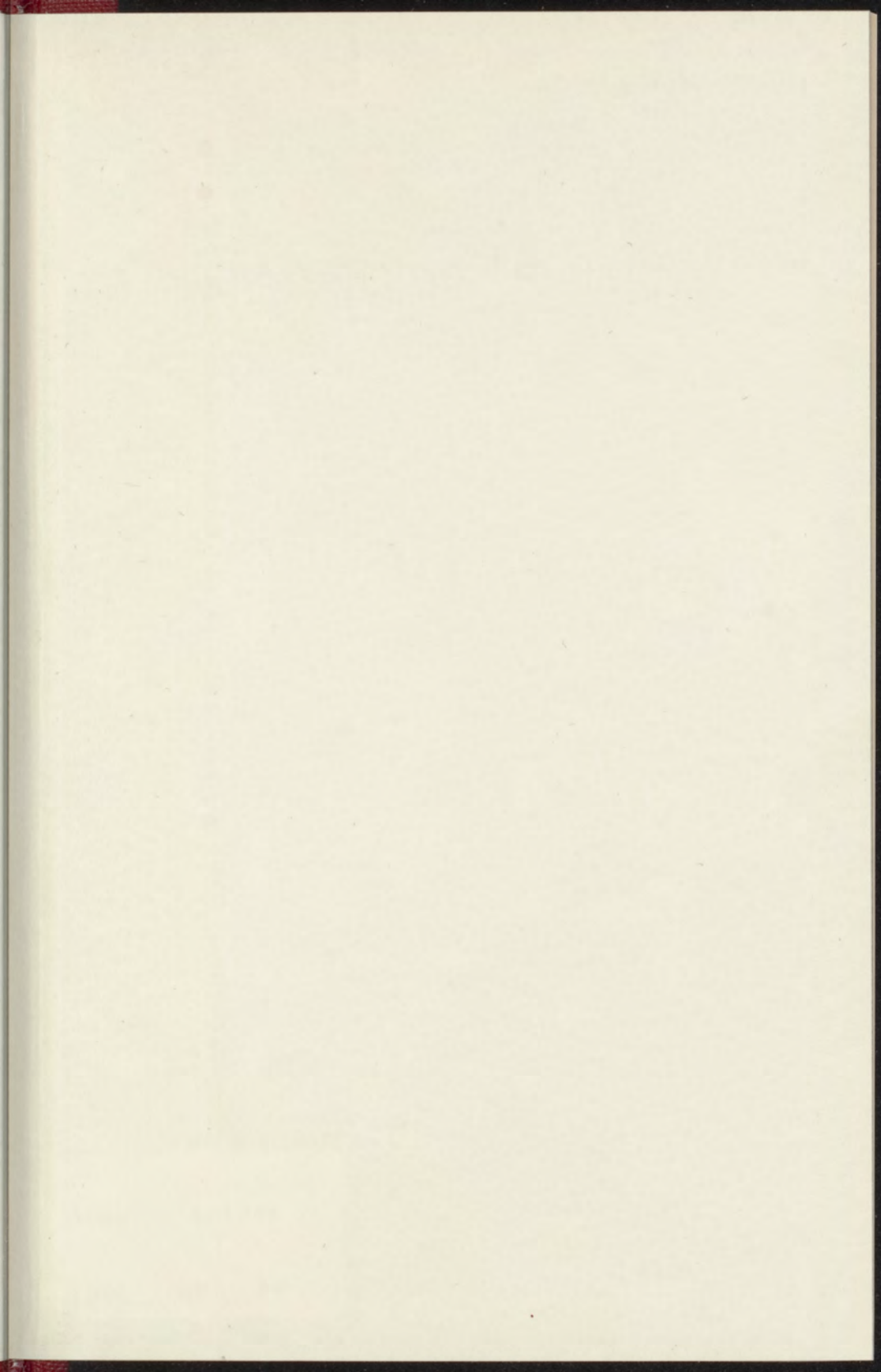
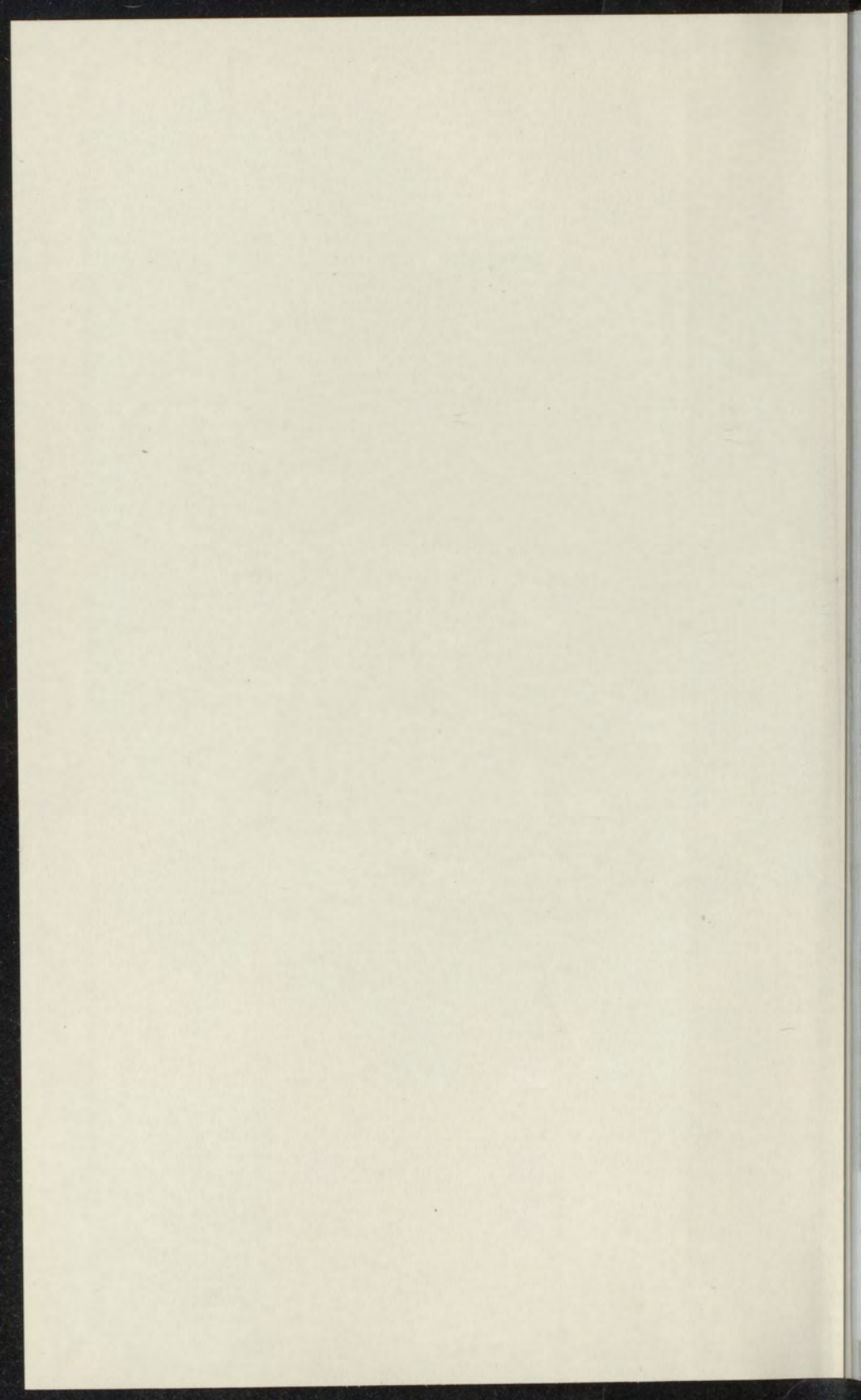


Diszl

1894: 34







# M E T I N G E N

IN ABSOLUTE MAAT

## VAN WRIJVINGSCOËFFICIENTEN VAN VLOEISTOFFEN

tusschen het kookpunt en den kritischen toestand.

PROEFSCHRIFT

DOOR

M. DE HAAS.



LEIDEN. — G. LOS.  
1894.

Diss Leiden

1894 nr 34



Universiteit Leiden



1 583 144 4

# M E T I N G E N

IN ABSOLUTE MAAT

VAN WRIJVINGSCOËFFICIENTEN VAN VLOEISTOFFEN

TUSSCHEN HET KOOKPUNT EN DEN KRITISCHEN TOESTAND.

GEDRUKT BIJ J. J. GROEN TE LEIDEN.



# METINGEN

in absolute maat

van wrijvingscoëfficiënten van vloeistoffen

tusschen het kookpunt en den kritischen toestand.

---

## PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN

DOCTORINDE WIS- EN NATUURKUNDE

AAN DE RIJKS-UNIVERSITEIT TE LEIDEN,

OP GEZAG VAN DEN RECTOR-MAGNIFICUS

**Mr. S. J. FOCKEMA ANDREE,**

HOOGLEERAAR IN DE FACULTEIT DER RECHTSGELEERDHEID,

VOOR DE FACULTEIT TE VERDEDIGEN

op Dinsdag 10 Juli 1894, des namiddags te 3 uren,

DOOR

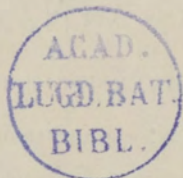
MARC DE HAAS,

GEBOREN TE LEIDEN.

---

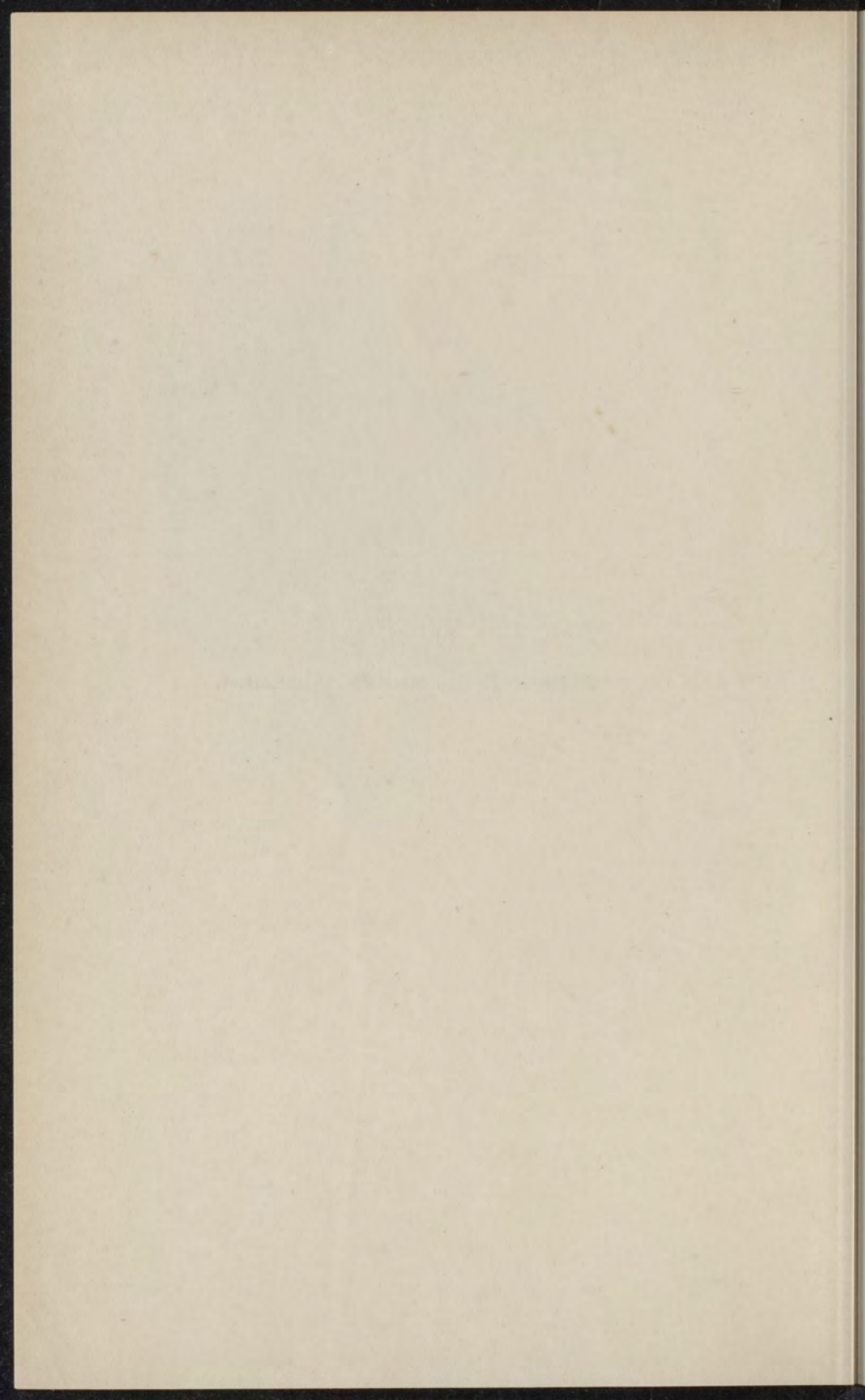
LEIDEN. — G. LOS.

1894.



AAN MIJN VADER  
EN AAN DE NAGEDACHTENIS MIJNER MOEDER.

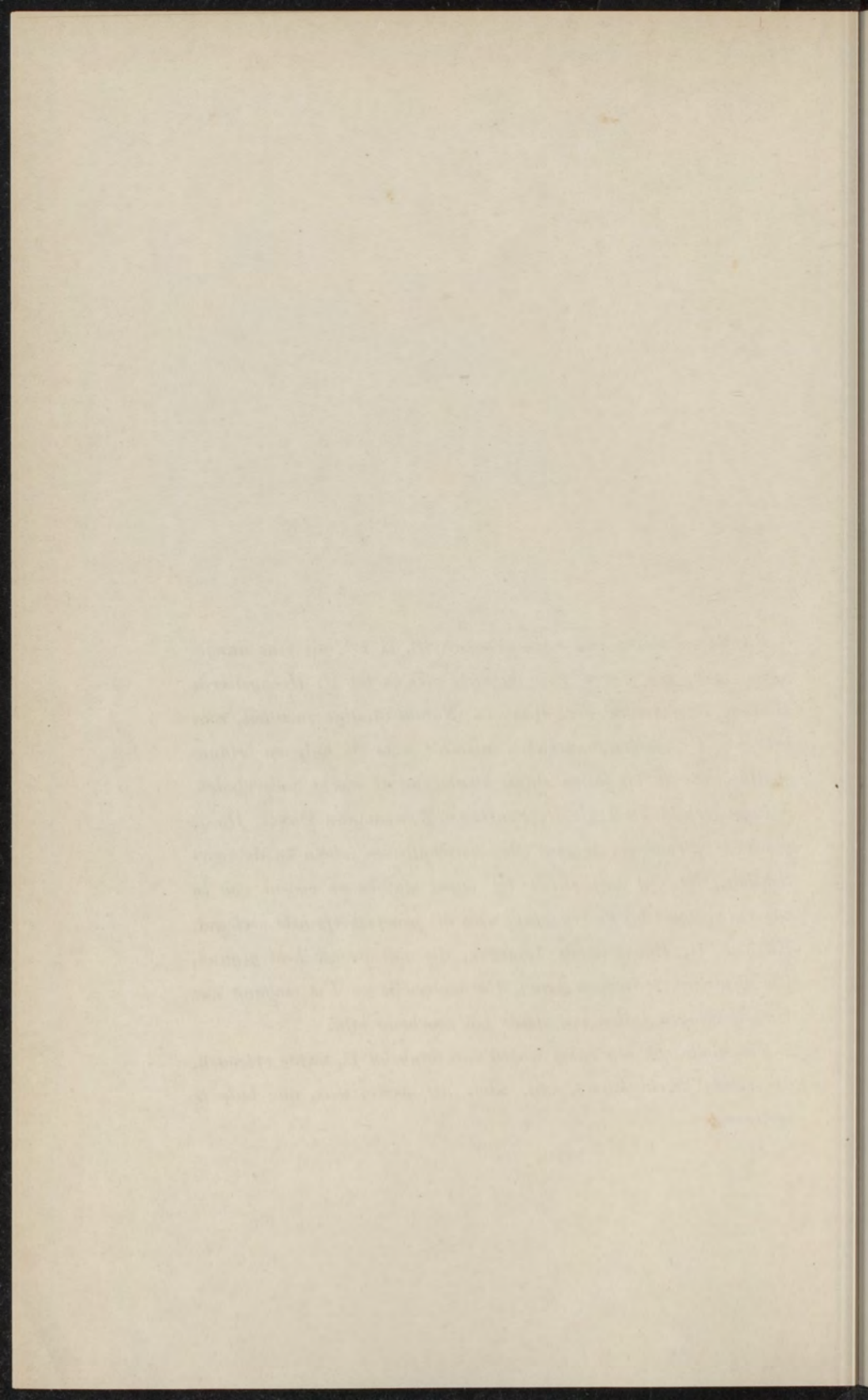




*Bij de voltooiing van mijn proefschrift, is het mij eene aangename taak, een woord van dank te richten tot U, Hooggeleerde Heeren, Professoren der Wis- en Natuurkundige faculteit, voor het van U genoten onderwijs, alsmede voor de hulp en belangstelling, die ik bij mijne studie steeds van U mocht ondervinden.*

*Inzonderheid geldt dit U, Professor KAMERLINGH ONNES, Hooggeschatte Promotor, wegens den onschatbaren steun en de voorlichting, die Gij mij steeds bij mijne studiën en vooral ook in zoo ruime mate bij de bewerking van dit proefschrift hebt verleend. En ook U, Hooggeleerde LORENTZ, die mij de eer hebt gegund, Uw assistent te mogen zijn; Uw onderwijs en Uw omgang met Uwe leerlingen zullen mij steeds ten voorbeeld zijn.*

*Ten slotte ook een enkel woord van dank tot U, mijne vrienden, die steeds bereid waart, mij, waar dit noodig was, uwe hulp te verleenen.*





## INLEIDING.

---

De aanleiding tot het onderzoek in dit proefschrift meegedeeld werd gevonden in de metingen door Dr. STOEL <sup>1)</sup> verricht over den invloed van de temperatuur op den wrijvingscoëfficiënt van chloormethyl tusschen het kookpunt en den kritischen toestand. De uitkomsten door hem verkregen geven de relatieve verandering van den wrijvingscoëfficiënt met de temperatuur aan. Het is nu mogelijk deze relatieve waarden tot absolute over te brengen, door met denzelfden toestel waarnemingen te verrichten over eene vloeistof, waarvan de wrijvingscoëfficiënt met voldoende nauwkeurigheid bekend is, bv. over water. Hierop was eerst het onderzoek gericht; de door Dr. STOEL gebezigde wrijvingsbuis is echter bij het schoonmaken gebroken, zoodat een andere weg gevolgd moest worden. Een nieuwe toestel werd geconstrueerd, die van den oorspronkelijken alleen nog maar een gedeelte van de capillair bevatte. Hiermede werd eene absolute bepaling

---

<sup>1)</sup> L. M. J. STOEL, proefschrift, Leiden, 1891. *Physikalische Revue* I, p. 513, 1892. *Beibl.* XVIII, p. 316, 1894.

van den wrijvingscoëfficiënt van water verricht, ten einde door vergelijking met de resultaten, die hierover reeds verkregen zijn, na te gaan, hoe nauwkeurig volgens deze methode absolute waarden van wrijvingscoëfficiënten te verkrijgen zijn. Daartoe was het noodig na afloop der waarnemingen den toestel uit elkaar te nemen en de *O*-vormige buis stuk te snijden, om de doorsnede van de capillair en de overige constanten van de wrijvingsbuis te kunnen bepalen. Deze proeven, waarbij nog enkele waarnemingen boven  $100^{\circ}$  verricht werden, gaven uitkomsten, die voldoende met die van vroegere waarnemers overeenkwamen. Het bleek dus mogelijk te zijn op deze wijze wrijvingscoëfficiënten in absolute maat te bepalen. De proeven over chloormethyl werden toen met eene nieuwe proefbuis herhaald en tevens bij hogere temperaturen voortgezet. Daar het vervaardigen van de *O*-vormige buis steeds groote moeilijkheden had opgeleverd, werd de buis voor dit onderzoek vervaardigd door de firma GEISSLER te Bonn.

