

DISSERTATIO PHILOSOPHICA
INAUGURALIS,

DE

ATTRACTIONE,

QUAM

ANNUENTE SUMMO NUMINE,

Ex Auctoritate MAGNIFICI RECTORIS,

FRIDERICI BERNARDI ALBINI,

A. L. M. PHIL. ET MED. DOCTORIS, ANATOMES
ET CHIRURGIE IN ACAD. LUGD. BAT. PRO-
FESSORIS ORDINARIUM.



NEC NON

Amplissimi SENATUS ACADEMICI *Consensu*, &
Nobilissimæ FACULTATIS PHILOSOPHICÆ *Decreto*,

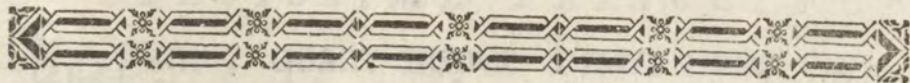
PRO GRADU DOCTORATUS ET MAGISTERII,

Summisque in PHILOSOPHIA ET LIBERALIBUS ARTIBUS
Honoribus ac Privilegiis ritè & legitimè consequendis,

Publicæ ac solemnî disquisitioni submittit

JOANNES HENRICUS VAN SWINDEN,
HAGA-BATAVUS.

Ad diem 12. Junii MDCCLXVI. ab horâ 9-II. L. S.



LUGDUNI BATAVORUM,

Apud THEODORUM HAAK, 1766.

DISSERTATIO
IN AURICULA

ATTENTIONE

IN
MAGISTRI

PRO GRADU DOCTORATUS
MAGISTRI

RECITATIONE

ACADEMIAE
PHILOSOPHICAE

PRO GRADU DOCTORATUS ET MAGISTERII

JOHANNES HENRICUS VAN SWINDEN

MAG. BATAVUS

IN AURICULA

ANNO 1781



LUGDUNI BATAVORUM

APUD THEODORUM HAAK, 1781

131.100
5



CELSISSIMO AC SERENISSIMO
WILHELMO QUINTO,

D. G.

PRINCIPI ARAUSIONENSIVM ET NASSAVIORVM,
FOEDERATI BELGII GUBERNATORI, SUMMO COPIARVM
PRÆFECTO, ET ARCHITHALASSO HEREDITARIO,

D. D. D.

JOANNES HENRICUS VAN SWINDEN.

CELSISSIME PRINCEPS!

Eam, quam nuper Fratri meo con-
cessisti, primitias scilicet studiorum,

† 3

SE-

D E D I C A T I O.

SERENISSIMO NOMINI TUO sacras faciendi facultatem , cum mihi quoque annuere non dedignatus sis , ita me adstrinxisti , ut grati animi motus vix ex voto proferre queam.

Nam quid mihi speciosius , quid magis exoptandum , quam aditum ad SERENITATEM TUAM ipsâ TUA benignitate concedi , juveni , nullis dotibus tam insignem favorem merenti , nisi Virtutum TUARUM , quas natura excelso Animo iniecit , Generosi Ducis exemplum & institutio excoluit , veneratione ? Verum eas hic memorandi desiderio , ut ut invitus , obsisto. Quid enim tenuis mea vox , ad totius Foederati Belgii amorem & acclamations ? Attamen , CELSISSIME PRINCEPS ,

D E D I C A T I O.

CEPS , fas sit vota ex animo nuncupare. Faxit Deus, ut Patriæ Splendor, Libertatis ac Religionis Defensor, Deliciæ Populi, beatissima inter mortales fata experiaris, & Aru-sionensi ac Nassaviâ Gente ad Posterorum felicitatem propagatâ, Nestoreis demum cumulatus annis, serus in Coelum redeas!

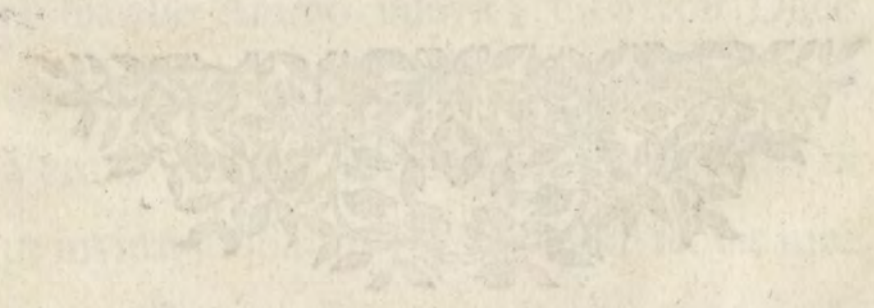
Dabam Lugduni
in Batavis, pridie Id. Jun.

CIDICCLXVI.



DE B. I. C. A. V. I. O.

capitulum, in quo de rebus et personis tractatur. In
hoc libro, cum sit de rebus et personis, tractatur de
Religionis, Religionis, Religionis, Religionis, Religionis,
etiam inter mortuos in expiatione, & Annis
seculi ac Nativitate Genitricis ad Posteritatem
feliciter propagandam, Necessitas denique
etiam inter mortuos, sicut in Coena lecta.
Deum laudamus
in laude, quae est
MCCCCXXVII





INTRODUCTIO.

Cum mihi propositum sit de ATTRACTIONE differere, duo vitia, æque noxia, vitanda censeo; alterum ne mentis quãdam præoccupatione, apud plurimos nimis frequenti, experimenta, quibus Attractio oculis fere subjicitur, *Impulsiõni* nescio cui, ut causã referrem: alterum ne Attractionem ipsam ut causã veram ac primitivam adhiberem.

Sedulo ergo quæ natura offert Phænomena, mihi perpendenda sumpsi, & ex iis generalem Theoriam efficere conatus sum, ac deinde calculis exponere in quantum conclusiones, quæ ex Attractione deducuntur, cum ipsis Phænomenis convenient. Duæ hinc enatæ partes hujus Dissertationis, quarum altera Theoriam, altera Theoriæ applicationem complectitur.

Cum in Theoriã, generalissimo modo quæ Attractionem spectant examinare mens fuerit, in duas eam partitus sum Se-

ctiones; in primâ perpendi, utrum observationes attractionem indicant, nec ne; in secundâ, quam sequatur legem, & si diversæ dantur Attractiones, an omnes ad eandem legem reduci possunt.

In primâ Sectione ad Attractionem probandam, observationes desumpsi ex triplici genere Phænomenorum, ex Chemicis, Physicis & Astronomicis, unde triplex Attractionis divisio, Chemica, Physica, Astronomica.

Cum vero, Attractione mutuâ Principiorum semel probatâ, eam assumpserim ut causam cohæisionis corporum, ante omnia quædam de *Elementis* corporum dicenda fuerunt, ne mihi obijci posset, me proprietatem quandam *Elementis* tribuere, antequam exposuerim, quid per *Elementa* intelligam, præsertim cum Viri etiam inter Philosophos primi, tot varias de iis sententias protulerunt.

In Capite ergo primo, breviter expositis (§. I-VI.) quid de Corporum Elementis mihi videatur, pergo ad definitionem Attractionis, deinde ad demonstrationes & experimenta circa Attractionem in genere, (§. IX-XI.) Attractionem principiorum & quæ in ea sunt notanda, Attractiones corporum Chemicas, (§. XVII.) & tandem ad Physicas (§. XVIII.).

Ab iis, quæ corpora Telluris nostræ spectant, transeo in Capite
fe-

secundo ad examen illorum, quæ pertinent ad corpora extra Tellurem posita, id est, ad Attractionem corporum cœlestium. (§. XXX-XLIV.).

In alterâ hujus Partis Sectione, Caput primum agit de comparatione Attractionum Physicarum & Astronomicarum, (§. XLIV-LVI.), quas unam eandemque esse, adeoque & Gravitatis legem usque ad ultimas hujus Mundi oras vigere, uno ore omnes affirmant Philosophi. Transeo deinde in Capite secundo ad comparationem Attractionis Chemicæ cum Gravitate, easque iterum unam eandemque esse, contendo (§. LVI-LXXIII.). Tandem expositis, quæ ad Attractionis demonstrationem & legem pertinent, ad calcem Theoriæ, Capite tertio, aliquas adjeci quæstiones, quæ in hac materia vulgo agitari solent.

Fateor autem, me in iis, quæ in Capite secundo & tertio Sectionis secundæ proposui, multum abire a plerisque Viris in rebus Physicis & Mathematicis principibus; & vereor, ne temerarius videar, qui nondum deposito Tyrocinio, Duces deferere, imo forte impugnare ausus sim; verum mecum reputans, primam fere Mathematicorum regulam esse, *nullius in verba Magistri*, haud illicitum mihi visum est, rebus, eâ quâ potui attentione ac pro ingenii modulo perpensis, ingenue sed modeste proponere, quæ magis ad verum accedere videbantur.

4 I N T R O D U C T I O.

In secundâ hujus Dissertationis parte, Applicatione sc. Theoriæ ad Phænomena, perbrevis sum. Tot enim dici possent, ut, si omnia exponere vellem, integer Astronomiæ Tractatus foret conscribendus. Ideo quædam tantum Problemata, speciminis loco attuli; ea quam potui clare exposui. Quam difficile fuisset hic aliquid addere novi, facile videbunt, qui norunt quot quantique Viri hanc materiam pertractarunt.





DISSERTATIO PHILOSOPHICA
INAUGURALIS,

DE

ATTRACTIONE.

XX

PARS PRIMA

Theoriam complectens.

SECTIO PRIMA.

CAPUT PRIMUM.

*Generalia de Corporum Elementis. De Attractione Corporum
in genere. De Attractionibus, quæ in Tellure observantur
tum Chemicis tum Physicis.*

§. I.



um Deus Mundum condidit, corporaque in eo creavit,
iis proprietates indidit tum generales omnibusque com-
munes, tum privas quam plurimas, corpus a corpore
distinguentes.

Inter primas eminet Divisibilitas, quæ multum exer-
cuit tum Mathematicos Physicosque, tum etiam Metaphysicos. Cor-

6 DISSERTATIO PHILOSOPHICA

pus est divisibile; quis negare poterit? experimur quotidie: ex factis tamen adeo simplicibus, alias deduxerunt conclusiones Mathematici, alias longe Metaphysici.

§. I I.

Corpus est divisibile; ergo quamvis divisum jam sit, quamdiu corpus adhuc dici queat, ulterius ulteriusque dividi potest; nec finem divisioni assignare licet; numerum enim numero majorem ac minorem concipere possumus absque fine; corpus ergo, ajunt Mathematici, est divisibile in infinitum: res, inquit, patet: & ut veritatem hanc demonstrarent, simulque objectionibus obviam eant, demonstrationes alias super alias cumulant; imo ut eam experientiâ quodammodo firment, saltem ut ostendant, quousque materiam dividere nobis jam licuerit, & quam tenues ac magno numero sunt particulæ eam constituentes, multa afferre solent de portentosa Auri Argentique ductilitate; de odorantium corporum effluviis, & quæ sunt hujus generis alia; quæ tamen omnia (pleraque saltem) cedere debent stupendæ materiarum diversarum divisioni, quam Chemicis suis solutionibus efficere valent.

§. I I I.

Corpus est divisibile; ergo ex partibus constat: ergo est compositum; ubi datur idea compositi, ibi & necessario datur idea simplicis: ubi datur compositum, ibi, ut detur simplex, omnino necesse est: corpus ergo, ajunt Metaphysici, ex partibus simplicibus ex atomis seu monadibus constat; quæ, cum sint simplices, sunt indivisibiles. Materies ergo non est divisibilis in infinitum, sed finis divisioni datur: ex monadibus componitur, quæ corporeæ tamen non sunt; (si enim essent corpora, forent divisibilia) ex partibus ergo non corporeis corpora constant, id est, *coacervatio non corporum corpus constituit.*

§. I V.

Quod ad ratiocinia Mathematicorum, quæ recensuimus; licet in se verissima omnique exceptione majora sunt, quibus divisibilitatem in-
fi-

finitam materiæ demonstrare student argumenta ; licet & novimus quam portentose, ut ita dicam, mechanice materiam dividere & rescindere possimus ; hæc tamen omnia non ita crude corporibus applicari debent. Divisibilitas quippe altera dici debet realis corpori soli competens, utpote motu & actuali partium separatione indigens : altera intellectualis seu imaginaria, corpori extensionique communis, quâ tantum mente partes concipimus, assignamus, quod haud dubie in infinitum facere possumus, nulli tandem rei, nisi mentis imbecillitati, magno partium numero quasi obrutæ, cedens, quæque extra mentis pomæria se non extendit. De hæc solâ agitur ubi infinitam divisibilitatem materiæ competere affirmant Mathematici : si enim de reali seu actuali divisibilitate quæstio foret, statuere cogeremur, numerum partium in quocunque corpore contentarum infinitum esse, id est, omni numero assignabili majorem ; (Mathematicæ enim infiniti notioni adhæremus, Metaphysicam ejus notionem ut omnino in Physicis fictitiam, rejicientes). Cum autem istæ partes, quas revera divisio produceret, forent adhuc divisibiles & illæ denuo, patet, secundum hanc sententiam, non dari in corporibus partes ulterius individuas, atque ideo nec mente, nec sensu unquam ad partes corpora constituentes perveniri, nec hoc pacto corporum elementa detegi posse : Ex quibusnam ergo corpora constant ? Præterea cum omnino necesse sit, ut corporum Elementa dentur, patet sententiam, ex quâ, illa dari non posse, directe elicitur, falsam esse : sequitur hinc, demonstrationes Geometricas de infinitâ materiæ divisibilitate tantum intellectuali divisibilitati applicari posse ac debere, quæ certe nullo modo excludit partes quasdam, corpora constituentes, quibus, licet naturæ corporeæ esse debeant, id est, extensæ ac solidæ, licetque non amplius dividi queant, tamen divisibilitas illa intellectualis competit, non vero actualis, quia actu in partes reales rescindi non possunt.

§. V.

Quod ad Argumenta Metaphysicorum, de quibus locuti sumus, attinet, omnino falsâ mihi videntur, quippe falso nixa fundamento ; naturali *simplicis* notionem deturbatâ, & ad ens nescio quodnam fictitium applicatâ. Certissimum quidem est, ubi datur compositum, ibi dari
com-

§ DISSERTATIO PHILOSOPHICA

componens, quod ideo incompositum est, ac proinde partes habet nullas reales quodque hanc ob causam *simplex* dici potest, imo meretur; sed hoc sensu vocabulum illud *simplex*, toto cœlo differt a sensu, quem ei tribuerunt summus LEIBNITIUS, primus Monadum Auctor, (*) WOLFIUS, Philosophique quam plurimi eos sequentes, qui per *simplex* intelligunt id, quod partibus caret, quod est inextensum; hoc ergo non est solidum, est proinde id minimum, quod corpus quidem non est, sed cujus coagmentatione corpora nascuntur. Tale ens simplex, fertilioris imaginationis commentum, certe nec datur, nec dari potest in rerum corporearum naturâ: & quidquid de Atomis suis prædicant Metaphysici, istud tamen certum est ac manebit, corpus, simplici juxtapositione, mixtione, coacervatione ejus, quod corporeæ naturæ non est, enasci non posse; sane quomodo nasceretur, minime concipi potest.

§. V I.

Summa ergo huc redit. Corpora sunt composita, ideoque Elementa habent, quæ utut exigua, tamen sunt extensa, solida, partium actu & realiter a se invicem separabilium expertia, ideoque non absque totâ sui destructione divisibilia; quæcunque sit istius indivisibilitatis causa, seu summa durities, seu alia, omnino, ut aliorum omnium effectuum causa, nos latet.

Ex talibus Elementis ergo corpora constant; qualia vero illa sunt, explicare homini datum non est; propter enim summam subtilitatem, sensuum instrumentorumque aciem illudunt: licet quippe corporum omnium materies ad duo principia, *Chemicorum* sic dicta *Elementa*, reducatur Humidum & Siccum, Aquam & Terram, quæ multiplicis speciei; imo licet forsan ad unicum principium reduci queat, Terram sc. quoniam verosimiliter Aqua in Terram verti potest, saltem ex eâ purissimâ, destillatissimâ, Terra extrahitur; licet, inquam, hæc ita sint, illa principia tamen sensibus oblata, mechanice adhuc dividi & separari queunt: non sunt ergo prima ac individua illa corporum principia de

(*) Vid. Recherches sur les Elem. des Corps par M. FORMEY §. 50-54. & surtout §. 52.

de quibus locuti sumus. In hoc igitur Physicis est subsistendum, corpora habere Elementa, extensa, solida, simplicia, seu individua.

§. VII.

Quæstio vero quæstionem producit; ex illâ, quam in principio posuimus, enodatâ, alia non minoris certe momenti nascitur, quæ nos rectâ ad hujus dissertationis objectum pertractandum ducit.

Si Corpora ex iis, quæ diximus, Elementis constant, si eorum coactione corpora producuntur, quomodo fit, ut particulæ illæ inter se cohæreant ita, ut unam solidam massam constituere possint? quoniam glutine inter se uniuntur?

Hic tantum per experimenta procedendum, nullo modo fictitiis causis, a fertiliori imaginatione oriundis indulgendum. Omnia Experimenta ad oculum monstrant, dari in materiâ vim quamdam, quâ particulæ corporeæ seu corpora ipsa omnia se mutuo trahunt, ad se invicem tendunt.

Sane experimentis videmus corpora quam plurima, ubi minimo a se distant intervallo, motu accelerato in se invicem ruere, ac, ubi in contactu dantur, cohærere; seu ubi in statu sunt, quo se mutuo prehendere, se mutuo permeare possunt, ac in proximo dantur contactu, ex duobus formari massam unicam, specie homogeam, corpus unicum. Quoniam vero aptiori quam *Attractionis* nomine, talis designari posset effectus; idem enim profus obtinet, ac si corpora illa funi alligata, ad se invicem trahantur; quali effectui, vulgari loquendi modo, *Attractionis* nomen datur, cujus significatio propria hâc in re nullo modo deturbatur, si tantum ad effectus respiciatur, qui & causâ indigent, vi cujus obtineant, in quam vero inquirere inutile est, quoniam illam assignare longe ultra vires humanas est positum; a solâ enim Dei voluntate, hominibus imperviâ, pendet.

§. VIII.

Per *Attractionem* ergo heic loci designamus *Vim illam (quæcunque sit ejus causa) quâ corpora ad se mutuo tendunt.* Effectum ergo tantum

10 DISSERTATIO PHILOSOPHICA

intelligimus, non vero causam, licet cum effectus ille sit universalis, aliorum effectuum respectu pro causâ jure meritoque sit habendus.

§. IX.

Primum ergo, quod heic loci demonstrandum incumbit, est illud; datur in omnibus corporibus, tum maximis, tum minimis seu Elementis, vis, quâ se mutuo trahere nituntur, quâ semper ad se invicem tendunt; atque hæc est vis, quâ particulæ minimæ, elementa, corpora omnia suâ mixtione constituentia, inter se cohærescunt, ita ut corpora exinde nascantur solida. Si autem demonstravero, reapse talem visum ad se invicem accedendi in corporibus dari, simul me demonstrasse arbitror, vim quandam dari in corporibus, quâ se mutuo trahunt, licet, quænam sit, nos lateat; non datur enim effectus absque causâ.

Ut hanc Attractionem demonstremus modo, quam possumus generalissimo, sequenti utimur ratiocinio; Si vis attractrix detur in principis corpora constituentibus, eadem datur etiam in corporibus horum principiorum mixtione coalitis: Hanc autem dari in principis istis, experimentis demonstrabimus; unde jure efficiemus, vim attractricem in omnibus corporibus locum habere. Hoc autem sic demonstrato, experimenta quædam afferemus, ut magis adhuc tanti momenti doctrinam confirmemus.

§. X.

Corporum omnium principia, ut jam diximus, ad parvum numerum rediguntur: nullum datur Corpus ex quocunque Regno petatum, ex quo non unum, aut plura ex sequentibus principis extrahi potest. Sales, Acidi, scilicet, diversi generis, Alcalici, ac proinde & Neutri; Aqua, Terra, quæ multiplicis speciei, Phlogiston. Hæc ad omnia Corpora, quæcunque sint, conficienda concurrunt, ex omnibus de novo extrahuntur. Hæc autem principia, ubi ita sunt constituta, ut se mutuo permeare possint & in proximo dantur contactu, non ita miscébuntur, ut exinde fiat Corpus specie etiam heterogeneum, quale v. g. nascitur pulverem pulveri mechanice miscendo; quod tamen
solura.

solum ex tali miscelâ foret expectandum, verum se mutuo, ut ita dicam,prehendunt? sibi invicem uniantur, unicum corpus, specie homogeneous, conficiunt. Sic si misceam Salia Acida & Alcalica, unum alterum intrat, & quidem tali cum vi, ut calor sæpe exinde nascatur notabilis, cum sibilo, ut ferveant, ac dein justâ quantitate mixta, corpus unum constituunt, quod, quoad dotes, ab utroque principio diversum, dotium tamen utriusque participat, sicque ex quibusnam mixtum sit refert (*); cum autem talis intima mixtio a nullâ causâ extraneâ pendeat, pendebit necessario a vi quâdam, principiis seu corporibus istis componentibus insitâ. Ex hoc ergo experimento patet, unum ex istis corporibus, aliud intrans, niti cum eo uniri, tendere versus illud, i. e. secundum definitionem datam, ab eo attrahi. En ergo manifestum Attractionis argumentum.

