds tot de conclusie gekomen, dat de warmtestroom I voor alle temperaturen recht evenredig met het temperatuurverschil ΔT is, zolang de spleet

nauwer dan 1μ is. Daarom is het voldoende, dat in Tabel VI de waarden van de warmtestroom, gecorrigeerd voor het warmtelek, voor slechts één waarde van ΔT , nl. $0,001^\circ$, opgegeven zijn. Door vergelijking der kolommen 4 en 5 van Tabel VI zien we, dat de waarden, die volgens de stationnaire en volgens de

TABEL VI.

Datum	Spleet- wijdte 10^{-4} cm	T $^\circ\text{K}$	Warmtestroom voor $\Delta T = 0,001^\circ$ stationnair 10^{-4} Watt	Warmtestroom voor $\Delta T = 0,001^\circ$ niet-stationnair 10^{-4} Watt	λ cal/graad cm.sec.
23 Nov. 1945	0,3	1,652	0,120		1,80
7 Dec. 1945	0,3	1,226	0,016		0,25
	0,3	1,358	0,030		0,45
	0,3	1,558	0,085		1,27
19 Dec. 1945	0,5	1,086	0,013		0,11
	0,5	1,274	0,029		0,26
	0,5	1,659	0,260		2,34
7 Maart 1946	0,5	1,089	0,018	0,019	0,16
	0,5	1,315	0,037		0,33
	1	1,411	0,220	0,240	0,99
	1	1,611	0,46		2,1
	1	1,802	2,6		11
	1	1,948	4,5	3,9	19
	1	2,159	6,5		29
4 April 1946	0,2	1,070	0,008	0,009	0,18
	0,2	1,088	0,008		0,18
	0,2	1,582		0,024	0,54
	0,2	1,733		0,035	0,79
	0,2	1,896		0,045	1,01
	0,2	1,992		0,037	0,83
5 Juni 1946	0,3	1,605		0,057	0,86
	0,3	1,842		0,121	1,82
	0,3	2,090		0,257	3,86
	0,3	2,161		0,290	4,35
12 Juli 1946	0,1 ₅	1,070	0,006 ₈	0,006 ₅	0,20
	0,1 ₅	1,502		0,029	0,87
	0,1 ₅	1,901		0,058	1,74
	0,1 ₅	2,100		0,072	2,2

niet-stationnaire methode gemeten zijn, onderling behoorlijk overeenstemmen. Uit kolom 6 van Tabel VI, waarin de waarden van de warmtegeleidingscoëfficiënt — die niet nauwkeuriger dan tot op 20 % is bepaald (zie § 5) — opgegeven staan, is te

zien, dat de warmtegeleiding in deze nauwe spleten weliswaar slechts 0,1 tot 1% van die in wijde capillairen bedraagt, maar toch nog ongeveer 10^4 maal zo groot is als die van He I!

Het verband tussen de warmtestroom I bij constante ΔT en de temperatuur T hangt nog sterk af van de spleetwijdte: beneden $1,8^\circ \text{K}$ is I ongeveer evenredig met T^4 voor een spleet van $0,15 \mu$, met T^5 voor $0,3 \mu$, met T^6 voor $0,5 \mu$ en met T^9 voor ongeveer 1μ . Derhalve is I in dit spleetwijdtegebied niet evenredig met de doorsnede; hoe de warmtegeleiding van de spleetlengte afhangt, is niet onderzocht.

Voor alle spleetwijdten beneden 1μ bleef de warmtestroom I bij constante ΔT tot vlak bij het λ -punt met T toenemen*); als er dus een maximum in de warmtegeleiding is, dan moet dit dicht bij het λ -punt liggen.

Tenslotte merken we op, dat onze resultaten voor spleetwijdten in de buurt van 1μ kwalitatief en kwantitatief in goede overeenstemming zijn met de warmtegeleidingsmetingen van Keesom en Duyckaerts²¹⁾ in spleten van 0,75 en 1,15 μ (vgl. Hoofdstuk I, § 1).

c. Mechanocalorisch effect. Steeds hebben we de experimenteel gevonden waarden van dit effect vergeleken met de theoretische waarden, berekend volgens H. London's formule (6), waarin voor ΔS de totale entropie S van 1 gram vloeibaar helium genomen is (vgl. § 8a). Als 1 gram vloeistof door de spleet naar binnen stroomde, was het afkoelingseffect binnen de meetnauwkeurigheid gelijk aan $T S$, mits de stromingssnelheid kleiner dan $v_{\text{krit.}}$ was; voor grotere snelheden was het afkoelingseffect aanzienlijk kleiner dan $T S$, terwijl het voor snelheden, die ongeveer het dubbele van $v_{\text{krit.}}$ bedroegen, ongeveer gelijk was aan $\frac{1}{2} T S$, voor nog grotere snelheden was het afkoelingseffect nog kleiner. De warmte, die vrijkwam, als 1 gram vloeistof naar buiten stroomde, was steeds groter dan $T S$; reeds voor snelheden onder de kritieke was de ontwikkelde warmte ongeveer 10% hoger dan $T S$, terwijl deze warmte voor snelheden, die groter dan $v_{\text{krit.}}$ waren, waarden tot ongeveer $2 T S$ kon bereiken!

Deze resultaten geven ons aanleiding tot de volgende opmerkingen:

1. Als de vloeistof door de spleet stroomt, treden behalve reversibele ook irreversibele warmte-effecten op: als een bepaalde hoeveelheid vloeistof eerst door de spleet naar buiten en dan weer naar binnen stroomt (of omgekeerd),

*) De metingen, die op 4 April 1946 bij $T = 1,896^\circ$ en $1,992^\circ$ gedaan zijn, zijn zo onnauwkeurig, dat we daaruit zeker niet mogen besluiten, dat er een maximum in de I - T -kromme tussen $1,90^\circ$ en $1,99^\circ$ zou zijn.

is het uiteindelijke resultaat, dat warmte in de binnenruimte wordt ontwikkeld. Deze irreversibele warmte-effecten waren soms verrassend groot: bij snelheden, groter dan $v_{\text{krit.}}$, werden ze soms van dezelfde grootteorde als $T S$, terwijl de kinetische energie van de stromende vloeistof minder dan 1% van $T S$ bedroeg!

Deze irreversibele warmte-effecten konden de metingen van de warmtegeleiding, verricht volgens de stationnaire methode, terwijl het binnenniveau vrij bewegelijk was, soms ernstig verstoren, als er sterke fluctuaties in de badtemperatuur waren. Deze temperatuurfluctuaties veroorzaakten, dat een geringe hoeveelheid vloeistof, d.w.z. enige honderdsten cm^3 , door de spleet heen en weer stroomde (vgl. § 5: toelichting bij fig. 20), waardoor een hoeveelheid warmte in de binnenruimte ontwikkeld werd, die voldoende was, om T_1 enige tienduizendsten graden te verhogen*). Als de badtemperatuur dus voortdurend sterk bleef fluctueren, was het juist alsof er een extra stookstroom in de binnenruimte was ingeschakeld, zodat bij het bereiken van de stationnaire toestand een te hoge waarde van ΔT en dus een te lage waarde voor de warmtegeleiding gevonden werd!

2. De irreversibele warmte-effecten vertonen een asymmetrie, d.w.z. ze zijn in den regel groter, als vloeistof naar buiten stroomt, dan in het omgekeerde geval. Misschien kan deze gevonden asymmetrie gedeeltelijk toegeschreven worden aan het feit, dat de metingen, verricht tijdens stroming naar binnen, veel nauwkeuriger zijn dan de tijdens stroming naar buiten verrichte metingen (vgl. § 6).

d. Kritieke snelheid. De resultaten zijn vermeld in Tabel VII; hieruit zien we, dat $v_{\text{krit.}}$ in het beschouwde spleetwijdtegebied zo goed als onafhankelijk van de spleetwijdte was. De voor de kritieke snelheid gevonden waarden komen in absolute grootte binnen de meetnauwkeurigheid overeen met de door Daunt en Mendelsohn³⁴⁾ gevonden waarden van de stromingsnelheid van de film (zie Hoofdstuk I, § 4); bovendien hangt de kritieke snelheid op analoge wijze van T af als de stromingsnelheid van de film (zie fig. 5). Zoals wel te verwachten was (vgl. ook de in § 4 en § 5 van Hoofdstuk I hierover gemaakte opmerkingen), zijn onze resultaten in strijd met de formules (9) en (11), d.w.z. er is geen sprake van, dat de kritieke snelheid omgekeerd evenredig met de spleetwijdte is.

Bij enkele „kelderproeven” is het gebeurd, dat het binnenniveau tot onder de ingang van de spleet daalde, zodat een verder vloeistoftransport alleen nog maar plaats kon vinden

*) We konden dan ook waarnemen, dat het binnenniveau tijdens iedere temperatuurfluctuatie plotseling rees.

via de film tussen binnenniveau en de ingang van de spleet. We vonden dan ook, dat het vloeistoftransport per tijdseenheid daarbij plotseling aanzienlijk daalde. Hieruit konden we, door te veronderstellen, dat de kritieke snelheid in deze film dezelfde was als in de vloeistof (deze wat gewaagde veronderstelling

TABEL VII.

Datum 1946	Spleetwijdte 10^{-4} cm	T °K	Kritieke snelheid cm/sec
7 Maart	1	1,66	15
	1	1,78	12
	1	1,84	16
	1	1,95	16
	1	2,00	> 12
	1	2,16	< 3
4 April	0,2	1,34	> 22
	0,2	1,58	23
	0,2	1,89	18
	0,2	1,99	20
	0,2	2,15	< 3
5 Juni	0,3	1,38	> 16
	0,3	1,45	> 20
	0,3	1,52	> 20
	0,3	1,68	> 22
	0,3	1,82	> 14
	0,3	1,94	13
	0,3	2,09	< 16
	0,3	2,12	6
	0,3	2,16	3
	0,3	2,17	< 2
12 Juli	0,15	2,166	< 1,8

is enigszins gerechtvaardigd door de hierboven vermelde resultaten*), de dikte van de film berekenen. We vonden hierbij waarden van 5 à 7. 10^{-6} cm voor de filmdikte vlak boven het vloeistofniveau, wat in redelijke overeenstemming is met de resultaten van Daunt en Mendelsohn³⁴).

Het is moeilijk uit te maken, of de kritieke snelheid werkelijk een drempelwaarde is, waar beneden geen wrijving optreedt, of dat er een geleidelijk met v toenemende wrijving is, die pas bij v_{krit} groot genoeg geworden is, om experimenteel waar-

*) De kritieke snelheid bleek nl. onafhankelijk van de spleetwijdte d te zijn, zolang d waarden aannam tussen 1 en 0,15 μ , d.w.z. tussen ongeveer 20 en ongeveer 3 maal de dikte van de film.

genomen te kunnen worden. Het feit, dat reeds bij snelheden, kleiner dan $v_{krit.}$, irreversibele warmteeffecten optreden, wijst er op, dat de laatst genoemde mogelijkheid de waarschijnlijkste is.

Tenslotte zij opgemerkt, dat onze resultaten er op schijnen te wijzen, dat er, behalve een kritieke snelheid, ook nog een moeilijk overschrijdbare grenssnelheid, ongeveer 3 à 4 maal zo groot als $v_{krit.}$, is.

e. *Schatting van de viscositeit.* De stromingsverschijnselen in zeer nauwe spleten worden sterk beïnvloed door het mechanocalorisch effect en het fonteineffect (vgl. de opmerking aan het eind van Hoofdstuk I, § 5): het drukverschil aan weerszijden van de spleet, dat een vloeistofstroming veroorzaakt, wordt niet bepaald door het hoogteverschil h van binnen- en buitenniveau, maar door het verschil Δp tussen h en het bij ΔT behorende fonteineffect; in de meeste gevallen was dit effectieve drukverschil Δp veel kleiner dan h ! Bovendien worden door iedere vloeistofstroming warmte-effecten veroorzaakt (hetzij reversibel of irreversibel), die ΔT en daarmee het fonteineffect dusdanig beïnvloeden, dat Δp en daarmee ook de stroomsnelheid kleiner wordt, tenzij de door de stroming ontwikkelde warmte snel genoeg afgevoerd kan worden. We komen dus tot de conclusie, dat *niet het effectieve drukverschil, maar het warmtecontact tussen binnen- en buitenruimte* een beslissende invloed op de stromingssnelheid had; hoe slechter dit warmtecontact was, des te kleiner was de stromingssnelheid (vgl. de bespreking van fig. 21 in § 5: na het uitschakelen van de stookstroom dalen zowel de binnentemperatuur als het binnenniveau zeer langzaam, wat schijnbaar op een vrij grote viscositeit wijst).

Daar uit het bovenstaande reeds volgt, dat het zeer moeilijk is, een redelijke schatting van de grootteorde der viscositeit te maken, moet aan de volgende beschouwing niet al te veel waarde gehecht worden. Als we aannemen, dat het effectieve drukverschil Δp niet groter was dan de toename van het hoogteverschil der niveaus in één seconde (we hadden nl. gevonden, dat h eventuele veranderingen van ΔT binnen één seconde volgde, zolang geen relaxatieverschijnselen optraden), dan verkrijgen we, door zowel Δp als de experimenteel gemeten stromingssnelheid in een voor de spleet geldende formule voor laminaire stroming in te vullen, voor de coëfficiënt van viscositeit een waarde van ongeveer 10^{-12} poise. Dit is in redelijke overeenstemming met de waarden van η , die geschat kunnen worden uit de stromingsproeven, die Allen en Misener⁴¹⁾ in zeer nauwe kanalen verricht hebben (vgl. Hoofdstuk I, § 5).

HOOFDSTUK V.

Theoretische beschouwingen. Bespreking van recente metingen, door anderen aan Helium II verricht. Vergelijking der experimentele resultaten onderling en met de theorie.

§ 1. Inleiding.

Hoewel vele theorieën zijn voorgesteld ter verklaring van de λ -overgang en de andere merkwaardige eigenschappen van vloeibaar helium, kan tot dusverre geen dezer theorieën volkomen bevredigend genoemd worden. Daar een volledig overzicht van alle theorieën hier niet op onze weg ligt, hebben we ons beperkt tot een bespreking van de voornaamste uitspraken van enkele dezer theorieën.

a. *De orde-wanorde-theorie.* Fröhlich⁴⁹⁾ wees op de overeenkomst tussen de wijze, waarop de soortelijke warmte van de temperatuur afhangt bij de λ -overgang van vloeibaar helium aan de ene kant en bij dergelijke overgangen bij sommige metaalalliages en de overgang van ferromagnetisme naar paramagnetisme bij het Curie-punt aan de andere kant. Naar aanleiding van deze overeenkomst kan men zich voorstellen, dat vloeibaar helium een „kristalrooster” vormt, waarin zich twee maal zoveel roosterpunten als atomen bevinden; de helft der roosterpunten is dus bezet met heliumatomen, de andere helft met „gaten”, d.w.z. vloeibaar helium is a.h.w. een legering van helium met „lege plaatsen”. Bij het absolute nulpunt treedt volkomen „orde” op, d.w.z. de heliumatomen en de gaten zijn volkomen regelmatig over het rooster verdeeld. Om een heliumatoom en een gat van plaats te laten verwisselen, waardoor een onregelmatigheid in het rooster zou ontstaan, moet een zekere energie aan het rooster worden toegevoerd. Nu neemt de energie van het rooster met stijgende temperatuur toe, zodat het aantal onregelmatigheden (en dus ook de „wanorde”) in het rooster des te groter en daarmee de orde des te kleiner is, naarmate de temperatuur hoger is. De grote soortelijke warmte beneden het λ -punt is dan grotendeels toe te schrijven aan de energie, die aan het rooster toegevoerd moet worden, om de wanorde hierin te doen toenemen. Zodra een toestand van bijna volslagen wanorde bereikt is, wat bij het λ -punt geschiedt, moet de soortelijke warmte sterk afnemen, wat in overeenstemming met het experiment is.