De uitkomsten over chloormethyl verkregen, stellen ons in staat, door vergelijking met de waarnemingen van WARBURG en VON BABO, die den wrijvingscoëfficiënt van koolzuur tot bij de kritische temperatuur bepaalden, de formule van Prof. KAMERLINGH ONNES, die het verband aangeeft tusschen wrijvingscoëfficiënten van verschillende stoffen bij overeenstemmende temperaturen, aan de waarnemingen te toetsen.

In het eerste hoofdstuk wordt meegedeeld welke wijzi-

gingen in den toestel, zooals die door Dr. STOEL gebruikt is, het schoonmaken en de opstelling daarvan, werden aangebracht; in het tweede hoofdstuk het onderzoek over water en de vergelijking der verkregen uitkomsten met die van anderen. In het derde hoofdstuk wordt het onderzoek over het chloormethyl beschreven, terwijl de uitkomsten hiervan in het vierde hoofdstuk gegeven worden, nadat de afwijking van de wet van POISEUILLE, zooals die zich bij dezen toestel voordoet, besproken en uit de waarnemingen berekend is. In het vijfde hoofdstuk worden de verkregen uitkomsten in verband gebracht met de leer der overeenkomstige toestanden.

---



## EERSTE HOOFDSTUK.

---

### Inrichting van den toestel.

Daar de inrichting van den toestel en het verloop der proeven in hoofdzaak dezelfde was als door Dr. STOEL in zijne dissertatie beschreven is, kan ik daarvoor naar zijn proefschrift verwijzen en wil ik mij alleen bepalen tot het aangeven der veranderingen, die daarin werden aangebracht.

De wrijvingsbuis (zie fig. 2). De druk, waaronder de vloeistof door de capillair *bd* gedreven wordt, wordt bepaald door het verschil in hoogte van het kwik in de beide beenen van de O-vormige buis. Daar nu bij den oorspronkelijken toestel de doorsnede van het reservoir *efg* ongeveer acht maal zoo groot was als van de buis, waarin het kwik op constante hoogte gehouden wordt gedurende eene proef, kon ten gevolge van de capillaire depressie het drukverschil niet nauwkeurig gemeten worden. Om dit te ontgaan werden in den nieuwen toestel twee reservoirs *pq* en *rs* aangebracht van gelijke doorsnede

als de buis *efg*. Op *pq* en *rs* bevinden zich de merken *a* en *c* tot waar het kwik omhoog gebracht en gedurende eene proef constant gehouden wordt. Hierdoor was het noodzakelijk het reservoir *lk* langer te nemen, daar dit bestemd is om, als het kwik opgestegen is, de vloeistof op te nemen; en in aanmerking genomen de uitzetting der vloeistof bij hoogere temperatuur moet het volume van *lk* ongeveer tweemaal zoo groot zijn als dat van het O-vormige gedeelte.

Zooals reeds vermeld is was de capillair door mij bij het wateronderzoek gebezigd, nog die uit den oorspronkelijken toestel; door herhaald breken van dien toestel bij het schoonmaken en in elkander zetten was hare lengte echter verminderd tot ongeveer 48.5 c.M.

De toestel, die bij de proeven van boven gesloten moet zijn, was bij het schoonmaken en vullen op de volgende wijze van een verlengstuk *tm* (zie fig. 2) voorzien. De hoofdbuis zelf loopt uit in een capillair, die door een dunwandig glazen reservoir wordt omgeven, dat daaraan vastgeblazen is. Dit reservoir wordt verder voortgezet door een nauwe glazen buis, die uitloopt in een trechtertje *m* met ingeslepen glazen stop. Deze inrichting heeft de volgende voordeelen. Het capillaire buisje met het reservoir daaromheen dient om bij het schoonmaken en vullen stofdeeltjes terug te houden, die met de vloeistoffen naar binnen konden geraken, terwijl door middel van de ingeslepen stop de buis zoowel bij het schoonmaken als bij het vullen aan andere glazen toestellen kon gekoppeld worden,

waardoor caoutchouverbindingen vermeden werden. Moest bij de vulling de toestel leeggezogen worden, dan werd deze door glazen buizen met een kwikluchtpomp verbonden, terwijl in het trechttertje *m* kwik gegoten werd, waarbij eene volkomen afsluiting zonder vet verkregen werd.

Het schoonmaken van de buis, waar zeer veel op aankomt, verliep in hoofdzaak op dezelfde wijze als in Dr. STOEL's dissertatie vermeld is. Eerst werd er salpeterzuur in opgezogen, dat na herhaalde verhitting door gedistilleerd water vervangen werd. Het verwijderen van de vloeistoffen ging dikwijls met veel moeite gepaard, vooral wat het gedeelte der buis betreft, waarin zich de capillair bevindt. Na eenige malen met gedistilleerd water te zijn behandeld, werd zoo noodig nogmaals salpeterzuur en daarna water ingebracht. Ten slotte werd de buis doorgespoeld met alcohol en eindelijk met over natrium gedistilleerden aether. Bleek dat hierna alle vuildeeltjes verdwenen waren, dan werd de buis gedroogd, door er onder verwarming droge lucht doorheen te zuigen. Dat deze geheele behandeling met vele bezwaren gepaard ging laat zich begrijpen, wanneer men bedenkt dat de glazen toestel omstreeks 2.25 Meter lang was.

De buis wordt nu in het persbusje geplaatst en er in vastgeschroefd, nadat het vooraf goed is schoongemaakt en tot aan de zijopening met gedistilleerd kwik is gevuld.

In de inrichting voor het oppersen van het kwik, alsmede in de wijze waarop het kwik in den lucht-



ledigen toestel gebracht wordt, is geene verandering gekomen.

Het vloeistofbad is ook in hoofdzaak hetzelfde gebleven. Het bestaat uit twee concentrische glazen buizen van circa 5 en 40 c.M. middellijn. Door de binnenste wordt met behulp van eene nader te beschrijven circulatie-inrichting de vloeistof gedreven, die de wrijvingsbuis op de vereischte temperatuur moet houden. De ruimte tusschen beide buizen van het bad heeft een tweeledig doel, ten eerste als beschutting tegen uitstraling en ten tweede om bij lage temperatuur neerslag van waterdamp te voorkomen, waardoor de aflezing bemoeilijkt zou worden. Voor dit laatste doeleinde moest die ruimte van de buitenlucht worden afgesloten; dit werd bereikt aan de bovenzijde door een ring van vulcaniet over de binnenste buis heen te schuiven, die volkomen in de buitenste sloot. Een buisje met chloorcalcium dat in eene opening in dien ring was bevestigd, liet bij temperatuursveranderingen de uitzetting en inkrimping van de lucht toe, terwijl de waterdamp werd buitengesloten. Bovendien was in die tusschenruimte eene groote hoeveelheid chloorcalcium aangebracht, en waren alle verbindingsplaatsen zoowel boven als onderaan met roode verflak en collodium elasticum dichtgestreken. Deze inrichting bleek bij de proeven volkomen aan het doel te beantwoorden.

De circulatie. Voor de proeven bij gewone temperatuur werd het water uit de waterleiding, waarvan de temperatuur over een groot tijdsverloop constant bleek te zijn,



door het vloeistofbad geleid. Om de temperaturen tusschen  $18^{\circ}$  en  $80^{\circ}$  te verkrijgen werd het water, voor het door het vloeistofbad ging, door eene koperen spiraal van 18 Meter lengte en 8 m.M. middellijn, die in een waterbad geplaatst was, geleid. De glycerine-circulatie, die bij de hoogere temperaturen gebruikt werd, was op de volgende wijze ingericht (zie fig. 1). *B* is een koperen busje aan den bodem voorzien van een persklep *p* en een zuigklep *z*. Bij *c* is een buis aan *B* verbonden, naar een membraanpomp gaande, die voor dit doel eenigszins gewijzigd werd. Het caoutchouc bolletje dat zich bij *V* bevond en bij het gewone gebruik van de pomp als pers-ventiel dienst doet, was eruit genomen, terwijl het stuk van de pomp dat bij *Q* er aan bevestigd was, waarin zich de zuig-ventiel bevond, was weggenomen en door eene vlakke sluitplaat vervangen. Door eerst de pomp met glycerine te vullen en ze aan de overige toestellen vast te koppelen, kon men door boven in het vloeistofbad glycerine te gieten de geheele circulatie-inrichting vullen. De buis *de* namelijk is onderaan het vloeistofbad bevestigd, terwijl *fg* er bovenaan in uitmondt. Bij de proeven bij hoogere temperatuur werd de warme vloeistof boven in het bad ingebracht, omdat wanneer het bad onderin warmer wordt dan boven, beneden in de wrijvingsbuis damp gevormd wordt en de vloeistof omhoog slaat. De lucht die zich bij het vullen van de leiding in *M* verzamelt, kan door de kraan *k* worden uitgelaten. Het gebruik van de membraanpomp die hier alleen als zuiger dienst doet, heeft het voordeel

dat door het groote oppervlak van de membraan, bij iederen slag van den zuiger eene flinke verplaatsing van de vloeistof verkregen werd; terwijl, nu de membraanpomp zelf niet in de circulatie was opgenomen, groot warmteverlies voorkomen werd. Voor het in werking stellen der circulatie, wordt de ruimte boven de membraan *M* ook met vloeistof gevuld. Door de geheele leiding, die uit koperen buizen, gekoppeld door moeren en schroeven, bestond, goed in wol in te pakken, werden in het vloeistofbad temperaturen verkregen tot  $140^{\circ}$  toe met een verschil van  $0^{\circ}.1$  à  $0^{\circ}.6$  tusschen het boven- en onder-einde van de capillair *bd*. De spiraal *S* was daarbij in een bad van glycerine geplaatst.

Het spreekt van zelf, dat op die wijze ook lagere temperaturen door middel van watercirculatie kunnen verkregen worden door de vlammen onder het verwarmingsbad te regelen; terwijl ook door alcohol in de leiding te brengen en de spiraal in ijs of vast koolzuur te plaatsen, de wrijvingsbuis op constante temperatuur beneden nul graden kan worden gehouden.

We kunnen nog vermelden, dat de membraanpomp <sup>1)</sup> aan de binnenzijde geheel met eboniet bekleed is.

De temperaturen werden afgelezen op thermometers behoorende tot een stel chemische normaal-thermometers van GEISSLER; zij werden, bevestigd aan een dikken

---

<sup>1)</sup> Geleverd door de firma DEHNK te Halle.

koperdraad, in het vloeistofbad opgehangen. Na de proeven werden nul- en kookpunten bepaald.

De Afleesinrichting. De bepaling van de doorstroomtijden geschiedde evenals bij de proeven van Dr. STOEL met behulp van een registreertoestel van KNOBLICH <sup>1)</sup>, dat Prof. v. D. SANDE BAKHUYZEN zoo vriendelijk was ook mij voor mijne proeven ten gebruike af te staan.

Drie alleeskijkertjes, die evenwijdig aan elkaar zijn bevestigd aan eene slede, die in drie onderling loodrechte richtingen kan verschoven worden, waren gericht op de merken *e*, *f* en *g* (zie fig. 2) van de proefbuis. De onderste en bovenste kijker kunnen voor de juiste instelling ieder nog over een geringen afstand in verticalen zin verschoven worden. Deze afleesinrichting werd gesteund door eene hardsteenen kolom, die rustte op den geïsoleerden pijler, die ook de verdere toestellen droeg.

Om eene scherpe instelling te verkrijgen werd de meniscus bij de merken *e*, *f*, *g* door een gloeilampje verlicht, dat recht tegenover de kijkers was opgesteld; evenzoo was een gloeilampje aangebracht tegenover het kijkertje waarmee de stand van den meniscus bij het merk *a* of eventueel bij *c* (fig. 2) werd gecontroleerd.

---

<sup>1)</sup> Zie Ann. der Sternwarte in Leiden, Bd. II.



## TWEEDE HOOFDSTUK.

---

### De proeven over water.

Het water dat voor de proeven gebruikt is, werd verkregen door water uit de waterleiding tweemaal over kaliumpermanganaat te distilleeren, en het zoo goed mogelijk afgesloten van de omringende lucht op te vangen. Eene bijzondere inrichting was aangebracht om het direct overspatten van water uit de kookkolf in de koelbuis te voorkomen.

Om het water in de proefbuis te brengen werd er met behulp van de ingeslepen stop *m* (zie fig. 2) een tweemaal rechthoekig omgebogen glazen buis in bevestigd, die naar beneden toe in een sijn uitgetrokken punt uitliep. Op eenigen afstand boven die punt was eene zijbuis met glazen kraan aangeblazen, waardoor de geheele ruimte met eene kwikluchtpomp kon verbonden worden. Caoutchouc verbindingen werden in het geheel niet gebruikt.

De vulling geschiedde nu als volgt. Eerst werd de buis goed leeggepompt, waarbij het niet opstijgen van



het kwik in de wrijvingsbuis ons bewees dat de stalen kwikleiding geen lucht meer bevatte en voldoende sloot. Vervolgens werd de zijbuis met kraan, die naar de luchtpomp leidde, afgesmolten, zoodat de wrijvingsbuis en de ingezette buis met de uitgetrokken punt ééne luchtledige ruimte vormden. Daarna werd die punt, na goed gereinigd te zijn, onder het gedistilleerde en uitgekookte water gebracht en tegen den bodem van het vat waarin dat zich bevond, stukgestooten; oogenblikkelijk vulde het water den luchtledigen toestel.

Deze methode van vulling werd eerst gevolgd nadat eenige pogingen om het water naar de wrijvingsbuis te laten overdistilleeren waren mislukt, waartoe de aanwezigheid van het capillaire buisje, dat zich (zie fig. 2) boven aan de wrijvingsbuis bevond, heeft bijgedragen.

Voor de proeven beneden  $100^{\circ}$  is de toestel aldus gereed, voor die boven  $100^{\circ}$  moet hij echter worden dichtgesmolten. Hierbij is het wenschelijk dat de toestel eerst luchtledig gemaakt wordt, daar de tegenwoordigheid van lucht in den gesloten toestel bij het omhoog gaan van het kwik aanleiding geeft tot eene niet wensche lijke drukvermeerdering, terwijl tevens onder dien hoogen druk meer lucht in het water oplost. Daar echter, als de toestel geheel luchtledig is, de drukking in het persbusje veel lager is dan die der buitenlucht, bestond er gevaar voor lekken wanneer hij gedurende eenige weken luchtledig moest blijven staan. Daarom is, voordat met de proeven boven  $100^{\circ}$  een aanvang werd gemaakt, de

lucht boven het water tot op circa 100 m.M. kwikdruk verdund. De som van dezen druk en de drukking uitgeoefend door het kwik in de buis was juist voldoende om inlekken van lucht door de verbindingsplaatsen in het persbusje te voorkomen. Eenige resultaten van waarnemingen beneden 100° verricht met den gesloten toestel kwamen op voldoende wijze overeen met de uitkomsten, die met den open toestel waren verkregen.

Bij de proeven boven 100° was hierbij de glycerine-circulatie nog niet zoo ingericht als in het vorige hoofdstuk beschreven is. De glycerine doorliep nog de membraanpomp zelf, waardoor een groot warmteverlies veroorzaakt werd; bovendien waren niet alle verbindingen van koperen, maar gedeeltelijk van caoutchouc buizen gemaakt, welke laatste veelvuldig stuksprongen en bovendien bij hooge temperatuur door de glycerine werden aangetast, die daardoor spoedig ondoorzichtig werd. Gedeeltelijk is het dan ook aan deze gebreken te wijten dat slechts drie proeven boven 100° tot een goed einde werden gebracht, daar vele andere door oponthoud in de circulatie mislukten, terwijl tevens ten slotte de proefbuis sprong. Het onderzoek over het water werd nu gestaakt, daar het toch ondernomen was om de bruikbaarheid van de methode te toetsen, voor welk doeleinde genoeg waarnemingen verkregen waren.