Eodem prorsus modo ratiocinandum est circa mixtionem aliorum principiorum allegatorum, ex quibus, diversis inter se mixtis, diversa nascuntur corpora; Sal, Nitrum, Sales Vitriolici, Sulphur, Metalla & quæ sunt plura. In ratiociniis inde deductis nulla prorsus datur differentia.

Patet ergo, in istis omnibus principiis dari vim, quâ sibi uniri possunt, uniri amant, uniri nituntur, quâ ergo se mutuo attrahunt: id est in iis datur Vis attrahens.

§. XI.

Cum autem tali principiorum mixtione eorum dotes nequaquam tollantur, cumque corpus ex iis coalitum omnia componentia principia, eorumque dotes, utcunque diversas, dotibus suis redoleat, multo

(*) Nullum fluidum, ut ut subtilissimum memoratorum Phænomenorum causam esse, breviter sic demonstrari potest. 1^o Ejus existentia, nullo experimento probata est, aut probari potest: 2^o Licet ejus existentia firmissime probaretur, ut memorata phænomena efficere posset, in motu constitui deberet gyratorio, celerrimo, quo corpus, intra spheram activitatis posita, ad se mutuo pellere posset: Sed fluidum illud talem motum habere nequit, nisi aut a corpore aliquo trahatur (quod foret contra hypothesein) aut ab alio fluido pellatur; sed secundum illud fluidum tertio fluido eadem ratione indigeret, unde hoc pacto daretur series infinita talium fluidorum, absque eo, quod unquam in ullo fluido ultimi ordinis subsistere possemus.

to magis particeps fieri debet illarum dotium, quibus omnia principia gaudent; multo magis illas in integro possidebit. Unde patet, tali principiorum mixtione vim attractricem immutari non posse, sed plene conservari; atque ideo corpora omnia, quotquot sunt in rerum naturâ, vim attractricem in se continere debere, id est, omnia corpora ad se invicem tendere. Attractio ergo Phænomenon erit universale, ubique semper obtinens; erit ergo proprietas corporum generalissima.

Quæ ex hâc demonstratione sequuntur, nunc exponendum, eamque dein experimentis confirmandum.

§. XII.

Cum nomine *Attractionis principiorum* designavimus illam proprietatem, quæ in eorum actione observatur, quâ ad se mutuo tendunt, seseprehendunt, ubi miscentur, ac suâ miscelâ corpus unicum constituunt; sponte consequitur, ipsam attractionem esse cohesionis corporum mixtorum causam, præsertim cum ipsâ Attractionis actione corpora confici videamus. Dubium nullum dari potest; Ars enim ejus ope Naturam perfecte æmulari. Nonne Chémia, solis hisce attractionibus, seu, ut vocantur, *corporum affinitatibus* nixa, ex diversis principiis, corpora tam solida quam fluida, ea, quæ Natura suppeditat, perfecte imitantia, parat? Nonne etiam talia, quæ in Naturæ sinu non inveniuntur hoc modo creat? Chémicus sales regenerat; Metalla reducit; Principia, quæ ex diversis corporibus extrahit, inter se miscendo, facit corpora, ab iis, quæ Natura suppeditat, nullâ notâ distinguenda: sumit v. g. Mercurium & Sulphur, ea unit, facitque Cinnabarim, nativam prorsus imitantem: sumit Mercurium, quem certis encheiresis cum Acido Salis jungit, creatque Mercurium Sublimatum Corrosivum, corpus solidum, nullibi a Naturâ suppeditatum. Et si omnia, quæ Chémicus facit hoc modo, corpora recensere vellem, non ante finirem, quam totam Naturam rimatus fuisset, imo quam longe extra corpora a Naturâ oblata progressus fuisset: certe in his omnibus operationibus testes sumus oculati, corpora fieri ex particulis tantum suâ vi attractrice coherentibus, connexis, licet, quomodo fiat hæc coherentia, penitus ignoremus. Imo Natura suppeditat corpora

ex quorum constructione patet, non alio modo quam per Attractionem enasci potuisse talia qualia inveniuntur: Vitriola, Metalla omnia, quæ in statu minerali sunt redacta, manifestissima hujus dicti præbent exempla.

§. XIII.

Ex diversis ergo illis principiis sic inter se mixtis, diversa nascuntur corpora, diversæ compositionis, mixta, composita, decomposita, supradecomposita; Verum Chemia docuit, corpora eo esse soluta faciliora, quo magis composita, quo minus, eo difficiliora. Sic supradecompositorum mixtio omnium facillime dissolvitur; decompositorum minus facile, compositorum difficilius, mixtorum difficillime. Ratio hujus rei adest Geometrica; quo enim corpora sunt minora eo habent superficiem ratione massæ majorem (*): & quo sunt corpora magis composita, eo constant ex particulis majoribus; supra-decomposita enim constant ex decompositis; hæc ex compositis &c. dum mixta tantum ex principiis constant, & principia ex veris elementis: Atqui quo major est superficies corporum attractorum, eo major esse debet Attractio; in majori enim plus datur materiæ attrahentis quam in minori. Hinc patet, cur principia, Aqua sc. & Terra seu potius sola Terra, sunt indissolubilia; cur mixta omnium difficillime solvuntur; omnium vero facillime supra-decomposita.

§. XIV.

Verum licet omnia principia se mutuo attrahant, exinde non sequi-

(*) Sit majoris corporis latus a ; ejus superficies erit $6a^2$ & massa a^3 unde ratio superficiæ ad massam erit $\frac{6a^2}{a^3}$. Sit minoris corporis latus b ; erit ejus superficies $6b^2$, massa b^3 , ratio superficiæ ad massam $\frac{6b^2}{b^3}$. Hinc ratio superficiæ majoris corporis ad ejus massam erit ad rationem superficiæ minoris corporis ad ejus massam uti; $\frac{6a^2}{a^3} : \frac{6b^2}{b^3} = b : a$, unde, cum sit a major quam b , patet, minus corpus majorem habere superficiem ratione suæ massæ quam majus corpus. Vide pulchra de his a Cæl. Pirrot demonstrata in Monum. Acad. Reg. Paris. A. 1728. p. 369.

quitur, inter omnia æque fortem vigere Attractionem, adeoque omnia ex his composita corpora, æque validam habere cohærentiam; sed forte principia quædam alia magis attrahunt quam alia; unde forte particulæ corpus unum constituentes fortius particulas alterius corporis attrahunt, quam alias particulas corporis, cujus sunt pars; unde forte particulæ corpus unum constituentes fortius inter se cohærent, quam particulæ alterius corporis, & major datur inter quædam corpora Attractio quam inter alia. Hæc ante omnia sunt examinanda, ne diversis adferbantur causis, quæ, licet in specie diversa, eidem tamen causæ sunt referenda.

§. XV.

Corpora omnia, quotquot sub sensibus cadunt ac examinare nobis licuit, præter elementa, sunt heterogenea, Hinc omnis diversitas, quæ in corporibus adest, venit ex eo, quod principia alia cum aliis sunt mixta, vel eadem alio atque alio modo. Hinc si inter particulas corpus quoddam constituentes dentur, quæ cum aliis corporis particulis, majorem habent affinitatem, quam cum reliquis corporis, cujus sunt pars; id est, si illas magis attrahunt, & si corpora illa sibi offerantur, in proximo veniant contactu, ac in statu sint, in quo se mutuo permeare possunt, quid eveniet? Particulæ, quæ majorem habent affinitatem cum partibus quibusdam alterius corporis, quam cum reliquis sui corporis, illas attrahere debent fortius, quam illas, quibuscum jam cohærent, cum illis uniri debent, unum constituere corpus; Hinc non amplius unitæ manere poterunt cum illis, quibuscum antea cohæserunt; illas ergo demittent; hæc ergo secedent, extra compositionem priorum illarum hærebunt, unde præcipitabuntur. Cum autem, ubi corpora corporibus miscentur, præcipitationes seu excussiones multas obtinere Chemia doceat, sed semper cum novâ conjunctione præcipitantis, cum principio quodam corporis, ex quo aliquid præcipitatur, patet, istas præcipitationes tantum oriri ex eo, quod major datur affinitas inter principium quoddam corporis, ex quo fit præcipitatio, & præcipitans, quam inter principium illud & præcipitatum; adeoque corpora quædam majorem cum his, quam cum aliis, habere affinitatem, id est, ea fortius attrahere, majorem habere vim attractricem.

Hinc

Hinc nascuntur omnes præcipitationes, omnes repulsiones, seu sic dictæ *Chemicæ Antipathie*, quæ tantum abest, ut pendeant a principio ab Attractione diverso, ut & contra fortissimum præbeant Attractionis argumentum. Quales autem sunt inter diversa corporum genera Attractionis gradus, videantur in Tabulâ Cell. GEOFFROY (*), emendatâ & locupletatâ a cell. MACQUER (†).

§. X V I.

Ex Attractione mutua principiorum deduximus in §. X I. dari Attractionem inter omnia corpora quæcunque; Hoc nunc experimentis erit demonstrandum; sed, antequam ad istud progrediamur, notari oportet, principia ista, licet sint diversæ naturæ, ac ideo se mutuo hoc aliove modo, fortiori vel debiliori gradu attrahant, omnia tamen id habere commune, quod se mutuo attrahunt, adeoque principia illa, ubi Attractione in se agunt, considerari posse ut corpora in genere vel ut corpora quædam determinata, ut Sal, Aqua, Terra &c. Hinc Attractio corporum ex his principiis compositorum, considerari debet vel ut Attractio corporum in genere consideratorum, vel ut Attractio corporum quorundam determinatorum; primum ad Physicam pertinet, hoc vero ad Chemiam: Unde Attractiones dividere licet in Chemicas & Physicas; primo de illis, dein de his agemus.

§. X V I I.

Nemo certe, qui Chemiam a primis tantum liminibus salutarit, Attractionem negare potest; quamplurima enim dantur experimenta, ex quibus eam deducere debemus, eodem modo ac supra §. X. de principiis corpora constituentibus ratiocinati sumus; est enim Attractio omnium Experimentorum & præparationum fundamentum. Exemplum habemus in compositissimâ illâ Mercurii Sublimati Corrosivi præparatione. Plura de hâc Attractione non dicam; experimenta in omnium oculos incurrunt; unum tantum recensebo, ut pateat, quomodo

COR-

(*) Mem. de l'Acad. Royale des Sciences A. 1718.

(†) Elem. de Chimie Theorique p. 281.

16 DISSERTATIO PHILOSOPHICA

corpora, ex pluribus principiis mixta, se mutuo attrahere possunt. Exemplum sumatur ex solutione Auri in Aquâ Regiâ; Aurum constat ex Terrâ quâdam singulari metallicâ & Phlogisto. Aqua Regia ex Aquâ Forti & Acido Salis. Aqua Regia in suâ mixtione tamen constans manet, & Aurum permeat, rodit, sic ut illud tandem dispareat; ejus particulas separat, in Elementa resolvit, cum se ipsâ intime unit, unicum corpus, licet specie homogeneous, heterogeneous tamen, cum eo facit. Unde patet particulas Auri & Aquæ Regiæ ad id tendere, ut sibi uniantur; se invicem ergo attrahunt. Idem ex omnibus aliis operationibus est concludendum. Unde in genere efficitur, Attractionem inter omnia corpora dari; repulsionem enim, quam quædam experimenta testari videntur, ad Attractionem referri debere, ex supra dictis §. XV. patet.

§. XVIII.

A Corporibus in specie consideratis, quoad diversas sc. Attractiones, quas in se exercent, ubi miscentur, progrediamur ad generaliore corporis considerationem, & videamus, utrum Corpora, quatenus Corpora, sive longe a se remota, sive proxima, sive se mutuo tangentia, vi se mutuo attrahendi gaudent. Ordiamur ab iis, quæ in Tellure nostrâ peraguntur maxime sensibilia, dein ad alia perrecturi.

§. XIX.

Corpora omnia semper deorsum premuntur; sibi commissa cadunt; Tellurem petunt. Hinc patet, illa Tellurem versus tendere, id est, ab eâ attrahi.

Nec dicatur, corpora versus Tellurem pelli a fluido quodam ea ambiente, subtilissimo, insensibili, in motu continuo versante gyrotorio: Nam, præterquam quod hujus fluidi existentia nullo experimento probari potest, adeoque recte negatur, certissimum est Gravitationem a fluidi actione oriri non posse (*). Unde sequitur, eam tribuendam esse

(*) Hoc sic demonstrari potest: 1°. Si corpora versus Tellurem pellerentur, Gravitas proportionalis esset magnitudini superficiæ, quod non observatur: 2°. Fluidum

esse vi cuidam, Tellurem inter ac singula corpora in ea contenta vigenti, quam *attrahentem* dicimus, quæque certe pendet a causâ quâdam, intra Tellurem ac corpora sitâ, verum prorsus ignotâ, hominibusque, uti aliæ causæ omnes, imperviâ. Hinc in effectu præ oculis versante, ad conclusiones humanæ societati perquam necessarias utilissimasque deducendas sufficiente, subsistendum.

§. X X.

Gravitatis autem directio solo est perpendicularis: Hinc ad centrum Telluris tendit, seu potius, cum non sit perfecte spherica Tellus, ad varia ejus axeos puncta tendunt, in variis locis, Gravitatis directiones, quæ, se interfecantes, curvam formare concipiuntur, *Barocentricam* dictam, tangentibus suis Gravitatis directiones indicantem.

§. X X I.

Constat ergo, Corpora hujus Telluris omnia in Tellurem gravitare, id est, ab ea attrahi. Verum quid est illa Tellus? nisi corporum omnium simul sumptorum congeries, massa, in spherioideam figuram conformata, unum totum, & ut ita dicam, unicum *corpus* conficiens. Corpora ergo in Corpora reliqua omnia gravitant; materia in materiam; Corpora ergo a corporibus aliis attrahuntur, illa attrahunt vicissim.

Hinc cum Corporum omnium coacervatio, hâc vi attractrice in Corpora singula, eam efficientia, gaudet, debent etiam illa corpora singula, totum illud componentia, per quæ suas habet dotes, vires, magnitudinem, formamque, per quæ est id, quod est, debent etiam, inquam, hanc vim se invicem attrahendi habere, debent illam in se invicem exercere, debent se mutuo attrahere ubivis semperque, & quidem eâdem lege ac Tellus tota Corpora singula, id est, Attractio illa ejusdem erit naturæ, eandem sequetur legem ac ipsa Gravitatio.

§. X X I I.

dum illud vel grave est, vel non. Si grave sit, etiam alio fluido indiget, unde ejus Gravitatio oriri possit, & sic in infinitum; & si non grave sit, quomodo gravitatem efficere posset? quomodo enim, quod non habet, aliis communicare posset? nam plus in effectu dari non potest quam in causâ.

§. XXII.

An vero talis Attractio revera observatur inter corpora singula Tellurem constituentia? an montes montes alios, aliave corpora lateraliter attrahunt? Hoc nunc perpendendum, ut demonstrata, si quâ fieri possit, experientiâ confirmemus.

Ut hoc præstemus, observandum primo venit, difficile admodum esse hanc vim Attractivam in Tellure nostrâ observare: Obstacula enim, uti vires omnes aliæ, plurima habet vincenda; nisi his prius superatis, agere non potest; vis enim vi resistit; vis vi destruitur. Adeoque prius vis attractrix Telluris in corpora est superanda, antequam Attractio singulorum corporum sensibilis fieri possit.

Verum omnia illa corpora, vel altissimi etiam Montes, admodum sunt respectu totius Telluris parva, & præterea eam non habent soliditatem, quam habere videntur: unde evidentissime patet, eos parum sensibiles Attractionis effectus edere posse. Sed hæc paullo penitius sunt exponenda.

§. XXIII.

Dico primo, Montes vel altissimos, licet supponerentur ejusdem densitatis ac Tellus, parvam ejus respectu habere soliditatem (*). Mons *Chimborazo* unus ex illâ montium, verosimiliter totius Telluris altissimorum, catenâ, *la Cordeliere* dictâ, altitudine suâ supra Mare æquat tantum 3217 Hexapedas, paulo plus quam 1700 aut 1800 supra Solum Regionis, in quâ sita est *Quito*. Diameter ejus Montis continet plus quam 10000 aut 12000 Hexap. In loco ubi nives incipiunt plus quam 3500 Hexap. Vertex, qui Sphæricus quodammodo est, fere Diametro suâ æquat 400 Hexap. ac proinde soliditate suâ æquat plus quam 20000000000 Hexaped. cubicas, quod tamen tantum est $\frac{1}{7400000000}$ pars soliditatis Telluris. Unde, cum adeo sit exigua illius Montis soliditas, respectu soliditatis Telluris, & Attractio sit

(*) BOUGUER *Figure de la Terre* Sect. VII. p. 368.

fit Massæ seu soliditati proportionalis, patet montem illum alia corpora parum attrahere posse, vi Gravitatis obstante. Et hæc omnia sic se habent, posito montem & Tellurem ejusdem esse densitatis: sed Tellus multo densior esse posset; saltem materias densissimas continet in se, nec ubique ejusdem densitatis esse videtur.

§. X X I V.

Verum, quod secundo loco notari meretur, est, montes non eam habere soliditatem, quam habere videntur, si eorum altitudines ac diametri inspiciantur. Hoc in omnibus obtinet montibus. (*) Cell. BOUGUER narrat, se in tractu 60 leucarum montium | catenæ *la Cordelière* dictæ, plus quam sex aut septem cavitates olim flammivomas, invenisse: montem *Chimborazo* habere adhuc cavitatem, ante Hispanorum adventum in Americâ flammivomam: montem *Tongouragua*, licet figuræ omnino regularis, multas subiisse eruptiones Annis 1640. & 1645.

Cavitates etiam in montibus Europæis, sed minores, observantur. Datur in Burgundia spelunca quædam, haud procul à *Vermenton* prope pagum *d'Arcy* octo decemve hexaped. lata, 200 aut 300 hexap. longa: in variis locis 20 aut 25, 30 pedibus alta.

Etiam aliquando montes solidi apparent, licet insignes cavitates in se contineant: prope *Meldam*, in rupe, quæ olim solida fuit habita, sed Anno 1618. ope pulveris pyrii disrupta, inventa fuit cavitas insignis.

Longius foret hic omnia enarrare (†): sed quæ diximus sufficiunt ad ostendendum, montes propter parvam soliditatem, parum sensibiles Attractionis edere posse effectus.

§. X X V.

Verum cum Gravitatis sit vis, quæ pro diminutâ distantia augetur, cumque à Telluris centro distemus 3268965 Hexap. Parisinis, atque mul-

(*) Loco citato.

(†) Vide de his Cel. LULOFI Beschouwinge des Aardkloots Cap. 10. p. 203.

multo propius ad montium centrum Gravitatis accedere liceat, multo augebitur vis attractivis montium effectus: sic cum ad distantiam 1700 aut 1800 hexap: ad montium centrum Gravitatis accedere possumus, quæ distantia est millies nongenties minor illâ, quâ à centro Telluris distamus, effectus Attractionis augebitur trigefies sexies centies millies, (si Attractio crescat in ratione inversâ duplicatâ distantiarum, ut infra patebit). Unde effectus montis *Chimborazo*, quem modo vidimus esse $\frac{1}{7400000000}$ partem effectus Attractionis Telluris,

nunc erit $\frac{3600000}{7400000000}$ pars ejusdem effectus, seu erit tantum bis millies minor; id est erit Attractio montis *Chimborazo* ad illam Telluris uti 1: 2000. si sit ejusdem ac Tellus densitatis.

§. XXVI.

Quoniam, si Attractio detur, hoc modo effectus sensibilis oriri potest, Cel. DE LA CONDAMINE & BOUGUER (*) observationibus examinarunt, an revera mons ille *Chimborazo* effectum quemdam Attractionis proderet.

Ut hoc efficerent, in loco aliquo a centro Gravitatis Montis, quod & pro centro Attractionis sumpserunt, 1734 hexap: distanti, observarunt quarundam stellarum altitudines. Dein in alio loco, in quo Attractio montis ferme agere non poterat, & a centro 4572 hexap: distanti, earundem stellarum altitudines observarunt, quas ad latitudinem prioris stationis reducerunt. Quo factò, si nil mons egisset, altitudines illæ æquales esse debuissent: verum inæquales deprehensæ fuerunt. Unde, hanc differentiam soli montis vi attrahenti referendam esse, patet. Atque hoc modo deprehenderunt Viri illi Cell. montem illum pendula sub angulo $7\frac{1}{2}$ gr. cum $\frac{1}{300}$ vel $\frac{1}{400}$ parte a situ perpendiculari deturbasse. Effecit, nimirum, mons, ut, quæ perpendicularia videbantur, perpendicularia revera non essent; sed versus eum

(*) BOUGUER figure de la Terre p. 389.

eum sub memorato angulo declinarent ; Unde Instrumenta solo perpendicularia poni non potuere , quod effecit ut Zenith à monte regredi videretur ; unde observatarum altitudinum differentia.

His observationibus egregie , ni fallor , materiæ Attractio probatur.

§. XXVII.

His experimentis omni exceptione majoribus , addere possumus , Rever. BOSCOVICH & LE MAIRE , & Cel. LA CAILLE , suspicatos fuisse montes Appeninos & Pyræneos in observationes astronomicas ibi factas influxisse.