Een belangrijk punt in deze theorie is, dat helium II opgebouwd gedacht wordt uit twee delen, nl. een „geordend” en

een „ongeordend” gedeelte met de volgende eigenschappen: bij het absolute nulpunt is alles volledig „geordend”, bij het λ -punt alles vrijwel volledig „ongeordend”, terwijl er een zekere energie aan ieder atoom moet toegevoerd worden, om dit van de geordende in de ongeordende toestand over te brengen. In andere theorieën komt men tot analoge conclusies: in helium II zouden tweeërlei toestanden van de atomen bestaan. Opgemerkt dient nog te worden, dat het Röntgenografisch onderzoek van helium II door Keesom en Taconis⁶⁹⁾ generlei bewijs voor een kristalstructuur heeft opgeleverd.

b. *De nulpunts-energie.* Tegenwoordig wordt algemeen aangenomen, dat er een nulpuntsenergie der atomen bestaat. Bij de meeste stoffen is deze nulpuntsenergie klein. Simon⁵⁰⁾ concludeerde echter uit een thermodynamische berekening van de bindingsenergie van vloeibaar helium, dat de nulpuntsenergie hiervan zeer groot moet zijn. Deze grote nulpuntsenergie brengt met zich mee, dat elk heliumatoom veel meer ruimte nodig heeft dan zijn eigen volume bedraagt, m.a.w. de nulpuntsenergie wekt de indruk, alsof de atomen afstotende krachten op elkaar uitoefenen. De geringe dichtheid van vloeibaar helium zou hieruit volgen. F. London⁵¹⁾ trachtte met behulp van de veronderstelling, dat de heliumatomen regelmatig in de ruimte gerangschikt zijn, een nauwkeuriger schatting van de energieën te maken dan Simon had gedaan. Hierbij kwam hij tot de conclusie, dat de quantummechanische onzekerheid in de posities der atomen zo groot is, dat deze niet geborgen kunnen worden in de gebieden, begrensd door hun burens. Daarom zag hij in zijn volgende theorie (zie onder c) af van pogingen, de heliumatomen te localiseren en beschouwde hij alleen de verdeling van hun impulsen.

c. *De quantumstatistiek der snelheden.* F. London²⁷⁾ merkte op, dat de heliumatomen (van de isotoop He⁴ tenminste) onderworpen zijn aan de statistiek van Bose-Einstein; hij toonde aan, dat een ideaal Bose-Einstein-gas (d.i. een ideaal gas, dat de statistiek van Bose-Einstein volgt), bestaande uit heliumatomen en met dezelfde dichtheid als vloeibaar helium, een „condensatie” in de impulsruimte ondergaat, die bij $T_0 = 3,14^\circ\text{K}$ begint: beneden deze „condensatietemperatuur” T_0 is een gedeelte der heliumatomen „gecondenseerd”, d.w.z. ze doen niet meer aan de warmtebeweging mee. Hoe lager de temperatuur is, des te meer atomen zijn gecondenseerd, totdat bij $T = 0$ alle atomen gecondenseerd zouden zijn. Verder berekende F. London, dat de soortelijke warmte van dit ideale Bose-Einstein-gas beneden T_0 evenredig met $T^{3/2}$ is, bij T_0 gelijk is aan $1,98 R$, daar geen sprong vertoont en boven T_0 langzaam afneemt tot de klassieke waarde $1,5R$. De afgeleide van de soortelijke warmte naar de temperatuur vertoont bij T_0 wel een sprong.

Hoewel de door F. London berekende condensatietemperatuur van dezelfde grootteorde was als het λ -punt, waren de verschillen tussen de berekende en de experimenteel gevonden soortelijke warmte zo groot, dat men naar een verbetering van de theorie zocht. Nu is het duidelijk, dat vloeibaar helium geen ideaal gas is. Indien men een moleculaire theorie van een Bose-Einstein-vloeistof kon opstellen, zou men de resultaten van deze theorie met de waargenomen eigenschappen van vloeibaar helium kunnen vergelijken, teneinde de opvatting der B-E-condensatie te toetsen. Daar het opstellen van een dergelijke theorie op onoverkomelijke moeilijkheden stuit, heeft men allerlei benaderingsmethoden beproefd.

Zo werkten bijv. Bijl, De Boer en Michels³⁹⁾ een model uit, waarbij bij het absolute nulpunt alle (gecondenseerde) atomen in een regelmatig rooster gerangschikt zijn. Bij temperatuursverhoging maken de atomen zich successievelijk uit dit rooster los en bewegen zich door dit rooster. Analogoos aan het model van de ionengeleiders voerden zij hierbij een aanslagenergie in, d.i. de energie, die nodig is, om een atoom van de gecondenseerde in de niet-gecondenseerde toestand (ook wel geëxciteerde toestand genoemd) te brengen. Met dit model werd een betere overeenkomst verkregen tussen theoretische en experimentele waarden der soortelijke warmte.

Tisza³⁰⁾ was de eerste, die de transportverschijnselen met behulp van de B-E-condensatie trachtte te verklaren. Door vloeibaar helium als een ideaal B-E-gas te beschouwen kon hij niet alleen een kwalitatieve verklaring geven zowel van het feit, dat uit de demping van de bewegingen van een in He II slingerende schijf een veel grotere waarde voor η volgt dan uit de stromingssnelheid door nauwe capillairen (vgl. Hoofdstuk I, § 5), als van het fonteineffect, maar ook kon hij voorspellen, dat er een mechanocalorisch effect moest bestaan (vgl. Hoofdstuk I, § 3). Om de bovengenoemde feiten te kunnen verklaren, had Tisza nog een extra hypothese ingevoerd, nl. de gecondenseerde en de geëxciteerde atomen kunnen zich zonder wrijving t.o.v. elkaar bewegen, terwijl bovendien de gecondenseerde atomen bij beweging langs een wand geen wrijving hiervan ondervinden, d.w.z. de gecondenseerde atomen zouden „superfluïde” zijn.

Door verschillende auteurs is kritiek geleverd op Tisza's beweringen, o.a. door Landau¹⁰⁾, die er op wees, dat, als in een ideaal B-E-gas de gecondenseerde atomen met geëxciteerde atomen botsen, dan de gecondenseerde atomen wel wrijving ondervinden, d.w.z. in een ideaal B-E-gas zou van superfluiditeit geen sprake kunnen zijn. Landau heeft dan ook in zijn hieronder te bespreken theorie de opvatting der B-E-condensatie laten varen. Voordat we overgaan tot de bespreking van Landau's theorie, willen we echter nog op-

merken, dat Bogolubov⁵²⁾ kort geleden door een theoretische berekening heeft kunnen aantonen, dat in een „bijna-ideaal” B-E-gas *wel* het verschijnsel der superfluiditeit kan optreden. Hierdoor is de oorspronkelijk op Tisza's beweringen geleverde kritiek voor een groot gedeelte ontzenuwd.

d. *Landau's theorie over He II.* Landau¹⁰⁾ trachtte in deze, in § 2 nader te bespreken, theorie het gedrag van helium II te verklaren door een quantumhydrodynamica op te stellen, waarin de bewegingstoestanden, die in de vloeistof kunnen bestaan, gequantiseerd werden; hierbij kwam hij tot het resultaat, dat de hydrodynamische vergelijkingen in een „quantumvloeistof” (zoals He II) geheel anders zijn dan in een normale vloeistof. Nu hebben Born en Green⁵³⁾ kort geleden in een serie artikelen een algemene kinetische vloeistoftheorie ontwikkeld; in één dezer artikelen behandelen zij de quantummechanica der vloeistoffen en komen daarbij — in tegenstelling met Landau's beweringen — tot de conclusie, dat bij invoering der quantummechanica de klassieke hydrodynamische vergelijkingen *niet* veranderen! Daar op dit moment de publicatie, waarin de eigenschappen van He II door Born en Green zullen worden verklaard, nog niet verschenen is, gaan we niet verder op hun theorie in; we vermelden alleen nog, dat volgens deze theorie de B-E-statistiek der heliumatomen een dusdanige onbelangrijke rol speelt, dat hiermee de merkwaardige eigenschappen van He II niet te verklaren zijn.

e. *Tisza's theorie der Bose-Einstein-vloeistof.* Daar een moleculaire theorie der B-E-vloeistoffen op onoverkomelijke moeilijkheden stuit, heeft Tisza¹¹⁾ in 1940 een half-phenomenologische theorie over B-E-vloeistoffen opgesteld, die hij in 1947¹²⁾ aangevuld en verbeterd heeft. Deze theorie zal in § 2 nader besproken worden; hierbij zal blijken, dat de theorieën van Tisza en Landau, hoe zeer hun grondslagen ook mogen verschillen, in grote trekken tot ongeveer dezelfde conclusies leiden.

§ 2. De theorieën van Landau en Tisza.

a. *Landau's theorie*¹⁰⁾. In de hydrodynamica maakt men onderscheid tussen wervelvrije bewegingen (potentiaalbewegingen), waarvoor rot ν overal gelijk aan nul is, en wervelbewegingen, waarvoor dit niet het geval is. De wet, die in de klassieke hydrodynamica van ideale vloeistoffen geldt, nl.: als op een bepaald moment de beweging in de gehele vloeistof wervelvrij is, dan blijft deze beweging ook in de toekomst wervelvrij, behoudt zijn geldigheid ook in de quantumhydrodynamica; dus: in een quantumvloeistof kunnen stationaire potentiaalbewegingen bestaan. Bij toepassing van de quantumhydrodynamica op de wervelbewegingen blijken echter (in te-

genstelling met wat men volgens de klassieke hydrodynamica zou verwachten) geen toestanden voor te kunnen komen, waarbij rot v willekeurig klein is, d.w.z. er is geen continue overgang tussen wervel- en potentiaalbewegingen. Dit brengt met zich mee, dat er een energieverschil Δ moet bestaan tussen de grondniveaux der wervel- en der potentiaalbewegingen. Het is a priori niet vast te stellen, welke der beide grondniveaux het laagst ligt; het waargenomen verschijnsel der superfluiditeit is echter te verklaren (zie vervolg) door aan te nemen, dat het grondniveau der potentiaalbewegingen het laagst ligt. Het is dan tevens het grondniveau van het energiespectrum der vloeistof, dat uit twee op elkaar gesuperponeerde continue spectra, nl. één voor potentiaal- en één voor wervelbewegingen, bestaat.

Iedere geëxciteerde toestand kan beschouwd worden als een aggregaat van een aantal „elementaire excitaties”. Wat de potentiaalbewegingen betreft, komen de geëxciteerde toestanden met longitudinale golven, d.w.z. met geluidsgolven, overeen; de hieraan ten grondslag liggende elementaire excitaties zijn dus geluidsquanta, de zogenaamde „phononen”. De energie ε van een phonon wordt gegeven door:

$$\varepsilon = cp, \quad (18)$$

waarin c de voortplantingssnelheid van het geluid en p de impuls van het phonon is. Een elementaire excitatie in het spectrum der wervelbewegingen wordt een „roton” genoemd; als p de impuls en μ de „effectieve massa” van het roton is, wordt de energie ε hiervan gegeven door:

$$\varepsilon = \Delta + \frac{p^2}{2\mu}. \quad (19)$$

Als het aantal phononen en rotonen klein is, d.w.z. als de temperatuur niet te hoog is, mag hun aggregaat als een mengsel van twee ideale gassen, nl. een phonon-gas en een roton-gas, beschouwd worden.

Uit het energiespectrum van de vloeistof kunnen conclusies omtrent de soortelijke warmte getrokken worden; als de temperatuur niet te hoog is, kan de soortelijke warmte beschouwd worden als de som van twee gedeelten, nl. de bijdrage der phononen (c_{ph}) en die der rotonen (c_{rot}). De c_{ph} is niets anders dan de soortelijke warmte volgens Debye en dus evenredig met T^3 ; c_{ph} kon berekend worden met behulp van de Debyetemperatuur, afgeleid uit de voortplantingssnelheid van het geluid. De aldus berekende waarden van c_{ph} blijken boven $1,0^\circ K$ veel kleiner te zijn dan de experimentele waarden der soortelijke warmte van He II; hieruit volgt, dat c_{rot} boven $1,0^\circ K$ veel groter dan c_{ph} moet zijn. Voor c_{rot} vond Landau een in-

gewikkelde formule, waarin μ en Δ nog voorkomen. Door de theoretische formule voor c_{rot} te vergelijken met de waarden van de soortelijke warmte van He II, die tussen $1,2^\circ$ en $1,5^\circ$ K door Keesom en Mej. Keesom^{5) 6)} gemeten zijn, verkreeg hij de volgende waarden voor μ en Δ :

$$\mu = 7 \text{ à } 8 m_{\text{He}}; \quad \frac{\Delta}{k} = 8 \text{ à } 9^\circ, \quad (20)$$

waarin m_{He} de massa van het heliumatoom en k de constante van Boltzmann is.

Landau gaf een bewijs, dat de superfluiditeit een gevolg is van het hierboven beschreven energiespectrum. Daartoe onderzocht hij, met welke snelheid v de vloeistof minstens door een capillair moet stromen, opdat wrijving aan de wanden plaats vindt. Er is nl. wrijving, zodra bij de beweging langs de wanden energie gedissipeerd wordt, d.w.z. zodra daarbij hetzij een roton, hetzij een phonon geëxciteerd wordt. Nu bleek uit zijn berekening, dat een phonon slechts geëxciteerd kan worden, als v groter dan c , de geluidssnelheid (ongeveer 240 m/sec),

is; voorwaarde voor de excitatie van een roton is: $v > \sqrt{\frac{2\Delta}{\mu}}$

(ongeveer 60 m/sec). Uit Landau's berekeningen volgt dus, dat vloeibaar helium superfluïde blijft, mits de stromingssnelheid kleiner dan 60 m/sec is. Zoals we echter gezien hebben, zijn de experimenteel gevonden kritieke stromingssnelheden veel kleiner (vgl. Hoofdstuk IV, § 8d).

