DISSERTATIO
PHYSICO-MATHEMATICA
INAUGURALIS

DE

IRIDE.

DISSERTATIO
PHYSICO-MATHEMATICA
INAUGURALIS
DE
IRIDE.

QUAM,

ANNUENTE SUMMO NUMINE,

EX AUCTORITATE RECTORIS MAGNIFICI

GERARDI WTTEWAALL,

MATH. MAG. PHILOS. NAT. ET JUR. UTR. DOCT.
OECON. RUR. PROF. ORD.

NEC NON

AMPLISSIMI SENATUS ACADEMICI CONSENSU,

ET

NOBILISSIMAE FACULTATIS DISCIPLINARUM MATHEMATICARUM ET PHYSICARUM DECRETO,

PRO GRADU DOCTORATUS ET MAGISTERII,

SUMMISQUE IN MATHESI ET PHILOSOPHIA NATURALI.

HONORIBUS AC PRIVILEGIIS,

IN ACADEMIA LUGDUNO-BATAVA,

RITE ET LEGITIME CONSEQUENDIS,

PUBLICO AC SOLEMNI EXAMINI SUBMITTIT

JACOBUS NICOLAUS VAN PUTTKAMMER,

LUGDUNO—BATAVUS.

Ad diem 2. *Aprilis* MDCCCXXVII. *Horâ* XI—XII.

IN AUDITORIO MAJORI.

LUGDUNI BATAVORUM,

APUD L. HERDINGH ET FILIUM.

MDCCCXXVII.

PRAECEPTORIBUS

S.

DISSERTATIO
PHYSICO-MATHEMATICA
INAUGURALIS

DE

IRIDE.

CAPUT I.

DE LUMINE.

Cogitanti mihi specimen de Iride conscribere, haud abs re videbatur illa de Lumine praemonere, quae ad hujus phaenomeni explicationem maxime sunt necessaria, ut postea illis fundamenti instar totum superstruatur.

Objecta circum nos posita certo modo distinguenda nobis offeruntur, idque ea facultate fit quam nos lumen vocamus. Corpora quae illud immediate excitant sunt per se luminosa, atque haec etiam ejus ope semper exsistentiam suam in linea recta significant, quae radius luminosus dicitur.

Quomodo autem illa propagatio fiat, atque ita quid sit lumen, inter se disputant viri docti; sunt qui cum Cartesio id in pressu quodam, vel motu, per fluidum elasticum propagato, consistere sibi persuadeant, cum alii iterum sententiam, cui patrocinatus

 est

est Newtonus, amplectantur, ut radii luminis exigua sint corpuscula, e corporibus lucentibus emissa. Ab utraque parte probabiliter disputatur, atque judicium hac in re ferre juveni quid temerarium foret, cum physici expertissimi adhuc dubitent (1): dum autem hic eligere debemus quamnam sequi velimus, postremam in sequentibus ducem habere putavimus, cum hodie plurimos habeat sectatores, et nondum eam falli sit probatum, sed contra pluribus observationibus ejus regulae sint confirmatae. Hoc admisso lumen est fluidum, valde elasticum, et licet corporeum, tamen ita subtile, ut sub quovis volumine, nullum sensibile pondus habeat, etiam legibus generalibus molecularum attractionis obnoxium videtur. Experimentis quoque institutis comprobatum est id compositum esse pluribus luminosis radiis, qui vel simul sumti, vel separatim colores producunt.

Sed quidquid sint luminis proprietates varie quoque suam vim in illud corpora exercent, quaedam enim sunt permeabilia, quae diaphana vel pellucida dicuntur, ita ut lumen per ea transire possit, licet non omne lumen transmittant, vero semper magna pars ab eorum superficie reflectatur; alia iterum illi sunt

(1) Sufficiat hic unum citare Cl. J. B. Biot qui in opere, *Traité de Physique Expérimentale et Mathématique*, edito anno 1816. *Tom.* III. *pag.* 149. emanationis systema sine ulla haesitatione amplectitur, cum contra in *Précis Elémentaire de Physique Expérimentale* Editione 3. 1824. *Tom.* II. *pag.* 131. nondum hujus rei videatur convictus.

sunt impermeabilia, horum autem opacorum, uti dicuntur, corporum sunt qui radii luminis albi decompositione colorantur, sed haec non omnes quibus illustrantur radios decomponunt, quosdam vero, quos reflectunt, quod eo magis fit, quo magis polita sunt corpora. Quo magis autem lumen absorbent, eo magis atro colori accedunt, cum ille luminis defectionem significet; sin omnes radios reflectunt, album exsistit, cum tunc lumen sine ulla decompositione reflectatur.

Reflectio dicitur, quando radius in corporis superficiem incidit, et ex incidentiae puncto in idem quod transiit medium redit. Reflectitur lumen sub aequales angulos, quos faciunt radii incidentes et reflecti cum perpendiculari linea ad superficiem in puncto ubi radius illam attigit, et insuper tres illae rectae sunt in idem planum. Illa actio in lumine agit distantia quadam a corpore quae tamen non est sensibilis, nam cum reflectio oriatur ex repulsiva vi, quam corpora in lumine exercent, si decomponatur motus luminosae moleculae in duos alios, quorum alter est perpendicularis, alter vero parallelus reflectenti superficiei, nunc quo magis molecula corpori accedet, repulsio illum motum diminuet, donec destructus sit, quando, cum vim suam exercere continuet, mox lumen a corpore recedit: motus parallelus agere pergit, atque hinc una cum perpendiculari velocitate, sive ante, sive post repulsionem, curvam describit versus corpus convexam, quod obtinere potest antequam lumen superficiem reflectentem attigerit. Punctum reflexionis illud habetur cujus tangens ad curvam, quam luminis radius describit, parallelus est reflectenti superficiei.

Corpora insuper attractione vim suam in lumine exercent, qua hujus fluidi partem directionem mutare, atque curvam versus superficiem concavam describere obligant, ut in interiore corporis parte intret: hinc colligere possumus reflexi luminis quantitatem pendere non tantum a quantitate luminis emissi sed etiam a corporis superficie ejusque politura. Deviatio illa attractione facta dicitur refractio, eaque tunc obtinet quando luminis radius duo diaphana media transit diversae densitatis, hac tamen sub conditione ne perpendicularis sit superficiei, qua illa media separantur (1).

Radius incidens atque refractus in unum punctum conveniunt, quod si per illud ducatur linea perpendicularis superficiei, qua illa media separantur, Snellius (2) invenit normalem illam cum duo-

(1) Sunt tamen corpora, quae hac facultate gaudent, ut quando lumen per ea transeat duplici illud afficiatur refractione, quo pertinent plurima corpora crystallisata; dignus hic est quod memoretur carbonas calcicus (Spathum Islandicum) rhomboïdali forma. Vidd. plura de hac refractione in Opere *Traité de Phys. Expér. et Math.* auct. Biot. in *Dioptrica Cap.* IV.

(2) Isaacus Vossius refert in Tractatu de *Lucis Natura et Proprietate pag.* 36, Willebrordum Snellium *Prof. Math. Leydae* heredibus suis reliquisse 3 ineditos Optices libros in quibus clare atque perspicue lex refractionis explicatur; qui libri etiam Cartesio non incogniti fuisse videntur, quum anno 1629 in Hollandia fuerit,

duobus illis radiis efficere angulos constitutos ita, ut sinus anguli incidentiae sit in ratione constanti quod ad unumquodque medium ad refractionis anguli sinum, scilicet ut sit

$$\sin I = n \sin R.$$

Vi attractionis, quando radius luminis ad superficiem duo media separantem pervenerit, ille refrangitur vel magis accedendo ad normalem superficiei in incidentiae punctum ductam, vel magis ab illa recedendo, quod a majori vel minori attractionis vi medii secundi respectu medio priori dependet: hoc casu sequitur directionem ex duabus viribus compositam, quarum una dependet a velocitate quam in priori medio habet, altera vero est duorum mediorum attractionum differentia, quae semper agit versus normalem incidentiae puncto. Jam antequam radius superficiem media separantem attigerit, atque etiam, postquam eam transiit, actionibus horum duorum mediorum simul sollicitatur, unde curvam parvam describit, cujus radii incidens et refractus tangentes sunt extremis punctis; illa curva jam ab initio est concava vel convexa ad superficiem quae duo media separat. Sin est convexa, parallela erit superficiei inter duo media vel ante vel postquam eam transierit; sin vero concava est, intrat radius in secundum medium, quod diaphanum uniformeque habetur, atque ibi in linea recta procedere pergit. In corporibus opacis vero parallelus esse nequit luminis ra-

rit, atque nisi illam cognitam posuerat, eam demonstraverat, aut tanquam experientiae effectum proposuerat.

radius superficiei nisi in vel ante illam superficiem.

Praeter has deviationes, quas lumen subit quando ex uno medio in alterum intrat, aliam quoque mutationem patitur, decomponitur scilicet, ita ut quando, v. gr. radius luminis, postquam prisma transiit ex eo exeat, non sub eandem formam sese offert, sed sub formam imaginis coloratae et ex pluribus divergentibus radiis compositae, illudque phaenomenon luminis dispersio dicitur. Colores extremi, quibus hac dispersione spectrum solis tingitur, sunt ruber et violaceus, qui separantur coloribus aureo, flavo, viridi, coeruleo et indico; horum tamen unusquisque non decomponi posse videtur iis modis quibus lumen album: ratio sinus incidentiae albi radii ad sinum refractionis uniuscujusque radii colorati pro unaquaque substantia est constans, tamen differentia refrangibilitatis radiorum spectri coloratorum in prismate, parvo refringente angulo gaudente, vix est sensibilis, hinc optimum erit, uti etiam Newtonus, cui permulta de lumine debemus, plurimum fecit, in observationibus prismate uti, cujus angulus refringens est fere 60 graduum.

Ex hac refrangibilitatis differentia quoque oriri videtur reflexionis differentia, nam experimento instituto, Newtonus (1) observavit illos radios interius refractione magis reflecti quo magis in iis refractio suam vim exerceret.

Dis-

(1) Vid. *Optices Lib.* I. *Part.* I. *Prop.* 3. edit. Lat. 4°. *pag.* 43.

Dispersione illa observata tandem eo pervenit Newtonus, ut radios heterogeneos, sive qui non eadem refrangibilitate sunt praediti, a se invicem separaret (1), atque spatia, quae ab homogeniis radiis occupabantur, invenit illam inter se habere proportionem, quam habent numeri 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$ (2), hinc si in fig. 1. spectrum repraesentatur per APGMTF, atque GM ducatur usque ad X ita, ut MX sit aequalis MG, ponatur nunc spectri longitudo esse 360 partium, erit GX partium 720, aequalis unitati ex hac numerorum serie, subducantur nunc hi numeri a se invicem tunc erit

lX=640	atque hinc pro colore	violaceo	80.
iX=600	——— ——— ———	indico	40.
gX=540	——— ——— ———	coeruleo	60.
eX=480	——— ——— ———	viridi	60.
cX=432	——— ——— ———	flavo	48.
aX=405	——— ——— ———	aureo	27.
MX=360	——— ——— ———	rubro	45.

