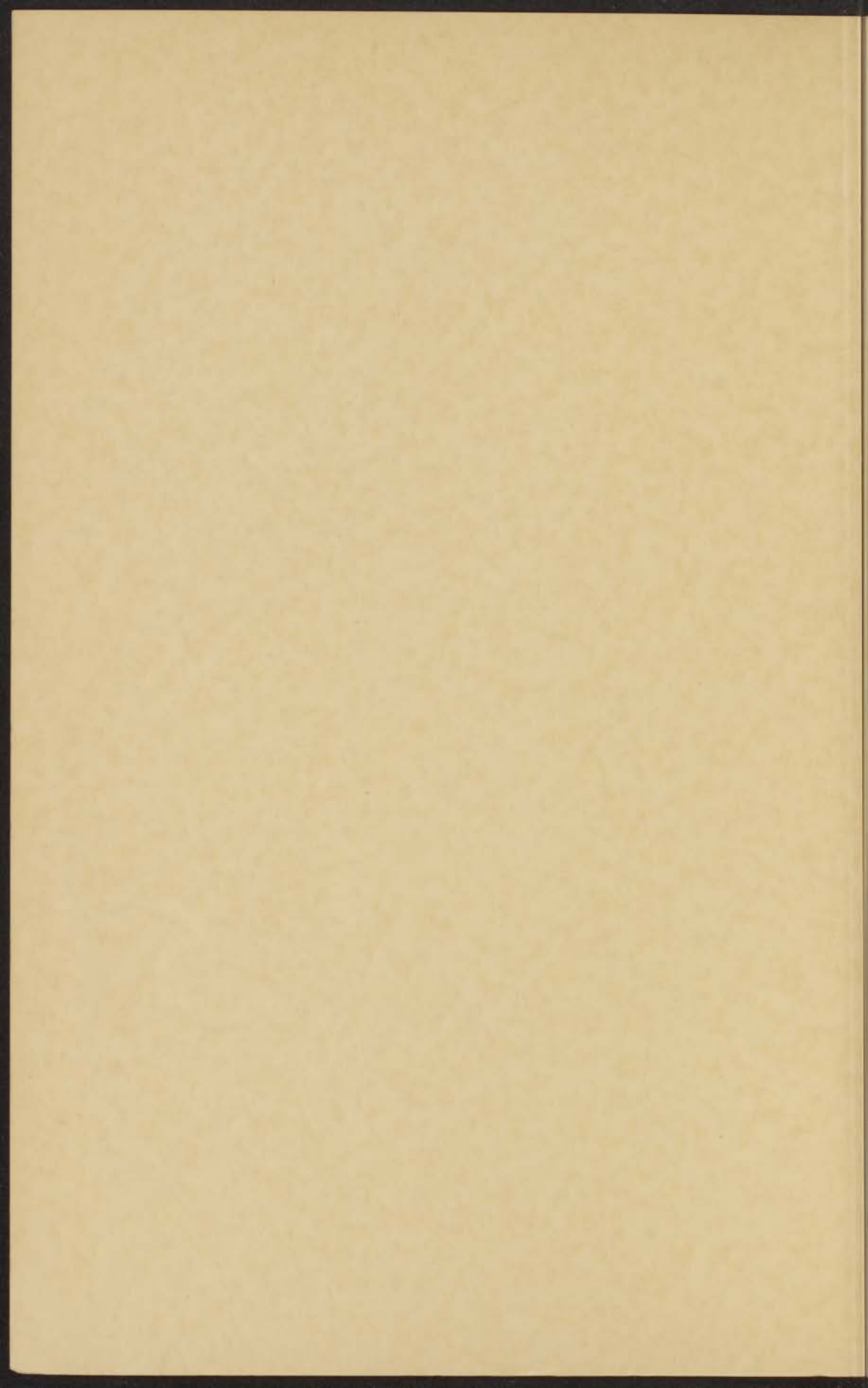


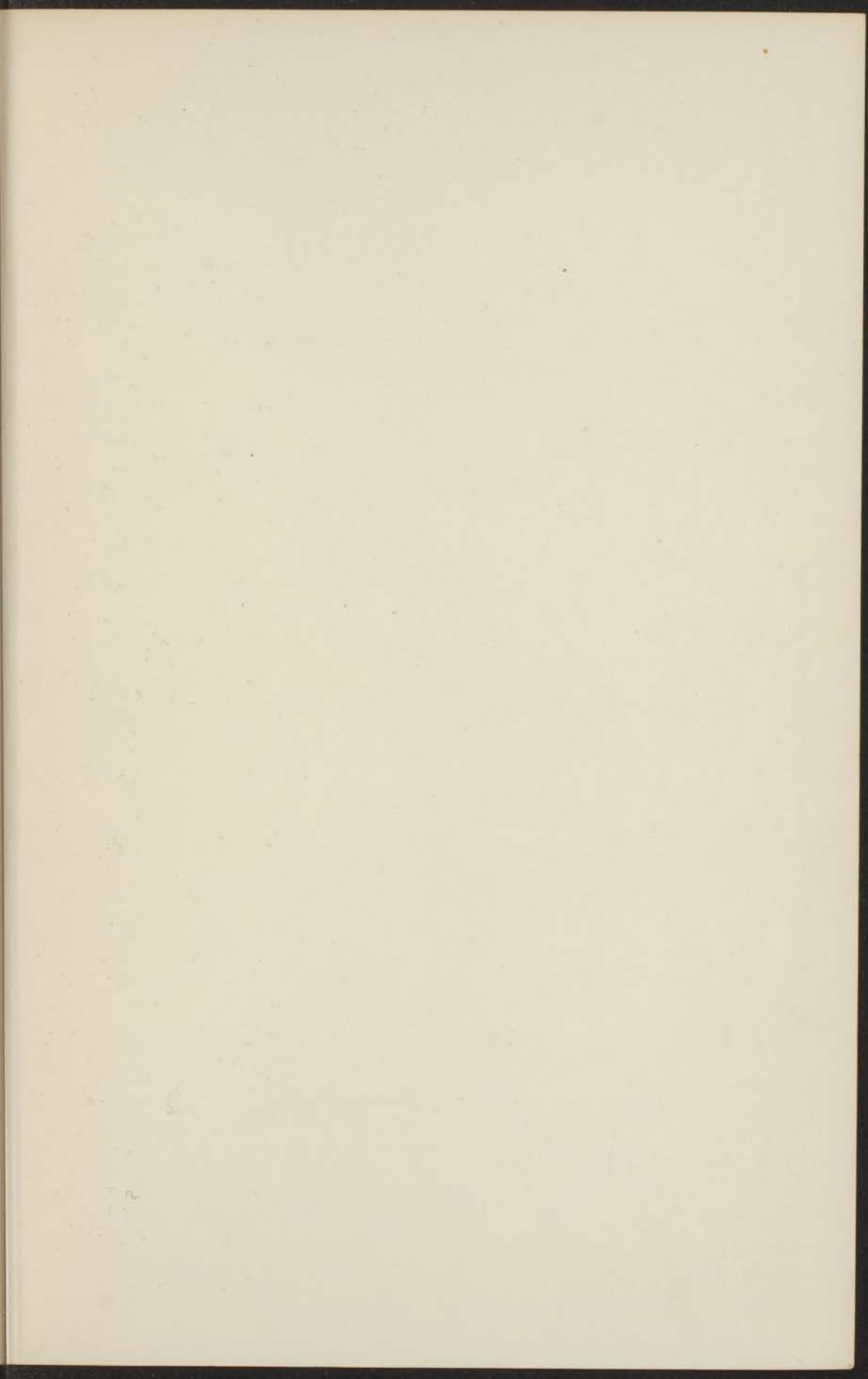
145

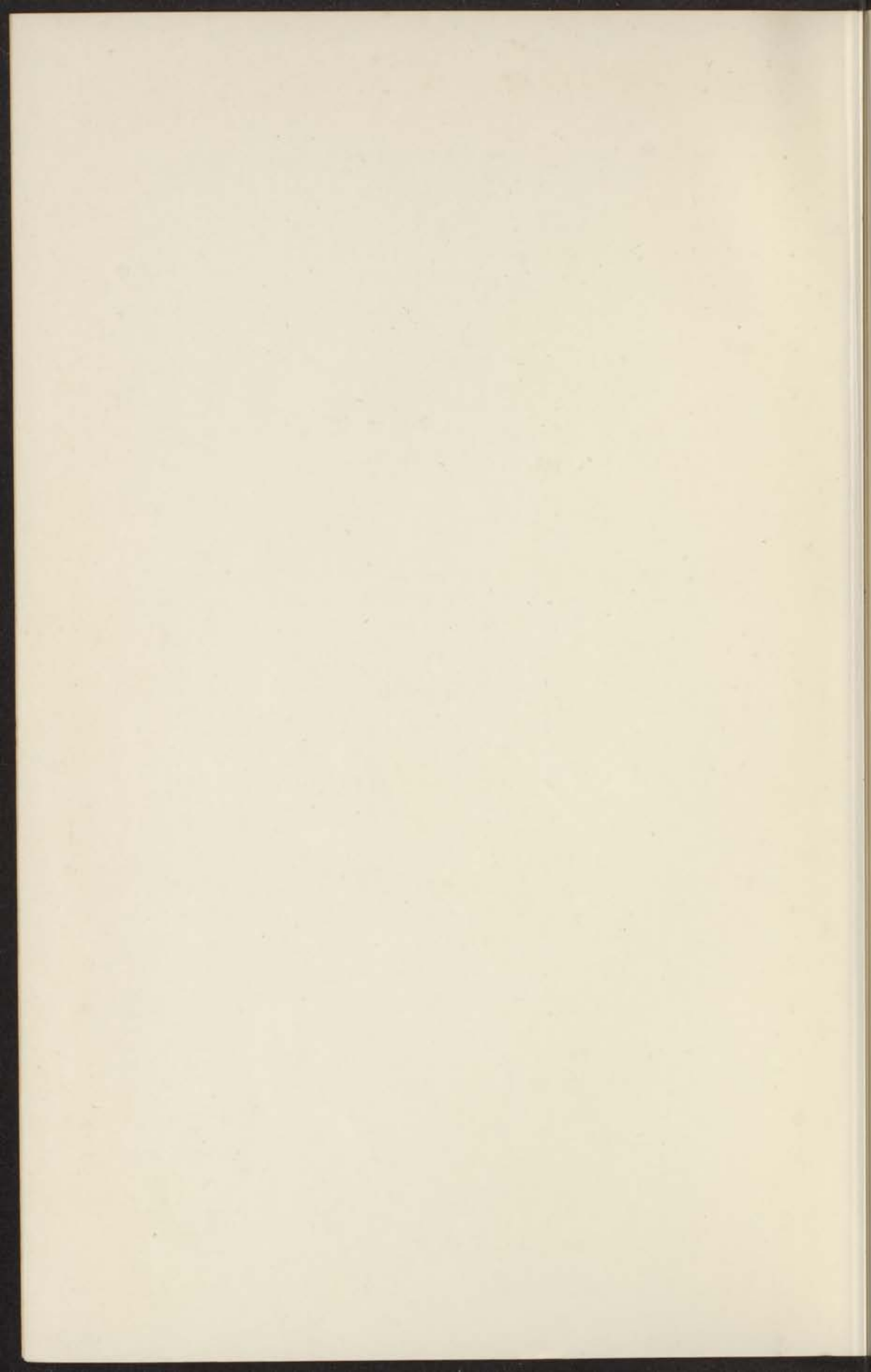
41

100 DE WARMTEGELEIDING IN
VLOEIBAAR HELIUM II

B. F. SARIS







DE WARMTEGELEIDING IN VLOEIBAAR HELIUM II.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

NOORD-HOLLANDSCHE CHEMISCH LABORATORIUM
LEIDEN.

DE WARMTEGELEIDING IN VLOEIBAAR HELIUM II

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN
DOCTOR IN DE WIS- EN NATUURKUNDE
AAN DE RIJKSUNIVERSITEIT TE LEIDEN, OP
GEZAG VAN DEN RECTOR MAGNIFICUS,
DR. A. W. BIJVANCK, HOOGLEERAAR IN DE
FACULTEIT DER LETTEREN EN WIJSBE-
GEERTE, VOOR DE FACULTEIT DER WIS-
EN NATUURKUNDE TE VERDEDIGEN OP
VRIJDAG 30 MEI 1941, DES NAMIDDAGS TE
3 UUR

DOOR

BARTHOLOMEUS FRANCISCUS SARIS

GEBOREN TE ROTTERDAM

AMSTERDAM 1941

N.V. NOORD-HOLLANDSCHE UITGEVERSMAATSCHAPPIJ

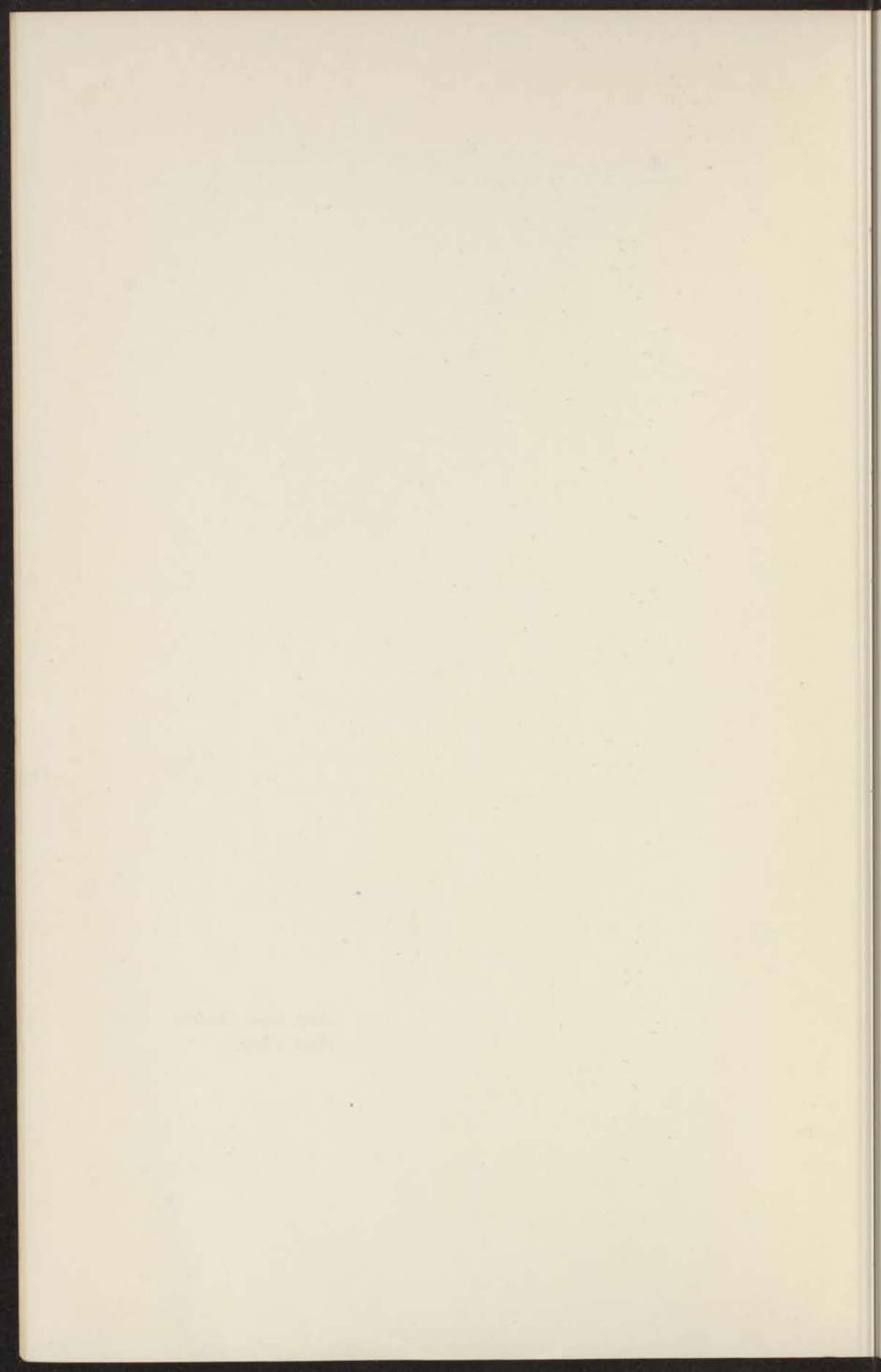
ON THE THEORY OF THE
ALGEBRAIC CURVES

By
S. M. G. ...

... ..

... ..

Aan mijn Ouders.
Aan Thea.



Promotor: Prof. Dr. W. H. KEESOM.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

INHOUD.

Inleiding	Blz. 1
---------------------	--------

HOOFDSTUK I.

Abnormale verschijnselen bij de Warmtegeleiding.

§ 1. Eerste waarnemingen	3
§ 2. Orde van grootte	4
§ 3. Afhankelijkheid van het temperatuurverval	5
§ 4. Geen warmtegeleidingscoëfficiënt	6

HOOFDSTUK II.

Experimenteel Onderzoek.

§ 1. Inleiding	11
§ 2. Gebruikte methode	12
§ 3. Apparatuur	13
§ 4. Afmetingen der capillairen	17
§ 5. Meting van den warmtestroom	19
§ 6. Meting van de temperatuurverschillen	20
§ 7. Berekening van het temperatuurverval	22

HOOFDSTUK III.

Experimenteële Resultaten.

A. Eerste serie metingen.

§ 1. Inleiding	25
§ 2. Afhankelijkheid der warmtegeleiding van het temperatuurverval en van de temperatuur	25
§ 3. Invloed van de afmetingen der capillairen	30

LEIDEN.

	Blz.
B. Verdere metingen.	
§ 4. Inleiding	31
§ 5. Het gebied tusschen 1,0 en 1,6° K	34
§ 6. Het gebied tusschen 1,6° K en het lambdapunt	41

HOOFDSTUK IV.

Beschouwingen.

§ 1. Warmtegeleiding en ROLLIN-film	46
§ 2. Het Fonteineffect	48
§ 3. Andere onderzoekingen over de warmtegeleiding in helium II	51
§ 4. De structuur van vloeibaar helium II	55
§ 5. Slotbeschouwing	56
 Litteratuur	 61

INLEIDING.

Helium bezit twee verschillende vloeistofo toestanden, welke aangeduid worden als helium I en helium II. Deze beide toestanden gaan bij een bepaalde temperatuur, die het *lambdapunt* genoemd wordt, in elkaar over. Helium I heet de vloeistofo toestand boven, helium II die beneden het λ -punt.

Nadat W. H. KEESOM en WOLFKE ¹⁾ in 1927 de eerste ontdekkingen over het verschil in eigenschappen tusschen helium I en helium II hadden gedaan, is in het Kamerlingh Onnes Laboratorium en ook in andere laboratoria een systematisch onderzoek naar de eigenschappen van het vloeibare helium ter hand genomen. De nadere analyse van de calorische eigenschappen door CLUSIUS ²⁾ en later door Mejjuffrouw A. P. KEESOM ³⁾ en de thermodynamische beschouwingen, welke W. H. KEESOM ⁴⁾ hieraan gewijd heeft, gaven EHRENFEST ⁵⁾ aanleiding om de begrippen: fasenovergangen van de tweede en hogere orde, in te voeren. In dezen gedachten-gang kan het λ -verschijnsel beschreven worden als een *fasenovergang van de tweede orde*. W. H. KEESOM ⁶⁾ gaf in 1936 een uitvoerige uiteenzetting over het λ -verschijnsel, zoowel vanuit theoretisch als vanuit experimenteel standpunt beschouwd.

W. H. KEESOM en CLUSIUS ⁷⁾ hebben ontdekt, dat het lambda-verschijnsel bij een lagere temperatuur optreedt, naarmate de uitwendige druk op de vloeistof hoger is. De lijn, welke in het p, T -diagram de verandering van de overgangstemperatuur met den druk weergeeft, wordt de λ -lijn genoemd. Daar dit proefschrift vrijwel uitsluitend betrekking heeft op vloeibaar helium onder den druk van den verzadigden damp of onder drukken, welke hiervan zeer weinig verschillen, zullen wij met het λ -punt steeds bedoelen: de overgangstemperatuur onder den druk van den verzadigden damp. De plaats van het λ -punt is nauwkeurig vastgelegd door SCHMIDT ⁸⁾, n.l. bij een heliumdampspanning van 3,83 cm Hg en bij een temperatuur van $2,186^\circ \text{K}$ ($\pm 0,002^\circ$).

Vloeibaar helium II vertoont een aantal eigenschappen, welke

totaal afwijken van die van alle andere — tot nu toe bekende — vloeistoffen. Aan deze verschijnselen moet een sterk afwijkende innerlijke structuur van deze vloeistof ten grondslag liggen, waarvoor dan ook reeds verschillende — onderling nogal uiteenlopende — hypothesen zijn opgesteld. Herhaaldelijk wordt er in de theoretische publicaties op gewezen, dat de huidige stand van het experimenteele onderzoek nog niet toelaat, diepergaande beschouwingen op theoretischen grondslag op te bouwen.

Reeds de eerste waarnemingen van Mejuffrouw A. P. KEESOM gaven een zóó abnormale orde van grootte van de warmtegeleiding in vloeibaar helium II, dat een diepgaand onderzoek naar den aard dier warmtegeleiding als noodzakelijk werd gezien. De opmerking van ALLEN, PEIERLS en UDDIN, dat het verband tusschen den warmtestroom en het temperatuurverval bij helium II niet lineair is, maakte een nauwkeurige analyse van dit verschijnsel zeer gewenscht.