Bij de verdere ontwikkeling van zijn theorie kwam Landau tot de conclusie, dat He II beschouwd kan worden als een „mengsel” van twee vloeistoffen, nl.: een „superfluïde” vloeistof zonder viscositeit en een „normale” met viscositeit; deze twee vloeistoffen kunnen zich zonder wrijving t.o.v. elkaar bewegen. De „normale” vloeistof bestaat uit een aggregaat van rotonen en phononen. Belangrijke parameters ter beschrijving van de toestand zijn: ρ_s , de dichtheid van het superfluïde gedeelte; ρ_n , de dichtheid van het normale gedeelte; en de verhouding $\frac{\rho_n}{\rho}$, waarin $\rho = \rho_s + \rho_n$ de dichtheid van He II is. Daar het aantal phononen en rotonen bij het absolute nulpunt gelijk aan nul is en des te groter wordt, naarmate de temperatuur stijgt, is $\frac{\rho_n}{\rho}$ een monotoon toenemende functie van de temperatuur, waarvoor geldt:

$$\frac{\rho_n}{\rho} \left\{ \begin{array}{ll} = 0 & \text{voor } T = 0 \\ < 1 & \text{,, } 0 < T < T_\lambda \\ = 1 & \text{,, } T \geq T_\lambda \end{array} \right\}, \quad (21)$$

d.w.z. bij het λ -punt verdwijnt het superfluïde gedeelte*).

Daar $\rho_n = \rho_{ph} + \rho_{rot}$ is, kan $\frac{\rho_n}{\rho}$ theoretisch berekend worden; uit deze berekening blijkt, dat ρ_{ph} evenredig met T^4 en ρ_{rot} een exponentiele functie van T is, waarin μ en Δ nog voorkomen. Onder c zullen verdere bijzonderheden van deze theorie besproken worden.

b. Tisza's theorie. Zoals reeds in § 1e is vermeld, is deze theorie half-phenomenologisch, d.w.z. Tisza¹²⁾ stelde 4 postulaten op, waaraan vloeibaar helium II moet voldoen, en leidde daaruit langs quasi-thermodynamische weg de verschillende eigenschappen van He II gedeeltelijk quantitatief, in ieder geval kwalitatief, af. Verder trachtte hij aannemelijk te maken, dat er twee moleculaire modellen zijn, die aan de 4 hieronder te bespreken postulaten ten grondslag kunnen liggen, nl. het model der B-E-vloeistof en, hoewel volgens Tisza minder bevredigend dan het eerste model, een hydrodynamisch model volgens Landau, dat in sommige punten (zie onder *c*) van Landau's theorie afwijkt.

Van de 4 door Tisza opgestelde postulaten hebben de eerste twee betrekking op de toestand van de laagste energie (E_0), d.w.z. op het gedrag van de vloeistof bij het absolute nulpunt. E_0 hangt nog van de onderlinge afstanden der heliumatomen af en is dus een functie van het volume V , dat door de vloeistof wordt ingenomen. De eerste twee postulaten van Tisza luiden:

- α . Er bestaat een waarde V_0 van het volume, waarvoor $E_0(V)$ een minimum aanneemt.
- β . De toestand $E_0(V)$ wordt gekenmerkt door het feit, dat de „microscopische stijfheid“ gelijk aan nul is.

Door postulaat α wordt uitgedrukt, dat het systeem zich niet in gasvormige, maar in gecondenseerde toestand bevindt; met postulaat β wordt nader vastgesteld, dat deze gecondenseerde toestand niet de vaste, maar de vloeibare, en wel meer in het bijzonder de toestand van een ideale vloeistof is. Ter toelichting van de term „microscopische stijfheid“^{54) 55)} diene het volgende: een vaste stof vertoont het verschijnsel der „macroscopische stijfheid“, d.w.z. een vaste stof kan weerstand bieden tegen afschuivingskrachten, wat een vloeistof niet kan. De „macroscopische stijfheid“ van een vloeistof is dus gelijk aan nul. De „microscopische stijfheid“ van bijna alle vloeistoffen is verschillend van nul, d.w.z. er wordt weerstand geboden tegen krachten, die de moleculen van de vloeistof t.o.v. elkaar trach-

*) In werkelijkheid is $\frac{\rho_n}{\rho}$ ook een functie van de druk p ; immers: hoe hoger p is, des te lager ligt de temperatuur, waarbij de He II-He I-overgang plaats vindt.

ten te verplaatsen. Microscopisch gezien gedragen vloeistoffen zich in dit opzicht dus meer als een vaste stof dan als een dicht gas. Hoe dichter een vloeistof zich bij het stolpunt bevindt, des te groter zal de gelijkenis op een vaste stof, en daarmee ook de „microscopische stijfheid”, zijn. Deze opvatting wordt o.a. niet alleen gesteund door het feit, dat de viscositeit van alle vloeistoffen, uitgezonderd vloeibaar helium onder de druk van de verzadigde damp, bij het stolpunt het grootst is en sterk afneemt met stijgende temperatuur, maar ook door het stollingsverschijnsel zelf, d.w.z. vlak boven het stolpunt is de microscopische stijfheid al zo groot, dat een kleine verlaging van de temperatuur voldoende is, om de vloeistof vast te doen worden. De opvatting, dat de microscopische stijfheid van vloeibaar helium gelijk aan nul moet zijn, wordt nu ondersteund zowel door het feit, dat vloeibaar helium bij afkoeling onder de druk van de verzadigde damp niet vast wordt, als ook hierdoor, dat niet alleen de viscositeit van He II, maar ook die van He I met stijgende temperatuur toeneemt, evenals dat het geval bij gassen is (zie Inleiding).

Wat de moleculaire interpretatie van de postulaten α en β betreft, merken we op, dat α steeds geldig is, mits de moleculen elkaar bij kleine onderlinge afstanden afstoten, bij grotere afstanden aantrekken. Wat postulaat β betreft, heeft Tisza enigszins aannemelijk gemaakt, dat de diepere grond hiervan gezocht moet worden in de grote nulpuntsenergie van vloeibaar helium (zie § 1).

De andere twee postulaten van Tisza hebben betrekking op de geëxciteerde toestanden van de vloeistof; hierbij kan men onderscheid maken tussen bewegingstoestanden, die gepaard gaan met dichtheidsfluctuaties, en bewegingstoestanden, waarbij de dichtheid niet fluctueert. De bewegingstoestanden van de eerste soort komen met longitudinale golven overeen; de „elementaire excitaties” van deze bewegingstoestanden zijn daarom de „phononen” (Vgl. Landau's theorie). De bewegingstoestanden van de tweede soort zijn a.h.w. afschuivingsbewegingen; daar de microscopische stijfheid gelijk aan nul is, kunnen deze bewegingen geen golfkarakter hebben. Daarom stelde Tisza als derde postulaat op:

γ . De afschuivingsbewegingen van vloeibaar helium hebben een gasachtig karakter; de „elementaire excitaties” komen overeen met translaties van atomen (of groepen van atomen) met bepaalde waarden van massa, impuls en energie.

Opzettelijk is postulaat γ zo algemeen mogelijk gedefinieerd teneinde twee moleculaire interpretaties mogelijk te maken. Volgens het model der B-E-vloeistof komen de „elementaire excitaties” der afschuivingsbewegingen met de „geëxciteerde deeltjes” overeen; in het model der quantumhydrodynamica

spelen de „rotonen” de rol van deze elementaire excitaties, d.w.z. in dat model komt een elementaire excitatie met de translatie van een groep atomen overeen. Voor de verklaring van de meeste verschijnselen — behalve voor een bespreking van het eventuele gedrag van de isotoop He^3 , waarvan de atomen de Fermi-Dirac-statistiek volgen (zie ook § 9) — is het onverschillig, welk van beide moleculaire modellen aan postulaat γ ten grondslag wordt gelegd. Het aantal „elementaire excitaties” der afschuivingsbewegingen en dus ook de dichtheid ρ_n , die hiermee overeenkomt, neemt met stijgende temperatuur toe. Evenals in Landau's theorie worden ρ , de dichtheid van de vloeistof, en ρ_s ($= \rho - \rho_n$) ingevoerd. In Tisza's vierde postulaat wordt gezegd, dat $\frac{\rho_n}{\rho}$ niet alleen tussen het absolute nulpunt en het λ -punt monotoon met de temperatuur toeneemt, maar ook aan (21) voldoet.

Daar volgens γ de afschuivingsbewegingen een gasachtig karakter hebben, veroorzaken ze een viscositeit, die met de temperatuur toeneemt. De rest der vloeistof heeft volgens β geen microscopische stijfheid, zodat deze het verschijnsel der superfluiditeit vertoont. Dit superfluïde gedeelte kan zich nu zowel langs wanden als ook t.o.v. het „normale” gedeelte zonder wrijving bewegen. Daar Tisza's theorie overigens zeer veel overeenkomst met die van Landau vertoont, zullen verdere bijzonderheden onder *c* besproken worden.

c. Vergelijking der twee theorieën. Beide theorieën leiden tot het resultaat, dat He II opgevat kan worden als een „mengsel” van twee fasen, een „superfluïde” en een „normale” phase, resp. met dichtheden ρ_s en ρ_n , waarbij $\frac{\rho_n}{\rho}$ aan (21) voldoet. De superfluïde phase kan zich zonder wrijving t.o.v. de normale phase of een vaste wand bewegen, mits de snelheden niet te groot zijn. Tussen de twee fasen bestaat een aanzienlijk verschil in entropie en energie, d.w.z. men moet energie toevoeren, om de superfluïde phase in de normale phase over te voeren. In §§ 3 t/m 8 zullen we aantonen, dat vrijwel alle experimentele gegevens met dit beeld hetzij kwalitatief, hetzij kwantitatief verklaarbaar zijn.

Alvorens hiertoe over te gaan, wijzen we op een tweetal verschilpunten tussen beide theorieën:

a. Volgens Landau's theorie is de entropie der normale phase (S_n) gelijk aan de som der entropieën van phononen (S_{ph}) en rotonen (S_{rot}), terwijl de entropie der superfluïde phase (S_s) gelijk aan nul is. Volgens Tisza is S_s daarentegen gelijk aan S_{ph} , d.w.z. $S_n - S_s$ is volgens Tisza kleiner dan volgens Landau. Als de temperatuur echter hoger dan $1,0^\circ \text{K}$ is, is c_{ph} verwaarloosbaar klein t.o.v. c , de soortelijke warmte

van He II, zodat ook S_{ph} veel kleiner dan S is. Daar de meeste experimenten bij temperaturen hoger dan $1,0^\circ K$ verricht zijn, is het voor de interpretatie daarvan onverschillig, of Landau's dan wel Tisza's theorie dichter bij de waarheid is. Wat voorspellingen omtrent experimenten bij lagere temperaturen betreft, leiden de twee theorieën echter tot tegenstrijdige conclusies (vgl. § 5).

β . In tegenstelling met Landau, die de verhouding $\frac{\rho_n}{\rho}$ uit de formules berekende, die hij voor ρ_{ph} en ρ_{rot} had opgesteld, berekende Tisza $\frac{\rho_n}{\rho}$ met een thermodynamische methode. Hiertoe beschouwde hij een geheel met He II gevulde cylinder, waarin zich een zuiger bevindt, die aldus gebouwd is, dat het superfluïde gedeelte er wel, het normale gedeelte er niet door kan stromen. Door nu vergelijkingen op te stellen, waarin rekening gehouden werd met het feit, dat bij verplaatsing van de zuiger het normale gedeelte der vloeistof en de entropie, die er mee verbonden is, steeds aan dezelfde kant van de zuiger moeten blijven (a.h.w. „gevangen” zijn), kwam Tisza tenslotte tot de formule:

$$\frac{\rho_n}{\rho} = \frac{S_n(T)}{S_n(T_\lambda)}, \quad (22)$$

waarin $S_n(T_\lambda)$ de entropie van de „normale” phase, dus praktisch ook van de gehele vloeistof, bij het λ -punt is; voor temperaturen boven $1,0^\circ K$ is S_n praktisch gelijk aan de totale entropie van de vloeistof.

Tussen de waarden van $\frac{\rho_n}{\rho}$, berekend volgens (22) en die, berekend volgens Landau, bestaat ook boven $1,0^\circ K$ een merkbaar verschil. Daar de metingen van de voortplantingsnelheid van het „second sound” (vgl. § 8) er op wijzen, dat de voorkeur gegeven moet worden aan formule (22), hebben we deze formule voor het vervolg als juist aangenomen.

§ 3. Warmtegeleiding.

We zullen gaan aantonen, dat de abnormaal grote warmtegeleiding van helium II met de bovengeschetste theorieën verklaard kan worden door aan te nemen, dat de twee „phasen” onder invloed van een temperatuurverschil tegen elkaar in gaan lopen, nl. de normale van warm naar koud, de superfluïde van koud naar warm. Dat dergelijke convectiestromen tengevolge van een temperatuurverschil kunnen ontstaan, kan men inzien door te bedenken, dat temperatuurverschillen in He II steeds gepaard gaan met concentratieverschillen, d.w.z. op warmere plaatsen is ρ_n groter en ρ_s kleiner dan op koudere plaatsen.

We veronderstellen nu, dat er tussen de uiteinden van een capillair met doorsnede O een temperatuurverschil ΔT bestaat en dat een stationnaire toestand bereikt is, waarbij een warmtestroom I door de capillair gaat. Verder zij ΔT zo klein, dat de temperatuur aan weerszijden van de capillair practisch hetzelfde, nl. T , is. De gewichtshoeveelheden der normale en superfluïde vloeistof, die per tijdseenheid tegen elkaar in door de capillair stromen, zijn resp. gelijk aan $\rho_n v_n O$ en $\rho_s v_s O$, als v_n en v_s hun gemiddelde transportsnelheden zijn. Daar de vloeistof bij bijna alle tot dusverre uitgevoerde metingen van de warmtegeleiding stil stond (uitgezonderd die van Kapitza⁴⁸): zie vervolg), moeten $\rho_n v_n O$ en $\rho_s v_s O$ aan elkaar gelijk zijn, zodat voldaan is aan:

$$\rho_n v_n = \rho_s v_s. \quad (23)$$

De warmtestroom I kan nu uit v_n , v_s en T berekend worden, zodra bekend is, hoeveel warmte door de capillair getransporteerd is, als 1 cm^3 normale en 1 cm^3 superfluïde vloeistof tegen elkaar in zijn gestroomd. Hiertoe merken we op, dat de entropie $S(T)$ van 1 cm^3 He II vrijwel geheel toegeschreven moet worden aan het normale gedeelte (d.w.z. $S \propto S_n$), mits de temperatuur niet beneden $1,0^\circ \text{K}$ is, d.w.z. de entropie van $\frac{\rho_s}{\rho} \text{ cm}^3$, dus ook van 1 cm^3 , superfluïde vloeistof is practisch nul, terwijl de entropie van $\frac{\rho_n}{\rho} \text{ cm}^3$ normale vloeistof gelijk aan $S(T)$ is. Door toepassing van (22) volgt hieruit, dat de entropie van 1 cm^3 normale vloeistof gelijk is aan: $\frac{\rho}{\rho_n} \cdot S(T) = S(T_\lambda)$. De normale, resp. superfluïde, vloeistof wordt aan het koude, resp. warme, eind van de capillair in He II-„mengsel” omgezet; door 1 cm^3 normale vloeistof wordt bij dit proces een energie $T \cdot \{S(T_\lambda) - S(T)\}$ afgegeven, door 1 cm^3 superfluïde vloeistof een energie $T \cdot S(T)$ opgenomen. Het totale energietransport door de capillair, als van beide fasen hoeveelheden van 1 cm^3 tegen elkaar in zijn gestroomd, bedraagt dus $T \cdot S(T_\lambda)$.