(*) Reverendi enim BOSCOVICH & LE MAIRE , Meridiani gradum inter Romam & Ariminum mensurantes , eum invenerunt æqualem 56979 hexap. dum æquare deberet 57110 hexap. si deducatur ex observationibus in Peruâ & in Regionibus Borealibus factis , ut & ex hypothefi Cel. BOUGUER (†) : excessus, scilicet, inter magnitudinem graduum in latitudine quâcunque & gradus in æquatore esse inter se ut quadrato—quadrata sinuum latitudinum : Verum cum bazeos extremitates sitæ erant versus borealem & australem Appeninorum partem , positio instrumentorum a vero situ perpendiculari , hujus montis Attractione deturbari potuit , ac proinde differentiam in mensurâ gradus producere ; revera autem produxisse , non est improbabilis conjectura , si ad demonstrata attendatur & ad experimenta modo memorata §. XXVI.

Maximam autem hæc conjectura adipiscitur verosimilitudinem , ne dicam plenam certitudinem , si conferatur cum eo , quod in simili casu accidit Cel. LA CAILLE (**), dum mensuræ arcus inter Perpini- num aliasque Galliæ Urbes contenti operam dabat. Cum enim haud procul à Pyrenæis montibus absit memorata Urbs , ac haud parva detur differentia , inter magnitudinem gradus Meridiani ex observationibus ibi loci factis deductam , & eam , quæ ei ex aliis observationibus tribui debet , arbitratus est Vir Cel. hos montes in instrumen-
torum

(*) LA LANDE Astronomie §. 2157.

(†) BOUGUER figure de la Terre p. 288. & Mem. de l'Acad. des Sciences A. 1744. p. 297.

(**) Mem. de l'Acad. A. 1758. p. 244.

torum positionem egisse, ac proinde in mensuram arcus influxisse; & tanti momenti ei visa est hæc conjectura, ut observationes Perpini factas deseruerit.

§. XXVIII.

Patet ergo, materiam vi attractrice gaudere: Hoc autem plurimis aliis etiam probatur experimentis, facile sub oculis ponendis. Hic vero non enarrabo vulgaria illa, quæ cum guttis diversorum liquorum instituuntur, utpote notissima. Duo tantum recensebo, reliqua alibi videantur.

Sumantur Tubi Capillares quam plurimi, diversæ diametri; orificia in vas aquâ repletum immittantur; in omnibus aqua ascendet ultra superficiem aquæ in vase contentæ, & quidem altius in angustioribus, minus alte in aliis (*). Patet hinc, vitrum aquam attrahere, atque

(*) Non equidem ignoro, non omnes Philosophos hanc vim attracticem vitri in liquorem ejus ascensus in Tubulum causam agnoscere: quos inter primas haud dubie tenent R. P. GERDIL & Cel. BULFINGERUS, ille in peculiari dissertatione de Tubis Capillaribus, hic in dissertatione de eodem subjecto, Actis Petropolitans Anni 1728, Tom. 2^o, insertâ, in quâ difficultates quasdam contra sententiam Cel. JURIN movet. Sed vel inter eos etiam, qui Attractionem inter Tubulos & liquores agnoscunt, magnus datur dissensus; An v. g. totus tubulus attrahit, an vero tantum ejus annulus supremus? Hinc varia systemata a Cell. DU FAY, HAUKEBEE, JURIN, CLAIRAUT & WEITBRECHT condita: verum inter illas sententias nunc mihi non est eligendum; pro meo scopo sufficit, si ascensus liquoris causa sit Attractio, de quo dubium dari poterit nullum, si demonstravero, breviter, nullum fluidum ascensum illum efficere posse. 1^o enim Aër non est ascensus liquoris causa, cum Phænomena etiam in Vacuo obtineant; 2^o nullum Fluidum Aëre subtilius hic, ut causa, adhiberi potest, cum, præterquam quod fingatur modo, adeo foret subtile, ut Vitri poros permearet, adeoque, fluidorum more, sursum & deorsum æquabiliter premeret, nec ullus ascensus sic obtineret; præterea altitudines liquorum tunc, juxta Hydrostaticas leges, forent in inversâ ratione gravitatum specificarum, quod Phænomenis adversatur. 3^o Ascensus effici non potest, per *adherentiam* Aquæ ad tubulorum parietes, quâ particula quædam sustentata & inde leviores factæ efficiunt, ut aliæ, juxta fluidorum leges, per fluidum in vase contentum in tubulum irumpant (quæ sententia primum arrisit Cel. Vossio, dein cum mutatione quadam Cel. BORELLI, CARRE & PETIT,) quoniam tunc æqualis foret altitudo tubo longiori vel breviori facto, secus ac obtinet in experimentis Cel. MUSSCHENBROEK; præterea liquor tunc magis

atque superare cohæſionem particularum aquearum. Patet hinc, vim attractricem vitri majorem eſſe illâ aquæ: & ſic confirmantur etiam, quæ ſupra diximus §. XV. Cum autem in tubis majorum diametrorum pondus columnæ à vitro ſuſtentandæ majus ſit pondere columnarum in anguſtioribus tubis contentarum, vis attractrix vitri majus habet obſtaculum vincendum; unde minor erit effectus. Sit autem d diameter tubi; V vis attrahens vitri; v illa Aquæ; erit $V - v$ vis, quâcum vitrum aquam elevat; adeoque $\overline{V - v} \times d$ vis, cujus ope columna fluidi ſuſtentatur. Sit a altitudo columnæ elevatæ, erit $a d^2$ ejus pondus. Hinc $\overline{V - v} \times d = a d^2$, & $a = \frac{V - v}{d}$. cum autem

ſit $V - v$ quantitas conſtans, erit $a = \frac{1}{d}$. hoc eſt, erit altitudo fluidi in tubis in ratione inverſâ diametrorum.

Si vis attrahens fluidi ſit major illâ vitri, eſt $V - v$ quantitas negativa, adeoque $a = -\frac{1}{d}$, patet, hoc caſu fluidum minus elevatum iri in tubis anguſtioribus quam in aliis. Hoc obtinet, ubi Mercurius adhibetur.

Ad caſum tuborum capillarum reducitur experimentum, in quo fluidum aſcendit intra duo plana, ab una extremitate parum à ſe remota, Hyperbolam formans vel convexam, vel concavam, prout vel aqua, vel mercurius adhibetur.

§. X X I X.

Vis corporum attractiva etiam patet in ſimplici corporum appoſitione; ſumantur duo plana cuprea, inter ea infundatur tantillum ſebi calidi, ut ſit tenuior, penetrantiorque: pluribus centenis libris opus erit, ut ſeparentur.

Idem

magis minusve aſcenderet pro majori minorive tubuli in liquorem depreſſione, quod falſum: deinde altitudines liquorum forent in ratione eorum ſubtilitatis aut tenacitatis, ſecus ac revera obtinet: cauſa ergo aſcenſus nullibi dari poteſt, niſi in tubulis ipſis, id eſt, niſi in Attractione inter Vitrum & Aquam. Vide de his ſuſe ac præclare agentem Cel. MUSSCHENBROEK in Diſſertatione de Tubulis Capillaribus. Cap. 7.

Idem videre est in diversis glutinibus, quibus utimur ad diversa corpora inter se adunienda: alia aliud postulant; tantum enim corporum aduniendorum poros replent, ut sic eorum superficies majorem materiæ quantitatem contineat; & sic etiam probatur, quod supra jam §. XIII. de magnitudine superficiæ diximus. Hinc, cum diversa sit porositas, gluten, quod valet v. g. ad ligna unienda, non valet ad uniendos lapides, nec ad metalla conferruminanda. Imo istud etiam manifestissime videtur, si sumantur duo plana vitrea, mundissima, politissima, ut sic sibi exactissime applicari possint; cohærebunt, ac nisi vi quâdam sunt separanda, quâ semper mechanice vim attractivam corporum seu eorum cohærentiam superare possumus; uti patet ex innumeris experimentis, quæ circa cohærentiam & firmitatem instituit Cel. MUSSCHENBROEK.

Patet ergo, dari vim attractricem in corporibus omnibus ad hanc Tellurem pertinentibus, quascunque etiam subeant mutationes, ut monstrant Attractiones chemicæ §. X—XVII. observatur in distantis etiam remotissimis §. XIX., proximis §. XXVI—XXVIII., etiam in contactu immediato, ac simplici appositione. §. XXIX.

Est ergo Attractio, corporum hujus Telluris proprietas generalissima: verum, cum per corpus intelligatur vulgo id, quod est extensum, solidum, mobile, ac plura talia dentur, præter Tellurem, in hoc mundo corpora, si hæc Attractio à naturâ corporis pendeat, debent omnia corpora hæc vi gaudere; adeoque examinandum nunc venit, utrum etiam observatur in reliquis Systematis nostri Planetarii corporibus.

CAPUT SECUNDUM.

De Attractione Corporum Cœlestium.

§. XXX.

Corpus trajectoriam curvam describere nequit, nisi continuo motus directionem mutet, adeoque duabus agitetur viribus, quarum altera constans, corpus in motum deducens rectilineum, altera

ra motus directionem continuo mutans, variabilis, corpus à motu rectilineo deturbans, in curvam adigens, quâ cessante corpus, motu priori, rectâ moveri pergeret, in directione curvam tangente, quâque solâ corpus, rectâ etiam, moveretur, sed in curvæ interiora.

Sic Corpus (*Fig. 1.*) A, ut describat Arcum infinite parvum seu lineolam AF, necessario viribus duabus agitari debet, puta per AB & BF. Si solâ AB urgeretur, pergeret per ABC, curvam tangentem; si solâ BF pergeret intra curvam per BFG; sed his duobus simul agitatum percurrit Diagonalem AF; ubi eam descripsit, si vis per BF cessaret, in eâ moveri pergeret & percurreret AFD. verum, cum denuo describere debet lineolam FE, priori AF inclinatum, denuo aliâ vi per CD urgeri debet ut ab AD declinet, & in curvâ retineatur. Et sic de omnibus Curvæ partibus.

§. X X X I.

Hinc tempore, quo corpus describit arcum minimum AF, motu rectilineo percurreret lineam AB & ad curvam adigitur quantitate FB, quæ æqualis $\frac{AF^2}{2 \cdot AG}$ si curva sit circulus: vis ergo illa, quâ corpus in curvam retinetur, semper versus curvæ circumferentiam tendit, adeoque corpus quoque illam versus tendit. Sic in punctis A & F motus directiones sunt AG, FG, quæ se mutuo secant in puncto G, quod, cum AG, FG designent virium, quibus corpus in curvâ retinetur, directiones, *Centrum Virium* vocatur. Vires autem per AG, FG, EG, quæ corpus in curvâ retinent, id est, versus ejus circumferentiam seu centrum virium pellunt, dicuntur *Vires Centripetæ*. Vires autem per AB, FD, EI, cujus directiones sunt illæ, quas corpus motum in fine cujuscunque arcus infinite parvi habet, & per quas moveretur, si vires centripetæ cessarent, dicuntur *Vires Tangentiales*.

§. X X X I I.

Omne ergo corpus, quod in curvâ quâdam movetur, in eâ retinetur vi centrali, id est versus punctum quoddam determinatum, intra curvam situm, tendit, id est, à centro virium attrahitur: res funda-

D

rum

26 DISSERTATIO PHILOSOPHICA

rum exemplo patet: Corpus à manu attrahitur, in curvâ retinetur; laxa fundam, corpus aufugit, per lineam rectam movetur.

Nec hic refert, quænam sit hujus Attractionis versus centrum causa; an impulsus, an alia? agitur enim hic tantum de vis centralis ideâ mathematicâ, quæ sufficit ad ejus proprietates indagandas calculoque subjiciendas. De ideâ physicâ, infra videbimus.

§. XXXIII.

Corpori, ergo, duabus agitato viribus, sed diversæ naturæ, describenda est curva, quæ diversi generis pro virium diversitate. Verum cum omnis curva in punctis tribus quam proximis, eandem habeat curvaturam ac circulus osculatorius, motus centralis in curvâ quâcunque concipi poterit ac si fieret in circulo, cujus radius continuo mutatur, & semper æqualis est cubo normalis, quadrato semi lateris recti principali applicato, si de sectionibus conicis agatur.

Hinc vis centripeta æqualis erit $\frac{AB^2}{2.AG}$ uti diximus; egregii usus expressio, cum sic ad miram simplicitatem reducatur motus in trajectoriis curvis, cujuscunque sint generis, quæ tamen omnes sunt regulares, punctorum inflexus ac reflexus expertes: causa enim descriptæ curvæ semper centrum versus tendit; hinc curva erit concava versus centrum virium.

Egregia autem ac plurima de hoc motu demonstrantur, quæ ut notissima ponemus. Sic notum ponimus, corpora vi centrali mota describere areas temporibus proportionales: etiam vires esse in ratione duplicatâ distantiarum, si tempora periodica sint in ratione sesquiplicatâ radiorum, seu velocitates in ratione inversâ subduplicatâ eorundem radiorum.

§. XXXIV.

Notum est, omnia Systematis Solaris Corpora, motu suo periodico, describere lineas curvas: unde patet, illa viribus centralibus agitari, id est, duabus viribus, quarum unâ motum rectilineum haberent, quæque in motu deducuntur, quarum alterâ versus virium centrum tendunt.

Hinc

Hinc Corpora Cœlestia omnia punctum quoddam versus attrahuntur; unde, quæcunque de tali motu demonstrarunt Mathematici, iis competunt, quod egregie observationibus confirmatum jam est, ac in dies magis magisque confirmatur. Verum examinandum nunc, est quænam sit illa Attractio? quodnam sit illud centrum virium? ubi-
nam locetur?

§. XXXV.

Et primo quidem attendenti facile patebit, hunc loquendi modum, *Corpora Cœlestia versus centrum attrahuntur*, tantum ideam mathematicam designare, cum talis sit ipsa centri idea, cumque Attractio, si detur, non nisi inter corpora & corpora vigere possit: & certe pro mathematicis demonstrationibus nil, refert utrum causa vis centralis Corporum Cœlestium sit Attractio re vera sic dicta, an vero corpora illa motu cujusdam fluidi transferantur? quænam sit vera causa, Physicis examinandum incumbit.

Corpora autem Cœlestia moveri non posse fluidi cujusdam ea ambientis ope, & in motu constituti gyratorio, tam certum est quam quod maxime: & adeo jam hanc Vorticum sententiam refellere plures, ut vix aliquid addi queat. Præcipua tamen, quæ mihi videntur, indicabo.

§. XXXVI.

Ante omnia autem observamus, hujus fluidi existentiam solide & observationibus probandam esse, antequam ea ut causa motuum cœlestium assumatur: nam licet omnia Phænomena tali fluido contraria non essent, imo licet plurima ex hac causa deduci possent, exinde nil sequeretur, nisi hujus causæ possibilitas, quæ in probabilitatem abiret, eo majorem minoremve, quo plura vel pauciora phænomena exinde facili ratione explicari possent; nisi ergo horum Vorticum existentia ex observationibus probata sit, inter causas fictitias sunt referendi, adeoque ex Physicâ exulandi.

§. XXXVII.

Præterea, licet ut causa affumerentur, nil lucraremur: nam si, ut Corpora Cœlestia circa Solem revolvantur, requirantur fluida vorticoſa, motu ſuo corpora illa transferentia, cum hæc fluida nil ſint nec eſſe poſſint, niſi congeries minimorum corporum ſolidorum, eâdem ratione, aliis Vorticibus opus erit, ut hæc circumagantur, & etiam tertiis ut reliqua, ac corpora in iis contenta, moveantur, & ſic in infinitum abſque eo quod unquam in ullo fluido, primâ cauſâ motrice, ſubſiſtere poſſemus.

Sed ad objectiones majoris momenti progrediamur, & demonſtre-
mus ex ipſâ Vi Centralis naturâ, iſtorum Vorticum impoſſibilitatem.

§. XXXVIII.

Si Corpora Cœlestia moventur ideo, quoniam fluido quodam ea ambiente transferuntur, evidentiffimum eſt, fluida illa ejusdem fore denſitatis ac corpora in iis contenta: ſi enim minorem haberent denſitatem, corpora in iis contenta haberent majorem vim centrifugam, quam fluida illa, unde juxta principia & experimenta notiffima, corpora illa ex fluidis auferentur, nec proinde amplius in vorticibus illis continerentur. Cum autem Corpora Cœlestia, ac proinde fluida ea moventia, diverſæ ſunt denſitatis, ex eodem principio ſequitur, fluida denſiora fore minus denſis remotiora, adeoque Planetas denſiffimos fore remotiffimos, & quo denſiores eo remotiores: quod obſervationibus plane contrarium, cum Terra, Jove ac Saturno denſior, Soli tamen ſit propior, & in genere Planetæ denſiores ſint minus à Sole remoti.

§. XXXIX.

Præterea, cum Planetæ omnes diverſæ ſint denſitatis, tot dabuntur Vortices diverſæ denſitatis ac dantur Planetæ: & in Vorticibus Planetas Satellitibus ſtipatos continentes, tot etiam dabuntur Vortices minores ac Satellites. Hinc in Coelis dabuntur ſex Vortices, diverſæ den-

densitatis, Planetas primarios secum ferentes. Sed nonne tunc diversa illa fluida, sibi invicem, juxta fluidorum leges, miscebuntur, ac sic tota Cœlorum harmonia, primo etiam motus momento, destruetur?

Patet ex his, ex naturâ Vorticum deductis, vortices tales, ac ponunt Cartesiani, poni non posse: ut taceam alia quam multa, quæ contra eos afferri possunt, ut v. g. motus Cometarum, inexplicabilis imo impossibilis in hâc hypothefi.

Patet ergo, Corpora Cœlestia, versus centrum à fluidis ea ambientibus pelli non posse, adeoque motum illum fieri non posse per impulsum.

§. XL.

Corpora tamen Cœlestia versus centrum attrahuntur, nec fluido quodam versus id pelluntur, & Attractio proprie sic dicta, nisi inter corpora vigere potest, & soli materiæ competit: Hinc necessario in illo centro datur corpus quoddam alia attrahens.

Cum autem Planetæ primarii circa Solem immotum moveantur, & secundarii circa primarios suos, eorum respectu immotos, revolvantur, cumque Sol Planetarum reliquorum sit maximus, ac mole ingens, ut & primarii sunt in comparatione secundariorum, hinc magna jam oritur suspicio, Solem Planetas primarios attrahere; hos vero secundarios eos ambientes; qui, quoniam cum primariis circa Solem transferuntur, ab eo etiam attrahentur.

Hæc autem suspicio in plenissimam vertetur certitudinem, quando probari poterit, Solem in trajectoriarum centro situm esse.

§. XLI.

Ut hoc fiat, observandum, notam illius centri characteristicam esse, ut corpora, circa id mota, describant areas contentas intra arcus descripti extremitates & radios vectores ad eas ductos, temporibus proportionales.

Observationibus autem constat, Corpora Cœlestia omnia describere areas contentas intra arcus trajectoriarum descriptos, & radios a Sole

ad eorum extremitates ductos, temporibus, arcibus describendis impensis, proportionales. Unde sequitur, Solem situm esse in centro virium trajectoriarum a Planetis descriptarum, atque proinde omnes Planetas circa Solem, commune Centrum virium, moveri.

Idem observatur de Planetis secundariis circa primarios, revolventibus; Unde & eadem pro iis valet conclusio, nimirum Planetam, quem ambiunt, in centro communi virium situm esse.

Præterea, observationibus constat, quadrata temporum periodicorum Planetarum esse ut Cubi distantiarum a Sole, seu a Planetis primariis, si de secundariis agatur. Unde juxta notissima Theoremata sequitur, Vires Centrales, seu quæ Planetas in Orbibus retinent, esse ut quadrata distantiarum a Sole inverse: Hæc autem virium lege posita, corpus, talibus viribus agitatum, necessario describit Sectionem Conicam, in cujus foco est centrum virium.

Jam vero observationibus patet, Planetas omnes Ellipses describere, in quorum foco datur Sol, cum loci, in Ellipsi calculati, ad amissum convenient cum iis, quæ in Cœlis observantur. Merito ergo efficitur ex his, Solem esse in centro Virium, nimirum in Ellipsium foco.

Demonstratur etiam, corporum in Ellipsi motorum Vires Centrales ad focum tendentes, esse inverse ut quadrata distantiarum à foco; cum autem aliunde & ex observationibus patet, Vires Centrales Planetarum esse in hæc ratione distantiarum à Sole, & Planetas in Ellipsi moveri, sequitur iterum, Solem in Ellipsium foco communi situm esse.

Ex his omnibus manifeste patet, quam mire hæc demonstrata, omnia ex diversis fontibus petita, cum observatis congruant. Quod autem diximus etiam de Planetis secundariis intelligi debet.

§. XLII.

Patet ergo Planetas omnes primarios versus Solem tendere, secundarios versus primarios, quos ambiunt, id est, illos à Sole, hos a primariis attrahi, eos attrahere & vicissim. Verum, cum secundarii primarios in suis revolutionibus assidue comitentur & sic etiam circa Solem revolvantur, sequitur, illos etiam a Sole attrahi & eum pro viribus attrahere.

At-

Attractio ergo se extendit usque ad ultimas Mundi regiones : nam quæ diximus de Cometis etiam valent.

Verum, si Planetæ secundarii à primariis & simul etiam à Sole attrahuntur, maxime in suis motibus turbari debebunt ; turbantur : Patet in Lunâ ; patet in Satellitibus Jovis ac Saturni.

