ARCHIVES NÉERLANDAISES
DES
Sciences exactes et naturelles.

DE L'INFLUENCE DU MOUVEMENT DE LA TERRE SUR LES PHÉNOMÈNES LUMINEUX,

PAR
H. A. LORENTZ.

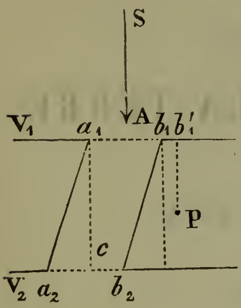
§ 1. L'aberration de la lumière qui, selon la théorie de l'émission résulte directement de la composition de deux mouvements rectilignes est beaucoup moins facile à expliquer dans la théorie des ondulations. Tandis que le mouvement de particules lumineuses émises par un astre peut être considéré comme indépendant du mouvement de la terre, il n'en sera pas de même de la propagation d'ondes lumineuses si le milieu dans lequel elle s'opère est lui-même entraîné par notre planète. Dans la théorie ondulatoire on est donc conduit à considérer en premier lieu dans quelle mesure l'éther participe au mouvement des corps qui le traversent. L'examen de cette question n'intéresse pas seulement la théorie de la lumière, il a acquis une importance bien plus générale depuis qu'il est devenu probable que l'éther joue un rôle dans les phénomènes de l'électricité et du magnétisme.

§ 2. Fresnel [1]), comme on sait, a admis que l'éther, près

1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, T. IX, p. 57, (*Oeuvres complètes*, II, p. 627)

de la terre, ne participe pas au mouvement de celle-ci, de sorte que les vibrations lumineuses émanées d'une étoile se propagent jusqu'à la surface de notre globe sans être en rien affectées par son mouvement. Soit SA (fig. 1) la direction dans laquelle nous arrive le mouvement lumineux de l'étoile S; perpendiculairement à cette direction plaçons un écran opaque V_1, percé d'une ouverture $a_1\ b_1$. Nous supposerons que cet écran soit entraîné par la terre dans son mouvement, que nous nous représenterons dirigé, dans la figure, de gauche à droite; ce mouvement n'affecte point l'éther environnant. Tous les points de l'ouverture sont atteints au même instant par une vibration provenant de S; ils deviennent alors, d'après le principe de Huygens, de nouveaux centres d'ébranlement pour l'éther situé derrière V_1, et en chaque point de ce milieu le mouvement lumineux est le résultat de l'interférence des mouvements émis par les différents points de l'ouverture.

Fig. 1.



Dans la théorie de la diffraction on fait voir que, lorsque l'écran est immobile, l'intensité lumineuse n'a une valeur appréciable qu'à l'intérieur du cylindre ayant $a_1\ b_1$ pour base et dont les génératrices $a_1\ c$ sont parallèles à SA, du moins si, comme je le supposerai, la largeur de l'ouverture est très grande en comparaison de la longueur d'onde.

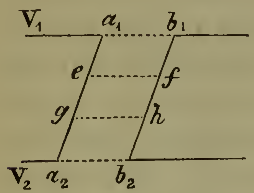
Lorsque l'écran se meut, les choses se passent un peu autrement. Un point P, en arrière de l'écran, reçoit à l'instant t un mouvement lumineux de tous les points du plan V_1 qui se trouvaient dans l'ouverture mobile au moment où ils devaient émettre une vibration pour qu'elle arrive en P à l'instant indiqué. Les points de V_1 étant à des distances inégales de P, la partie de ce plan à laquelle P doit son mouvement occupe une étendue qui ne coïncide pas tout à fait avec la largeur de l'ouverture. Considérons le cas où P se trouve à droite du milieu du faisceau transmis par l'ouverture. Si l'écran avait la position représentée par la figure au moment où partait de a_1 le mouvement lumineux qui arrivera en P à l'instant t, il est clair qu'au moment postérieur, où pour atteindre P à ce même instant une vibration doit partir de l'élément de l'ouverture situé le plus à droite, l'écran sera légèrement déplacé, de manière, par exemple, que le bord b_1 soit parvenu en b'_1. Le point P reçoit par conséquent, au moment t, le même mouvement lumineux que si l'écran était immobile, mais que l'ouverture eût la largeur $a_1 b'_1$. De ce qu'on vient de rappeler concernant la diffraction par une ouverture immobile, il suit alors que l'intensité lumineuse en P sera appréciable ou non, suivant que l'angle $a_1\ b'_1\ P$ est aigu ou obtus. P est donc situé à la limite de la lumière et de l'obscurité, lorsque la perpendiculaire abaissée de P sur le plan V_1 passe par le point où le bord droit de l'ouverture se trouvait à un moment qui peut être représenté par $t - \frac{l}{A}$, l désignant la longueur de cette perpendiculaire et A la vitesse de propagation de la lumière. Une condition analogue existe pour l'autre bord du faisceau lumineux.