Als de gemiddelde transportsnelheden der beide fasen resp. v_n en v_s zijn, bedragen de volumina, die per tijdseenheid door de capillair gestroomd zijn, resp. $\frac{v_n \rho_n}{\rho} \cdot O$ en $\frac{v_s \rho_s}{\rho} \cdot O \text{ cm}^3$, zodat de warmtestroom door de capillair gegeven wordt door:

$$I = \frac{v_n \rho_n}{\rho} \cdot O \cdot T \cdot S(T_\lambda) = \frac{v_s \rho_s}{\rho} \cdot O \cdot T \cdot S(T_\lambda), \quad (24)$$

terwijl de warmtestroomdichtheid φ gelijk is aan:

$$\varphi = \frac{S(T_\lambda)}{\rho} \cdot v_n \cdot \rho_n \cdot T = \frac{S(T_\lambda)}{\rho} \cdot v_s \cdot \rho_s \cdot T. \quad (25)$$

Allereerst merken we op, dat het bovengeschetste beeld een plausible verklaring geeft van het experimentele feit, dat de warmtestroom in vrij wijde capillairen, waarin een eventueel storende werking van de wanden op het tegenstromingsmechanisme klein zal zijn, evenredig met de doorsnede O is. Daar ρ en $S(T_\lambda)$ bekend zijn en bovendien ρ_n en ρ_s uit formule (22) als functies van T te berekenen zijn, kunnen uit (25) de waarden van v_n en v_s voor een willekeurige warmtegeleidingsmeting, waarbij φ en T gemeten zijn, berekend worden. We hebben deze berekening uitgevoerd zowel voor de in Hoofdstuk I besproken metingen van Keesom en Saris¹⁸⁾, Keesom, Saris en Meyer¹⁹⁾, en Keesom en Duyckaerts²¹⁾ als voor onze eigen in Hoofdstuk III en IV besproken metingen^{43) 46)}. De resultaten van deze berekening kunnen als volgt worden samengevat: bij verreweg de meeste meetpunten blijken zowel v_n als v_s kleiner dan 20 cm/sec te zijn geweest; slechts in een paar uitzonderingsgevallen is òf v_n òf v_s groter dan 40 cm/sec, d.w.z. aanzienlijk groter dan de kritieke stromingssnelheid (vgl. Hoofdstuk IV, § 7 en § 8d), geweest. In overeenstemming met formule (23) zijn v_n en v_s aan elkaar gelijk, als $\rho_n = \rho_s$ is, d.w.z. in de buurt van 1,94° K; voor lagere, resp. hogere temperaturen is v_n groter, resp. kleiner, dan v_s . Daar ρ_s voor temperaturen in de buurt van het λ -punt en ρ_n voor lage temperaturen (d.w.z. ongeveer 1,3° K of lager) zeer klein zijn, moet verwacht worden, dat in beide gevallen het optreden van zeer grote warmtestromen bemoeilijkt zal worden, daar hiervoor zeer grote waarden (d.w.z. waarden, ver boven de kritieke stromingssnelheid) van v_s , resp. v_n , vereist zijn. Het is dus niet te verwonderen, dat in wijde capillairen, waar de storende invloed van de wanden nog klein zal zijn, de warmtegeleiding een maximum vertoont bij 1,92° K, d.w.z. bij een temperatuur, waarvoor ρ_n en ρ_s , dus volgens (23) ook v_n en v_s , practisch aan elkaar gelijk zijn.

Bevindt He II zich in een nauwe spleet, dan zal een storende invloed op het boven beschreven mechanisme der warmtegeleiding merkbaar worden; hierbij zal de normale vloeistof wel, de superfluïde vloeistof geen wrijving van de wanden onder vinden, d.w.z. de wanden bemoeilijken het ontstaan van grote waarden van v_n , terwijl ze weinig of geen directe invloed op de waarden van v_s hebben. Met dit beeld kan rekenschap gegeven worden van de volgende 3 experimentele feiten:

a. De warmtegeleiding in nauwe spleten is, vooral bij lage temperaturen, veel kleiner dan die in wijde capillairen. Bovendien is de remmende werking van de wanden op de normale

vloeistof des te groter en dus de warmtegeleiding des te slechter, naarmate de spleet nauwer is.

b. Het maximum in de warmtegeleiding ligt bij een des te hogere temperatuur, naarmate de spleet nauwer is; bij zeer nauwe spleten moet men verwachten, dat het maximum vlak bij het λ -punt moet liggen (vgl. Hoofdstuk IV, § 8b).

c. In het intermediaire gebied van spleetwijdten vertoont het gedrag der warmtegeleiding veel overeenkomst met dat in zeer nauwe spleten, mits T laag is, daar dan de storende werking van de wanden op v_n de belangrijkste rol speelt; daar bij hogere temperaturen de warmtegeleiding nog hoofdzakelijk door de waarden bepaald wordt, die v_s kan aannemen, lijkt het gedrag der warmtegeleiding daar meer op dat in wijde capillairen.

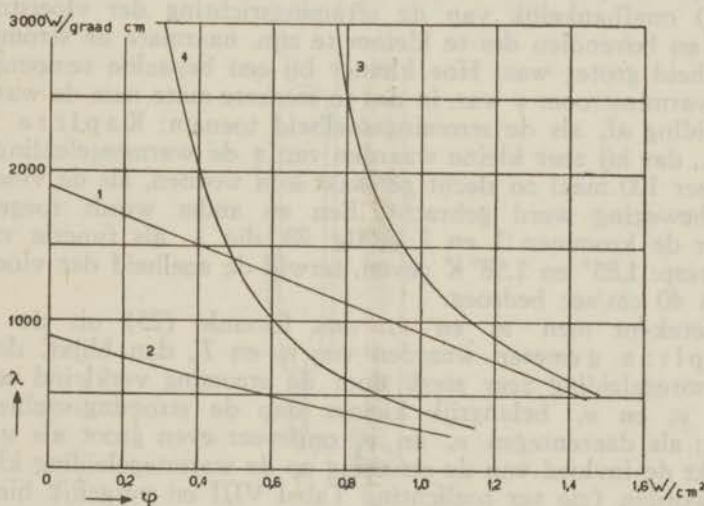


Fig. 23. Invloed van macroscopische bewegingen der vloeistof op de warmtegeleiding.

Het is te verwachten, dat de warmtegeleiding niet alleen door de nabijheid van wanden, maar ook door macroscopische bewegingen van de vloeistof ongunstig beïnvloed zal worden, daar ook deze het tegenstromingsmechanisme zullen verstoren en wel in des te sterkere mate, al naar gelang de stromings-snelheden groot t.o.v. v_n en v_s zijn. Dat dit alles inderdaad het geval is, werd reeds in 1941 door Kapitza⁴⁸⁾ experimenteel aangetoond. Hij mat de warmtegeleiding van He II in capillairen met een diameter van enige tienden millimeters als functie van de snelheid, waarmee de vloeistof door de capillair liep. In fig. 23 zijn enige zijner resultaten weergegeven; hierin is de „warmtegeleidingscoëfficiënt” λ (vgl. formule (4): Hoofd-

stuk I, § 1) als functie van de warmtestroomdichtheid φ uitgezet. De krommen 3 en 4 geven λ als functie van φ bij resp. 1,85° en 1,58° K, terwijl de vloeistof stil stond. Zoals te verwachten was, komen deze waarden quantitatief goed met de metingen van Keesom, Saris en Meyer¹⁹⁾ overeen (daar bij constante temperatuur λ evenredig met $(\frac{dT}{dx})^{-2/3}$ en φ met $(\frac{dT}{dx})^{1/3}$ is, moet λ evenredig met $\frac{1}{\varphi^2}$ zijn). Werd de vloeistof in de capillair in stromende beweging gebracht, dan bleken de waarden van de warmtegeleiding (nadat hierin correcties, die slechts klein waren, waren aangebracht voor de warmte, die door de bewegende vloeistof werd getransporteerd, doordat er een temperatuurverschil aan de uiteinden van de capillair was) onafhankelijk van de stromingsrichting der vloeistof te zijn en bovendien des te kleiner te zijn, naarmate de stromingssnelheid groter was. Hoe kleiner bij een bepaalde temperatuur de warmtestroom φ was, in des te sterkere mate nam de warmtegeleiding af, als de stromingssnelheid toenam; Kapitza vond bijv., dat bij zeer kleine waarden van φ de warmtegeleiding ongeveer 100 maal zo slecht gemaakt kon worden, als de vloeistof in beweging werd gebracht. Een en ander wordt toegelicht door de krommen 1 en 2 in fig. 23, die λ als functie van φ bij resp. 1,85° en 1,58° K geven, terwijl de snelheid der vloeistof 35 à 40 cm/sec bedroeg.

Berekent men v_n en v_s met formule (25) uit de door Kapitza gemeten waarden van φ en T , dan blijkt, dat de warmtegeleiding zeer sterk door de stroming verkleind wordt, als v_n en v_s belangrijk kleiner dan de stromingssnelheid v zijn; als daarentegen v_n en v_s ongeveer even groot als v zijn, blijkt de invloed van de stroming op de warmtegeleiding kleiner te worden (zie ter toelichting Tabel VIII en vergelijk hiermee fig. 23). Het feit, dat deze experimenten van Kapitza quantitatief met de in § 2 geschetste theorieën in overeenstemming te brengen zijn, vormt een grote steun voor deze theorieën.

TABEL VIII.

φ Watt/cm ²	T °K	v_n cm/sec	v_s cm/sec
0,4	1,58	7,2	1,3
1,0	1,58	17,9	3,3
0,6	1,85	3,7	2,3
1,2	1,85	7,4	4,6

Volledigheidshalve vermelden we, dat Kapitza⁴⁸⁾ nog warmtegeleidingsmetingen aan He II verricht heeft, dat in een capillair in roterende beweging gebracht werd; deze metingen leiden quantitatief tot dezelfde conclusies als boven.

Kapitza⁴⁸⁾ heeft op elegante wijze aangetoond, dat er bij warmtetransport door een met He II gevulde capillair stromingen optreden. Hiertoe maakte hij gebruik van het in fig. 24 schematisch weergegeven toestel. Tegenover het eind van een rechthoekig omgebogen glazen capillair 2 bracht hij een dun metalen plaatje 4 aan, dat aan een torsiedraad was bevestigd volgens een methode, die uit de figuur duidelijk is. Doordat

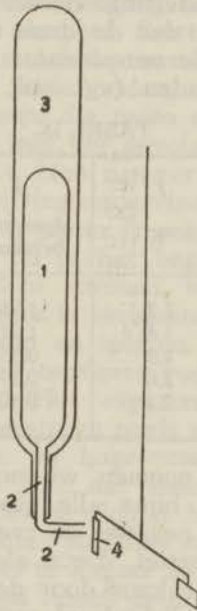


Fig. 24. Kapitza's omgebogen capillair, tegenover welks uiteinde zich een plaatje bevindt, waarmee stromingen kunnen worden aangetoond.

aan deze torsiedraad een spiegelkje was bevestigd, was hij in staat uit de uitslagen van dit spiegelkje de eventuele verplaatsingen van het plaatje 4, en dus ook de daarop werkende kracht, te berekenen. Zodra in de ruimte 1 gestookt werd, bleek 4 een uitslag te krijgen, die overeenkwam met een afstoting door de capillair. Qualitatief kan men dit verschijnsel verklaren met het tegenstromingsmechanisme: als in ruimte 1, die door de vacuumruimte 3 thermisch van de omgeving is geïsoleerd, gestookt wordt, beweegt zich normale vloeistof door de capillair naar buiten en superfluïde vloeistof naar binnen; daar de laatste zich wrijvingsloos beweegt, kan deze geen impuls met het plaatje 4 uitwisselen en er dus ook geen kracht op uit-

oefenen. Bijgevolg kan 4 alleen krachten ondervinden van het normale gedeelte; de druk op 4 is dus gelijk aan de impulsafgifte per sec. en per cm^2 van de geëxciteerde deeltjes aan 4. De gewichtshoeveelheid normale vloeistof, die per seconde door een oppervlak van 1 cm^2 , loodrecht op de richting van v_n , stroomt, is $\rho_n v_n$; de impuls daarvan is dus $\rho_n v_n^2$. Als we aannemen — deze aanname is uiteraard erg willekeurig — dat deze impuls geheel aan het plaatje 4 wordt afgegeven, kan de druk op 4 berekend worden, zodra φ en T uit de waarnemingen bekend zijn. De aldus berekende waarden van de druk zijn in den regel groter dan de experimentele waarden; wat orde van grootte betreft, is de onderlinge overeenkomst vrij bevredigend. Het experimentele feit, dat de druk op het plaatje bij constante φ afneemt, als de temperatuur stijgt, wordt ook bij de berekening van p gevonden (vgl. ook Tabel IX).

TABEL IX.

φ Watt/cm ²	T °K	p dyne/cm ² berekend	p dyne/cm ² gemeten
0,7	1,7	1,96	0,55
0,7	1,8	1,27	0,44
0,7	1,9	0,85	0,36
0,7	2,0	0,57	0,27
0,7	2,1	0,40	0,19

In verband hiermee noemen we nog de radiometerproeven van Strelkov³⁸). In bijna alle vloeistoffen, ook in He I, is het radiometereffect negatief en zeer klein. In He II is het echter vrij groot en positief, d.w.z. als licht op de radiometer valt, wordt de gezwarte kant door de lichtstraal „afgestoten” (als deze kant door de lichtstraal wordt „aangetrokken”, heet het effect negatief). Tussen $1,7^\circ$ en het λ -punt blijkt het radiometereffect bij constante verlichting een afnemende functie van T te zijn. De overeenkomst van deze proeven met die van Kapitza, verricht met het toestel van fig. 24, is zeer groot; het verschijnsel is dus als volgt kwalitatief te verklaren: bij belichting absorbeert de gezwarte kant van de radiometer energie; daardoor worden geëxciteerde deeltjes uit superfluïde gevormd. De aldus gevormde „normale” vloeistof stroomt gedeeltelijk van de gezwarte kant weg en oefent er daardoor een reactiekracht op uit, terwijl de toestromende superfluïde vloeistof er geen kracht op uitoefenen kan.

§ 4. Fonteineffect.

De toestellen, waarmee het fonteineffect goed gemeten is,

waren steeds zo ingericht, dat twee van boven afgesloten ruimten, gedeeltelijk met He II gevuld, door een capillair of spleet verbonden waren. Wordt aan één ruimte warmte toegevoerd, dan zal het in § 3 besproken tegenstromingsmechanisme door de capillair of spleet in werking komen. Daar beide ruimten slechts gedeeltelijk met vloeistof gevuld zijn, is het mogelijk, dat hierbij in het begin meer superfluïde vloeistof van koud naar warm stroomt dan normale van warm naar koud; hierdoor ontstaat een tegenwerkend hydrostatisch drukverschil, dat tenslotte zo groot wordt, dat de per tijdseenheid doorstromende hoeveelheden der fasen aan elkaar gelijk worden. Dan is de stationnaire toestand bereikt, waarbij het ontstane hydrostatische drukverschil gelijk aan het fonteineffect is.