Haec observavit prismate utens, cujus angulus refringens erat 62 $\frac{1}{2}$ graduum: axis prismatis horizonti parallelus erat, atque refractio radiorum in prisma incidentium, refractioni eorumdem e prismate exeuntium, aequalis. Praeterea observavit angulum, quem radii incidentes directi formabant cum radiis mediocriter refrangibilibus, esse 44°40′, spectri longitudinem

(1) Vid. id. *l. l. Prop.* 4. *pag.* 44.

(2) Vid. id. *l. l. Part.* II. *Prop.* 3. *pag.* 90.

nem invenit $9\frac{3}{4}$ aut 10 unciarum, a qua si deducatur latitudo $2\frac{1}{8}$ unicarum, remanent fere $7\frac{3}{4}$ unciae, quae erit longitudo, quam spectrum haberet, si Sol tantummodo unum foret punctum, atque etiam est longitudo quam occupant circulorum centra a radiis heterogeniis formatorum. Distabat spectrum illud $18\frac{1}{2}$ pedes a prismate, unde si illam longitudinem $7\frac{3}{4}$ unciarum sumamus esse chordam anguli, comprehensi inter radios maxime et minime refrangibiles, et ponamus spectri dimensionem radiis mediocriter refrangibilibus esse perpendicularem, et si dicamus spectri distantiam radium esse, erit sinus anguli illius aequalis longitudini $7\frac{3}{4}$ unciarum divisae per radium sive distantiam $18\frac{1}{2}$ pedum; sit ita angulus x, nunc

$$sin\ x = \frac{chord.}{dist.} = \frac{7,75.}{222.}$$

$$log\ 7,75 = 0,8893017.$$

$$comp\ log\ 222 = \underline{7,6536470.}$$

hinc $sin\ x = log.\ sin\ 2°0'2'' = 8,5429487.$
sive ut Newtonus sumsit $2°0'7''$, ergo dimidium hujus erit $1°0'3'',5$, quod si addatur deviationi radiorum mediocriter refrangibilium, habemus deviatio radiorum violacei coloris, sin vero detrahatur, radiorum rubri coloris:

$$\text{deviatio rubri} = 44°40' - 1°0'3'',5.$$

$$\text{violacei} = 44°40' + 1°0'3'',5.$$

De-

Determinemus nunc rationes constantes refractionis uniuscujusque radii homogenei, ponatur propterea prisma ita, ut anguli incidentiae et emergentiae sint aequales, cum eo casu minima refractio observatur.

Eo fit, ut in fig. 2. BHC erit maximum, vel aHC minimum; nam sint refringens angulus MDN prismatis *a*, incidentiae anguli HBE, HCE, ϕ,ϕ', anguli vero refractionis CBE, BCE, ϕ'' et ϕ''' erunt

$$\frac{sin\ \phi}{sin\ \phi''} = \frac{m}{n} = \frac{sin\ \phi'}{sin\ \phi'''}.$$

$$\phi'' + \phi''' = f.$$

Est aHC $=$ HBC $+$ HCB.

$$= (\phi - \phi'') + (\phi' - \phi''').$$

$$= \phi + \phi' - f:$$

atque ut sit aHC minimum, quem hic dicemus Δ, erit

$$\partial\,\Delta = 0 \quad \partial\,(\phi + \phi' - f) = 0.$$

Differentiando nunc

$$\frac{sin\ \phi}{sin\ \phi''} = \frac{m}{n},\ \frac{sin\ \phi'}{sin\ \phi'''} = \frac{m}{n},$$

erit

$$\partial\,\phi\ cos\ \phi = \frac{m}{n}\partial\,\phi''\ cos\,\phi'', \partial\,\phi'\ cos\,\phi' \frac{m}{n}\partial\,\phi'''\ cos\,\phi''',$$

differentiando etiam

$\phi'' + \phi''' = f$, atque $\partial\,(\phi + \phi' - f) = 0$,

venit

$$\partial\,\phi'' + \partial\,\phi''' = 0, \partial\,\phi + \partial\,\phi' = 0:$$

quae si substituantur in aequatione

$\partial\,\phi'\ cos\,\phi' = \frac{m}{n}\partial\,\phi'''\ cos\,\phi'''$ erit $\partial\phi\ cos\phi' = \frac{m}{n}\partial\phi''\ cos\phi'''$,

unde si eâ dividatur aequatio $\partial\,\phi \cos\phi = \frac{m}{n}\partial\,\phi''\ cos\,\phi''$,

 erit

erit

$$\frac{\partial\phi \cos\phi = \frac{m}{n}\partial\phi'' \cos\phi''}{\partial\phi \cos\phi' = \frac{m}{n}\partial\phi'' \cos\phi'''} = \frac{\cos\phi}{\cos\phi'} = \frac{\cos\phi''}{\cos\phi'''}.$$

Substituantur nunc sinus angulorum cosinubus, erit, si ad quadrata eleventur

$$\frac{1 - \sin^2\phi}{1 - \sin^2\phi'} = \frac{1 - \sin^2\phi''}{1 - \sin^2\phi'''}$$

vel

$$\sin^2\phi(\sin^2\phi''' - 1) - \sin^2\phi''' = \sin^2\phi'(\sin^2\phi'' - 1) - \sin^2\phi''$$

ubi si ponantur valores ex aequationibus

$$\frac{\sin\phi}{\sin\phi''} = \frac{m}{n}, \quad \frac{\sin\phi'}{\sin\phi'''} = \frac{m}{n},$$

habemus

$$\frac{\sin^2\phi'' \sin^2\phi''' m^2 - \sin^2\phi'' m^2 - \sin^2\phi''' n^2}{n^2} = \frac{\sin^2\phi'' \sin^2\phi''' m^2 - \sin^2\phi''' m^2 - \sin^2\phi'' n^2}{n^2}$$

unde dividendo atque transponendo

$$\sin^2\phi'''(m^2 - n^2) = \sin^2\phi''(m^2 - n^2)$$

atque

$$\phi''' = \phi'' = \frac{f}{2}. \quad \phi' = \phi.$$

Hinc unusquisque angulorum DBC et DCB est complementum dimidii anguli refringentis in prismate, ergo aequalis $90^\circ - \frac{1}{2} a$. Cum superius vidimus angulos incidentiae et refractionis esse inter se in constanti ratione, erit

$$\cos \text{ABM} = n \sin \tfrac{1}{2} a.$$
$$\cos \text{DCD} = - n \sin \tfrac{1}{2} a.$$
$$\Delta = 180 - 2\, \text{ABM} - a.$$

unde

$$\sin \tfrac{1}{2} (\Delta + a) = 90 - \text{ABM}.$$
$$= \cos \text{ABM}.$$
$$= n \sin \tfrac{1}{2} a.$$

atque

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2} (\Delta + a)}{\sin \frac{1}{2} a}.$$

His itaque cognitis, facile ratio constans pro unoquoque radio determinari potest, v. gr. pro iis rubri et violacei coloris, quorum ratio prioris exprimatur per n', alterius vero per n'', et sumatur nunc $\frac{n''-n'}{n''+n'}$ ut inde ratio quaeratur, cum aliter nimis parva sit horum radiorum deviationum differentia: tunc erit

$$n'' - n' = \frac{\sin \frac{1}{2} (\Delta'' + a) - \sin \frac{1}{2} (\Delta' + a)}{\sin \frac{1}{2} a};$$

$$n'' + n' = \frac{\sin \frac{1}{2} (\Delta'' + a) + \sin \frac{1}{2} (\Delta' + a)}{\sin \frac{1}{2} a};$$

vel

$$n'' - n' = \frac{2 \sin \frac{1}{4} (\Delta'' - \Delta') \cos \frac{1}{4} (\Delta'' + \Delta' + 2a)}{\sin \frac{1}{2} a};$$

$$n'' + n' = \frac{2 \cos \frac{1}{4} (\Delta'' - \Delta') \sin \frac{1}{4} (\Delta'' + \Delta' + 2a)}{\sin \frac{1}{2} a};$$

unde dividendo

$$\frac{n'' - n'}{n'' + n'} = \frac{\tan \frac{1}{4} (\Delta'' - \Delta')}{\tan \frac{1}{4} (\Delta'' + \Delta' + 2a)}$$

$$tang\,\tfrac{1}{4}(\Delta'' - \Delta') = log\,tang\,30'2'' = 7{,}9413407.$$
$$tang\tfrac{1}{4}(\Delta''+\Delta'+2a) = comp\,log\,tang\,53°\,35' = 9{,}8678873.$$
$$\frac{n''-n'}{n''+n'} = log\,0{,}0064451 = 7{,}8092280.$$
$$= \frac{1}{155{,}156}:$$

unde $\frac{n''}{n'} = 1 + \frac{1}{77{,}078} = \frac{78{,}078}{77{,}078};$

sive fractionibus rejectis $= \frac{78}{77}$, qui sunt numeri quos refert Newtonus.

Hinc $n = \frac{77}{c}$ pro radiis rubri coloris si c exprimat sinus anguli incidentiae interioris, atque $n = \frac{78}{c}$ pro radiis violaceis.

Sic etiam habemus pro radiis mediocriter refrangibilibus $n = \frac{77{,}5}{c} = \frac{sin\,\frac{1}{2}(\Delta + a)}{sin\,\frac{1}{2}\,a.}:$

$$log\,sin\,\tfrac{1}{2}(\Delta + a) = log\,sin\,53°35' = 9{,}9056454.$$
$$comp\,log\,sin\,\tfrac{1}{2}\,a = comp\,log\,sin\,31°15' = 0{,}2850224.$$

hinc $n = log\,1{,}5512 = 0{,}1906678.$

unde $1{,}5512 = \frac{77{,}5}{c}:$

atque $c = \frac{77{,}5}{1{,}5512} = 49{,}96,$

itaque circiter $= 50$, quem numerum sumsit Newtonus, quo nunc exprimitur sinus anguli interioris radiorum in vitro, quando sinus anguli emergentiae in aere numeris exprimitur inter 77 et 78, qui ut inveniantur pro unoquoque heterogenio radio, sumantur

tur expressiones cujusque coloris spatiorum, addantur successive valori $\frac{77}{c}$, et colorum limites erunt determinati. Nam extremum rubrum est 77, ruber color spatium occupat per $\frac{45}{360}$ vel $\frac{1}{8}$ expressum, ergo radii intermedii inter rubrum et aureum emergunt sub angulo cujus sinus representari potest expressione $77\frac{1}{8}$, quod si illum pro omnibus radiis instituemus, erit

Extremum rubrum . . . . 77.