Voor de berekening van den wrijvingscoëfficiënt kunnen we gebruik maken van de vergelijking, die daarvoor door Dr. STOEL wordt opgegeven (diss. pag. 35). Deze vergelijking is de volgende:

$$(1) \quad \mu = C_1 \frac{(\sigma - s_0) T}{A},$$

waarin

$$C_1 = \frac{\pi r^4 g \log e}{8 l q},$$

terwijl we voor  $A$ , zooals Dr. STOEL heeft aangetoond, bij benadering mogen schrijven:

$$A = \log \frac{a_A}{a_B},$$

waarin  $a_A$  en  $a_B$  de hoogte van de drukzuil in c.M. voorstellen aan het begin en het einde eener proef. De overige termen van  $A$  mogen bij onze proeven verwaarloosd worden, daar de verandering van de dichtheid van water en chloormethyl met den druk zeer klein is. Verder is in vergel. (1),  $r$  de straal,  $l$  de lengte van de capillair,  $q$  de doorsnede van het stijgreservoir,  $\mu$  de wrijvingscoëfficiënt,  $\sigma$  de dichtheid van het kwik,  $s_0$  die van de vloeistof in de wrijvingsbuis,  $T$  de doorstroomtijd,  $g$  de versnelling van de zwaartekracht,  $e$  het grondgetal der Nep. logaritmen. De verschillende grootheden zijn in het absolute maatstelsel uitgedrukt.

Onder de hierboven vermelde vereenvoudigende omstandigheden metbetrekking tot de grootheid  $A$  is het mogelijk op de volgende wijze vergelijking (1) direct uit de wet van POISEUILLE af te leiden <sup>1)</sup>. Volgens die wet wordt de hoeveelheid vloeistof die per tijdseenheid door de doorsnede van een capillair stroomt bij een drukverschil van  $p_1 - p_2$  eenheden (absoluut maatstelsel) gegeven door de vergelijking:

<sup>1)</sup> Zie ook J. SACHS, In. Diss. Freiburg, 1883.



$$(2) \quad i = \frac{\pi}{8 \mu} \frac{(p_1 - p_2) g r^4}{l};$$

hierin stelt  $i$  de stroomsterkte voor en is de beteekenis der overige grootheden dezelfde als voor vergelijking (1).

Stel nu dat bij onze proeven het kwik in het reservoir  $eg$  (zie fig. 2) in den tijd  $dt$  over eene hoogte  $dh$  stijgt, ( $h$  wordt gerekend van af een willekeurig horizontaal vlak) dan is, daar  $q$  de doorsnede van het reservoir  $ge$  aangeeft  $qdh$  de hoeveelheid, die in den tijd  $dt$  is door-gestroomd. Is gedurende eene proef  $H$  de standvastige hoogte van het kwik in het andere been, dan wordt vergelijking (2) wanneer we haar voor een willekeurig tijdstip van de proef bij onzen toestel toepassen:

$$q \frac{dh}{dt} = \frac{\pi}{8 \mu} \frac{g(H-h)(\sigma-s_0)r^4}{l}.$$

Hiervoor kunnen we schrijven:

$$(3) \quad \frac{dh}{H-h} \frac{8ql\mu}{g\pi(\sigma-s_0)r^4} = dt.$$

Integreeren we over het tijdsverloop van eene proef, dan is:

$$\frac{8ql\mu}{g\pi(\sigma-s_0)r^4} \int_{h_2}^{h_1} \frac{dh}{H-h} = T,$$

wanneer  $h_1$  en  $h_2$  de hoogte van de merken  $g$  en  $e$  voorstellen, en  $T$  den tijd aangeeft, dien het kwik noodig heeft om van  $g$  tot  $e$  te komen. Uit de laatste vergelijking volgt nu:

$$(4) \quad \frac{8ql\mu \log \frac{H-h_1}{H-h_2}}{g\pi(\sigma-s_0)r^4 \log e} = T.$$



Stellen we hierin  $H-h_1 = a_A$ ,  $H-h_2 = a_B$  en  $\log \frac{a_A}{a_B} = A$  dan is:

$$(5) \quad \mu = \frac{g \pi r^4 (\sigma - s_0) T \log e}{8 q l A}.$$

Deze formule komt geheel overeen met vergelijking (4) die zooals boven vermeld is door Dr. STOEL uit de algemeene bewegingsvergelijkingen is afgeleid. Aan vergelijking (5) moet nog een correctie-term worden toegevoegd voor het drukverval aan de uiteinden van de buis, waar de beweging niet volgens de wet van POISEUILLE plaats heeft (zie Hoofdstuk IV). Uit mijne eigen proeven over water zelf volgt die correctie niet, terwijl bij water, bij hoogere temperaturen, geene onderzoekingen bestaan, uit welke dit drukverval zou kunnen worden afgeleid. Daarom is die correctie, bij de berekening van  $\mu$ , waar dit noodig bleek, aangebracht volgens pag. 55 met behulp van  $z = 0.6355$ , eene waarde, die het gemiddelde is van de  $z$ , welke volgens WILBERFORCE zeer goed de correctie voor de proeven van POISEUILLE bij water bij gewone temperatuur aangeeft, en de  $z$ , die door mij bij hoogere temperaturen bij chloormethyl gevonden werd.

Bij de proeven werd waargenomen de tijd, dien het kwik noodig had om in het stijgreservoir van  $g$  tot  $f$  en van  $f$  tot  $e$  te komen, terwijl het kwik in het andere been op constante hoogte gehouden werd. De waarneming van het middelste merk heeft alleen als contrôle gediend; bij het water n.l., waar, zooals we zien zullen, de afwijking der waargenomen drukkingen van de wet van POISEUILLE

te gering is om bij zulke kleine drukverschillen merkbaar te zijn, moet de verhouding van de tijden, die noodig zijn voor het kwik om van  $g$  tot  $f$  en van  $f$  tot  $e$  te komen bij alle proeven met denzelfden overdruk eene constante zijn. De meeste proeven werden genomen bij den overdruk door het merk  $a$  bepaald; enkele proeven werden ook bij den lageren overdruk, door het merk  $c$  bepaald, genomen; voor twee proeven bij dezelfde temperatuur maar bij verschillenden overdruk moet de grootheid  $\frac{T}{A}$  eene constante zijn, wanneer formule (5) zal mogen worden toegepast. Alvorens de uitkomsten hierover mee te deelen, zullen we eerst de bepalingen van de afmetingen van den toestel, en de verkregen doorstroomtijden opgeven.

De onderlinge afstanden van de merken  $a, c, e, f, g$  werden met een kathetometer bepaald. Als gemiddelde van drie waarnemingen, waarbij het grootste verschil dat in de bepalingen van eenzelfde merk voorkwam 0,07 m.M. bedroeg, werden de volgende aflezingen verkregen:

$$\begin{array}{ll} e = 52.427 \text{ c.M.} & c = 67.342 \text{ c.M.} \\ f = 49.411 \text{ »} & a = 95.950 \text{ »} \\ g = 46.404 \text{ »} & \end{array}$$

De temperatuur van het glas was hierbij  $20^{\circ}$ . Eerst voor de proeven boven  $120^{\circ}$  geeft de uitzetting van het glas aanleiding tot eene correctie in den wrijvingscoëfficiënt van 0.001.

De lengte van de capillair werd met den kathetometer bepaald op

$$l = 48.41 \text{ c M.}$$

Daar het moeilijk is het juiste punt te bepalen waar de capillair eindigt en waar zij begint, blijft er in deze opgave van  $l$  eene onzekerheid over, die hoogstens 1 m.M. bedragen kan.

Verder volgt uit bovenstaande getallen dat voor proeven genomen bij den overdruk, bepaald door het punt  $a$

$$a_A = 49.546, \quad a_B = 43.523,$$

$$\text{en dus } A = \log \frac{a_A}{a_B} = 0.05629;$$

en voor den lageren overdruk

$$a_A = 20.938, \quad a_B = 14.915,$$

$$\text{en dus } A = \log \frac{a_A}{a_B} = 0.14731.$$

De doorsnede van de capillair werd door het wegen van een kwikdraad bepaald. Als uitkomst van twee bepalingen werd verkregen voor  $r^2$  (bij  $20^\circ$ ):

$$0.01079 \text{ en } 0.01077 \text{ m.M}^2$$

dus gemiddeld  $r^2 = 0.01078 \text{ m.M}^2$  of  $r = 0.0104 \text{ c.M.}$

Voor de geldigheid van vergelijking (5) is noodig dat de buis eene volkomen cirkelvormige doorsnede bezit, die bovendien over de geheele lengte constant moet zijn. De capillair, die bij het wateronderzoek gebruikt is, hieromtrent onderzocht zijnde, bleek aan geen van deze voorwaarden geheel te voldoen. We hebben de afwijkingen verder nagegaan en de grootte van haren invloed op de uitkomsten berekend.

Om in de eerste plaats den vorm der doorsnede te bepalen, werd de capillair in stukjes gesneden, en van



ieder dezer stukjes de doorsnede met behulp van een microscoop met oculair-micrometer uitgemeten. Het bleek daarbij dat de doorsnede over de geheele lengte der buis een elliptischen vorm bezat, waarvan de verhouding tusschen groote en kleine as langs de buis op onregelmatige wijze varieerde tusschen  $\frac{19}{18.3}$  en  $\frac{19}{18.6}$  of tusschen 1.0382 en 1.0215. Voor eene buis met elliptische doorsnede neemt de uitdrukking voor de wet van POISEUILLE een anderen vorm aan dan in vergelijking (2) gegeven is. HOUBA <sup>1)</sup> geeft daarvoor

$$(6) \quad i = \frac{(p_1 - p_2) g}{4 \pi \mu l} \frac{O^2}{\frac{a}{b} + \frac{b}{a}},$$

waarin  $O$  de doorsnede van de buis,  $a$  en  $b$  de assen van de ellips aangeven. Nemen we, ten einde de grootte van de correctie voor ons geval te beoordeelen, het gemiddelde van de beide gevonden verhoudingen, dan is voor onze buis:

$$\frac{a}{b} = 1.0298, \quad \frac{b}{a} = 0.97106,$$

$$\text{en dus } \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2.00086.$$

Voor een cirkelvormige buis is  $a = b$  en dus  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2$ ; substitueeren we dit in vergelijking (6), dan gaat zij weer over in vergelijking (2). Willen we dus in rekening

---

<sup>1)</sup> M. J. H. HOUBA, Over de strooming van vloeistoffen door buizen; Diss. Leiden, pag. 48, 1883.

brengeu de fout, die we gemaakt hebben door van vergelijking (2) uit te gaan, dan moeten de uit (5) berekende wrijvingscoëfficiënten met  $\frac{1}{4.0004}$  vermenigvuldigd worden.

In de tweede plaats hebben we, om de verandering in de doorsnede na te gaan, de buis gecalibreerd. We kunnen gemakkelijk aangeven, welken invloed eene veranderlijke doorsnede op de uitdrukking voor de wet van POISEUILLE heeft. Daartoe schrijven we haar (zie (2)) eerst in den vorm:

$$p_1 - p_2 = \frac{8 \mu i l}{g \pi r^4},$$

of:

$$(7) \quad p_1 - p_2 = \frac{8 \pi \mu i l}{g O^2},$$

waaruit:

$$p_1 - p_2 = \frac{8 \pi \mu i l}{g V^2},$$

wanneer  $O$  de doorsnede,  $V$  het volume van de buis voorstelt. Voor eene buis met veranderlijke doorsnede stellen we ons voor dat we haar kunnen verdeeld denken in stukjes met constante doorsnede; maken we voor ieder van deze vergelijking (7) op, dan is na optelling:

$$(8) \quad p_1 - p_2 = \frac{8 \pi \mu i}{g} \sum \frac{l_i}{o_i^2},$$

of:

$$i = \frac{(p_1 - p_2) g}{8 \pi \mu} \frac{1}{\sum \frac{l_i}{o_i^2}}.$$

Bij onze buis bleek nu :

$$\Sigma \frac{l_1}{o_1^2} = 1.0024 \frac{l^3}{V^2}$$

te zijn. Willen we dus voor deze afwijking eene correctie in rekening brengen, dan moeten de volgens vergel. (5) berekende wrijvingscoëfficiënten met  $\frac{1}{1.0024}$  vermenigvuldigd worden. Nemen we de hiervoor besproken correctie hierbij, dan bedraagt de geheele correctiefactor  $\frac{1}{1.0028}$ .

Om de doorsnede van het reservoir  $eg$ , dus de grootheid  $q$  in vergelijking (5) te bepalen, werd de hoeveelheid kwik gewogen, die het reservoir tusschen de merken  $e$  en  $g$  kan bevatten; bij twee wegingen werd daarvoor gevonden :

$$31.508 \text{ gr.} \quad \text{en} \quad 31.512 \text{ gr.}$$

Hieruit bepalen we :

$$q = 0.3865 \text{ c.M}^2 \text{ (bij } 20^\circ).$$

Er werden 43 proeven verricht, waarvan slechts 5 bij den lageren druk. De daarbij gevonden doorstroomtijden zijn in de volgende tabellen, naar opklimmende temperaturen gerangschikt, opgegeven. In de eerste kolom wordt het volgnummer van de proef vermeld, in de tweede de temperatuur, in de derde de doorstroomtijd beantwoordende aan de merken  $g$  en  $f$ , in de vierde kolom die voor de merken  $f$  en  $e$ , in de vijfde de som van deze twee, in de zesde kolom hunne verhouding.



## TABEL I.

## Proeven bij den hoogsten druk.

NUMMER DER PROEF.	TEMP.	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T	T <sub>2</sub> : T <sub>1</sub>
9	14° 3	246.49	263.46	509.95	1.068
11	14° 5	245.44	262.32	507.76	1.068
13	14° 5	246.22	261.17	507.39	1.060
10	14° 5	245.32	262 01	507.33	1.068
12	14° 5	244.74	261.91	506.65	1.070
6	14° 55	246.07	261.87	507.94	1.064
8	14° 7	244.35	261.75	506.10	1.070
7	14° 7	244.40	261.40	505.80	1.070
5	14° 9	243.10	260.30	503.40	1.070
4	14° 9	244.00	259.26	503.26	1.062
3	14° 9	244.17	258.87	503.04	1.060
1	15° 3	239.65	257.15	496.80	1.073
2	15° 3	240.32	254.70	495.02	1.060
37	16° 15	235.20	252.13	487.33	1.072
38	16° 25	234.48	251.61	486.09	1.073
19	20° 3	212.74	226.59	439.33	1.065
18	24° 4	192.58	204.59	397.17	1.062
33	27° 25	180.29	193.75	374.04	1.074
34	28° 3	176.89	188.92	365.81	1.068
35	29° 45	172.30	184.98	357.28	1.073
32	32° 85	160.11	172.10	332 21	1.074
36	36° 4	149.43	160.57	310.00	1.074
20	45° 5	126.58	134.45	261.03	1.062
21	47° 6	122.00	129 90	251.90	1.065
28	57° 6	103.33	110.36	213.69	1.068

NUMMER DER PROEF.	TEMP.	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T	T <sub>2</sub> : T <sub>1</sub>
30	68° 8	87.93	94.03	181.96	1.069
31	69° 1	87.38	93.79	181.17	1.073
29	72° 6	83.24	89.09	172.33	1.070
40	75° 9	79.48	84.87	164.35	1.068
26	80° 2	75.69	80.69	156.38	1.066
25	81° 2	74.72	79.57	154.29	1.065
24	82° 0	74.11	79.11	153.22	1.067
23	82° 7	73.99	78.41	152.40	1.060
39	84° 4	71.48	76.92	148.40	1.076
22	84° 8	72.01	76.40	148.41	1.061
41	124° 0	47.71	51.15	98.86	1.072
42	142° 2	41.33	44.13	85.46	1.067
43	153° 0	?	?	80.19	?

TABEL II.

Proeven bij den laagsten druk.

NUMMER DER PROEF.	TEMP.	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T	T <sub>2</sub> : T <sub>1</sub>
15	14° 7	606.50	719.50	1326.00	1.186
16	14° 8	606.90	718.80	1325.70	1.184
14	14° 9	601.88	719.21	1321.09	1.194
17	15° 1	604.17	713.62	1317.79	1.181
27	80° 4	187.69	221.24	408.93	1.180

We zien in tabel I dat de verhouding  $T_2:T_1$  bij alle proeven nagenoeg constant is, hetwelk het geval moet zijn, daar, zooals op pag. 54 blijken zal, de afwijkingen hierin niet merkbaar zijn. Wanneer we de afwijkingen die voorkomen als toevallige fouten opvatten, dan vinden we in de verhouding  $T_2:T_1$  eene middelbare fout 0.0048, dus eene waarschijnlijke fout van 0.0032, derhalve eene afwijking van dezelfde orde als de correcties, die wij op pag. 18 besproken hebben. De verschillen in de verhouding van  $T_2:T_1$  bij de proeven bij den lageren druk zijn echter grooter; dit is wellicht gedeeltelijk daaruit te verklaren, dat bij de zeer langzame beweging van den kwikspiegel in het reservoir *eg* bij deze proeven, de instelling minder nauwkeurig werd. Zooals reeds op pag. 13 vermeld is, werd bij de proeven boven  $100^\circ$  de glycerine in het vloeistofbad spoedig ondoorzichtig, het is dan ook daaraan te wijten dat van proef 43 de waarneming van het middelste merk ontbreekt.