Soit maintenant V_2 un second écran, pourvu d'une ouverture $a_2 b_2$ égale à $a_1\ b_1$, et cherchons à placer cet écran de façon que tout le mouvement lumineux transmis par $a_1\ b_1$ soit recueilli en $a_2\ b_2$. Désignons par L la distance des deux écrans. L'ouverture $a_2\ b_2$ doit alors, à l'instant t, occuper une position telle que les perpendiculaires abaissées de ses bords sur V_1 rencontrent les bords de $a_1\ b_1$ dans la situation qu'ils avaient au moment $t - \frac{L}{A}$. Il suit de là qu'à un même instant les deux ouvertures doivent être placées l'une par rapport à l'autre de la manière indiquée par la fig. 1, et déterminée par l'équation $tg\ a_2 a_1 c = \frac{g}{A}$, si g désigne la vitesse avec laquelle l'écran est transporté de gauche à droite.

On est conduit ainsi, dans l'hypothèse de l'éther immobile, à l'explication connue qui réduit l'aberration à la composition de deux mouvements rectilignes.

Si nous nous représentons la figure entière emportée avec la terre, les ouvertures $a_1\, b_1$, $a_2\, b_2$ conservent toujours la position indiquée dans la fig. 2. Le mouvement lumineux transmis à un certain moment par $a_1\, b_1$ se retrouve alors successivement dans les sections ef, gh, etc. du cylindre oblique $a_1\, b_1\, a_2\, b_2$. Ce cylindre détermine donc le mouvement relatif de la lumière par rapport à la terre; nous pouvons lui appliquer la dénomination de faisceau lumineux relatif, et aux droites qui le limitent, telles que $a_1\, a_2$ et $b_1\, b_2$, celle de *rayons relatifs.*

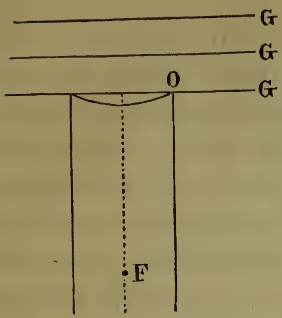
Fig. 2.



§ 3. D'après ce qui vient d'être dit, l'hypothèse de Fresnel rendrait immédiatement compte de l'aberration observée, si l'on déterminait le lieu des corps célestes au moyen de deux écrans opaques à petites ouvertures qui, étant parallèles à la direction dans laquelle ils se déplacent, n'impriment aucunement leur mouvement à l'éther. Mais nous faisons usage de lunettes, c'est à dire d'instruments qui sont fermés de tous côtés et c'est là ce qui rend nécessaires de nouvelles considérations.

Il est facile de montrer, en effet, que si la lunette en son entier, avec toute la matière qu'elle contient soit dans son tuyau soit dans le verre de ses lentilles, participe au mouvement de la terre, une aberration telle que nous l'observons ne saurait exister, même si, pour l'éther extérieur à l'instrument, l'hypothèse de Fresnel est admise. Pour le faire voir, je suppose (fig. 3), que l'objectif O de la lunette soit limité du côté antérieur par une face plane. Si à l'intérieur de la lunette tout est en repos relatif, le mouvement lumineux y sera entièrement déterminé dès qu'on connaîtra les ébran-

Fig. 3.



lements que cette face antérieure reçoit; si tous ses points sont constamment affectés par des vibrations de même phase, le mouvement lumineux sera concentré au foyer principal F de l'objectif.

Supposons maintenant que l'axe de la lunette soit dirigé sur le lieu réel d'une étoile et que l'instrument se déplace avec la terre dans une direction perpendiculaire à cet axe. Les ondes lumineuses G de l'étoile, sont alors parallèles à la face antérieure de O, de sorte que la phase sera effectivement la même pour tous les points de cette face; la circonstance que la face glisse le long des ondes ne change rien à cette égalité de phase. L'image de l'étoile devrait donc se former en F, tout comme si la lunette était immobile. Or, de fait, il se forme à une certaine distance à côté de F.

On est donc bien forcé, même pour ce cas très simple, de renoncer à l'idée que *tout* ce qui est contenu dans la lunette participe au mouvement de la terre. L'hypothèse requise pour expliquer dans ce cas l'aberration observée a déjà été établie par Fresnel. Elle revient à admettre que l'éther libre, interposé entre les molécules d'un corps, par exemple du verre dont est formé l'objectif, ne partage pas le mouvement que la matière pondérable possède en commun avec la terre, et qu'en conséquence, lorsque des ondes lumineuses se propagent dans une matière pondérable, leur vitesse de propagation par rapport à cette dernière ne devra être composée qu'avec une partie de la vitesse dont sont animées les molécules pondérables. La fraction qui représente cette partie, le *coefficient d'entraînement* de Fresnel, est $\frac{n^2-1}{n^2}$, n désignant l'indice de réfraction absolu du milieu quand il se trouve en repos.