Als de capillair wijd is, zal de normale vloeistof zo weinig wrijving van de wanden ondervinden, dat reeds in het begin de hoeveelheden der fasen, die tegen elkaar in stromen, zeer weinig zullen verschillen met het gevolg, dat het fonteineffect in dit geval zeer klein is. Hoe nauwer de capillair of spleet echter is, des te meer wrijving ondervindt de normale vloeistof van de wanden, dus des te groter is ook het fonteineffect. Als de spleet zeer nauw is, zal in het begin practisch alleen de superfluïde vloeistof er door stromen, totdat het fonteineffect zich heeft ingesteld. Hiermee is verklaard, dat het fonteineffect klein is in wijde capillairen en spleten, toeneemt met kleiner wordende spleetwijdten en tenslotte voor zeer nauwe spleten een grenswaarde bereikt. Het experimentele feit, dat deze grenswaarde bij lage temperaturen reeds voor een grotere spleetwijdte bereikt wordt dan bij hoge temperaturen, of wat op hetzelfde neer komt: het feit, dat voor een bepaalde spleetwijdte het fonteineffect des te dichter bij zijn grenswaarde is, naarmate T lager is, is aldus plausibel te maken: hoe lager T is, des te groter is ρ_s en des te kleiner is ρ_n , d.w.z. des te groter zal het verschil kunnen zijn tussen de hoeveelheden superfluïde en normale vloeistof, die bij het begin door de spleet stromen.

In Hoofdstuk I, § 2 is reeds vermeld, dat H. London²⁸⁾ op grond van de theorie der B-E-condensatie de volgende formule heeft afgeleid voor de grenswaarde, die het fonteineffect kan bereiken:

$$\frac{dp}{dT} = \rho \cdot \Delta S, \quad (5)$$

waarin ΔS het entropieverschil tussen normale en superfluïde phase is. Daar zowel volgens Landau's als Tisza's theorie ΔS practisch gelijk is aan de totale entropie S van de vloeistof, mits T hoger dan $1,0^\circ \text{K}$ is, en tot dusverre nog geen metingen van het fonteineffect beneden $1,0^\circ \text{K}$ zijn verricht, mogen we bij de vergelijking van de experimenten met de theorie ΔS door S vervangen (vgl. Hoofdstuk III en Hoofdstuk IV, § 8a). We

hebben reeds gezien, dat onze metingen van de grenswaarden, die het fonteineffect kan bereiken, vrij goed met (5) overeenkomen, d.w.z. de experimentele waarden waren beneden $1,6^\circ\text{K}$ ongeveer 10 % hoger, boven $1,6^\circ\text{K}$ in den regel iets lager dan de theoretische. In 1941 heeft Kapitza⁵⁶⁾ enige metingen van het fonteineffect verricht met een toestel, dat in principe veel op het onze geleek, voor enige spleetwijdten tussen 0,3 en 3μ . Zijn resultaten komen vrij goed, d.w.z. binnen 10 %, met de onze en met formule (5) overeen.

Tenslotte merken we nog op, dat H. London bij de thermodynamische afleiding van formule (5) ondersteld heeft, dat de bij het fonteineffect optredende processen alle reversibel zijn; het is duidelijk, dat dit onjuist is, daar het fonteineffect steeds gepaard gaat met een warmtestroom, die irreversibel is. Daarom moet de „thermodynamica der irreversibele processen”, waarvoor Onsager⁵⁷⁾ relaties heeft opgesteld, worden toegepast; dit is uitgevoerd door De Groot⁵⁸⁾; het resultaat van zijn berekening was, dat formule (5) toch goed is.

§ 5. *Mechanocalorisch effect.*

Zodra bij de stroming van He II door een capillair of spleet van een ruimte *B* naar een ruimte *A* het superfluïde gedeelte sneller dan het normale stroomt, treedt afkoeling in *A* en verwarming in *B* op, daar ρ_n in *A* af-, in *B* daarentegen toeneemt. Bij stroming door wijde capillairen of spleten zullen beide „phasen” praktisch met dezelfde snelheid lopen, zodat het mechanocalorisch effect dan klein zal zijn. Voor nauwere capillairen of spleten zal de normale phase wrijving van de wanden ondervinden en daardoor bij de superfluïde achterblijven, zodat het mechanocalorisch effect des te groter zal worden, naarmate de spleet nauwer is, totdat voor een zekere spleetwijdte, waarbij praktisch alleen de superfluïde vloeistof door de spleet stroomt, een grenswaarde bereikt wordt. Daar in dit geval de in *A* aankomende superfluïde vloeistof in He II-„mengsel” wordt omgezet, bedraagt het mechanocalorisch effect per cm^3 binnenstromende vloeistof nu:

$$Q = T \cdot \Delta S, \quad (6)$$

welke formule reeds door H. London is afgeleid (zie Hoofdstuk I, § 3).

Daar tot dusverre alle metingen van het mechanocalorisch effect bij temperaturen boven $1,0^\circ\text{K}$ zijn verricht, mag bij de vergelijking van de experimenten met de theorie ΔS door *S* worden vervangen. In Hoofdstuk IV, § 8c hebben we reeds gezien, dat onze metingen (die alle zijn verricht in spleten, nauwer dan 1μ), waarbij vloeistof van buiten naar binnen stroomde, quantitatief met (6) overeenkomen, mits de snelheid beneden

een kritieke waarde blijft. Kapitza⁵⁶), die met het in § 4 genoemde toestel ook enige metingen van het mechanocalorisch effect, waarbij vloeistof van buiten naar binnen stroomde, verricht heeft, verkreeg resultaten, die binnen de meetnauwkeurigheid met de onze overeenkomen. Door aan te nemen, dat er ook een merkbare hoeveelheid normale vloeistof door de spleet stroomt, als de snelheid boven de kritieke waarde is, kunnen we nog een kwalitatieve verklaring geven van het feit, dat dan het mechanocalorisch effect bij stroming van buiten naar binnen kleiner dan $T S$ wordt. Het is echter moeilijk te begrijpen, waarom bij stroming van binnen naar buiten het mechanocalorisch effect steeds groter dan $T S$ — vooral als de stromings-snelheden groot zijn! — is.

De metingen van het fonteineffect en het mechanocalorisch effect in zeer nauwe spleten komen goed overeen met de door H. London gegeven theoretische formules (5) en (6). Daar voor temperaturen beneden $1,0^\circ K$ de in (5) en (6) voorkomende waarden van ΔS volgens Tisza's theorie kleiner zijn dan volgens die van Landau, zal het interessant zijn metingen van fonteineffect, mechanocalorisch effect en misschien ook warmtegeleiding in He II beneden $1,0^\circ K$ te verrichten, teneinde experimenteel te kunnen beslissen, aan welk der beide theorieën de voorkeur gegeven moet worden.

In verband hiermee bespreken we nog de door Kapitza⁵⁶) voorgestelde methode, om zeer lage temperaturen met behulp van het mechanocalorisch effect te bereiken. Hij wil nl. He II door zeer nauwe spleten persen met het gevolg, dat alleen het superfluïde gedeelte er door gaat, terwijl het normale gedeelte achterblijft. Indien — zoals Landau aanneemt — het superfluïde gedeelte een entropie gelijk aan nul heeft, zal men dus, door dit proces maar vaak genoeg te herhalen, net zo dicht bij het absolute nulpunt kunnen komen als men wil. Als echter — volgens Tisza — het superfluïde gedeelte een entropie gelijk aan de fononenentropie heeft, zal men met dit proces weliswaar een lagere temperatuur verkrijgen, maar waarschijnlijk toch niet veel lager dan $0,5$ à $0,6^\circ K$ kunnen komen. Daar de metingen van het „second sound” (zie § 8) beter bij Tisza's dan bij Landau's theorie schijnen te passen, is de vrees gerechtvaardigd, dat men met Kapitza's methode *niet* net zo dicht bij het absolute nulpunt zal kunnen komen als men wil!

§ 6. Viscositeit en stromingsverschijnselen.

De demping van de bewegingen van een zich in He II bevindende roterende schijf (zie Hoofdstuk I, § 5) moet worden toegeschreven aan de wrijving, die de schijf van de normale fase ondervindt; daar ρ_n sterk met T toeneemt, moet dit ook het geval zijn met de wrijving, die de schijf ondervindt, waarmee

een verklaring is gegeven van het experimentele feit, dat de op deze wijze bepaalde waarde van η sterk met T toeneemt.

Daar onder invloed van een drukverschil zowel de normale als de superfluïde phase door vrij wijde capillairen gaan stromen, moeten de waarden van η , die men uit de snelheid kan schatten, waarmee He II door deze capillairen stroomt, van dezelfde orde van grootte zijn als de uit de dempingsmethode bepaalde waarden van η . Bij stromingsverschijnselen door zeer nauwe capillairen ondervindt de normale phase zo 'n grote wrijving van de wanden, dat practisch alleen de superfluïde phase aan de stroming meedoet, waarmee een verklaring gegeven is van de zeer kleine waarden van η , die men uit deze proeven kan afleiden. De superfluïde phase beweegt zich zonder wrijving, mits zijn snelheid kleiner dan de kritieke is; daarom moet men verwachten, dat de stromingssnelheid van He II in zeer nauwe capillairen reeds voor een zeer klein drukverschil Δp gelijk is aan de kritieke snelheid en voor hogere waarden van Δp practisch constant blijft (vgl. Hoofdstuk I, § 5).

De stromingsverschijnselen in de heliumfilm, die grote gelijkenis vertonen met de stromingsverschijnselen in zeer nauwe capillairen (zie Hoofdstuk I, § 4), kunnen op volkomen analoge wijze verklaard worden: de normale phase wordt door de wand tegengehouden, zodat alleen de superfluïde phase een rol speelt bij de stroming van de film. Hieruit kan niet alleen geconcludeerd worden, dat de stromingssnelheid van de film practisch onafhankelijk van het hoogteverschil der niveaus is, maar ook, dat bij filmstroming een mechanocalorisch effect moet optreden en dat er een fonteineffect moet ontstaan, zodra de film twee ruimten met elkaar verbindt, die op verschillende temperatuur zijn; dit laatste is door Daunt en Mendelssohn³¹⁾ en Strelkov³⁸⁾ experimenteel bevestigd. Bovendien is te verwachten, dat de warmtegeleiding van de film vrij slecht zal zijn, daar de normale phase bij eventuele bewegingen door het dunne filmlaagje een zeer sterke wrijving van de wand zal ondervinden.

Noch met de theorie van Landau, noch met die van Tisza kan ook maar enigszins plausibel gemaakt worden, dat de kritieke snelheid omgekeerd evenredig zou zijn met de spleetwijdte d , zoals de door Bijl, De Boer en Michels³⁹⁾ uit de filmstromingsproeven van Daunt en Mendelssohn³⁴⁾ afgeleide formule

$$w_{\max} = \frac{0,75 \times 10^{-4}}{d} \text{ cm/sec} \quad (9)$$

zou eisen. Veeleer moet men verwachten, dat de kritieke snelheid slechts weinig door de spleetwijdte d beïnvloed wordt. Reeds in Hoofdstuk I, § 4 en § 5 hebben we er op gewezen, dat er ook ernstige experimentele bezwaren tegen een toe-

passing van formule (9) zijn, zodra d groter dan 10^{-5} cm wordt. Wij hebben dan ook bij onze experimenten gevonden (zie Hoofdstuk IV, § 8d), dat de kritieke snelheid niet alleen praktisch onafhankelijk van d is in het door ons onderzochte spleetwijdtegebied van $0,1 \mu$ tot 1μ , maar ook van dezelfde orde van grootte is als de door Daunt en Mendelssohn³⁴) gevonden waarden voor een film van ongeveer $3,5 \times 10^{-6}$ cm dikte! Kapitza⁵⁶) heeft met het in § 4 genoemde toestel nog enige metingen van de kritieke snelheid verricht; hij vond, dat deze toeneemt — nl. van ongeveer 30 tot ongeveer 100 cm/sec — als de spleetwijdte van 3μ tot $0,3 \mu$ afneemt. Hoewel dus volgens Kapitza⁵⁶) de kritieke snelheid afneemt met toenemende spleetwijdte, zijn ook zijn resultaten volkomen in strijd met formule (9). Tenslotte vermelden we, dat ook Kapitza⁵⁶) een schatting heeft kunnen maken van de viscositeit van de vloeistof, die door de spleet gestroomd is; hij komt daarbij tot het resultaat, dat η kleiner dan 10^{-11} poise moet zijn, wat goed in overeenstemming met onze schatting is (vgl. Hoofdstuk IV, § 8e).

§ 7. Experimentele bepaling van $\frac{\rho_n}{\rho}$.

Hiertoe maakte Andronikashvili⁵⁹) gebruik van een holle aluminium cylinder, waarin hij een honderdtal plaatjes van aluminiumfolie ter dikte van 13μ loodrecht op en vast verbonden met de as evenwijdig aan elkaar aanbracht, zodat de onderlinge afstand van twee opeenvolgende plaatjes ongeveer 0,2 mm bedroeg. Hij hing deze cylinder aan een lange draad, vulde hem met vloeibaar helium en liet hem torsieslingeringen uitvoeren; het traagheidsmoment van cylinder met inhoud kon berekend worden uit de torsieconstante en de slingertijd. Bevindt zich He II in de cylinder, dan wordt tijdens de slingering alleen de normale phase door de plaatjes meegesleept, zodat de superfluïde phase niet meeroteert. Daardoor is het traagheidsmoment van cylinder met inhoud beneden het λ -punt des te kleiner, naarmate T lager is. Daar het traagheidsmoment van de lege cylinder zo klein mogelijk gehouden was, kon $\frac{\rho_n}{\rho}$ met redelijke nauwkeurigheid van $1,7^\circ \text{K}$ af tot het λ -punt als functie van T berekend worden uit het waargenomen traagheidsmoment, het gewicht en de afmetingen van de cylinder. De aldus experimenteel gevonden waarden van $\frac{\rho_n}{\rho}$ blijken binnen de meetnauwkeurigheid overeen te komen met de waarden van $\frac{\rho_n}{\rho}$, die met formule (22) berekend kunnen worden.