Voor twee proeven bij dezelfde temperatuur en bij verschillende overdruk moet de grootheid  $\frac{T}{A}$  eene constante zijn, wanneer de afwijking der waargenomen drukkingen van de wet van POISEUILLE bij deze proeven niet in aanmerking komt (zie pag. 17). Om dit na te gaan vergelijken we de volgende uitkomsten met elkaar:



TEMP.	NUMMER DER PROEF.	$\frac{T}{A}$	VERSCHIL.
14°.7	7 en 8	8988.4	} 0.14%
»	15	9001.4	
14°.9	4 en 5	8941.7	} 0.29%
»	14	8968.0	
80°.4	24, 25, 26	2772.4	} 0.13%
»	27	2776.0	

De hier gevonden verschillen treden juist in tegengestelde richting op als bij eene afwijking, die tengevolge van het in aanmerking komen van het drukverval bij de uiteinden der buis optreedt, het geval zou zijn; immers zou dan bij hooger druk en dus bij grootere snelheid een grooter gedeelte van den afgelezen druk voor dat drukverval gebruikt zijn, waardoor de wrijvingscoëfficiënt bij hooger druk grooter dan bij lager druk zou gevonden worden, zoodat ook de afwijking in de waarde van  $\frac{T}{A}$  in dezelfde richting moest optreden <sup>1)</sup>. Het niet overeenstemmen van de waarden van  $\frac{T}{A}$  bij de verschillende drukkingen kan dus niet aan eene afwijking van de wet van POISEUILLE worden toegeschreven. Wat kan dan de oorzaak zijn? Eene fout in de waarde van  $A$  misschien; dat zou dus neerkomen op eene fout in de bepaling met den katheto-

<sup>1)</sup> Zoo zou volgens Hoofdstuk IV bij de proeven van 15° ongeveer gevonden moeten zijn 0.03 % bij die van 80°, 0.2 %.

meter van een der merken. Stellen we eens, dat de stand van het merk  $a$  0.1 m.M. te laag gevonden is, dan zou dit in de waarde van  $A$  eene fout van 0.03% te weeg brengen; eene fout van 0.1 m.M. in den stand van het merk  $c$  geeft in de waarde van de daarbij behoorende  $A$  eene fout van 0.05%: hieruit is dus de afwijking niet te verklaren. Meer invloed heeft eene fout in de bepaling van het merk  $e$  of  $g$ ; voor den laagsten druk en voor eene fout van 0.1 m.M. kan dit op zijn hoogst eene afwijking van 0.2% opleveren. Daar echter eene fout van 0.1 m.M. niet denkbaar is, kunnen we dus in ieder geval de afwijking hieruit nog maar gedeeltelijk verklaren. Het is opmerkelijk, dat deze afwijking steeds in denzelfden zin is, en dus waarschijnlijk, dat zij toe te schrijven is aan eene toevallige, nog niet opgespoorde bron van fouten. Het aantal waarnemingen bij den laagsten druk is te gering om deze quaestie thans reeds geheel te kunnen nagaan; er blijkt echter voldoende uit dat er bij onze proeven over water bij de gewone temperatuur geene aanleiding bestaat om voor de afwijking van de waargenomen drukkingen van de wet van POISEUILLE eene correctie aan te brengen.

De verschillende grootheden ter berekening van den wrijvingscoëfficiënt uit vergel. (5) zijn hiermede gegeven.

We hebben dus:

$$\begin{aligned} r^4 &= 0.1162 \times 10^{-7} & q &= 0.3865 \\ g &= 981.2 & \log \frac{a_A}{a_B} &= 0.05629 \\ l &= 48.41 \\ \log e &= 0.43429 \end{aligned}$$

De eenheden zijn die van het c.M.-gr.-sec. stelsel.

We hebben nu de in tabel I gegeven doorstroomtijden in eene graphische voorstelling gebracht en daaruit door interpolatie de volgende doorstroomtijden gevonden:

TABEL III.

TEMP.	T	$\sigma - s_0$
20°	440.9	12.548
30°	353.4	12.526
40°	289.6	12.505
50°	240.8	12.484
60°	205.9	12.466
70°	178.9	12.447
80°	157.5	12.428
90°	140.8	12.411

In de laatste kolom zijn de bijbehorende waarden van  $(\sigma - s_0)$  gegeven, die voor de berekening van  $\mu$  (zie vergel. (5)) noodig zijn. Met behulp van deze gegevens hebben we de wrijvingscoëfficiënten berekend, zooals zij in de volgende tabel gegeven zijn. Daarin zijn de gecorrigeerde waarden verkregen, zooals op pag. 16 is aangegeven. Ter vergelijking hebben we de uitkomsten door SLOTTE <sup>1)</sup> voor water verkregen er naast geplaatst. SLOTTE heeft n.l. de wrijving van water in twee verschillende onderzoekingen nagegaan en heeft beide keeren dezelfde uitkomst verkregen.

<sup>1)</sup> K. F. SLOTTE, Wied. Ann. XX, p. 257. 1883; Ofversigt of Finska Vetensk. Soc. Verhandl. 32 p. 116. 1890; ook Beibl. XVI, p. 182, 1892.



TABEL IV.

TEMP.	ONGECORR. $\mu$	$\mu$	$\mu$ (Slotte)
20°	0.010185	0.010180	0.01009
30°	0.008150	0.008143	0.00804
40°	0.006667	0.006659	0.00659
50°	0.005535	0.005525	0.00555
60°	0.004726	0.004715	0.00474
70°	0.004100	0.004087	0.00411
80°	0.003604	0.003589	0.00363
90°	0.003217	0.003201	0.00322

De waarden door mij voor  $\mu$  gevonden, mogen in zooverre nauwkeuriger heeten, dat de onzekerheid, die in de correctie, door de verschillende waarden van  $\alpha$ , overblijft, bij mijne waarnemingen slechts tot eene fout van minder dan  $0.2\%$ , en bij die van SLOTTE van meer dan  $2\%$  kan aanleiding geven. De grootheid  $\frac{D \rho v}{\mu}$  (zie pag. 42) bedraagt bij  $90^\circ$  voor mijne proeven 306, voor die van SLOTTE 1250, welke getallen ook ten voordeele van mijne cijfers beslissen. ROSENCRANZ <sup>1)</sup> heeft ook de wrijving van water tot bij  $90^\circ$  onderzocht, en vindt veel grooter waarden dan ik, hij brengt echter geene correctie aan. Voor zijne proeven bedraagt  $\frac{D \rho v}{\mu}$  bij  $89.4^\circ$ , 2352, waaruit volgt dat zijne opgaven zonder correctie zeker niet te vertrouwen zijn.

<sup>1)</sup> O. E. MEYER, Wied. Ann. II, p. 387, 1877.

Voor den wrijvingscoëfficiënt van water bij 20° geeft Mützel <sup>1)</sup> de volgende opgave:

TEMP.	WAARNEMER.	$\mu$
21°.6	O. E. MEYER	0.010200
20°.1	STEFAN	0.010241
20°.0	POISEUILLE	0.010080
20°.0	SPRUNG	0.010210
20°.0	BRÜCKNER	0.010086
20°.0	MÜTZEL	0.010141

De goede overeenstemming tusschen onze waarden van  $\mu$  bij gewone temperatuur en die van vroegere waarnemers, doen zien, dat volgens de door ons gevolgde methode met voldoende nauwkeurigheid wrijvingscoëfficiënten in absolute maat kunnen bepaald worden. De minder goede overeenstemming tusschen de verschillende opgaven van  $\mu$  bij 20°, die zelfs afwijkingen van meer dan 1% vertoonen, vindt wellicht ten deele zijne verklaring in de veranderlijkheid van  $\mu$  met de temp., die in de nabijheid van 20° nog zeer groot is.

We kunnen hier nog aan toevoegen de uitkomsten door ons bij drie waarnemingen boven 100° verkregen.

TABEL V.

TEMP.	ONGECORR. $\mu$	$\mu$
124°.0	0.002255	0.002232
142°.2	0.001951	0.001925
153°.0	0.001832	0.001805

<sup>1)</sup> K. Mützel, Wied. Ann. XLIII, p. 15, 1891.

We hebben nog nagegaan in hoeverre onze resultaten over water voldoen aan de formule van GRAETZ <sup>1)</sup>, die het verband tusschen den wrijvingscoëfficiënt en de temperatuur door de volgende vergelijking uitdrukt:

$$\mu = A \frac{t_0 - t}{t - t_1}.$$

Hierin is  $t_0$  de kritische temperatuur in Cels. graden,  $t$  de temperatuur, waarbij men den wrijvingscoëfficiënt berekenen wil,  $A$  eene constante,  $t_1$  de temperatuur, waarbij de wrijving oneindig groot is (beneden het smeltpunt van de te beschouwen stof gelegen), door GRAETZ het »absolute Erstarrungspunkt» geheeten.

Uitgaande van de wrijvingscoëfficiënten bij 30° en 90° vinden we:

$$A = 0.001312. \quad t_1 = -24.79.$$

Met behulp van deze constanten vinden we o. a.:

TEMP.	WAARGEN.	BEREKEND.
20°.0	0.010180	0.01025
60°.0	0.004715	0.004797
124°.0	0.002232	0.002169
142°.2	0.001925	0.001790
153°.0	0.001805	0.001601

We zien hieruit, dat vooral bij hoogere temperaturen eene groote afwijking optreedt.

De formule door SLOTTE <sup>2)</sup> opgesteld om den wrijvingscoëfficiënt als functie van de temperatuur voor te stellen

$$\mu = \frac{c}{(a + t)^n}$$

geeft evenmin goede overeenstemming.

<sup>1)</sup> L. GRAETZ, Wied. Ann. XXXIV, p. 25, 1888.

<sup>2)</sup> Beibl. XVI, p. 184, 1892.



## DERDE HOOFDSTUK.

---

### **De proeven over chloormethyl.**

Voor de proeven over chloormethyl werd, wegens de vele moeilijkheden die het construeeren van de buis steeds opgeleverd had, het O-vormige stuk van den wrijvingstoestel vervaardigd door de firma GEISSLER te Bonn. Vooraf werd eene glazen buis van dezelfde soort als waarvan de proefbuis vervaardigd was, geperst; zij sprong bij circa 150 atm. Daar de hoogste druk bij de proeven niet meer dan 65 atm. bedraagt, werden de buizen dus geacht voldoende sterk te zijn.

De geheele drukleiding werd, als bij de proeven met water, in elkaar gezet.

Voor de vulling met chloormethyl verbonden we, met behulp van het trechtertje *m* (zie fig. 2) met ingeslepen stop, eene tweemaal rechthoekig omgebogen glazen buis aan den hoofdtoestel; die buis liep naar beneden in een bakje met kwik uit en deed aldus als verklikker dienst. Langs een zijweg stond die buis in verbinding met eene

kwikluchtpomp en langs eene tweede zijbuis, met eene koperen bus gevuld met vloeibaar chloormethyl. Nadat wij ons overtuigd hadden, dat alles luchtdicht sloot, pompten we den toestel eenige malen leeg en lieten daarbij telkens chloormethyl in. Voor de vulling was de buitenste bus van het vloeistofbad weggenomen; in de binnenste bus werd nu bovenin alcohol gegoten, die met vast koolzuur was afgekoeld, eerst tot  $\pm 0^{\circ}$ ; deze werd dan vervangen door steeds kouderen alcohol, totdat eene temperatuur van omstreeks  $-40^{\circ}$  bereikt was. Nadat op die wijze de wrijvingsbuis voldoende afgekoeld was, werd de kraan van de chloormethylbus geopend; het chloormethyl distilleerde dan vrij snel in de wrijvingsbuis over. Steeds door moest daarbij de alcohol uit het vloeistofbad afgetapt en door afgekoelden vervangen worden; hiertoe was eene vrij groote hoeveelheid vast koolzuur noodig. Even boven het reservoir *kl* is de bus uitgetrokken, om na de vulling te kunnen worden afgesmolten. We zetten eerst het overdistilleeren voort, tot er iets te veel in was; door wegpompen kon men dan de juiste hoeveelheid chloormethyl verkrijgen.

Eene eerste vulling mislukte, daar onder het afsmelten de temperatuur in het vloeistofbad te veel gestegen was, zoodat door de verhoogde spanning van het chloormethyl eene kleine opening in de afsmeltplaats geblazen werd, waardoor het chloormethyl ontsnapte. Een caoutchouc buisje werd nu over de smeltplaats heengeschoven, en iets lager de bus weer uitgetrokken; het andere uiteinde van het caoutchoucbuisje werd verbonden aan de stop, die eerst in

het trechtertje  $m$  uitkwam; alle verbindingsplaatsen van glas en caoutchouc werden met collodium elasticum bedekt; aldus sloot alles voldoende. Hierna gelukte de vulling in korten tijd.

Met dezen toestel werden 120 proeven verricht.

De afstanden van de merken van de proefbuis bepaalden we weer met den kathetometer en vonden daarbij de volgende aflezingen:

$$\begin{array}{ll} e = 43.843 \text{ c.M.} & c = 55.853 \text{ c.M.} \\ f = 40.852 \text{ »} & a = 85.843 \text{ »} \\ g = 37.852 \text{ »} & \end{array}$$

Waaruit volgt dat voor merk  $a$

$$a_A = 47.991, \quad a_B = 42.000,$$

$$\text{dus:} \quad A = \log \frac{a_A}{a_B} = 0.05791.$$

Voor merk  $c$

$$a_A = 18.001, \quad a_B = 12.010,$$

$$\text{dus:} \quad A = \log \frac{a_A}{a_B} = 0.17575.$$

De lengte van de capillair werd bepaald op:

$$48.42 \text{ c.M.}$$

De doorsnede van de capillair verkregen we door het wegen van een kwikdraad; als gemiddelde van 6 bepalingen vonden we:

$$r = 0.00994 \text{ c.M.}$$

Op dezelfde wijze als voor de capillair van het wateronderzoek (zie pag. 18) hebben we den vorm der doorsnede en hare verandering over de lengte der buis nagegaan. Onder den microscoop bezien, bleek ook deze



buis eene elliptische doorsnede te bezitten, waarvan de verhouding tusschen de groote en kleine as in de verschillende punten varieerde tusschen  $\frac{18,2}{17,4}$  en  $\frac{18,2}{17,7}$ , of tusschen 1,0460 en 1,0283; dus gemiddeld:

$$\frac{a}{b} = 1.0371, \quad \frac{b}{a} = 0,9642;$$

dus: 
$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2.0013.$$

De in de onderstelling van eene cirkelvormige doorsnede berekende  $\mu$ 's moeten dus met  $\frac{1}{1,0007}$  vermenigvuldigd worden.

Om het verloop van de doorsnede langs de buis na te gaan, hebben we de capillair gecalibreerd (zie pag. 20). Als uitkomst daarvan werd verkregen dat de met bovenstaande  $r$  berekende  $\mu$ 's met  $\frac{1}{1,0004}$  moeten vermenigvuldigd worden. Beide correcties te zamen genomen, wordt dus de geheele correctiefactor  $\frac{1}{1,0011}$ .

De doorsnede van het reservoir *eg* (de grootheid  $q$  in vergel. (5)) werd door uitwegen met kwik bepaald. Als gemiddelde van drie bepalingen vonden we:

$$q = 0.449 \text{ c.M}^2.$$

Er werden 85 proeven genomen bij den laagsten overdruk (merk *c*) en 35 bij den hoogsten overdruk (merk *a*). De daarbij gevonden doorstroomtijden zijn in de twee volgende tabellen, naar opklimmende temperaturen gerangschikt, vermeld; de notaties zijn dezelfde als in de tabellen I en II.

TABEL VI.  
Proeven bij den laagsten druk.

NUMMER DER PROEF.	TEMP.	$T_1$	$T_2$	T	$T_2 : T_1$
136	9°.9	170.55	206.08	376.63	1.208
135	10°.05	170.43	206.36	376.79	1.210
133	10°.2	170.53	206.09	376.62	1.208
132	10°.25	169.83	205.59	375.42	1.210
131	10°.25	170.12	206.47	376.59	1.213
130	10°.8	169.09	204.52	373.61	1.209
117	11°.8	167.28	202.13	369.41	1.208
115	12°.0	166.48	201.61	368.09	1.211
114	12°.0	166.39	201.18	367.57	1.209
111	12°.2	166.87	201.15	368.02	1.206
110	12°.35	166.38	200.77	367.15	1.207
128	14°.55	162.48	196.61	359.09	1.210
87	14°.75	163.25	197.75	361.00	1.211
129	14°.75	162.08	195.54	357.62	1.206
84	14°.8	162.84	197.80	360.64	1.214
83	14°.8	162.85	197.44	360.29	1.212
44	15°.15	160.58	194.72	355.30	1.212
45	15°.2	160.54	194.65	355.19	1.212
46	15°.25	160.21	194.53	354.74	1.214
51	15°.35	160.24	194.23	354.47	1.212
52	15°.5	160.03	193.41	353.44	1.208
54	15°.55	162.94	195.20	358.14	1.198
121	15°.55	160.67	193.81	354.48	1.206
55	15°.55	159.36	193.82	353.18	1.216
56	15°.6	159.74	193.09	352.83	1.209
124	15°.65	160.99	194.13	355.12	1.206
126	16°.2	160.01	192.97	352.98	1.206

NUMMER DER PROEF.	TEMP.	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T	T <sub>2</sub> : T <sub>1</sub>
123	16°.35	159.39	192.52	351.91	1.207
41	16°.8	157.40	191.63	349.03	1.217
40	16°.8	157.67	191.23	348.90	1.213
42	16°.8	157.44	191.39	348.80	1.216
36	16°.9	158.90	193.37	352.27	1.217
37	16°.9	159.02	192.91	351.93	1.213
35	16°.9	159.21	192.71	351.92	1.210
5	17°.15	157.49	189.40	346.89	1.202
6	17°.15	157.24	189.33	346.57	1.204
7	17°.2	156.67	189.64	346.31	1.210
17	28°.6	142.05	172.18	314.23	1.212
14	29°.2	142.05	171.44	313.49	1.207
18	29°.3	140.80	171.45	312.25	1.217
19	29°.65	140.96	171.09	312.05	1.214
20	30°.1	140.14	170.07	310.21	1.213
21	30°.5	139.57	169.50	309.07	1.214
15	30°.6	139.46	169.24	308.70	1.213
16	30°.95	139.03	168.83	307.86	1.214
22	31°.1	138.71	168.52	307.23	1.215
26	31°.4	138.16	167.96	306.12	1.215
8	32°.1	137.94	166.44	304.38	1.207
9	32°.6	136.97	165.68	302.65	1.209
57	34°.5	135.21	163.48	298.69	1.209
58	35°.0	134.19	163.01	297.20	1.214
59	35°.2	134.29	162.20	296.49	1.208
10	35°.3	134.40	161.56	295.96	1.213
28	36°.4	132.40	160.67	293.07	1.213
27	37°.5	130.88	159.52	290.40	1.219
13	48°.7	119.60	144.68	264.28	1.210



NUMMER DER PROEF.	TEMP.	$T_1$	$T_2$	T	$T_2 : T_1$
11	48°.9	119.50	144.66	264.16	1.210
12	49°.4	118.79	143.74	262.53	1.210
29	55°.65	112.67	136.21	248.88	1.209
66	73°.9	97.05	117.48	214.53	1.210
65	75°.65	95.44	115.63	211.07	1.212
67	76°.6	94.71	114.28	208.99	1.207
79	78°.3	94.21	113.29	207.50	1.203
31	78°.7	92.57	111.91	204.48	1.209
32	78°.8	92.67	111.66	204.33	1.205
30	79°.05	92.35	111.84	204.19	1.211
78	79°.1	92.91	112.66	205.57	1.212
77	79°.2	92.87	112.25	205.12	1.209
68	80°.0	92.69	111.25	203.94	1.200
71	82°.2	89.30	107.90	197.20	1.208
69	82°.95	89.19	107.89	197.08	1.210
70	83°.2	89.08	107.22	196.30	1.204
34	84°.8	86.93	104.70	191.63	1.204
33	85°.6	86.25	104.82	191.07	1.215
92	92°.9	82.30	99.53	181.83	1.209
98	97°.7	78.30	94.33	172.63	1.205
99	97°.9	78.05	94.05	172.10	1.205
90	100°.7	76.07	91.84	167.91	1.207
108	117°.4	62.31	76.09	138.40	1.220
107	122°.45	59.01	71.51	130.52	1.212
102	127°.1	56.89	68.85	125.74	1.201
104	128°.3	55.65	67.77	123.42	1.202
103	129°.0	54.94	66.09	121.03	1.203
105	134°.1	51.87	62.70	114.57	1.209
106	136°.8	49.26	59.41	108.67	1.206

TABEL VII.  
Proeven bij den hoogsten druk.