Limes rubrum inter et aureum . . . $77\frac{1}{8}$.

aureum inter et flavum . . . . $77\frac{1}{5}$.

flavum inter et viridem . . . . $77\frac{1}{3}$.

viridem inter et coeruleum . . $77\frac{1}{2}$.

coeruleum inter et indicum . . $77\frac{2}{3}$.

indicum inter et violaceum . . $77\frac{7}{9}$.

Extremum violaceum 78,

quod ultimum tamen, quoniam radii maxime refrangibiles sese indefinite extendere videntur, non ita certum esse potest, adeoque fere sic esse assumere debemus.

Sin ab hisce numeris substrahamus sinum anguli in-

incidentiae, quem 50 esse probavimus, eumque constantem $=1$ ponamus (1), numeri erunt:

$$27,\ 27\frac{1}{8},\ 27\frac{1}{5},\ 27\frac{1}{3},\ 27\frac{1}{2},\ 27\frac{2}{3},\ 27\frac{7}{9},\ 28:$$

unde, cum ex experimentis probatum est, quando radius luminis ex aere aquam intrat, sinus incidentiae et refractionis radii rubri esse in constantem rationem uti $\frac{4}{3}$, habemus

$$108,\ 108\frac{1}{8},\ 108\frac{1}{5},\ 108\frac{1}{3},\ 108\frac{1}{2},\ 108\frac{2}{3},\ 108\frac{7}{9},\ 109,$$

pro sinubus refractionis, si sinus incidentiae sit 81 (2).

(1) Licet illud hic sufficiat, cum ea quae hic Newtonus invenit, experimentis fere satis convenit, quando scilicet intrat in aere, attamen omnibus substantiis illud applicari nequit, cum dispersio secundum substantiarum chemicam naturam revera differat, uti id observare licet in achromatico prismate vel tubo.

(2) Vid. Newton *Optic. Lib.* I. *Part.* I. *Prop.* 7. *pag.* 57. *seqq.*

CA-

CAPUT II.

DE DOCTRINAE IRIDIS HISTORIA.

Priusquam ad Iridis explicationem atque demonstrationem transeamus, praedictis iis, quae de lumine praemittere nobis visa sunt, pauca hic de doctrinae Iridis historia monere non haud abs re duximus, ut sic totum de Iride argumentum amplectamur.

Antiqui philosophi diu Iridis explicationem semper in eo inquisiverunt, ut phaenomenon illud efficeretur luminis reflexione in aquae guttarum superficie, quae in aere certo in ordine erant dispositae, atque hinc oriri colorum in Iride varietatem. Iridem interiorem sibi finxerunt reflexionem Solis imaginis esse in nubem concavam, Iridem exteriorem seculo XVI Clichtoveus putavit prioris esse reflexionem, quae sententia, ex ejus debilitate quod ad interiorem, originem duxisse videtur. Mirum tamen est, antiquos tam diu phaenomenon explicare voluisse ex luminis reflexione, cum illud iis non incognitum esse debuisset, reflexione luminis radii non colorati colores non effici, cum vero refractione saepissime producantur. Eo fortassis observato, Maurolicus sibi proposuit, radium guttam intrare atque in ea refrangi, et post unam pluresve reflexiones refractione ex ea exire, ut ad spectatoris oculum perveniat: quae sententia plane ipsi erat imaginaria, nullo ut videtur argumento valido instructa. Eodem fere tempore Janus Fleischerus Breslaviae in opere de *Iridibus doctrina Aristotelis et Vitellionis*, 1571 in 8vo, duplam adhibuit refractionem unamque reflexionem, attamen haec ita sibi finxit ut radius solaris, in gutta incidendo, eam penetret, et exeundo post duplam refractionem, in aliam incidat guttam, qua sub illum colorem reflectitur, quo praeditus est quando observatur.

Keplerus veritati magis videtur accedisse scribens sequentia (1): „ primo radium Solis facio tangentem, „ quia non exsistunt colores, nisi ubi refracti, qui „ ex contactu veniunt, incidunt. Radium vero oculi „ facio tangentem, quia nisi tangens, non incidit „ in locum colorum. Nam ut repercussuum, sic etiam „ refractionum anguli sunt aequales incidentiae..... „ Iris quidem constat ex radiis simul repercussis et „ refractis. Nam BA refringitur in I, ex I repercutitur in G, ex G refringitur secundo in C" fig. 3. Hinc duplicem refractionem, unam reflexionem necesse esse statuit, adeoque phaenomenon fere penitus indagavit: sed non est radius tangens aquae guttae, qui ad spectatoris oculum venire potest, eo enim in casu Iridis diameter tantum 14°24' foret. Haec fortassis ulterius persecutus fuisset, si vel mini-

(1) Vidd. Joannis Keppleri *aliorumque Epistolae Mutuae Epist.* 222, quam Keplerus Thomae Harrioto scripsit *pag.* 375.

nime instimulatus fuisset, unde dolendum est responsum ob tam frivolis argumentis, saltem quod studia attinet, evitatum esse.

His omnibus hypothesibus finem fecit experientia hac in re edoctus Marcus Antonius de Dominis Archiepiscopus Spalatensis, qui in libro suo de *Radiis Visus et Lucis in Vitris Perspectivis, et Iride*, Tractatu in 8vo minori, quem, licet ante annos circiter viginti secundum Bartolum scriptum, in lucem tandem edidit idem Bartolus, Venetiis anno 1611, phaenomenon illud detexit. Hujus libri altera pars maxime Iridis explicationi tributa est; attamen in ea non ita felix fuit quam quidem ex experimento, quod ei principium fuit, exspectari licuit. Suspendit enim ad certam altitudinem oculo altiorem globum vitreum aqua repletum, eumque Solis radiis opposuit; tunc ex parte inferiore venire observavit luminis radium diverse coloratum, ratione habita altitudinis, ad quam illum elevavit. Hinc deduxit Solis radium esse, qui globum penetravit ad partem superiorem, atque, postquam ad illius fundum pervenerit, reflectendo exiret e parte inferiore, oculoque Iridis colores observare praeberet. Radii rubri ei visi sunt posteriori guttae parti proximi, quoniam minimam aquae partem transirent, et maximam vim exercerent. Radios vero virides atque coeruleos sibi proposuit e guttae parte exire magis a fundo distante, cum vero reliqui secundum communem opinionem ex trium horum commixtione fuerunt producti. Deinde observavit omnes, qui eundem producunt colorem, radios ex aeque sitis, quod ad guttae fundum, exire locis, eosque cum axe e Sole ad oculum ducto aequales angulos facere: hinc circularem deduxit Iridis formam; sed ex supra memorata rubri coloris radiorum positione, angulum quem hi cum axe faciunt sibi finxit majorem, unde magis elevati videntur, et ruber color in Iride erit exterior, tunc flavus, viridis, coeruleus.

Licet itaque fundamenti explicationis Iridis interioris inventum ipsi tribuamus, concedendo quidem eum observasse duas refractiones unamque reflexionem ad eam efficiendam requiri, plura tamen ut perfectam rationem redderet ipsi fuisse videntur incognita. Quod ad alteram Iridem, exteriorem scilicet, in ea plane hospes erat, cum ne ullam cogitationem quidem habebat de duplici reflexione, quam in gutta radius solaris, ut alteram producat Iridem, subit. Haec reservata erant ingenio celeberrimi Cartesii, qui, ut videtur, primus hujus exterioris Iridis explicationis inventor fuit (1).

Cartesius experimentis institutis observavit, Iridem exteriorem produci dupla reflexione in interiore parte guttarum duplicique refractione, nam radius solaris intrat in inferiorem guttae partem, atque tunc unam subit refractionem, ad ejus superficiem duas subit reflexiones, atque tandem sub altera refractione e gutta emergit, qua pervenit ad punctum quoddam axe-

(1) Saltem e libro de Dominis eum illam explicasse probari posse non videtur, licet tamen Newton in *Optices Lib.* I. *Part.* II. *Prop.* 9. *pag.* 122. ejus explicationem emendasse dicit Cartesium.

axeos e Sole ad observatoris oculum ducti. Deinde examinavit radios luminis inter se parallelos, qui incidunt in circulum, cujus radius est 10000, sub angulos, quorum sinus in progressione arithmetica crescunt a 1000 usque ad 10000. Instituens primo calculum de angulis radiorum circulum exeuntium et incidentium, una reflexione obtinente, angulos augeri invenit a 5° 40′, cui sinus convenit incidentiae 1000, usque ad 40° 57′, conveniens sinui 9000, atque tunc minui, ita ut 13° 40′ conveniant sinui 10000; idem etiam fecit duas adhibens reflexiones: atque quum ex hocce calculo expertus fuisset radios emergentes, qui minime inter se divergunt, convenire incidentiae angulo, cujus sinus est inter 9000 et 10000, unde angulos invenit circiter 42° et 52°, quos radii rubri efficaces faciunt cum solaribus radiis in prima atque altera Iride (1). Sinus incidentiae ratio ad sinum refractionis, quoniam refractio aquae paulo major quam 4 ad 3 constare dicat, sibi proposuit esse ut 250 ad 187. Ea tamen quae adest inter sinus incidentiae et refractionis violaceorum radiorum ipsi erat incognita, quae si cognovisset, parum superfuisset ad totum Iridis phaenomenon cognoscendum atque explicandum.

Ultimo loco tandem Newtonus explicationem tam Marci Antonii de Dominis, quam Cartesii perfecit, atque totum Iridis phaenomenon ita in lucem posuit, ut non amplius de ejus explicatione dubium exstet. Nam cognitum quum fuerit propterea arcum lu-

(1) Vid. Cartes. *Meteor*, *Cap*. VIII. N°. 10.

luminosum certae magnitudinis apparere in pluviosis nubibus, in quibus solare lumen reflectitur, quoniam tantum, omnium radiorum qui aquae guttas penetrant, et exinde post unam duasve reflexiones exeunt, illi sibi invicem sunt paralleli, atque luminis impressione oculum afficere possunt. Reliqui vero illum non producunt effectum, cum nimis divergunt. Si quoque radii non inter se refrangibilitate differebant, neque colores proferebant, in quibus Newtonus illos decomposuit, arcus luminosus angustior foret omnique colore expers. Sed admissa diversa refrangibilitate radiorum luminis varie coloratorum, facile et de coloribus et de ordine radiorum inter se concludere licet.