En réalité, ce n'est que cette dernière supposition, concernant la mesure dans laquelle les ondes lumineuses prennent part au mouvement de la matière pondérable, qui est nécessaire pour expliquer l'aberration qu'on observe avec une lunette et ce n'est que pour servir de fondement à cette supposition que l'hypothèse sur la manière dont se comporte l'éther libre interposé entre les molécules pondérables a été introduite par Fresnel. En tout cas, pour que les ondes lumineuses n'exécutent pas en entier le mouvement de la matière pondérable, il est certain qu'il doit exister, dans un corps transparent, quelque chose qui ne possède pas ce mouvement, ou qui ne le possède qu'en partie. D'ailleurs, la parfaite perméabilité des corps pour l'éther est déjà implicitement comprise dans l'hypothèse fondamentale de toute la théorie de Fresnel; ce n'est qu'en admettant cette perméabilité pour la terre entière, qu'on peut se représenter l'éther en repos jusqu'au voisinage immédiat de la terre.

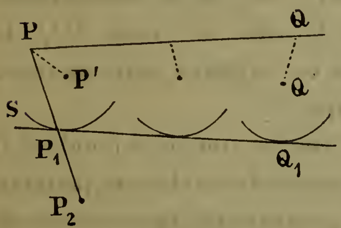
Fresnel ne laissa pas d'indiquer quelques conséquences de sa théorie. En premier lieu il donna l'explication de l'expérience par laquelle Arago avait montré que, lorsque la lumière d'une étoile traverse un prisme, les rayons relatifs (§ 2) sont déviés suivant les lois ordinaires de la réfraction, de sorte que tout se passe comme si la terre était immobile et que ces rayons relatifs fussent des rayons absolus. En second lieu, Fresnel remarqua que, si le coefficient d'entraînement a la valeur $1 - \frac{1}{n^2}$, l'aberration observée n'éprouve pas de modification lorsque le tuyau de la lunette est rempli d'un liquide (expérience de Boscovich).

Après Fresnel, divers savants ont examiné les conséquences auxquelles conduisent ses hypothèses et les ont comparées avec les résultats de quelques expériences. Je ne citerai que Stokes [1]), Hoek [2]), Veltmann [3]) et Ketteler [4]).

§ 4. Bien que M. Stokes ait contribué à développer la théorie de Fresnel, l'hypothèse fondamentale de ce dernier lui parut si peu admissible, qu'il rechercha si l'aberration ne pourrait être expliquée aussi bien si l'on suppose que l'éther, au voisinage de la terre, soit entraîné par celle-ci. Dans son premier Mémoire [5]) sur le phénomène, il conclut qu'on peut, en effet, donner une pareille explication à la seule condition d'admettre que le mouvement de l'éther comporte un potentiel de vitesse.

M. Stokes fait d'abord remarquer que le mouvement de l'éther doit influer sur la direction des ondes lumineuses émises par un corps céleste. Soit, en effet, $P\,Q$ (fig. 4) une de ces ondes, à un moment t où le mouvement lumineux a déjà pénétré dans l'espace où l'éther est entraîné par la terre. Le principe de Huygens fera connaître la position de cette onde après l'élément de temps $d\,t$. Si les vibrations lumineuses constituaient le seul mouvement qui existe dans l'éther il se serait formé durant le temps $d\,t$, autour d'un des points P de $P\,Q$, une onde élémentaire sphérique, ayant P pour centre et $A\,d\,t$ pour rayon, A étant de nouveau la vitesse avec laquelle la lumière se propage

Fig. 4.



[1]) *Phil. Mag.*, Vol. 28, p. 76 (1846); *Mathem. and Physical Papers*, I, p. 141.

[2]) *Astr. Nachr.*, T. 54, p. 145 (1860); *Recherches astron. de l'Obs. d'Utrecht*, 1re livraison (1861).

[3]) *Astr. Nachr.*, T. 75, p, 145; T. 76, p. 129 (1870); *Pogg. Ann.*, T. 150, p. 497 (1873).

[4]) Différents Mémoires, publiés dans *Pogg. Ann.*, T, 144, 146 et 147 (1871—1873), furent ensuite réunis par M. Ketteler dans son *Astr. Undulationstheorie* (1873).

[5]) *Phil. Mag.*, Vol. 27, p. 9; *Papers*, I, p. 134.