Si Sol attrahit Planetas, hi Solem attrahent vicissim ; hinc vi attrahendi gaudent : eam proinde in se invicem exercere debebunt ; exercent ; patet ex inæqualitatibus Jovis & Saturni in variis eorum positionibus ; ex inæqualitate temporis reditus Cometarum ; (*) ex in-

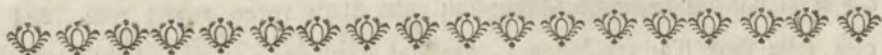
(*) Cel. nimirum HALLEY, cum Cometis Theoriam NEWTONIANAM applicare vellet, tres invenit Cometæ adeo situ, formâ, magnitudine simillimos, ut nullus dubitaverit, quin hi Cometæ fuerint unus idemque, qui fere 150 annos in duabus revolutionibus impendebat ; apparuit enim Annis 1531, 1607, 1682. Sed cum inter duas illas revolutiones, annorum nim. $\frac{1531}{1607}$, $\frac{1607}{1682}$, discrimen 15 mensium daretur, vir Cel., reputans turbationes quas Jupiter Saturno inducit, perspexit simul, Jovem posse multo magis turbare orbitam maxime elongatam, & inde oriri memoratum discrimen. Unde, periodum illius Cometæ paulo majorem quam 76 annorum æstimans, computavit, Cometam illum denuo anno 1758 vel in initio 1759 appariturum.

Cum autem Anno 1758 nondum apparuisset, Cel. CLAIRAUT accuratissime omnia, quæ ad turbationem Cometarum pertinent, perpendit, & ei felicissimo cum successu. applicuit solutionem suam Problematis, sub nomine *Problematis trium corporum* notî, quo determinatur Orbita Planetæ a Sole & simul ab aliis Planetis attracti : & invenit secundum Theoriam, Jovem & Saturnum accelerationem 425 dierum induxisse periodo Cometæ Anni $\frac{1607}{1682}$, quod tantum 33 diebus ab observationibus differt. Eodem modo invenit Saturnum & Jovem retardationem 611 dierum induxisse periodo Anni $\frac{1682}{1759}$, quod tantum differt 22 diebus ab observationibus : transit enim Cometa (Vid. LA LANDE Astron. §. 2493) per perihelium 26 Octobr. 1607 & denuo 14 Septembr. 1682, quod continet spatium $75^{\text{an}} - 42^{\text{d}}$, si ei addantur 611^{d} ex Theoris inventæ, habebimus $76^{\text{an}} + 204^{\text{d}}$ pro periodo tertiâ, id est, à 14 Septembr. Anni 1682 usque ad 4 Aprilis 1759 dum Cometa in perihelio observata fuit 13 Martii 1759 ; differentia ergo inter Calculos, ex Theoriâ quidem, sed per approximationem deductos, & observationes fuit 22^{d} . Unde patet, quam mire, ut ita dicam, Theoria Attractionis cum Phaenomenis congruit. (Vid. la Théorie des Comètes de M. CLAIRAUT.)

inæqualitatibus quas Attractiones Jovis, Martis & Veneris, Telluris motui inducunt: patet vel maxime ex illâ Lunæ actione, quâ bis Aquas nostras Marinas quotidie elevat ac deprimit. Sed quæret quis forsan, an decantata illa Lunæ vis attrahens se exerit etiam in reliqua Telluris corpora, in Animalia, in Plantas? Suspicio forte omnino vana non foret; verum nihil certi affirmari potest, cum observationes deficiant; nec, an spes sit eas unquam adipiscendi, tatis scio. (**)

§. XLIII.

Attractio ergo agit in corpora Telluris omnia, in remotissima, proximaque: agit in omnia cœlestia. Unde sequitur, Attractionem esse effectum generalissimum, adeoque pro lege Naturæ esse habendam.



S E C T I O S E C U N D A.

C A P U T P R I M U M.

De Lege Gravitatis & Attractionis Corporum Cœlestium.

§. XLIV.

Triplicem hucusque consideravimus Attractionem; Attractiones chemicas; Gravitationem corporum terrestrium in Tellurem & in se: tandem Attractionem Solis in Corpora Cœlestia, & eorum vicissim in Solem & in se invicem: Videamus nunc, quamnam sequantur le-

(**) Luna eadem ratione, quâ agit in Aquas Marinas, etiam in altitudinem Atmosphæræ agere debet; adeoque & mutationem altitudini Mercurii in Barometro contenti inducere; hoc tamen non observatur; sed mutatio illa parva est, & multæ causæ ascensui Mercurii obstant. Vid. Cel. DANIELEM BERNOUILLI: *Traité sur le Flux & Reflux de la Mer.* §. 14.

legem variæ illæ Attractiones, & utrum una eademque vis eas omnes producat; quod certe requirere viderentur, quæ de modo, quo Natura agit, novimus: semper enim optimos fines per vias simplicissimas consequitur; & quo hæ sunt simpliciores, eo sæcundiores inveniuntur.

Incipiamus a comparatione legis Gravitatis, cum lege Attractionum Corporum Cœlestium.

§. XLV.

Vidimus, Gravitationem nil esse, præter Attractionem Telluris in corpora in ea contenta: Corpora autem, vi attractrice mota, motu feruntur uniformiter accelerato; Attractio enim, quæcunque sit ejus causa, vis est constans, semper eodem modo ac continuo agens: hinc si corpus hæc vi in motum deducatur, acquirit primo motus momento, velocitatis quendam gradum, puta gradum unum: sequenti momento, etiam vi attractrice æqualem acquirit velocitatem ac priori momento; quæ velocitati, primo momento, etiam vi attractrice acquisitæ, addita, efficit velocitatem duplam; eodem modo, corpus tertio momento habebit velocitatem triplam, & sic porro: Unde velocitates temporibus sunt proportionales ac semper uniformiter augentur: hinc corpus, vi attrahente motum, fertur motu uniformiter accelerato.

§. XLVI.

Corpora ergo vi Gravitatis delabentia, motu cientur uniformiter accelerato; adeoque spatia percurreunt quadratis temporum proportionalia; quod experimentis accuratissimis & ingeniosissimis, à GALILEO institutis omnino confirmatur (*). Hoc etiam ex experimentis cum Pendulis institutis patet. (†) Longitudo enim Penduli simplicis, tempore

(*) Dialog. 3. de Locali motione. Prop. 2. Cor. 1. in fine.

(†) Cel. LULORS Leidæ etiam, accuratissimis experimentis, maximâ cum curâ & solertiâ institutis, longitudinem Penduli simplicis determinavit 440,71183 linearum Parisiensium seu 455,963 linearum Rhenolandicarum. Unde computavit corpus, libere labens, Leidæ tempore 1' percurrere spatium 2175,14 linearum Parisiensium seu 2250,412 linearum Rhenolandicarum, quod efficit pedes 15, pollices 7, li-

pore 1" vibrationem unam peragentis, summâ cum diligentia à Cel. MARRAN Parisiis fuit determinata = 440.57 lineis. (*) Unde, juxta (**) HUGENII demonstrata, tempus lapsus per dimidiam longitudinem Penduli, seu 220.28 lineas, est 0.31847". Et cum quadrata durationum Vibrationum sint ut longitudes Pendulorum, erit longitudo Penduli tempore 2" vibrationem unam peragentis = 1762.28 lin: adeoque tempus lapsus per dimidiam longitudinem istam seu 881.14 lin. æqualis 0.636942". Spatia autem illa percurfa 220.28 & 881.14 sunt inter se uti $0.31847^2 : 0.636942^2$ i. e. uti quadrata temporum; quod requirebatur, ut Theoria experimentis confirmaretur: & hoc modo iavenitur corpus tempore 1" percurrere spatium 15.094662 ped. quæ quidem quantitas exacte experimentis non invenitur, uti patet ex experimentis à (†) NEWTONO, HAUKSBEJO & DESAGUILIERO institutis; sed differentiam resistentiæ Aeris tribuendam esse iidem docuerunt.

§. XLVII.

Videamus utrum idem constet pro corporibus cœlestibus. Vis centripeta seu accessus Planetæ ad Solem exprimitur (Fig. 1.) sagittâ

$$AL = BF = \frac{AF^2}{2AG}$$

Hinc quærendum est, quantum distet Planeta à Sole, quodnam impendat tempus in describendo arcu quodam Orbitæ, ut sic habeantur lineæ AF, AG, ut BF seu AL inde elici queat. Exemplum e Tellure sumatur.

(††) Media distantia Telluris a Sole æqualis est 32830470 leucis, in unâquâque quarum continentur 2282 Hexapedæ, i. e. media distantia

neas Rhœnolandicas 6,412: invenit enim Cel. LULOFs, pedem Parisinum esse ad pedem Rhœnolandicum uti 1440:1391.835. Vid. *Verbandelingen van de Hollandjsche Maatschappij der Weetenschappen*, 3de Deel pag. 419.

(*) Mem. de l'Acad. Royale des Sciences. A°. 1735. p. 153. & suiv.

(**) Horol. Oscil. Prop. 26. & 's GRAVESANDE Elem. Physic. §. 415.

(†) Exper. Physico-Mechan. HAUKSBEJI Cap. 1. Art. 3. versionis gallicæ cum adjectis notis.

(††) LA LANDE Astronomie §. 1072.

tia Telluris à Sole æqualis est 74919132540 Hexap. seu 449514795240 pedibus Parisinis: Hinc cum diameter circuli ad circumferentiam sit uti 1 : 3. 14, Orbita Telluris continebit 2822952914107.2 pedes. Tellus autem impendit tempus 365^d, 6^h, 9' & 14" seu 31558154" in percurrendâ suâ orbitâ. Hinc spatium, quod in orbitâ percurrit tempore 1" æquat 89452. 409 pedes, quod spatium exprimitur per Arcum AF. Arcus autem ille est perexiguus, hinc absque ullo errore sumi potest pro chorda AF; unde cum sit 2 AG: AF = AF: BF. hæc erit instituenda proportio. 899029590480 : 89452 . 409 = 89452 . 409 : BF, quæ invenitur = 0 . 0089004117. ped. Ergo sagitta arcus a Tellure 1" tempore descripti æquat. 0 . 0089004117. pedes.

Hæc autem sagitta non exprimit quantitatem accessus Telluris ad Solem, sed quantitatem mutui accessus, tum Telluris ad Solem, tum Solis ad Tellurem; Sol etenim attrahit Tellurem & ab ea attrahitur vicissim: hinc hæc duo sunt separanda, quod facile fit. Quantitas enim materiæ in Sole & Tellure simul sumptis, est ad spatium his duobus descriptum, uti Quantitas materiæ in Sole, ad spatium a Tellure descriptum.

Quant. mat. in ☿ : Quant. mat. in ☉ = 1 : 304355. Hinc 304356 : 304355 = 0 . 0089004117 : x, qui erit = 0 . 008900382 qui numerus exprimit quantitatem accessus Telluris ad Solem, tempore unius minuti secundi.

§. XLVIII.

Eodem modo invenitur, quantitates accessus Telluris ad Solem duorum aut trium minorum, secundorum tempore esse 0 . 035601529 & 0 . 080103446 pedes. Hi autem numeri 0 . 008900382 0 . 035601529 & 0 . 080103446 sunt inter se uti 1. 4. 9. quam proxime, id est, ut quadrata temporum arcibus describendis impensorum, & sic Theoria observationibus confirmatur.

Id ergo jam habent Attractio Corporum Cœlestium & Gravitas commune, ut ambæ sint motus uniformiter accelerati; adeoque hoc modo consideratæ, prorsus sunt eadem, iisdem gaudent proprietatibus. Verum ulterius est progrediendum & examinandum, quænam in Cœlis, quænam in Terrâ observatur Lex.

§. XLIX.

(*) Demonstratur, Gravitationem in Tellure esse in ratione inversâ duplicatâ distantiarum. Corpora autem Centro Telluris propiora magis quam remotiora gravitare, (†) primus experimentis Cayennæ factis docuit Cel. RICHER, quod amplius experimentis in Peruâ institutis confirmarunt (‡) Cel. DE LA CONDAMINE & BOUGUER, qui observarunt, Pendula, eodem tempore, pauciores oscillationes peragere in monte *Pichincâ*, quam in urbe *Quito*, 720 hexap. depressiore, & pauciores in hâc urbe quam in ripis fluminis Amazonii, illâ depressioribus. His tamen experimentis non accurate confirmatur dicta lex inversa duplicata distantiarum; sed diversitas quædam oriri potuit ex defectu observationum, & oriri debuit ex vi centrifugâ majori in summitate montium, quam in locis depressioribus, quod confirmatur ex eo, quod in vertice montis *Pichincæ* minor observata fuerit gravitas, quam esse deberet, si calculus institueretur, assumptâ ut verâ gravitate, quæ in littoribus fluvii observata fuerit; ad has causas accedit montium densitas, aberrans multo a densitate Telluris, quæ forte ipsa non est ubique eadem, ut varia experimenta ad id concludendum conducere videntur.

§. L.

Geometrice etiam demonstratur, Corpora Cœlestia in orbitis retineri vi attractrice, agente in ratione inversâ duplicatâ distantiarum mediarum à Sole; vel à Planetis primariis, si de secundariis agatur: Quod egregie confirmatur, cum omnes, ex hoc principio deductæ, conclusiones perfectissime cum observationibus congruunt.

Gravitas ergo corporum terrestrium versus Telluris centrum, &

Gra.

(*) MUSSCHENBROEK Intro. ad Phil. Natur. §. 336.

(†) Observations Astronomiques & Physiques faites à Cayenne Chap. 10. Art. 3. p. 87. Dans les Memoires adoptés par l'Acad. Royale des Sciences Tom. 4.

(‡) BOUGUER Voyage au Perou. pag. XL.

Gravitatio cœlestium in se & in Solem, ambæ sunt motus uniformiter accelerati, ambæ agunt in ratione inversâ duplicatâ distantiarum: ambæ ergo sequuntur easdem leges, eosdem prorsus edunt effectus, eandem habent causam, quæcunque illa sit: Gravitatio ergo corporum terrestrium eadem est omnino ac Gravitatio cœlestium; eadem ergo vis efficit, ut corpora sibi commissa Tellurem petant, Planetas in orbitis retinet, eorumque omnium Phænomenorum ac motuum est causa. Mira Naturæ simplicitas!

§. L I.

Gravitationem Corporum Cœlestium, eandem esse ac Gravitatem terrestrium, seu vim illam, quæ lapsus corporum est causa, etiam esse illam, quæ Corpora Cœlestia in orbitis retinet, experientiâ perfectissime confirmatur. Si enim istud ponatur, erit Gravitatio in superficie Telluris, ad Gravitatem in distantia Lunæ à Tellure, seu erit spatium a corpore cadente tempore v. g. 1" percursum, ad spatium eodem tempore à Lunâ percursum, si caderet, (quiescente sc. vi tangentiali) sive ad quantitatem accessus Lunæ versus Tellurem eodem tempore, in ratione inversâ duplicatâ Diametri Telluris ad distantiam Lunæ à Tellure. Corpus autem in superficie Telluris tempore 1" percurrit spatium 2173.6315356 linearum, seu 15.094662 pedum. Hoc autem calculo invenitur pro accessu Lunæ ad Tellurem, eadem quantitas ac illa, quæ detegitur, si ad calculum revocetur sagitta arcus Orbitæ tempore eodem descripti, atque ab eâ subtrahantur, quæ pro accessu Telluris ad Lunam auferri debent, eodem modo ac supra §. XLVII. fecimus pro accessu Solis ad Tellurem. Hinc cum numeri sic inventi eundem exprimant effectum, ac iidem effectus easdem habeant causas, patet, causam accessus Lunæ versus Tellurem, eandem esse cum causâ lapsus corporum in Tellurem, id est, Lunam vi Gravitatis in orbitâ retineri.

L I I.

Ex hoc principio, & ex eo, quod Planetæ omnes reliqui, Cômætæque, circa commune Centrum, Solem, eâdem vi feruntur ac Luna circa Tellurem,

(*) *Cotesius* alique, jure meritoque concluderunt, Planetas omnes in Solem gravitare, eodem modo ac Luna, corporaque omnia terrestria, in Tellurem: & illam vim, quæ causa lapsus illorum corporum est, Planetas in orbitis retinere, adjuvante sc. vi tangentiali; adeoque Solem, idem in corpora systematis nostri Planetarii omnia, proxima, remotissimaque, præstare, ac Tellus in corpora ad se pertinentia; sed nemo, quod sciam, tentavit, utrum experientia demonstratis responderet, id est, utrum accessus corporum cælestium ad Solem idem sit, ac esse debeat, si corpora illa ponantur ferri versus Solem, eadem vi ac corpora terrestria in

Tellurem, id est, an accessus ille idem sit tempore v. g. $1''$, ac esse debeat, si ponantur corpora terrestria cadentia tempore illo, percurrere spatium 15.094662 pedum. Cum operæ pretium sit, ut res illa examinetur, eam tentemus, exemplum denuo e Tellure sumendo.

Si vera sumatur, quam demonstrare volumus propositionem, videamus, quid nobis dat experientia, & an assumptam Theoriam confirmet.

§. L I I I.

Spatia cadendo descripta sunt effectus Gravitatis, adeoque pro ipsâ Gravitate tempore lapsus sumi possunt. Sol autem ac Tellus diversæ sunt magnitudinis, diversæque densitatis: (†) & notum est, Gravitates in superficiebus corporum diversarum diametrorum & densitatum, esse inter se in ratione compositâ diametrorum & densitatum: Hinc.

Grav. in superf. δ : Grav. in Superf. $\odot = \text{Diam. } \delta \times \text{Dens. } \delta : \text{Diam. } \odot \times \text{Dens. } \odot$. Gravitatis in superficie Telluris tempore $1''$ est 15.094662. ped.

(††) Semi-diameter Solis = 2094314628 pedibus.

Semi-diameter Telluris = 19613790 pedibus.

Densitas δ : Densitatem $\odot = 1000 : 250$. Hinc

Grav. in sup. \odot : Grav. in sup. δ , seu 15.094662 = 2094314628 \times 250 : 19613790. \times 1000. Hinc invenitur Gravitatis in superficie Solis æqualis 402.9431771 pedibus; seu corpus cadens in superficie Solis per-

(*) Prefat. 2æ Editionis Princip. Phil. Natur. NEWTONI.

(†) 's GRAVESANDE Elem. Physic. §. 4086.

(††) LA LANDE ASTRON. §. 1072.

percurrit tempore 1" spatium 402 . 9431771 pedum , si Tellus vi Gravitatis in orbitâ retinetur.

Si autem nunc ex eo, quod Tellus tempore 1" accedit ad Solem 0 . 008900382 pedibus (§. LXVII.), determinemus eodem modo ac fecimus (§. LI.) pro Lunâ, quot pedes corpus in superficie Solis positum percurrit tempore 1", ac hæc quantitas inveniatur æqualis ei, quam modo, assumptâ Theoriâ ut verâ, invenimus, patebit, Theoriam illam esse veram, id est, Tellurem vi Gravitatis in orbitâ retineri. Eodem modo, si, eâdem assumptâ Theoriâ, ex hac deducamus, quot pedibus Tellus tempore 1" ad Solem accedit, & illa quantitas inveniatur aqualis ei, quam a priori deduximus (§. XLVII.) computando sc. sagittam arcus a Tellure tempore 1" percurssi, eandem deducere possumus conclusionem, nimirum, Tellurem in orbitâ Gravitatis vi retineri. Hæc duo nunc præstemus.

§. L I V.

Est distantia δ à \odot : $\frac{1}{2}$ Diam. \odot = 449514795240 : 2094314628 = 214 . 63575 : 1 quam proxime. Tellus tempore 1" accedit ad Solem 0 . 008900382 ped. (§. XLVII.) Hinc

Gravitas in distantia δ à \odot : Gravit. in superficie \odot }
 seu. } =
 Spat. percursum in dist. δ à \odot : Spat. percurf. in Superf. \odot }

Semi diam. \odot^2 : dist. δ à \odot^2 . seu. 0 . 008900382 : spat. percurf. in superf. \odot = 1 : 214 . 63575. Hinc spatium illud percursum in superficie Solis invenitur 410 . 0272940539342698750 pedum, quæ quantitas; fere æqualis est ei, quam modo invenimus (§. LIII.), ponendo, Tellurem in orbitâ retineri vi gravitatis : differentia tantum est 7 . 0841169539342698 &c. pedum.

Eodem modo, si assumatur pro Gravitate in superficie Solis modo inventa quantitas (§. LIII.) 402 . 943177 pedum, invenitur Gravitas in distantia Telluris a Sole, seu quantitas accessus Telluris ad Solem tempore 1" æqualis 0 . 008746608 pedibus parum differenti ab illâ, quæ (§. XLVII) inventa est, & quæ æquat 0 . 008900382 pedes: differentia est 0 . 000153774 pedum, exigua admodum.

Hæ

40 DISSERTATIO PHILOSOPHICA

Hæ autem differentiæ oriri potuerunt ex eo, quod distantia Telluris a Sole, semidiametri & densitates Telluris & Solis, non sunt exactissime definitæ, ut ipse fatetur Cel. LA LANDE loco supra memorato.

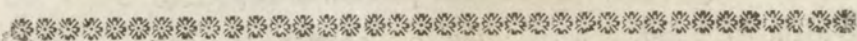
§. L V.

Cum autem ex his calculis pateat, quantitates exprimentes tum accessum Telluris ad Solem, tum Gravitationem in superficie Solis, ponendo, Tellurem in orbitâ retineri vi Gravitationis, easdem esse ac illæ, quæ à priori eruuntur, sequitur, revera Tellurem in orbitâ retineri vi Gravitationis, adeoque eodem ratiocinio ac ubi de Lunâ egimus (§. §. LI. LII.) concludere possumus, Planetas omnes Gravitate in Orbitis retineri.

Patet ergo ex his omnibus, vim, Planetas ac Cometas in orbitis retinentem, eandem esse cum illâ, quæ efficit, ut corpora terrestria in Tellurem cadant.