Ex diversa refrangibilitate etiam arcuum latitudinem dimensus est Newtonus, cum antea invenerat sinum refractionis radiorum maxime refrangibilium et minime refrangibilium esse inter se uti 109 ad 108, quando sinus incidentiae sit 81. Interiorem tunc invenit esse 1° 45′, si Sol esset unum duntaxat punctum; exteriorem, eadem sub conditione, 3° 10′. His addantur 30′ pro diametri Solis apparentis semisse, hinc interior erit 2° 15′, exterior vero 3° 40′, quam tamen arcuum latitudinem differre observabat pro nubium circumjacentium claritate, qua colores extremi magis minusve obscurabantur (1),

Quos huc usque memoravimus scriptores, experimenta atque computationes suas non ultra secundam Iridem extendisse ex eorum scriptis patet, Halle-

(1) Vid. Newton *l. l. Lib.* I. *Part.* II. *Prop.* 9. *pag.* 125. *seq.*

leyus (1) vero ulterius progressus est, tertiam quartamque Iridem definiens; et licet oculos illae, fortasse quoniam nimis Soli sunt proximae, fere nunquam afficiant, tamen humanum ingenium eo non limitatur. Nam postquam constare statuerat ex Cartesii demonstratis, Iridem primariam a talibus Solis radiis produci, ubi excessus duorum angulorum refractorum supra unicum incidentiae angulum omnium possibilium fuerit maximus: secundariam a talibus, ubi trium refractorum angulorum excessus supra unum incidentiae angulum iterum fuerit maximus, tandem ad tertiam, quartam etc. concludere pergit regula generali, ut excessus quatuor, quinque pluriumve angulorum refractorum, numero scilicet reflexionum unitate aucto, supra unum incidentiae angulum sit maximus. Maximus ille duplicatus erit distantia Iridis ab opposito Solis loco, ubi numerus reflexionum impar est; ubi vero par sit iste numerus, ibi duplum anguli istius maximi distantia Iridis a Sole ipso, uti in secundaria, quarta cet.

Deinde calculo instituto determinat Halleyus sinus angulorum incidentiae atque refractionis, posito radio $= 1$, atque refractionis incidentiaeque ratione uti r ad s. Invenit enim Iridis primariae sinum anguli incidentiae $\sqrt{\frac{4}{3} - \frac{1r^2}{3s^2}}$, refractionis

$\sqrt{}$,

(1) Vidd. *Philosoph. Transact.* anni 1700. *Tom.* XXII. *N°.* 267. *pag.* 714. *seqq.*

$\sqrt{\frac{4s^2}{3r^2} - \frac{1}{3}}$, pro secundaria $\sqrt{\frac{9}{8} - \frac{1r^2}{8s^2}}$ incidentiae, refractionis vero $\sqrt{\frac{9s^2}{8r^2} - \frac{1}{8}}$. Pro tertia Iride incidentiae angulum $\sqrt{\frac{16}{15} - \frac{1r^2}{15s^2}}$, refractionis $\sqrt{\frac{16s^2}{15r^2} - \frac{1}{15}}$: pro quarta incidentiae angulum $\sqrt{\frac{25}{24} - \frac{1r^2}{24s^2}}$, refractionis $\sqrt{\frac{25s^2}{24r^2} - \frac{1}{24}}$ cet., unde tandem calculo suscepto Iridem primariam distare invenit ab opposito Solis loco $41^\circ 30'$, secundariam $51^\circ 55'$ ab eodem opposito. Tertiam vero $40^\circ 20'$, quartam $45^\circ 33'$ ab ipso Sole, quas, an unquam aliquis viderit, nescit.

Praeter haec quae de Iride a Sole formata diximus, pauca hic quoque addenda erunt de Iride, quam Luna profert, licet multo sit debilior atque rara. Veteres quaedam hac de re memorarunt, Aristoteles scribit, tantum duas in plus quam 50 annos albi coloris observatas esse. Gemma Frisius eas coloribus praeditas se observasse memorat, Sennertus, Snellius atque etiam doctor Plott harum mentionem facit, licet fortasse halones, aut circa Lunam coronas, Irides esse sibi finxerunt (1). Initio tamen praecedentis seculi tali modo alicujus Iridis narratio refertur,

(1) Vid. P. v. Musschenbroek *Begins. der Natuurk. pag.* 813. *in fine edit.* 1730.

tur, (1) ut hinc atque ex sequentis temporis observationibus pateat, Lunam etiam aliquando hac Solis proprietate gaudere. Haec Iris Lunaris observata est in comitatu Darby dicto, coloribus Iridis Solaris praedita atque valde distincta, debilior tamen illa, quam Sol nobis offert, quae necessaria est sequela diversarum reflexionum. De arcus latitudine miratus erat observator, quia non tantum ab illa Solis differebat, quantum differre debere ipsi visa fuerat, ratione habita horum corporum dimensionum, eorumque a terra distantiarum. Weidlerus quoque Iridem Lunarem vidit anno 1719, cujus tamen colores discernere fere non potuit: etiam Musschenbroekius noster aliam vidit anno 1729 diei 1 Octobris, cujus tamen colores non observavit. Isulostadii aliam viderunt anno 1736, cujus arcus valde amplus atque clarus fuit, quamquam nullus alius quam flavus color sese offerebat (2). Divioni Iridem Lunarem quoque conspiciebant bene coloratam anno 1738 (3).

Sufficiant haec de Lunari Iride addamus adhuc perpaucas Iridis extraordinariae observationes. Primo loco hic quidem memoratu digna est illa observatio, quam die 6 Augusti 1697 fecit Halleyus (4) ad

(1) Vidd. *Philosoph. Transact.* anni 1711. *Tom.* XXVII. *N°.* 331. *pag.* 320. *seqq.*

(2) Vid. Musschenb. *l. l. pag.* 814.

(3) Vid. Montucla *Hist. des Mathem. Tom.* II. *pag.* 545.

(4) Vidd. *Philosoph. Transact.* anni 1698. *Tom.* XX. *N°.* 240. *pag.* 103. *seqq.*

ad sextam vel septimam horam vespertinam vidit Iridem vividissimam, quod ad ejus colores, paullo post altera Iris apparuit, cujus colores extraordinariam claritatem habebant, sed inversi erant: sed quod maxime miratus est, tertia Iris apparuit, aeque fere colorum vivida ac altera illa, sed colores collocati erant in primae Iridis ordine, surgebat in locum ubi crura interioris cum horizonte conveniebant, spatium primam alteramque inter transibat, atque tandem secundariam secabat, inque tres partes eam dividebat. Per fere viginti minuta haec observabat, quando nubes eum ulterius hoc facere impediebant. Illud phaenomenon unice originem trahere, postquam Solis observaverat positionem, ex Solis imagine, quae aqua fluvii Dee dicti reflectebatur, qui fluvius post eum situs erat: atque secundum hasce circumstantias phaenomenon facile explicatur.

Plura quoque exempla refert doctor Langwith (1) in epistolis suis, Iridum, quae, quod ad ejus colores, varie erant coloratae.

Cartesius (2) mentionem etiam facit arcus coelestis inversi cornubus in altum erectis, quod tamen accidisse vix crediderit, nisi per reflexionem radiorum solarium, in superficiem maris vel lacus alicujus incurrentium, ita ut radii, e coelo demissi, caderent in

(1) Vidd. *Philosoph. Transact.* anni 1723. *Tom.* XXII. *N°.* 375. *pag.* 241. *seqq.*: hujus coloris varietatis rationem reddit Musschenb. *l. l. pag.* 812.

(2) *Meteor Cap.* VIII. *N°.* 13.

in aquam, unde in pluviam resilirent, efficerentque arcum, quem videret oculus. Rarissime tamen haec sese observanda praebet, nam plura concurrere debent ut ita talis inversa Iris sese ostendat: requiritur enim summa aeris tranquillitas, ne vel minimus ventorum flatus aquae superficiem inaequalem reddat, et forte insuper ut nubes quaedam isti aquae superincumbat, quae impediat ne lumen Solis recta via ad pluviam tendens, illud quod aqua eo reflectit, supprimat atque exstinguat. Oculus praeterea in tali situ Solis pluviaeque respectu esse potest, ut partem inferiorem circuli videat, quo Iris integra constat, non videndo superiorem, hinc inversam illam sumamus, etsi non versus coelum, sed tantum versus aquam et terram respicientibus appareat. Aliquando etiam arcus formatur in aquae guttis quae graminibus cohaerent, qui observatorem semper praecedere videtur, si scilicet procedat, sin vero retrocedat, eum sequitur.

CAPUT III.

DE IRIDIS EXPLICATIONE.

Praemissa de doctrinae Iridis historia, et explicatione diversorum temporum, tandem etiam nostrae vices erunt dicere quid hodie de ea sentitur, eamque etiam calculo definire.

Phaenomenon circulare atque coloratum est Iris, quod oritur ex luminis decompositione, quam radii subeunt ex aere in pluviae guttas transeuntes (1). Ut obtineat plura debent concurrere, non enim observatur, nisi in athmosphaerae parte ubi nubes pluviam dimittens lumine albo Solis collustratur. Etiam requiritur ut illa athmosphaerae pars, quae Soli est opposita, nube opaca sit repleta, ita ut lumen reflectatur.

Ar-

(1) Descriptionem hujus meteori dedit clar. Speyert v. d. Eyk in Carmine suo *de Deo* versu 757—764.

Majestate suâ Divinâ et imagine clarus
Nonnunquàm fulget septem splendore colorum
Arcus Coelestis, guttis pluvialibus ortus,
Has dum pervadunt adversi lumina Solis
Refractis radiis; iterùmque iterùmque reflexis,
Rariùs ille triplo decorat curvamine coelum.
Et licet incultas repleat formidine gentes,
Divini est pignus nobis spectandus amoris.

Arcus magnitudo etiam uti ejus positio plane dependet a diversa Solis altitudine, sed insuper hic multum quoque facit positio observatoris quod ad Solem atque intervallum sibi oppositum nubibus repletum.

Quo propior etiam pluvia est observatori eo minor Iridis est arcus, quo remotior eo magis is se expandit. Sin etiam pluvia cessat ab una parte vel in medio, in reliquis tantum partibus phaenomenon obtinebit, ita ut pars tunc tantum se ostendet.

Sin Sol adhuc sub horizonte sit, observator in alto monte, arcum dimidio circulo majorem videbit.

Arcum vividissimum plerumque comitatur alter arcus, fortasse etiam tertius, quod licet rarissime accidat, meo visui tamen sese obtulit. Hic secundarius arcus non ita vividos habet colores quam quidem primarius, qui iterum debiliores sunt in tertio quartoque, unde ut jam supra monuimus, fere nunquam vel rarissime observantur.

Observemus nunc lumen aquae guttas, quas sphericas esse fingimus, intrans, atque impressionem hujus luminis in observatoris oculos, qui a tergo Solem habens, illius radios directos non immediate accipit, vero aquae guttam Sole elustratam vidit.