NUMMER DER PROEF.	TEMP.	$T_1$	$T_2$	T	$T_2 : T_1$
134	10°.0	60.89	65.08	125.97	1.069
137	10°.0	60.79	64.35	125.14	1.055
118	11°.8	59.61	63.13	122.74	1.059
113	12°.1	59.52	63.07	122.59	1.059
112	12°.2	59.40	62.80	122.20	1.057
109	12°.4	59.41	62.58	121.99	1.053
86	14°.25	58.53	62.18	120.71	1.062
127	14°.6	57.82	61.58	119.40	1.065
82	14°.7	58.24	61.90	120.14	1.063
85	14°.75	58.27	61.59	119.86	1.057
125	16°.0	57.08	60.59	117.67	1.061
122	16°.15	57.04	60.06	117.10	1.053
38	16°.7	56.46	59.71	116.17	1.057
39	16°.8	56.43	59.60	116.03	1.056
43	16°.8	55.88	59.91	115.79	1.072
4	17°.1	56.14	59.35	115.49	1.057
3	17°.1	55.87	59.05	114.92	1.057
2	17°.2	55.92	59.12	115.04	1.057
1	17°.25	55.74	58.90	114.64	1.057
24	31°.4	49.39	52.62	102.01	1.065
25	31°.6	49.47	52.58	102.05	1.063
63	72°.0	35.85	37.78	73.63	1.054
62	72°.45	35.55	37.56	73.11	1.057
61	72°.90	35.36	37.49	72.85	1.060
60	73°.80	35.19	37.14	72.33	1.055
64	76°.45	34.24	36.36	70.60	1.062

NUMMER DER PROEF.	TEMP.	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T	T <sub>2</sub> : T <sub>1</sub>
81	78° 0	34.22	36.17	70.39	1.057
80	78° 05	34.04	36.04	70.08	1.059
75	78° 2	34.52	36.57	71.09	1.059
76	79° 4	33.72	35.43	69.15	1.051
74	81° 9	32.71	34.63	67.34	1.059
73	82° 2	32.71	34.44	67.15	1.053
72	82° 2	32.55	34.50	67.05	1.060
101	97° 15	28.60	30.28	58.88	1.059
100	98° 3	28.32	29.74	58.06	1.050



## VIERDE HOOFDSTUK.

---

### **De correctie voor de afwijking van de wet van Poiseuille en de berekening van den wrijvingscoëfficiënt.**

Voor de volkomen overeenstemming van de waargenomen drukkingen met de wet van POISEUILLE is noodig, dat de arbeid door het drukverschil ter weerszijden van de capillair verricht, uitsluitend dient om binnen de capillair de wrijving te overwinnen en dus geheel in warmte wordt omgezet; en in de tweede plaats, dat de beweging overal evenwijdig aan de as van de buis plaats grijpt. Daar, zooals duidelijk is, een gedeelte van het drukverschil moet dienen om de vloeistof de eigenaardige verdeeling van snelheid te geven, en de snelheden van de deeltjes aan het begin en het einde van de capillair zeker niet overal evenwijdig aan de as der buis gericht zijn, en ook niet met het tegengesteld teeken genomen elkaars spiegelbeelden zijn, kan men verwachten, dat er bij

streaming van vloeistoffen door nauwe buizen afwijkingen zullen optreden, die des te grooter zullen zijn naarmate de stroomsnelheid grooter is, ook dan, wanneer voor een stuk van de buis op genoegzamen afstand van de uiteinden die wet geldt.

Door OSBORNE REYNOLDS <sup>1)</sup> is proefondervindelijk aangetoond, dat er voor een cirkelvormige buis met een bepaalden diameter eene maximum snelheid (door hem »critical velocity» genoemd) bestaat, beneden welke de beweging voor alle punten in de buis, die niet te dicht bij de uiteinden gelegen zijn, geschiedt, zooals die bij de theoretische afleiding van de wet van POISEUILLE uit de hydrodynamische bewegingsvergelijkingen wordt voorondersteld. Tot aan die kritische snelheid is voor een stuk van eene buis, op voldoende afstand van beide uiteinden genomen, de gemiddelde snelheid van de vloeistof evenredig met de drukking, en storingen in dien bewegingstoestand verdwijnen, als men de vloeistof verder laat stroomen, van zelf. Dit laatste is bij streaming door buizen niet in het algemeen het geval. Even boven de kritische snelheid schijnt er geen eenvoudig verband tusschen snelheid en drukking te bestaan, terwijl als de snelheid van 1.2 tot 1.35 maal de kritische geworden is, de betrekking weer eenvoudig wordt; de drukking werd dan bij de proeven van REYNOLDS (tot een twintig maal grootere snelheid zelfs) gevonden evenredig te zijn met

---

<sup>1)</sup> OSBORNE REYNOLDS, Phil. Trans. 1883.

de macht 1.722 van de snelheid. Uiterlijk bij eene snelheid ongeveer zes maal grooter dan de kritische snelheid gaat de gelijkmatige beweging over in eene golfbeweging, zonder dat de wet die de toename van de drukking beheerscht, merkbaar verandert. De naam golfbeweging verdient hier de voorkeur, omdat bij het stroomen van de vloeistof volgens POISEUILLE's wet, in de geheele buis, volgens de opvatting der hydrodynamica, rotatie bestaat en de buis dus met wervellijnen, die concentrische cirkels om de as van de buis vormen, gevuld is. De besproken verschijnselen worden door REYNOLDS in verband gebracht met de stabiliteit der bewegingstoestanden.

Zoolang  $\frac{D \rho v}{\mu}$ , eene getalwaarde, die wij REYNOLDS' getal zullen noemen (waarin  $D =$  diameter van de buis,  $v =$  snelheid,  $\rho =$  dichtheid), kleiner is dan eene zekere waarde <sup>1)</sup> overeenkomende met de kritische snelheid, is de beweging dus zooals bij de afleiding van de wet van POISEUILLE wordt aangenomen; voor het geval dat REYNOLDS' getal deze waarde overtreft, gaat zij over in eene andere beweging, bij welke de snelheid in de nabijheid van den wand veel sterker afneemt. Dat er eene, door REYNOLDS' getal bepaalde, kritische snelheid bestaat, boven welke de beweging niet meer volgens POISEUILLE geschiedt, blijkt ook uit de proeven van COUETTE <sup>2)</sup>, die

<sup>1)</sup> REYNOLDS, Phil. Trans. 1886, p. 167.

<sup>2)</sup> COUETTE, Ann. de Chim. et de Phys. 6e Série T. XXI, p. 433, 1890.



de twee bewegingstoestanden en het daartusschen liggend twijfelachtig regime opmerkte, zoowel bij de streaming door buizen, als bij zijne proeven met draaiende cilinders. Dat COUETTE in het tweede regime, wel is waar niet tot zulke groote snelheden als REYNOLDS opklimmende, eene andere wet vond, kan hier buiten bespreking blijven. Het is dus van belang na te gaan of de snelheden bij onze proeven beneden de kritische gebleven zijn.

Voor  $\frac{D \rho v}{\mu}$  vinden we dan:

TEMP.	$\frac{D \rho v}{\mu}$
10°	200
130°	1386
136°.8	1550

Voor REYNOLDS' getal bij de kritische snelheid geeft REYNOLDS zelf op 1400; WILBERFORCE <sup>1)</sup> merkte echter reeds op, dat de door R. vermelde proeven 2000 geven, uit de proeven van COUETTE volgt 1700. Daar onze waarde van REYNOLDS' getal geringer is, hebben we dus in de buis eene snelheidsverdeeling, die met de wet van van POISEUILLE overeenkomt. Tevens blijkt echter, dat waarnemingen tusschen 130° en 136°.8 reeds dicht tot het twijfelachtige gebied naderen.

De afwijkingen van de wet van POISEUILLE, die bij onze drukkingen nog voorkomen, kunnen dus alleen afhangen van onregelmatigheden in de beweging aan

<sup>1)</sup> WILBERFORCE, Phil. Mag. 5e Series, XXXI, p. 407, 1891.

de uiteinden der capillair en van den arbeid, die verloren gaat voor de vloeistof in de capillair met hare snelheidsverdeeling intreedt, en nadat de vloeistof, uit de buis tredende in het ontvangreservoir, zich heeft uitgebreid. Wanneer men afziet van de wrijving en wanneer men mag aannemen, dat de snelheidsverdeeling ter weerszijden van de capillair geheel symmetrisch ontstaat en zich oplost, zoodat ook dan de vloeistofspiegel in de bovenste buis evenwijdig aan zichzelf voortschuift. dan komt de druk, die noodig is om in de capillair eene grootere snelheid te doen ontstaan bij onze proeven niet in aanmerking; immers, daar de diameters van de reservoirs *eg* en *kl* even groot zijn, heeft de vloeistof in beide dezelfde snelheid, en is dus de arbeid, door den snelheidsdruk verricht, nul. Doch de beweging in en uit de buis grijpt niet op deze wijze plaats en aan die symmetrie in het bijzonder wordt volstrekt niet voldaan.

Dat er dientengevolge bij onze proeven eene afwijking der drukkingen van die volgens POISEUILLE berekend aanwezig is, kunnen we in de eerste plaats aantoonen. Daartoe hebben we, gelijk op pag. 17 is aangetoond, slechts de waarden van  $\frac{T}{A}$  met elkaar te vergelijken, zooals we die bij twee proeven, bij dezelfde temperatuur, maar ongelijken druk genomen, verkrijgen. Zoo vonden we dat bij 17° de waarde van  $\frac{T}{A}$  bij den hoogsten druk 0.6% grooter was dan bij den laagsten, terwijl dit verschil bij 31°.6, 1.6% bij 73°.9, 2.3% bij 82% reeds 2.6%

bedroeg. Hieruit blijkt dus dat bij steeds grootere snelheden ook eene steeds grootere hoeveelheid arbeidsvermogen verloren ging, die niet tot het overwinnen der wrijving in de capillair volgens POISEUILLE gebruikt werd, waarvoor dus eene correctie noodig is. Voor eene theoretische bepaling dezer correctie ontbreekt ons de oplossing van de bewegingsvergelijkingen eener vloeistof voor ons bijzonder geval. Wij moeten dus tot eene empirische correctie onze toevlucht nemen. Daar wij bij de meeste temperaturen waarnemingen bij twee drukkingen verricht hebben, kunnen we de juistheid van de in te voeren correctie toetsen, zoolang deze van ééne constante afhangt.

DOOR HAGENBACH <sup>1)</sup>, REYNOLDS<sup>2)</sup>, HOUBA <sup>3)</sup>, COUETTE <sup>4)</sup>, WILBERFORCE <sup>5)</sup> en anderen <sup>6)</sup> zijn voor de correctie verschillende uitdrukkingen gegeven; zij komen allen hierin overeen, dat zij om den druk te vinden, die alleen voor het overwinnen van de wrijving volgens POISEUILLE is noodig geweest, den werkelijk gemeten druk met een bedrag verminderen, evenredig met het kwadraat van de gemiddelde stroomsterkte en de dichtheid van de vloeistof, terwijl WILBERFORCE, m. i. terecht, de coëfficiënt in deze correctie afhankelijk stelt van REYNOLDS' getal.

---

<sup>1)</sup> HAGENBACH, Pogg. Ann. CIX, p. 385, 1860.

<sup>2)</sup> Phil. Trans. 1883, p. 981.

<sup>3)</sup> Diss. Leiden, 1883, p. 96.

<sup>4)</sup> l. c. p. 500.

<sup>5)</sup> l. c. p. 408.

<sup>6)</sup> Ik vermeld hieronder nog de berekeningen van BOUSSINESQ, C. R. 113, p. 9 en 49.



COUETTE brengt bovendien nog een »allongement fictif» in rekening, zoodat aan de lengte van de buis moet worden toegevoegd eene grootheid  $\Lambda$ . Deze  $\Lambda$ , die in COUETTE's geval nagenoeg gelijk aan driemaal den diameter, en bij benadering constant is, is zeker zeer geschikt om over de afwijking in verschillende gevallen te oordeelen; zij kan echter volgens de leer der mechanische gelijkvormigheid eene functie van REYNOLDS' getal zijn en dus in de correctie van WILBERFORCE worden opgenomen.

Immers stellen wij met WILBERFORCE:

$$h = \frac{32 \mu l v}{g \rho D^2} + \frac{v^2}{g} \phi \left( \frac{v \rho D}{\mu} \right),$$

en nader:

$$h = \frac{32 \mu l v}{g \rho D^2} + \frac{v^2}{2g z^2} \psi \left( \frac{v \rho D}{\mu} \right),$$

waarin  $z$  dan strikt genomen weer eene functie van REYNOLDS' getal kan zijn, zoo kan men ook schrijven:

$$h = \frac{32 \mu v}{g \rho D^2} \left[ l + \left( \psi \left( \frac{v \rho D}{\mu} \right) - 1 \right) \frac{v \rho D}{\mu} \cdot \frac{D}{64 z^2} \right] + \frac{v^2}{2g z^2},$$

of:

$$h = \frac{32 \mu v}{g \rho D^2} (l + \Lambda) + \frac{v^2}{2g z^2},$$

voor:

$$\Lambda = \frac{1}{32} \left( \psi \left( \frac{v \rho D}{\mu} \right) - 1 \right) \frac{v \rho D}{\mu} \cdot \frac{D}{2 z^2},$$

hetgeen in COUETTE's formule overgaat, zoo  $2 z^2 = 1$  wordt gesteld.

In aansluiting hieraan stellen we in overeenstemming met het beginsel der mechanische gelijkvormigheid (zie

ook HOUBA), dat voor onze proeven over chloormethyl de afwijking op dezelfde wijze van stroomsterkte en dichtheid afhangt.

Wanneer niet  $\Lambda$  bij mijne proeven in veel sterker mate in aanmerking moet komen dan bij die van COUETTE, mag  $\Lambda$  verwaarloosd worden. Immers diameter = 0,2 m.M., lengte = 480 m.M., of  $\frac{\Lambda}{l} = \frac{3}{2400}$ , zoodat  $\Lambda$  tegen  $l$  verwaarloosd mag worden, (zelfs wanneer de bij de proeven bereikte nauwkeurigheid veel grooter was dan inderdaad verkregen werd), en dus ook  $\psi = 1$  gesteld mag worden.

We zullen verder van de mogelijke veranderlijkheid van  $z^2$  afzien. Dat dit geoorloofd is zal op pag. 52 blijken.

Daar echter bij onzen toestel de druk en dus ook de stroomsterkte van oogenblik tot oogenblik verandert, moet de correctie voor den druk in de differentiaalvergelijking der beweging (zie vergel. (3)) worden ingevoerd.