En ergo firmissime demonstratum pulcherrimum illud Gravitationis universalis systema, Summi NEWTONI inventum, universalis Naturæ Lex.

Istam autem legem ad omnia fere extendi, patebit, si demonstraverimus, Attractiones Chemicas eâdem lege regi; ad quod nunc progrediendum.



CAPUT SECUNDUM.

De Lege Affinitatum Chemicarum.

§. LVI.

Ex Attractionis notione deducitur, omne corpus, vi attrahente motum, motu ferri uniformiter accelerato, & corpus attractum rectâ ad attrahens accedere; Ex hâc autem ultimâ proprietate concluditur Gravitationem in ratione inversâ duplicatâ distantiarum agere; sed

sed Gravitatis ipsa nil est præter Attractionem § XLIX. & XIX. Omnia ergo corpora, Attractione mota, eandem rationem inversam duplicatam distantiarum observare debent.

Hinc cum Chemicæ operationes, seu sic dictæ Corporum *affinitates* veri nominis sint Attractiones, patet, & illas produci à vi, in dictâ ratione reciproca distantiarum agente, adeoque, easdem esse prorsus ac Gravitatem corporum terrestrium & Gravitationem cœlestium; ideoque cohærentiam corporum, effectus Chemicos omnes, lapsus corporum in Tellurem, motus ac phænomena omnia Planetarum Cometarumque, figuram Stellarum, Æstum Maris, eandem habere causam; Verum ad experimenta est recurrendum, & observandum, quid in effectibus Chemicis peragitur.

§. L V I I.

Has duas semper sequitur *leges affinitas* corporum, sedulo notandas. 1°. Requiritur statum corporum, in quo se mutuo permeare possunt, contactumque mutuum; 2°. Affinitatem illam, non inter omnia indiscriminatim vigere corpora, sed tantum inter quædam determinata; ad quod observandum, ut supra fecimus (§ §. XIII. XIV.) id tantum probare, Attractionem majorem dari, inter quædam corpora, quam inter alia; nequaquam vero ullam inter hæc aliave indicare antipathiam; ideo ad id tantum, quod, in genere, in omnibus observatur Attractionibus, attendendum hic erit: requiritur sc. statum corporum, in quo se mutuo permeare possunt, & mutuam contactum. Hæc evolvamur.

§. L V I I I.

Primo, inquam, requiritur status corporum, in quo se mutuo permeare possunt; Ubi enim corpora ambo sunt solida, nullo modo Chemicæ in se agunt, nisi quoad vapores insensibiles, quos emittunt; sic v. g. ubi Sal Ammoniacus siccus, cum Alkali fixo etiam sicco miscetur, jam antequam cum admixtâ aquâ destillationi exponuntur, quidam odor Alcalinus volatilis se manifestat; sed notum ex omnibus corporibus plus minus-ve vaporum exurgere, qui in se mutuo agere possunt.

Ex hoc consequitur, corpora in se Chemice agentia, vi suarum affinitatum, se mutuo permeare; in Elementa resolvi; eorum Elementa in se mutuo agere, atque his diversis Elementis inter se intime unitis, novum nasci corpus, specie homogenum, quoad dotes alteratum, sæpe etiam quoad habitum externum.

§. LIX.

Minime tamen mihi mens est, ex hoc principio omnes explicare circumstantias, quæ in singulis effectibus observantur, varias, pro diversis corporibus, & prout hoc, saliove modo, inter se uniantur. Cur v.g. si Alcohol Acido Nitri affundatur, effervescentia fit fortissima, maximo cum impetu, fragore, vapores ruberrimos dans, donec totum fluidum in auras consumatur? Cur si idem Spiritus Nitri eidem affundatur Alcoholi, effervescentia tantum fit levissima, placidissima? Cur nullus nascitur fragor, nulli vapores ruberrimi, sed liquor e contra medicatissimus? Cur si Spiritus Salis, Spiritui Salis Ammoniæ misceatur, fit effervescentia calorifica? & cur si idem Spiritus Salis eodem cum Alkali volatili, sed sicco, misceatur, frigus nascitur notabile, Thermometro ad 15 gradus infra zero descendente? Hæc omnia ex assumpto principio explicare nolo, nec, si velim, possem: puto enim, hæc omnia pendere ab intimâ corporum istorum naturâ, nobis incognitâ: Sed, quidquid hujus rei sit, hæc Chemicis relinquo: in omnibus tamen istis experimentis id video, corpora illa omnia id habere commune, quod in se invicem agunt, quod pristina eorum mixtio dissolvitur, alia brevi nascente; quodque ergo in Elementa reducuntur, ubi agunt, quod ideo Elementa in Elementa agunt; Actio ergo Chemica, tantum ut actio Elementorum corporum in se agentium considerari debet. Hoc pro nostro sufficit scopo.

§. LX.

Elementa, autem, corpora constituentia sunt perparva, adeoque parva, ut omnem effugiant instrumentorum aciem, ut nunquam sensibus offerri queant. Hinc minimam omnium corporum, in rerum naturâ existentium, continent materiæ quantitatem; adeoque si montes
in-

ingentes parum sensibiles edant Attractionis effectus, si guttæ liquoris, sat magni quidem voluminis, in se agere nequeunt, nisi parum admodum à se mutuo distent, facile concipiendum erit, Elementa illa in se agere non posse, nisi minimo à se distent intervallo, id est, nisi in proximo dentur contactu, seu fere; adeoque effectus Chemicos (§. LIX.) non nisi in tali contactu observari posse, quod est secunda Lex, quam observamus in corporum affinitatibus, secundum requisitum, absque quo nulli chemici Affectus obtinent.

§. L X I.

Sed, licet corpora non in se agant, nisi in proximo dari contactu nobis videantur, forte non requiritur contactus absolutus, vocabulo illo *contactus* strictissimo sumpto sensu, sed tantum distantia adeo minima, ut eam pro contactu sumere, nec ab eo discernere possimus; saltem, statim atque corpora sese tangere nobis videntur, adeo celeriter incipit actio, ut dubium sit, utrum jam tota ac perfectissime seseprehendant; præterea gradatio quædam in effectibus observatur, prout aut incipiat tantum actio, aut jam aliquamdiu duraverit; fortior enim tunc fit actio, alias atque alias subeunt corpora mutationes, & semper magis magisque effectui, qui obtinebit, similes; donec tandem tota desinat actio: patet hoc evidentissime in metallorum solutionibus, ubi diversæ colorum mutationes observantur, prout longius in se egerunt menstruum & metallum, & color semper magis magisque accedit ad eum, quem habere debet solutio, veluti si menstruum melius, diuturnitate actionis, metallum prehenderet, idque penitus evolveret; verum distantia est tam minima ut, nostri respectu, pro contactu haberi possit.

§. L X I I.

Ex his ergo patet, Elementa corporum non posse in se mutuo Chemicè, agere, nisi in proximo dentur contactu, quæcunque foret Attractionis lex; adeoque ex eo, quod Attractio se non, nisi in proximo illo manifestet contactu, concludi non posse, fecus ac quibusdam visum fuit, legem illius Attractionis decrefcere in majori ratione

44 DISSERTATIO PHILOSOPHICA

quam duplicatâ distantiarum , & ad minimum esse , in ratione inver-
sâ triplicatâ distantiarum.

§. LXIII.

Magnitudinem superficiei corporis attracti, multum in Attractionis effectum influere, supra & ratiocinio & experimentis fuit ostensum. (§. §. XIII. XXIX.) & adeo figura corporum in eum influit, ut nequidem verum sit illud principium, quod experientiâ adeo manifeste probari videtur, omnia corpora, in eadem à Tellure distantia, cujus-
cunque sint figuræ, æque gravitare; Gravitatis, enim, seu effectus Attractionis non solum pendet ab Attractione, quam Tellus, seu corpus attrahens in attractum exercet, sed & ab illâ, quam hoc exercet in illud, & cujus momentum pendet a compositione virium, quibus variæ istæ particulæ, corpus istud componentes, gaudent, & quarum quantitates & directiones pro variis mutantur figuris, licet summa virium attractricium omnium particularum, corpus attractum constituentium, eadem sit, utcunque ejus varietur figura: Unde, pro variis figuris, diversus erit Attractionis effectus, licet Attractio eandem semper sequatur legem, sicuti ex calculis patet: & talis esse posset differentia figuræ ac superficiei, ut Attractiones, quas eadem materiæ quantitas, sed nunc hujus, nunc illius figuræ, experiretur, in immensum à se invicem discreparent; Verum omnia Telluris corpora, in quibus experimenta institui licet, adeo sunt respectu totius Telluris parva, ut in eorum gravitate directionum varietas insensibilis prorsus reddatur.

§. LXIV.

Cum autem, quo minus sit corpus, eo majorem habet ratione massæ superficiei (§. XIII.) patet, si corpus in omnium minimas sit divisum particulas, illas habere maximam ratione suæ massæ superficiei; hinc, cum omnium corporum Elementa sunt minima, patet, & hæc, ratione suæ massæ, maximam habere superficiei.

Hanc ob causam eorum Elementorum Attractio, *cæteris paribus*, in immensum fere excrescere debet; adeoque, quo partes, corpora diversa constituentes, propius ad elementa accedunt, eo fortius se mutuo

tuo prehendent, eo validius se mutuo attrahent, corpus, eo majorem habens cohæſionem, constituent; atque ſi corpora tantum ex Elementis conſtant, particulæ illæ adeo cohærebunt, ut nullâ vi nobis notâ ſint ſeparandæ; hoc autem revera in Naturâ obtinere, ſupra jam fuit oſtenſum (§. XIII.).

§. LXV.

Dixi, *cæteris paribus*, Attractionem, ſeu vim attractivam Elementorum in immenſum fere excreſcere; verum cum Elementa ſint ſimplicia, partibus carent, adeoque poris, nullaque in eorum ſubſtantiâ relinquuntur interſtitia vacua; perfectiſſime ergo ſunt ſolida, materiâque referentiſſima; hinc maximam ratione voluminis adipiſcuntur maſſam, adeoque cum nulla alia dentur corpora non poroſa, omnium corporum ſiunt denſiſſima. Cum autem Attractionis validitas pendeat etiam a denſitate corporis attrahentis, ſequitur, Elementorum vim attractivam, longe majorem eſſe quam omnium aliorum corporum, quæ ejusdem forent magnitudinis: verum cum etiam maximam ratione maſſæ habeant ſuperficiem, infinita fere in proximo contactu ſit eorum vis attractiva.

§. LXVI.

Ex naturâ ergo horum Elementorum deduximus, cur non, niſi in proximo contactu, in ſe agere poſſunt, & etiam cur, in proximo contactu eorum Attractio longe major eſſe debet quam in minimâ diſtantiâ; adeoque ratio patet, cur effectus Chemicæ, ſeu Attractiones Chemicæ (§. LIX.) maximæ ſunt in contactu, & cur, niſi in contactu ſint corpora, quæ in ſe mutuo agere debent, nil nobis Attractionis ſeu actionis exhibent. Unde denuo patet, quam debili nitatur fundamento, quod plurimi ex eo, quod in Attractionibus Chemicis proximus requiratur contactus, deduxere, earum ſc. legem diverſam eſſe ab illâ Gravitatis, & ad minimum in triplicatâ ratione diſtantiarum decreſcere.

§. LXVII.

Hæc omnia ita fuerunt fuse exponenda, ut nostram sententiam & supra datam demonstrationem (§. LVI.) ab objectione gravissimâ liberaremus; nullius enim rei plenissima haberi potest persuasio, quamdiu ex ipsis circumstantiis objectiones deduci possunt. Experimenta autem nil docent circa legem affinitatum, cum tantum in proximo contactu observentur; Hinc præter directam demonstrationem §. LVI. datam, quam quidem nunquam experimentis confirmare poterimus; unica, quæ hac in re nobis relinquatur, via, est disquisitio, utrum aliquid in Attractionibus Chemicis detur, quod Gravitatis legi repugnet, nec ne; quod si nihil ei repugnet, ac omnia Phænomena ex eâ explicari possint, cum illa lex Gravitatis, quæ causa est, seu potius effectus pro causa assumendus, revera jam exstans, sit ipsa Attractionis species & eatenus cum lege affinitatum congruat, sequitur has leges esse unam eandemque & hoc quidem propter NEWTONI legem, causas rerum naturalium non plures esse admittendas, quam quæ & veræ sunt, & Phænomenis explicandis sufficiunt.

Hinc, cum nil in Phænomenis affinitatum reperiatur, quo ullo modo Gravitatis lex læditur, cum ex ipsâ operationum naturâ deduxerimus, cur requiratur immediatus contactus (§. LX.) & cur ibi sit fortissima & velut infinita Attractio (§. LXV.) jure ex hoc solo concludere possumus, quod supra §. LVI. jam à priori demonstravimus, legem affinitatis eandem esse cum illâ Gravitatis.

§. LXVIII.

Sed allatæ objectionis fundamenta inspiciamus penitius; est enim magni momenti, adeo ut (*) Cel. D' ALEMBERT eam reputans, ac simul perpendens, nequaquam Naturæ esse conveniens, censere legem Attractionis, si sit primum principium, non esse uniformem, ac eandem in omnibus materiæ partibus, eo devenit, ut valde dubitare videatur, utrum quidem inter corpora terrestria talis detur Attractio.

NEW-

(*) Elem. de Philosophie, p. 242 & 243.

(†) NEWTONUS demonstravit, & post eum (††) Cel. MAUPERTUIS, quod, si particularum, ex quibus corpus attractivum componitur, vires, in recessu corporis attracti, decrescant in triplicatâ vel plusquam triplicatâ ratione distantiarum a particulis, Attractio longe fortior erit in contactu, quam cum corpus attrahens & attractum intervallo, vel minimo, separantur ab invicem.

Ex hâc propositione Cell. MAUPERTUIS, D'ALEMBERT, KEILL deduxerunt, & etiam demonstravit Summus NEWTONUS (**), corporis attrahentis Attractionem decrescere in ratione plusquam duplicatâ distantiarum, si Attractio, quam corpus experitur in contactu corporis attrahentis, multo fortior sit eâ, quam experitur in distantia quam minimâ.

Cum autem Attractiones Chemicæ locum non habeant, nisi in proximo dentur contactu corpora, exinde Viri illi Cel. deduxerunt, illas sequi legem, ad minimum in ratione triplicatâ distantiarum decrescentem, adeoque prorsus diversam ab illâ quam Gravitas corporum sequitur, quæ nullo sensibili differt modo, sive corpora sint prope Tellurem, sive illam tangant.

In hoc argumento duo observanda veniunt; applicatio principii ad Phænomenon; Legis Attractionum, quæ ex principio illo deducitur, comparatio cum lege Gravitatis; hæc duo perpendamus.

§. LXIX.

Quod applicationem principii ad Phænomenon attinet, examinandum, utrum omnes circumstantiæ, quæ in Phænomeno observantur, in demonstratione principii adhibeantur.

Elementa, quæ in propositionis demonstratione considerantur, sunt distantia, & generalis consideratio corporis attrahentis & attracti, sepositâ omni figurarum varietate. Quæ in Phænomeno adsunt circumstantiæ sunt corpus attrahens & attractum, ambo quoad Elementa consideranda, (§§. LVIII. LIX.) distantia [corporis attracti ab attrahente.

Di-

(†) Princip. Phil. Natur. Lib. I. Sect. 13. prop. 86.

(††) Mem. de l'Acad. des Sciences, A°. 1732. p. 361. §. 14.

(**) l. c. prop. 85.

Distancia nulla est in Phænomeno, & Attractio multo est major in contactu, quam in distantia vel minima; adeoque videndum, quid det Theoria, assumptâ distantia o & Attractione multo majore in contactu, quam in minimo intervallo. Theoria fert, Attractionem tunc decrescere in ratione plus quam duplicatâ distantiarum.

In Phænomeno corpus attrahens & attractum, seu hic, quod idem, eorum Elementa, determinatæ sunt figuræ: in Theoriâ figura est indeterminata; adeoque examinandum, utrum consideratio illius determinatæ figuræ aliquid detrimenti adferat Theoriæ & quid illa pro hac figurâ statuat.

Figuram Elementorum nec novimus, nec noscere possumus, aut experimentis, aut ullâ conjecturâ, seu Physicâ, seu Metaphysicâ. Verum, quæcunque illa sit, influit in Attractionis effectum & multum influit cum hic distantia sit minima, corpora habeant densitatem maximam, ac superficiem ratione massæ maximam quoque. Unde patet, considerationem figuræ omnino negligendam non esse; nihil tamen de eâ statuit Theoria, & notum pro diversitate figuræ, diversas Theoriam dare Attractionis expressiones, imo leges omnino diversas, licet statueretur, Attractionem semper fieri in ratione inversâ duplicatâ distantiarum; (*) imo Attractiones pro variis figuris in immensum differre possunt, ipso fatente (†) Cel. DE MAUPERTIUS.

Unde patet, Theoriam illam NEWTONIANAM temere Phænomeno applicari; adeoque temerariam esse omnino, quæ exinde deducitur, conclusionem circa Attractiones Chemicas.

§. L X X.

Videamus nunc de comparatione, quam inter legem affinitatis sic ex hoc principio deductam, & legem Gravitatis instituunt Viri illi Celeberrimi.

Di-

(*) Cel. BUFFON, quem solum nobiscum sentientem novimus, nullam aliam affert rationem, quam illam, quam in hac §. adduximus. Vid. *l'Histoire Naturelle générale & particulière*, Tom. 13. *De la Nature seconde vue*, p. xij & xij. Ponderosissima nobis visa fuit illa ratio, sed plures alias, ponderosiores forsân, dedimus in §. 64, 65, 66, 67. & dabimus in §. 70 & 71.

(†) l. c. §. 2. p. 344.

Dicunt Attractionem Chemicam esse multo majorem in contactu, quam in minimo intervallo, secus ac in Gravitate, (quod verum,) adeoque & hoc respectu, immane quantum has differre: Unum tantum rogabo, utrum hæc differentia venit ex ipsius principii differentia, Attractionis sc., an vero ex corporibus, quibus applicatur? responso est in promptu. In Attractionibus Chemicis, Attractio applicatur corporibus superficiem ratione massæ habentibus omnium maximam, ut & massam ratione voluminis, secus ac in aliis omnibus Attractionibus; Quanta differentia ex his oriri non debet? maxima sane.

§. L X X I.

Verum, ut melius demonstramus, Attractiones Chemicas non differre a Gravitate eo, quod in contactu multo majores sint, quam in distantia, licet vel minimâ, aliam ineamus viam, & videamus, quidnam lex Gravitatis dat pro Attractione Elementorum corporum, id est, pro corporibus omnium minimis.

Sit distantia inter corpus attrahens & attractum d , radius Elementi r . Erit lex Attractionis, si sit eadem lex ac Gravitatis, $= \frac{I}{(d+r)^2}$, atque in contactu, id est, ubi $d = 0$, æqualis $\frac{I}{r^2}$. Cum autem Elementa sint omnium corporum minima, & adeo parva, ut ea ne mente quidem concipere possimus, sequitur, ea nullam, respectu nostri, habere rationem finitam cum ullo corpore nobis noto, vel à nobis concepto, utut parvo; hinc r revera erit quantitas infinite parva, & multo magis r^2 : hinc erit $\frac{I}{r^2}$ seu major omni quantitate notâ; adeoque secundum ipsam Gravitatis legem, seu Attractionem in duplicatâ ratione distantiarum decrescentem, Attractiones Elementorum, seu Chemicæ effectus, sunt multo majores in contactu quam in distantia quâcunque.

§. L X X I I.

Ex his ergo omnibus evidentissime, ni fallor, sequitur, Theoriam
G
illam

illam NEWTONIANAM hic applicari non posse; quoniam magnitudo corporis attracti & attrahentis, hic, propter eorum minimam ab invicem distantiam, considerationem Phænomeni intrat tanquam elementum, adeoque ut tale in Theoriâ considerari debet: & quoniam talis esse posset eorum corporum figura, ut, eam propter, Attractio longe aliam sequeretur legem, quam triplicatam reciprocam distantiarum, aut quamcunque aliam a Theoriâ datam, hic ex facto ad Theoriam recurri non potest.

E contrario, cum ex Attractionis consideratione deduxerimus, (§. LVI.) eam semper, pro quâcunque distantia & quocunque corpore, agere in ratione inversâ duplicatâ distantiarum, cum nil in Naturâ reperiatur huic legi adversum, cum ex ipsâ illâ lege ratio deducatur, cur effectus Chemicæ non nisi in contactu observantur (§. LX.) & cur, in contactu infinitæ fere sunt Attractiones Chemicæ (§. LXV. & LXXI.), tuto ex his omnibus concludere possumus, Attractiones Chemicas eandem effici vi, eandem habere causam ac Gravitatis, ac motus Corporum Cœlestium.

§. LXXIII.

Unica ergo tantum in rerum Naturâ datur Attractionis lex; nec aliam dari posse videtur. Non quod ideo credam, non dari posse Attractionem, aliam *in specie* legem sequentem; verum id volo, Attractionem primitivam, vim Attractionis causam, eandem semper sequi legem, eandem semper esse; sed vidimus, quantum in effectus diversæ corporum figuræ influere possunt.

CAPUT TERTIUM.

Quæstiones quædam circa Attractionem.

§. LXXIV.

Abunde, ni fallor, in totâ hâcce Dissertationis parte, demonstravimus, Attractionem dari in rerum Naturâ, unicam, pro quadratis distantiarum decreascentem, universalem; sed ulterius quæritur,

ur, utrum hæc sit corpori essentialis? & quænam sit ejus causa? paucis his respondeamus quæstionibus.