§ 8. *Second sound.*

Voortplanting van drukvariatiës, waarbij ieder volume-element van de vloeistof zich als geheel heen en weer beweegt, vindt in iedere vloeistof plaats en geeft aanleiding tot gewone geluidsgolven („first sound”); de voortplantingssnelheid u_1 van dit gewone geluid in He II bedraagt ongeveer 240 m/sec en hangt betrekkelijk weinig van T af volgens metingen van Findlay, Pitt, Grayson Smith en Wilhelm⁶⁰). Zowel uit Landau's als uit Tisza's theorie volgt, dat zich in He II ook evenwichtsverstoringen kunnen voortplanten, waarbij het zwaartepunt van ieder volume-element in rust blijft, maar de normale en de superfluïde phase in dat volume-element op een dergelijke wijze trillingen uitvoeren, dat hun bewegingsrichtingen steeds tegengesteld zijn; door deze trillingswijze ontstaan periodieke variaties van ρ_n en ρ_s , dus ook periodieke temperatuurvariatiës in ieder volume-element, een feit, waarop Tisza¹¹) reeds in 1940 gewezen heeft. Landau heeft zich daarentegen beperkt tot de afleiding van de formule voor de voortplantingssnelheid u_2 van deze soort evenwichtsverstoringen, waaraan hij de naam van „second sound” gaf. Pas nadat een poging om dit „second sound” op te wekken met behulp van piezokwarts, dat ultrageluid uitzond, mislukt was, onderwierp Lifshitz⁶¹) dit punt van Landau's theorie aan een nadere analyse, waaruit niet alleen bleek, dat „second sound” gekenmerkt wordt door de ongedempte voortplanting van temperatuurvariatiës — die in andere vloeistoffen slechts snel gedempte warmtegolven veroorzaken — maar waaruit ook volgde, dat de gunstigste methode, om „second sound” op te wekken, bestaat uit het gebruik van een plaat of draad met periodiek wisselende temperatuur als zender; voor detectie van „second sound” is een gevoelige weerstandsthermometer zeer geschikt.

Peshkov⁶²) is de eerste geweest, die experimenteel het bestaan van „second sound” heeft aangetoond en er de voortplantingssnelheid u_2 van gemeten heeft. Als zender gebruikte hij een vlakke constantaan stookdraad A , waardoor een wisselstroom met frequentie ν ging; daar de warmteontwikkeling van de elektrische stroom evenredig met het kwadraat van de stroomsterkte is, zond A temperatuurfluctuaties met een frequentie 2ν uit. Peshkov bevestigde de stookdraad A zodanig aan de as van een geheel met He II gevulde cylinder, dat het vlak van A loodrecht op deze as stond en verplaatsbaar was t.o.v. de bodem van de cylinder. Als de afstand van A tot de bodem een geheel aantal halve golflengten bedroeg, traden staande golven op; het optreden hiervan kon geconstateerd worden met behulp van een gevoelige phosphorbronsthermometer B , die zich op de bodem bevond. De plaats der knopen

en buiken, die in geval van resonantie ontstonden, werd onderzocht met een andere phosphorbronsthermometer *C*, die zodanig aan de cylinderas gemonteerd was, dat hij alle mogelijke posities tussen *A* en *B* kon innemen. Uit de waargenomen waarden van de golflengte en de frequentie kon Peshkov de waarden van u_2 , de voortplantingssnelheid van het „second sound”, berekenen; de resultaten van zijn metingen zijn weergegeven in fig. 25, waarin u_2 als functie van T is uitgezet:

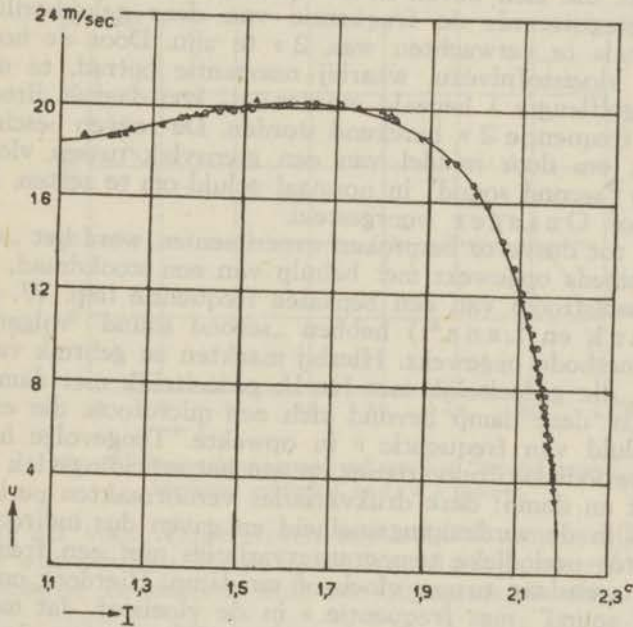


Fig. 25. Voortplantingssnelheid van het „second sound” volgens de metingen van Peshkov.

u_2 vertoont een maximum bij $1,63^\circ \text{K}$, nl. $u_2 = 20,33 \pm 0,03 \text{ m/sec}$, en neemt bij nadering tot het λ -punt zeer sterk af. Peshkov⁶²⁾ heeft ook nog getracht, dispersie van het „second sound” bij $1,63^\circ \text{K}$ te ontdekken; zonder resultaat evenwel, want u_2 bleek in het frequentiegebied van 100 tot 100.000 Hertz onafhankelijk van de frequentie te zijn.

Later hebben Lane, H. en W. Fairbank en Schultz⁶³⁾ metingen van u_2 verricht, die goed met de resultaten van Peshkov overeenkomen. Bij deze metingen maakten de genoemde onderzoekers gebruik van een cylinder, die gedeeltelijk met He II, gedeeltelijk met verzadigde damp gevuld was; op de bodem van deze cylinder bevond zich een stookdraad, waardoor wisselstroom met frequentie ν ging, zodat hierdoor „second sound” met frequentie 2ν uitgezonden werd. Tenge-

volge van voortdurende verdamping daalde het vloeistofniveau gestadig; als op een gegeven oogenblik de afstand tussen stookdraad en niveau een geheel aantal halve golflengten bedroeg, ontstond resonantie in de vloeistof en daarmee een buik in de temperatuurvariatiën aan het vloeistofoppervlak. Hierdoor trad aan dat oppervlak een periodiciteit in de verdampingssnelheid op, wat weer aanleiding gaf tot periodieke drukvariatiën, m.a.w. tot normale geluidstrillingen, in de damp. Deze werden met een microfoon, die zich boven in de cylinder, dus in de damp, bevond, geregistreerd; de frequentie van deze geluidstrillingen bleek, zoals te verwachten was, 2ν te zijn. Door de hoogten van het vloeistofniveau, waarbij resonantie optrad, te meten, kon de golflengte λ bepaald worden; u_2 kon daarna direct uit λ en de frequentie 2ν berekend worden. De zoëven beschreven methode, om door middel van een grensvlak tussen vloeistof en damp "second sound" in normaal geluid om te zetten, is het eerst door Onsager voorgesteld.

Bij de tot dusverre besproken experimenten werd het "second sound" steeds opgewekt met behulp van een stookdraad, waardoor wisselstroom van een bepaalde frequentie liep. W. en H. Fairbank en Lane⁶⁴⁾ hebben "second sound" volgens een andere methode opgewekt. Hierbij maakten ze gebruik van een cylinder, die gedeeltelijk met He II, gedeeltelijk met damp was gevuld; in deze damp bevond zich een microfoon, die er normaal geluid van frequentie ν in opwekte. Tengevolge hiervan traden periodieke drukvariatiën op aan het scheidingsvlak tussen vloeistof en damp; deze drukvariatiën veroorzaakten periodieke variatiën in de verdampingssnelheid en gaven dus indirect aanleiding tot periodieke temperatuurvariatiën met een frequentie ν in de grenslaag tussen vloeistof en damp. Hierdoor ontstond "second sound" met frequentie ν in de vloeistof, dat met een weerstandsthermometer geregistreerd werd en waarvan de voortplantingssnelheid u_2 goed met de resultaten der vroegere metingen overeenkwam.

Zowel uit Landau's als uit Tisza's theorie kan de volgende formule voor u_2 worden afgeleid:

$$u_2 = \sqrt{\frac{(\Delta S)^2 \cdot T}{c_n} \cdot \frac{\rho_s}{\rho_n}}, \quad (26)$$

waarin c_n de soortelijke warmte is, behorend bij het entropieverschil ΔS tussen normale en superfluïde phase. Vult men in (26) de door Landau aangegeven waarden voor $\frac{\rho_n}{\rho_s}$, c_n en ΔS in, dan vindt men, dat u_2 van T afhangt op de in fig. 26 aangegeven wijze; door extrapolatie vindt men uit (26), dat u_2 bij het absolute nulpunt gelijk aan $\frac{u_1}{\sqrt{3}}$ (ongeveer 150 m/sec.)

moet zijn. Bij vergelijking der figuren 25 en 26 ziet men onmiddellijk, dat er een aanzienlijke discrepantie tussen de experimentele en de volgens Landau's theorie berekende waarden bestaat. Vult men daarentegen in (26) de door Tisza aangegeven waarden voor $\frac{\rho_n}{\rho_s}$, c_n en ΔS in, dan blijken de experimentele waarden goed met (26) overeen te komen. Door extrapolatie vindt Tisza bovendien nog, dat u_2 bij het absolute nulpunt gelijk aan nul moet zijn.

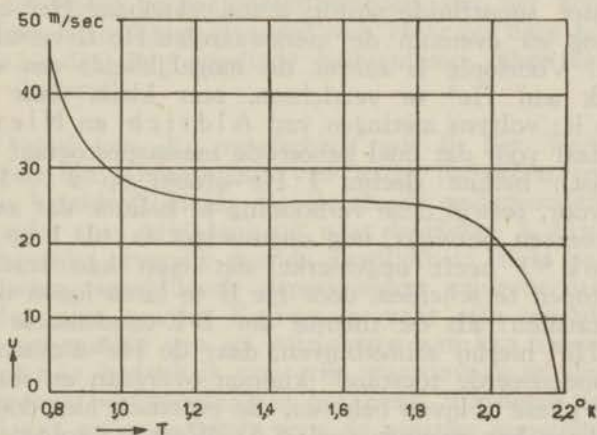


Fig. 26. Voortplantingssnelheid van het "second sound", berekend volgens Landau's theorie.

Daar het voor temperaturen boven $1,0^\circ\text{K}$ onverschillig is, of we de waarden van ΔS en c_n uit Landau's dan wel uit Tisza's theorie berekenen, leidt het bovenstaande onvermijdelijk tot de conclusie, dat de formule, die Landau voor $\frac{\rho_n}{\rho_s}$ gegeven heeft, foutief moet zijn, en dat de door Tisza afgeleide formule (22) goed met het experiment overeenkomt. Men mag echter niet beweren — zoals Tisza doet — dat de bovengenoemde experimenten bewijzen, dat Landau's veronderstelling, dat de entropie der superfluïde phase gelijk aan nul is, onjuist is; een definitieve uitspraak ten gunste of ten ongunste van deze veronderstelling kan pas gedaan worden, zodra metingen van u_2 bij temperaturen beneden $1,0^\circ\text{K}$ verricht zijn!

§ 9. Besluit.

In de vorige paragrafen is aangetoond, dat de meeste experimenten, die aan He II verricht zijn, bevredigend met de theorie van Tisza en wat minder goed met die van Landau te verklaren zijn. Daar aan de 4 door Tisza opgestelde postulaten

(zie § 2b) twee moleculaire modellen, nl. dat der B-E-condensatie en een hydrodynamisch model, ten grondslag kunnen liggen, rijst de vraag, of men niet experimenteel zou kunnen beslissen, aan welk der beide modellen de voorkeur gegeven moet worden. In principe is een dergelijke beslissing mogelijk door onderzoek van de vloeibare fase van de isotoop He^3 : als de B-E-statistiek werkelijk een beslissende invloed op de eigenschappen van vloeibaar He^4 heeft, moet men verwachten, dat vloeibaar He^3 , waarvan de atomen aan de statistiek van Fermi-Dirac zijn onderworpen, ook bij zeer lage temperatuur niet superfluïde wordt, d.w.z. vloeibaar He^3 zou geen λ -overgang en evenmin de merkwaardige He II-verschijnselen vertonen! Voorlopig is echter de mogelijkheid, een dergelijk onderzoek aan He^3 te verrichten, zeer klein, daar He^3 zo zeldzaam is: volgens metingen van Aldrich en Nier⁶⁵⁾ met een speciaal voor dat doel gebouwde massaspectograaf komt in atmosferisch helium slechts 1 He^3 -atoom op 9×10^6 He^4 -atomen voor, terwijl deze verhouding in helium, dat aan minerale gesteenten ontwijkt, nog ongunstiger is, nl. 1 op 7×10^6 !

Franck⁶⁶⁾ heeft opgemerkt, dat men kan trachten de twee isotopen te scheiden, door He II te laten lopen door zeer nauwe kanalen: als de theorie der B-E-condensatie juist is, zal het He^3 hierbij achterblijven, daar de He^3 -atomen niet in de „gecondenseerde toestand” kunnen overgaan en dus tot de „normale phase” blijven behoren, die practisch niet door nauwe kanalen heen kan stromen (vgl. § 5). Werkend volgens de door Franck aangegeven methode zijn Daunt, Probst, Johnston, Aldrich en Nier⁶⁷⁾ er in geslaagd een tweevoudige verrijking aan He^3 te bewerkstelligen in de vloeistof, die achtergebleven was in een vat A na een experiment, waarbij vloeistof hetzij via een spleet van ongeveer 1μ breed, hetzij via de heliumfilm van A naar B was gestroomd; tijdens dit experiment bevorderden zij de stroming van A naar B door in B te stoken.

Men kan ook trachten een isotopenscheiding te bewerkstelligen door gebruik te maken van het in § 3 besproken tegenstromingsmechanisme, dat in helium II op gaat treden, zodra daarin temperatuurverschillen bestaan: als de He^3 -atomen uitsluitend in de „geëxciteerde” toestand voorkomen, kunnen deze wel van het warme naar het koude uiteinde stromen, echter niet van het koude naar het warme. Stuurt men dus een warmtestroom door een met helium II gevulde capillair, dan moet men verwachten, dat aan het koude uiteinde van de capillair een verrijking aan He^3 ontstaat. Lane, H. Fairbank, Aldrich en Nier⁷⁰⁾ zijn er, als eersten volgens deze methode werkend, in geslaagd aldus een 130-voudige verrijking aan He^3 te verkrijgen. Tijdens experimenten, die zeer onlangs op het Kamerlingh Onnes-laboratorium zijn verricht, bleek de door

Lane c.s.⁷⁰⁾ gebruikte methode goede vooruitzichten te bieden: het is nl. reeds gelukt, om aldus een 4000-voudige verrijking aan He³ te bewerkstelligen!

Het feit, dat met de hierboven besproken methoden een gedeeltelijke isotopenscheiding gelukt is, hoeft nog niet te betekenen, dat de theorie der B-E-condensatie juist is. Het is nl. best mogelijk, dat vloeibaar He³ eigenschappen heeft, die volkomen analoog aan die van He⁴ zijn met het enige verschil, dat het λ -punt lager ligt dan 2,19°K! Uit proeven van H. Fairbank, Lane, Aldrich en Nier⁶⁸⁾ kan tenminste met grote zekerheid geconcludeerd worden, dat het kookpunt van He³ lager moet liggen dan dat van He⁴: bij deze proeven bleek nl. o.a., dat de verzadigde heliumdamp rijker aan He³ is dan de vloeistof.