Voor die vergelijking kunnen we schrijven:

$$(9) \quad (\sigma - s_0) (H - h) = \frac{8 q l \mu}{\pi r^4 g} \frac{dh}{dt}$$

waarin  $(\sigma - s_0) (H - h)$  den druk voorstelt voor een zeker tijdstip  $t$  van de proef. Stellen we nu volgens genoemde hypothese het gedeelte van dezen druk, dat niet tot het overwinnen van de wrijving volgens de wet van POISEUILLE dient, evenredig met het kwadraat van de snelheid der vloeistof in de capillair en met de dicht-

heid  $s_0$ , dus met  $s_0 \left( \frac{q}{\pi r^2} \frac{dh}{dt} \right)^2$ , dan wordt de druk, die alleen voor het overwinnen der wrijving dient:

$$(\sigma - s_0) (H - h) - s_0 C' \left( \frac{dh}{dt} \right)^2,$$

waarin:

$$(10) \quad C' = \text{const.} \times \frac{q}{\pi r^2}.$$

De juiste waarde van  $\mu$  wordt dan niet meer bepaald door vergelijking (9), maar door:

$$(11) \quad (\sigma - s_0) (H - h) - s_0 C' \left( \frac{dh}{dt} \right)^2 = C \mu \frac{dh}{dt},$$

wanneer we stellen:

$$(12) \quad C = \frac{8ql}{\pi r^4 j}.$$

Vergelijking (10) moet nu geïntegreerd worden; schrijven we ervoor:

$$\left( \frac{dh}{dt} \right)^2 + \frac{\mu C}{s_0 C'} \frac{dh}{dt} - \frac{(H-h)(\sigma-s_0)}{s_0 C'} = 0,$$

dan is:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{-\mu C + \sqrt{\mu^2 C^2 + 4 s_0 C' (H-h)(\sigma-s_0)}}{2 s_0 C'}.$$

Daar  $\frac{dh}{dt}$  positief is, nemen we voor het wortelteeken het teeken +. Nu is dus:

$$\frac{-dh}{\mu C + \sqrt{\mu^2 C^2 + 4 s_0 C' (H-h)(\sigma-s_0)}} = \frac{dt}{2 s_0 C'}.$$



Integreeren we over het tijdsverloop van eene proef, dan is:

$$(13) \int_{h_1}^{h_2} \frac{-dh}{\mu C - \sqrt{\mu^2 C^2 + 4 s_0 C' (H-h) (\sigma - s_0)}} = \frac{T}{2 s_0 C'}.$$

Voor de beteekenis der grootheden  $h_1$  en  $h_2$  verwijzen we naar Hoofdstuk II. Nu is in het algemeen:

$$\int \frac{dx}{a+b \sqrt{\alpha+\beta x}} = \frac{2}{b\beta} \left[ \sqrt{\alpha+\beta x} - \frac{a}{b} l(a+b \sqrt{\alpha+\beta x}) \right],$$

dus wordt vergelijking (13):

$$(14) \frac{-2}{4 s_0 C' (\sigma - s_0)} \left[ \sqrt{\mu^2 C^2 + 4 s_0 C' (H-h) (\sigma - s_0)} + \mu C l(\mu C - \sqrt{\mu^2 C^2 + 4 s_0 C' (H-h) (\sigma - s_0)}) \right]_{h_1}^{h_2} = \frac{T}{2 s_0 C'}.$$

Nu is:  $s_0 C' \left( \frac{dh}{dt} \right)^2$  klein ten opz. v.  $\mu C \frac{dh}{dt}$  (zie vergel. (11))

en daar volgens (9)

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\sigma - s_0}{\mu C} (H-h),$$

zoo is:

$$\frac{s_0 C' (\sigma - s_0)}{\mu C} (H-h) \text{ klein t. o. v. } \mu C,$$

of  $s_0 C' (\sigma - s_0) (H-h)$  klein t. o. v.  $\mu^2 C^2$ .

Stel dus in (14)

$$(15) \quad \delta = \frac{s_0 C' (H-h) (\sigma - s_0)}{\mu^2 C^2},$$

dan is daar  $\sqrt{1+4\delta} = 1+2\delta-2\delta^2$

bij verwaarloozing van  $\delta^2$ :

$$T = \frac{-1}{\sigma - s_0} \left[ \mu C (1 + 2\delta) + \mu C l \right] - 2\mu C \delta (1 - \delta) \left. \vphantom{\frac{-1}{\sigma - s_0}} \right\} \frac{h_2}{h_1};$$

hierin is:

$$l \left\{ -2\mu C \delta (1 - \delta) \right\} = l(-2\mu C \delta) + l(1 - \delta) = l(-2\mu C \delta) - \delta,$$

en dus:

$$T = \frac{-1}{\sigma - s_0} \left[ \mu C (1 + \delta) + \mu C l (-2\mu C \delta) \right] \frac{h_2}{h_1},$$

$$T = \frac{-1}{\sigma - s_0} \left[ \mu C (\delta_2 - \delta_1) + \mu C l \frac{\delta_2}{\delta_1} \right].$$

Brengen we hierin de waarde van  $\delta$  over, dan is:

$$T = \frac{s_0 C' (h_2 - h_1)}{\mu C} + \frac{\mu C}{\sigma - s_0} l \frac{H - h_1}{H - h_2},$$

of

$$1 = \frac{s_0 C' (h_2 - h_1)}{\mu C T} + \mu \frac{C l \frac{H - h_1}{H - h_2}}{T(\sigma - s_0)},$$

$$1 = \frac{s_0 C' (h_2 - h_1)}{\mu C T} + \frac{\mu}{\mu'},$$

wanneer  $\mu'$  den ongecorrigeerden wrijvingscoëfficiënt voorstelt (zie vergel. (5));

dus:

$$\mu' = \frac{\mu'}{\mu} \frac{s_0 C' (h_2 - h_1)}{C T} + \mu.$$

Stel in den correctieterm  $\frac{\mu'}{\mu} = 1$ , dan is, als tevens:

$$(16) \quad \frac{C' (h_2 - h_1)}{C} = C',$$

$$(17) \quad \mu = \mu' - \frac{C'' s_0}{T}$$

Hebben we nu twee waarnemingen bij verschillenden druk, maar bij dezelfde temperatuur, en vinden we daarbij de ongecorrigeerde wrijvingscoëfficiënten  $\mu_1$  en  $\mu'$ , dan is:

$$\mu = \mu_1 - \frac{C'' s_0}{T_1} = \frac{P}{A_1} T_1 - \frac{C'' s_0}{T_1},$$

$$\mu = \mu' - \frac{C'' s_0}{T'} = \frac{P}{A'} T' - \frac{C'' s_0}{T'},$$

waarin volgens (5):

$$P = \frac{\pi r^4 (\sigma - s_0) g \log e}{8 l q}.$$

Uit bovenstaande vergelijkingen volgt na aftrekking:

$$P \left( \frac{T_1}{A_1} - \frac{T'}{A'} \right) = C'' s_0 \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T'} \right),$$

of

$$(18) \quad C'' = \frac{P}{s_0} \frac{\frac{T_1}{A_1} - \frac{T'}{A'}}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T'}}.$$

De waarde van  $A$  en  $A'$  is op pag. 33 gegeven, voor de overige grootheden, zie pag. 56 en 57.

Passen we deze betrekking toe op de door ons verkregen doorstroomtijden, dan vinden we voor  $C''$ :

TABEL VIII.

TEMP.	$T_1$	$T'$	$C''$
50°	88.0	262.3	0.00367
60°	81.1	241.7	0.00349
70°	74.8	222.1	0.00374



TEMP.	$T_1$	$T'$	$C''$
80°	68.7	203.8	0.00336
90°	62.9	185.9	0.00340
100°	57.3	168.9	0.00325

We zien hieruit dat de waarde van  $C''$  bij de verschillende temperaturen nagenoeg constant gevonden wordt, waaruit dus het geoorloofde van onze hypothese, dat wij  $\alpha^2$  als constant in rekening mochten brengen, voor den dag komt. De verschillen, die zich nog voordoen in de waarden van  $C''$ , zijn te weinig betrouwbaar om daaruit tot eene veranderlijkheid van  $\alpha^2$  te mogen besluiten, doch, mochten deze verschillen zelfs hunne oorzaak in deze veranderlijkheid vinden, zoo komen zij toch niet in aanmerking, daar de grootste waarde, die de correctie bij de proeven bereikt 3<sup>o</sup>/<sub>10</sub> van de waarde van  $\mu$  bedraagt.

De in tabel VIII gegeven waarden van  $T_1$  en  $T'$  zijn verkregen uit de graphische voorstelling dezer grootheden, zooals zij in tabel VI en VII vermeld zijn.

Schrijven we voor (18)

$$C'' = \frac{P}{s_0} T_1 \frac{\frac{T_1}{A_1} - \frac{T'}{A'}}{1 - \frac{T_1}{T'}}$$

dan zien we, dat voor eenzelfde absolute fout in  $T_1$ , de daaruit voortvloeiende fout in  $C''$  evenredig is met  $T_1$ , en dat dus de berekening van  $C''$  het nauwkeurigst is bij kleine  $T_1$ , d. i. bij hogere temperaturen.

We willen nu nog even terugkomen op de verhouding

van de doorstroomtijden noodig voor den afstand  $gf$  en den afstand  $fe$ , m. a. w. de verhouding  $T_2 : T_1$ , in de tabellen VI en VII opgegeven. Behoudens enkele afwisselingen zien we, dat de waarde daarvan bij alle temperaturen dezelfde is, terwijl, tengevolge van de besproken afwijking van de wet van POISEUILLE, de waarde van  $T_2 : T_1$  bij hoogere temperatuur kleiner zou moeten zijn dan bij lagere temperatuur. Om de grootte van dat verschil te leeren kennen, noemen we  $a_G$ ,  $a_F$  en  $a_E$  den druk in c.M. kwik, wanneer bij eene proef de meniscus in de stijgbuis voorbij de merken  $g$ ,  $f$  en  $e$  gaat. Voor de twee gedeelten eener proef is dan volgens vergelijking (17):

$$\mu = D \frac{T_1}{\log \frac{a_G}{a_F}} - \frac{B}{T_1},$$

$$\mu = D \frac{T_2}{\log \frac{a_F}{a_E}} - \frac{B}{T_2},$$

waarin  $D$  en  $B$  constanten zijn.

Hiervoor vinden we b. v. bij  $82^\circ$  uit proeven bij den laagsten overdruk genomen:

$$\mu = D \frac{T_1}{\log \frac{a_G}{a_F}} \left[ 1 - 0,0139 \right],$$

$$\mu = D \frac{T_2}{\log \frac{a_F}{a_E}} \left[ 1 - 0,0116 \right];$$

hieruit:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\log \frac{a_F}{a_E}}{\log \frac{a_G}{a_F}} \left[ 1 - 0,0023 \right];$$

evenzoo bij 10°:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\log \frac{a_F}{a_E}}{\log \frac{a_G}{a_F}} \left[ 1 - 0,0008 \right].$$

We zien dus dat tengevolge van de afwijking van de wet van POISEUILLE de verhouding  $\frac{T_2}{T_1}$  bij 10° en bij 82° 0.0015 verschilt; dit valt binnen de grenzen van nauwkeurigheid, door ons bereikt.

We kunnen nu nog de constante  $C'$ , waardoor onze correctie bepaald wordt, vergelijken met de waarde die HAGENBACH en anderen daarvoor hebben ingevoerd. Schrijven we voor vergel. (11):

$$(H-h) \frac{\sigma - s_0}{s_0} = \frac{8 q l \mu}{s_0 \pi r^4 g} \frac{dh}{dt} + C' \left( \frac{dh}{dt} \right)^2,$$

en vergelijken we daarmee vergelijking (3) pg. 96 (diss. HOUBA), dan luidt die vergelijking in onze notatiën:

$$(H-h) \frac{\sigma - s_0}{s_0} = \frac{8 q l \mu}{s_0 \pi r^4 g} \frac{dh}{dt} + \frac{q^2}{2 \kappa^2 \pi^2 r^4 g} \left( \frac{dh}{dt} \right)^2.$$

Uit deze beide vergelijkingen volgt:

$$\frac{q^2}{2 \kappa^2 \pi^2 r^4 g} = C',$$



maar volgens (16) is:

$$C' = \frac{C''C}{h_2 - h_1} = \frac{C''}{h_2 - h_1} \cdot \frac{8ql}{\pi r^4 g},$$

dus:

$$\frac{q^2}{2z^2\pi^2 r^4 g} = \frac{C''}{h_2 - h_1} \cdot \frac{8ql}{\pi r^4 g},$$

waaruit:

$$(19) \quad z^2 = \frac{q}{\pi} \cdot \frac{h_2 - h_1}{16 C'' l}.$$

Hierin is:

$q$  = doorsnede reservoir  $eg = 0.4488 \text{ cM}^2$

$h_2 - h_1$  = afstand der merken  $e$  en  $g = 6 \text{ cM}$ .

$C'' = 0.00348$

$l$  = lengte van de capillair =  $48.42 \text{ cM}$ .

Hieruit berekenen we  $z = 0.5638$ .

HAGENBACH gebruikt bij zijne proeven:

$$z = 0.7937,$$

terwijl volgens WILBERFORCE de correctie voor HAGENBACH's proeven bepaald wordt door:

$$z = 0.7071.$$

Door REYNOLDS wordt volgens de proeven van WEISSBACH gebruikt:

$$z = 0.8151^1).$$

HOUBA berekent voor de proeven van HAGEN:

$$z = 0.62.$$

Volgens de proeven van COUETTE is:

$$z = 0.7071^2).$$

<sup>1)</sup> Zie WILBERFORCE, l. c. p. 413.

<sup>2)</sup> Buitendien, zooals op p. 46 opgemerkt, brengt COUETTE nog in rekening een „allongement fictif.”

Voor de proeven van POISEUILLE is volgens WILBERFORCE:

$$z = 0.7071.$$

Uit de berekeningen van BOUSSINESQ zou volgen:

$$z = 0.668.$$

Uit de waarde door ons voor  $z$  verkregen kan men afleiden, dat de hoeveelheid energie, die bij onze proeven niet aan de wrijving, volgens POISEUILLE berekend, besteed wordt, meer bedraagt dan noodig is om de vloeistof in de capillair hare snelheid te geven.

We kunnen nu overgaan tot de berekening van den wrijvingscoëfficiënt. De formule waardoor deze bepaald wordt is dus in haar geheel:

$$(20) \quad \mu = \frac{\pi r^4 g \log e}{8 l q} \cdot \frac{(\sigma - s_0) T}{\log \frac{a_A}{a_B}} - \frac{C' s_0}{T},$$

waarin:

$$r^4 = 0.9745 \times 10^{-8} \text{ c.M.} \quad q = 0.4488 \text{ c.M}^2$$

$$g = 981.2 \quad \text{»} \quad \log e = 0.43429$$

$$l = 48.42 \quad \text{»} \quad \log \frac{a_A}{a_B} = 0.17575 \text{ (voor merk } c).$$

$$C' = 0.00348$$

We hebben de in Tabel VI gegeven doorstroomtijden in eene graphische voorstelling gebracht en daaruit door interpolatie de volgende doorstroomtijden gevonden:

TABEL IX.

TEMP.	$T$	$\sigma - s_0$
40°	376.9	12.636
20°	340.3	12.631
30°	310.4	12.626
40°	284.7	12.620
50°	262.3	12.618
60°	241.7	12.617
70°	222.1	12.619
80°	203.8	12.621
90°	185.9	12.627
100°	168.9	12.635
110°	152.4	12.646
120°	136.2	12.654
130°	120.3	12.687
136°.8	108.6	12.739

In de laatste kolom zijn de bijbehorende waarden van  $(\sigma - s_0)$  gegeven; deze zijn ontleend aan de opgaven van Dr. STOEL (diss. p. 46, tabel II), behalve die bij 136°.8. De waarde van  $s_0$  hiervoor benoodigd, hebben we uit de opgaven van RAMSAY en YOUNG <sup>1)</sup> over de dichtheid van aether berekend, door toepassing van de wet der overeenstemmende toestanden.

Met behulp van deze gegevens hebben we de wrijvingscoëfficiënten berekend, zooals zij in de volgende tabel gegeven zijn.

---

<sup>1)</sup> RAMSAY en YOUNG, Phil Trans. 1887.



TABEL X.

TEMPERATUUR	ONGECORR. $\mu$	CORRECTIE	$\mu$
10°	0.002032	0.0000086	0.002023
20°	0.001833	0.0000093	0.001834
30°	0.001671	0.0000100	0.001661
40°	0.001532	0.0000107	0.001521
50°	0.001411	0.0000113	0.001400
60°	0.001301	0.0000120	0.001289
70°	0.001196	0.0000126	0.001183
80°	0.001097	0.0000133	0.001084
90°	0.001001	0.0000140	0.0009874
100°	0.0009111	0.0000148	0.0008963
110°	0.0008228	0.0000156	0.0008072
120°	0.0007364	0.0000163	0.0007201
130°	0.0006516	0.0000172	0.0006344
136°.8	0.0005906	0.0000168	0.0005738

De vorm  $\mu = C e^{-\frac{T}{B}}$  (waarin  $T$  de absolute temperatuur voorstelt,  $C$  en  $B$  constanten zijn), die door STOEL opgegeven wordt als eene niet te ver van zijne ongecorrigeerde waarnemingen zich verwijderende benaderingsformule, voldoet met dezelfde afwijkingen aan de door ons verkregen waarden van  $\mu$ . Alleen boven 120° treden grootere afwijkingen op

---

## VIJFDE HOOFDSTUK.

---

### Vergelijking van wrijvingscoëfficiënten in overeenstemmende toestanden.

Met behulp van de door ons verkregen waarden voor den wrijvingscoëfficiënt van chloormethyl in absolute maat zijn wij nu in staat, in de nabijheid der kritische temperatuur de betrekking te toetsen, die voor de wrijvingscoëfficiënten van twee vloeistoffen bij overeenstemmende temperaturen door Prof. KAMERLINGH ONNES <sup>1)</sup> is afgeleid uit de stelling, dat overeenstemmende toestanden als mechanisch gelijkvormige bewegingsvormen zijn op te vatten.

Deze betrekking is:

$$20) \quad \mu_1 : \mu_2 = \frac{\sqrt[3]{M_1}}{\sqrt[3]{m_1^2}} \sqrt{T_{k_1}} : \frac{\sqrt[3]{M_2}}{\sqrt[3]{m_2^2}} \sqrt{T_{k_2}},$$

waarin  $\mu$  den wrijvingscoëfficiënt,  $M$  het molecuulair-

---

<sup>1)</sup> H. KAMERLINGH ONNES, Theorie der vloeistoffen. Verh. der Kon. Acad. v. Wetensch. Amsterdam 1881, tweede stuk p. 8.

gewicht,  $m$  het volume der moleculen in den kritischen toestand en  $T_k$  de kritische temperatuur voorstelt, terwijl de indices 1 en 2 op verschillende stoffen betrekking hebben.

Daar bij deze beschouwingen mag gesteld worden:

$$21) \quad m = \text{const.} \times \frac{T_k}{p_k},$$

(waarin  $p_k$  den kritischen druk voorstelt) is dus ook

$$22) \quad \mu_1 : \mu_2 = \frac{\sqrt[6]{M_1}}{\sqrt{\frac{T_{k1}}{p_{k1}^3}}} : \frac{\sqrt[6]{M_2}}{\sqrt{\frac{T_{k2}}{p_{k2}^3}}}.$$

De laatste formule is voor de berekening meer geschikt, omdat de opgaven van kritische drukkingen in het algemeen meer te vertrouwen zijn dan die van kritische volumina.