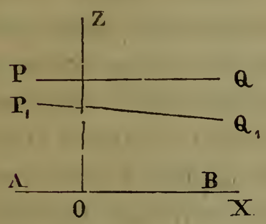
dans l'éther immobile. Mais nous venons de supposer que l'éther se meuve avec la terre. De quelque manière que ce mouvement varie d'un point à l'autre, dans l'espace infiniment petit dans lequel se propagent durant le temps dt les vibrations parties de P, la vitesse pourra toujours être regardée comme ayant partout la même valeur et la même direction. Nous devons alors nous figurer que, en même temps que l'ébranlement s'étend autour de P suivant une sphère, cette sphère entière se déplace avec l'éther dans lequel elle est engendrée. L'onde élémentaire devient donc (si nous supposons la figure elle-même immobile dans l'espace) la sphère S, décrite avec le rayon $A\,dt$ autour de P' comme centre; $P\,P'$ étant le chemin parcouru, dans le temps dt, par l'éther qui d'abord se trouvait en P.

Construisons de la même manière les ondes élémentaires correspondant aux autres points Q, etc. de l'onde $P\,Q$; la surface enveloppe $P_1\,Q_1$ de toutes ces sphères nous donnera la position de l'onde après le temps dt.

Cette surface sera généralement courbe, même si l'onde $P\,Q$ était encore plane; mais pour les parties des ondes qui peuvent entrer dans nos instruments nous pourrons négliger cette courbure. Quant à la direction de $P_1\,Q_1$, elle serait la même que celle de $P\,Q$, si sur toute l'étendue de l'onde la vitesse de l'éther avait la même grandeur et la même direction, et que PP' et QQ' fussent par conséquent égaux et parallèles. Dès que cela n'est pas le cas, l'onde a changé de direction, et en se propageant plus loin elle subira, pendant chaque élément de temps, une nouvelle rotation semblable. Elle atteint donc la surface de la terre avec une autre direction qu'elle ne possédât lorsqu'elle se mouvait encore dans l'éther immobile, en dehors de l'influence de la terre. Si maintenant, près de la surface terrestre, l'éther a le même mouvement que celle-ci, si par conséquent tout est en repos relatif dans l'espace où sont installés nos instruments d'observation, nous attribuerons à la lumière la direction perpendiculaire aux ondes telles qu'elles arrivent dans cet espace, et cette direction différera de celle où l'étoile se trouve en réalité.

§ 5. Pour que cette déviation concorde avec l'aberration qu'on observe il est nécessaire de supposer que dans le mouvement de l'éther les composantes de la vitesse, u, v, w, puissent être conçues comme les dérivées partielles, par rapport aux coordonnées x, y, z, d'une même fonction. Pour le faire voir, considérons une partie $A\,B$ (fig. 5) de la surface terrestre, assez petite pour qu'elle puisse être regardée comme plane; supposons que la vitesse de la terre soit dirigée parallèlement à cette surface, et prenons l'axe des x dans cette direction. Nous devrons alors admettre, d'après les idées de M. Stokes, que l'éther possède, près de $A\,B$, une vitesse égale en grandeur et en direction. L'aberration observée dépend de cette vitesse ou, ce qui revient à la même chose, de la différence des valeurs de u à la surface terrestre et à quelque distance de cette surface, différence qui est déterminée par les valeurs du coefficient différentiel $\frac{\partial u}{\partial z}$ si l'axe des z est choisi comme le montre la figure.

Fig. 5.



La rotation que l'onde $P\,Q$ subit d'après les raisonnements de M. Stokes et par laquelle elle prend par exemple la position $P_1\,Q_1$, est due, au contraire, à l'inégalité des vitesses normales à l'onde qui existent dans les différents points de cette dernière. Lorsque les ondes sont d'abord exactement perpendiculaires à l'axe des z, et qu'ensuite, après avoir subi une légère rotation, elles le sont encore à peu près, cette rotation dépend des valeurs de $\frac{\partial w}{\partial x}$, et le raisonnement de M. Stokes ne conduira à l'aberration observée que s'il y a quelque relation entre les dérivées $\frac{\partial u}{\partial z}$ et $\frac{\partial w}{\partial x}$. Or, tel est le cas quand il existe un potentiel de vitesse : les deux expressions sont alors égales l'une à l'autre.

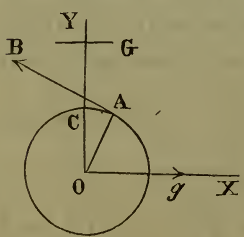
Par un calcul simple M. Stokes démontre que, si $udx + vdy + wdz$ est une différentielle totale, la rotation des ondes considérée au § 4, donne lieu dans tous les cas à une aberration telle qu'on l'observe.

§ 6. Cela exige toutefois que, près de la surface terrestre, l'éther ait exactement la même vitesse que la terre. Et voilà que s'élève une difficulté, car cette condition est incompatible avec l'existence d'un potentiel de vitesse.