Quæritur primo, an *Attractio*, proprietas sit corpori essentialis? ad hanc quæstionem sequentia sunt notanda.

Vocabulum illud *Corpus*, a nobis substantiæ cuidam in genere consideratæ fuit datum, ut per id repræsentaremus simul & semel omnes ejus notas proprietates, & sic incommodum vitaremus semper omnes has repetendi, cum de eâ loqui volumus. Hinc patet, omnes corporis proprietates universales, simul sumptas conficere id, quod corpus vocamus, adeoque recensionem omnium ejus notarum proprietatum universalium ejus constituere essentiam, saltem quantum nobis nota est, & singulas proprietates universales concurrere ad eam constituendam talem, qualis observatur, ac nullam omitti in corpore describendo debere, si veram ejus descriptionem habere velimus: qui v. g. Aurum tantum describeret, corpus splendide fulvum, puerulis foret similis, qui & oculos caudæ Pavonis pro Auro sumunt. Verum si accuratam Auri, saltem quantum nobis notum est, descriptionem habere velimus, definiendum est corpus splendide fulvum, Aquâ Regiâ solubile, ponderosissimum, in Igne fixissimum &c. uno verbo, omnes ejus notas recenseremus proprietates; & si sic in singulorum corporum describendâ essentiâ sit progrediendum, multo magis sic agendum erit, ubi de essentiâ corporis, in genere considerati, agitur.

Hinc patet etiam, omnes omnibus corporibus communes proprietates, seu omnium universalium materiæ proprietatum collectionem, essentiam corporis conficere, in genere considerati: adeoque, cum *Attractio* sit proprietas universalis materiæ, patet, materiæ esse essentialem; & certe nequaquam concipi potest, quomodo universalis quædam materiæ proprietas non ipsi foret essentialis; si enim non esset, adesse aut abesse posset, eâdem manente materiæ naturâ; sed cur tunc semper, ubique, in omnibus circumstantiis, imo in omnibus, quas materia subit, mutationibus reperiretur?

§. L X X V.

Omnia hæc pendent ab eâ, quam de Corpore damus definitione.

Si dicamus, esse extensum, solidum, mobile, divisibile & nil amplius, Attractio non erit materiae essentialis; verum, si haec quatuor tantum materiae constituunt essentiam, ab iis omnia reliqua, quae in corpore dantur, pendebunt, deduci poterunt; & quomodo ex iis deduci potest Attractio? Sed quam perversa sit illa procedendi methodus in Corporis definitione danda, non omnium sc. observatarum proprietatum sumendo collectionem, vel ex hoc patet exemplo: si quis nunquam vidisset corpus motum, sed tantum quietum, quomodo de eo mobilitatem praedicare posset? quam tamen omnes corpori essentialem affirmant, & haec tamen, cogitando tantum, nunquam inventa fuisset. Haec de illa sufficiant quaestione.

§. L X X V I.

Quaeritur etiam, quanam sit Attractionis causa? brevis erit responsio; omnino ignoramus. Video, Phaenomenon & inde concludo, id vi quaedam egere, ut obtineat, quam tamen nec cognoscimus, nec unquam cognoscere poterimus: Attractio enim est effectus universalissimus, & nil novimus, nisi cum alio id conferamus: sed nil datur ipso effectui universali universalius, adeoque nullam cum re conferri potest: unde causam Attractionis nunquam cognoscere poterimus.

Hinc sequitur, Attractionem nunquam in explicandis Phaenomenis, ut veri nominis causam, adhibendam esse, sed tantum ut effectum universalissimum, alium minus universalem explicantem; adeoque & ejus respectu pro causa haberi potest.

§. L X X V I I.

Istud tamen ex Phaenomenis colligitur (§§. X, XIX, XXXV. XXXIX.) nullum fluidum, utut subtilissimum, aut Gravitatis, aut Motuum Coelestium, aut Attractionum Chemicarum causam esse; saltem nullum fluidum eodem, ac nobis nota fluida, agens modo: sed eorum agendi modus ex ipsius fluidi notione ac natura deducitur.

Sunt tamen, qui istam materiam subtilem fortiter contendunt, eam, ut omnium Phaenomenorum illorum causam, advocantes: sed nec
dari

dari probatur, nec si daretur, sufficiens foret causa. Qui vero sic procedunt, Naturam nullo modo observant aut rimantur, sed, fictis opinionibus nimis ac ingenio indulgentes, Hypotheses, quæ quosdam tantum, & plerumque imperfecte, explicant effectus, quæque non satis sunt probatæ, ut veras Phænomenorum causas protrudunt, secus ac veros decet Philosophos: *Quid enim, ut rectissime ait CICERO (*), Quid est tam temerarium, tamque indignum sapientis gravitate ac constantiâ, quam aut falsum sentire, aut quod non satis explorato perceptum sit & cognitum sine ullâ dubitatione defendere?*

§. L X X V I I I.

Fateor quidem difficillimum, imo impossibile esse concipere, & quomodo corpora, ab invicem remota, in se mutuo agere possunt absque effluviis quibusdam, corpora illa ad se adigentibus, & cur, si sola corporum præsentia sufficiat, ut effectus Attractionis obtineantur, ea non ubique eadem sit, quæcunque inter corpora interjaceat distantia; sed ideo, non rejiciendam esse Attractionem ex Phænomenis deductam, credo, ut fecere plures; eandem enim ob causam, & omnem negare deberent motus communicationem, cum quomodo motus ab uno corpore in aliud transire potest, minime concipi queat. Sed motus communicatio quotidie sub oculis versatur, unde ei assuescimus, & ideo, ideam illam nullam difficultatem involvere credimus; adeo verum est, maximam esse in hominibus consuetudinis vim, & merito pro secundâ naturâ haberi.

§. L X X I X.

Quod Attractio effectus sit universalis, & a nullo fluido oriendus, ratio est, cur hic nec vim referimus Electricam, nec Magneticam, secus ac fecit (†) CLAR. KNIGT; Electricitas enim à fluido quodam oritur, quod videmus, tangimus, olfacimus. Vis Magnetica tantum
est

(*) De Naturâ Deorum, Lib. 1. Cap. 1.

(†) In libro, cui titulus, An Attempt to demonstrate that all the Phænomena in Nature may be explained by Attraction and Repulsion Def. 4. 6. & prop. 13.

54 DISSERTATIO PHILOSOPHICA

est particularis, inter solum Ferrum & Magnetem extans, & forte etiam, quod non affirmo tamen, à fluido quodam oritur, ex uno Polo exiente, alterum intrante, ut eam consideravit (*) Cel. KNIGT, qui & tale fluidum pro universali Attractionum & Repulsionum causâ adhibuit.

§. L X X X.

Agitarunt etiam hanc quæstionem Physici, utrum Leges motus & æquilibrii sunt veritatis necessariæ, an contingentis? Affirmando recte huic quæstioni responderi, arbitror, modo recte intelligatur, & solus, qui ei competere potest, sensus attribuat, qui, ut recte observat (**) Cel. D'ALEMBERT, ad hunc redit, utrum leges motus & æquilibrii, quæ in Naturâ observantur, diversæ sint ab illis, quas materia sibi relicta secuta fuisset? sed (†) Cel. D'ALEMBERT evidens putat esse, in hac quæstione agi tantum de illis Legibus, per quas motus se ab uno corpore alii communicat, & nequaquam de iis, vi quarum corpus moveri videtur, absque ullâ impulsione causâ, ut est v. g. Gravitas: has autem censet nullo modo esse posse veritatis necessariæ: lapsum Graviorum sequelam esse voluntatis immediatæ & peculiaris Creatoris, & absque hâc voluntate Corpus in Aere positum quietum ibi remansurum. Hanc perpendamus sententiam.

§. L X X X I.

Certissimum quidem est, Attractionem, ut omnes aliæ Corporis proprietates, à voluntate Creatoris pendere; & absque illâ aut non inessent, aut non eodem agerent modo ac agere observantur, si aliam eis præscribere voluisset legem. De hoc non agitur, sed tantum hic quærendum, an, materiâ eâdem manente, quæ nunc est, Attractio ei necessario inesse debeat? an, si inesse debeat, ex ejus simplici no-
tione

(*) Id. prop. 87. seqq.

(**) Elem. de Philosophie, p. 211.

(†) Id. p. 217.

tionem leges, quas sequi debet, erui possint? & tandem an hæ leges experientiam confirmantur? has tres evolvamus quaestiones.

§. L X X X I I.

Prima pertinet ad eam, quam jam tractavimus, utrum sc. Attractio proprietas sit materiae essentialis, nec ne; Materiam quidem tantum considerant Mechanici ut extensam, solidam, mobilem; nec aliis ejus opus habent proprietatibus; ideoque pro suo scopo recte agunt; sed, an genuina sit illa definitio, supra vidimus. (§. LXXIV. & LXXV.)

§. L X X X I I I.

Ad secundam quaestionem, facilis erit responsio; supra enim (§. XLV.) demonstravimus, ex sola Attractionis notione, Attractionem motum esse uniformiter acceleratum: Demonstratum est, agere in ratione inversa duplicata distantiarum, (§§. XLIX, L, LVI.) Massae esse proportionalem; variare pro figuris (§. LXIII. & LXIX.) & quasnam pro variis dat expressiones, ex calculis ostenditur. Hæ sunt leges, quas sola Attractionis notio nobis suppeditat.

§. L X X X I V.

Quod ad Tertiam quaestionem, patet experientiam, Attractionem motum esse uniformiter acceleratum, (§§. XLVI. XLVII. & XLIX.): agere in ratione inversa duplicata distantiarum, (§§. XLIX. L—LV.) Massae esse proportionalem: quod ad figuras attinet, nescio, an experimenta fuere capta: & difficile admodum institui possunt; cum figurae nil ferre influant, si magnae sint distantiae, & in corpora parum a se remota: experimenta instituere non liceat; exigui enim tunc sunt Attractionis effectus, propter Attractionem Telluris in omnia corpora.

Sequitur ex his, Leges Attractionis, non secus ac leges motus ordinarias, veritatis esse necessariae.

§. L X X X V.

Sed licet Attractionis leges veritatis sint necessariae, pendent tamen

à voluntate Entis summe sapientis, liberrimi, adeoque cur illas, quas in corporibus dari observamus, elegerit, rationem habet sufficientem, tum in ipsâ materiæ naturâ, tum in relatione, quam illæ leges cum aliis Naturæ legibus, imo cum toto hoc Universo, habent, tum etiam cum finibus, propter quos Mundus iste fuerit creatus: Verum cum nec natura Dei, nec illa materiæ, nec relationes diversarum Mundi partium inter se, nec etiam fines, propter quos Deus eum creavit, nobis sunt nota, a priori determinare non valeamus, quamnam ex diversis Attractionis legibus sequi Deus debuit: Certum autem est, non omnes, quas nobis fingere licet, ei æque aptas ad suos fines consequendos videri potuisse; Quasdam hæc de re proposuit conjecturas Cel. MAUPERTUIS in *Monumentis Academia Regiæ Scientiarum Anni 1732. p. 347. §. 3.* Hoc tantum addam; Corpora non videri, alias sequi posse leges, quam quæ veritatis sunt necessariæ, id est, quæ ex corporum naturâ sequuntur: Si enim alias insuper sequerentur, eorum naturæ foret, ut hæc etiam obtinerent; adeoque, quod modo eorum appellavimus naturam, nunc solum eam amplius non conficeret, quod absurdum videtur.

Cæterum Natura semper per vias agit simplicissimas, & quæ in hoc rerum statu observantur leges, & simplicissimæ sunt & optimæ ad effectus, quos Deus in hoc mundo condendo præ oculis habuit, producendos. Et quæ nobis Mechanismo quodam cæco & necessario effici videntur, adeo consiliis Intelligentiæ liberrimæ & sapientissimæ sunt subordinata, ut si per mentis vires nobis liceret fines indagare, propter quos Deus hunc mundum condidit, æque ex his ratiocinando, quam ex consideratione proprietatum corporum, effectus, qui in hoc Mundo obtinent, prævideremus.





PARS SECUNDA

Theoriæ applicationem complectens.

Expositis in priori parte, quæ ad Attractionem firmissime probandam pertinent, examinemus nunc Attractionis quosdam effectus in corporibus, quibus applicatur.

Omnes corporis particulæ vi attractricis gaudent, eaque quâquaversus se extendit. Hinc, ubi corpus aliud attrahit corpus, ejus vis attractrix est summa virium omnium particularum, quæ corpus illud constituunt: Unde patet, eadem manente materiæ quantitate, eandem fore corporis vim attractricem. Verum, cum Attractio rectâ fiat a corpore attrahente ad attractum, ubi Attractionem alicujus corporis metiri seu calculis subjicere volumus, concipimus, lineas rectas ex omni puncto corporis attrahentis ad attractum ductas esse, Attractionemque secundum eas agere; & sic Attractionem, uti de omnibus aliis viribus in Mechanicâ mos est, per lineas rectas exprimere possumus.

Sed, sicut in Mechanicâ, eadem vis majorem minoremve edit effectum, prout vel longius, vel minus longe a fulcro v. g. vectis abest, prout in genere hoc illo modo corpori cuidam applicatur, sic etiam, momentum vis attrahentis corporis cujuscunque majus erit minusve, prout lineæ rectæ a corpore attrahente ad attractum ductæ, & secundum quas Attractio agit, majores sunt, vel minores numero, prout recte, vel oblique in corpus attractum incidant; Hinc cum eidem materiæ quantitati diversas inducere liceat figuras, cum pro diversitate

tate figuræ, major aut minor opponatur superficies corpori attracto, & lineæ ad id ductæ rectius, vel obliquius incidant, sequitur, ejusdem materiæ quantitatis vim attractricem maxime modificari pro variâ figurâ. ejusque momentum multum differre: Unde duo nascuntur problemata, ambo utilissima, quænam sit Attractionis expressio pro corpore quocunque, & quænam sit figura, quæ corpori competit ut maximum edat Attractionis effectum.

Hæc duo nunc resolvamus problemata, & ut generalior atque ideo pulchrior nostra evadat solutio, ponamus Attractionem fieri secundum legem quamcumque distantiarum à Centro, quam litterâ n exprimemus, cui dein facile numeri quicunque substituentur v. g. — 2 si Attractio fiat in ratione duplicatâ inversâ distantiarum, quam legem in Naturâ obtinere, supra fuscè fuit demonstratum.

P R O B L E M A I.

Fig. 2. Invenire Attractionem corporis enati ex revolutione Trianguli BDC supra axin BC, in corpusculum aliud minimum A, supra axin rotationis positum.

S O L U T I O.

Cum ex omnibus punctis corporis BDC, lineæ rectæ concipi debeant ductæ ad corpusculum A, & corpus illud BDC constet innumeris planis EF, infinite tenuibus, quærenda est Attractio istarum linearum seu planorum tenuissimorum EF, quorum omnium summa efficiet Attractionem totius corporis BDC.

Eodem modo linea EF constat lineolis gb , infinitis numero, infinite tenuibus, quæ ubi Δ BDC super axin BC revolvitur & corpus BDC format, conficiunt annulos infinite tenues & quorum numerus infinitus corpus constituit.

Ducantur ergo ex b & g lineæ Ag , Ab , & erit $gb = d. Fb$.

Verum cum vis attractrix, quæ agit per Ab , & quæ æqualis est \overline{Ab}^n , oblique agat, reducenda est ad vim, quæ agit directe per AF, &

ideo erit $\frac{\overline{Ab}^n \times AF}{Ab}$, seu $AF \times \overline{Ab}^{n-1}$.

Erit

Erit ergo Attractio annuli $gb = d.bF \times bF \times \overline{Ab}^{n-1} \times AF$.

Verum hæc quantitas, in quâ datur indeterminata bF , reducenda est ad quantitates notas & determinatas, quod facile fit ope $\triangle AbF$ in quo $\overline{Ab}^2 = \overline{AF}^2 \times \overline{bF}^2$. unde, cum AF sit quantitas constans, erit $Ab \times d.Ab = d.bF \times bF$.

Est ergo Attractio annuli gb æqualis $\overline{Ab}^n \times d.Ab \times AF$. & attractio Plani $bF = \frac{AF \times \overline{Ab}^{n+1}}{n+1} + C$.

Constans autem C determinatur ex eo, quod, ubi $Ab = AF$, nulla datur Attractio, quia corpus evanescit; unde $\frac{AF}{n+1} + C = 0$ & $C = -\frac{AF}{n+1}$.

$$= -\frac{AF}{n+1} \text{ \& tota Attractio Plani } bF \text{ æqualis } AF \times \frac{\overline{Ab}^{n+1}}{n+1} - \frac{AF}{n+1}$$

$$= \frac{AF}{n+1} \left(\overline{Ab}^{n+1} - \overline{AF}^{n+1} \right).$$

Cum autem Planum EF constet Planis bF , ac prorsus eadem sit ratiocinandi methodus, tantum loco Ab substitui debet AE , ut habeatur Attractio Plani EF , quæ invenitur $= \frac{1}{n+1} AF \left(\overline{AE}^{n+1} - \overline{AF}^{n+1} \right)$.

Ponatur $AB = a$, $BF = x$, $EF = y$, erit $AE = \sqrt{a+x^2+y^2}$.

$$\text{Est ergo Attractio Plani } EF = \frac{1}{n+1} \left(\frac{\overline{a+x^2+y^2}^{n+1}}{a+x^2+y^2} - \overline{a+x}^{n+1} \right)$$

Cum autem corpus BDC ex innumeris talibus constet Planis, erit

$$\text{ejus Attractio} = \frac{1}{n+1} \int \left(\frac{\overline{a+x^2+y^2}^{n+1}}{a+x^2+y^2} dx - \overline{a+x}^{n+1} dx \right)$$

quæ est formula generalissima, quæ facile ad omnium corporum, figuræ cujuscunque, Attractiones computandas adhiberi potest.

S C H O L I O N. I.

Si loco corpusculi A poneretur corpus finitæ magnitudinis, tunc ex unoquoque corporis BDC puncto ad omnia alterius corporis A puncta lineæ duci deberent, quarum numerus & positiones pro variâ istius corporis figurâ multum differrent; undè Problema insignis evaderet difficultatis. Præterea, eodem modo Attractio corporis A in corpus BDC inveniri deberet, & altera tunc ab alterâ foret subtrahenda. Verùm Attractionum calculis præsertim utimur in Astronomiâ, ac corpora ibi consideranda, vel sunt sphericæ figuræ, in quibus, ut demonstratur, omnis attrahens vis in centro concipi potest, vel saltem sunt figuræ ad sphericam multum accedentis, ac maximo a se distent intervallo; unde consideratio magnitudinis & figuræ corporis attracti jure omitti solet.

Applicemus nunc formulam nostram generalem

$$\frac{1}{n+1} \int \left(\frac{1}{a+x} \times \frac{1}{a+x+y^2} \frac{n+1}{2} dx - \frac{1}{a+x} \frac{n+1}{2} dx \right) \text{Attractioni quorundam corporum, \& primo corpori figuræ sphæroïdæ; unde hoc nascitur Problema, quod tantum est prioris Problematis corollarium.}$$

C O R O L L A R I U M I.

Invenire Attractionem spheroidis BDGH per revolutionem semi-Ellipseos BDG super axin BCG enati, in corpusculum A in revolutionis axi GB positum: si Attractio decrescat in ratione duplicatâ distantiarum. Fig. 3 & 4.

S O L U T I O.

Sit $AB = a$. $BC = e$. $CD = b$. $BF = x$. $EF = y$. Erit, per naturam Ellipseos, $EF = y = \frac{b}{e} \sqrt{2ex - x^2}$. Fiet ergo formula

fu-

supra data $\frac{1}{n+1} \int \left(\frac{1}{a+x} \frac{1}{a+x+y^2} \frac{a+1}{2} dx - \frac{1}{a+x} dx \right) = \frac{1}{n+1}$

$$\int \left(a+x \times a+x + \left(\frac{b^2}{e^2} \times 2ex - x^2 \right) \frac{n+1}{2} dx - \frac{1}{a+x} dx \right).$$

Sit $n = -2$. Erit illa formula

$$- \int \left(- \frac{1}{a+x} \left(\frac{1}{a+x} + \frac{b^2}{e^2} (2ex - x^2) \right) dx - \frac{1}{a+x} dx \right)$$

$$= \int dx - \int \frac{dx}{a+x} = \int dx - \int \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{b^2}{e^2} (2ex - x^2) + a^2 + 2ax + x^2 \right)}}$$

$$- \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + 2 \left(a + \frac{b^2}{e} \right) x + \left(1 - \frac{b^2}{e^2} \right) x^2}}.$$

Hæc formula nunc est integranda, ad quod variis utendum erit transformationibus & formulis, his in rebus usitatissimis; sed ante omnia notandum, corpus illud BDGH, cum ponatur sphaeroideæ figuræ, a circulo differre eo, quod axis & æquator non sunt ejusdem magnitudinis, adeoque duos hic dari casus, vel erit æquator seu b major axi seu e vel erit axis e major æquatore b . Hi casus seorsim sunt perpendendi.

C A S U S I.

Ponatur $b > e$ seu $\frac{b^2}{e^2} > 1$, & ponatur $\frac{b^2}{e^2} - 1 = \frac{g^2}{e^2}$ & $a + \frac{b^2}{e} = h$.