Sol ad magnam distantiam a terra exsistens, considerari potest tanquam punctum cujus radii sibi invicem paralleli in aquae guttas incidunt, refractuntur in illarum superficie secundum legem quando ex aere in aquam intrant, ad alteram superficiem cum pervenerint quaedam quidem emergunt, sed reliquae reflectuntur, atque ut ad observatorem perveniant alteram subeunt refractionem, quando scilicet aquam relinquunt et in aerem iterum transeunt. Ex prima illa refractione lumen decomponitur, qui heterogenii radii nunc in interiore gutta reflectuntur: ex reflexionis atque refractionis legibus scimus radium solarem atque radios coloratos in quibus is decomponitur esse in planum quod per radium atque guttae centrum transit, hinc si ducatur per Solis guttaeque centra et observatoris oculum planum, tantum illi ad observatoris oculum veniunt colorati radii, qui in eo siti sunt plano, sed hi radii erunt mixti atque divergentes, atque eo debiliores spectri colores erunt, quo magis distet quis a guttae positione. Radiorum tunc tantum color est sensibilis, ubi radii vicini paralleli sunt, atque adjacentes parum admodum divergunt, ita ut ad magnam distantiam satis densi sint et percipiantur: dicuntur hi soli propterea efficaces, atque adsunt, ubi radii vicini incidentes refracti concurrunt in ipso reflexionis puncto.

Angulum determinare quem hi efficaces radii faciunt cum solaribus radiis inter primaria de Iride pertinet. Sit itaque (Fig. 4.) II′I″ sectio guttae in plano quod per centrum C atque observatoris oculum transit, atque radiis solaribus directis est parallela. Radii, qui in arcum nunc incidunt in coloratis radiis decomponuntur: observentur radii rubri, quorum ratio sinum incidentiae inter et refractionis ex aere in aquam transeuntium est 4 ad 3. Radius albus SI guttam intrans refrangitur secundum II′, in I′ reflectitur versus I″, ubi iterum refrangitur, guttam exiens secundum I″R″. Prolongantur radii incidendentes atque emergentes, donec se invicem secent in T. Ducantur lineae CIN et CI″N″ ad puncta I et I″, hae superficiei erunt normales. Tunc SIN erit incidentiae angulus, quem vocabimus i, I′IC erit angulus refractionis, quem r repraesentabit, et Δ erit angulus, quem radii efficaces cum solaribus efficiunt, isque hic est ITI″.

Angulum illum facile determinare licet in angulorum i et r functionibus, nam in figura CITI″ omnes anguli sunt cogniti praeter angulum Δ. Anguli enim TIC et TI″C ambo aequales sunt angulo incidentiae ergo i, angulus ICI″ est aequalis $2(\pi - 2r)$, si dimidiam circumferentiam vel 180° exprimamus per π, nam I′CI″$=\pi-2r$, ICI′$=\pi-2r$, hinc ICI″$=2(\pi-2r)$, unde omnes hi anguli quatuor rectos efficient, vel

$$\Delta + 2i + 2(\pi - 2r) = 2\pi.$$

atque

$$\Delta = 4r - 2i.$$

Mutemus hanc in generali formula; sit propterea luminis radius qui plures reflexiones subiit, quos per p repraesentamus, angulus ICI″, qui et obtusus fieri potest, erit

$$(\pi - 2r)(p + 1)$$

atque

$$\Delta + 2i + (\pi - 2r)(p + 1) = 2\pi.$$

ergo

$$\Delta = 2r(p + 1) - 2i - \pi(p - 1).$$

Quando Δ est positivus, punctum intersectionis erit uti in figura repraesentatur, quod etiam in Iride primaria obtinet; quando vero negative ille est su-

sumendus, punctum intersectionis erit uti id in fig. 5. videmus, quo Iris secundaria est referenda. Haec uti jam supra monuimus, quod ad arcum coelestem fere solum requiruntur, cum reliqui nunquam fere sese nobis offerunt.

Quod huc usque de rubris radiis diximus etiam ad reliquos coloratos radios est extendendum; sic etiam si radii quidam, sibi invicem paralleli, violaceum constituentes colorem, in arcum incidant, atque e gutta exeant sub radiorum fascem violaceum parum divergentem, ille fascis, colore aucto conjunctione efficacium radiorum, oculum impressione violacei coloris afficiet. Quum refrangibilitate differant radii violacei et rubri, hinc radii efficaces harum colorum, qui extremi sunt in Iride, inter se angulum efficient, quae pro arcus latitudine sumi potest. Ratio sinus incidentiae inter et refractionis pro radiis violaceis Newtonus determinavit, quando ex aere in aquam transeunt esse 109 ad 81. Pro iis etiam erit

$$\Delta' + 2i' + 2(\pi - 2r') = 2\pi$$

unde

$$\Delta' = 4r' - 2i':$$

etiam formula generali ICI″ erit

$$(\pi - 2r')(p + 1)$$

hinc

$$\Delta' + 2i' + (\pi - 2r')(p + 1) = 2\pi:$$

ergo

$$\Delta' = 2r'(p + 1) - 2i' - \pi(p - 1)$$

Ex his aequationibus patet $p - 1$ numerum esse parem quando p est impar, sic quoque $p - 1$ nu-

numerum esse imparem, quando p est par, hinc quando p impar est erit

$$\Delta = 2\, r\, (p + 1) - 2 i$$
$$\Delta' = 2\, r'\, (p + 1) - 2 i'$$

quod hic etiam obtinet ubi de Iride primaria loquimur.

Latitudo arcus ex his datis determinari potest, quod sit aequalis $\Delta - \Delta'$, cum radii colorati extremi sub hoc angulo $\Delta - \Delta'$ videantur. Quando $\Delta > \Delta'$, radii rubri magis radiis violaceis erunt elevati, sin vero $\Delta' > \Delta$ violacei magis erunt elevati.

Sin formulae datae sic ponantur

$$\Delta = 2\, r\, p - 2\, (i - r)$$
$$\Delta' = 2\, r'\, p - 2\, (i' - r')$$

designetur differentia inter r et r' per d, nam anguli r' et i' minores sunt angulis r et i, tunc erit

$$\Delta' = 2\, r\, p - 2\, d\, p - 2\, (i' - r')$$

et cum ratio sinus incidentiae et refractionis inter major sit pro radiis violaceis quam rubris, hinc

$$2\, (i - r) > 2\, d\, p - 2\, (i' - r')$$

hinc $\Delta > \Delta'$ pro Iride, quae impari reflexionum numero perficitur, ergo rubri coloris radii in ea magis elevati sunt quam violacei coloris.

Cum angulus cujuscunque radiorum coloratorum efficacium, cum recta per observatoris oculum ducta, atque radiis solaribus parallela sit constans, evidentissime inde sequitur eum eundem fore pro omnibus planis, quae per rectam illam erunt ducta; hinc radii colorati ejusdem speciei ad conum pertinebunt, cujus vertex erit observatoris oculus, et axis parallelus radiis solaribus: sed quum curva supra conum rectum ducta sit circulus, cujus planum in ipso coni axe sit perpendiculare, hinc solis spectrum, qnod radiis ab aquae guttis decompositum est, formatur serie circulorum varie coloratorum. Hoc adhuc addendum quod radii rubri atque violacei in phaenomenon spectrum determinant. Portio horum circulorum quam vidi potest ad datam Solis altitudinem dependet a loci forma atque ab nubium opacarum positione.

Haec de prima Iride; quod secundariam nunc attinet, formatur eo, quod quando radii refractione decompositi in interiore gutta subierint reflexionem, non omnes ex ea exeant; quaedam enim in aere transeunt, quaedam vero alteram subeunt reflexionem, atque tunc altera refractio, ut ad observatoris oculum perveniant requiritur. Formatur itaque secundaria Iris duplici reflexione duplicique refractione. In ea iterum radii efficaces dicuntur qui paralleli ex aquae gutta exeunt; huc requiritur ut post primam reflexionem sibi invicem sint paralleli, nam si radii post illam reflexionem sint paralleli, illi radii postquam iterum sunt reflexi se invicem secantes arcubus comprehendentur, qui aequales erunt illis arcubus, quibus comprehensi fuerunt radii post primam refractionem, et facient illi radii cum refractis post alteram refractionem, itaque cum emergentibus radiis, angulos iis aequales, quos fecerunt radii incidentes cum radiis post primam refractionem, hinc emergentes sibi invicem sunt paralleli radii uti et incidentes illud fuerunt.

Quaeramus etiam pro hac Iride angulum, quem ra-

radii efficaces cum solaribus faciunt: fuit, ut modo vidimus formula generalis

$$\Delta = 2\, r\, (p + 1) - 2\, i - \pi\, (p - 1)$$

In hac aequatione, ut jam supra monuimus, $p - 1$ erit numerus par, quando p impar erit, atque si p sit par, $p - 1$ erit impar. Hinc hoc loco pro rubris radiis, cum p sit par, erit

$$\Delta'' = 2\, r''\, (p + 1) - 2i'' - \pi$$

pro radiis violaceis vero erit

$$\Delta''' = 2r'''\, (p + 1) - 2\, i''' - \pi.$$

Differentia horum angulorum iterum denotat latitudinem Iridis, nam radii colorati extremi videntur sub angulum $\Delta''' - \Delta''$.

Hi anguli proprie erunt negativi, ut supra monuimus atque ex Fig. 5 patet, sed sumamus, cum formulae hic eos positivos proponunt atque minores sint semi circumferentia sive π vel $180°$, formulas hac forma

$$\Delta'' = \pi + 2i'' - 2r''\, (p + 1)$$

atque pro radiis rubris

$$\Delta''' = \pi + 2i''' - 2r'''\, (p + 1)$$

sit nunc hic

$$r''' = r'' - d$$

hinc

$$\Delta'' = \pi + 2\, (i'' - r'') - 2\, r''\, p:$$

$$\Delta''' = \pi + 2\, (i''' - r''') + 2\, d\, p - 2\, r''\, p:$$

unde

$$2\, (i'' - r'') < 2\, (i''' - r''') + 2\, d\, p,$$

ergo $\Delta''' > \Delta''$, hinc radii violacei in arcubus quorum reflexiones paris sunt numeri radii violacei magis erunt elevati quod ad observatoris horizontem

 quam

quam rubri coloris radii. Sic quoque explicatur positionis mutatio, quam subeunt colores in prima atque altera Iride, licet tamen inter se eundem succedendi ordinem teneant, ita ut in Iride primaria sibi invicem sic succedant, si ab interiori arcus parte incipiemus, violaceus, indicus, coeruleus, viridis, flavus, aureus ac ruber, cum vero in secundaria transponantur, ita, ut si etiam ab interiore arcus parte eos recensere incipiamus, primus sese nobis offert ruber, dein aureus, flavus, viridis, coeruleus, indicus atque violaceus.