L'hydrodynamique nous apprend, en effet, que le mouvement d'un fluide incompressible qui s'étend, autour d'une surface fermée, jusqu'à l'infini, est entièrement déterminé dès qu'on sait qu'il y a un potentiel de vitesse et lorsqu'en outre en chaque point de cette surface, la vitesse dans la direction de la normale est donnée, la vitesse devant d'ailleurs être 0 à une distance infinie. Nous pouvons appliquer cette proposition au mouvement de l'éther qui environne la terre, même sans lui attribuer aucune des propriétés des fluides ordinaires, car la proposition est indépendante de ces dernières ; nous admettons seulement l'incompressibilité de l'éther, mais c'est ce qu'on fait dans toutes les théories optiques.

En posant donc la condition qu'il existe un potentiel de vitesse et qu'en chaque point de la surface terrestre la composante normale de la vitesse soit la même pour l'éther et pour la terre, nous avons déjà complètement défini le mouvement du premier. Mais alors, en direction tangentielle, sa vitesse différera de celle de la terre.

Fig. 6.



Considérons cette dernière comme une sphère de rayon R (fig. 6), supposons qu'elle se meuve avec la vitesse g suivant l'axe des x, prenons le centre pour origine des coordonnées, et désignons par r la distance au centre d'un point extérieur; les vitesses en ce point seront alors d'après les conditions précédentes:

$$u = \frac{1}{2} R^3 g \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x^2}, \quad v = \frac{1}{2} R^3 g \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x \, \partial y}, \quad w = \frac{1}{2} R^3 g \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{r}\right)}{\partial x \, \partial z}$$

Cet état de mouvement est évidemment symétrique autour de l'axe des x; en se bornant à ce qui a lieu dans le plan xy, on a $w = 0$ et, si θ est l'angle que r fait avec OX:

$$u = \frac{1}{2} \frac{R^3}{r^3} g \left(3 \cos^2 \theta - 1\right), \qquad v = \frac{3}{2} \frac{R^3}{r^3} g \sin \theta \cos \theta \,,$$

par conséquent, à la surface de la terre:

$$u = \frac{1}{2} g \left(3 \cos^2 \theta - 1\right), \qquad v = \frac{3}{2} g \sin \theta \cos \theta .$$

De là on déduit facilement qu'en un point A l'éther aurait par rapport à la terre une vitesse relative

$$\frac{3}{2} g \sin \theta$$

dans la direction AB.

Je laisserai de côté la question de savoir si le mouvement dont il s'agit sera stable [1]; ce qui est sûr, c'est que, si l'éther se meut de façon qu'il existe un potentiel de vitesse, il devra s'y produire des courants parallèles à la surface terrestre, les courants les plus forts se trouvant aux points du grand cercle dont le plan est perpendiculaire à la vitesse de la terre. Il est vrai que si dans toutes les observations l'objectif de la lunette était protégé contre ces courants par des parois imperméables l'explication de M. Stokes pourrait encore être admise. Mais ce n'est pas dans de telles conditions que les observations astronomiques sont faites.

---

[1]) Voir Stokes, *Phil. Mag.* Vol. 29, p. 6 (*Papers*, I, p. 153) et Vol. 32, p. 343 (*Papers*, II, p. 8).

Sans doute on peut imaginer des états de mouvement de l'éther, dans lesquels l'accord voulu des vitesses à la surface terrestre est complètement réalisé. Tel est, par exemple, le mouvement représenté par les équations:

$$u = \frac{3}{4} Rg \frac{x^2 + r^2}{r^3} - \frac{1}{4} R^3 g \frac{3x^2 - r^2}{r^5},$$

$$v = \frac{3}{4} Rgxy \frac{r^2 - R^2}{r^5}, \quad w = \frac{3}{4} Rgxz \frac{r^2 - R^2}{r^5}.$$

Les vitesses prendraient ces valeurs si l'éther était un fluide à frottement intérieur (quelque petit que fût d'ailleurs le coefficient de frottement), et qu'il ne pût glisser sur la surface de la terre.

Pour faire voir qu'avec ce mouvement de l'éther la non-existence d'un potentiel de vitesse ferait complètement échouer l'explication de l'aberration, nous n'avons qu'à considérer une onde plane G (fig. 6), d'abord perpendiculaire à l'axe des y et se propageant vers la terre le long de cet axe. D'après la théorie de M. Stokes, l'aberration serait alors proportionnelle à l'intégrale

$$\int^{\infty} \frac{\partial v}{\partial x} dy,$$

prise le long de l'axe des y; l'aberration observée, au contraire, est proportionnelle à

$$\int_R^{\infty} \frac{\partial u}{\partial y} dy.$$

Or, pour la première intégrale on trouve $+\frac{1}{2} g$, tandis que la seconde a la valeur $-g$.

M. Stokes a encore cherché à concilier l'existence d'un potentiel de vitesse avec le repos relatif de la terre et de l'éther ambiant, en attribuant à l'atmosphère une influence sur le mouvement de l'éther.