Het experimenteel vastleggen van de verschijnselen en wetmatigheden op het gebied der warmtegeleiding in vloeibaar helium II is het hoofddoel geweest van het onderzoek, dat ten grondslag ligt aan dit proefschrift. Daarnaast is getracht aansluiting te vinden op de bovenvermelde theorieën en hypothesen.

HOOFDSTUK I.

ABNORMALE VERSCHIJNSELEN BIJ DE WARMTEGELEIDING.

§ 1. *Eerste waarnemingen.* Tijdens hun metingen over de soortelijke warmte van vloeibaar helium³⁾ werd door W. H. KEESOM en Mejuffrouw A. P. KEESOM een bijzonderheid opgemerkt, die hun aanleiding gaf, om een onderzoek naar de warmtegeleiding in de beide vloeistofofstanden van het helium in te stellen. Bij de bovenvermelde metingen werd door middel van een stookdraad een bepaalde hoeveelheid warmte aan een afgemeten hoeveelheid vloeibaar helium toegevoegd, vervolgens werd de opwarming van dit helium gemeten. Daar de thermometer dicht bij den stookdraad was aangebracht, kon hij in het geval, dat de warmtegeleiding in het helium slecht was, gemakkelijk oververhit raken. Dit werd dan ook geconstateerd bij temperaturen boven het λ -punt. Beneden deze temperatuur was er echter van een oververhitting niets te bespeuren. Dit verschijnsel wees op een zeer snelle uitwisseling van de warmte tusschen den stookdraad en het vloeibare helium beneden het λ -punt en op een onmiddellijke verspreiding van deze warmte over de geheele aanwezige hoeveelheid vloeistof.

Bij deze eerste metingen bestond de mogelijkheid, dat dit snelle warmtetransport veroorzaakt werd door convectiestroomen. Beneden het λ -punt heeft het helium namelijk een negatieven uitzettingscoëfficiënt. Daar de stookdraad boven in de vloeistof geplaatst was, bevond dus, bij de temperaturen beneden het λ -punt, het helium van grootere dichtheid zich tijdens het stoken boven de vloeistof van kleinere dichtheid, hetgeen onvermijdelijk tot convectiestroomen aanleiding moest geven.

Bij een reeks nieuwe metingen werd nu de stookdraad onder in de vloeistof geplaatst. Desondanks had bij helium II de temperatuur reeds binnen 10 seconden na het stoken haar evenwichtswaarde bereikt, terwijl dit bij helium I zelfs onder zeer gunstige omstandig-

heden nog een minuut duurde *). De beide onderzoekers hebben hieruit de conclusie getrokken, dat er een groot verschil bestaat tusschen het warmtegeleidingsvermogen van helium I en dat van helium II.

Omstreeks denzelfden tijd en op grond van dezelfde argumenten heeft ook ROLLIN⁹⁾ een dergelijk oordeel uitgesproken.

§ 2. *Orde van grootte.* a. W. H. KEESOM en Mejuffrouw A. P. KEESOM¹⁰⁾ bepaalden den warmtegeleidingscoëfficiënt van helium I. Hiervoor gebruikten zij een laag vloeibaar helium, die den vorm had van een cirkelcylinder met een straal van 18 mm en een hoogte van 5 mm. Deze laag werd aan weerszijden ingesloten door een stuk koper, dat een kern met een stookdraad en een weerstandsthermometer bevatte. Voor den warmtegeleidingscoëfficiënt van vloeibaar helium I vonden zij bij een temperatuur van 3,3° K een waarde van $6 \cdot 10^{-5}$ cal/graad.sec.cm.

b. De warmtegeleiding van vloeibaar helium II bleek zoo groot te zijn, dat zij met het bovenbeschreven toestel niet te meten was; er kon namelijk geen meetbaar temperatuurverschil tusschen de beide stukken koper tot stand gebracht worden. De genoemde onderzoekers (l.c.) ontwierpen daarom een nieuw toestel. De beide stukken koper, waarin zich de thermometers en de stookdraden bevonden, verbonden zij nu niet meer door een breede vloeistoflaag, maar door een dunne capillair van slecht geleidend materiaal, waarin zich het vloeibare helium bevond. Hoewel de resultaten van de metingen met dit toestel, ondanks verschillende voorzorgen, niet goed reproduceerbaar waren, bleek het warmtegeleidingsvermogen van vloeibaar helium II buitengewoon groot te zijn. Waarden van 190 cal/graad.sec.cm werden verkregen.

Terwijl het warmtegeleidingsvermogen van helium I van dezelfde orde van grootte bleek te zijn, als dat van gassen bij gewone temperaturen, overtrof de warmtegeleiding van helium II die van koper met een factor 200. Uit bovenstaande waarden blijkt dus ook, dat de warmtegeleidingscoëfficiënt van helium II ongeveer een

*) Een afbeelding van het temperatuurverloop tijdens de naperioden in helium I en in helium II is te vinden in het proefschrift van Mej. A. P. KEESOM, Leiden, 1938, blz. 17.

factor $3 \cdot 10^6$ grooter is, dan die van helium I. Een dergelijk verschil is een sterke aanwijzing, dat er belangrijke wijzigingen in den vloeistoofstand optreden bij het passeeren van het λ -punt.

Het vermoeden zou kunnen rijzen, dat, tegelijk met het groote warmtegeleidingsvermogen, in helium II ook een aanzienlijk electricch geleidingsvermogen zou optreden. Er was immers tot nu toe steeds een groot onderscheid geconstateerd tusschen het warmtegeleidingsvermogen van electriche geleiders en dat van electriche isolators. Het veel grootere warmtegeleidingsvermogen van deze eersten kan verklaard worden uit het optreden van vrije electronen in de metalen, die het electriche geleidingsvermogen en tevens het grootste deel van het warmtegeleidingsvermogen veroorzaken. Daar helium echter behoort tot de rij der edelgassen en de edelgasconfiguratie der electronen in het atoom zeer stabiel is, kon moeilijk verwacht worden, dat het helium-atoom in eenigerlei toestand vrije electronen zou afsplitsen. Uit de onderzoekingen van WOLFKE en W. H. KEESOM¹¹⁾ is dan ook gebleken, dat de specifieke electriche weerstand van vloeibaar helium bij $1,28^\circ$ K minstens $10^{15} \Omega \cdot \text{cm}$ bedraagt, zoodat het groote warmtegeleidingsvermogen van deze stof zeker niet mag worden toegeschreven aan het optreden van vrije electronen. We hebben hier dus te maken met een electricch isolator, waarvan het warmtegeleidingsvermogen dat van de best geleidende metalen ver overtreft. Dit resultaat was zóó verrassend, dat door de eerstgenoemde onderzoekers gesproken werd over een *supra-warmtegeleiding* in het helium II.

§ 3. *Afhankelijkheid van het temperatuurverval.* Door ALLEN, PEIERLS en UDDIN¹²⁾ was een zeer elegante methode bedacht om de warmtegeleiding in het vloeibare helium te bepalen. Een constante warmtestroom werd gestuurd door een capillair, gevuld met vloeibaar helium. Zoodra de toestand stationnair geworden was, werd het temperatuurverschil tusschen de beide uiteinden van de capillair bepaald. Dit geschiedde met behulp van het verschil in dampspanning, dat gemeten werd door het niveauverschil van het vloeibare helium in de beide reservoirs aan weerszijden van de capillair. Daar de warmste van deze reservoirs van boven was afgesloten en zij onderling verbonden waren door de capillair, fungeerde het geheel als een helium-manometer, waarop het verschil in dampdruk,

dus het temperatuurverschil, kon worden afgelezen uit het niveauverschil van het helium.

De metingen, welke met dit toestel verricht werden, gaven een zeer merkwaardig resultaat, n.l. dat bij vloeibaar helium II de *warmtegeleidingscoëfficiënt toenam bij afnemend temperatuurverval*. Helium II is tot nu toe de eenige stof, waarbij een dergelijk gedrag is waargenomen.

De bovenbeschreven methode om het temperatuurverschil te bepalen, is bovendien aanleiding geworden, tot de ontdekking van een ander verschijnsel, waaraan door ALLEN en JONES¹³⁾ de naam van „fonteineffect” is gegeven *). Deze onderzoekers ontdekten, dat een positief temperatuurverval in het vloeibare helium II gepaard gaat met een positief drukverval in deze vloeistof. Ook als er geen verschil in dampspanning was, veroorzaakte dit drukverval een verschil in hoogte tusschen de beide heliumniveau's.

Het is duidelijk, dat dit fonteineffect oorzaak is geweest van zeer ernstige fouten in de metingen van ALLEN, PEIERLS en UDDIN. Zij hebben zelfs gemeend, dat deze fouten zoo groot konden zijn, dat de niet-lineaire verandering van den warmtestroom met het temperatuurverval, welke zij gevonden hadden, slechts schijnbaar was geweest en verklaard kon worden uit den invloed van het fonteineffect op hun metingen.

Intusschen waren er echter in het Kamerlingh Onnes Laboratorium nieuwe metingen¹⁴⁾ over de warmtegeleiding verricht, waarbij het fonteineffect geen invloed kon hebben op de resultaten, daar een geheel andere methode gevolgd was. Uit de resultaten van deze metingen is zeer duidelijk gebleken, dat de warmtegeleidingscoëfficiënt van helium II inderdaad afhankelijk is van het temperatuurverval.

In verband met deze experimenteële feiten is het noodzakelijk, alvorens over te gaan tot de bespreking van de resultaten van ons verder onderzoek, de physische beteekenis van het begrip warmtegeleidingscoëfficiënt voor helium II nader te analyseeren.

§ 4. *Geen warmtegeleidingscoëfficiënt.* Het is een algemeen verschijnsel, dat de verhouding tusschen de energie φ , welke per

*) Een nadere beschouwing hierover wordt gegeven in Hoofdstuk IV.

seconde en per oppervlakte-eenheid door een doorsnede stroomt, en het temperatuurverval dT/dx daar ter plaatse, een constante is *). Deze wet, die reeds door BIOT is uitgesproken, is het analogon van de wet van OHM voor de elektrische geleiding. Men kan haar als volgt in formule brengen:

$$\lambda = \frac{\varphi}{dT/dx} \dots \dots \dots (1)$$

De constante λ , die in deze formule optreedt, wordt de *warmtegeleidingscoëfficiënt* genoemd. Hij is slechts afhankelijk van den aard van de stof en van de temperatuur. De grafische voorstelling van bovenstaande vergelijking, met dT/dx en φ resp. als abscis en als ordinaat, geeft een rechte lijn, die gaat door den oorsprong en waarvan de helling bepaald wordt door λ .

In de voorgaande paragraaf hebben wij reeds gezien, dat bij helium II een dergelijk lineair verband tusschen φ en dT/dx niet bestaat. Zeer duidelijk wordt dit geïllustreerd door fig. 1, waarin de resultaten van een later **) door ons verricht onderzoek zijn weergegeven. In deze figuur is φ uitgezet als functie van dT/dx , bij constante temperatuur. Dit is herhaald voor de verschillende temperaturen, waarvan de waarden bij de krommen staan aangegeven. Behalve de afhankelijkheid van het temperatuurverval blijkt uit deze figuur ook reeds hoe sterk de warmtegeleiding van de temperatuur afhangt. Wij vestigen er de aandacht op, dat deze krommen niet de minste overeenkomst vertoonen met rechte lijnen; integendeel: hun helling wordt steeds groter naarmate het temperatuurverval kleiner wordt.

Men kan den warmtegeleidingscoëfficiënt in het algemeen uitrekenen volgens formule (1), door het quotient te nemen van de gemeten waarden van φ en dT/dx . Indien de lineaire afhankelijkheid tusschen φ en dT/dx echter ontbreekt, heeft het quotient van deze twee grootheden, dus ook de warmtegeleidingscoëfficiënt, geen physische beteekenis meer.

Om deze reden hebben wij de resultaten van ons onderzoek niet verwerkt tot karakteristieken, waarin de warmtegeleidingscoëfficiënt

*) Hierbij is aangenomen, dat de warmtestroom de richting der x -as heeft.

**) Zie Hoofdstuk III A § 2.

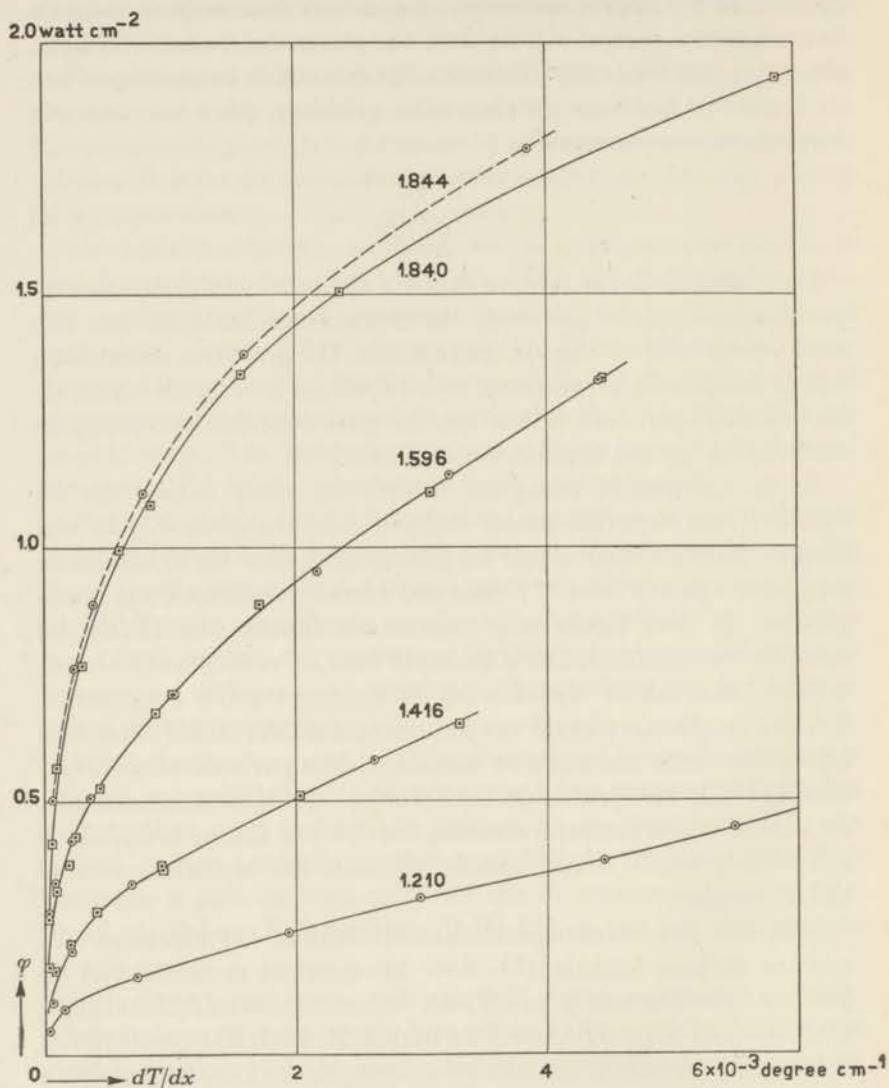


Fig. 1. Verband tusschen de dichtheid van den warmtestroom en het temperatuurverval. De getallen bij de krommen geven de temperatuur van het heliumbad in °K.

○ capillaire I. □ capillaire II. *)

*) De afmetingen der capillairen zijn vermeld in Hoofdstuk II § 4.

een rol speelt. Integendeel hebben wij getracht een direkt verband tusschen de drie gemeten grootheden φ , dT/dx en T op te sporen. Natuurlijk moest aan dit verband de eisch gesteld worden, dat het onafhankelijk was van de experimenteele omstandigheden, waaronder gewerkt werd, dus bijv.: van de doorsnede en de lengte van de capillair, waarin zich het vloeibare helium bevond. Inderdaad zijn wij erin geslaagd voor een bepaald temperatuurgebied een betrekking tusschen de drie genoemde grootheden te vinden, die aan den bovenstaanden eisch voldoet *).

Ter vergelijking van de orde van grootte van het warmtegeleidingsvermogen van helium II met dat van andere stoffen, hebben wij toch voor eenige waarden van φ den „warmtegeleidingscoëfficiënt“ uitgerekend. De resultaten zijn weergegeven in fig. 2. Iedere

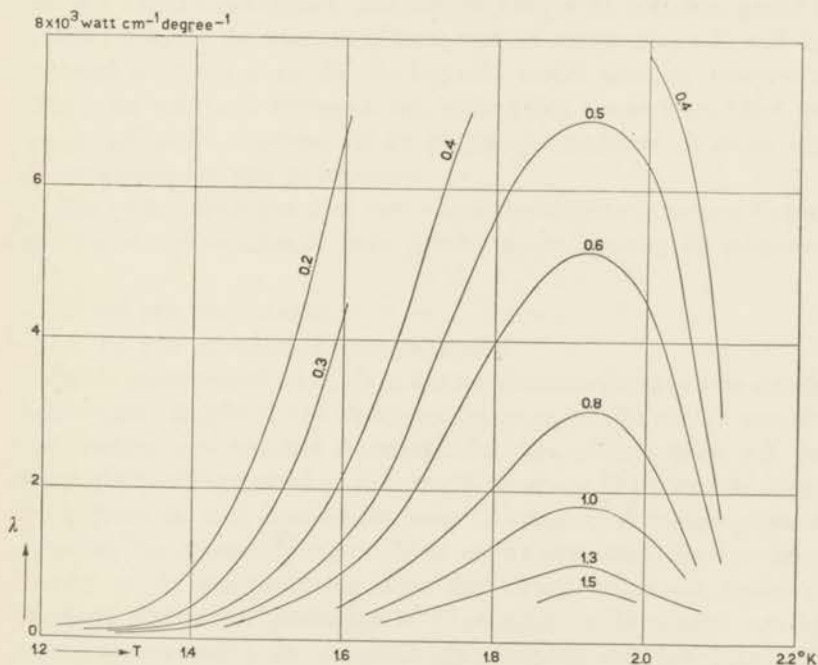


Fig. 2. Warmtegeleiding in vloeibaar helium II. De getallen bij de krommen geven de dichtheid van den warmtestroom in Watt/cm^2 **).

*) Zie Hoofdstuk III B.

***) De experimenteele gegevens voor deze figuur zijn ontleend aan het onderzoek, dat beschreven wordt in Hoofdstuk III A.

kromme in deze figuur representeert de waarden van het warmtegeleidingsvermogen, behorend bij een bepaalde dichtheid van den warmtestroom, in afhankelijkheid van de temperatuur. Wij wijzen, behalve op de zeer hoge absolute waarden van het warmtegeleidingsvermogen, ook op de sterke afhankelijkheid van den warmtestroom. Verder merken wij op, dat het warmtegeleidingsvermogen, als functie van de temperatuur, in de buurt van $1,9^{\circ}$ K een zeer uitgesproken maximum vertoont. Deze eigenschap zal in Hoofdstuk III nog nader geanalyseerd worden.

HOOFDSTUK II.

EXPERIMENTEEL ONDERZOEK.

§ 1. *Inleiding.* Bij de gewone onderzoekingen over het warmtegeleidingsvermogen van verschillende stoffen behoeft men het verband tusschen de dichtheid van den warmtestroom φ en het temperatuurverval dT/dx niet nader te analyseeren, daar dit steeds gegeven wordt door de formule (1) van Hoofdstuk I, § 4. Wij hebben reeds uiteengezet, dat dit bij helium II niet het geval is, zoodat, behalve de afhankelijkheid van de temperatuur T , ook het verband tusschen φ en dT/dx bepaald moest worden. Hoewel de uitvoering van onze metingen dus gedeeltelijk moest verschillen van de gebruikelijke, hebben wij de algemeene methode daarvan toch grootendeels kunnen overnemen.

Alle onderzoekingen over het warmtegeleidingsvermogen kunnen ondergebracht worden in twee rubrieken, naargelang zij gebaseerd zijn:

- a. op een stationnaire;
- b. op een niet-stationnaire methode.

Bij de *stationnaire* methode is het temperatuurverval en de daarbij behorende dichtheid van den warmtestroom onafhankelijk van den tijd. Indien men aan het materiaal, dat men onderzoeken wil, den vorm geeft van een staaf of een draad, waarvan de doorsnede overal even groot is, kan men op de volgende zeer eenvoudige wijze de bepaling ten uitvoer brengen. Men stuurt een constanten warmtestroom in de lengterichting door den draad en wacht totdat de toestand stationnair geworden is. Men meet nu de grootte van het temperatuurverschil, dat tusschen de uiteinden van den draad ontstaan is, en de warmtestroom. In de plaats van het temperatuurverschil zou men eigenlijk moeten meten: het temperatuurverval en de absolute temperatuur in een bepaald punt van den draad. Dit temperatuurverval dT/dx is namelijk wel steeds gericht in de lengterichting van den draad, maar het bezit in het algemeen niet overal

dezelfde grootte. Men kan echter geen infinitesimale verschillen bepalen, vandaar, dat men de genoemde methode toepast en verder de waarde van dT/dx als volgt berekent. Het gemeten temperatuurverschil ($T_2 - T_1$) deelt men door de totale lengte van den draad. Dit quotient mag men, mits aan bepaalde voorwaarden wordt voldaan, gelijk stellen aan de waarde van dT/dx welke behoort bij de temperatuur $\frac{1}{2}(T_2 + T_1)$ en bij de gebruikte dichtheid van den warmtestroom. Een nadere beschouwing over de voorwaarden, waaraan voldaan moet worden, hebben wij uitgesteld tot § 7.