Erit nostra formula.

$$\int dx - \int \frac{dx}{a+x} = \int \left(dx - \frac{dx}{\sqrt{a^2 + 2bx - \frac{g^2}{e^2} x^2}} \right) = \int \left(dx - \frac{dx}{\sqrt{a^2 + \frac{x}{e^2} (2e^2h - g^2x)}} \right)$$

$$= (\text{brevitatis gratiâ}) \int \left(dx + \frac{Y}{Z} \right).$$

62 DISSERTATIO PHILOSOPHICA

Ponatur $be^2 - g^2x$, feu $\frac{be^2}{g^2} - x = u$. erit 1°. $x = \frac{be^2}{g^2} - u$.

$$2^\circ. Z^2 = a^2 + \frac{\frac{be^2}{g^2} - u}{e^2} (2e^2b - g^2(\frac{be^2}{g^2} - u)) = a^2 + \frac{1}{e^2} (2b^2e^4 - 2e^2bu - \frac{g^2b^2e^4}{g^4} + \frac{2g^2be^2u}{g^2} - \frac{g^2u^2}{e^2}) = a^2 + \frac{1}{e^2} (\frac{b^2e^4}{g^2} + \frac{g^2u^2}{e^2}) = \frac{g^2}{e^2} (\frac{e^2a^2}{g^2} + \frac{b^2e^4}{g^4} - u^2).$$

3°. $-dx = du$. 4°. $a + x = a + \frac{be^2}{g^2} - u$.

$$5^\circ. \int (dx + \frac{Y}{Z}) = \int \left(-du + \frac{\frac{e}{g}(a + \frac{be^2}{g^2} - u). du}{\sqrt{(\frac{e^2}{g^2}a^2 + \frac{b^2e^4}{g^4} - u^2)}} \right) = \int \left(-du \right.$$

$$\left. - \frac{udu \times \frac{e}{g}}{\sqrt{(\frac{e^2}{g^2}a^2 + \frac{b^2e^4}{g^4} - u^2)}} + \frac{\frac{e}{g}(a + \frac{be^2}{g^2}). du}{\sqrt{(\frac{e^2}{g^2}a^2 + \frac{b^2e^4}{g^4} - u^2)}} \right) = -u +$$

$$\frac{e}{g} \int \frac{(\frac{ea}{g} + \frac{be^3}{g^3}). du}{\sqrt{(\frac{e^2}{g^2}a^2 + \frac{b^2e^4}{g^4} - u^2)}} = U + X + \int \frac{R}{T}.$$

Ex notiffimâ autem formulâ A fin. $x = \int \frac{r dx}{\sqrt{r^2 - x^2}}$, feu A fin. $\frac{x}{r}$

$= \int \frac{dx}{\sqrt{r^2 - x^2}}$, pofito radio $= r$, patet, integrale hujus quantitatis

$$\frac{(\frac{ea}{g} + \frac{be^3}{g^3}) du}{\sqrt{(\frac{e^2}{g^2}a^2 + \frac{b^2e^4}{g^4} - u^2)}} = \text{fore } (\frac{ea}{g} + \frac{be^3}{g^3}) \text{ A fin. } \frac{u}{\sqrt{(\frac{e^2}{g^2}a^2 + \frac{b^2e^4}{g^4})}}$$

po-

posito radio = $\sqrt{\left(\frac{e^2}{g^2} a^2 + \frac{b^2 e^4}{g^4}\right)}$.

Ergo Integrale quantitatis $U + X + \int \frac{R}{I}$, seu quantitatis

$$\int \left(dx - \frac{a+x \cdot dx}{\sqrt{a^2 + 2bx - \frac{g^2 x^2}{e^2}}} \right) = -u + \frac{e}{g} \sqrt{\left(\frac{e^2 a^2}{g^2} + \frac{b^2 e^4}{g^4} - u^2\right)}$$

$$+ \left(\frac{be^3}{g^3} + \frac{ea}{g}\right) A \sin. \frac{u}{\sqrt{\left(\frac{e^2 a^2}{g^2} + \frac{b^2 e^4}{g^4}\right)}} + C. \text{ seu (si loco u ponatur } \frac{be^2}{g^2} - x)$$

$$= x - \frac{be^2}{g^2} + \frac{e}{g} \sqrt{\left(\frac{e^2 a^2}{g^2} + \frac{2be^2 x}{g^2} - x^2\right)} + \left(\frac{be^3}{g^3} + \frac{ea}{g}\right) \times$$

$$A \sin \frac{\left(\frac{be^2}{g^2} - x\right)}{\sqrt{\left(\frac{e^2 a^2}{g^2} + \frac{b^2 e^4}{g^4}\right)}} + C.$$

Quantitas autem constans C. determinatur ex eo. quod, ubi x est = 0, tota quantitas $\int \left(dx - \frac{a+x \cdot dx}{\sqrt{a^2 + 2bx - \frac{g^2 x^2}{e^2}}} \right)$ esse debet = 0;

cum tunc totum evanescat corpus. Est ergo $C = \frac{be^2}{g^2} - \frac{e^2 a}{g^2} - \left(\frac{be^3}{g^3} + \frac{ea}{g}\right)$

A sin. $\frac{\frac{be^2}{g^2}}{\sqrt{\left(\frac{e^2 a^2}{g^2} + \frac{b^2 e^4}{g^4}\right)}}$: est ergo $\int \left(dx - \frac{a+x \cdot dx}{\sqrt{a^2 + 2bx - \frac{g^2 x^2}{e^2}}} \right)$

$$= x + \frac{e}{g} \sqrt{\left(\frac{e^2 a^2}{g^2} + \frac{2be^2 x}{g^2} - x^2\right)} + \left(\frac{be^3}{g^3} + \frac{ea}{g}\right) A \sin \frac{\frac{be^2}{g^2} - x}{\sqrt{\left(\frac{e^2 a^2}{g^2} + \frac{b^2 e^4}{g^4}\right)}} - \frac{e^2 a}{g^2}$$

$$-\frac{ea}{g^2} - \left(\frac{be^3}{g^3} + \frac{ea}{g}\right) A \sin \frac{\frac{e^2 b}{g^2}}{\sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} + \frac{b^2 e^4}{g^4}\right)}}$$

Hæc autem quantitas exprimit Attractionem portionis illius BEF (Fig. 3.), quæ terminatur lineâ BF = x. Cum vero portio illa toti corpori æqualis non evadat, nisi BF adipiscatur longitudinem totius axeos, seu ni fiat x = 2e, si Attractionem totius corporis BDGH habere velimus, ponendum est x = 2e, quo casu habebimus.

$$2e + \frac{e}{g} \sqrt{\left(\frac{e^2 a^2}{g^2} + \frac{4be^3}{g^2} - 4e^2\right)} + \left(\frac{be^3}{g^3} + \frac{ea}{g}\right) A \sin \frac{\frac{be^2}{g^2} - 2e}{\sqrt{\left(\frac{e^2 a^2}{g^2} + \frac{b^2 e^4}{g^4}\right)}}$$

$$-\frac{e^2 a}{g^2} - \left(\frac{be^3}{g^3} + \frac{ea}{g}\right) A \sin \frac{\frac{e^2 b}{g^2}}{\sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} + \frac{b^2 e^4}{g^4}\right)}} = 2e + \frac{e}{g} \sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} + \frac{4be^3}{g^2} - 4e^2\right)}$$

$$+ \left(\frac{be^3}{g^3} + \frac{ea}{g}\right) A \sin \frac{\frac{be^2}{g^2} - 2eg^2}{\sqrt{e^2 a^2 g^2 + b^2 e^4}} - \frac{e^2 a}{g^2} - \left(\frac{be^3}{g^3} + \frac{ea}{g}\right)$$

A sin $\frac{e^2 b}{\sqrt{a^2 e^2 g^2 + b^2 e^4}}$ = Attractioni corporis BDGH si æquator major sit axi, id est, si corpus in polis sit complanatum.

C A S U S I I.

Quod ad secundum casum, in quo corpus est figuræ elongatæ, seu ubi $b < e$, vel $\frac{b^2}{e^2} < 1$, ponatur $\frac{b^2}{e^2} + \frac{g^2}{e^2} = 1$, vel $\frac{b^2}{e^2} - 1 = -\frac{g^2}{e^2}$ & patet, calculum eundem fore ac priori casu, modo ponatur loco $g^2, -g^2$ & loco $\frac{g^2}{e^2}, -\frac{g^2}{e^2}$ Faciamus ergo illud in formulâ illâ.

$$\int \left(-du + \frac{\frac{e}{g} \left(a + \frac{be^2}{g^2} - u \right) du}{\sqrt{\left(\frac{e^2}{g^2} a^2 + \frac{b^2 e^4}{g^4} - u^2 \right)}} \right) \text{ \& habebimus } \int \left(-du + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{e}{\sqrt{-g^2}} \left(a - \frac{be^2}{g^2} - u \right) du \Bigg) = \left(\text{si loco } \frac{e}{\sqrt{-g^2}} \text{ ponatur } \frac{e}{g\sqrt{-1}} \right) \\
 & = \int \left(-du + \frac{\frac{e}{g} \left(a - \frac{be^2}{g^2} - u \right) du}{\sqrt{\left(\frac{e^2 a^2}{g^2} - \frac{b^2 e^4}{g^4} - u^2 \right)}} \right) = \int \left(-du - \frac{\frac{e}{g} u du}{\sqrt{\left(\frac{e^2 a^2}{g^2} - \frac{b^2 e^4}{g^4} + u^2 \right)}} \right. \\
 & \left. + \frac{\frac{e}{g} \left(a - \frac{be^2}{g^2} \right) du}{\sqrt{\left(\frac{e^2 a^2}{g^2} - \frac{b^2 e^4}{g^4} + u^2 \right)}} \right) = -u - \frac{e}{g} \sqrt{\left(\frac{e^2 a^2}{g^2} - \frac{b^2 e^4}{g^4} + u^2 \right)} \\
 & + \int \frac{\frac{e}{g} \left(a - \frac{be^2}{g^2} \right) du}{\sqrt{\left(\frac{e^2 a^2}{g^2} - \frac{b^2 e^4}{g^4} + u^2 \right)}} = U + X + \int \frac{R}{I}.
 \end{aligned}$$

Ex formulâ autem notiffimâ $\int \frac{dx}{\sqrt{e+x^2}} = \mathbf{L} \frac{2x + \sqrt{e+x^2}}{e}$

sequitur, integrale hujus quantitatis $\int \frac{du}{\sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} - \frac{b^2 e^4}{g^4} + u^2 \right)}}$ fore

$$\mathbf{L} \frac{u + \sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} - \frac{b^2 e^4}{g^4} + u^2 \right)}}{\sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} - \frac{b^2 e^4}{g^4} \right)}}. \text{ Est ergo } U + X + \int \frac{R}{I} = -u$$

$$- \frac{e}{g} \sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} - \frac{b^2 e^4}{g^4} + u^2 \right)} + \frac{e}{g} \left(a - \frac{be^2}{g^2} \right) \mathbf{L} \frac{u + \sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} - \frac{b^2 e^4}{g^4} + u^2 \right)}}{\sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} - \frac{b^2 e^4}{g^4} \right)}}$$

$$+ \mathbf{C}. = \left(\text{si loco } u \text{ ponatur } -x - \frac{be^2}{g^2} \right) = \frac{be^2}{g^2} + x - \frac{e}{g} \sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} + x^2 + \frac{2be^2 x}{g^2} \right)} + \frac{e}{g}$$

$$+ \frac{e}{g} \left(a - \frac{be^2}{g^2} \right) \times \mathbf{L} \frac{-\frac{be^2}{g^2} - x + \sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} + 2 \frac{be^2 x}{g^2} + x^2 \right)}}{\sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} - \frac{b^2 e^4}{g^4} \right)}} + C.$$

Constans autem C eodem modo, ac in priori casu, determinatur, ponendo $x = 0$. Erit ergo

$$C = -\frac{be^2}{g^2} + \frac{e}{g} \sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} \right)} - \frac{e}{g} \left(a - \frac{be^2}{g^2} \right) \mathbf{L} \frac{-\frac{be^2}{g^2} + \sqrt{\frac{a^2 e^2}{g^2}}}{\sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} - \frac{b^2 e^4}{g^4} \right)}}$$

Erit ergo tota quantitas, seu $U + X + \int \frac{R}{I} = x$

$$- \frac{e}{g} \sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} + x^2 + \frac{2be^2 x}{g^2} \right)} + \frac{e}{g} \left(a - \frac{be^2}{g^2} \right) \times$$

$$\mathbf{L} \left(\frac{-\frac{be^2}{g^2} - x + \sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} + \frac{2be^2 x}{g^2} + x^2 \right)}}{\sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} + \frac{b^2 e^4}{g^4} \right)}} \right) + \frac{e^2 a}{g^2} - \frac{e}{g} \left(a - \frac{be^2}{g^2} \right) \times$$

$$\mathbf{L} \frac{-\frac{be^2}{g^2} + \frac{ae}{g}}{\sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} - \frac{b^2 e^4}{g^4} \right)}} = \text{Attractioni partis BCD. (Fig. 4.) Sed}$$

ponendo $x = 2e$, erit, easdem ob rationes, ac priori casu,

$$2e - \frac{e}{g} \sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} + 4e^2 + \frac{4be^3}{g^2} \right)} + \frac{e}{g} \left(a - \frac{be^2}{g^2} \right) \times$$

$$\mathbf{L} \left(\frac{-\frac{be^2}{g^2} - 2e + \sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} + \frac{4be^3}{g^2} + 4e^2 \right)}}{\sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} + \frac{b^2 e^4}{g^4} \right)}} \right) + \frac{e^2 a}{g^2} - \frac{e}{g} \left(a - \frac{be^2}{g^2} \right)$$

\mathbf{L}

$$L \frac{-\frac{b e^2}{g^2} + \frac{a e}{g}}{\sqrt{\left(\frac{a^2 e^2}{g^2} - \frac{b^2 e^4}{g^4}\right)}} = \text{Attractioni totius corporis BDGH, si}$$

axis major est æquatore, vel si elongatum est in polis, seu si $e > b$.

C O R O L L A R I U M I I.

Ex formulâ $\int \left(dx - \frac{a + x \cdot dx}{\sqrt{\left(\frac{b^2}{e^2} (2ex - x^2) + a^2 + 2ax + x^2\right)}} \right)$

quæ Attractionem corporis figuræ sphæroidæ, sive complanatæ, sive elongatæ, exprimit, facile Attractio corporis, seu figuræ elongatæ, seu complanatæ, seu perfecte sphæricæ, in corpusculum, in extremitate axeos, id est, in polo situm, deducitur. Hos tres evolvamus casus.

C A S U S I.

(Fig. 3.) Invenire Attractionem corporis BDGH in polis complanati, in corpusculum B in polo B situm.

Distantia BA, vel a erit in hoc casu = 0. adeoque formula

$$\int \left(dx - \frac{a + x \cdot dx}{\sqrt{\left(\frac{b^2}{e^2} (2ex - x^2) + a^2 + 2ax + x^2\right)}} \right) \text{ fiet}$$

$$\int \left(dx - \frac{x \cdot dx}{\sqrt{\left(\frac{b^2}{e^2} (2ex - x^2) + x^2\right)}} \right) = \int \left(dx - \frac{e x dx}{\sqrt{(2b^2 e x - (b^2 - e^2) x^2)}} \right)$$

= Attractioni corporis BDGH in corpusculum B; sed hæc nunc est integranda formula, quam ob causam aliâ sub formâ transmutari debet. Est autem

$$\text{bet. Est autem } - \frac{e x dx}{\sqrt{2b^2 e x - (b^2 - e^2) x^2}} = - \frac{\frac{e x dx}{\sqrt{b^2 - e^2}}}{\sqrt{\left(\frac{2b^2 e x}{b^2 - e^2} - x^2\right)}}$$

$$= \frac{e}{\sqrt{b^2 - e^2}} \times \frac{-x dx}{\sqrt{\left(\frac{2b^2 e x}{b^2 - e^2} - x^2\right)}} = \frac{e}{\sqrt{b^2 - e^2}} \times \frac{\frac{e b^2}{b^2 - e^2} dx - x dx}{\sqrt{\left(\frac{2b^2 e}{b^2 - e^2} x - x^2\right)}} \\ - \frac{e}{\sqrt{b^2 - e^2}} \times \frac{\frac{e b^2}{b^2 - e^2} dx}{\sqrt{\left(\frac{2e b^2}{b^2 - e^2} x - x^2\right)}}$$

Ex notissimâ autem formulâ $\int \frac{a dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = A$ fin. verf. x pro

radio a , patet, integrale hujus quantitatis $\frac{\frac{e b^2}{b^2 - e^2} dx}{\sqrt{\left(\frac{2e b^2}{b^2 - e^2} x - x^2\right)}}$ fore A

fin. verf. x pro radio $\frac{e b^2}{b^2 - e^2}$; adeoque est, $\int \left(dx - \frac{e x dx}{\sqrt{2e b^2 x - (b^2 - e^2) x^2}} \right)$

$$= x + \frac{e}{b^2 - e^2} \sqrt{(2b^2 e x - (b^2 - e^2) x^2)} - \frac{e}{\sqrt{b^2 - e^2}} A \text{ fin. verf. } x + C.$$

Quantitas constans C determinatur ex eo, quod totum integrale debet esse $= 0$, si x fit $= 0$. cum autem revera evanescat, patet C esse $= 0$.

Ut ergo habeatur Attractio totius corporis $BDGH$ in particulam B , ponendum est $x = 2e$. Unde fit $2e + \frac{e}{b^2 - e^2} \sqrt{4e^2}$

$$- \frac{e}{\sqrt{b^2 - e^2}} A \text{ sv. } 2e = \frac{2e b^2}{b^2 - e^2} - \frac{e}{\sqrt{b^2 - e^2}} A \text{ sv. } 2e.$$

C A S U S I I.

(Fig. 4.) *Invenire Attractionem corporis figuræ elongatæ $BDGH$ in corpusculum B in polo B situm.*

At-

Attractio exprimetur, ut in priori casu, per $\int \left(dx - \frac{ex dx}{\sqrt{2eb^2x - (b^2 - e^2)x^2}} \right)$:

verum, cum hic fit $e > b$, ita exprimi debet istud integrale, ut loco $b^2 - e^2$ in eâ inveniatur $e^2 - b^2$, quod facile fit; unde erit Attractio æqualis

$$\int \left(dx - \frac{ex dx}{\sqrt{2eb^2x + (e^2 - b^2)x^2}} \right) = \int \left(dx - \frac{e}{\sqrt{e^2 - b^2}} \times \frac{\frac{eb^2}{e^2 - b^2} dx + x dx}{\sqrt{\left(\frac{2eb^2x}{e^2 - b^2} + x^2\right)}} + \frac{e}{\sqrt{e^2 - b^2}} \times \frac{\frac{eb^2 dx}{e^2 - b^2}}{\sqrt{\left(\frac{2eb^2x}{e^2 - b^2} + x^2\right)}} \right), \text{cujus quantita-}$$

tis integrale erit $x - \frac{e}{\sqrt{e^2 - b^2}} \sqrt{\left(\frac{2eb^2x}{e^2 - b^2} + x^2\right)} + \frac{e}{\sqrt{e^2 - b^2}}$

$$\int \frac{\frac{eb^2 dx}{e^2 - b^2}}{\sqrt{\left(\frac{2eb^2x}{e^2 - b^2} + x^2\right)}}. \text{Quærendum nunc est integrale ultimi hujus}$$

quantitatis termini $\int \frac{\frac{eb^2 dx}{e^2 - b^2}}{\sqrt{\left(\frac{2eb^2x}{e^2 - b^2} + x^2\right)}}. \text{Sit } \frac{eb^2}{e^2 - b^2} = a \ \& \ x =$

$$z - a, \text{erit } dz = dx; \ \& \ \frac{adz}{\sqrt{z^2 - a^2}} = \frac{adx}{\sqrt{2ax + x^2}} = \frac{\frac{eb^2 dx}{e^2 - b^2}}{\sqrt{\left(\frac{2eb^2x}{e^2 - b^2} + x^2\right)}} (*)$$

ve-

(*) Est $\int \frac{adz}{\sqrt{z^2 - a^2}} = \mathbf{L} z + \sqrt{z^2 - a^2}$. nam fit $\sqrt{z^2 - a^2} =$

$y - z$, erit $z^2 - a^2 = y^2 - 2yz + z^2$ adeoque $z = \frac{a^2}{2y} + \frac{y}{2}$ & $dz =$

verum $\int \frac{adz}{\sqrt{z^2 - a^2}} = \mathbf{L} z + \sqrt{z^2 - a^2}$: adeoque $\frac{e}{\sqrt{e^2 - b^2}} \times$

$$\int \frac{adx}{\sqrt{2ax + x^2}} = \frac{ea}{\sqrt{e^2 - b^2}} \mathbf{L} x + a + \sqrt{2ax + x^2} = \frac{e^2 b^2}{(e^2 - b^2)^{\frac{1}{2}}} \times$$

$\mathbf{L} \left(\frac{eb^2}{e^2 - b^2} + x + \sqrt{\left(\frac{2eb^2}{e^2 - b^2} x + x^2 \right)} \right) + C$. Cum autem, ubi est $x = 0$, evanescere debeat tota quantitas, ponendo $x = 0$, erit $C = -\frac{e^2 b^2}{(e^2 - b^2)^{\frac{1}{2}}} \mathbf{L} \frac{eb^2}{e^2 - b^2}$; adeoque erit integrale totius quantitatis,

$$\frac{e}{\sqrt{e^2 - b^2}} \int \frac{\frac{eb^2 dx}{e^2 - b^2}}{\sqrt{\left(\frac{2eb^2 x}{e^2 - b^2} + x^2 \right)}} = -\frac{e^2 b^2}{(e^2 - b^2)^{\frac{1}{2}}} \mathbf{L} \frac{eb^2}{e^2 - b^2} + \frac{e^2 b^2}{(e^2 - b^2)^{\frac{1}{2}}} \times$$

$\mathbf{L} \left(\frac{eb^2}{e^2 - b^2} + x + \sqrt{\left(\frac{2eb^2 x}{e^2 - b^2} + x^2 \right)} \right)$: Est ergo

$$\int \left(dx - \frac{e x dx}{\sqrt{2eb^2 x + (e^2 - b^2) x^2}} \right) = x - \frac{e}{\sqrt{e^2 - b^2}} \times$$

$$\sqrt{\left(\frac{2eb^2 x}{e^2 - b^2} + x^2 \right)} - \frac{e^2 b^2}{(e^2 - b^2)^{\frac{1}{2}}} \mathbf{L} \frac{eb^2}{e^2 - b^2} + \frac{e^2 b^2}{(e^2 - b^2)^{\frac{1}{2}}} \times$$

$\mathbf{L} \left(\frac{eb^2}{e^2 - b^2} + x + \sqrt{\left(\frac{2eb^2 x}{e^2 - b^2} + x^2 \right)} \right)$: & ponendo $x = 2e$, erit

At.

