Physikalische Zeitschrift. 11. Jahrgang. 1910. Seite 708—709.

Ungleichförmige Elektrizitätsbewegungen ohne Magnet- und Strahlungsfeld.

Von P. Ehrenfest.

Versucht man gewisse Fragen aus der Dynamik des Elektrons möglichst ohne Rechenaufwand, rein begrifflich durchzudenken, so liegt es nahe, statt der dreidimensionalen Probleme die entsprechenden eindimensionalen Fälle vorzunehmen. Dabei stößt man aber auf einen eigentümlichen Umstand: Falls sich eine unendliche ebene Elektronenplatte immerzu nur senkrecht zu ihren beiden Begrenzungsebenen bewegt, so wird überall die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$ gleich Null sein. Es wird also auch bei einer beispielsweise oszillatorischen Bewegung das Strahlungsfeld (und die elektromagnetische Bewegungsgröße!) fehlen.

Der Umstand, daß hier die elektrischen Ladungen bis ins Unendliche reichen, kann das Resultat bedenklich erscheinen lassen. Von diesem Bedenken ist das folgende Beispiel frei: Es seien (durchaus positive) räumliche Ladungen derart über eine Kugelschale verteilt, daß die Ladungsdichte nur Funktion des Abstandes vom Zentrum ist. Diese Kugelschale möge irgendwie rein radiale Pulsationen ausführen und zwar so, daß in jedem Augenblick die Ladungsdichten und Radialgeschwindigkeiten Kugelsymmetrie besitzen. Man erkennt ohne weiteres, daß das Magnetfeld fehlen muß: wäre es vorhanden, so müßten die magnetischen Kraftlinien wegen der Symmetrie der Anordnung rein radial verlaufen, also irgendwo Quellen aufweisen, was wegen div $\mathfrak{H} = 0$ ausgeschlossen ist.

Die — bis auf unwesentliche Einschränkungen — allgemeinste Klasse von magnetfeldfreien Elektrizitätsbewegungen wird durch folgende Konstruktion geliefert: Man denke im Raum irgendwelche endlichen Gebiete (A) ausgewählt, der Restraum heiße (B). Hierauf nehme man eine Funktion $\Phi(x, y, z, t)$, deren Wahl durch keine anderen als die folgenden — sehr leicht erfüllbaren — Forderungen eingeschränkt ist:

a) Im Gebiet (B) sei Φ zeitlich konstant und erfülle die Potentialgleichung $\Delta\Phi = 0$.

b) Im Gebiet (A) sei Φ zeitlich variabel, $\Delta\Phi$ habe daselbst beliebige von Null verschiedene Werte.

c) Beim Übergang von (A) nach (B) schließe sich Φ und grad Φ stetig an die in (B) herrschenden Werte an[1]). Schließlich leite man die elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}$, die Ladungsdichte ϱ und die Geschwindigkeit der konvektiven Elektrizitätsbewegung $\mathfrak{v}$ in folgender Weise aus Φ ab:

$$\mathfrak{E} = -\operatorname{grad}\Phi \qquad 4\pi\varrho = -\Delta\Phi$$

$$\mathfrak{v} = \frac{\frac{\partial}{\partial t}(\operatorname{grad}\Phi)}{\Delta\Phi} \ (\text{in } A) \qquad \mathfrak{v} = 0 \ (\text{in } B).$$

Die so gebildeten Ausdrücke erfüllen — wie man sich durch Einsetzen überzeugt — zusammen mit $\mathfrak{H} = 0$, $\frac{\partial\mathfrak{H}}{\partial t} = 0$ alle Maxwellschen Gleichungen. Die ponderomotorische Kraft, die in den einzelnen Volumelementen angreifen muß, ist $\varrho\mathfrak{E}$.

Alle diese Elektrizitätsbewegungen sind wesentlich dadurch gekennzeichnet, daß in jedem Punkt des Raumes Konvektions- und Verschiebungsstrom einander kompensieren. Eine Symmetrie der Anordnung ist — wie die obige Konstruktion zeigt — hierfür nicht erforderlich.

1) Wird z. B. als Gebiet (A) ein Ellipsoid genommen und als Funktion Φ im Gebiet (B) das Newtonsche Potential des Ellipsoides für den Außenraum, so läßt sich die Forderung (c) noch in unendlich vielen Weisen erfüllen, indem man Φ für den Innenraum etwa graphisch vorgibt und zwar in jedem Moment verschieden.

Petersburg, Juli 1910.

(Eingegangen 16. Juli 1910.)