Deze bepaling van het warmtegeleidingsvermogen vertoont zeer veel overeenkomst met die van het elektrische geleidingsvermogen. Er is echter één groot verschil, n.l. dit, dat de tijd, die verloopt voordat de toestand stationair is geworden, bij de thermische geleiding in het algemeen veel grooter is dan bij de elektrische. Deze tijd, dien wij de „insteltijd” zullen noemen, kan bij de eerste zelfs zoo groot worden, dat het beter is tot een *niet-stationnaire* methode van meten over te gaan. Hierbij wacht men niet, totdat de toestand stationair is geworden, maar men neemt aan de beide uiteinden van den draad het verloop van de temperatuur met den tijd waar. Weet men nu bovendien de soortelijke warmte van het onderzochte materiaal en de toegevoerde warmte per tijdseenheid, dan kan men ook hieruit het verband tusschen φ , dT/dx en T bepalen.

§ 2. *Gebruikte methode.* Door het vloeibare helium op te sluiten in een capillaire buis, van slecht geleidend materiaal, werd een „draad” van vloeibaar helium verkregen. Omdat ervoor gezorgd kon worden, dat de insteltijd niet grooter werd dan enkele minuten *), konden wij onze metingen aan dezen heliumdraad steeds verrichten volgens de stationnaire methode.

De warmtestroom werd geleverd door de Joulesche warmte, ontwikkeld in een stookdraad, die zich aan het eind van de capillair in het vloeibare helium bevond. Aan het andere eind kon de warmte afvloeien, doordat de heliumdraad daar in thermisch contact stond met het cryostaatbad, dat op constante temperatuur gehouden werd. Om het temperatuurverschil tusschen de beide uiteinden van den heliumdraad te bepalen, hebben wij gebruik gemaakt van twee weer-

*) Zie § 3.

standsthermometers van phosphorbrons, die zich eveneens in het vloeibare helium bevonden.

Bij een constante temperatuur van het cryostaatbad moeten de metingen herhaald worden voor een aantal verschillende waarden van φ , om hieruit het verband tusschen deze grootte en dT/dx af te leiden. De afhankelijkheid van de temperatuur kan onderzocht worden, door een dergelijke serie waarnemingen te herhalen voor een aantal verschillende temperaturen tusschen $1,1^\circ$ K en het λ -punt. Om te controleeren of de resultaten van het onderzoek afhankelijk zijn van de afmetingen van den heliumdraad, moeten deze experi-

menten herhaald worden met eenige capillairen van verschillende afmetingen.

Bij deze metingen is het van essentieel belang, dat de heliumdraad zijdelings en aan het warme eind thermisch geïsoleerd is van zijn omgeving. De wijze, waarop deze isolatie bereikt is, zal in de volgende paragraaf uitvoerig behandeld worden.

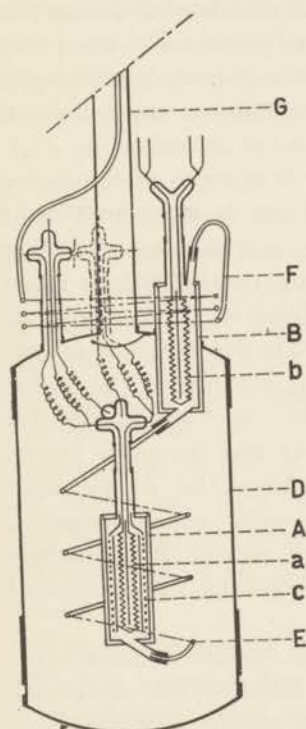


Fig. 3. Apparaat voor het meten van de warmtegeleiding. Schaal 1 : 1,5.

§ 3. *Apparatuur.* In een cryostaatbad van vloeibaar helium, dat wij het buitenbad zullen noemen, bevond zich de apparatuur, die wordt afgebeeld door figuur 3. Twee kamers A en B, onderling verbonden door een capillair E vormen tezamen de „binnenruimte”. Deze is gedurende de metingen geheel gevuld met vloeibaar helium. In de capillair E vormt het helium een draad, waaraan de metingen verricht worden. De thermometers, waarmee het temperatuurverschil tusschen de uiteinden bepaald wordt, bevinden zich in de kamers. Zij hebben bij $2,2^\circ$ K ongeveer een weerstand van 4Ω . De stookdraad c is aangebracht in de onderste kamer A, zoodat gedurende het stoken het warmste helium zich op de laagste plaats in de capillair bevindt. Daar het warmste helium

de grootste dichtheid heeft, wordt hierdoor het optreden van convectiestroomen, die veroorzaakt worden door dichtheidsverschillen, voorkomen. De stookdraad is gemaakt van constantaan en heeft bij de temperaturen van vloeibaar helium een weerstand van ongeveer 60Ω . Hij is bifilair gewikkeld op een dun koperen buisje. Aan de binnenzijde hiervan is een dun blaadje papier aangebracht, dat dient om den thermometer *a*, die zich midden in het buisje bevindt, daarvan electricisch te isoleeren. De beide thermometers *a* en *b* zijn namelijk gemaakt van blank phosphorbronsdraad, dat gesimaliseerd en daarna vrij uitgespannen is aan weerszijden van een micaplaatje.

Het is zeer belangrijk, dat het helium in de kamer *B* gedurende de metingen praktisch de badtemperatuur behoudt. Dit komt aan de snelheid van meten en aan de overzichtelijkheid der metingen zeer ten goede. Daarom is aan deze kamer een dunne koperen wand gegeven en bevindt zij zich voor de helft in het buitenbad.

De *insteltijd* d.i. de tijd, welke noodig is om den stationnairen toestand te bereiken, nadat de warmtestroom is ingezet, is recht evenredig met de soortelijke warmte en het gewicht van het helium in de kamer *A*. Daar de soortelijke warmte van het helium in de nabijheid van het λ -punt zeer groot is, hebben wij het volume van de kamers zoo klein mogelijk gehouden; dit is dan ook niet grooter dan 1,2 cc. Doordat de thermometers en de stookdraad zich in het vloeibare helium bevonden, was hun warmtecontact met de vloeistof zeer goed, wat aan de snelheid van instelling zeer ten goede kwam. Door deze maatregelen zijn wij erin geslaagd, bij de metingen beneden $1,6^\circ \text{K}$ den insteltijd in het algemeen tot enkele seconden, hoogstens tot een halve minuut te beperken, terwijl hij bij hogere temperaturen voor groote stookstroomen hoogstens 5 à 10 minuten bedroeg.

Het toestel was zoodanig gebouwd, dat de capillair *E* gemakkelijk vervangen kon worden door een andere. Daar wij het onderzoek met capillairen van verschillende afmetingen moesten uitvoeren, was dit noodzakelijk. Het omhulsel van messing *D* heeft dan ook aan den bovenkant een soldeernaad, zoodat het gemakkelijk verwijderd kan worden.

Bij het aanbrengen der *toeleidingsdraden* van de thermometers en den stookdraad hebben wij gebruik gemaakt van een methode, welke ontwikkeld is door W. H. KEESOM en VAN DEN ENDE¹⁵⁾.

Hierbij worden glazen „pootjes” gebruikt, waarin korte platina-draden zijn ingesmolten. Deze glazen pootjes, die zich op de kamers *A* en *B* en op het omhulsel *D* bevinden, worden aan het metaal bevestigd door middel van een kort platinabuisje, dat aan den eenen kant door een lasch aan het glas verbonden is, terwijl het aan den anderen kant aan het metaal gesoldeerd wordt. Aan de binnenzijde van de pootjes worden de platina draden met de uiteinden der thermometer- en stookdraden verbonden. Aan den buitenkant wordt aan elk van de toeleidingsdraden van de thermometers een Cu- en een Pt-draad gesoldeerd, die dienen voor de weerstandsmeting met de compensatiebank. De koperdraden worden gebruikt als stroomdraden, omdat de weerstand van koper klein is en derhalve daarin slechts weinig warmte ontwikkeld wordt. De spanningsdraden zijn van platina om thermokrachten te voorkomen.

Het vullen van de binnenruimte met vloeibaar helium geschiedde met behulp van capillair *F*, welke in verbinding stond met een ruimte buiten de cryostaat, waarin zich heliumgas onder hoogen druk bevond. Eerst werd een weinig heliumgas binnen het omhulsel *D* gelaten, waardoor het warmtecontact tusschen de kamer *A* en het bad werd tot stand gebracht. Terwijl het buitenbad zich op de temperatuur van het kookpunt van helium bevond ($4,2^{\circ}$ K), werd in de binnenruimte heliumgas geperst met een druk grooter dan 1 atmosfeer. Hiermee werd doorgedaan, totdat een kleine overdruk in de binnenruimte bleef bestaan, ten tekenen dat deze geheel gevuld was. Daarna werd afgekoeld tot even beneden het λ -punt.

Het heliumgas, dat voor het vullen van de binnenruimte gebruikt werd, was speciaal gezuiverd om verstoppingen in de capillairen te voorkomen.

Om te zorgen, dat de warmte, welke ontwikkeld wordt door den electrischen stroom in den stookdraad *c*, slechts kan afvloeien door den geleidenden draad van vloeibaar helium II in de capillair *E*, moeten deze capillair en de kamer *A* *thermisch geïsoleerd* worden van het buitenbad. Hiertoe wordt de ruimte binnen het omhulsel *D* zorgvuldig leeggepompt door middel van de buis *G*, welke leidt naar een LEYBOLD kwik-diffusiepompe met drie etappen, die een kapselpomp als voorpomp heeft. De ervaring leerde, dat het leeggempen moeilijker wordt, naarmate het bij een lagere temperatuur moet

gebeuren. Daarom namen wij hiervoor geen temperaturen lager dan $2,18^{\circ}$ K.

De warmtegeleiding door de toevoerdraden voor den thermometer *a* en den stookdraad *c* werd praktisch uitgeschakeld door hiervoor gespiraliseerde draadjes met een doorsnede van 0,1 mm en een lengte van 60 cm te nemen *). Ook het warmtetransport door den wand van de capillair kon geen rol spelen, doordat hiervoor een materiaal **) was genomen, waarvan de warmtegeleiding een factor 10^{-5} kleiner was dan de kleinste waargenomen waarde voor helium II. Daar de uitwendige doorsnede in het ongunstigste geval twee maal zoo groot was als de inwendige, is het duidelijk, dat de wand geen rol kan spelen bij het warmtetransport.

Tegen warmtestraling van de omgeving buiten de cryostaat was de binnenruimte beveiligd door het metalen omhulsel *D* en door het stralingsscherm, dat onder aan de pompbuis bevestigd was. De warmte-uitwisseling door straling tusschen het omhulsel zelf en de binnenruimte speelt bij de lage temperaturen en de kleine temperatuurverschillen, waarmee gewerkt werd geen rol ***).

Tenslotte willen we nog een laatste moeilijkheid beschouwen, welke zich gedurende de metingen met het beschreven toestel kan voordoen, n.l. dat er gedurende het stoken *verdamping* kan optreden in de kamer *A*, indien hiertegen geen maatregelen genomen worden. Om dit in te zien, moeten wij bedenken, dat de druk in *A*, indien wij het thermo-mechanische effect †) buiten beschouwing laten, gelijk gesteld kan worden aan den dampdruk boven de vloeistof in de capillair *F*, vermeerderd met den hydro-statischen druk van de heliumkolom boven *A*. Indien nu de temperatuur in *A* zoo hoog kan worden, dat de dampdruk van het helium den totalen druk, welke in de kamer heerscht kan overschrijden, zal er onvermijdelijk *verdamping* optreden. Om deze te voorkomen hebben wij bij al onze

*) Deze methode is ook ontleend aan W. H. KEESOM en VAN DEN ENDE l.c.

**) De capillairen I en II waren van contractiet; capillair III was van nieuw-zilver.

***) In § 5 is de experimenteele contrôle op het warmteverlies door onvoldoende isolatie behandeld.

†) Zie Hoofdstuk IV § 2.

metingen een druk van ongeveer 15 cm Hg *) op de binnenruimte gezet. Daar *A* altijd beneden het λ -punt moet blijven en de dampdruk bij dit punt 3,83 cm Hg bedraagt, is deze druk ruim voldoende.

De hoogere druk in de binnenruimte wordt veroorzaakt door een hooger dampdruk in de capillair *F* en dit beteekent, dat deze capillair gedeeltelijk gevuld is met helium-vloeistof, welke een hoogere temperatuur bezit dan die van het buitenbad. Nu staat de capillair op een lager punt in thermisch contact met het bad, dus zal er vanwege het groote warmtegeleidingsvermogen van het helium II zeer veel warmte omlaag getransporteerd worden. Om te verhinderen dat deze warmte terecht zal komen in de kamer *B*, wat de metingen ernstig zou verstoren, is het onderste deel van de capillair *F* van koper gemaakt en gespiraliseerd, waardoor zij een langen weg door het bad heeft gekregen, zoodat alle warmte daaraan wordt afgegeven.

Om den druk in de capillair, dus in de binnenruimte, onafhankelijk te maken van den stand van het heliumniveau in het buitenbad, is de capillair omhoog geleid door de pompbuis *G*.

§ 4. *Afmetingen der capillairen.* De gegevens van alle door ons gebruikte capillairen zijn verzameld in tabel I.

TABEL I.

Afmetingen der capillairen.		
	Lengte	Doorsnede
Capillair I	35,5 cm	0,346 mm
„ I A	9,7 „	0,334 „
„ I B	1,78 „	0,320 „
„ I C en D	3,15 „	0,346 „
„ II	34,7 „	0,705 „
„ III	10,3 „	1,57 „

a. Daar het temperatuurverval berekend werd als het quotient van het temperatuurverschil en de *lengte* van de capillair, was het

*) De invloed van den druk op de grootte van de warmtegeleiding is gemeten door ALLEN en GANZ ¹⁶⁾. Uit de resultaten van hun onderzoek blijkt, dat de gebruikte overdruk te gering is om een merkbare verandering in de warmtegeleiding te veroorzaken.

belangrijk deze laatste nauwkeurig te bepalen. In dit verband was het ook noodzakelijk een onderzoek in te stellen naar het verloop van het temperatuurverval aan de uiteinden van de capillair. De lengte van de capillairen werd bepaald met behulp van een staal-draadje, dat juist paste in het inwendige van de capillair. Dit werd in de capillair geschoven, waarna de lengte werd gemeten van dat deel van het draadje, dat door de capillair bedekt werd. De meting geschiedde op 0,1 mm nauwkeurig, zoodat zelfs bij de capillair van 1,78 cm lengte, de mogelijke fout kleiner bleef dan 1 %.

De capillairen I en II waren met de kamers *A* en *B* (zie fig. 3) verbonden door twee wijdere buisjes, waarvan de uiteinden vernauwd waren. In deze vernauwing was de capillair zoo ingesoldeerd, dat ze met haar uiteinde tot aan het wijde deel van het buisje kwam. De buisjes hadden ieder een lengte van 9 mm en een inwendige doorsnede van 1,6 mm. Indien wij ermee rekening houden, dat het temperatuurverval ongeveer evenredig is met de derde macht van den warmtestroom per eenheid van oppervlak *), kan men gemakkelijk berekenen, dat de correctie, welke men voor het temperatuurverval in de buisjes zou moeten aanbrengen, nog geen 1 0/100 zou bedragen.

De verbindingsbuisjes bij capillair III hadden geen vernauwing aan het eind en waren van zoodanige afmetingen, dat de capillair daarin precies paste. Deze werd zoo ver doorgeschoven, dat haar uiteinde gelijk kwam met den onderkant van de kamer en daarna ingesoldeerd. Ook hierbij treedt dus geen correctie op.

b. De *doorsnede* van de capillairen moest nauwkeurig bepaald worden, omdat de dichtheid van den warmtestroom berekend werd uit de totale toegevoerde energie en het oppervlak van de loodrechte doorsnede door de capillair. Zij werd gemeten door de capillairen met kwik te vullen en het verschil in gewicht tusschen de gevulde en de leege capillair te bepalen. De vulling werd aangebracht door de capillair aan één zijde dicht te lakken en haar aan de andere zijde luchtledig te pompen, waarna het kwik er door den druk van de buitenlucht werd ingeperst. Deze druk zorgde er ook voor, dat het kwik in de capillair bleef gedurende de weging. Er was echter een moeilijkheid, doordat de capillair nooit heelemaal tot aan haar uit-

*) Zie Hoofdstuk III B § 5.

einde gevuld was. Daarom werd vóór de weging een Röntgen-foto gemaakt van de gevulde capillair. Op deze foto werd de lengte gemeten van het stuk, waarin zich geen kwik bevond, waaruit de lengte van den kwikdraad afgeleid kon worden. Op deze wijze was het mogelijk de doorsnede van de nauwste capillair te meten met een onnauwkeurigheid van slechts $\frac{1}{2}$ %, terwijl de mogelijke fout bij capillair II slechts 1,5 $\frac{0}{00}$ bedroeg.

Bij de capillair III gebruikten wij in plaats van kwik een bismuth-legering, welke in den handel „cerrobend” genoemd wordt. Deze legering heeft een soortelijk gewicht van 9,5 gr/cc, terwijl haar smeltpunt ligt bij 72° C.

De capillairen I A, B, C en D zijn stukken, welke genomen zijn van capillair I. Daarom hebben wij aanvankelijk verondersteld, dat hun doorsnede gelijk zou zijn aan de gemiddelde doorsnede van capillair I. Dit bleek echter later voor de capillairen I A en I B niet juist te zijn *).

§ 5. *Meting van den warmtestroom.* Voor de bepaling van de hoeveelheid warmte, die per tijdseenheid aan de kamer A werd toegevoerd, gebruikten wij de methode, die in Leiden reeds lang bij de metingen over de soortelijke warmte werd toegepast **). Hierbij meet men met behulp van een milliampère- en een millivoltmeter de stroomsterkte i en het potentiaalverschil E tusschen de uiteinden van den stookdraad. Op de afgelezen stroomsterkte moet een correctie worden aangebracht voor het feit, dat een gedeelte van den afgelezen stroom niet door den stookdraad, maar door den millivoltmeter gaat. De toegevoerde energie per tijdseenheid wordt dan gegeven door het product van E en i . De weerstand van de toeleidingsdraden kon in ons geval verwaarloosd worden.

De volt- en ampèremeters werden regelmatig gecalibreerd met behulp van een WESTON Standard Cell. De onnauwkeurigheid in de aflezing bedroeg 1 $\frac{0}{00}$.

Bij kleine stroomstroomen moest de warmte, die door den meetstroom in den thermometer a ontwikkeld wordt, in rekening gebracht

*) Zie Hoofdstuk III A § 3.

***) Zie b.v. het proefschrift van J. N. VAN DEN ENDE¹⁵⁾ blz. 39.

worden. Deze bedroeg 40 erg/sec, welk bedrag werd opgeteld bij het vorige.

Wij hebben twee contrôle-metingen uitgevoerd op het *warmteverlies* van kamer *A* door onvoldoende isolatie. Een dergelijke bepaling is niet mogelijk, indien zich helium II in de binnenruimte van het toestel bevindt, daar het warmtetransport door het helium dan niet te scheiden is van een warmteverlies door andere oorzaken. Wel moet er tijdens de meting gezorgd worden voor een goed warmtecontact tusschen den stookdraad *c*, den thermometer *a* en den wand van de kamer *A*. Daarom hebben wij de bepaling éénmaal verricht met vloeibaar helium I in de binnenruimte, dus bij een temperatuur boven het λ -punt. De andere maal namen wij een temperatuur beneden het λ -punt en hadden de binnenruimte gevuld met gasvormig helium. Uit deze beide bepalingen bleek, dat het lekverlies, voor de grootste door ons gebruikte temperatuurverschillen (n.l. 0,1 °K), niet meer dan 4 erg/sec. bedroeg. Dit beteekent, dat het overeenkomstig onze verwachtingen volkomen te verwaarlozen is.

§ 6. *Meting van de temperatuurverschillen.* De weerstand van de thermometers werd op de gewone wijze bepaald met behulp van een DIESELHORST-compensatiebank, waarbij een gevoelige ZERNIKE-galvanometer was opgesteld. Voor iederen thermometer werd een aparte compensatiebank gebruikt. De meetstroom bedroeg ongeveer 1 mA.

Aan het begin van iederen meetdag werden de thermometers gec calibreerd. Het cryostaatbad werd hiertoe achtereenvolgens ingesteld op 4 of 5 verschillende temperaturen gelegen tusschen 1,1° K en het λ -punt. Bij iedere temperatuur werden de dampdruk van het helium in het bad *) en de weerstand *W* der thermometers bepaald. Uit den dampdruk werd de temperatuur *T* afgeleid, waarna voor iederen thermometer de waarden van *T* en *W* tegen elkaar werden uitgezet. De aldus verkregen punten werden onderling verbonden door een kromme lijn, welke de ijkkromme genoemd wordt. Uit deze

*) De dampdruk werd gemeten aan een buis, welke aan den kop van de cryostaat bevestigd was.

ijkkromme kan langs grafischen weg de dT/dW worden afgeleid als een functie van T .

Wij merken op, dat de calibratie alleen bij $2,18^\circ$ K verricht werd met heliumgas binnen het omhulsel D (zie fig. 3). Bij alle overige temperaturen was de warmtegeleiding van het helium in de capillair voldoende om een behoorlijk warmtecontact van den ondersten thermometer met het cryostaatbad te garandeeren.