Uit de beschouwingen, op welke deze betrekking gegrond is, volgt wel, dat men haar waarschijnlijk het best in de nabijheid van den kritischen toestand verwezenlijkt zal vinden. Behalve voor chloormethyl, is slechts voor ééne stof de wrijvingscoëfficiënt in de nabijheid van den kritischen toestand bekend, n. l. voor koolzuur, volgens de onderzoeken van WARBURG en VON BABO <sup>1)</sup>. Noemt men nu  $\mu_k$  en  $\mu_c$  de wrijvingscoëfficiënten van koolzuur en chloormethyl, dan zou men, daar voor koolzuur:

$$T_k = 304^{\circ}.35, \quad p_k = 72.9 \text{ atm.}, \quad M = 44, \text{ } ^2)$$

<sup>1)</sup> WARBURG en VON BABO, Wied. Ann. XVII, p. 390, 1882.

<sup>2)</sup> AMAGAT, Phys. Revue 1892, p. 38.



en voor chloormethyl:

$$T_k = 416^{\circ}.0 \quad p_k = 65.0 \text{ atm.}, \quad M = 50.4^1),$$

volgens vergelijking (22) bij overeenstemmende temperaturen moeten vinden:

$$\mu_k : \mu_c = 44.63 : 44.01,$$

of:

$$\frac{\mu_k}{44.63} = \frac{\mu_c}{44.01} = \text{const.}$$

Passen we deze gelijkheid toe op de waarnemingen van WARBURG en VON BABO en de onze, dan vinden we:

TABEL XI.

Overeenst. Temp.		$\mu_k$	$\mu_c$	$\mu_k$	$\mu_c$
Koolzuur	Chloormethyl			44.63	42.01
5°	107°	5.099	4.589	0.114	0.109
10°	113.°8	4.697	4.267	0.105	0.102
15°	120.°6	4.222	3.887	0.097	0.093
20°	127.°5	3.925	3.628	0.088	0.086
25°	134.°3	3.444	3.302	0.077	0.079

In deze tabel stellen  $\mu_k$  en  $\mu_c$ , om de vergelijking met de opgaven van PRIBRAM en HANDL gemakkelijk te maken, de »specifieke» wrijvingscoëfficiënten voor, d. w. z. de verhouding van den absoluten wrijvingscoëfficiënt der stof tot die van water bij 0°, daarbij dezen laatste gelijk aan 100 stellende. Om deze te verkrijgen hebben we den wrijvingscoëfficiënt van water bij 0° gelijk aan 0,01814 gesteld, welke waarde afgeleid is uit onze waarnemingen over water met behulp van de door PRIBRAM en HANDL opgegeven doorstroomtijden bij 0° en 30°.

<sup>1)</sup> KUENEN, Diss., Leiden, 1892, p. 13.

We zien in tabel XI dat hier de overeenstemming in niet veel minder mate bestaat dan bij andere toepassingen van de wet der overeenstemmende toestanden. Zooals echter op pag. 43 is opgemerkt nadert de snelheid van het chloormethyl in de capillair bij onze proeven boven  $130^{\circ}$  reeds tot de kritische snelheid, terwijl de cijfers van WARBURG en VON BABO verkregen zijn uit waarnemingen met drie verschillende buizen, waarbij voor de proeven met de wijdeste buis REYNOLDS' getal (zie pag. 42) bijna 1500 bedroeg (bij  $25^{\circ}$ ) en voor die met de nauwste 200. Het feit, dat hierbij, zonder dat eene correctie werd aangebracht, overeenstemming in de waarnemingen met de verschillende buizen gevonden werd, geeft aanleiding om in de resultaten waarnemingsfouten te vreezen. Voor eene meer nauwkeurige vergelijking van de wrijvingscoëfficiënten bij overeenstemmende temperaturen in de nabijheid van de kritische temperatuur, zouden dus mijne proeven met een nauwere capillair en die van WARBURG en VON BABO met een langere capillair moeten worden overgedaan. Bij een dergelijk onderzoek zou het bovendien wenschelijk zijn door het gebruik van capillairen van verschillende lengte, doch van denzelfden diameter, de correctie voor de uiteinden der capillair te elimineeren.

Hoewel het vooraf wel te verwachten is, dat eene betrekking tusschen wrijvingscoëfficiënten, als in vergelijking (20) of (22) is opgegeven, die afgeleid is uit de

wet der overeenstemmende toestanden, het best zal bevestigd gevonden worden in de nabijheid van de kritische temperatuur, zoo is het zeker niet van belang ontbloomd na te gaan, in hoeverre daaraan ook bij lagere temperaturen voldaan wordt. Hiertoe kunnen wij aan het uitgebreid onderzoek van PRIBRAM en HANDL <sup>1)</sup> de noodige gegevens ontleenen. Door hen is onderzocht de specifieke wrijving (ten opzichte van water bij 0°) van omstreeks 90 stoffen, bij temperaturen, gelegen tusschen 0° en 70°. Voor zooverre ons de kritische gegevens daartoe ten dienste stonden, hebben we de berekening voor alle door hen onderzochte stoffen, en ook nog voor eenige, die door RELLSTAB <sup>2)</sup> en WIJKANDER <sup>3)</sup> onderzocht zijn, ten uitvoer gebracht.

Volgens de vergelijkingen (20) en (22) moeten we dus voor de verschillende stoffen bij overeenstemmende temperaturen vinden:

$$23) \quad \mu \frac{\sqrt[6]{\frac{T_k}{p_k^4}}}{\sqrt{M}} = C,$$

en

$$24) \quad \mu \frac{\sqrt[3]{\frac{m^2}{M T_k}}}{\sqrt{M T_k}} = C'.$$

<sup>1)</sup> PRIBRAM EN HANDL, Wien. Sitz. Ber. LXXVIII, p. 113; LXXX, p. 17 LXXXIV, p. 717.

<sup>2)</sup> RELLSTAB, In. Diss. Bonn, 1868.

<sup>3)</sup> WIJKANDER, Lunds Physiogr. Sölsk. Jubelskrift, 1878; Beibl. II; p. 8, 1879.



Door gemis aan de noodige kritische gegevens, hebben we slechts voor 56 stoffen de berekening van  $C'$ , en voor 41 de berekening van  $C$  kunnen ten uitvoer brengen; de resultaten hiervan zijn in tabel XII vermeld.

De kritische temperaturen  $T_k$ , en de kritische drukkingen  $p_k$ , zijn genomen uit de *Annuaire pour l'an 1894*, publié par le bureau des longitudes, en voor zoover ze hierin niet te vinden waren, aan de opgaven van HEILBORN <sup>1)</sup>; deze laatste zijn in de kolom voor  $T_k$  met H) aangegeven.

Daar het slechts op verhoudingsgetallen aankomt, is het moleculair volume in den kritischen toestand  $m$  bij de berekening vervangen door het moleculair volume in overeenkomstige toestanden, hetgeen daarmee evenredig is.

Het moleculair volume  $m$  is in overeenkomstige toestanden berekend door het quotient te nemen van het moleculair gewicht en de dichtheid bij die temperatuur, voor welke de berekening wordt uitgevoerd. De dichtheden zijn ontleend aan de tabellen van LANDOLT en BÖRNSTEIN <sup>2)</sup> en voor enkele stoffen, die hierin niet opgegeven zijn, aan het *Handbuch der organischen Chemie*, 3e Auflage, van F. BEILSTEIN. Van de uitzettingscoëfficiënten  $\alpha$ , die wij noodig hadden voor de berekening van de dichtheid bij de verschillende temperaturen, hebben we er slechts weinige in de literatuur kunnen vinden. Voor de

<sup>1)</sup> E. HEILBORN, *Zeitschr. f. Ph. Ch.* VII, p. 601, 1891.

<sup>2)</sup> *Physikalisch.-Chemische Tabellen*, Berlin, 1883.

schatting er van is gebruik gemaakt van de betrekking:

$$T_k : T_{k'} = \alpha' : \alpha,$$

daarbij uitgaande van aethylideenchloride en aceton. In tabel XII (pag. 68) zijn met eene  $L$  aangegeven de  $\alpha$ 's, die aan de tabellen van LANDOLT en BÖRNSTEIN ontleend zijn; de overige zijn door berekening verkregen. Voor die stoffen, bij welke geene waarde voor  $\alpha$  is opgegeven, is het moleculair volume direct ontleend aan de opgaven van YOUNG en THOMAS <sup>1)</sup> en van YOUNG <sup>2)</sup>, eindelijk voor chloormethyl aan VINCENT en DELACHANEL <sup>3)</sup>.

Voor de overeenstemmende temperaturen is genomen 0,58  $T_k$ , omdat hierdoor temperaturen verkregen werden, die zooveel mogelijk in het onderzochte temperatuurs-interval gelegen zijn. Voor die stoffen, waarbij 0,58  $T_k$  hooger is dan de uiterste temperatuur, waarbij de wrijving onderzocht is, hebben we den specifieke wrijvings-coëfficiënt berekend door extrapolatie met behulp van de formule van GRAETZ (zie pag. 30). Deze formule mag alleen voor temperaturen ver beneden de kritische toegepast worden. De constanten  $A$  en  $t$ , voor de toepassing dezer formule benodigd, zijn gedeeltelijk ontleend aan de opgaven van GRAETZ en gedeeltelijk door eigen berekening gevonden. De resultaten hiervan worden hieronder vermeld, alsmede welke wrijvingscoëfficiënten, daarbij telkens als grondslag hebben gediend.

<sup>1)</sup> S. YOUNG en G. L. THOMAS, Trans. Chem. Soc., 1893, p. 1191.

<sup>2)</sup> S. YOUNG, Phil. Mag. 5e Series, XXXIII, p. 153, 1892.

<sup>3)</sup> VINCENT en DELACHANEL C. R., LXXXVII, p. 987, 1878.

	A.	$t_1$ .	Berek. uit de $\mu$ 's bij:
Zwavelkoolstof . . . . .	25.55	-299.2	12° en 35°
Toluol . . . . .	10.68	-70.1	5° » 60°
Metaxylol . . . . .	12.30	-86.6	5° » 65°
Propyljodide . . . . .	13.78	-77.67	10° » 50°
Butyljodide . . . . .	20.19	-106.3	10° » 50°
Benzolchloride . . . . .	14.78	-88.29	20° » 50°
Benzolbromide . . . . .	17.59	-77.88	10° » 50°
Valeriaanz. amylaether.	17.47	-47.75	10° » 50°
Mierenzuur . . . . .	17.17	-35.08	20° » 40°
Boterzuur . . . . .	18.71	-38.85	5° » 70°
Isoboterzuur . . . . .	17.50	-51.0	15° » 55°
Valeriaanzuur . . . . .	21.47	-35.97	10° » 50°
Capronzuur . . . . .	22.47	-28.68	10° » 50°

In de laatste kolom van Tabel XII wordt vermeld aan welke verhandelingen en welke bladzijden daarvan de wrijvingscoëfficiënten ontleend zijn; daarbij worden de drie verschillende verhandelingen van PRIBRAM en HANDL door I, II en III aangegeven; W. beteekent WIJKANDER, R. RELLSTAB, (zie pag. 63).

Opmerkelijk is de sterke afwijking van de vetzuren, en in nog sterkere mate van de alcoholen.

In deze afwijkende reeksen van stoffen is ook eene sterkere neiging op te merken om bij meerdere samengesteldheid tot eene grootere waarde van C en C' op te klimmen, en wel des te sterker, naarmate de klasse zelf reeds meer afwijkt.



Men vergelijke, wat deze twee opmerkingen betreft, bijvoorbeeld de waarde van  $C'$  voor:

Aethylbromide	Aziynzuur	Aethylalcohol
1.6	2.8	6.0
Allylchloride		Allylalcohol
1.8		5.3

Norm. butyljodide	Norm. boterzuur	Norm. butylalcohol
2.0	3.5	8.2

Bij water en zwavelkoolstof, inzonderheid bij water, vinden we eene waarde, die juist in tegengestelden zin afwijkt als bij de vetzuren en alcoholen wordt opgemerkt.

Het ligt voor de hand thans na te gaan, hoe de logarithmische gradient <sup>1)</sup> van de wrijvingscoëfficiënten in overeenkomstige toestanden is. Hieronder verstaan we de verandering van de logarithmus van den wrijvingscoëfficiënt, wanneer de temperatuur met een zeker bedrag verandert, voor welk bedrag door ons bij alle stoffen een zelfde gedeelte van de absolute kritische temperatuur is genomen. Volgens de benaderingsformule van Dr. STOEL zou deze gradient in de buurt van de kritische temperatuur niet alleen voor overeenkomstige toestanden, maar voor alle temperaturen dezelfde zijn.

---

<sup>1)</sup> Deze herinnert eenigszins aan de temperatuurscoëfficiënt der Fluidität van GROTRIAN (Pogg. Ann. CLVII, p. 250, 1876).

TABEL XII.

		$T_k$	$0.58 T_k$	$p_k$	$M$	$\alpha$	$m$	$\mu$	$C_{0.58}$	$C_{0.58}$	Lit. opgave.
Water . . . . .	H <sub>2</sub> O	643.0	99°.9C.	195.5	18	—	18.7	16.0	0.33	1.0	—
Zwavelkoolstof . . . . .	CS <sub>2</sub>	548.1	44.9	77.0	76	0.0014(L)	62.0	17.0	0.31	1.3	W.
Aethylsulfide . . . . .	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> S	535.0(H)	37.3	—	90	0.0015	113.2	20.5	—	2.2	II, 41.
Aethylaether . . . . .	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> O	467.0	-2.2	35.6	74	—	102.1	16.1	0.48	1.8	II, 34.
<b>Koolwaterstoffen.</b>											
Benzol . . . . .	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>	561.5	52.7	47.9	78	—	92.2	23.6	0.58	2.3	I, 157
Toluol . . . . .	C <sub>7</sub> H <sub>8</sub>	593.8	71.4	40.1	92	0.0014	114.5	18.8	0.48	1.9	I, 159
Metaxylol . . . . .	C <sub>8</sub> H <sub>10</sub>	617.8(H)	85.3	36.0	106	0.0013	134.5	18.5	0.48	1.8	I, 163
<b>Halogenverbindingen.</b>											
Methylchloride . . . . .	CH <sub>3</sub> Cl	416.0	-31.7	65.0	50.4	—	50.1	16.2	0.38	1.5	—
Methyljodide . . . . .	CH <sub>3</sub> J	528.0(H)	33.2	—	141	0.0016	67.4	26.0	—	1.6	III, 718.
Aethylbromide . . . . .	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> Br	509.0	22.2	—	109	0.0016(L)	76.7	21.3	—	1.6	II, 25.
Propylchloride . . . . .	C <sub>3</sub> H <sub>7</sub> Cl	494.0	13.5	49.0	78	0.0017	89.6	20.9	0.50	2.1	I, 146.
Propyljodide . . . . .	C <sub>3</sub> H <sub>7</sub> J	583.3(H)	65.3	44.8	170	0.0014	103.0	23.4	0.44	1.6	I, 148.
Butyljodide . . . . .	C <sub>4</sub> H <sub>9</sub> J	617.3(H)	85.0	39.8	184	0.0013	125.0	27.3	0.50	2.0	III, 722.
Benzolchloride . . . . .	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> Cl	633.7(H)	94.5	44.7	112	—	109.4	21.5	0.47	1.9	I, 157.
Benzolbromide . . . . .	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> Br	672.7(H)	171.1	—	157	—	114.7	25.4	—	1.9	III, 725.
Allylchloride . . . . .	C <sub>3</sub> H <sub>5</sub> Cl	513.7	24.9	—	76	0.0016	82.3	19.0	—	1.8	III, 733.
Aethyleenchloride . . . . .	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> Cl <sub>2</sub>	561.4	52.6	53.0	99	0.0012(L)	82.3	30.7	0.62	2.4	I, 145.
Aethyldeenchloride . . . . .	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> Cl <sub>2</sub>	523.0	30.3	50.0	99	0.0015(L)	86.0	25.9	0.54	2.2	III, 724.
Chloroform . . . . .	CHCl <sub>3</sub>	537.0	38.5	54.9	119	0.0014(L)	82.1	26.5	0.48	1.9	II, 21.
Tetrachloorkoolstof . . . . .	CCl <sub>4</sub>	556.1	49.5	45.0	154	—	99.8	37.2	0.68	2.7	II, 22.
<b>Samengestelde Aethers.</b>											
Mierenzure aethylaether . . . . .	C <sub>3</sub> H <sub>6</sub> O <sub>2</sub>	506.1	20.5	48.7	74	—	80.1	22.5	0.55	2.2	I, 151.
" propyl " . . . . .	C <sub>4</sub> H <sub>8</sub> O <sub>2</sub>	533.8	36.6	42.7	88	—	99.0	24.0	0.60	2.4	II, 37.
" isobutyl " . . . . .	C <sub>5</sub> H <sub>10</sub> O <sub>2</sub>	551.2(H)	46.7	38.3	102	0.0015	123.3	27.0	0.67	2.8	II, 39.
Azijnzure isobutyl " . . . . .	C <sub>5</sub> H <sub>10</sub> O <sub>2</sub>	521.6	29.5	41.1	88	—	98.7	22.4	0.57	2.2	I, 152.



isobuty	$C_4H_{10}O_2$	551.2(H)	46.7	38.3	102	0.0015	123.3	21.0	0.67	2.8	I, 39.
" aethyl	$C_4H_8O_2$	521.6	29.5	41.1	88	—	98.7	22.4	0.57	2.2	I, 132.
" propyl	$C_5H_{10}O_2$	555.4	49.1	34.8	102	—	118.9	22.2	0.59	2.2	II, 38.
" norm. butyl	$C_6H_{12}O_2$	578.9	62.7	—	116	0.0014	139.0	24.7	—	2.5	III, 767.
" iso	$C_6H_{12}O_2$	565.0	54.7	31.4	116	0.0015	140.0	24.7	0.66	2.5	I, 153.
Propionzure methyl	$C_4H_8O_2$	532.2	35.7	39.9	88	—	97.9	22.9	0.60	2.2	III, 755.
" aethyl	$C_5H_{10}O_2$	545.4	43.3	34.6	102	—	117.9	25.3	0.67	2.5	III, 757.
" norm. prop.	$C_6H_{12}O_2$	577.8	62.1	—	116	0.0014	139.0	25.3	—	2.6	III, 761.
" isobutyl	$C_7H_{14}O_2$	591.7	70.2	—	130	0.0014	124.4	25.2	—	2.3	III, 768.
Boterzure methyl	$C_5H_{10}O_2$	551.0	46.6	36.0	102	—	117.1	22.9	0.59	2.3	R, 22.
" aethyl	$C_6H_{12}O_2$	571.5	58.5	30.2	116	0.0014	138.0	23.0	0.63	2.4	I, 154.
" norm. prop.	$C_7H_{14}O_2$	599.6	74.7	—	130	0.0014	147.0	24.7	—	2.5	II, 40.
Isoboterzure methylaether.	$C_6H_{10}O_2$	546.6	44.0	—	102	—	118.1	24.2	—	2.1	III, 756.
" aethyl	$C_6H_{12}O_2$	558.4	50.8	30.1	116	0.0015	139.7	24.8	0.68	2.6	III, 758.
" norm. prop.	$C_7H_{14}O_2$	589.0	68.6	—	130	0.0014	160.0	25.5	—	2.7	III, 763.
Valeriaanzure aethyl	$C_7H_{14}O_2$	566.7	55.7	—	130	0.0014	156.6	26.7	—	2.8	I, 156.
" amyl	$C_{10}H_{20}O_2$	594.1(H)	71.6	21.3	172	0.0014	214.7	36.4	1.04	4.1	R, 29.