Hisce formulis licet inventis, ut iis tamen utamur atque praecise horum angulorum efficacium incidentias determinemus, formulae deviationis Δ differentiantur, eaque sit minimum, ita ut pro una reflexione sit

$$\partial \Delta = o \text{ vel } 2 \partial r = \partial i.$$

Quod si illud formulae generali applicetur, eaque differentietur erit

$$\frac{\partial r}{\partial i}(p+1) - 1 = o.$$

Sed cum sit $sin\ i = n\ sin\ r$

$$\text{vel} \frac{sin\ i}{sin\ r} = n$$

quod si differentietur habemus

$$\frac{\partial r}{\partial i} = \frac{cos\ i}{n\ cos\ r}$$

substituatur illud in aequatione

$$\frac{\partial r}{\partial i}(p+1) - 1 = o$$

tunc

tunc erit

$$\frac{\cos i}{n \cos r}(p + 1) - 1 = 0$$

vel

$$\cos i\ (p + 1) = n \cos r:$$

quae si ad quadratum elevetur, erit

$$\cos^2 i\ (p + 1)^2 = n^2 \cos^2 r$$

cui, postquam ad quadratum etiam elevata sit, addatur $\sin i = n \sin r$, ut evanescat r, tunc erit

$$\cos^2 i\ (p + 1)^2 = n^2 \cos^2 r$$
$$\sin^2 i = n^2 \sin^2 r.$$

ergo

$$\cos^2 i\ (p + 1)^2 + \sin^2 i = n^2 (\cos^2 r + \sin^2 r)$$
$$p^2 \cos^2 i + 2\ p \cos^2 i + \sin^2 i + \cos^2 i = n^2.$$
$$p\ (p + 2) \cos^2 i = n - 1$$

hinc

$$\sin = \pm \sqrt{1 - \frac{(n^2 - 1)}{p(p+2)}} : \cos i = \pm \sqrt{\frac{n^2(-1)}{p(p+2)}}$$

Hinc facile $\sin\ r$ et $\cos\ r$ deduci possunt, nam cum sit

$$\sin i = n \sin r$$

erit

$$\sin i = \pm \sqrt{1 - \frac{(n_2 - 1)}{p\ (p + 2)}} = n \sin r.$$

ergo

$$\sin\ r = \pm \frac{1}{n} \sqrt{1 - \frac{(n^2 - 1)}{p\ (p + 2)}}$$
$$\sin^2 r = \frac{1}{n^2} - \frac{(n^2 - 1)}{n^2\ p\ (p + 2)}$$

unde

$$\cos^2 r = 1 - \frac{1}{n^2} + \frac{(n^2-1)}{n^2 p (p+2)}$$
$$= \frac{n^2-1}{n^2} + \frac{(n^2-1)}{n^2 p (p+2)}$$
$$= \frac{(n^2-1)(p^2+2p)+(n^2-1)}{n^2 p (p+2)}$$
$$= \frac{(n^2-1)(p+1)^2}{n^2 p (p+2)}$$

ergo

$$\cos r = \frac{\pm (p+1)}{n} \sqrt{\frac{n^2-1}{p(p+2)}}$$

Hae nunc sunt formulae generales, quibus anguli i et r innotescunt. Signum $+$ in hisce aequationibus inservit quando punctum incidentiae sit in superiore guttae parte; signum $-$ vero quando incidentiae punctum sit in inferiore parte, hinc uti illud jam supra demonstravimus de angulo, quem formant radii efficaces, cum solaribus positivus erat angulus pro Iride primaria quando $p = 1$, itaque uti debebimus signo $+$, in secundaria vero Iride ubi $p = 2$ signum $-$ adhibendum erit, itaque tunc anguli negativi erunt.

Haec cum demonstravimus, calculo investigemus angulos incidentiae et refractionis pro primaria Iride dein ex hisce angulus quem efficaces cum solaribus faciunt radiis determinetur.

Primum videamus de radiis rubri coloris, pro quibus ratio sinus incidentiae ad refractionis est $\frac{4}{3} = n$, reflexio una obtinuit itaque $p = 1$.

sin

$$sin\,i = \sqrt{1 - \frac{n^2 - 1}{p(p+2)}} \quad cos\,i = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{p(p+2)}}$$

hinc si in *sin i* aequatione sit $n = \frac{4}{3}$ in *cos i* aequatione $n = \frac{108}{81}$: erit

$$sin\,i = \sqrt{\frac{20}{27.}} \quad cos\,i = \sqrt{\frac{5103.}{19683.}}$$

nunc erit

$$log\ 20 = 1,30103000$$
$$comp\ log\ 27 = 8,56863624$$
$$\frac{9,86966624}{2}$$
$$log\,sin\,i = log\,sin\,59°23'28'' = 9,93483312$$

Sic etiam

$$log\ 5103 = 3,7078256$$
$$comp\ log\ 19683 = 5,7059087$$
$$\frac{9,4137343}{2}$$
$$log\ cos\,i = log\ cos\ 59°23'28'' = 9,7068671$$

Pro angulo refractionis habemus

$$sin\,r = \frac{1}{n}\sqrt{1 - \frac{n^2-1}{p(p+2)}} : cos\,r = \left(\frac{p+1}{n}\right)\sqrt{\frac{n^2-1}{p(p+2)}}$$

hinc

$$sin\,r = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{20}{27}} \quad cos\,r\ \frac{6}{4}\sqrt{\frac{7}{27}}$$

est-

estque

$$\begin{array}{rl} log\ 20 = & 1,30103000 \\ comp\ log\ 27 = & 8,56863624 \\ \hline & 9,86966624 \\ 2 & \overline{} \\ & 9,93483312 \end{array}$$

addatur
$$\begin{array}{rl} log\ 3 = & 0,47712125 \\ comp\ log\ 4 = & 9,39794001 \\ \hline \end{array}$$

ergo $log\ sin\ r = log\ sin\ 40^\circ 12' 10'' = 9,80989438$

Sic etiam

$$\begin{array}{rl} log\ 7 = & 0.84509804 \\ comp\ log\ 27 = & 8.56863624 \\ \hline & 9.41373428 \\ 2 & \overline{} \\ & 9.70686714 \\ log\ 6 = & 0.77815125 \\ comp\ log\ 4 = & 9.39794001 \\ \hline \end{array}$$

$log\ cos\ r = log\ cos\ 40^\circ 12'' \ 10' = 9.88295840$

Hisce nunc cognitis substituantur in aequationibus quas invenimus pro angulis a radiis efficacibus cum radiis solaribus directis factis

$$\Delta = 4r - 2i.$$

pro radiis rubris scilicet, tunc erit

$$\Delta = 160^\circ 48' 40'' - 118^\circ 46' 56''$$
$$= 42^\circ 1' 44''.$$

Idem etiam calculus instituatur pro radiis violaceis, pro iis quoque erit

$$sin\, i' = \sqrt{1 - \frac{n^2 - 1}{p(p+2)}} : cos i' = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{p.\ p+2)}}$$

Hic

Hic etiam, cum adhuc de primaria Iride sit sermo, una reflexio obtinet, ita $p = 1$, ratio tamen sinus incidentiae ad refractionis est $\frac{109}{81} = n$ itaque erit

$$\sin i = \sqrt{\frac{14363}{19683}} \qquad \cos i = \sqrt{\frac{5320}{19683}}$$

unde

$$\log 14363 = 4.1572452$$
$$\text{comp} \log 19683 = 5{,}7059087$$
$$9.8631539$$
$$2$$
$$\log \sin i = \log \sin 53^\circ 40' 31'' = 9.9315769$$

Sic etiam

$$\log 5320 = 3{,}7259116$$
$$\text{comp} \log 19683 = 5{,}7059087$$
$$9{,}4318203$$
$$2$$
$$\log \cos i = \log \cos 58^\circ 4c' 31'' = 9{,}7159101$$

Sicuti pro radiis rubris angulum refractionis invenimus, hic idem pro violaceis obtinere potest, nam etiam pro iis

$$\sin r' = \frac{1}{n}\sqrt{1 - \frac{n^2 - 1}{p(p+2)}}$$

$$\cos r' = \left(\frac{p+1}{n}\right)\sqrt{\frac{n^2 - 1}{p(p+2)}}$$

hinc

$$\sin r' = \frac{81}{109}\sqrt{\frac{14363}{19683}}$$

 est

est nunc

$$
\begin{array}{rl}
\textit{log}\ 14363 = & 4{,}1572451 \\
\textit{comp log}\ 19683 = & 5{,}7059087 \\
\hline
 & 9{,}8631538 \\
 & 2 \\
\hline
 & 9{,}9315769 \\
\text{addatur}\ \textit{log}\ 81 = & 1{,}9084850 \\
\textit{comp log}\ 108 = & 7{,}9625735 \\
\hline
\textit{log sin}\ r' = \textit{log sin}\ 39^\circ 24' 18'' = & 9{,}8026354
\end{array}
$$

Sic etiam

$$
\begin{array}{rl}
\textit{log}\ 5320 = & 3{,}7259116 \\
\textit{comp log}\ 19683 = & 5{,}7059087 \\
\hline
 & 9{,}4318203 \\
 & 2 \\
\hline
 & 9{,}7159101 \\
\textit{log}\ 162 = & 2{,}2095150 \\
\textit{comp log}\ 109 = & 7{,}9625735 \\
\hline
\textit{log cos}\ r' = \textit{log cos}\ 39^\circ 24' 18'' = & 9{,}8879986
\end{array}
$$

hinc $\Delta' = 40^\circ 16' 10''$

Idem quod huc usque computavimus de rubris atque violaceis radiis addere possemus de reliquis, sed quum illud nimis longum foret, neque ullius utilitatis, tantum pro radiis viridis coloris angulos indicabimus, de quibus eodem modo iterum idem calculus est institutus.

Limitis flavi et viridis rationem sinus anguli incidentiae et refractionis definivimus, nam sit sinus refractionis $108\frac{1}{3}$ erit sinus incidentiae 81, hinc ibi

erit

erit

$$n = \frac{325}{243} \quad p = 1.$$

calculo instituto invenimus

$$\sin i = 59°9'14'' \quad \sin r = 39°56'9''$$

hinc quum sit

$$\Delta = 2(2r - i)$$

erit

$$\Delta = 41°8'\ 8''$$

Idem faciamus pro limite viridis atque coerulei, cujus etiam ratio sinus incidentiae atque refractionis est determinata: sit enim sinus refractionis $108\frac{1}{2}$, erit sinus incidentiae 81, unde

$$n = \frac{217}{162} \quad p = 1:$$

calculo iterum instituto erit

$$\sin i = 59°1'54'' \quad \sin r = 39°54'42''$$

adhibita iterum aequatione pro angulo quam radii efficaces faciunt cum radiis solaribus directis, erit

$$\Delta' = 41°35':$$

sin scire velimus latitudinem, quam viridis color habet in Iride deducatur Δ a Δ', quod si fiat reliquum illam indicabit ita ut

$$\Delta' - \Delta = 26'52''$$

Redeamus iterum ad rubros atque violaceos, ut etiam definiamus Iridis latitudinem.