Indien er niet gestookt werd, wezen de beide thermometers dus een gelijke temperatuur T_0 aan. Wij wilden het temperatuurverschil ($T_A - T_B$) tijdens het stoken leeren kennen. Daartoe hebben wij gebruikt de temperatuurverschillen ($T_A - T_0$) en ($T_B - T_0$), welke als volgt bepaald werden. Wij bepaalden de weerstanden der thermometers vóór en tijdens het stoken en maakten voor iederen thermometer het verschil tusschen de twee gemeten waarden op. Uit deze weerstandsverschillen konden met behulp van de dT/dW -krommen de genoemde temperatuurverschillen afgeleid worden.

Bij temperatuurverschillen kleiner dan $0,025$ graad hebben wij steeds vóór, tijdens en na het stoken om de 10 of 15 seconden de galvanometeruitslagen waargenomen. Deze waarnemingen werden later grafisch voorgesteld, waarna met groote nauwkeurigheid het temperatuurverschil afgelezen kon worden. Daar een uitslag van 1 cm op de schaal ongeveer overeenkwam met een temperatuurverschil van $0,001$ graad, kon een dergelijk verschil nog gemeten worden met een nauwkeurigheid van 5 %.

De schommelingen in de temperatuur van het buitenbad maakten het echter aanvankelijk niet mogelijk een dergelijke nauwkeurigheid te bereiken. Het bad werd op de gewone wijze constant gehouden door een voortdurende regeling van de verdamping. Deze voortdurende regeling veroorzaakt echter noodzakelijk aanhoudende schommelingen in de temperatuur van de orde van $0,001$ graad. Daarom hebben wij bij al onze metingen na 17 November '38 de regelkraan op een zoodanigen stand afgesteld, dat de temperatuur heel langzaam in één richting verliep; zoo langzaam, dat de verandering gedurende den tijd, welke noodig was om den stationnairen toestand te bereiken, meestal niet meer dan $3 \cdot 10^{-4}$ K bedroeg. Doordat wij in de vóór- en na-periode steeds den uitslag van den galvanometer waarnamen, kon de invloed van dit temperatuurverloop gedurende de meting gemakkelijk geëlimineerd worden. Op

deze wijze konden wij inderdaad de groote nauwkeurigheid bereiken, welke wij boven hebben aangegeven.

§ 7. *Berekening van het temperatuurverval.* In onze berekeningen hebben wij het quotient $(T_A - T_B)/l$ gelijk gesteld aan het temperatuurverval dT/dx , behoorende bij den gebruikten warmtestroom en bij de temperatuur $\frac{1}{2} \cdot (T_A + T_B)$. De fout, die wij hierbij maken, zullen wij in het volgende nader analyseeren.

Uit onze waarnemingen hebben wij in Hoofdstuk III B een formule afgeleid, welke het verband tusschen de grootheden φ , dT/dx en T in het gebied tusschen $1,1^\circ$ en $1,6^\circ$ K zeer goed weergeeft. Deze formule (11) kunnen wij ook als volgt schrijven:

$$\varphi^3 = b^3 \cdot T^{15} \cdot \frac{dT}{dx} \dots \dots \dots (2)$$

We stellen:

$$b^3 \cdot T^{15} = f(T)$$

$$b^3 \cdot T_0^{15} = f_0$$

$$\frac{1}{2} \cdot (T_A + T_B) = T_0$$

$$T_A - T_B = 2 \cdot \Delta T.$$

Nu is de waarde van de functie $f(T)$, welke wij uit onze waarnemingen berekenen, gelijk aan:

$$f_{\text{ber.}} = \frac{\varphi^3 \cdot l}{2 \cdot \Delta T} \dots \dots \dots (3)$$

Uit formule (2) volgt, dat

$$\int_{T_0 - \Delta T}^{T_0 + \Delta T} f(T) \cdot dT = l \cdot \varphi^3 \dots \dots \dots (4)$$

hetgeen, gecombineerd met formule (3), oplevert:

$$f_{\text{ber.}} = \frac{1}{2 \cdot \Delta T} \int_{T_0 - \Delta T}^{T_0 + \Delta T} f(T) \cdot dT. \quad \dots \quad (5)$$

Hierin is de term aan de rechterzijde gelijk aan de gemiddelde waarde van $f(T)$ over het temperatuurgebied tusschen $T_0 - \Delta T$ en $T_0 + \Delta T$; we zullen dit de $f_{\text{gem.}}$ noemen.

Door VAN DER LEEDEN¹⁷⁾ is in zijn proefschrift een formule afgeleid voor het verschil Δf tusschen $f_{\text{gem.}}$ en f_0 , n.l.:

$$\Delta f = \frac{1}{6} \cdot f_0'' \cdot (\Delta T)^2. \quad \dots \quad (6)$$

Indien wij deze ofrmule toepassen voor $f(T) = b^3 \cdot T^{15}$, kunnen we de relatieve fout, die wij maken door $f_{\text{gem.}} = f_0$ te stellen, berekenen. We vinden hiervoor:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{15 \cdot 14}{6} \cdot \frac{(\Delta T)^2}{T_0^2}. \quad \dots \quad (7)$$

Uit de vergelijkingen (2) en (3) volgt, dat de relatieve fout in dT/dx gelijk is aan die in f_0 . We mogen dus schrijven:

$$\frac{\Delta \left(\frac{dT}{dx} \right)_{T_0}}{\left(\frac{dT}{dx} \right)_{T_0}} = 35 \cdot \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right)^2. \quad \dots \quad (8)$$

Bij onze metingen was de laagste gemiddelde temperatuur ongeveer $1,2^\circ \text{K}$, terwijl het grootste temperatuurverschil $0,1^\circ \text{K}$ bedroeg. Indien wij deze waarden ($T_0 = 1,2$ en $\Delta T = 0,05$) inzetten in de laatste formule, vinden we voor de relatieve fout 4 %. Bij een temperatuurverschil van $0,05$ graad daalt de fout al tot 1 %, terwijl zij verder met de 2e macht van het temperatuurverschil omlaag gaat.

Voor de temperaturen tusschen $1,6$ en $2,0^\circ \text{K}$ zijn de fouten nog geringer, omdat daar $f(T)$ minder sterk afhankelijk is van de temperatuur. In het gebied tusschen $2,0^\circ \text{K}$ en het λ -punt was

$f(T)$ niet bekend, zoodat het daar onmogelijk was de fouten te schatten.

Daar de door ons gebruikte temperatuurverschillen vrijwel allen bleven beneden 0,05 graad, hebben wij het temperatuurverval steeds gelijkgesteld aan $2 \cdot \Delta T/l$, zonder hierop eenige correctie toe te passen.

Aan het eind van dit hoofdstuk rust op mij de aangename plicht mijn dankbaarheid uit te spreken aan het Technische Personeel van het Kamerlingh Onnes Laboratorium voor hun arbeid en hun hulp. In het bijzonder richt ik mijn dank tot den technicus 1e klas A. OUWERKERK en den vroegeren bedrijfschef G. J. FLIM, wier hulp zich uitstreckte van het ontwerpen en het bouwen van het toestel tot het uitvoeren der metingen en wier rijke ervaring menige moeilijkheid hielp oplossen.

HOOFDSTUK III.

EXPERIMENTEELE RESULTATEN.

A. Eerste serie metingen.

§ 1. *Inleiding.* Om een inzicht in het mechanisme van de warmtegeleiding in vloeibaar helium II te krijgen, moest deze aan een systematisch onderzoek onderworpen worden, waarbij werd nagegaan, welke haar afhankelijkheid is:

- a. van het temperatuurverval,
- b. van de temperatuur,
- c. van de afmetingen der capillairen, welke bij de metingen gebruikt werden. Wij ¹⁸⁾ hebben hiertoe een eerste serie metingen *) met de capillairen I, I A, I B en II **) uitgevoerd.

De methode, welke gevolgd werd, is uitvoerig behandeld in het voorgaande hoofdstuk. Aldaar zijn wij ook nader ingegaan op de wijze, waarop uit de direkt gemeten grootheden de dichtheid van den warmtestroom, het temperatuurverval en de temperatuur werden afgeleid. Wij zullen nu laten zien, hoe deze laatste gegevens verder verwerkt werden.

§ 2. *Afhankelijkheid van het temperatuurverval en van de temperatuur.* De resultaten van de metingen met de capillairen I en II zijn verzameld in de tabellen II en III. In de vierde en achtste kolom van deze tabellen hebben wij de temperaturen van het cryostaatbad aangegeven.

Bij iedere temperatuur van het bad werd een serie metingen uitgevoerd. Hierbij veranderde de temperatuur van de bovenste kamer B (fig. 3 van Hoofdstuk II) slechts weinig, terwijl die van

*) Hierbij betuig ik mijn dank aan W. P. J. LIGNAC, Phil. Nat. Drs., voor zijn waardevolle hulp tijdens de metingen en bij de berekeningen.

**) Voor de afmetingen der capillairen moge verwezen worden naar Hoofdstuk II § 4.

de onderste kamer A hooger werd, naarmate grootere waarden voor den warmtestroom gebruikt werden. De gemiddelde temperatuur van de capillair is dus voor een dergelijke serie waarnemingen niet constant, hetgeen ook uit de tabellen blijkt.

TABEL II.

Warmtegeleiding in vloeibaar helium II. Capillair I; $l = 35,5$ cm, $d = 0,346$ mm.							
24 Juni 1938				1 Juli 1938			
φ Watt/cm ²	$(dT/dx) \cdot 10^3$ graad/cm	T_{gem} °K	T_{bad} °K	φ Watt/cm ²	$(dT/dx) \cdot 10^3$ graad/cm	T_{gem} °K	T_{bad} °K
0,382	4,45	1,294	1,210	0,581	2,62	1,460	1,416
0,545	6,85	1,337		0,336	0,69	1,428	
0,448	5,49	1,313		0,204	0,21	1,420	
0,299	3,07	1,268		0,103	0,06	1,417	
0,235	1,94	1,247		0,542	0,11	1,758	1,756
0,154	0,73	1,222		0,735	0,32	1,762	
0,090	0,15	1,212		1,014	0,87	1,775	
0,047	0,03 ⁴	1,209		1,402	2,27	1,800	
1,789	3,86	1,912	1,844	0,906	0,67	2,050	2,037
1,381	1,60	1,872		1,028	1,13	2,060	
0,762	0,23	1,847		0,496	0,09	2,047	2,046
0,503	0,06	1,844		0,812	0,49	2,056	
0,889	0,39	1,851		0,655	0,22	2,052	
1,106	0,79	1,858		0,703	1,09	2,118	2,098
0,892	0,33	1,943	1,937	0,588	0,46	2,107	
1,368	1,54	1,966		0,504	0,23 ⁷	2,102	
1,020	2,48	2,106	2,061	0,460	0,16 ⁹	2,101	
0,879	0,86	2,079		0,084	0,01	2,151	2,151
0,686	0,35	2,068		0,162	0,04	2,151	
0,580	0,21	2,066		0,219	0,14	2,153	
				0,267	0,87	2,167	
				0,280	0,03 ⁴	1,596	1,596
				0,339	0,08 ²	1,597	
				0,422	0,21	1,600	
				0,507	0,36	1,604	
				0,710	1,03	1,616	
				0,953	2,17	1,638	
				1,128	3,22	1,657	
				1,330	4,42	1,688	

TABEL III.

Warmtegeleiding in vloeibaar helium II. Capillair II; $l = 34,7$ cm, $d = 0,705$ mm.							
7 Juli 1938				13 Januari 1939			
φ Watt/cm ²	$(dT/dx) \cdot 10^3$ graad/cm	T_{gem} °K	T_{bad} °K	φ Watt cm ²	$(dT/dx) \cdot 10^3$ graad/cm	T_{gem} °K	T_{bad} °K
0,364	0,94	1,428	1,416	0,166	0,08	1,414	1,414
0,651	3,30	1,473		0,219	0,20	1,416	
0,172	0,03 ⁴	1,601	1,596	0,282	0,41	1,419	
0,375	0,19	1,604		0,372	0,93	1,430	
0,672	0,88	1,616		0,513	2,03	1,454	
0,889	1,71	1,632		0,322	0,09	1,603	1,600
1,115	3,07	1,659		0,431	0,24	1,606	
1,334	4,45	1,685		0,528	0,44	1,611	
				0,711	1,02	1,622	
0,270	0,02 ⁹	1,842	1,840	0,568	0,09	1,841	1,840
0,418	0,06 ⁰	1,843		0,996	0,60	1,849	
0,768	0,29 ⁸	1,848		1,343	1,57	1,868	
1,084	0,85	1,859		0,674	0,16	1,879	1,876
1,506	2,36	1,888		1,070	0,67	1,890	
1,930	5,85	1,950		1,361	1,46	1,905	
				1,572	2,54	1,929	
0,125	0,00 ⁶	1,937	1,937	0,566	0,10	2,002	1,999
0,249	0,02 ⁶	1,937		0,753	0,25	2,005	
0,444	0,06 ⁰	1,938		1,188	1,50	2,028	
0,706	0,21	1,941		1,051	0,89	2,017	
0,975	0,57	1,948		1,307	2,45	2,044	
1,203	1,11	1,959		0,504	0,10	2,038	2,036
1,453	2,23	1,979		0,705	0,31	2,042	
1,584	3,29	1,998		0,852	0,61	2,048	
0,314	0,03 ⁷	2,027		0,994	1,18	2,058	
0,446	0,07 ²	2,028		1,127	2,59	2,082	
0,869	0,63	2,039					
0,502	0,28	2,096	2,091				
				0,393	0,06	2,062	2,061
				0,527	0,15	2,064	
				0,652	0,33	2,068	
				0,780	0,71	2,075	
				0,894	1,37	2,086	
				0,955	0,49	1,947	1,937
				1,179	1,01	1,958	
				0,365	0,09	2,100	2,098
				0,501	0,31	2,103	
				0,588	0,65	2,110	
				0,652	1,50	2,125	
				0,172	0,11	2,151	2,150
				0,200	0,25	2,153	
				0,230	0,53	2,158	
				0,232	1,41	2,174	

De waarden van φ en dT/dx werden grafisch voorgesteld, waarna de punten, welke behooren bij dezelfde temperatuur van het bad, verbonden werden door een kromme (zie fig. 1 van Hoofdstuk I en fig. 4).

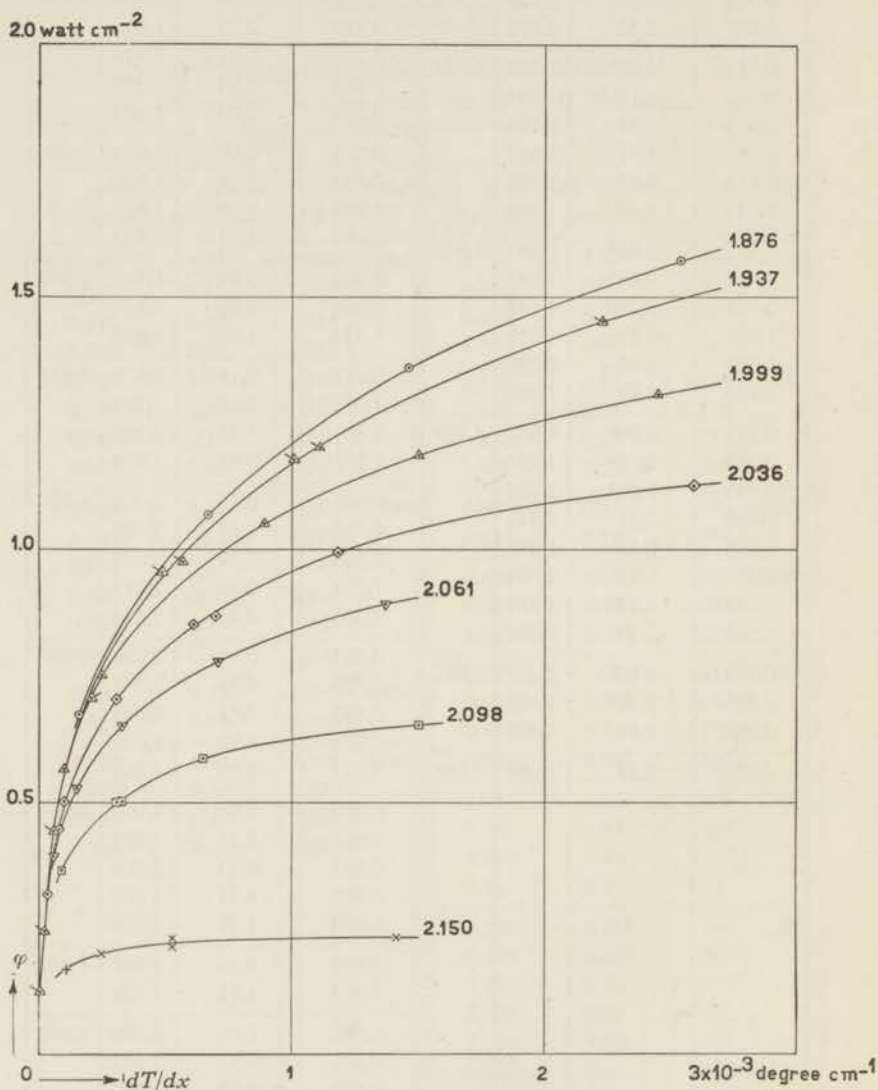


Fig. 4. Verband tusschen de dichtheid van den warmtestroom en het temperatuurverval, afgeleid uit de metingen met capillair II. De getallen aan het eind van de krommen geven de temperatuur van het heliumbad aan.

Hoewel deze krommen het verband tusschen φ en dT/dx niet nauwkeurig weergeven, daar de temperatuur langs een kromme verloopt *), mogen wij toch de conclusie trekken, dat van een lineair verband tusschen deze grootheden geen sprake is. Dit was ook reeds opgemerkt door ALLEN, PEIERLS en UDDIN¹²⁾.

De *temperatuur-afhankelijkheid* van de warmtegeleiding wordt duidelijk getoond door fig. 5, waarin φ tegen T is uitgezet bij constante waarden van dT/dx . Deze figuur werd als volgt verkregen.

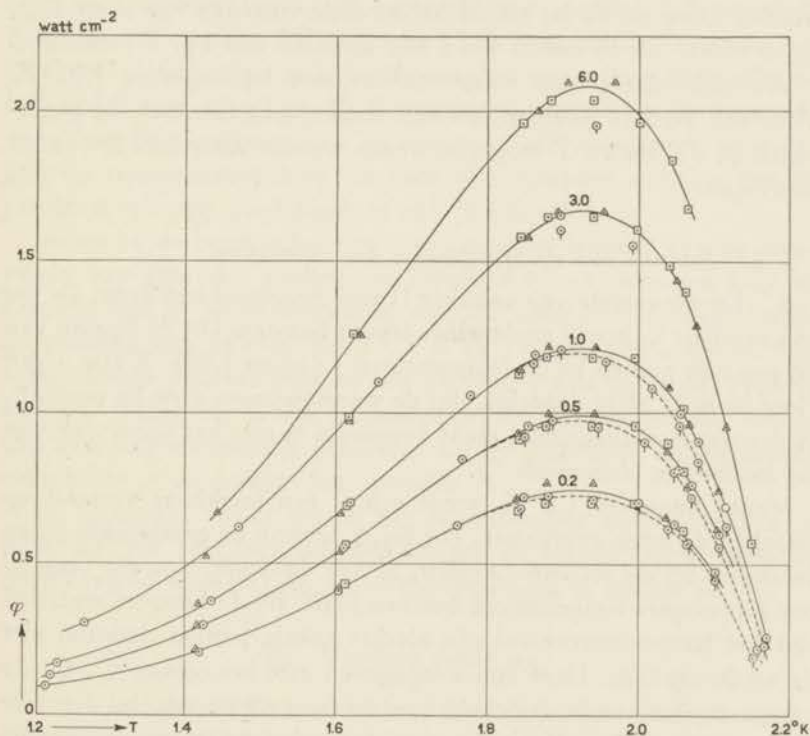


Fig. 5. Temperatuur-afhankelijkheid van den warmtestroom. De getallen boven de krommen geven het temperatuurverval $\times 10^3$ aan in graad/cm.

○ capillair I.

□ capillair I B.

△ capillair I A.

○ capillair II.

*) De nauwkeurige krommen worden gegeven door de figuren 7 en 8 in deel B van dit hoofdstuk.

Voor het temperatuurverval kozen wij de 5 verschillende waarden, welke in de figuur zijn aangegeven door de getallen boven de krommen. Voor één bepaalde waarde lazen wij in de figuren 1 en 4 de bijbehorende waarden van φ af. De temperatuur werd afgelezen uit een andere grafiek, welke eveneens was afgeleid uit de tabellen II en III. Hierin was voor iedere temperatuur van het bad de gemiddelde temperatuur van den heliumdraad uitgezet tegen het temperatuurverval. In deze grafiek konden voor het gekozen temperatuurverval de verschillende waarden van de gemiddelde temperatuur afgelezen worden. Door nu de bij elkaar behorende waarden van φ en T_{gem} tegen elkaar uit te zetten werd één kromme van fig. 5 verkregen.

We zien, dat φ een maximum vertoont bij ongeveer $1,92^\circ \text{K}$. Voor een verdere analyse van den samenhang tusschen de grootheden φ , dT/dx en T moge verwezen worden naar deel B van dit hoofdstuk.