### Aldehyden en Ketonen.

Acetaldehyde	$C_2H_4O$	454.5(H)	-9.4	—	44	0.0018	53.6	19.2	—	1.9	III, 748.
Aceton	$C_3H_6O$	512.4	24.2	52.2	58	0.0017	74.3	21.2	0.56	2.1	III, 749.

### Vetzuren.

Mierenzuur	$CH_2O_2$	611.2	81.5	115.1	46	0.0013	41.2	37.9	0.68	2.6	R, 14.
Azijnzuur	$C_2H_4O_2$	594.5(H)	71.8	76.4	60	—	59.1	35.3	0.73	2.8	III, 753.
Propionzuur	$C_3H_6O_2$	612.9	82.4	58.2	74	0.0013	80.4	31.3	0.71	2.8	III, 754.
Boterzuur	$C_4H_8O_2$	611.3	81.5	48.0	88	0.0013	99.0	38.3	0.91	3.5	I, 149.
Isoboterzuur	$C_4H_8O_2$	602.9	76.7	46.6	88	0.0013	100.0	34.7	0.82	3.2	I, 151.
Valeriaanzuur	$C_5H_{10}O_2$	609.4	80.4	40.1	102	0.0013	117.0	47.2	1.2	4.0	R, 18.
Capronzuur	$C_6H_{12}O_2$	655.5	113.0	37.2	116	0.0012	140.0	44.3	1.1	4.3	R, 19.

### Alcoholen.

Methylalcohol	$CH_4O$	513.0	24.5	73.7	32	—	40.5	33.7	0.96	3.1	R, 9.
Aethyl	$C_2H_6O$	516.6	26.6	64.5	46	—	58.5	61.9	1.61	6.0	R, 10.
Norm. prop. alcohol	$C_3H_8O$	529.6	34.2	51.7	60	—	75.9	95.8	2.53	9.7	III, 738.
Isoprop.	$C_3H_8O$	507.6	21.4	53.0	60	0.0015	77.0	130.3	3.37	13.5	III, 740.
Norm. butyl	$C_4H_{10}O$	560.1	51.8	—	74	0.0015	96.0	80.0	—	8.2	III, 742.
Isobutyl	$C_4H_{10}O$	538.0	39.0	48.3	74	0.0015	96.0	129.0	3.2	13.5	III, 744.
Allyl	$C_3H_6O$	544.9	43.0	—	58	0.0015	70.9	54.7	—	5.3	III, 736.



Wij vinden voor deze gradienten:

	Gem. van $\log \frac{\mu_{0.55}}{\mu_{0.58}}$	Grootste en kl. waarden.	Gem. van $\log \frac{\mu_{0.52}}{\mu_{0.55}}$	Grootste en kl. waarden.
24 normale stoffen.	0.081	< 0.101 0.062	0.094	< 0.138 0.053
7 vetzuren.	0.098	< 0.113 0.091	0.110	< 0.129 0.095
Water.	0.088		0.112	
Zwavelkoolstof.	0.051		0.053	
2 alcoholen.	0.196	< 0.218 0.175	0.187	< 0.230 0.144

Opmerkelijk is weder de afwijking der alcoholen, terwijl zwavelkoolstof in tegengestelde richting afwijkt. Tevens is het duidelijk, dat de stoffen eener zelfde klasse bij lagere temperatuur sterker uiteenloopen.

De logarithmische gradient is zeker bijzonder geschikt om verschil in moleculaire verandering van de vloeistoffen aan het licht te brengen. Tevens blijkt er uit de wensche-lijkheid om voor de vergelijking der wrijvingscoëfficiënten boven het kookpunt te gaan.

Wanneer men de berekening op kwik <sup>1)</sup> toepast, vindt men met  $m = 15.6$ ,  $M = 199.8$ ,  $T_k = 1153$  bij  $326^\circ$  ( $= 0.52 T_k$ )  $C' = 0.65$  en de logarithmische gradient  $= 0.0134$ . Het blijkt, dat hier de afwijkingen van de eenvoudige wet reeds geheel de overhand gekregen hebben. Het mechanisme der wrijving is hier dus waarschijnlijk ook geheel van aard veranderd.

<sup>1)</sup> De wrijving van kwik is onderzocht door Koca (Wied. Ann. XIV p. 1, 1881).



Fig. 1.  
Schaal 1:7.

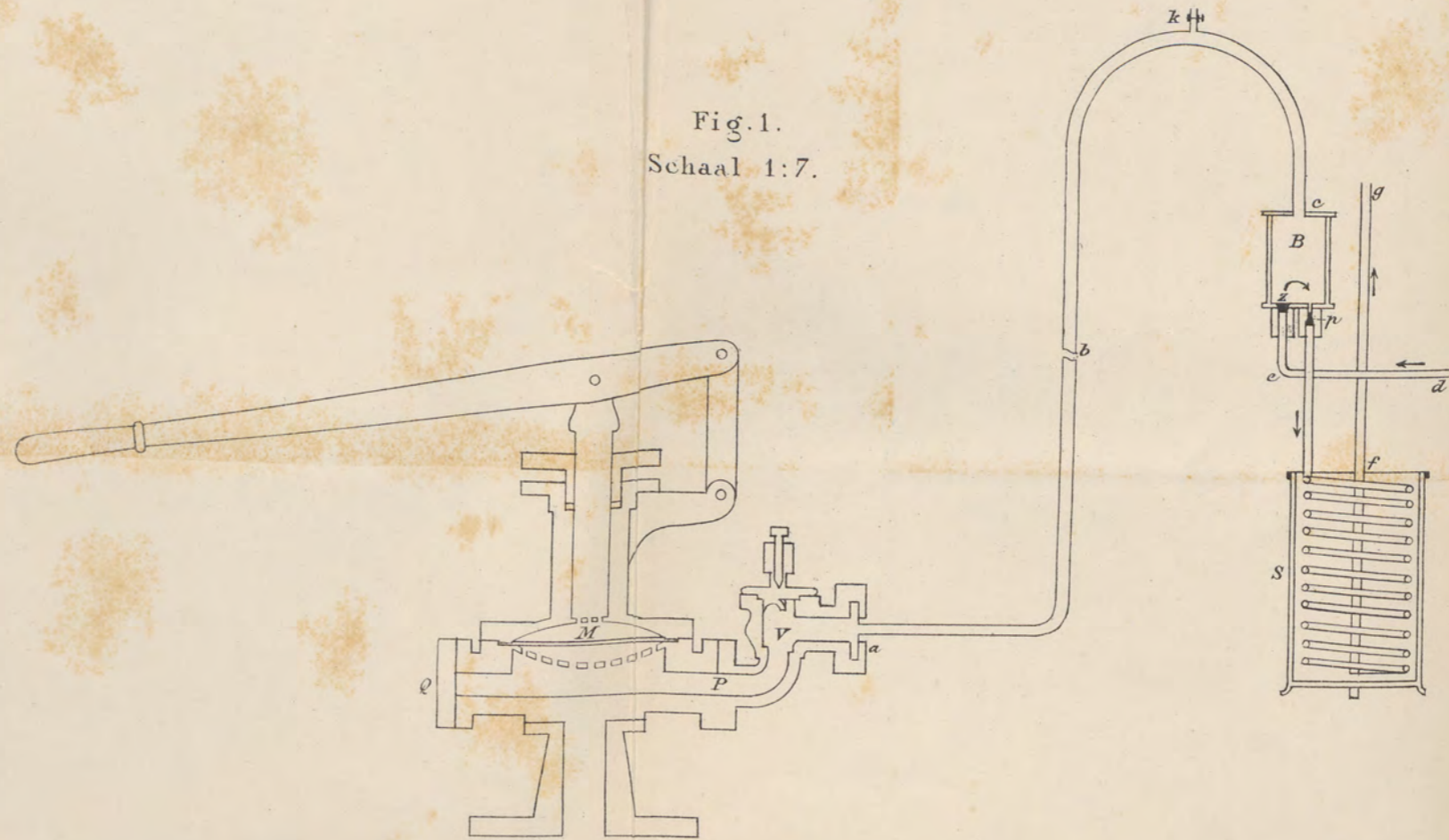
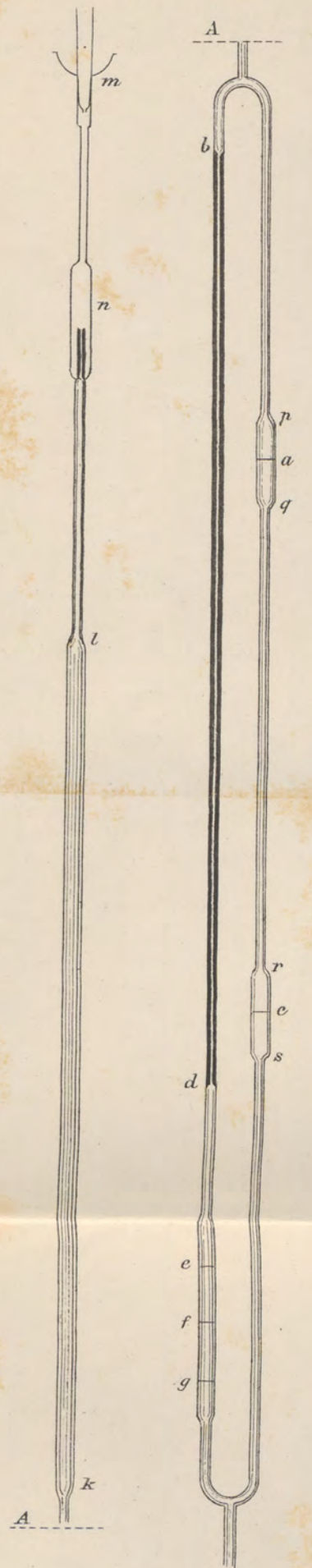
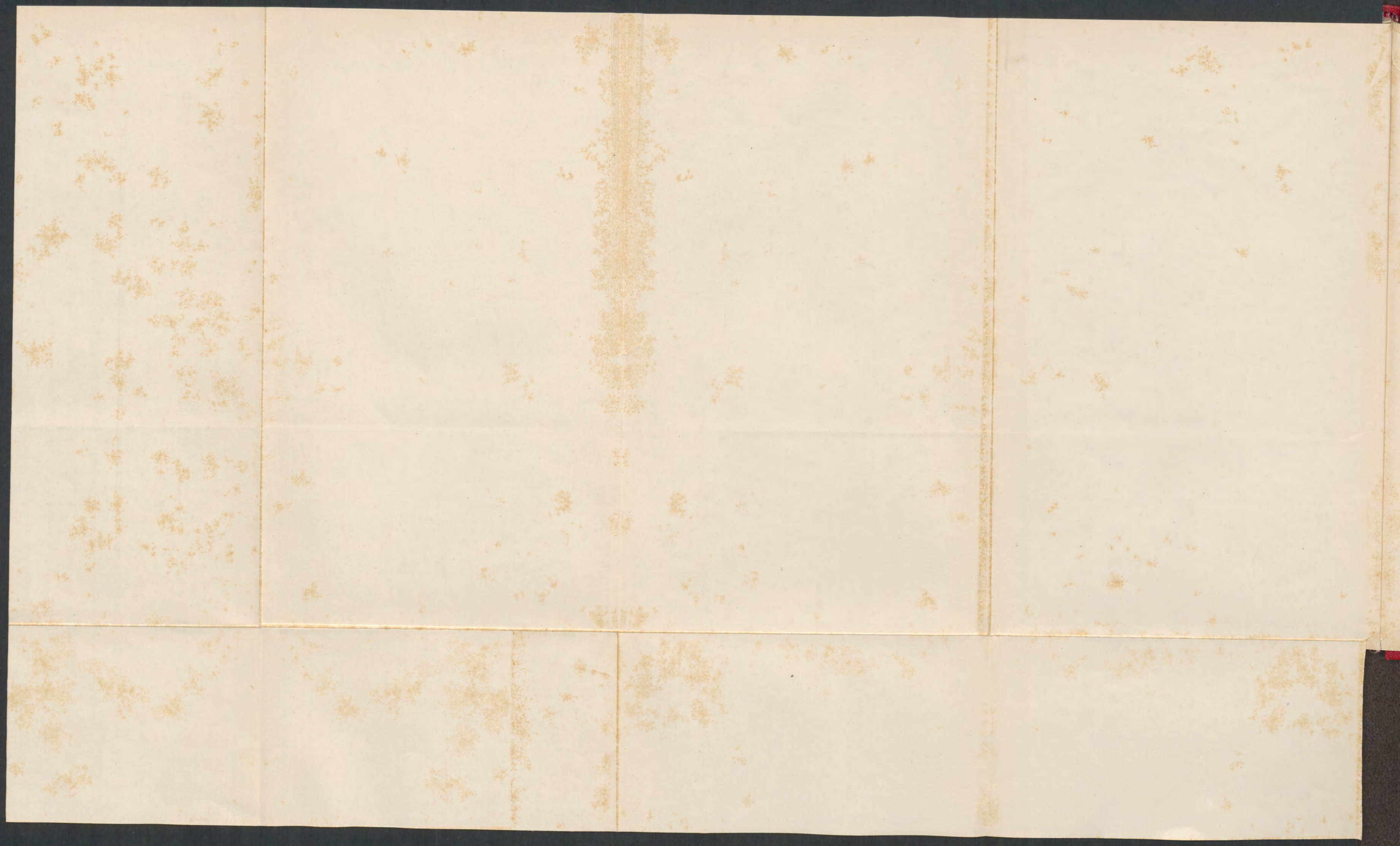


Fig. 2.  
Schaal 1:3.









STELLINGEN.

STELLINGEN

# STELLINGEN.

---

## I.

Volgens de door Dr. STOEL gevolgde methode kunnen wrijvingscoëfficiënten van vloeistoffen, voor temperaturen boven het kookpunt, met voldoende nauwkeurigheid in absolute maat bepaald worden.

## II.

De verschijnselen, die waargenomen zijn bij de beweging van wrijvende vloeistoffen, wanneer de snelheid de »critical value» voor den toestel bereikt, zijn niet uit de hydrodynamische bewegingsvergelijkingen af te leiden, wanneer men daarin de tweede machten van de snelheden verwaarloost.



## III.

De redeneering, waarmede STEFAN (Wien. Ber. XXXVII, p. 427) het ontstaan van wervelbewegingen in eene stroomende vloeistof, bij den overgang van eene nauwe in eene wijde buis, afleidt, kan niet juist zijn.

## IV.

De zoogenaamde »optische» methode ter bepaling van de kritische temperatuur is volkomen betrouwbaar, mits met de noodige voorzorgen toegepast.

## V.

Uit de toetsing van de wet der overeenstemmende toestanden aan de volumina, capillariteitsconstanten en wrijvingscoëfficiënten, is nu reeds met voldoende zekerheid af te leiden, dat bij bepaalde klassen van vloeistoffen de moleculen tot samengestelde groepen vereenigd zijn.

## VI.

De wijze, waarop RAMSAY en SHIELDS (Zeitschr. f. Ph. Ch. XII, p. 445) uit de door hen verkregen capillariteitsconstanten de samengesteldheid van het vloeistofmolecuul berekenen, is niet gerechtvaardigd.

## VII.

Voordat men, zooals MATHIAS wil, door toepassing van de wet van den diameter kritische volumina gaat bepalen, moet door onafhankelijke metingen van kritische volumina uitgemaakt worden of die wet tot in het kritisch punt doorgaat, en zoo ja, voor welke groepen van lichamen.

## VIII.

De verklaring, die NERNST (Zeitschr. f. Ph. Ch. IV, p. 129) geeft van de potentiaalverschillen tusschen metalen en oplossingen, is aan bedenking onderhevig.

## IX.

Door de onderzoekingen van PH. LENARD (Wied. Ann. LI, p. 225 en LII, p. 23) is bewezen, dat kathodenstralen bewegingen in den aether zijn.

## X.

De tegenstrijdigheden, die POINCARÉ (Electricité et Optique I, p. 89) opmerkt in MAXWELL'S electriciteitstheorie kunnen worden opgeheven.

## XI.

Door in de methode van WINKELMANN (Wied. Ann. XXXVIII, p. 161), ter bepaling van diëlectriciteitsconstanten, het inductieapparaat en den telefoon van plaats te doen verwisselen, wint zij in bruikbaarheid.

## XII.

Ten onrechte beweert OSTWALD (Zeitschr. f. Ph. Ch. XII, p. 531), dat de dimensies der electriche grootheden door MAXWELL niet goed zijn opgegeven.

## XIII.

Het is onwaarschijnlijk, dat de voortplantingssnelheid van verschillend gekleurd licht niet dezelfde is, zooals YOUNG en FORBES (Phil. Trans. 1882, p. 231) uit hunne proeven meenen te moeten afleiden.

## XIV.

Het is wenschelijk, dat bij het onderwijs in de natuurkunde op burgerscholen en gymnasia de opvatting van MAXWELL over de electriciteit gevolgd wordt.

---