Habemus pro radiis rubris

$$\Delta = 2(2r - i)$$

pro radiis violaceis

$$\Delta' = 2(2r' - i')$$

F 2 hinc

hinc erit pro radiis rubris et violaceis

$$\Delta = 42^\circ 1' 44''$$
$$\Delta' = 40^\circ 16' 10''$$

hinc $\Delta - \Delta' = 1^\circ 45' 34''$

quae est latitudo Iridis primariae.

Hisce ita de primaria Iride definitis, transeamus nunc ad secundariam: etiam quod ad rubros radios eadem ratio obtinet, itaque pro iis quoque $n = \frac{4}{3}$, sed reflexio in ea duplex est, ergo $p = 2$. Quod ad angulorum determinationem attinet, ibi erit

$$\sin i'' = \sqrt{1 - \frac{n^2 - 1}{p(p+2)}} \quad \cos i'' = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{p(p+2)}}$$

Substitutis substituendis, erit

$$\sin i'' = \sqrt{\frac{65}{72}} \quad \cos i'' = \sqrt{\frac{5103}{52488}}$$

nunc erit

$$\log 65 = 1{,}81291336$$
$$\text{comp} \log 72 = 8{,}14266750$$
$$9{,}95558086$$
$$2$$
$$\log \sin i'' = \log \sin 71^\circ 49' 55'' = 9{,}97779043$$

Idem nunc instituatur de $\cos i''$

$$\log 5103 = 3{,}7078256$$
$$\text{comp} \log 52488 = 5{,}2799400$$
$$8{,}9877656$$
$$2$$
$$\log \cos i'' = \log \cos 71^\circ 49' 55'' = 9{,}4938828$$

Pro angulo refractionis iterum habemus aequationes

sin

$$sin\, r'' = -\frac{1}{n}\sqrt{1 - \frac{n^2-1}{p(p+2)}}$$

$$cos\, r'' = -\left(\frac{p+1}{n}\right)\sqrt{\frac{n^2-1}{p(p+2)}}$$

substitutis substituendis, erunt

$$sin\, r'' = -\frac{3}{4}\sqrt{\frac{65}{72}} \quad cos\, r'' = -\frac{9}{4}\sqrt{\frac{7}{72}}$$

unde, calculo instituto

$$\begin{aligned} log\, 65 &= 1{,}81291336 \\ comp\, log\, 72 &= 8{,}14266750 \\ \hline & \ 9{,}95558086 \\ & 2\ \overline{\phantom{9{,}95558086}} \\ & \ 9{,}97779043 \\ log\, 3 &= 0{,}47712125 \\ comp\, log\, 4 &= 9{,}39794001 \\ \hline \end{aligned}$$

$$log\, sin\, r'' = log\, sin - 45^\circ 26' 51'' = 9{,}85285169$$

Idem si instituatur calculus pro cosinu, erit

$$\begin{aligned} log\ 7 &= 0{,}84509804 \\ comp\, log\, 72 &= 8{,}14266750 \\ \hline & \ 8{,}98776554 \\ & 2\ \overline{\phantom{8{,}98776554}} \\ & \ 9{,}49388277 \\ log\, 9 &= 0{,}95424251 \\ comp\, log\, 4 &= 9{,}39794001 \\ \hline \end{aligned}$$

$$log\, cos\, r'' = log\, cos - 45^\circ 26' 51'' = 9{,}84606529$$

Cognitis itaque iterum angulis i'' et r'', facile angulum radiorum efficacium rubrorum cum radiis directis solaribus determinare licet, nam uti jam supra probavimus in secundaria Iride erit

$$\Delta'' = 2(3r'' - i'') - \pi.$$

vel uti illud etiam invenimus

$$\Delta'' = \pi - 2(3r'' - i'')$$

ergo, si pro angulis r'' et i'' valores sumamus,

$$\Delta'' = 50^\circ 58' 44''.$$

Etiam quod ad hanc Iridem secundariam determinentur anguli r''' et i''' pro violaceis radiis, ut etiam pro iis angulum radiorum efficacium cum solaribus directis radiis inveniamus: aequationes sunt

$$\sin i''' = -\sqrt{1 - \frac{(n^2 - 1)}{p(p+2)}} : \cos i''' = -\sqrt{\frac{n^2 - 1}{p(p+2)}}$$

pro incidentiae angulo: pro iis erit

$$n = \frac{109}{81} \qquad p = 2,$$

hinc si haec in aequationibus substituantur, erit

$$\sin i''' = -\sqrt{\frac{47168}{52488}} : \cos i''' = -\sqrt{\frac{5320}{52488}}$$

calculus si pro iis iterum instituatur, erit

$$\log 47168 = 4{,}6736475$$
$$\text{comp} \log 52488 = 5{,}2799400$$
$$2\,\overline{\quad 9{,}9535875}$$
$$\log \sin i''' = \log \sin - 71^\circ 26' 9'' = 9{,}9767937$$

sic etiam

$$\log 5320 = 3{,}7259116$$
$$\text{comp} \log 52488 = 5{,}2799400$$
$$2\,\overline{\quad 9{,}0058516}$$
$$\log \cos i''' = \log \cos - 71^\circ 26' 9'' = 9{,}5029258$$

Ae-

Aequationes quod ad hos radios pro refractione erunt, ut supra etiam illas invenimus

$$sin\ r''' = -\frac{1}{n}\sqrt{1-\frac{n^2-1}{p(p+2)}}$$

$$cos\ r''' = -\left(\frac{p+1}{n}\right)\sqrt{\frac{n^2-1}{p(p+2)}}$$

hinc erit

$$sin\ r''' = -\frac{81}{109}\sqrt{\frac{47168}{52488}} : cos\ r''' = -\frac{243}{109}\sqrt{\frac{5320}{52488}}$$

pro sinu itaque

$$\begin{aligned} log\ 47168 &= 4,6736475 \\ comp\ log\ 52488 &= 5,2799400 \\ \hline & 9,9535875 \\ & 2 \\ \hline & 9,9767937 \\ log\ 81 &= 1,9084850 \\ comp\ log\ 109 &= 7,9625735 \\ \hline log\ sin\ r''' = log\ sin - 44^\circ 47' 8'' &= 9,8478522 \end{aligned}$$

eodem modo etiam

$$\begin{aligned} log\ 5320 &= 3,7259116 \\ comp\ log\ 52488 &= 5,2799400 \\ \hline & 9,0058516 \\ & 2 \\ \hline & 9,5029258 \\ log\ 243 &= 2,3856062 \\ comp\ log\ 109 &= 7,9625735 \\ \hline log\ cos\ r''' = log\ cos - 44^\circ 47' 8'' &= 9,8511055 \end{aligned}$$

Hisce ita determinatis, transeamus, uti illud etiam de rubris instituimus radiis, ad angulum determinandum,

dum, quem radii efficaces violacei cum solaribus directis faciunt. Angulum illum invenimus

$$\Delta''' = 2\,(3\,r''' - i''') - \pi$$

vel

$$\Delta''' = \pi - 2\,(3\,r''' - i''')$$

in qua aequatione si ponantur angulorum r''' et i''' valores, erit.

$$\Delta''' = 54^\circ 9' 30''.$$

Idem etiam pro hac Iride secundaria calculus institui posset pro omnibus intermediis coloribus, sed quum hoc pertaesum fuerit, neque ullius foret utilitatis, sufficiat hic tantum, si aeque ac illud fecimus in primariae Iridis computatione, hic computationis eventum indicemus limitum viridis coloris ab utraque parte, scilicet limitis flavi et viridis, atque viridem inter et coeruleum: pro primo horum limitum erit

$$n = \frac{325}{243}$$

itaque, quum manet $p = 2$, erit

$$i = 71^\circ 41' 68'',\ r = 45^\circ 13' 29'':$$

computetur etiam pro hoc limite Δ, tunc habebimus

$$\Delta = 52^\circ 3' 2''.$$

Faciamus nunc idem pro altero limite, pro quo

$$n = \frac{217}{162}$$

tunc calculo instituto, invenitur

$$i = 71^\circ 38' 1'' \qquad r = 45^\circ 6' 51''$$

atque hinc erit

$$\Delta = 52^\circ 34' 56''.$$

Substrahantur haecce data pro Δ a se invicem, re-

remanebit latitudo viridis coloris in secundaria Iride, quae erit $31'54''$.

Eodem modo si computentur omnes reliquorum colorum latitudines, tandem totam Iridis latitudo determinaretur. Alio modo id tamen concinnius potest fieri, si sumamus scilicet, uti et hoc in primaria instituimus, differentiam anguli, quem radii rubri efficaces faciunt cum radiis solaribus directis, cum angulo, quem violacei efficaces cum directis faciunt. Inverso tamen ordine colores hic in secundaria Iride positi sunt, hinc non uti in primaria $\Delta > \Delta'$ sive angulus rubri coloris major illo coloris violacei, vero cum, si ab horizonte computare incipiemus, ruber color praecedat, tunc reliqui, usque ad violaceum, hic deducendum erit Δ''' a Δ'', cum sit $\Delta''' > \Delta''$. Sumamus itaque

$$\begin{aligned} \Delta''' &= 54^\circ 9' \, 30'', \\ \Delta'' &= 50^\circ 58' 44''. \\ \hline \Delta''' - \Delta'' &= 3^\circ \, 10' 46'', \end{aligned}$$

quae erit latitudo secundariae Iridis. Ut haec omnia quam facilius illustrantur adhibendae sunt fig 6 et 7, quarum in fig. 6 probatur, quando linea recta ducatur per centrum guttae O ad observatoris oculum L, luminis radium, qui spatium in quo pluit penetrat, omnes quoque eas guttas illustrare, quarum centra o', o'' cet. in illa recta inveniuntur. In hisce quoque eodem modo decomponitur, ita ut si v. gr. ex gutta O tantum oculus observatoris rubro colore afficiatur, illud quoque reliquae efficient; si haec fig. nunc cum fig. 7 conjungatur, ubi diversa radiorum heterogeniorum refrangibilitas observari licet, atque anguli quem radii efficaces cum radiis directis diversorum colorum visu praebentur, cum hi sunt aequales angulis, quos formant lineae a guttis ad oculum observatoris O ductae cum linea OC, quae radio e Sole in guttam incidenti est parallela, ex hac conjunctione sequetur conum, qui formatur pluribus diversorum colorum circulis, cujus vertex est in observatoris oculum, de quo supra pag. 33 locuti sumus, cum vero coni axis radiis solaribus sit parallelus.

Patet nunc ex instituto calculo quod distant hi arcus a se invicem uti illud in fig. 7. arcu A quae est primaria et B secundaria proponitur; haec distantia invenitur si angulos ab efficacibus rubris cum directis solaribus radiis factis utriusque Iridis a se invicem deducantur, cum sint radii rubri in prima Iride ab exteriore in altera vero ab interiore parte, ita ut horum distantiae Iridum distantias indicant: invenimus itaque

$$\Delta'' = 50^\circ 58' 44''$$
$$\Delta = 42^\circ\ 1' 44''$$

hinc $\Delta'' - \Delta = 8^\circ 57'$

quae erit distantia utriusque Iridis a se invicem.