§ 3. Invloed van de afmetingen der capillairen.

a. De doorsnede van capillair II was tweemaal zoo groot als die van capillair I, terwijl zij dezelfde lengte bezaten. Uit de ligging van de gemeten punten bij de temperaturen $1,416$ en $1,596^\circ \text{K}$ (fig. 1 van Hoofdstuk I) blijkt duidelijk, dat de warmtestroom door de capillair, in dat temperatuurgebied, recht evenredig is met het oppervlak van de loodrechte doorsnede *).

Vanaf ongeveer $1,8^\circ \text{K}$ treedt echter een merkbaar verschil op tusschen de beide capillairen. Uit fig. 4, waarin de gestippelde lijnen behooren bij de wijdste capillair, is het duidelijk, dat dit verschil ook bij hoogere temperaturen bestaan blijft. Bij de hoogere waarden van het temperatuurverval zijn slechts enkele punten gemeten met de wijde capillair. Deze zijn aangegeven met het teeken \odot . Bij de nauwe capillair is de dichtheid van den warmtestroom, bij dezelfde temperatuur en hetzelfde temperatuurverval, dus iets grooter dan bij de wijde. Een overeenkomstig resultaat werd gepubliceerd door ALLEN en JONES¹³⁾.

b. Over den invloed van de lengte van de capillair op de

*) Volgens ALLEN en REEKIE¹⁹⁾ geldt dit niet meer voor capillairen met zeer kleine doorsneden ($\sim 0,01 \text{ mm}$). Wij zullen hierop in Hoofdstuk IV § 3 nader terugkomen.

warmtegeleiding kunnen wij op grond van deze eerste reeks waarnemingen nog geen beslissende uitspraak doen.

De capillairen I A en I B, waaraan wij de betreffende metingen verricht hebben, waren stukken van capillair I. Bij de berekening van de resultaten, welke gegeven worden in de tabellen IV en V, hebben wij verondersteld, dat de gemiddelde doorsnede van deze stukken gelijk was aan die van de geheele capillair. In het φ , T -diagram bleken nu de krommen voor constante dT/dx duidelijke verschillen te vertoonen met die van capillair I. Over het geheele temperatuurgebied lagen alle krommen van capillair I A ongeveer 7 %, die van capillair I B ongeveer 15 % beneden de krommen van capillair I. We hebben daarom de waarden van φ voor de capillairen I A en I B resp. met 7 en 15 % verhoogd, waarna de overeenstemming met de resultaten van de metingen met capillair I, over het geheele temperatuurgebied en voor alle waarden van het temperatuurverval, zeer goed bleek te zijn (zie fig. 5).

Indien bij de berekening van φ een onjuiste waarde van de doorsnede was gebruikt, zouden we hetzelfde effect gekregen hebben. Daarom ligt de veronderstelling voor de hand, dat de gemiddelde doorsneden van de capillairen I, I A en I B niet gelijk waren. Om verschillende redenen hebben wij dit echter niet meer nauwkeurig kunnen verifiëren. Wel is uit eenige grovere bepalingen met behulp van een meetmicroscop gebleken, dat er inderdaad aanmerkelijke verschillen in de doorsneden optraden.

De conclusie, welke wij uit het bovenstaande mogen trekken, is deze: dat het zeer waarschijnlijk is, dat de lengte van de capillair geen invloed uitoefent op de warmtegeleiding in helium II.

B. Verdere metingen.

§ 4. *Inleiding.* De onzekerheid over den invloed van de lengte der capillairen op de warmtegeleiding in helium II werd de aanleiding, om een nieuwe serie metingen *) te ondernemen. Tevens werd het verband tusschen de grootheden φ , dT/dx en T opnieuw aan een grondig onderzoek onderworpen ²⁰). Hiertoe werden de

*) Hierbij dank ik Dr. L. MEYER voor de aangename en vruchtbare wijze, waarop ik met hem heb mogen samenwerken tijdens deze metingen en bij de verdere verwerking der resultaten.

TABEL IV.

Warmtegeleiding in vloeibaar helium II. Capillair I A; $l = 9,7$ cm, $d = 0,346$ mm.							
φ Watt/cm ²	$(dT/dx) \cdot 10^3$ graad/cm	T_{gem} °K	T^{bad} °K	φ Watt/cm ²	$(dT/dx) \cdot 10^3$ graad/cm	T_{gem} °K	T^{bad} °K
0,841	10,6	1,462	1,410	0,179	0,12	1,416	1,415
0,579	4,75	1,432		0,232	0,29	1,418	
0,490	2,95	1,425		0,306	0,69	1,422	
0,386	1,46	1,417		0,347	0,99	1,424	
0,550	0,63	1,604	1,601	0,327	0,11	1,598	1,597
0,658	1,28	1,607		0,424	0,28	1,599	
0,883	2,83	1,615		0,515	0,51	1,601	
1,087	4,9	1,628		0,817	2,18	1,609	
1,485	10,6	1,654		0,916	3,02	1,613	
0,498	0,14	1,836	1,835	0,430	0,05	1,840	1,840
0,842	0,49	1,837		0,595	0,13	1,841	
1,194	1,60	1,843		0,713	0,21	1,840	
1,562	3,53	1,854		0,837	0,40	1,842	
1,980	7,1	1,871		0,682	0,16	1,879	1,878
2,420	12,9	1,899		0,932	0,50	1,880	
0,486	0,13	2,061	2,060	1,095	0,92	1,882	
0,679	0,46	2,062		1,558	2,98	1,892	
1,007	1,5	2,069		1,850	4,82	1,901	
1,249	3,63	2,079		2,138	7,79	1,917	
1,359	5,7	2,090		0,685	0,19	1,939	1,938
1,416	8,1	2,101		0,837	0,32	1,941	
0,459	0,24	2,102	2,101	1,193	1,19	1,944	
0,764	1,6	2,110		1,914	5,71	1,967	
0,888	2,8	2,116		0,513	0,10	2,035	2,035
				0,745	0,41	2,037	
				0,972	0,82	2,039	
				1,167	1,69	2,044	
				1,345	3,18	2,051	
				1,466	4,33	2,057	
				1,625	7,62	2,073	
				1,222	3,24	2,076	
				1,021	1,47	2,067	2,061
				0,626	0,61	2,099	2,096
				0,843	1,85	2,105	
				0,953	3,30	2,113	

TABEL V.

Warmtegeleiding in vloeibaar helium II. Capillair I B; $l = 1,78$ cm, $d = 0,346$ mm.							
17 November 1938				21 December 1938			
φ Watt/cm ²	$(dT/dx) \cdot 10^3$ graad/cm	T_{gem} °K	T^{bad} °K	φ Watt/cm ²	$(dT/dx) \cdot 10^3$ graad/cm	T_{gem} °K	T^{bad} °K
0,397	0,25	1,610	1,606	0,511	0,13	1,840	1,840
0,539	0,75	1,606		0,774	0,48	1,841	
0,746	2,1	1,612		1,039	1,4	1,842	
1,061	5,9	1,619		1,264	2,5	1,842	
1,247	10,0	1,625		1,458	3,9	1,844	
0,602	0,32	1,937	1,937	1,820	8,0	1,847	
0,742	0,55	1,937		2,187	14,2	1,853	
1,027	1,2	1,938		0,690	0,39	1,876	1,875
1,309	2,6	1,940		0,938	0,79	1,877	
1,527	4,0	1,941		1,234	1,9	1,878	
1,892	7,8	1,946		1,545	4,1	1,880	
2,252	13,9	1,952		1,864	7,8	1,884	
2,477	19,4	1,959		2,249	14,6	1,891	
0,379	1,3	2,151	2,150	0,712	0,32	1,994	1,993
0,487	3,0	2,153		1,069	1,3	1,995	
0,528	6,0	2,156		1,278	2,3	1,996	
				1,588	5,2	1,999	
				1,990	10,7	2,005	
				0,686	0,48	2,060	2,058
				0,924	1,25	2,061	
				1,174	2,9	2,062	
				1,249	3,5	2,063	
				1,594	9,3	2,067	
				0,501	0,12	1,935	1,934
				0,705	0,25	1,935	
				0,921	0,80	1,936	
				1,378	2,7	1,939	
				1,818	6,0	1,942	
				0,598	0,15	2,038	
				0,987	1,25	2,039	
				1,541	5,8	2,044	
				1,148	6,7	2,106	2,101
				1,131	4,7	2,178	2,174

metingen uitgestrekt tot een zoo laag mogelijke temperatuur ($1,05^{\circ}\text{K}$) en een zoo groot mogelijk temperatuurverval ($0,05$ graad/cm).

De resultaten van de metingen met de capillairen I C, I D en III zijn verzameld in de tabellen VI en VII. Op de manier, welke in § 2 behandeld is, werd uit deze gegevens een φ , T -diagram afgeleid, dat afgebeeld is in fig. 6. In deze figuur hebben wij tevens eenige waarden uit de vroegere metingen *) opgenomen. Deze zijn aangegeven met een \odot . Daar de resultaten van onze vroegere metingen onderling goed overeenkwamen, konden wij met weinig punten volstaan.

Fig. 7 geeft de afhankelijkheid tusschen φ en dT/dx bij constante T^{**}). Zij werd verkregen door bij een constante temperatuur in fig. 6 de waarden van φ af te lezen, welke behooren bij de verschillende waarden van het temperatuurverval en dit te herhalen voor een aantal verschillende temperaturen.

Daar de resultaten van onze metingen in de gebieden boven en beneden $1,6^{\circ}\text{K}$ een verschillend beeld vertoonen, zullen wij deze gebieden bij de verdere uiteenzetting afzonderlijk behandelen.

§ 5. *Het gebied tusschen $1,0$ en $1,6^{\circ}\text{K}$.* Onze eerste metingen hadden reeds het resultaat gegeven (zie § 3), dat de *doorsnede der capillairen in het gebied tusschen $1,0$ en $1,6^{\circ}\text{K}$ geen invloed heeft op de dichtheid van den warmtestroom*. Indien wij nu met de capillairen I D, I C en III wel afwijkingen zouden constateeren van de vroegere metingen, zouden deze dus moeten worden toegeschreven aan den invloed van de lengte van de capillair. Uit fig. 6 blijkt duidelijk, dat dergelijke verschillen in het genoemde temperatuurgebied niet optraden ***). Daarom mogen wij de conclusie trekken, dat de *warmtestroom per eenheid van oppervlak in dit gebied onafhankelijk is van de lengte van de capillair*.

*) De waarnemingen, die met capillair II gedaan zijn bij temperaturen $> 1,8^{\circ}\text{K}$ zijn weggelaten. Bij de punten, die betrekking hadden op de capillairen I A en I B, werd de gecorrigeerde waarde van φ gebruikt (zie § 3).

***) Het moge opgemerkt worden, dat in deze figuur de temperatuur langs een kromme werkelijk constant is. Bij de figuren 1 en 4 was slechts de temperatuur van het cryostaatbad constant.

****) Hiermee is ook het bewijs geleverd, dat onze veronderstelling over de doorsnede van de capillairen I A en I B (zie § 3) juist is.

TABEL VI.

Warmtegeleiding in vloeibaar helium II.								
Capillair III; $l = 10.3$ cm, $d = 1.57$ mm.				Capillair I C; $l = 3.15$ cm, $d = 0.346$ mm.				
5 Juni 1940				28 Juni 1940				
T_{bad} °K	$T_{\text{gem.}}$ °K	φ Watt/cm ²	$(dT/dx) \cdot 10^3$ graad/cm	T_{bad} °K	$T_{\text{gem.}}$ °K	φ Watt/cm ²	$(dT/dx) \cdot 10^3$ graad/cm	
1,081	1,088	0,0574	0,14 ⁷	1,045	1,046	0,0504	0,25	
	1,112	0,129	1,60		1,055	0,143	5,38	
	1,154	0,217	5,38		1,055	0,143	5,41	
	1,200	0,315	9,99		1,087	0,277	23,6	
1,215	1,216	0,066	0,01 ¹	1,110	1,110	0,393	42,0	
	1,227	0,141	0,49 ⁵		1,275	1,272	0,250	1,60
	1,270	0,248	1,69			1,286	0,442	7,13
	1,332	0,470	7,16			1,321	0,747	27,4
1,318	1,329	0,114	0,08 ²	1,374		1,374	1,170	59,0
	1,343	0,225	0,49 ⁵		1,412	1,413	0,270	0,35
	1,379	0,446	3,15			1,415	0,421	1,78
	1,431	0,752	9,02			1,410	0,421	1,81
1,409	1,424	0,200	0,12 ⁶	1,421		1,421	0,730	8,53
	1,443	0,358	0,79 ⁵		1,452	1,221	31,6	
	1,486	0,721	4,56		1,480	1,552	48,1	
	1,500	1,510	0,233		0,13 ⁶	1,604	1,605	0,471
1,539		0,484	0,68 ⁸	1,608	0,889		2,41	
1,560		0,863	3,59	1,619	1,383		8,42	
1,585		1,060	5,74	1,779	1,777		1,093	1,21
1,643	1,666	0,458	0,46 ⁵		1,788	1,65	4,61	
	1,683	0,900	1,62					
	1,738	1,320	4,37					
1,866	1,883	0,503	0,37 ⁸					
	1,904	0,977	0,80 ⁵					
	1,950	1,620	4,00					
1,955	1,976	0,631	0,47 ⁵					
	2,017	1,371	2,89					
	2,061	1,753	7,58					
	2,063	1,753	7,86					
2,057	2,064	0,279	0,02 ²					
	2,080	0,641	0,82 ⁵					
	2,080	0,645	0,85 ²					

TABEL VII.

Warmtegeleiding in vloeibaar helium II. Capillair I D; $l = 3,15$ cm, $d = 0,346$ mm.								
4 Juli 1940								
T_{bad} °K	T_{gem} °K	φ Watt/cm ²	$(dT/dx) \cdot 10^3$ graad/cm	T_{bad} °K	T_{gem} °K	φ Watt/cm ²	$(dT/dx) \cdot 10^3$ graad/cm	
1,504	1,505	0,254	0,73	1,695	1,697	0,581	1,11	
	1,502	0,252	0,73		1,699	1,00	2,12	
	1,504	0,364	1,01		1,706	1,50	5,71	
	1,508	0,525	1,71		1,714	1,82	10,8	
	1,518	0,948	7,5		1,728	2,27	19,8	
	1,552	1,55	26,6		1,746	2,68	30,4	
	1,553	1,55	26,3		1,747	2,66	30,8	
	1,567	1,81	35,9		1,778	3,57	56,2	
	1,600	2,33	56,5					
						1,796	1,798	1,05
1,585	1,587	0,530	0,54		1,803	1,55	3,58	
	1,592	1,02	4,89		1,814	2,25	10,6	
	1,611	1,55	15,1		1,841	3,03	26,5	
	1,640	2,22	32,7		1,885	3,96	60,2	
	1,676	2,79	55,2					
					1,896	1,898	1,21	1,03
						1,904	1,88	4,57
						1,934	3,04	22,9
					1,997	1,999	1,15	0,98
						2,005	1,82	4,78
					2,015	2,31	11,6	

Wij zijn er verder in geslaagd, een *empirische formule* op te stellen, welke de resultaten van onze metingen in het temperatuurgebied tusschen 1,0 en 1,6° K op een zeer bevredigende wijze weergeeft.

De betrekking tusschen φ en T wordt gegeven door

$$\varphi = a \cdot T^5 \quad \dots \dots \dots (9)$$

waarin a een coëfficiënt is, die afhangt van het temperatuurverval. Voor de berekening van dezen coëfficiënt gingen wij uit van een φ , T -diagram, waarin krommen getrokken waren voor een constant temperatuurverval. Langs een dergelijke kromme werd de waarde van φ afgelezen voor iedere 0,1° tusschen 1,1 en 1,7° K. Daar de

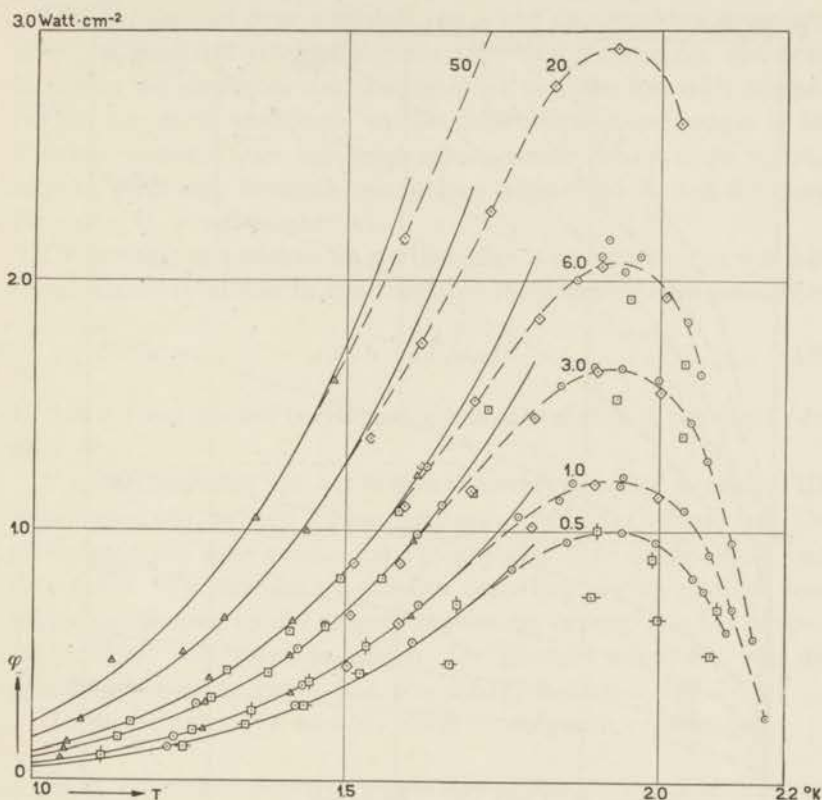


Fig. 6. Dichtheid van den warmtestroom in afhankelijkheid van de temperatuur bij constant temperatuurverval. De getallen bij de krommen geven het temperatuurverval $\times 10^3$ in graad/cm.

- capillairen I, IA, IB en II.
 △ capillair IC. ◇ capillair ID. □ capillair III.
 —□— capillair III bij een temperatuurverval van $0,5 \times 10^{-3}$ graad/cm.
 ⊞ capillair III bij een temperatuurverval van $1,0 \times 10^{-3}$ graad/cm.

waarden van φ/T^5 , die hieruit berekend werden vrijwel onafhankelijk waren van de temperatuur, namen wij voor a de gemiddelde waarde van deze quotienten. Door dit voor een aantal verschillende waarden van het temperatuurverval (d.i. voor een aantal verschillende krommen in het φ, T -diagram) te herhalen, kregen we de a in afhankelijkheid van het temperatuurverval (zie tabel VIII).

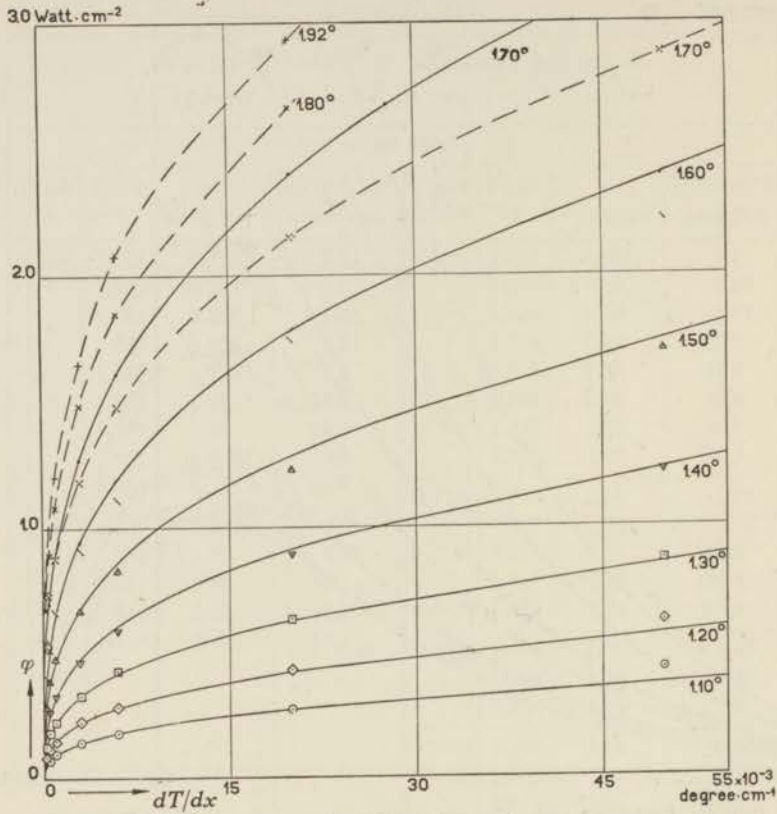


Fig. 7. Verband tusschen de dichtheid van den warmtestroom en het temperatuurverval bij constante temperatuur. De getallen onder de krommen geven de temperatuur aan.

TABEL VIII.

$(dT/dx) \cdot 10^3$ graad/cm	$a \cdot 10^2$	b
0,20	3,71	0,636
0,50	5,00	0,631
1,00	6,24	0,624
3,00	8,90	0,618
6,00	11,1	0,610
20,0	16,8	0,618
50,0	23,0	0,625
gemiddelde waarde:		$b = 0,623.$

Met behulp van deze waarden van a zijn de getrokken krommen in fig. 6 berekend volgens formule (9). Wij merken op, dat deze krommen de resultaten der metingen tot aan een bepaalde temperatuur zeer goed weergeven en dat deze temperatuur hooger is bij kleinere waarden van het temperatuurverval. Boven deze temperaturen geldt zeer duidelijk een andere wetmatigheid, dan die door formule (9) wordt uitgedrukt.