$-\frac{a^2 dy}{2y^2} + \frac{dy}{2} = dy \left(\frac{y^2 - a^2}{2y^2} \right)$. Erit etiam $\sqrt{z^2 - a^2} = y - z = y -$

$$\frac{a^2}{2y} - \frac{y}{2} = \frac{y^2 - a^2}{2y}; \text{ ergo } a \int \frac{dz}{\sqrt{z^2 - a^2}} = a \int \frac{dy \left(\frac{y^2 - a^2}{2y^2} \right)}{\frac{y^2 - a^2}{2y}} =$$

$$a \int \frac{dy}{y} = a \mathbf{L} y = \mathbf{L} z + \sqrt{z^2 - a^2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Attractio totius corporis in punctum B} &= 2e - \frac{e}{\sqrt{e^2 - b^2}} \sqrt{\frac{4e^2 b^2}{e^2 - b^2}} \\ &+ 4e^2) - \frac{e^2 b^2}{(e^2 - b^2)^{\frac{3}{2}}} \mathbf{L} \frac{e b^2}{(e^2 - b^2)} + \frac{e^2 b^2}{(e^2 - b^2)^{\frac{3}{2}}} \times \\ &\mathbf{L} \frac{e b^2}{e^2 - b^2} + 2e + \sqrt{\left(\frac{4e^2 b^2}{e^2 - b^2} + 4e^2 \right)} = \frac{e^2 b^2}{(e^2 - b^2)^{\frac{3}{2}}} \times \\ &\mathbf{L} \left(\frac{2e^3 - e b^2 + 2e^2 \sqrt{e^2 - b^2}}{e b^2} \right) - \frac{2e b^2}{e^2 - b^2}. \end{aligned}$$

C A S U S I I I.

(Fig. 2.) Si corpus sit nec figuræ elongatæ, nec complanatæ, id est, ubi $b=e$, seu ubi corpus est sphaera, erit Attractio in corpusculum B in polo situm, quæ in genere exprimitur formulâ, $\int \left(dx - \frac{x dx}{\sqrt{\frac{b^2}{e^2}(2ex - x^2) + x^2}} \right)$

hoc casu æqualis $\int \left(dx - \frac{x dx}{\sqrt{2ex}} \right) = \int \left(dx - \frac{dx \sqrt{x}}{\sqrt{2e}} \right)$

$= x - \frac{2}{3} \frac{x \sqrt{x}}{\sqrt{2e}}$. & si ponatur $x = 2e$ erit, eadem ob rationes, ac

priori casu, $2e - \frac{4e \sqrt{2e}}{3 \sqrt{2e}} = \frac{2}{3} e =$ Attractioni totius sphaeræ in corpusculum in polo situm.

S C H O L I O N I I.

Alia multa addi possent Problemata, quibus formulæ nostræ latissimus usus pateret; Sic v. g. si corpus propositum sphaera foret, ex revolutione semi-circuli super Diametrum suum $= 2r$ enata, ac lex Attractionis in ratione duplicatâ distantiarum decrescere poneretur, esset, ob circuli naturam, $y^2 = 2rx - x^2$. Unde formula

nostra $\frac{1}{n+1} \int \left(\frac{1}{a+x} \times \frac{1}{a+x^2+y^2} \frac{n+1}{2} dx - \frac{1}{a+x} \frac{n+2}{2} dx \right)$

fieret.

$$\begin{aligned} \text{fieret} &= \frac{1}{n+1} \int \left(\frac{dx - a + x}{a+x} \times \frac{dx - a + x}{a^2 + 2ax + 2rx} \right)^{\frac{n+1}{2}} dx \\ &= (\text{ponendo } n = -2) = - \int \left(\frac{a+x \cdot dx}{\sqrt{a^2 + 2ax + 2rx}} - dx \right) \\ &= x - \int \frac{a+x \cdot dx}{\sqrt{a^2 + 2x(a+r)}}, \text{cujus integratio difficillima est: } \end{aligned}$$

deoque alia adhibenda foret methodus, ut elegantius multo sphaerae Attractionis inveniri queat; sed longior ea est, quam ut hic eam explicare possimus.

Hæc ergo de applicatione formulæ generalis

$$\frac{1}{n+1} \int \left(\frac{dx - a + x}{a+x} \times \frac{dx - a + x}{a^2 + 2ax + y^2} \right)^{\frac{n+1}{2}} dx - \frac{dx - a + x}{a+x} dx \text{ sufficient;}$$

semper eâ ad expressiones devenimus, problema quidem resolventes, sed quarum omnium integratio non semper æque facilis est; in quâ tamen, sic ut præcipuus solutionum usus, sic etiam earum maxima difficultas continetur; Unde aliæ sæpe adhibendæ sunt methodi, quibus aliquando facilius elegantiusque corporis cujusdam Attractionis exhiberi potest.

P R O B L E M A I I.

Invenire figuram corporis maximæ Attractionis.

S O L U T I O.

Ut Problema istud facillime resolvatur, ad naturam corporis maximæ attractionis erit attendendum; sic enim ad æquationem simplicissimam, in quâ ne quidem calculo integrali opus erit, deveniemus.

1º. Cum corpus, cujus figura quæritur, sit corpus maximæ attractionis, omnes ejus particulae eo ponentur modo, ac requiritur, ut tale corpus exinde nascatur, id est, omnes etiam maximum habebunt attractionis momentum, adeoque omnes æqualiter attrahent: alias enim particulae quædam magis attrahere possent, quam revera attrahunt;

hunt; adeoque, corpus exinde conflatum majus etiam haberet attractionis momentum, quam hoc revera habet; unde non amplius foret corpus maximæ attractionis, quod tamen ponitur. Sufficit ergo invenire attractionem unius particulæ; hæc enim omnibus aliis competit.

2°. Notandum, attractionem hanc æqualem esse quantitati cuidam constanti, cum figura corporis quæsitæ sit determinata ac constans.

Est autem attractio particulæ seu puncti E, (Fig. 2.) Attractionis lege in ratione duplicatâ distantiarum decrescente, æqualis $\frac{1}{AE^2}$.

Sed vis hæc oblique agit, adeoque est reducenda ad vim per AF;

unde fit $= \frac{AF}{AE^3}$, quæ æqualis quantitati cuidam constanti seu C. est

ergo $\frac{AF}{AE^3} = C.$ seu $AF = \overline{AE^3} \times C.$

Talis ergo debet esse figura corporis maximæ Attractionis, ut pro omnibus ejus punctis sit $AF : \overline{AE^3} = C : 1.$

Vidimus hucusque, quemnam in modum Attractionis effectus in diversis variant corporibus, pro variis eorum figuris, & quomodo, seu potius, secundum quamnam expressionis legem, corpora se invicem attrahunt; sed videamus nunc Attractionis effectus in corporibus jam in motu constitutis, ubi ab aliis corporibus attrahuntur; & hic duo etiam considerandi veniunt casus; corpora enim, vel in motu sunt constituta locali, vel, absque quod e loco in locum transferantur, motum tamen habent rotatorium, seu super axin revolvuntur. Tria ex his casibus nascuntur Problemata, omnia maximi usus. Primum, quamnam figuram corpus adipiscitur, ubi super axin movetur: alterum, quænam est trajectoria quam corpus describit, ubi jam movetur, & tunc a corpore attrahitur intra trajectoriam sito: ultimum, quænam est trajectoria, quam corpus describit, ubi jam motum a corpore intra trajectoriam sito attrahitur, & simul ab aliis corporibus attrahentibus, tum intra, tum extra trajectoriam sitis, turbatur.

P R O B L E M A III.

Invenire figuram corporis super axin revoluti (Fig. 5.)

Antequam ad solutionem problematis accedamus, sequentia notanda nobis videntur.

1°. Ubi corpus super axin suam revolvitur, particulæ ejus vim acquirunt centrifugam, majorem minoremve, prout longius, vel minus longe a centro revolutionis absunt; sed non in totum huic vi obedire possunt, cum inter se cohæreant & versus centrum attrahantur, id est, versus illud gravitent: non ergo omnino aufugient, sed retinentur; pro parte tamen vi centrifugæ parent; unde figura corporis mutatur, complanatur, & scopus problematis est indagare, secundum quamnam proportionem illa complanatio fit.

2°. Porro particulæ perfecte mobiles & facillime cedentes concipiuntur; unde corpus ut fluidum consideratur, quoniam fluidorum particulæ facillime cuicunque impressioni cedunt.

3°. Tandem, licet Attractio, seu Gravitatio agat in ratione inversâ duplicatâ distantiarum a centro, eam tamen indeterminatam ponemus, ut generalior fiat nostra solutio, & diversis principiis, quæ Viri Cell. in hujus Problematis consideratione secuti sunt, applicari possit.

S O L U T I O.

Sit PQ Axis revolutionis.

Corpus APBQ ex innumeris componitur columnis CD, omnibus æque ponderosis, propter fluidorum naturam

Sit sin. DCP = b . radius = r .

Columna CD ex innumeris aliis componitur, ut gG .

Sit Gravitatio absoluta in A = p ; illa in G = P.

Cum sit $p : P = \overline{CA}^n : \overline{GC}^n$: erit $P = \frac{p \cdot \overline{CG}^n}{\overline{CA}^n}$

Vis Centrifuga agit secundum lineam GH, axi PC perpendiculari-

cu-

cularem & Aequatori AC parallelam, Sed cum omnes corporis particulae, ubi illud super axin revolvitur, idem in revolutione tempus impendant, erit Vis Centrifuga ut radius Circuli, quem particula describit, juxta Theorema HUGENIANUM notissimum.

Sit Vis Centrifuga in A = f . in G = F : cum sit $f : F = AC : LG$, & $LG : CG = b : r$, erit $F = \frac{fb CG}{CA}$.

Sed vis illa agit secundum GH, vel LG, adeoque, ut a Gravitate, quae secundum GC agit, subduci queat, decomponi debet in HK & GK; est autem $GH : GK = r : b$. Sed GH exprimit vim centrifugam, quae agit secundum GL, & quae est $\frac{fb CG}{CA}$: est ergo $\frac{fb CG}{CA}$

: GK = $r : b$ adeoque $GK = \frac{fb^2 CG}{CA} = Vi Centrifugae$, quae agit secundum GK, & directe opposita est Gravitati; haec enim agit per GC.

Verum, cum Vis Centrifuga partim Gravitationem destruat, etiam pondus minuit; unde, cum Corpus in motu rotatorio constitutum ponatur, pondus columnae g G nunc non amplius est P, seu

$\frac{p \cdot CG}{CA}$ sed erit $\left(\frac{p \cdot CG}{CA} - \frac{fb^2 CG}{CA} \right) Gg$. Ergo Pondus colum-

nae CG = $\int \left(\frac{p \cdot Cg}{CA} - \frac{fb^2 \cdot Cg}{CA} \right) Gg = \frac{p \cdot Cg}{n+1 \cdot CA} - \frac{fb^2 \cdot CG^2}{2CA}$

Verum, cum columna CD constet plurimis columnis CG, ac eadem sit ratiocinandi methodus, tantum poni debet CD loco CG, &

erit pondus Columnae CD = $\frac{p \cdot CD}{n+1 \cdot CA} - \frac{fb^2 \cdot CD^2}{2CA}$. Sed cum om-

nes columnae aequae sunt ponderosae, (alias enim corpus, cum fluidum ponatur, consistere non posset) erit pondus illud constans; sit ergo

$\frac{p \cdot CD}{n+1 \cdot CA} - \frac{fb^2 CD^2}{2CA} = C$. Sitque $CA = a$, $CD = r$, erit

$$C = \frac{pr}{n+1 \cdot a^n} - \frac{fb^2 r^2}{2a}.$$

Notari autem debet, b hic esse quantitatem variabilem; patet ergo, hanc æquationem determinare relationem inter radios CD & sinus angulorum, quos hi cum omnibus curvæ punctis formant.

Ut determinetur C , notandum, b esse $= 1$, & $r = a$, ubi $\angle DCP = 90^\circ$;

$$\text{erit ergo } \frac{pa^{n+1}}{n+1 \cdot a^n} - \frac{fa^2}{2a} = C = \frac{(2p - nf - f)a}{2(n+1)} =$$

$$\frac{pr^{n+1}}{n+1 \cdot a^n} - \frac{fb^2r^2}{2a}. \text{ Est ergo}$$

$$2pr^{n+1} - \frac{fb^2r^2a^{n-1}}{n+1} = (2p - nf - f)a^{n+1}.$$

Præterea si $\angle DCP = 0$, erit $r = CP$, & $b = 0$. Est ergo

$$2pr^{n+1} = (2p - nf - f)a^{n+1}, \text{ adeoque}$$

$$r^{n+1} : a^{n+1} = 2p - nf - f : 2p; \text{ Est ergo}$$

$$r : a = CP : CA = (2p - nf - f)^{\frac{1}{n+1}} : 2p^{\frac{1}{n+1}}$$

S C H O L I O N I.

Si modo inventam æquationem ad curvam applicare velimus, sit $CE = x$, $DE = y$, erit $r^2 = x^2 + y^2$, & $DE(y) : DC(r) =$

$$b : 1; \text{ unde } y = br; \text{ erit ergo } 2pr^{n+1} - \frac{fb^2r^2a^{n-1}}{n+1} =$$

$$2p(x^2 + y^2)^{\frac{n+1}{2}} - \frac{fy^2a^{n-1}}{n+1} = (2p - nf - f)a^{n+1}$$

S C H O L I O N II.

Hoc est problema, per quod figuram Telluris cognoscere possumus: Cum enim Tellus super axin moveatur, ac per experimenta nota sit relatio inter Gravitationem, & vim centrifugam, omnia habemus, quæ requiruntur, ut figura illa determinetur. Gravitas autem decrescit in ratione duplicatâ distantiarum; ponatur ergo in hâc proportione

CA.

$$CA : CP = 2p^{\frac{1}{n+1}} : (2p - nf - f)^{\frac{1}{n+1}}, \text{ \& - 2 loco } n, \text{ erit}$$

$$CA : CP = 2p + f : 2p, \text{ adeoque } CA - CP : CP = f : 2p.$$

Cum autem gravitas sub æquatore sit 289^{es} major quam vis centrifuga, ut per experimenta constat, erit

$$CA : CP = 579 : 578. \text{ vel } CA - CP : CP = 1 : 478. (*)$$

S C H O L I O N III.

Plura addi possent circa Problema istud aliaque & modum quo ex iis exactissime deducitur figura Telluris & quantum complanata est juxta Attractionis leges; sed longioris istud foret examinis: quæ explicui Problemata sufficiunt ad ostendendum, quomodo Attractio calculis algebraicis subjici potest.

Quoad duo reliqua Problemata, quæ indicavi, si rite pertractentur longissimas exigunt solutiones: ultimum præsertim, in quo determinanda est orbita per Corpus a pluribus aliis simul attractum descripta; Problema maximi certe usus in Astronomiâ, cum per illud determinatur, quantum Planetæ vi sua attractrice se mutuo turbant, & quod paucis abhinc annis maximam sibi inter eximios Galliæ Geometras fecit famam sub nomine *le Problème des trois Corps*. In applicatione diversarum ejus solutionum diversis corporibus cœlestibus, vel maxime nunc versantur Astronomi ut patet ex diversis dissertationibus, quæ hac de re in *Monum. Acad. Reg. Gall.* extant. Elegantissimam dedit solutionem Cel. CLAIRAUT, quam Cel. LA LANDE (Astronom. Lib. 22.) clarissime explicat: sed si omnia illa hic repetere ac de novo explicare vellem, nimium sane excresceret hæc dissertatio; cum Problema illud trium corporum, ejusque variæ applicationes, integrum nec exiguæ molis sibi poscerent volumen.

(*) Fatendum est, si illam problematis solutionem Telluris figuræ applicare velimus, illam non procedere, nisi ponatur Tellurem ubique eandem habere densitatem, uti doctissime observavit Cel. LULORS. Vid. ejus opus cui titulus est: *Beschouwing des Aardkloots, in de Voorreeden; & Verbandelingen van de Hollandsche Maatschappij der Weetenenschappen, 3de Deel. Verbandeling, van den Heer LULORS over de lengte van de enkele Slinger.* in fine.

T H E S E S.

I.

*Causarum effectuumque series infinita dari non potest ; adeoque
Mundus non est ab aeterno.*

II.

*Actiones hominum liberae pendent a Voluntate : Voluntas a Ju-
dicio : Judicium ab Ideis.*

III.

Ideas , seu notiones omnes ; sensuum ac reflexionis ope acquirimus.

IV.

*Quas rerum quarumcunque habemus , ideae pendent a statu , in
quo versamur momento , quo res illae nos afficiunt.*

V.

*Hinc Soli Aërisque natalis , Consuetudinum & Educationis vis
in actiones humanas.*

VI.

*Qui quantitates infinite parvas cum nihilo absoluto confundunt,
& qui inter illas & quantitates finitas relationem ponunt fi-
nitam , utriusque aequae a vero aberrare videntur : sed statuen-
dum est , nos nullam inter quantitates infinite parvas , Dif-
ferentialia , vel Fluxiones dictas , & quantitates finitas , inve-
nire posse relationem finitam ; adeoque Differentialia , quan-
titarum finitarum respectu , recte in Calculis ut \circ considerari.*

VII.

Ignis pondus habet.

VII.

V I I I.

Ad Glaciem conficiendam aliquid, præter solam Ignis imminutionem, concurrat.

I X.

Disceptatio circa Cunei actionem ex eo orta videtur, quod dissentientes diversos examinarunt casus: duos enim dari casus statuimus: in quorum altero, obstacula a se invicem ope Cunei separanda, ambo moveri ponuntur, & in quo requiritur proportio Potentiæ ad Resistentiam, uti altitudo Cunei ad dimidium baseos: secundus casus est ille, in quo unum tantum obstaculum moveri ponitur, ad quod separandum plerumque Cuneo utimur simplici, & requiritur proportio Potentiæ ad Resistentiam, uti altitudo Cunei ad ejus basin.

X.

Ratio, cur, licet in duobus oculis, bene constitutis, objecta pingantur, ea tamen geminata non videmus, est, quod in similaribus retinae partibus pinguntur.

X I.

Adeoque ratio, cur, altero oculo quocunque modo presso, altero quieto remanente, objecta geminata videmus, est, quod tunc in dissimilaribus retinae partibus pinguntur.

X I I.

Telluris figuram non esse perfecte sphericam, sed applanatam esse versus Polos, tum ex Demonstrationibus HUGENIANIS & NEWTONIANIS, tum ex observationibus cum Pendulis factis, tum ex mensuris in diversis Regionibus & præsertim in Parte Europæ Boreali & in Æquatore institutis, evidentissime sequitur.

JOANNI HENRICO VAN SWINDEN,

CUM POST PUBLICAE DEFENSAM

DISSERTATIONEM

A. L. M. ET PHILOSOPHIAE DOCTOR

CREARETUR,

PHILIPPUS VAN SWINDEN, PATER,

JCTUS.

Felix, naturae diversas noscere leges,

Et rerum causas qui penetrare potest!

Non tamen inde Sopi nomen sic jure meretur;

Ni simul & sancti flagret amore Dei.

Naturae leges, rerum penetralia scrutans,

Auctoris magni noscat & ille manum.

B. L. Ut sequentia errata, quæ sensum turbare possunt, sic
corrigere velis, rogo. Cætera, si quæ sint, minoris
momenti te non morabuntur

Pag. 26. Lin. 14. principali lege principalis.
— 39. — 23. 214 . 63575. — 214 . 63575.
— 43. — 8. Affectus — effectus.
— 44. — 18. cicuti — sic uti.

THE HISTORY OF THE
DISCOVERY OF THE
ART OF PRINTING

IN WHICH IS CONTAINED
A FULL ACCOUNT OF THE
MANNER AND METHOD OF
PRINTING IN ALL PARTS OF THE
WEST INDIES

THE HISTORY OF THE	ART OF PRINTING	IN ALL PARTS OF THE	WEST INDIES
BY	JOHN BROWN	ESQ.	OF
THE	WEST INDIES	AND	AFRICA
AND	THE	ART OF	PRINTING
IN	ALL	PARTS	OF
THE	WEST	INDIES	