Sed haec non vera est distantia, foret haec distantia inter utramque Iridem, si Sol non nisi unicum punctum esset, sed longe abest quin illud statuere possumus, ejus diameter apparens sensibilis ponatur circiter esse 30'; hinc adhuc quantitatibus quaesitis pro unaquaque Iride 30 sunt adjiciendi, nam huc usque tantum computationem instituimus de radio e Solis centro emergente, sed e tota Solis superficie exeunt radii sub eosdem angugulos, itaque ab utraque parte addantur $15'$, tunc erit pro radiis extremis rubris in prima Iride $42^\circ 1' 44'' + 15' = 42^\circ 16' 44''$, pro radiis vero extremis violaceis $40^\circ 16' 10'' - 15' = 40^\circ 1' 10''$. Idem obtinet pro Iride secundaria, in qua radii rubri extremi faciunt angulum $= 50^\circ 58' 44''$: subducantur ab his $15'$ quoniam iis latitudo Iridis ab inferiore parte augetur, itaque angulus minuitur, tunc erit $50^\circ 58' 44'' - 15' = 50^\circ 43' 44''$: pro violaceis $54^\circ 9' 30'' + 15'' = 54^\circ 24' 30''$: hinc etiam pro utraque Iride habebimus

primaria Iris $= 1^\circ 45' 34'' + 30' = 2^\circ 15' 34''$.
secundaria $= 3^\circ 10' 46'' + 30' = 3^\circ 40' 46''$.

Sed hocce latitudinis augmento, distantia Iridum inter se diminuitur, ita ut quum illam invenimus $8^\circ 57''$, si ab ea subducantur $30'$, quibus in diminutionem hujus distantiae latitudines adauctae sunt, remanebit pro distantia $8^\circ 27'$.

Quod huc usque de primaria, secundariaque Iride demonstravimus, etiam de tertia, quarta cet. concludere licet. In formulis generalibus pro his nihil mutatur, tamen illud obtinet, numerum reflexionum cum Iridis numero augeri, nam quum tertia Iris perficiatur triplici reflexione duplicique refractione, quarta vero quadruplici reflexione duplicique refractione, et sic porro, erit etiam pro tertia Iride $p = 3$, pro quarta $p = 4$ cet., quibus in aequationibus substitutis facile de quotuplicis Iridis positione concludere possumus.

Ut radii tamen pro his diversis Iridibus efficaces fiant, diverso tempore radiorum fasces circulum aquae gut-

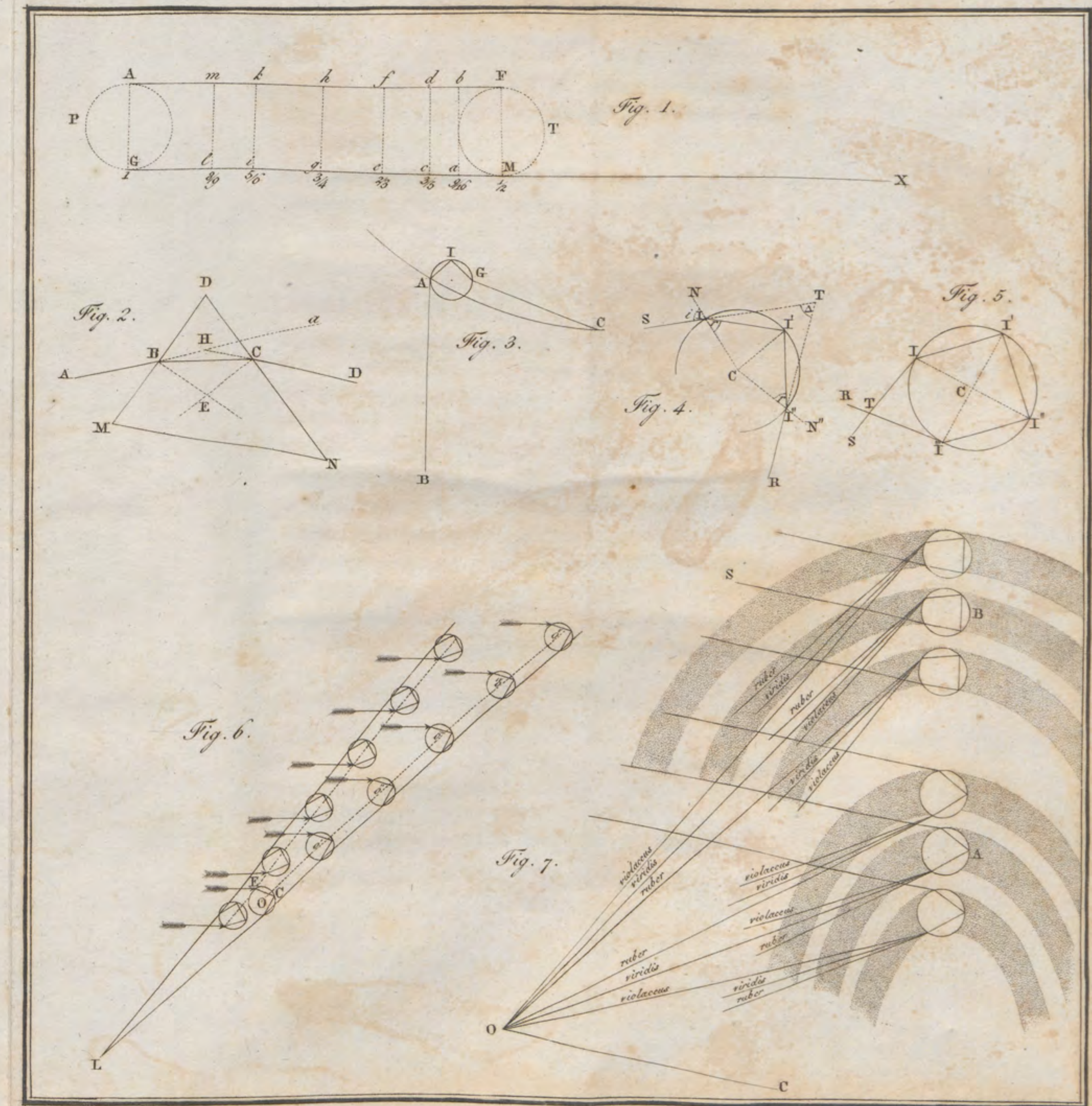
guttae sub eundem angulum offendere debent. Sic pro tertia Iride fascis, ut per se patet, aquae guttae circulum offendit sub eundem angulum in prima refractione tertiaque reflexione, quod si illud accidat haec fascis erit efficax: idem etiam quod ad quartam Iridem in prima refractione quartaque reflexione locum habebit. Ut tamen illud fiat in tertia Iride illius fascis radii extremi ad primam reflexionem convenire debent ad guttae aquae circulum in unum punctum, uti in primaria Iride illud obtinuit ad primam refractionem. Pro quarta Iride illud requiritur in alterius reflexionis punctum, pro quinta in tertiae reflexionis punctum et sic porro, quo casu sibi invicem erunt paralleli radii qui efficaces dicuntur.

Praeterea quoniam in secundaria Iride jam debiliores sunt colores, propterea quod duas reflexiones subierunt, cum vero in primaria Iride una tantum adfuit, sic etiam debiliores iterum erunt in tertia quam secundaria et sic deinceps: insuper etiam differunt quod ad colorum positionem, nam quum in primaria violaceus color fuerit in interiore parte, ruber ab exteriore parte, in secundaria illi ordine inverso inveniuntur, ita ut ruber sit ab interiore, violaceus vero ab exteriore parte. In tertia iterum sequuntur ordinem, quam in primaria colores habere observavimus.

Atque haec sunt quae de hoc argumento dicere operae pretium duximus, sin autem nimis vaga atque non satis accurata sint posita, ignoscat B. L.

T A N T U M.

THE-



D. Veelwaard Junior sculp.

THESES.

I.

Magna est Matheseos in alias disciplinas vis et efficacia, ita ut ne Astronomia, nec Ars Nautica, nec Physica, nec multae aliae disciplinae artesque, sine ejus cognitione et usu, recte pertractari possunt.

I I.

Ea est Matheseos prae reliquis disciplinis praestantia, ut vel ea ipsa addiscendas haud parum proficiamus: huc refero illud elegans Quintiliani dictum *Instit. Orat. L.* I. *c.* 10. „ In Geometrica par-
„ tem fatentur esse utilem teneris cetalibus agitari
„ namque animos, atque acui ingenia, et celeritatem
„ per-

„ percipiendi venire inde concedunt: sed prodesse „ eam, non ut ceteras artes, cum perceptae sint, „ sed cum discatur, existimant.

III.

Egregie Häuy in praestantissimo opere, cui titulus est Traité de Phys. T. I. Introd. p. 2. docuit, quod omnes, quae ad Philosophiam Naturalem pertinent, disciplinae, ad se invicem majore vel minore gradu accedant et unam quasi scientiam constituant; in his autem Physices et Chemiae disciplinae arctissimo vinculo inter se conjunctae esse videntur, ita ut nemo Physicam rite colere possit, quin Chemiae rationem cognitam perspectamque habeat; nec Chemiam Physices instituta legesque bene noscat.

IV.

Omnes Planetas et omnia corpora coelestia Planetarum proprietates habentia, quorum in numero et ipso cometas referimus, incolis gaudere putamus.

V.

Reflextio ex corporum elasticitate explicanda est.

VI.

Quod angulus reflexionis plerumque minor sit angulo incidentiae, in elasticitatis defectu, gravitatis vi et aeris resistentia causam habet.

VII.

V I I.

Color radiorum lucis, ope prismatis decompositorum est invariabilis.

V I I I.

Sermonis origo ex ipsa hominis natura, simul cum externis ejus relationibus, repeti debet.

I X.

Ratio inter distantias planetarum primariorum, unde jam Keplerus suspicabatur, adesse planetam, Martem inter et Jovem, iis qui nuper detecti sunt, egregie confirmatur.

X.

Licet ingeniosa sit illa Olbersii, de ortu planetarum Vestae, Junonis, Palladis et Cereris, quae vulgo Asteroïdes appellantur, conjectura, qua hosce quatuor planetas, ex uno planeta principali, vehementi interna actione diffracto, ortos esse suspicatur, eandem tamen minime esse admittendam contendimus.

X I.

Non iis assentiendum esse putamus, qui contendunt machinarum in opificiis usum civitati nocere, et propterea omnem in illis emendationem omnem-

que

que novam inventionem non tantum non esse favendam, verum etiam quantum possit impediendam.

XII.

Cum in genere emulatio hominum industriam eximie excitat atque alit, egregie jam inservit opificum instiutio, cum in Geometriae, tum in Mechanices ac Chemiae elementis, ut ad aemulandum aptiores reddantur.