De betrekking tusschen de coëfficiënten a en de waarden van het temperatuurverval kan in een formule uitgedrukt worden, namelijk:

$$a = b \cdot (dT/dx)^{1/3} \dots \dots \dots (10)$$

Hierin is b een nieuwe coëfficiënt, die onafhankelijk is van φ , dT/dx en T .

Voor die waarden van het temperatuurverval, welke in tabel VIII opgenomen zijn, hebben wij het quotient $a/(dT/dx)^{1/3}$ berekend. De uitkomsten van deze berekening zijn gegeven in de derde kolom van deze tabel. Wij zien dat de getallen onderling slechts geringe verschillen vertoonen en dat er geen regelmatig verloop met het temperatuurverval valt waar te nemen. De grootste afwijking van de gemiddelde waarde van b (d.i. $b = 0,623$) is kleiner dan 2 %.

Uit de formules (9) en (10) volgt de volgende vergelijking:

$$\varphi = 0,623 \cdot T^5 \cdot (dT/dx)^{1/3} \dots \dots \dots (11)$$

De getrokken krommen in fig. 7 werden hiermee berekend, terwijl de punten en de gestippelde lijnen de experimenteele resultaten weergeven *). De overeenstemming mag beneden $1,6^\circ$ K zeer goed genoemd worden, vooral voor niet te hooge waarden van het temperatuurverval. Dit blijkt nog duidelijker uit fig. 8, waarin een deel van fig. 7 is weergegeven op een grootere schaal.

Wij komen dus tot de conclusie, dat het verband tusschen de grootheden φ , dT/dx en T in het gebied tusschen $1,0$ en $1,6^\circ$ K met voldoende nauwkeurigheid gegeven wordt door formule (11).

Een laatste contrôle hierop willen wij nog uitvoeren, door de fout, welke men a priori verwachten kan in b , te vergelijken met de

*) De methode, waarop de punten in fig. 7 zijn afgeleid uit de experimenteele resultaten, is beschreven in § 4.

gevonden speling van ongeveer 2 % in deze grootheid. Hiertoe moeten wij nagaan, uit welke experimenteele grootheden b berekend wordt en hoe groot de fout is, die bij het meten van deze grootheden

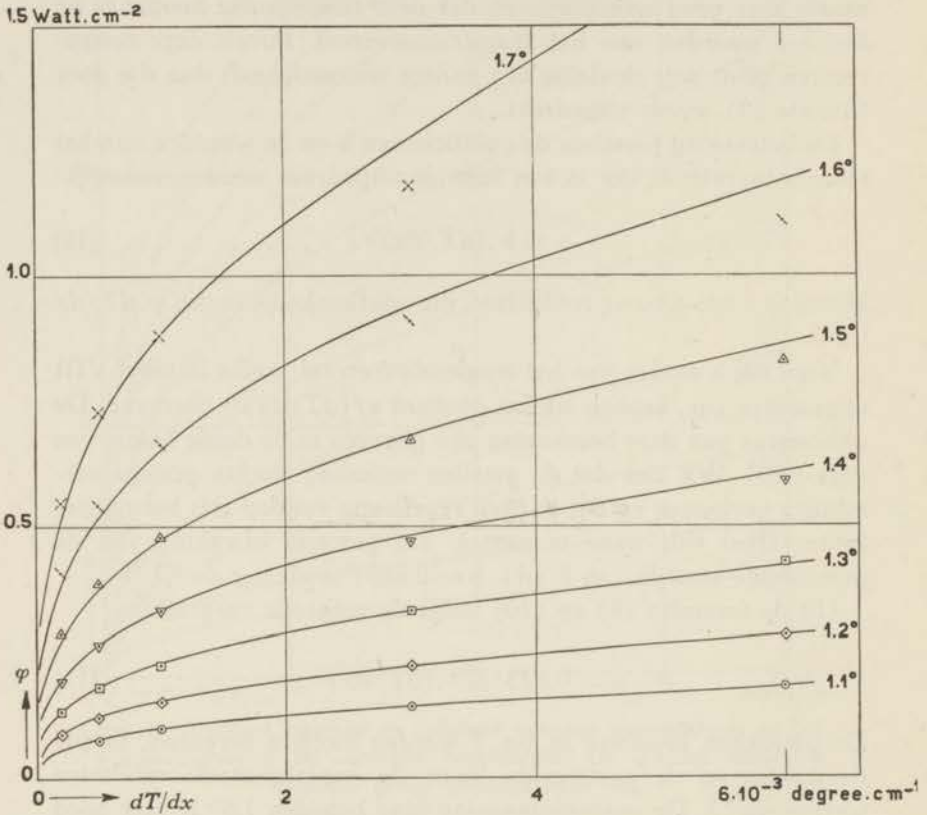


Fig. 8. Verband tusschen de dichtheid van den warmtestroom en het temperatuurverval bij constante temperatuur. De getallen aan het eind van de krommen geven de temperatuur aan.

gemaakt kan worden. Dit laatste hebben wij voor ieder van de gemeten grootheden aangegeven in Hoofdstuk II, terwijl wij voor de berekening van b de formule gebruiken:

$$b = \frac{\varphi}{T^5 \cdot (dT/dx)^{1/3}} \cdot \dots \dots \dots (12)$$

Daar wij bij de berekening van b het meeste gewicht hebben toe-

gekend aan de metingen met de capillairen II en III is de mogelijke fout in de φ gelijk aan 3 0/00. De temperatuur werd op 0,001° K nauwkeurig bepaald, dus de mogelijke fout in T^5 is 5 0/00. Indien wij dT/dx gelijk stellen aan $\Delta T/l$ kunnen wij een fout maken van 1 % *), terwijl de fout in de meting van deze laatste grootheid ook 2 % kan bedragen. De mogelijke fout in den term $(dT/dx)^{1/5}$ is dus 1 %, zoodat de totale fout in de waarde van b ongeveer 2 % kan bedragen. De gevonden speling, welke kleiner is dan 2 % mag dus niet worden opgevat als een teeken, dat er een merkbare afwijking van de gevonden wetmatigheid optreedt.

Aan het eind van deze paragraaf moge opgemerkt worden, dat de extrapolatie van onze metingen met behulp van formule (11) naar temperaturen beneden 1,0° K waarden geeft, welke niet overeenkomen met die, welke door KÜRTI en SIMON²¹⁾ in dat gebied gevonden zijn. Daar hun metingen echter een voorloopig karakter droegen, is het gewenscht, dat de warmtegeleiding van het vloeibare helium beneden 1,0° K aan een nieuw onderzoek onderworpen wordt.

§ 6. *Het gebied tusschen 1,6° K en het lambdapunt.* De resultaten van de metingen boven 1,6° K zijn tot nu toe veel minder overzichtelijk dan de hierboven behandelde. Wel kunnen we ook in dit gebied constateeren, dat de warmtestroom onafhankelijk is van de lengte van de capillair. Immers, indien wij de correctie aanbrengen op de doorsnede van de capillairen I A en I B **), vertoont de metingen met de capillairen I, I A en I B onderling een zeer goede overeenkomst over het geheele temperatuurgebied (zie fig. 5).

In fig. 6 zien wij, dat de capillair III, welke resp. 2 en 4 maal zoo wijd is als de capillairen II en I, in het gebied boven 1,6° K groote afwijkingen vertoont met deze capillairen. Tevens trad er echter bij de metingen met capillair III een storend verschijnsel op, waarvoor wij nog geen verklaring hebben gevonden.

Wanneer de toevoer van de energie in de onderste kamer A (fig. 3) hooger werd dan $6,5 \times 10^{-3}$ Watt, vertoonde het verloop van de temperatuur in deze kamer gedurende de stook- en de na-

*) Zie Hoofdstuk II § 7.

***) Zie § 3 en § 5.

periode niet meer het normale beeld. De galvanometer, waarmee het verloop van de temperatuur werd waargenomen, kwam tijdens deze perioden tijdelijk tot rust, voordat de uiteindelijke maximale of minimale waarde bereikt was; er traden dus „halte-punten” op. De kromme, welke het verloop van de temperatuur met den tijd weergeeft, vertoont dus gedurende de stook- en de na-periode een horizontaal gedeelte (zie fig. 9; de pijltjes in de figuur geven het begin en het eind van de stook-periode aan).

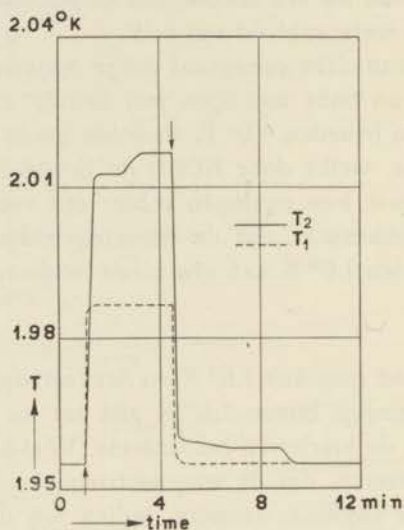


Fig. 9. Halte-punten.
 T_2 temperatuur van kamer A.
 T_1 temperatuur van kamer B.

Bij de berekeningen hebben wij het grootste temperatuurverschil tusschen de stook- en de na-periode gebruikt. Daar we niet zeker weten, of dit juist is, bevatten de resultaten van de metingen met capillair III, welke in tabel VI en in fig. 6 gegeven zijn, boven $1,6^{\circ}\text{K}$ een onzekerheid van ongeveer 15 %.

Een ander merkwaardig verschijnsel werd waargenomen met de korte en nauwe capillair I C, welke op een eenigszins afwijkende wijze in de apparatuur was aangebracht (zie fig. 11a). Het verloop van de temperaturen gedurende het stoken is weergegeven in fig. 10. In deze figuur zien wij, dat de temperatuur van de onderste kamer

even voordat de evenwichtstemperatuur bereikt werd, een *sprong* vertoonde, waardoor zij de helft of drie-kwart van haar temperatuurverschil met den bovensten thermometer binnen een tijdsduur van 10 of 20 seconden verloor. Op hetzelfde tijdstip sprong de temperatuur

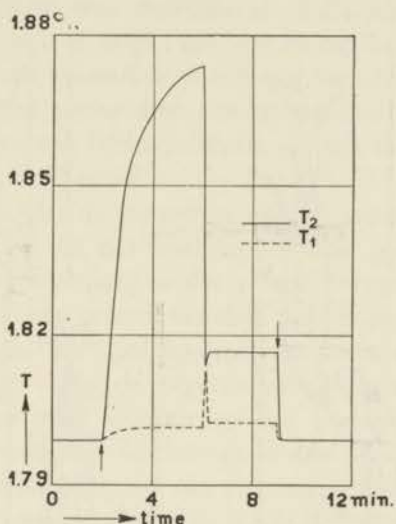


Fig. 10. Sprong in het temperatuurverschil.

T_2 temperatuur van kamer A.

T_1 temperatuur van kamer B.

van de kamer B even omhoog, om onmiddellijk daarna terug te keeren tot een waarde, welke slechts weinig hooger was dan de vroegere. Daarna bleven de temperaturen van de beide kamers gedurende eenige minuten tot op 10^{-4} graad constant. We moeten dus veronderstellen, dat er dan een zeker evenwicht is bereikt.

Indien we echter op de gewone wijze φ en dT/dx uitrekenen, krijgen we bij dezelfde dT/dx waarden voor φ , die belangrijk hooger zijn, dan die, welke wij ooit uit onze andere experimenten gevonden hebben. Zij zijn ongeveer 4 maal zoo groot als de waarden van de maxima in fig. 6 en zij overtreffen ook belangrijk de waarden van φ , die met behulp van formule (11) voor de betreffende temperatuur en het gemeten temperatuurverval kunnen worden berekend *).

*) De resultaten van de metingen, waarbij sprongen optraden zijn noch in de tabellen, noch in de figuren opgenomen.

De sprongen vertoonen eenige overeenkomst, doch ook een wezenlijk verschil, met het verschijnsel, dat door Mej. A. P. KEESOM in haar proefschrift ²²⁾ beschreven is. Zij traden spontaan op, even voordat het temperatuurverschil zijn normale waarde bereikt had.

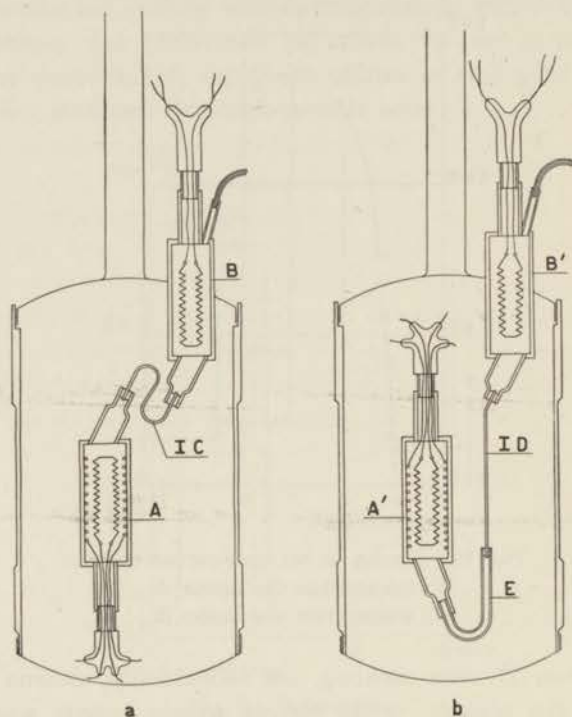


Fig. 11. Apparatuur.

a voor metingen met capillair I C,

b voor metingen met capillair I D.

Men kon echter zorgen, dat zij vroeger optraden door tegen de cryostaat te kloppen.

Ook kon men soms na den sprong door kloppen het normale temperatuurverschil weer terugkrijgen, nadat eerst gedurende eenige minuten geen temperatuurverandering meer was waargenomen.

Het verschijnsel werd niet meer waargenomen, nadat de capillair gemonteerd was, zooals in fig. 11*b* is aangegeven. Daarom zou men kunnen veronderstellen, dat de bovenbeschreven verschijnselen veroorzaakt werden door convectiestroomen in dat deel van capillair

IC, waarin de warmtestroom naar beneden gericht was *). Deze stroomen zouden echter onwaarschijnlijk hoge snelheden moeten bezitten om het zeer groote warmtetransport te kunnen verklaren.

Tenslotte moeten we nog de metingen met capillair ID behandelen. Deze capillair was dezelfde als IC, behalve dat zij niet gebogen was. De buis *E* (fig. 11*b*), die de capillair verbindt met de kamer *A'*, heeft een inwendige doorsnede van 2 mm en een lengte van 3 cm. Door een eenvoudige berekening kan men controleeren, dat deze capillair geen bijdrage levert tot het temperatuurverschil tusschen de kamers *A'* en *B'*.

Uit fig. 6 blijkt, dat de resultaten van de metingen met capillair ID tusschen $1,6^{\circ}$ K en het lambdapunt zeer goed aansluiten bij onze vroegere waarnemingen in dat gebied. Onze conclusie is daarom, dat, indien in het gebied tusschen $1,6^{\circ}$ K en het λ -punt geen storingen optreden, het gedrag van de warmtegeleiding aldaar wordt weergegeven door de experimenteele krommen van fig. 6, alhoewel gerekend moet worden op een geringen maar duidelijk aantoonbaren invloed van de doorsnede van de capillair.

Voor alle gemeten waarden van het temperatuurverval heeft de warmtegeleiding haar maximum bij $1,92^{\circ}$ K.

*) Vanwege den negatieven uitzettingscoëfficiënt van helium II bevond zich in dat deel van de capillair het helium met de grootste dichtheid op de hoogste plaats.

HOOFDSTUK IV.

BESCHOUWINGEN.

§ 1. *Warmtegeleiding en ROLLIN-film.* In 1922 deed KAMERLINGH ONNES ²³⁾ bij temperaturen beneden het λ -punt proeven met een open DEWAR-glaasje, dat zich in een cryostaatbad bevond. Hij constateerde hierbij, dat de vloeistofspiegels van het helium binnen en buiten het glaasje steeds even hoog bleven. Bracht hij helium van het DEWAR-glaasje over in het omringende bad of omgekeerd, dan stelden de beide niveau's zich binnen zeer korten tijd weer op gelijke hoogte in. Een goede verklaring van dit verschijnsel werd door hem niet gegeven.

Bij hun experimenten over de afkoeling van een open vat, gevuld met een paramagnetisch zout en vloeibaar helium, merkten KÜRTI, ROLLIN en SIMON ²⁴⁾ op, dat de warmtetoever aan een dergelijk vat bij temperaturen beneden het λ -punt veel grooter was dan daar boven. ROLLIN maakte de veronderstelling, dat een dun laagje vloeibaar helium II, dat boven het vloeistofniveau tegen den wand opkroop, een thermisch contact met plaatsen van hoogere temperatuur tot stand bracht.

KIKOIN en LASAREW ²⁵⁾ hebben het warmtetransport door de ROLLIN-film onderzocht. Zij plaatsten den onderkant van een buis van 15 cm lengte in vloeibaar helium II en bevestigden aan haar bovenkant een stookdraad en een thermometer. Inderdaad was het warmtecontact van den bovenkant van de buis met het cryostaatbad zoo goed, dat de thermometer, ook bij vrij hoge stookstroom, slechts een geringe verandering van de temperatuur aanwees. Bij een bepaalde waarde van den stookstroom werd dit contact echter verbroken, hetgeen toegeschreven werd aan de totale verdamping van de ROLLIN-film.

Intusschen hadden DAUNT en MENDELSSOHN ²⁶⁾ de proeven van KAMERLINGH ONNES herhaald. Zij bewezen op overtuigende wijze, dat het KAMERLINGH ONNES-effect veroorzaakt wordt door de

ROLLIN-film, die zich over den rand van het DEWAR-glaasje beweegt. Indien zij een met vloeistof gevuld glaasje geheel boven het niveau van het heliumbad brachten, liep het snel leeg, terwijl de vloeistof van den onderkant van het glaasje naar beneden druppelde. De snelheid, waarmee de film zich beweegt, is volgens DAUNT en MENDELSSOHN tusschen $1,0$ en $1,6^\circ$ K vrijwel constant en gelijk aan 20 cm/sec. Boven $1,6^\circ$ K neemt deze snelheid af, tot haar waarde bij het lambdapunt gelijk aan nul is geworden. Voor de dikte van de film vonden zij een waarde van ongeveer $3,5 \cdot 10^{-6}$ cm.

DAUNT en MENDELSSOHN onderzochten ook het warmtegeleidingsvermogen van de film. Zij legden hiertoe om den buitenwand van een glaasje, dat zich in het vloeibare helium bevond, een koperen ring, waardoor zij een electricen stroom konden sturen. Zoodra het glaasje geheel uit het bad getrokken werd, liep het, in overeenstemming met de bovenbeschreven eigenschappen van de ROLLIN-film, met een bepaalde snelheid leeg. Deze snelheid bleef echter dezelfde of er een electriche stroom door den ring liep of niet. Er had dus gedurende het stoken geen extra verdamping in het glaasje plaats, hetgeen beteekent, dat er geen warmte naar binnen getransporteerd werd.

De genoemde onderzoekers trokken hieruit de conclusie, dat het warmtegeleidingsvermogen van de film betrekkelijk gering is, maar dat zij zich beweegt van koudere naar warmere plaatsen, alwaar zij regelmatig verdampt. Door de onderzoekingen van ROLLIN en SIMON²⁷⁾ en van BLAISSE, COOKE en HULL²⁸⁾ kwam de juistheid van deze conclusie vast te staan. Het groote warmtetransport, dat hierdoor plaats kan hebben, wordt het best geïllustreerd door het ideale geval van een gesloten vat, dat naast vloeibaar helium II ook damp bevat. De wand van het vat zal boven de vloeistof geheel of gedeeltelijk bedekt zijn met de ROLLIN-film. Op de warmste plaatsen zal de film verdampen, terwijl de damp op de koudste plaatsen zal condenseeren. Volgens deze voorstelling zou het warmtetransport dus plaats hebben door den damp.

Nu meenen DAUNT en MENDELSSOHN, dat in een capillair, die gevuld is met vloeibaar helium II, de vloeistof, welke zich dicht langs den wand bevindt, ongeveer dezelfde eigenschappen vertoont als de ROLLIN-film. Zij trachten de warmtegeleidingsverschijnselen van helium II in capillairen te verklaren door een streaming van deze

oppervlakte-laag van koudere naar warmere plaatsen, analoog aan de streaming van de ROLLIN-film. Door het product van de streamingssnelheid van de film en de soortelijke warmte van het vloeibare helium voor een aantal verschillende temperaturen te berekenen en deze waarden uit te zetten tegen de temperatuur, verkregen DAUNT en MENDELSSOHN inderdaad een kromme, welke ongeveer denzelfden vorm had, als de krommen in ons φ, T -diagram (fig. 6 van Hoofdstuk III B).