Après avoir exposé les raisons qui pourraient faire admettre que dans le mouvement de l'éther il existe un potentiel de vitesse, il continue ainsi [1]):

„Il ressort donc, de ces vues sur la constitution de l'éther, que

$$u\,dx + v\,dy + w\,dz \ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

doit être une différentielle exacte, à moins que cela ne soit empêché par l'action de l'air sur l'éther. L'action mutuelle de l'éther et de particules matérielles nous est trop inconnue, pour que nous puissions tirer, en cette matière, quelque conclusion bien probable; je me bornerai à risquer la conjecture suivante. Concevons qu'une portion de l'éther soit remplie d'un grand nombre de corps solides, placés à intervalles, et supposons que ces corps se meuvent avec une vitesse très petite en comparaison de celle de la lumière; le mouvement de l'éther entre ces corps sera encore tel que (a) soit une différentielle exacte. Mais si ces corps sont suffisamment nombreux et rapprochés, ils devront imprimer à l'éther interposé entre eux soit leur propre vitesse tout entière, soit une partie considérable de cette vitesse. Or les molécules de l'air peuvent jouer le rôle de ces corps solides. Il peut donc arriver que (a) soit une différentielle exacte et que néanmoins l'éther, près de la surface terrestre, soit en repos relativement à la terre. La seconde de ces conditions n'est toutefois pas nécessaire pour l'explication de l'aberration."

Pour le moment cette dernière assertion peut être laissée de côté, car dans la théorie de M. Stokes, sous la forme que nous avons examinée jusqu'ici, la condition dont il s'agit est bien dûment nécessaire. Et quant à la difficulté qui nous occupe, je ne crois pas qu'elle puisse être levée par les considérations qu'on vient de lire. Assurément, si une partie d'une onde, assez petite pour pouvoir passer entre les molécules d'air sans en rencontrer une seule, pouvait se propager sans que la diffraction lui fît perdre entièrement son caractère, la direction de cette partie subirait, lorsque l'onde pénètre de l'espace

[1]) *Phil. Mag.*, Vol. 29, p 8 (*Papers* I, p. 155).

céleste dans l'atmosphère, la rotation nécessaire pour expliquer l'aberration. Mais des ondes lumineuses, capables de se propager comme telles, doivent avoir une largeur bien des fois supérieure à la distance mutuelle des molécules de l'air. Or, si l'on veut appliquer à de pareilles ondes les raisonnements de M. Stokes, il faudra entendre par u, v, w les valeurs moyennes que les composantes de la vitesse présentent dans un élément de volume qui contient un grand nombre de molécules. Ces vitesses moyennes sont de nouveau, en général, des fonctions de x, y, z, mais pour ces fonctions il n'est pas nécessaire qu'il y ait un potentiel de vitesse, même lorsque tel est le cas pour les vitesses réelles de l'éther. Quand même la relation $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$ existe pour ces dernières vitesses, alors que dans ces coefficients différentiels dx et dy sont infiniment petits par rapport à la distance des molécules, cette relation peut ne pas se vérifier lorsque u et v sont des vitesses moyennes et que par dx et dy on entend simplement des distances très petites, mais égales à des multiples élevés de la distance moléculaire.

Si, pour prendre un cas simple, nous remplaçons la terre par une surface plane, au-dessus de laquelle s'étend une atmosphère; si nous admettons que cette surface plane se meut avec l'atmosphère suivant une direction située dans le plan et parallèle à laquelle nous choisissons l'axe des x, et si enfin nous prenons l'axe des z perpendiculaire au plan, les vitesses moyennes en question seront $u = f(z)$, $v = w = 0$, de sorte qu'il n'y aura pas pour elles un potentiel de vitesse. Avec ces vitesses moyennes on ne peut expliquer l'aberration, et effectivement, lorsqu'une large onde normale à l'axe des z se propage le long de cet axe, les points du plan $x\,y$ recevront des vibrations de même phase, tous les éléments de l'onde pouvant se transmettre de la même manière à travers l'atmosphère.

§ 7. Après avoir exposé la théorie que nous venons de résumer, M. Stokes nous fait connaître une autre manière de voir [1]). Lorsque (fig. 4) l'onde PQ s'est propagée, comme il a été dit, jusqu'en P_1Q_1, on peut appeler PP_1 un élément du *rayon lumineux*, et un nouvel élément P_1P_2 de ce rayon sera trouvé de la même façon, en considérant comment, pendant un second élément de temps, le mouvement vibratoire se propage à partir de P_1Q_1. Or, M. Stokes démontre que, dès qu'il existe un potentiel de vitesse, l'enchaînement des éléments PP_1, P_1P_2, etc. forme une ligne droite. Et, dit-il ensuite, „la propagation rectiligne d'un rayon de lumière, qui à priori semblerait très susceptible d'être altérée par le mouvement communiqué à l'éther par la terre et les corps célestes qui le traversent, est tacitement supposée dans l'explication de l'aberration telle que la donnent les traités d'astronomie; une fois cette supposition justifiée, tout le reste suit comme d'ordinaire." M. Stokes est évidemment d'avis que l'aberration se trouve expliquée de cette manière, même si l'éther, près de la terre, est en mouvement par rapport à celle-ci. C'est là, paraît-il, ce qu'il a en vue, dans la dernière des phrases citées au § précédent.