Aan het eind van dit proefschrift wil ik het Technisch Personeel van het laboratorium van harte bedanken voor de hulp en de bereidwilligheid, die ik steeds ondervonden heb. In het bijzonder gaat mijn dank uit naar de Heren A. Ouwwerker, wiens rijke ervaring menige moeilijkheid hielp oplossen en zonder wien verschillende experimenten onuitvoerbaar geweest zouden zijn, en H. Kuipers voor zijn waardevolle hulp bij de constructie van en wijzigingen aan het toestel. Dr. K. W. Taconis bedank ik voor zijn waardevolle adviezen en zijn stimulerende belangstelling in het werk. Tenslotte dank ik al mijn collega's en ex-collega's voor de prettige samenwerking.

Het in dit proefschrift beschreven onderzoek werd mij opgedragen door Prof. Dr. W. H. Keesom; tijdens de ziekte van Prof. Keesom toonde wijlen Prof. Dr. E. C. Wiersma grote belangstelling in mijn werk. Na de bevrijding werden de experimenten onder leiding van Prof. Dr. H. A. Kramers voortgezet, terwijl het proefschrift onder leiding van Prof. Dr. W. J. De Haas werd voltooid.



SUMMARY.

In this thesis for the doctorate we give an account of the Leiden experiments — performed during the last years — on the transport phenomena in liquid helium II. The essentials of this thesis have allready been published in *Physica* (See ^{21, 43}) and ⁴⁶)).

Chapter I contains a survey of the experimental facts which were already known to us at the beginning of our experiments. In § 1 the heat conductivity is discussed. The discovery of the large heat conductivity of He II by Keesom and Miss Keesom ¹⁴) and the measurements of Allen, Peierls and Uddin ¹⁶) gave rise to a systematical investigation by Keesom, Saris and Meyer ¹⁸) ¹⁹). These authors measured the heat conductivity in capillaries with diameters between 0.3 and 1.6 mm; their main results were:

a. The heat current density φ (in Watt/cm²) follows the relation (3) in the temperature region between 1.0° and 1.6° K,

φ not being proportional to the temperature gradient $\frac{dT}{dx}$.

b. The heat conductivity as a function of T (temperature) has a maximum at 1.92° K for all temperature gradients.

In order to remove the discrepancies between the results of Keesom, Saris and Meyer and those of Allen and Reekie ²⁰), who investigated the heat conductivity of He II in a capillary filled with emery powder, Keesom and Duyckaerts ²¹) performed measurements on the heat conductivity for capillary widths between 0.7 and 95 μ with the following results:

a. For widths of 0.7 and 1.2 μ the heat current I is proportional to the temperature difference ΔT at most temperatures; at constant temperature differences I is proportional to about T^{11} below 1.8° K and passes a maximum at about 2.1° K.

b. For widths of 95 and 19 μ the results are similar to those of Keesom, Saris and Meyer ¹⁹).

c. For a width of 9.3 μ the phenomena are very complex: at temperatures below 1.5° K the heat current is proportional to ΔT ; at higher temperatures this proportionality breaks down gradually and it is lacking completely above 1.9° K. For a constant ΔT the heat current is proportional to about T^{13} below 1.8° K and a maximum appears between 2.0 and 2.1° K.

In § 2 the fountain effect is discussed. Both the measurements of Allen and Reekie ²⁰) in their capillary filled with emery powder (the channel width of which was about 10 μ)

and the measurements of Keesom and Duyckaerts²¹⁾ in slits of 9.3 and 19 μ gave the result that the fountain effect f is proportional to I for all temperatures. Most values of the fountain effect — except those measured at low T and small ΔT — which had been measured thus far were much smaller than the theoretical ones calculated according to H. London's formula (5). Allen and Reekie²⁶⁾ measured the fountain effect in smooth capillaries and found that it depended on the heat current as shown in fig. 4; they concluded that there are two effects: a surface effect and a volume effect (the so-called negative fountain effect). However, Keesom and Duyckaerts²¹⁾ found that for a slit of 19 μ the height difference of the helium levels depended on the heat current I in the same way as shown in fig. 4. After applying corrections for the vapour pressure difference in the two chambers they obtained again the linear relation between f and I .

In § 3 the mechanocaloric effect and the qualitative measurements of this effect by Daunt and Mendelssohn³¹⁾ are discussed. In § 4 we give a discussion of the measurements of Daunt and Mendelssohn³³⁾ ³⁴⁾ on the thickness and the rate of flow of the Rollin film. From this discussion we conclude that formula (9), given by Bijl, De Boer and Michels³⁹⁾, probably does not hold any more for values of d larger than about 5×10^{-6} cm. In § 5 we give a short account of the measurements of the viscosity by the oscillating disk method⁸⁾ ⁹⁾ and of the flow measurements of Allen and Misener⁴¹⁾.

In *Chapter II* we give a description of our apparatus (§ 2; fig. 6) and of our method of measuring in slits of 10.5 and 5 μ . In order to reduce the influence of the heat leak which impaired the accuracy of the measurements of the heat conductivity, the capillaries have been replaced by spherical slits. Another consequence of this replacement was that we were able to perform our measurements in these slits in a stationary way. In § 3 the realization and the measurement of the width of the slit are discussed. In § 4 we give a description of the differential method (fig. 7) by which the temperature differences have been measured; the merits of this method are discussed too.

In *Chapter III* the experimental results in slits of 10.5 and 5 μ are reported. As for the heat conductivity our results are similar to those of Keesom and Duyckaerts²¹⁾ in their slit of 9.3 μ (see figs. 8, 9 and 10). At all temperatures the fountain effect f is proportional to the heat current I (fig. 11). Our measurements of f (see figs. 13, 14 and 15) may be summarized as follows:

a. The agreement between experimental and theoretical (i.e. calculated according to formula (5)) values of f is rather good

in all cases of proportionality between f and ΔT , i.e. at low T and at somewhat higher T for small values of ΔT .

b. At higher temperatures the experimental values fall behind the theoretical ones, pass a maximum and presumably vanish at the λ -point.

c. The position of the maximum in the f - T -curves depends very strongly on ΔT .

d. For the 5μ slit the temperature range wherein the experimental values of f are practically as large as the theoretical ones, is larger than for the 10.5μ slit.

In *Chapter IV* we give an account of our measurements on the transport phenomena in slits narrower than 1μ . With these narrow slits no stationary state was reached in a reasonable time after switching on the heat current. Therefore we were compelled to measure mostly both the fountain effect and the heat conductivity in a non-stationary way. The realization of these narrow slits and the measurement of their width — the uncertainty of which appears to be about 20% — are discussed in § 2. In most cases the fountain effect f followed changes of ΔT without any noticeable relaxation; so we were able to measure f in a non-stationary way (§ 4). It appeared that f is proportional to ΔT for all temperatures (fig. 16). Only with the narrowest slits and at temperatures near the λ -point we found relaxations between f and ΔT (fig. 17). From the first appearance of these relaxations we were able to calculate the critical velocity (§ 7), the uncertainty of which amounts to about 20%. This critical velocity is independent on the width of the slit (§ 8*d*, table VII), whereas its dependency on temperature is the same as found by Daunt and Mendelssohn for the Rollin film. For given values of T and ΔT the fountain effect f increases with decreasing width of the slit (§ 8*a*) until f reaches a limiting value at a certain critical width (which is a decreasing function of T and of ΔT). These limiting values of f agree rather well with the theoretical ones calculated according to formula (5); below 1.6°K the experimental values exceed the theoretical ones by about 10%, above 1.6°K they are mostly somewhat smaller (fig. 22).

Only for low temperatures the heat conductivity (§ 5) could be measured in a stationary way. There was a satisfactory agreement between the values of the heat conductivity obtained in a stationary and those obtained in a non-stationary way. It is shown that the mechanocaloric effect may have a very great influence on the apparent heat conductivity. Therefore any flow of the liquid had to be prevented (this condition was realized by driving the inner level into the summit of the capillary where it stuck) during the measurements of the heat conductivity. It appears that the heat current I is pro-

portional to ΔT for all temperatures (§ 8*b*) and that the coefficient of heat conductivity — the uncertainty of which amounts to about 20% — is still 10^4 times as large as that of He I. The mechanocaloric effect was calculated from a heat balance of the inner chamber which is amply discussed in § 6. From this discussion it follows that our measurements were sufficiently accurate only in those cases wherein the contribution of the heat conductivity amounted only a few percents of the total heat balance. Therefore the mechanocaloric effect could only be measured in slits of 0.5μ and narrower. The heat absorbed by the liquid (§ 8*c*) when entering the inner chamber through the slit is practically TS , provided that the flow velocity does not exceed the critical one. At higher velocities great deviations appear and at velocities of about twice the critical one the mechanocaloric effect amounts only to about $\frac{1}{2}TS$. The heat developed when liquid helium leaves the inner chamber through the slit deviates from the value TS . Already below the critical velocity it is about 10% more and it exceeds the value TS by as much as 100% at velocities 2–3 times higher. From our measurements we could estimate (§ 8*d*) the thickness of the Rollin film at $5-7 \cdot 10^{-6}$ cm. In § 8*e* we remark that the flow phenomena in very narrow slits are very strongly influenced by the mechanocaloric effect and the fountain effect. Therefore the flow velocity is not only determined by the level difference but also by the temperature difference and the heat exchange between the two chambers. Nevertheless we have been able to make a rough estimation of the viscosity in these narrow slits, namely: $\eta \approx 10^{-12}$ poise.

In Chapter V we give an account of some theories on liquid helium and of some recent experiments performed by other investigators; the experimental results are compared with one another and with theory. After a short survey of some older theories in § 1 we give a more detailed account of the theories of Landau¹⁰⁾ and Tisza^{11) 12)} in § 2. We remark that the experimental values of the critical velocity are much smaller than those calculated theoretically by Landau. Both theories come to the result that He II may be considered as a mixture of a „normal” phase and a „superfluid” one. In two important points the two theories differ from each other (§ 2*c*), namely:

a. According to Landau's theory the entropy of the superfluid phase is zero, whereas this entropy equals the phonon entropy according to Tisza's theory. Because this difference becomes important only for temperatures below 1.0°K we have to wait for experiments on fountain effect, heat conductivity, mechanocaloric effect and second sound at these low temperatures before we can decide the question which view is the better.

b. The formula (22) for $\frac{\rho_n}{\rho}$ given by Tisza, agrees better with the experiments on the velocity of second sound (§ 8) than the formula for $\frac{\rho_n}{\rho}$ given by Landau. However, it is not allowed to conclude from this experimental fact that the entropy of the superfluid phase equals the phonon entropy (as Tisza does!).

In § 7 we give a description of Andronikashvili's⁵⁹⁾ experiment, whereas in § 4, § 5 and § 6 we give qualitative explanations (on the basis of the two theories) of the experiments performed on the fountain effect, the mechanocaloric effect and the flow phenomena respectively. We report that our measurements on the fountain effect and the mechanocaloric effect are in accordance with those of Kapitza⁵⁶⁾. We cannot explain our result that the heat developed when liquid helium leaves the inner chamber through the slit, is always greater than $T S$. According to Kapitza⁵⁶⁾ the critical velocity decreases with increasing width of the slit; nevertheless his results are also incompatible with formula (9).

In § 3 we give a nearly quantitative explanation of the heat conductivity experiments of ourselves and of Kapitza⁴⁸⁾, which explanation is based on the two theories mentioned above. Under the influence of a temperature difference the normal and the superfluid liquid diffuse in opposite directions with average velocities v_n and v_s . We calculated v_n and v_s with formula (25) from the experiments. It appears that nearly in all cases both v_n and v_s are smaller than 20 cm/sec (compare this value with the critical velocity!). We could give a qualitative explanation of the fact that the position of the maximum is in the neighbourhood of 1.9° K for wide capillaries and that this position moves to higher temperatures for narrower slits. A discussion of Kapitza's experiments which show that the heat conductivity is impaired by a macroscopical flow of the liquid, shows: when v_n and v_s are small compared with the flow velocity v , the influence of the flow on the heat conductivity is very marked; otherwise this influence is rather small. We give also an explanation of the radiometric effect of Strelkov³⁸⁾ and of the deflections of Kapitza's „vanes" (see⁴⁸⁾).

At last we give in § 9 a short account of the efforts hitherto performed in order to separate the isotopes He³ and He⁴; we mention how important measurements on the liquid phase of He³ would be for the theory.

LITTERATUUR.

- 1) W. H. Keesom, Helium, Elsevier, Amsterdam, 1942.
- 2) W. H. Keesom, Proc. roy. Acad. Amsterdam 29, 1136, 1926; Commun. Leiden No 184*b*.
- 3) W. H. Keesom and miss A. P. Keesom, Proc. roy. Acad. Amsterdam 36, 612, 1933; Commun. Leiden No 224*e*.
- 4) W. H. Keesom und K. Clusius, Proc. roy. Acad. Amsterdam 35, 320, 1932; Commun. Leiden No 219*f*.
- 5) W. H. Keesom and miss A. P. Keesom, Proc. roy. Acad. Amsterdam 35, 736, 1932; Commun. Leiden No 221*d*.
- 6) W. H. Keesom and miss A. P. Keesom, Physica, 's-Grav. 2, 557, 1935; Commun. Leiden No 235*d*.
- 7) P. Ehrenfest, Proc. roy. Acad. Amsterdam 36, 153, 1933; Commun. Leiden, Suppl. 75*b*.
- 8) W. H. Keesom and G. E. Mac Wood, Physica, 's-Grav. 5, 737, 1938; Commun. Leiden No 254*a*.
- 9) W. H. Keesom and P. H. Keesom, Physica, 's-Grav. 8, 65, 1941; Commun. Leiden No 260*e*.
- 10) L. D. Landau, Journ. Phys., Moscow, 5, 71, 1941.
- 11) L. Tisza, Journ. de Phys. et le Radium, (8) 1, 164 et 350, 1940.
- 12) L. Tisza, Phys. Rev. 72, 838, 1947.
- 13) B. V. Rollin, Actes du 7e Congr. intern. du Froid, La Haye-Amsterdam, 1, 187, 1936; vgl. N. Kürti, B. V. Rollin and F. Simon, Physica, 's-Grav. 3, 269, noot**, 1936.
- 14) W. H. Keesom and miss A. P. Keesom, Physica, 's-Grav. 3, 359, 1936; Commun. Leiden No 242*g*.
- 15) M. Wolfke and W. H. Keesom, Physica, 's-Grav. 3, 823, 1936; Commun. Leiden No 242*f*.
- 16) J. F. Allen, R. Peierls and M. Zaki Uddin, Nature, London, 140, 62, 1937.
- 17) W. H. Keesom, Miss A. P. Keesom and B. F. Saris, Physica, 's-Grav. 5, 281, 1938; Commun. Leiden No 252*d*.
- 18) W. H. Keesom and B. F. Saris, Physica, 's-Grav. 7, 241, 1940; Commun. Leiden No 257*d*.
- 19) W. H. Keesom, B. F. Saris and L. Meyer, Physica, 's-Grav. 7, 817, 1940; Commun. Leiden No 260*a*.
- 20) J. F. Allen and J. Reekie, Proc. Cambr. Phil. Soc. 35, 114, 1939.
- 21) G. Duyckaerts, Mémoires Soc. roy. Sc. Liège, 1, 349, 1943.
W. H. Keesom et G. Duyckaerts, Physica, 's-Grav. 13, 153, 1947; Commun. Leiden No 271*c*.
- 22) J. F. Allen and E. Ganz, Proc. roy. Soc. London, A 171, 242, 1939.
- 23) N. Kürti and F. Simon, Nature, London, 142, 207, 1938.
- 24) D. de Klerk, Physica, 's-Grav. 12, 513, 1946; Commun. Leiden No 270*c*.
- 25) J. F. Allen and H. Jones, Nature, London, 141, 243, 1938.
- 26) J. F. Allen and J. Reekie, Nature, London, 144, 475, 1939.
- 27) F. London, Nature, London, 141, 643, 1938.
F. London, Phys. Rev. (2), 54, 947, 1938.
F. London, J. Phys. Chem., 43, 49, 1939.
- 28) H. London, Nature, London, 142, 612, 1938.
H. London, Proc. roy. Soc. London, A 171, 484, 1939.
- 29) W. Thomson, Trans. roy. Soc. Edinburgh, 21, part I, 1854; Math. Phys. Papers, I, 232, 1882.
- 30) L. Tisza, Nature, London, 141, 913, 1938.
- 31) J. G. Daunt and K. Mendelssohn, Nature, London, 143, 719, 1939.
- 32) H. Kamerlingh Onnes, Trans. Faraday. Soc. 18, No 53, 1922; Commun. Leiden No 159.