Indien men veronderstelt, dat de oppervlakte-laag in de met vloeistof gevulde capillair dezelfde dikte heeft als de ROLLIN-film en dat zij zich met dezelfde snelheid voortbeweegt, kan men met behulp van de soortelijke warmte en de dichtheid van het helium II op eenvoudige wijze de energie berekenen, welke door haar getransporteerd kan worden. Wij berekenden, dat dit energietransport bij capillair I en bij een temperatuurverval van $3 \cdot 10^{-3}$ graad/cm $2 \cdot 10^{-8}$ Watt zou bedragen. Uit onze metingen blijkt, dat het werkelijke energietransport, onder dezelfde omstandigheden, gelijk is aan $9 \cdot 10^{-4}$ Watt. De orde van grootte stemt dus in het geheel niet overeen.

Bovendien hebben DAUNT en MENDELSSOHN geconstateerd, dat de hoeveelheid vloeistof, welke door de ROLLIN-film getransporteerd wordt, evenredig is met den omtrek van de buis, waardoor zij zich beweegt. In de voorstelling, welke deze onderzoekers zich maken van de warmtegeleiding zou dit beteekenen, dat de warmtestroom door een capillair recht evenredig zou moeten zijn met den omtrek van haar doorsnede, terwijl wij gevonden hebben, dat hij evenredig is met het oppervlak daarvan.

Op grond van deze argumenten meenen wij de opvatting van DAUNT en MENDELSSOHN over de warmtegeleiding in helium II niet te kunnen aanvaarden.

§ 2. *Het Fonteineffect.* Het toestel, waarmee ALLEN en JONES¹³⁾ het fonteineffect onderzochten, bestond uit een glazen capillair, welke aan de onderzijde rechtstreeks met het cryostaatbad in verbinding stond, terwijl zij aan de bovenzijde uitmondde in een open reservoir, waarin zich een stookdraad bevond. Dit toestel werd zoover in het heliumbad gedompeld, dat het reservoir voor de helft boven den vloeistofspiegel uitstak. Indien er in het reservoir gestookt werd en er dus een warmtestroom door de capillair naar beneden

liep, steeg de vloeistofspiegel in het reservoir boven dien van het bad. De onderzoekers concludeerden hieruit, dat een positief temperatuurverval in het vloeibare helium II gepaard gaat met een positief drukverval. Zij gaven aan dit verschijnsel den naam van „fonteineffect”, omdat zij hun proeven zoo konden inrichten, dat er een fontein van vloeibaar helium ontstond, die tot een hoogte van 16 cm kon spuiten.

Het effect was het grootst bij nauwe capillairen. Daarom vulden ALLEN en REEKIE¹⁹⁾, bij een verder onderzoek van het fonteineffect, een buis met amaril-poeder. De gemiddelde doorsnede van de openingen tusschen de korrels werd door hen geschat op 0,01 mm. Zij namen waar, dat het drukverval evenredig was met den warmtestroom en dat het als een functie van de temperatuur een maximum vertoonde bij 1,7° K, welk maximum dus niet samenviel met dat van de warmtegeleiding, daar dit ongeveer bij 1,92° K ligt (zie fig. 6 van Hoofdstuk III B).

H. LONDON²⁹⁾ heeft getracht de groote warmtegeleiding in helium II te verklaren met behulp van het fonteineffect. Hij nam aan, dat er in de capillairen, waarin de warmtegeleiding gemeten wordt, convectiestroomingen optreden en wel langs den wand van de capillair een strooming van een lageren naar een hoogerem druk en in het midden van de capillair een strooming in de omgekeerde richting (zie fig. 12).

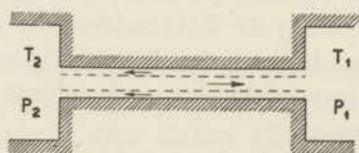


Fig. 12. Het thermo-mechanische effect.

$$T_2 > T_1$$

$$P_2 > P_1$$

Het fonteineffect beschouwt hij als een mechanisch analogon van het thermo-electrische effect. F. LONDON³¹⁾ heeft aangetoond, dat een dergelijk thermo-mechanisch effect kan optreden, indien men aanneemt, dat er een verschil is tusschen de entropie van de laag vloeibaar helium langs den wand en die van de vrije vloeistof en dat de oppervlakte-laag zich langs den wand kan bewegen. Men kan de capillair met vloeibaar helium dan

opvatten als twee reepen, ieder van een verschillend metaal, welke over de geheele lengte op elkaar gesoldeerd zijn. Indien men een temperatuurverschil tusschen de uiteinden van de aldus verkregen staaf zou aanbrengen, zou in het eene metaal een stroom van lagere naar hoogere, in het andere metaal een stroom van hoogere naar lagere temperatuur gaan loopen. In de capillair, gevuld met vloeibaar helium, zouden in analogie hiermee convectiestromen optreden in de richtingen, welke in fig. 12 door de pijlen worden aangeduid.

Het fonteineffect zou nu verklaard kunnen worden als een druk-effect, dat overeenkomt met de thermokracht van een thermoelement. De PELTIER-warmte aan de uiteinden van de capillair zou een verklaring moeten geven van de warmtegeleiding.

Indien men de entropie van de vloeistof langs den wand S_l , die van de vrije vloeistof S_o en den totalen stroom I noemt, zou de PELTIER-warmte aan elk der uiteinden gegeven worden door een uitdrukking:

$$Q = T \cdot (S_o - S_l) \cdot I \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Een experimenteel argument voor het optreden van het bovenbeschreven mechanisme gaven DAUNT en MENDELSSOHN³⁰⁾. Zij brachten een DEWAR-glaasje, dat aan de bovenzijde open was en waarin zich een stookdraad bevond, in het heliumbad. Aanvankelijk stonden de vloeistofspiegels binnen en buiten het glaasje even hoog. Indien er echter in het glaasje gestookt werd, rees daar de vloeistofspiegel. Blijkbaar bewoog de ROLLIN-film zich dus over den rand van het glaasje naar de warmste plaats. Dit komt overeen met de richting, waarin de oppervlakte-laag zich volgens H. LONDON bij het fonteineffect zou bewegen.

Indien men veronderstelt, dat het fonteineffect een mechanisch analogon van het thermo-electrische effect is, volgt hieruit onmiddellijk, dat een vloeistofstroom door de capillair ook omgekeerd een temperatuurverschil tusschen de uiteinden daarvan veroorzaakt. Dit *mechano-calorische effect*, dat door TISZA³²⁾ voorspeld was, is ook gevonden door DAUNT en MENDELSSOHN (l.c.).

F. LONDON heeft het eerst de meening uitgesproken, dat het gedrag van vloeibaar helium II overeenkomst vertoont met dat van een gedeeltelijk gecondenseerd BOSE-EINSTEIN gas *). Bij zijn

*) In § 4 wordt hierop nader ingegaan.

poging om de warmtegeleiding in vloeibaar helium II te verklaren met behulp van het fonteinffect, maakte H. LONDON gebruik van de opvatting van TISZA over het gedrag van een dergelijk gas. Hij veronderstelde namelijk, dat de entropie van de vloeistof langs den wand gelijk zou zijn aan nul. In dat geval zou de PELTIER-warmte, dus ook de warmtegeleiding, haar maximale waarde krijgen (zie form. 13).

Om de orde van grootte van de warmtegeleiding te kunnen verklaren, moet men echter of aan de oppervlakte-laag een veel grootere dikte toekennen dan de ROLLIN-film bezit *), of veronderstellen, dat zij zich beweegt met een snelheid van ongeveer 10^4 cm/sec.

De latere metingen van ALLEN en REEKIE³³⁾ hebben trouwens weer nieuwe moeilijkheden aan de theorie van H. LONDON in den weg gelegd. Bij capillairen, waarvan de inwendige diameter grooter was dan 1 mm, bleek namelijk een negatief fonteinffect op te treden. De genoemde onderzoekers trachtten dit verschijnsel te verklaren, door aan te nemen, dat in het midden van de capillair een kracht werkt, die de vloeistof in de richting van den warmtestroom drijft. Zij meenen, dat er bij het fonteinffect onderscheid moet worden gemaakt tusschen:

- a. een oppervlakte-effect, dat een drukverval in de richting van het temperatuurverval geeft,
- b. een volume-effect, dat een drukverval in de tegengestelde richting veroorzaakt.

§ 3. Andere onderzoekingen over de warmtegeleiding in helium II.

a. De invloed van den druk op de warmtegeleiding in vloeibaar helium II is onderzocht door ALLEN en GANZ¹⁶⁾. Zij gebruikten een capillair van nieuw-zilver met een lengte van 1 m en een inwendigen diameter van 0,20 mm. Al hun metingen hebben betrekking op een temperatuurverval van $1 \cdot 10^{-3}$ graad/cm. De resultaten zijn weergegeven in fig. 13. De warmtegeleiding vertoont, in het geheele temperatuurgebied tusschen $1,2^\circ$ K en het λ -punt, een lineaire afhankelijkheid van den druk. Beneden $1,63^\circ$ K heeft de druk-

*) Uit de metingen van ALLEN en MISENER³⁴⁾, over de strooming van vloeibaar helium II door zeer nauwe capillairen, zou men echter concluderen, dat de dikte van de oppervlakte-laag in de vloeistof van dezelfde orde van grootte is, als die van de ROLLIN-film.

coëfficiënt een geringe positieve, boven die temperatuur een groote negatieve waarde.

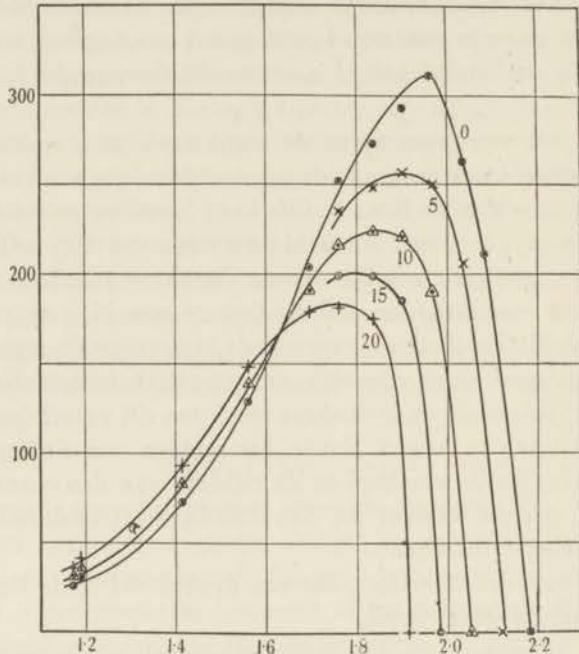


Fig. 13. Het warmtegeleidingsvermogen in cal/graad.cm.sec. als een functie van de temperatuur voor verschillende drucken. De getallen bij de krommen geven den druk in atm.

Het is merkwaardig, dat de twee temperatuurgebieden, welke wij naar aanleiding van de resultaten van ons onderzoek onderscheiden hebben *), ook in deze metingen met ongeveer dezelfde grenzen optreden.

De waarnemingen voor de kromme bij 0 atm. (fig. 13) zijn gedaan bij den druk van den verzadigden damp. Wij zien, dat de kromme een behoorlijke overeenkomst vertoont met de resultaten van onze metingen **).

*) Zie Hoofdstuk III B.

***) Men vergelijke met de kromme voor een temperatuurverval van $1 \cdot 10^{-3}$ graad/cm in fig. 6 van Hoofdstuk III B.

Bij de verklaring van den invloed van den druk op de warmtegeleiding gingen ALLEN en GANZ uit van de formule, welke in de kinetische gastheorie wordt afgeleid voor den warmtegeleidingscoëfficiënt λ (zie form. (14) van § 5).

Van de grootheden, welke volgens deze formule het gedrag van de warmtegeleiding bepalen, veranderen de dichtheid³⁵⁾ en de soortelijke warmte³⁶⁾ aanmerkelijk met den druk, zoodat hieruit de positieve waarde van den drukcoëfficiënt beneden $1,63^\circ \text{K}$ zou kunnen worden verklaard.

Den negatieven drukcoëfficiënt boven $1,63^\circ \text{K}$ trachtten ALLEN en GANZ op een andere wijze te verklaren. Hiertoe bepaalden zij het quotient van de gemeten waarden van den warmtegeleidingscoëfficiënt en $\frac{1}{3} c_v \cdot \rho$. Dit quotient, dat volgens formule (14) gelijk moet zijn aan $v \cdot s$ werd uitgezet tegen de temperatuur. Uit fig. 14, welke aan de publicatie van de genoemde onderzoekers ontleend is, blijkt duidelijk, dat de waarde van het product $v \cdot s$ in de buurt van het λ -punt zeer snel stijgt bij afnemende temperatuur; verder, dat het sterk afneemt bij toenemenden druk.

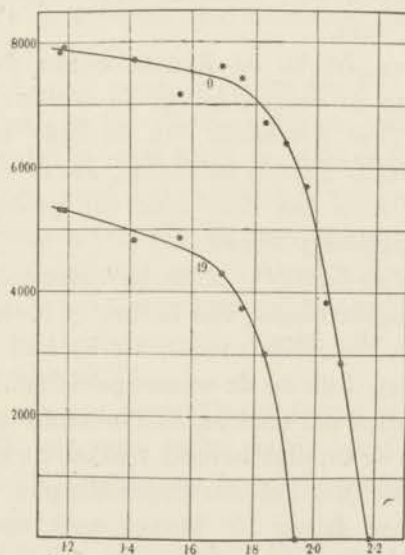


Fig. 14. Het product $v \cdot s$ in cm^2/sec . als een functie van de temperatuur bij den druk van den verzadigden damp en bij 19 atm.

De negatieve drukcoëfficiënt van de warmtegeleiding in het gebied boven $1,63^{\circ}\text{K}$ moet daarom volgens ALLEN en GANZ toegeschreven worden aan de afname van de vrije weglengte der helium-atomen, wanneer de vloeistof wordt samengeperst.

b. Door ALLEN en REEKIE¹⁹⁾ zijn metingen verricht over de warmtegeleiding in vloeibaar helium in *zeer nauwe capillairen*. Zij gebruikten een buis, welke gevuld was met amaril-poeder, dat een korrelgrootte van 0,01 tot 0,05 mm had. Hoewel de absolute waarde van de warmtegeleiding niet nauwkeurig uit hun proeven bepaald kan worden, daar zij de gemiddelde doorsnede der capillaire openingen slechts konden schatten (ongeveer 0,01 mm), vermelden de beide onderzoekers toch, dat zij belangrijk kleiner is, dan de door ons gevonden waarden. Ook zou de warmtegeleiding een ander verloop met de temperatuur vertoonen. Terwijl zij bij onze metingen bij $1,9^{\circ}\text{K}$ slechts een factor 10 groter was dan bij $1,15^{\circ}\text{K}$, bedroeg dit verschil bij de metingen met het poeder volgens ALLEN en REEKIE een factor 70. Tenslotte namen zij bij een temperatuur van $1,25^{\circ}\text{K}$, wanneer het temperatuurverval groter was dan $1,5 \cdot 10^{-3}$ graad/cm een lineaire afhankelijkheid tusschen den warmtestroom en het temperatuurverval waar.

De metingen van ALLEN en REEKIE wijzen dus op een zeer grooten invloed van de doorsnede van de capillair op de warmtegeleiding, indien deze doorsnede van de orde van grootte van 0,01 mm wordt. Het is daarom belangrijk, dat er metingen worden verricht met capillairen van deze orde van grootte, waarvan de doorsnede wel nauwkeurig bekend is.

c. Door ALLEN en GANZ¹⁶⁾ is een bovenste grens bepaald voor het warmtegeleidingsvermogen van *helium in vasten toestand*. Zij gebruikten hiervoor hetzelfde toestel, als bij hun onderzoek naar den invloed van den druk op de warmtegeleiding. Uit het feit, dat het niet mogelijk bleek een stationnairen toestand te krijgen, zoodra zich vast helium in de capillair bevond, trokken de genoemde onderzoekers de conclusie, dat het warmtegeleidingsvermogen van vast helium minstens een factor 10^3 kleiner moet zijn, dan dat van vloeibaar helium II.

§ 4. *De structuur van vloeibaar helium II* *). Omdat men vanuit de verschillende theorieën, welke over de structuur van het vloeibare helium II zijn opgesteld, tracht het probleem van de warmtegeleiding te benaderen, willen wij in het volgende een kort overzicht geven van deze theorieën.

Reeds in 1932 heeft W. H. KEESOM ³⁷⁾ argumenten aangevoerd ten gunste van de opvatting, dat helium II een kwasi-kristallijne structuur zou bezitten. SIMON ³⁸⁾ wees er op, dat de entropieën van vloeibaar en vast helium elkander bij $T \rightarrow 0$ schijnen te naderen en leidde hieruit af, dat de vloeistof zich evenals het vaste helium bij het absolute nulpunt in een geordenden toestand moet bevinden. Later merkte hij op, dat de nulpuntsenergie voor helium II van dezelfde orde van grootte is, als de energie van het atoomrooster, waardoor het vloeibaar blijven, zelfs bij zeer lage temperaturen verklaard zou kunnen worden.

F. LONDON, die het eerst een suggestie heeft gegeven over het roostertype van een ruimtelijke ordening in het vloeibare helium II ³⁹⁾, heeft naderhand de mogelijkheid van een dergelijke ordening totaal verworpen en een theorie opgesteld, waarin de analogie tusschen de vloeistof en een gedeeltelijk gecondenseerd BOSE-EINSTEIN gas behandeld wordt ⁴⁰⁾.

Voortbouwend op de eerste gedachte van F. LONDON omtrent de ruimtelijke ordening in het vloeibare helium, ontdekte TACONIS ⁴¹⁾ een structuur, welke in staat bleek te zijn het RÖNTGEN-diffractiebeeld, dat door hem werd waargenomen te verklaren. Deze structuur behoort tot de ruimtegroep T_d^2 . Zij bezit de eigenschap, dat er door het rooster een stelsel van rechte kanalen loopt, met zoodanige doorsneden, dat een helium-atoom zich daarin gemakkelijk kan bewegen. TACONIS heeft getracht hiermee de warmtegeleiding in helium II te verklaren **).

De gedachte aan een ruimtelijke ordening verwerpend, vormde F. LONDON zich later een geheel ander beeld van het vloeibare helium II, waarbij hij uitging van de golftheorie der materie. Volgens

*) Hierbij dank ik H. J. GROENEWOLD, Phil. Nat. Drs., voor de vruchtbare besprekingen, welke ik met hem over dit onderwerp heb mogen voeren.

***) Zie § 5.

deze theorie wordt het gedrag van gasvormig helium beschreven door de BOSE-EINSTEIN statistiek. EINSTEIN ⁴²⁾ heeft reeds in 1925 aangetoond, dat een ideaal gas volgens deze statistiek een condensatie-verschijnsel moet vertoonen. F. LONDON ³¹⁾ heeft berekend, dat deze condensatie in het helium, indien men dit als een ideaal gas opvat, bij ongeveer 3° K moet optreden en verder, dat de afgeleide van de kromme voor de soortelijke warmte in dat punt een discontinuïteit moet vertoonen.

Hij meent, dat het zeer goed mogelijk is, dat men, indien men de uitbreidbaarheid der atomen en hun onderlinge wisselwerking in rekening brengt, voor het condensatie-punt een temperatuur zal vinden, welke dichter in de buurt van het λ -punt ligt en dat er dan ook een sprong in de soortelijke warmte zal optreden *).

Het condensatie-verschijnsel beschrijft F. LONDON als een evenwicht tusschen twee fasen, waarvan de eene slechts moleculen bevat met een snelheid nul **), terwijl in de andere een gewone snelheidsverdeling heerscht, welke afhangt van de temperatuur. De beide fasen zouden niet ruimtelijk te scheiden zijn.

§ 5. *Slotbeschouwing.* In het algemeen heeft het warmte-transport in de elektrische isolators plaats:

- a. door elastische golven,
- b. door convectiestroomen,
- c. door moleculen, die zich vrij kunnen bewegen.

a. Bij vaste stoffen, waar de deeltjes in een kristalrooster geordend en aan een bepaalden evenwichtsstand gebonden zijn, heeft de warmtegeleiding volgens DEBYE ⁴⁴⁾ plaats door *elastische golven*. Ook bij vloeistoffen kan men zich voorstellen, dat de warmte getransporteerd wordt door elastische golven, welke echter een ander karakter dragen dan bij de vaste stoffen. In het algemeen is ook de strooïing van de golven bij de vloeistoffen grooter.

*) BIJL, DE BOER en MICHELS ⁴³⁾ hebben de wisselwerking tusschen de atomen wel in rekening gebracht. Zij kunnen onder een bepaalde aanname het verloop van de kromme voor de soortelijke warmte verklaren.

***) De nulpuntsenergie wordt hier buiten beschouwing gelaten.

Indien men het groote warmtegeleidingsvermogen van vloeibaar helium II zou willen verklaren met behulp van elastische golven, zou men aan deze golven een veel grootere vrije weglengte moeten toekennen, dan zij in vast helium bezitten *). Daar het echter niet duidelijk is, waardoor deze groote vrije weglengte veroorzaakt zou kunnen worden, meenen wij te mogen besluiten, dat het zeer onwaarschijnlijk is, dat de warmtegeleiding in vloeibaar helium II veroorzaakt wordt door elastische golven.

Een eenigszins gewijzigd beeld van de rooster-warmtegeleiding is ontworpen door JONES ⁴⁵⁾. Hij sluit aan bij de opvatting van FRÖHLICH ⁴⁶⁾, die aan het helium II een kristalrooster toekent, dat evenveel bezette als open plaatsen bevat, en het lambdaverschijnsel beschouwt als een langzaam ordeningsproces tusschen de heliumatomen en de „gaten”, welk proces overeen zou komen met de ordeningsverschijnselen bij sommige legeringen (BRAGG en WILLIAMS ⁴⁷⁾ en BETHE ⁴⁸⁾).