Je pense toutefois que la théorie modifiée de M. Stokes, c'est à dire la théorie qui n'exclut pas un mouvement relatif de la terre et de l'éther ambiant, ne parvient pas à expliquer l'aberration avec la seule donnée que les rayons lumineux se propagent en ligne droite. En effet après l'avoir obtenue on se trouve au même point où la théorie de Fresnel nous place dès le début. Si le lieu des astres était déterminé au moyen de deux écrans à petites ouvertures qui se déplacent par rapport à l'éther dans une direction parallèle à leurs plans (§ 2), la théorie ne laisserait plus rien à désirer. Mais elle est insuffisante dès que nous faisons usage d'une lunette fermée de toutes parts. Si l'on admet qu'à l'intérieur de cet instrument tout est en repos relatif, la théorie de M. Stokes, tout

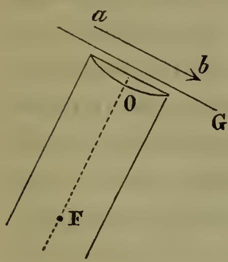
---

1) *Papers*, I, p. 138.

aussi bien que celle de Fresnel, est incapable de rendre compte du phénomène.

Soit, en un point de la surface terrestre, *a b* (fig. 7) la direction du mouvement relatif de l'éther par rapport à la terre. Nous pouvons alors nous figurer une étoile située dans une direction telle, que les ondes lumineuses qu'elle nous envoie, après avoir subi la rotation mentionnée au § 4, atteignent la terre avec une direction *G* parallèle à *a b*. Prenons maintenant la lunette dont il fut question dans le § 3, et plaçons-la de manière que son axe soit perpendiculaire à *G*. Les divers points de la face antérieure de l'objectif seront alors constamment frappés par des vibrations de même phase, et, si dans la lunette tout est en repos relatif, le mouvement lumineux devra se concentrer au foyer principal *F*, quelle que soit la direction du *rayon lumineux* en dehors de l'instrument. Par la lunette on verra donc l'étoile dans une direction perpendiculaire à *G*, et l'aberration qu'on observe dépendra de la rotation par laquelle les ondes ont acquis la direction *G*. Par conséquent elle ne serait identique à l'aberration réellement existante que si, près de la terre, l'éther ne se mouvait pas par rapport à celle-ci.

Fig. 7.



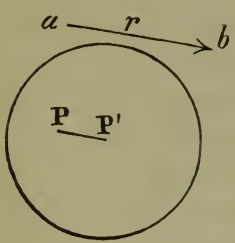
Une hypothèse accessoire doit donc de nouveau être faite, et comme le cas offre beaucoup d'analogie avec celui dont il a été parlé plus haut (§ 3) à l'occasion de la théorie de Fresnel, il était tout naturel d'essayer si l'on ne pourrait résoudre la difficulté en introduisant dans la théorie modifiée de M. Stokes l'hypothèse de Fresnel sur l'entraînement des ondes lumineuses par la matière pondérable.

§ 8. Je reconnus que cela est effectivement possible, et c'est ainsi que je fus conduit à établir une théorie qui peut être regardée comme issue de la théorie modifiée de M. Stokes, et qui comprend en même temps celle de Fresnel comme un cas particulier. Il peut y avoir quelque utilité, me semble-t-il, à faire connaître cette théorie plus générale.

Je suppose donc que l'éther, qui entoure la terre, soit animé d'un mouvement, dont je ne rechercherai pas les particularités, mais auquel j'attribuerai un potentiel de vitesse. A la surface de la terre ce mouvement peut être différent de celui de la matière pondérable. J'admettrai de plus que l'éther contenu dans un corps transparent participe au mouvement de l'éther extérieur de sorte qu'au dehors et au dedans d'un tel corps les composantes de la vitesse de l'éther peuvent être représentées par des fonctions continues et qu'il en est de même du potentiel de vitesse. Quant aux corps opaques, nous n'introduirons aucune hypothèse; nous pouvons admettre que l'éther s'y comporte comme dans les matières transparentes, mais nous pouvons aussi le supposer en repos par rapport aux molécules du corps opaque. La chose se laisse encore exprimer de la manière suivante. Concevons, d'abord, que tous les corps transparents aient été enlevés de nos appareils d'observation et de l'espace dans lequel ils sont placés. Quel que soit le rôle qu'on veuille attribuer aux corps opaques, qu'ils soient perméables ou non pour l'éther, on pourra alors se représenter dans ce dernier un mouvement, où il y a un potentiel de vitesse dans tout l'espace en dehors des corps opaques. Si, par exemple, la paroi d'un tuyau de lunette est imperméable, nous admettrons qu'à l'extérieur du tuyau, et à l'intérieur près de l'orifice, l'éther possède le même mouvement que prendrait un fluide incompressible, sans frottement, dans lequel le tuyau se déplacerait. Lorsque ensuite les corps transparents sont remis à leur place, nous supposerons qu'il n'en résulte aucun changement dans le mouvement de l'éther, c'est-à-dire que l'éther intermoléculaire se meut dans ces corps de la même manière que le faisait d'abord l'éther libre qui occupait la même place.