- 33) J. G. Daunt and K. Mendelssohn, *Nature*, London, **141**, 911, 1938; **142**, 475, 1938.
- 34) J. G. Daunt and K. Mendelssohn, *Proc. roy. Soc. London*, A **170**, 423, 439, 1939.
- 35) P. G. Strelkov, *Journ. Phys.*, Moscow **4**, 379, 1941.
- 36) I. K. Kikoin and B. G. Lasarev, *Nature*, London, **142**, 289, 1939.
- 37) I. K. Kikoin and B. G. Lasarev, *Journ. Phys.*, Moscow, **4**, 379, 1941.
- 38) P. G. Strelkov, *Journ. Phys.*, Moscow **3**, 53, 1940.
- 39) A. Bijl, J. de Boer and A. Michels, *Physica*, 's-Grav., **8**, 655, 1941.
- 40) J. O. Wilhelm, A. D. Misener and A. R. Clark, *Proc. roy. Soc. London*, A **151**, 342, 1935.
- 41) J. F. Allen and A. D. Misener, *Proc. roy. Soc. London*, A **172**, 467, 1939.
- 42) W. J. de Haas and Th. Biermasz, *Physica*, 's-Grav. **5**, 47 en 320, 1938; *Commun. Leiden* No 251a en b.
- 43) J. H. Mellink, *Physica*, 's-Grav. **13**, 180, 1947; *Commun. Leiden* No 272a.
- 44) R. Bleaney and F. Simon, *Trans. Faraday Soc.* **35**, 1205, 1939.
- 45) W. H. Keesom and W. K. Westmijze, *Physica*, 's-Grav. **7**, 1044, 1941.
- 46) L. Meyer and J. H. Mellink, *Physica*, 's-Grav. **13**, 197, 1947; *Commun. Leiden*, No 272b.
- 47) W. H. Keesom and miss A. P. Keesom, *Proc. roy. Acad. Amsterdam*, **36**, 482, 1933; *Commun. Leiden* No 224d.
- 48) P. L. Kapitza, *Journ. Phys.*, Moscow, **4**, 181, 1941.
- 49) H. Fröhlich, *Physica*, 's-Grav. **4**, 639, 1937.
- 50) F. Simon, *Nature*, London, **133**, 529, 1934.
- 51) F. London, *Proc. roy. Soc. London*, A **153**, 576, 1936.
- 52) N. Bogolubov, *Journ. Phys.*, Moscow, **11**, 23, 1947.
- 53) M. Born and H. S. Green, *Proc. roy. Soc. London*, A **188**, 10, 1946; *Proc. roy. Soc. London*, A **189**, 103, 1947; *Proc. roy. Soc. London*, A **190**, 455, 1947; *Proc. roy. Soc. London*, A **191**, 168, 1947; *Nature*, **159**, 738, 1947.
- 54) L. Brillouin, *Les tenseurs en mécanique et en élasticité*, Masson et Cie., Paris, 1938.
- 55) J. Frenkel, *Kinetic Theory of Liquids*, Clarendon Press, Oxford, 1946.
- 56) P. L. Kapitza, *Journ. Phys.*, Moscow, **5**, 59, 1941.
- 57) L. Onsager, *Phys. Rev.* **37**, 405, 1931; **38**, 2265, 1931.
- 58) S. R. de Groot, *C. R. Acad. Sci. Paris*, **225**, 173, 1947; *Physica*, 's-Grav. **13**, 555, 1947.
- 59) E. Andronikashvili, *Journ. Phys.*, Moscow, **10**, 201, 1946.
- 60) J. C. Findlay, A. Pitt, H. Grayson Smith and J. O. Wilhelm, *Phys. Rev.*, **54**, 506, 1938.
- 61) E. Lifshitz, *Journ. Phys.*, Moscow, **8**, 110, 1944.
- 62) V. Peshkov, *Journ. Phys.*, Moscow, **10**, 389, 1946.
- 63) C. T. Lane, H. A. Fairbank, H. Schultz, W. M. Fairbank, *Phys. Rev.* **70**, 431, 1946.
C. T. Lane, H. A. Fairbank, and W. M. Fairbank, *Phys. Rev.* **71**, 600, 1947.
- 64) W. M. Fairbank, H. A. Fairbank and C. T. Lane, *Phys. Rev.* **72**, 645, 1947.
- 65) L. T. Aldrich and A. O. Nier, *Phys. Rev.* **70**, 983, 1946.
- 66) J. Franck, *Phys. Rev.* **70**, 561, 1946.
- 67) J. G. Daunt, R. E. Probst, H. L. Johnston, L. T. Aldrich, A. O. Nier, *Phys. Rev.* **72**, 502, 1947.
J. G. Daunt, R. E. Probst, H. L. Johnston, *J. Chem. Phys.*, **15**, 759, 1947.
- 68) H. A. Fairbank, C. T. Lane, L. T. Aldrich, A. O. Nier, *Phys. Rev.*, **71**, 911, 1947.
- 69) W. H. Keesom and K. W. Taconis, *Physica*, 's-Grav. **5**, 270, 1938; *Commun. Leiden* No 252c.
- 70) C. T. Lane, H. A. Fairbank, L. T. Aldrich, A. O. Nier, *Phys. Rev.*, **73**, 256, 1948.

INHOUD.

Inleiding	1
Hoofdstuk I. Overzicht over datgene, wat bij het begin van ons onderzoek over de transportverschijnselen in helium II bekend was	4
1. Warmtegeleiding	4
§ 2. Fonteïneffect.	9
§ 3. Mechanocalorisch effect.	13
§ 4. De heliumfilm	14
§ 5. Viscositeit	18
Hoofdstuk II. Toestel en meetmethode.	21
§ 1. Inleiding	21
§ 2. Toestel	23
§ 3. Bepaling van de spleetwijdte	27
§ 4. Meting van de temperatuurverschillen.	29
§ 5. Meting van de warmtestroom.	33
§ 6. Meting van het fonteïneffect	34
Hoofdstuk III. Experimentele resultaten in wijde spleten	37
Hoofdstuk IV. Metingen der transportverschijnselen in zeer nauwe spleten	51
§ 1. Inleiding	51
§ 2. Bepaling van de spleetwijdte	52
§ 3. Calibratie van het bovenstuk van het toestel	54
§ 4. Bepaling van het fonteïneffect	55
§ 5. Bepaling van de warmtegeleiding	59
§ 6. Bepaling van het mechanocalorisch effect	64
§ 7. Bepaling van de kritieke snelheid	68
§ 8. De resultaten	68
a. Fonteïneffect	68
b. Warmtegeleiding	71
c. Mechanocalorisch effect	73
d. Kritieke snelheid	74
e. Schatting van de viscositeit	76

Hoofdstuk V. Theoretische beschouwingen. Bespreking van recente metingen, door anderen aan helium II verricht. Vergelijking der experimentele resultaten onderling en met de theorie	77
§ 1. Inleiding	77
a. De orde-wanorde-theorie	77
b. De nulpunts-energie	78
c. De quantumstatistiek der snelheden	78
d. Landau's theorie over He II	80
e. Tisza's theorie der Bose-Einstein-vloeistof	80
§ 2. De theorieën van Landau en Tisza	80
a. Landau's theorie	83
b. Tisza's theorie	83
c. Vergelijking der twee theorieën	85
§ 3. Warmtegeleiding	86
§ 4. Fontein-effect	92
§ 5. Mechanocalorisch effect	94
§ 6. Viscositeit en stromingsverschijnselen	95
§ 7. Experimentele bepaling van $\frac{\rho_n}{\rho}$	97
§ 8. Second sound	99
§ 9. Besluit	101
Summary	104
Litteratuurlijst	109
Inhoud	111





STELLINGEN.

I.

In verband met de techniek van de vacuumglazen, in het bijzonder van die, welke er toe dienen om vloeibaar helium of vloeibare waterstof te bevatten, zijn onderzoekingen betreffende de doorlaatbaarheid van verschillende glassoorten voor helium en waterstof als functie van temperatuur en druk zeer noodzakelijk.

II.

Nu internationaal is overeengekomen het eenhedenstelsel van Giorgi aan te bevelen, is het zeer gewenst, dat spoedig nadere afspraken worden gemaakt ten aanzien van:

- a. de rationalisatie, waardoor de eenheden van \vec{H} en \vec{D} worden vastgelegd;
- b. de dimensies van \vec{M} en \vec{P} .

III.

Het is te verwachten, dat de voortplantingssnelheden van "first" en "second sound" in helium II aan elkaar gelijk zullen zijn, als de vloeistof zich in zeer nauwe capillairen of spleten bevindt.

IV.

De in de vorige stelling geponeerde bewering over de gelijkheid der beide voortplantingssnelheden moet ook geldig zijn voor dunne laagjes geadsorbeerd helium. De door Ganz verrichte proeven zijn met deze opvatting niet in strijd.

E. Ganz, Proc. Cambr. Phil. Soc. 36, 127, 1940.

V.

Het is zeer gewenst de temperatuurverschillen, die in een systeem, dat door adiabatische demagnetisatie tot beneden $0,1^{\circ}\text{K}$ is afgekoeld, enige tijd na het demagnetiseren tengevolge van straling en warmtegeleiding vanuit de omgeving ontstaan, direct te meten. Men kan hiertoe een poedervormig preparaat gebruiken, waarin zich op enkele plaatsen grotere kristallen bevinden, die door afzonderlijke meetspoeltjes omgeven zijn.

VI.

Om verschillende redenen is het gewenst, dat de elasticiteits-eigenschappen van verschillende stoffen bij zeer lage temperaturen nader worden onderzocht.

VII.

Lane, H. en W. Fairbank hebben gevonden, dat resonantie van "second sound" ook met een microfoon, die zich geheel in vloeibaar helium bevindt, aangetoond kan worden. Waarschijnlijk moet dit verschijnsel aan dezelfde oorzaak, nl. aan impulsafgifte door geëxciteerde deeltjes, worden toegeschreven als het radiometereffect van Strelkov³⁸⁾ en de door Kapitza⁴⁸⁾ gevonden afstotende kracht op een plaatje, dat zich tegenover het koude uiteinde van een capillair bevindt, waardoor een warmtestroom gaat.

C. T. Lane, H. A. Fairbank and W. M. Fairbank,
Phys. Rev. 71, 600, 1947.
Zie ook Hoofdstuk V, § 3 en § 8 van dit proefschrift.

VIII.

In vele leerboeken der natuurkunde vindt men de bewering, dat de consonantie van twee of meer muzikale tonen des te volkomener is, naarmate de verhouding van hun trillingsgetallen door kleinere gehele getallen kan worden uitgedrukt. Dat deze bewering te simplistisch en zelfs in verschillende gevallen beslist onjuist is, kan men inzien door consonante tooncombinaties als grote terts (verhouding der trillingsgetallen: 4:5), kleine terts (5:6) en sextaccoord (d.w.z. 1ste omkering van de grote drieklank: 5:6:8) te vergelijken met min of meer dissonante tooncombinaties als reine quart (3:4) en quart-sextaccoord (d.w.z. 2e omkering van de grote drieklank: 3:4:5).

Zie bijv. Grimsehl, Lehrbuch der Physik I, blz. 642, Teubner, 1936.

IX.

Uit onderzoekingen van Gassmann is gebleken, dat de wichelroede geen betrouwbaar hulpmiddel is ter opsporing van geologische „storingszônes”. Dit resultaat moet waarschijnlijk althans ten dele worden toegeschreven aan de volgende mogelijke oorzaken:

- a. variaties in de vochtigheidstoestand van de bodem;
- b. variaties in de atmosferische omstandigheden;
- c. variaties in het magnetisch veld der aarde.

F. Gassmann, Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich XCI (1946), p. 114—122.

S. W. Tromp, Dutch Journal of Parapsychology, Jan. 1947, No. 1, p. 29—56.

X.

De wijze, waarop de in het schaakspel voorkomende pionne-eindspelen met vastgelegde formaties der pionnen moeten worden behandeld, kan verduidelijkt worden hetzij met het systeem der „toegevoegde velden” hetzij met behulp van begrippen als ver-oppositie, scheve ver-oppositie e.d. Hoewel Euwe meent alle moeilijkheden te kunnen omzeilen door het begrip „doelmatige oppositie” in te voeren, verdient niettemin voor schaakspelers met een sterk mathematische aanleg het systeem der „toegevoegde velden” de voorkeur.

Zie bijv. M. Euwe, Het Eindspel, deeltje 8, blz. 44 en 47 t/m 49, v. Goor Zonen, 's-Grav, 1940.

The first part of the report deals with the general situation of the country and the progress of the work during the year. It is followed by a detailed account of the various projects and the results achieved. The report concludes with a summary of the work done and a list of the names of the persons who have taken part in it.

It is a pleasure to inform you that the work has been carried out in accordance with the programme of work approved by the Council of the Institute.

The work has been carried out in accordance with the programme of work approved by the Council of the Institute. It has been found that the results of the work are in general in accordance with the expectations. The progress made during the year has been satisfactory and it is hoped that the work will continue to be carried out in the same manner in the future.

The work has been carried out in accordance with the programme of work approved by the Council of the Institute.

The work has been carried out in accordance with the programme of work approved by the Council of the Institute. It has been found that the results of the work are in general in accordance with the expectations. The progress made during the year has been satisfactory and it is hoped that the work will continue to be carried out in the same manner in the future.

The work has been carried out in accordance with the programme of work approved by the Council of the Institute.

The work has been carried out in accordance with the programme of work approved by the Council of the Institute.

The work has been carried out in accordance with the programme of work approved by the Council of the Institute.