Bij hogere temperaturen zouden zich meer atomen in de gaten bevinden, dit zou een grootere wanorde beteekenen. Volgens JONES zouden zich wanorde-golven door het rooster voortplanten van hooge naar lage temperatuur. Als hij echter later aanneemt, dat de koppeling tusschen de „foute” atomen, (dit zijn de atomen, die zich in de gaten bevinden) en het rooster gering is en dat deze atomen zich door de kanalen in het rooster bewegen, dan komt zijn voorstelling ons inziens neer op de beschouwingen van KEESOM en TACONIS, die nog nader behandeld zullen worden.

b. Uitgaande van het verschijnsel van de ROLLIN-film of van het fonteineffect heeft men getracht de warmtegeleiding in helium II te verklaren door *convectiestroomen* in de vloeistof. Op grond van de argumenten, die wij in § 1 en § 2 gegeven hebben, meenen wij een dergelijke verklaring niet te kunnen aanvaarden.

c. In de kinetische gastheorie wordt de volgende formule afgeleid voor het geval, dat het warmtetransport plaats heeft door *deeltjes, die zich vrij kunnen bewegen*:

*) Het warmtegeleidingsvermogen van vast helium is zeer veel kleiner dan dat van helium II (zie § 3c).

$$\lambda = \frac{1}{3} c_v \cdot \rho \cdot v \cdot s \dots \dots \dots (14)$$

Hierin is:

- λ = de warmtegeleidingscoëfficiënt,
- c_v = de soortelijke warmte,
- ρ = de dichtheid,
- v = de gemiddelde snelheid van de deeltjes,
- s = hun gemiddelde vrije weglengte.

Allereerst merken wij op, dat voor vloeibaar helium I dezelfde formule geldt en dat het warmtegeleidingsvermogen van deze stof inderdaad van dezelfde orde van grootte is, als dat van de gassen *). Nu zijn de veranderingen van c_v , ρ en v bij den overgang van helium I naar helium II klein, ten opzichte van het verschil in het warmtegeleidingsvermogen van deze twee toestanden. Wil men daarom het zeer hooge warmtegeleidingsvermogen van helium II verklaren met behulp van deeltjes, welke zich vrij kunnen bewegen, dan moet men aan deze deeltjes een *abnormaal groote vrije weglengte* toekennen.

Indien wij de resultaten van onze metingen (bijv. fig. 6 van Hoofdstuk III B) vergelijken met de kromme voor de soortelijke warmte van het vloeibare helium³⁾, dan bemerken wij, dat het maximum van de warmtegeleiding geenszins samenvalt met dat van de soortelijke warmte. Terwijl de eerste een neiging vertoont bij het lambdapunt naar nul te gaan, heeft de laatste daar haar maximale waarde. Nu vonden wij reeds bij temperaturen beneden $1,6^\circ \text{K}$, dat de warmtestroom evenredig was met T^5 (formule (9) van Hoofdstuk III B), terwijl de soortelijke warmte daar, volgens de laatste metingen van KEESOM en WESTMIJZE⁴⁾, evenredig is met $T^{5,68}$. Volgens formule (14) zou dit beteekenen, dat de vrije weglengte in dit gebied reeds zou afnemen bij toenemende temperatuur. De afwijking van de T^5 -kromme boven $1,6^\circ \text{K}$ (fig. 6), het bereiken van de maximale waarde van φ , lang voordat de soortelijke warmte haar maximum bereikt, en de daarna volgende snelle daling van de φ -waarden zouden volgens dezelfde formule een zeer snelle afname van de vrije weglengte boven $1,6^\circ \text{K}$ beteekenen. Dit wordt zeer goed geïllustreerd door de figuur van ALLEN en GANZ (fig. 14).

*) Zie Hoofdstuk I § 2.

waarin het quotient van λ en $\frac{1}{3} \cdot c_v \cdot \rho$ is uitgezet tegen de temperatuur.

De zeer snelle afname van de vrije weglengte tusschen $1,6^\circ$ K en het λ -punt levert, indien men de bovengestelde hypothese eenmaal aanvaardt, geen bijzondere moeilijkheden op. Men kan haar immers gemakkelijk verklaren uit de veranderingen, welke beneden het λ -punt in de vloeistof plaats vinden en welke, zooals uit het entropie-diagram van W. H. KEESOM en Mejuffrouw A. P. KEESOM ⁵¹⁾ blijkt, een geleidelijk verloop hebben.

De theorieën van KEESOM en TACONIS ⁴¹⁾, van MICHELS, BIJL en DE BOER ⁵⁰⁾ en van TISZA ³²⁾ komen hierin overeen, dat deze onderzoekers de warmtegeleiding in helium II trachten te verklaren met behulp van de zeer groote vrije weglengte, welke zij aan de deeltjes, die de energie transporteren, toekennen. Overigens berusten deze theorieën op totaal verschillende grondslagen. Terwijl KEESOM en TACONIS uitgaan van de kwasi-kristallijne structuur, welke volgens hen aan het helium kan worden toegekend *), zijn de beschouwingen van de andere onderzoekers gebaseerd op de opvatting van F. LONDON ³¹⁾ over de analogie tusschen helium II en een gedeeltelijk gecondenseerd BOSE-EINSTEIN gas.

TACONIS merkt op, dat de open plaatsen, welke in de door hem gevonden structuur voorkomen, zich juist op rechte lijnen bevinden, zoodat er kanalen gevormd worden, waardoor een helium-atoom zich gemakkelijk zou kunnen bewegen. Men kan zich voorstellen, dat op de plaats, waar er warmte aan de vloeistof wordt toegevoegd, een atoom een zoo groote kinetische energie krijgt, dat het zich uit het rooster losmaakt, in een kanaal schiet en dan de energie zonder veel strooïing over een grooten afstand kan transporteren. Meer algemeen stelt hij zich voor, dat de kinetische energie, welke behoort bij een bepaalde temperatuur, afgezien van de nulpuntsenergie, hoofdzakelijk gedragen wordt door de zich in de kanalen bewegende atomen.

De snelle toename van de vrije weglengte, als we van af het λ -punt naar beneden gaan tot $1,6^\circ$ K (fig. 14), zou in deze voorstelling verklaard kunnen worden door de ordening, welke volgens

*) Zie § 4.

FRÖHLICH⁴⁶⁾ in dat gebied moet plaats hebben, en waarbij de kanalen tot ontwikkeling zouden komen.

Terwijl F. LONDON zelf getracht heeft de warmtegeleiding te verklaren uit het fonteineffect^{*}), hebben MICHELS, BIJL en DE BOER en TISZA getracht een directe verklaring te vinden, door een consequente doorvoering van zijn theorie over de BOSE-EINSTEIN condensatie van het helium. Bij deze condensatie zou een naar lage temperaturen steeds toenemend aantal gecondenseerde atomen ontstaan, waarvan de energie, afgezien van de nulpuntsenergie, gelijk aan nul zou zijn. De niet-gecondenseerde atomen zouden in hun beweging niet gestoord worden door de gecondenseerde, zoodat de vrije weglengte uitsluitend zou afhangen van het aantal niet-gecondenseerde atomen. Daar dit aantal afneemt bij afnemende temperatuur zou hiermee de toename van de vrije weglengte in het gebied tusschen het lambdapunt en $1,6^{\circ}$ K verklaard kunnen worden.

Zoowel KEESOM en TACONIS (l.c.) als BIJL, DE BOER en MICHELS⁴³⁾ trachtten het feit, dat de warmtestroom langzamer toeneemt dan het temperatuurverval^{**)} te verklaren uit de onderlinge botsingen tusschen de bewegende atomen. Een grooter temperatuurverval gaat namelijk gepaard met een grooteren warmtestroom, waarvoor een grooter aantal deeltjes, welke zich in dezelfde richting bewegen, noodig is. Hierdoor zou de vrije weglengte verkleind worden.

Het moge opgemerkt worden, dat men, indien men formule (14) in overeenstemming wil brengen met formule (11), moet veronderstellen, dat de vrije weglengte evenredig is met $(dT/dx)^{-2/3}$.

Wij zien hieruit, dat zich bij de twee laatst-behandelde, evenals bij de andere theorieën, zeer fundamenteele moeilijkheden voordoen. Daarom achten wij het in den huidige stand der theoretische en experimenteele onderzoekingen niet mogelijk, uit te maken welke van deze theorieën aan de werkelijkheid beantwoordt.

*) Zie § 2.

***) Zie Hoofdstuk III B formule (11).

LITTERATUUR.

- 1) W. H. KEESOM and M. WOLFKE, Commun. *) No. 190b; Verslag. kon. Akad. Amsterdam, **36**, 1204, 1927.
- 2) W. H. KEESOM und K. CLUSIUS, Commun. No. 219e; Proc. roy. Acad. Amsterdam, **35**, 307, 1932.
- 3) Mej. A. P. KEESOM, Acad. proefschrift, Leiden, 1938.
W. H. KEESOM and Miss. A. P. KEESOM, Commun. No. 221d en No. 235d; Proc. roy. Acad. Amsterdam, **35**, 736, 1932 en Physica, 's-Grav. **2**, 557, 1935.
- 4) W. H. KEESOM, Commun. Suppl. No. 75a; Proc. roy. Acad. Amsterdam, **36**, 147, 1933.
- 5) P. EHRENFEST, Commun. Suppl. No. 75b; Proc. roy. Acad. Amsterdam, **36**, 153, 1933.
- 6) W. H. KEESOM, Commun. Suppl. 80b; Rapp. Commun. 7e Congr. int. Froid, 's-Gravenhage-Amsterdam, 1936.
- 7) W. H. KEESOM und K. CLUSIUS, Commun. No. 216b; Proc. roy. Acad. Amsterdam, **34**, 605, 1931.
- 8) G. SCHMIDT, Acad. proefschrift, Leiden, 1938, blz. 113.
G. SCHMIDT and W. H. KEESOM, Commun. No. 250c; Physica, 's-Grav. **4**, 971, 1937.
- 9) B. V. ROLLIN, Acad. proefschrift, Oxford, 1935; geciteerd volgens N. KÜRTI, F. SIMON and B. V. ROLLIN²⁴).
- 10) W. H. KEESOM and Miss. A. P. KEESOM, Commun. No. 242g; Physica, 's-Grav., **3**, 359, 1936.
- 11) M. WOLFKE and W. H. KEESOM, Commun. No. 242f; Physica, 's-Grav., **3**, 823, 1936.
- 12) J. F. ALLEN, R. PEIERLS and M. Z. UDDIN, Nature, London, **140**, 62, 1937.
Zie ook: J. D. COCKROFT, Il nuovo Cimento, **15**, 35, 1938.
- 13) J. F. ALLEN and H. JONES, Nature, London, **141**, 243, 1938.
- 14) W. H. KEESOM, Miss. A. P. KEESOM and B. F. SARIS, Commun. No. 252d; Physica, 's-Grav., **5**, 281, 1938.
- 15) J. N. VAN DEN ENDE, Acad. Proefschrift, Leiden, 1932.
- 16) J. F. ALLEN and E. GANZ, Proc. roy. soc. London, A **171**, 242, 1939.
- 17) P. VAN DER LEEDEN, Acad. Proefschrift, Leiden, 1940, blz. 74.
- 18) W. H. KEESOM and B. F. SARIS, Commun. No. 257d; Physica, 's-Grav., **7**, 241, 1940.
- 19) J. F. ALLEN and J. REEKIE, Proc. Cambr. phil. soc., **35**, 114, 1939.

*) Commun. beteekent: Communications from the Kamerlingh Onnes Laboratory of the University of Leiden.

- 20) W. H. KEESOM, B. F. SARIS and L. MEYER, Commun. No. 260a; Physica, 's-Grav., 7, 870, 1940.
- 21) N. KÜRTI and F. SIMON, Nature, London, 142, 207, 1938.
- 22) Mej. A. P. KEESOM, Acad. Proefschrift, Leiden, 1938, blz. 82.
- 23) H. KAMERLINGH ONNES, Commun. No. 159, Transactions of the Faraday Soc. No. 53, Vol. XVIII, part. 2, 1922.
- 24) N. KÜRTI, F. SIMON and B. V. ROLLIN, Physica, 's-Grav., 3, 269, noot ** 1936; zie ook: B. V. ROLLIN, Rapp. Commun. 7e Congr. int. Froid, 's-Grav.-Amsterdam, 1936.
- 25) A. K. KIKOIN and G. L. LASAREW, Nature, London, 141, 912 en 142, 289, 1938.
- 26) J. G. DAUNT and K. MENDELSSOHN, Nature, London, 141, 911 en 142, 475, 1938; zie ook: J. G. DAUNT and K. MENDELSSOHN, Proc. roy. soc. London, A 170, 423 en 439, 1939.
- 27) B. V. ROLLIN and F. SIMON, Physica, 's-Grav., 6, 219, 1939.
- 28) B. S. BLAISSE, A. H. COOKE and R. A. HULL, Physica, 's-Grav., 6, 231, 1939.
- 29) H. LONDON, Proc. roy. soc. London, A 171, 484, 1939.
- 30) J. G. DAUNT and K. MENDELSSOHN, Nature, London, 143, 719, 1939.
- 31) F. LONDON, Phys. Rev. 54, 947, 1938.
Zie ook: F. LONDON, Journ. phys. Chem., 43, 49, 1939.
- 32) L. TISZA, Nature, London, 141, 912, 1938.
- 33) J. F. ALLEN and J. REEKIE, Nature, London, 144, 475, 1939.
- 34) J. F. ALLEN and A. D. MISENER, Proc. roy. soc. London, A 172, 467, 1939.
- 35) W. H. KEESOM and Miss. A. P. KEESOM, Commun. Suppl. No. 76b; Physica, 's-Grav., 1, 128, 1933—1934.
- 36) W. H. KEESOM and Miss. A. P. KEESOM, Commun. No. 235d; Physica, 's-Grav., 2, 557, 1935.
- 37) W. H. KEESOM, Commun. Suppl. No. 71e; Rapp. Commun. 6e Congr. int. Froid, Buenos Aires, 1932.
- 38) F. SIMON, Erg. ex. Naturwiss., 9, 235 en 247, 1930; zie ook: F. SIMON, Nature, London, 133, 529, 1934.
- 39) F. LONDON, Proc. roy. soc. London, A 153, 576, 1936.
- 40) F. LONDON, Nature, London, 141, 643, 1937; zie ook 31).
- 41) K. W. TACONIS, Acad. proefschrift, Leiden, 1938, Hoofdst. III; zie ook: W. H. KEESOM and K. W. TACONIS, Commun. No. 252c; Physica, 's-Grav., 5, 270, 1938.
- 42) A. EINSTEIN, Ber. Berl. Akad., 1924, 261 en 1925, 3.
- 43) A. BIJL, J. DE BOER and A. MICHELS, Commun. of the Van der Waals Fund.; zal binnenkort gepubliceerd worden in Physica, 's-Grav.
- 44) P. DEBIJE, Vorträge über die Kinetische Theorie der Materie, (Göttingen) 1914.
- 45) H. JONES, Proc. cambr. phil. soc., 34, 253, 1938.
- 46) H. FRÖHLICH, Physica, 's-Grav., 4, 639, 1937.

- 47) W. L. BRAGG and E. I. WILLIAMS, Proc. roy. soc. London, A 151, 540, 1935.
- 48) H. BETHE, Proc. roy. soc. London, A 150, 552, 1935.
- 49) W. H. KEESOM and W. K. WESTMIJZE; zal binnenkort gepubliceerd worden in Physica.
- 50) A. MICHELS, A. BIJL and J. DE BOER, Physica, 's-Grav., 5, 121, 1938. Zie ook ⁴³⁾.
- 51) W. H. KEESOM and Miss. A. P. KEESOM, Commun. Suppl. No. 76c; Physica, 's-Grav., 1, 161, fig. 1, 1933—1934.

The first part of the report deals with the general situation of the country and the progress of the work during the year. It is followed by a detailed account of the various projects and the results achieved. The report concludes with a summary of the work done and the prospects for the future.

The work has been carried out in accordance with the programme of work approved by the Council of the League of Nations. It has been carried out in a spirit of cooperation and in the best interests of the League.

The results of the work have been most satisfactory. It has been possible to carry out all the projects planned and to achieve the results desired. The work has been carried out in a spirit of cooperation and in the best interests of the League.

The work has been carried out in accordance with the programme of work approved by the Council of the League of Nations. It has been carried out in a spirit of cooperation and in the best interests of the League.

The results of the work have been most satisfactory. It has been possible to carry out all the projects planned and to achieve the results desired. The work has been carried out in a spirit of cooperation and in the best interests of the League.

The work has been carried out in accordance with the programme of work approved by the Council of the League of Nations. It has been carried out in a spirit of cooperation and in the best interests of the League.

The results of the work have been most satisfactory. It has been possible to carry out all the projects planned and to achieve the results desired. The work has been carried out in a spirit of cooperation and in the best interests of the League.

The work has been carried out in accordance with the programme of work approved by the Council of the League of Nations. It has been carried out in a spirit of cooperation and in the best interests of the League.

The results of the work have been most satisfactory. It has been possible to carry out all the projects planned and to achieve the results desired. The work has been carried out in a spirit of cooperation and in the best interests of the League.

The work has been carried out in accordance with the programme of work approved by the Council of the League of Nations. It has been carried out in a spirit of cooperation and in the best interests of the League.

The results of the work have been most satisfactory. It has been possible to carry out all the projects planned and to achieve the results desired. The work has been carried out in a spirit of cooperation and in the best interests of the League.

STELLINGEN

I. ~~ANORGANISCH CHEMISCH~~ LABORATORIUM, LEIDEN.

Indien de opvatting van F. LONDON over het λ -verschijnsel in normaal vloeibaar helium juist is, moet men verwachten, dat een dergelijk verschijnsel niet optreedt bij den isotoop He^3 .

Zie: F. LONDON, Phys. Rev. 54, 947, 1938.

II.

De methode van den electrolytischen trog kan in beginsel niet slechts gebruikt worden voor het verkrijgen van oplossingen van het z.g. 1ste randwaarde-probleem der potentiaaltheorie, maar ook voor sommige gevallen van het 3de randwaarde-probleem.

Zie: G. HEPP, Philips techn. T. 4, 235, 1939.

III.

Indien men met FRENKEL aanneemt, dat een electron geen krachten ondervindt van zijn eigen veld, wordt de veronderstelling van DIRAC, dat zich in het centrum van het electron een oneindige, negatieve massa moet bevinden, overbodig.

Zie: J. FRENKEL, Z. Phys. 32, 518, 1925.

P. A. M. DIRAC, Proc. roy. soc. A 167, 148, 1938.

IV.

De opvatting van PAULING over den aard der chemische binding in SiF_4 is waarschijnlijk onjuist.

Zie: L. PAULING, The Nature of the Chemical Bond, Cornell University Press, Ithaca (N.Y.), 1939, blz. 216.

THE HISTORY OF THE
CITY OF BOSTON
FROM 1630 TO 1800
BY
JOHN B. HENNING

THE HISTORY OF THE
CITY OF BOSTON
FROM 1630 TO 1800
BY
JOHN B. HENNING

THE HISTORY OF THE
CITY OF BOSTON
FROM 1630 TO 1800
BY
JOHN B. HENNING

THE HISTORY OF THE
CITY OF BOSTON
FROM 1630 TO 1800
BY
JOHN B. HENNING

V.

De resultaten der laatste metingen van de viscositeit van vloeibaar helium II uitgevoerd door ALLEN en MISENER kunnen niet verklaard worden met behulp van de opvatting van TISZA over de viscositeit van een gedeeltelijk gecondenseerd BOSE-EINSTEIN gas.

Zie: J. F. ALLEN and A. D. MISENER, Proc. roy. soc. London, A **172**, 467, 1939.

L. TISZA, Nature, London, **141**, 913, 1938.

VI.

De „secundaire” belemmeringen van den groei van gistcellen, welke door Mej. G. C. KIMBALL zijn waargenomen bij de aanwezigheid van een blok paraffine tusschen de polen van een hoefmagneet en een PETRI-schaal met geënte gistcellen, kunnen niet verklaard worden door het dia-magnetische karakter der paraffine.

Zie: G. C. KIMBALL, Journ. Bact. **35**, 109, 1938.

VII.

Het is zeer gewenscht, dat de universitaire vakstudie gepaard gaat met een „studium generale”, dat opgebouwd is uit een eenvoudige wijsgeerige en aesthetische vorming; een kennisname van geschiedenis, sociologie en volkskunde; een voorlichting omtrent de voornaamste geestelijke stroomingen in Nederland; in de laatste studie-jaren: een voorbereiding op het uit te oefenen beroep en op de eischen, welke de maatschappij hieraan stelt.

VIII.

Daar een wetenschappelijk gefundeerde en verantwoorde lichamelijke opvoeding mogelijk is en van groot belang moet worden geacht voor de volksgezondheid, mede gezien het peil van het onderwijs op de Academie voor Lichamelijke Opvoeding te Amsterdam, behoort deze Academie in het universitaire verband te worden opgenomen.

Faint, illegible text at the top of the page, possibly bleed-through from the reverse side.

117

Faint, illegible text in the middle section of the page.

118

Faint, illegible text in the lower middle section of the page.

119

Faint, illegible text at the bottom of the page.