Enfin, je ferai une hypothèse sur la propagation de la lumière dans un corps transparent à travers duquel l'éther se déplace. La vitesse relative que possède par rapport à ce dernier la matière pondérable variera en général d'un point à l'autre mais peut être regardée comme constante dans un espace infiniment petit. Je supposerai que la fig. 8 soit renfermée dans un tel espace et j'admettrai qu'elle est en repos par rapport à l'éther, de sorte que la matière pondérable se déplace à travers la figure. Soient $a\,b$ la direction de ce déplacement, r sa vitesse, A la vitesse avec laquelle la lumière se propagerait si la matière pondérable et l'éther étaient en repos relatif. Dans ce dernier cas, le mouvement lumineux partant d'un centre de vibration s'étendrait, durant le temps $d\,t$, dans toutes les directions jusqu'à la distance $A\,d\,t$. Je suppose maintenant que, dans le cas actuellement considéré, l'onde élémentaire sphérique de rayon $A\,d\,t$, qui se forme autour de P, est entraînée avec une vitesse $k\,r$ égale à une fraction déterminée de la vitesse r de la matière pondérable de sorte que, si la droite $P\,P'$ est menée parallèlement à $a\,b$ et prise $= k\,r\,d\,t$, c'est autour de P' comme centre qu'on devra construire une sphère avec le rayon $A\,d\,t$. Il convient de remarquer que l'éther et la matière pondérable pourront prendre part, l'un et l'autre, au mouvement lumineux; l'hypothèse revient à ceci que, si à l'instant t un ébranlement existe dans l'éther et la matière pondérable qui sont alors au point P de la figure, ce même ébranlement se trouve au moment $t + d\,t$ dans l'éther et la matière pondérable qui occupent alors les points de la surface sphérique.

Fig. 8.



Cette hypothèse, d'ailleurs, n'est autre que celle de Fresnel; celui-ci, il est vrai, admettait que l'éther est immobile et que la matière pondérable seule se déplace, mais on peut communiquer au système entier une vitesse quelconque sans rien changer au mouvement relatif des ondes lumineuses par rapport à l'éther.

Pour le coefficient d'entraînement k je prendrai la valeur admise par Fresnel, savoir

$$k = 1 - \frac{1}{n^2},$$

n étant l'indice de réfraction absolu du milieu considéré, dans l'état de repos.

Je démontrerai maintenant que les hypothèses introduites permettent d'expliquer l'aberration et quelques autres phénomènes qui s'y rattachent. La théorie de Fresnel rentrera dans celle que je vais exposer, car le repos est un cas particulier d'un mouvement avec un potentiel de vitesse; on n'a qu'à prendre ce dernier $= 0$, ou constant. Les raisonnements suivants s'appliquent également au cas où, dans un point de la surface terrestre, l'éther possède la même vitesse que la terre. Dès que cette circonstance se présente, ce qui peut arriver dans une partie restreinte de la surface du globe, on peut accepter la théorie primitive de M. Stokes, mais elle sera encore comprise dans celle que je ferai connaître. Seulement, dans le cas du repos relatif de l'éther et de la matière pondérable, on pourrait se passer de l'hypothèse sur l'entraînement des ondes lumineuses.

§ 9. Dans l'application des hypothèses que je viens d'indiquer les vitesses de l'éther et de la matière pondérable seront regardées, au moins dans les premiers paragraphes, comme assez petites par rapport à la vitesse A de la lumière pour que nous n'ayons à en conserver que les premières puissances. Ces vitesses, en effet, se présenteront toujours divisées par A, ou bien les termes qui les contiennent se trouveront à côté d'autres quantités où entre le facteur A. Or, la vitesse de la matière pondérable sera celle de la terre, et la vitesse de l'éther sera du même ordre de grandeur; la vitesse avec laquelle la terre accomplit sa révolution autour du soleil étant environ 10000 fois moindre que la vitesse de la lumière, les termes que nous négligerons ne pourront avoir aucune influence appréciable sur la plupart des phénomènes. Au § 26, toutefois, nous devrons conserver les termes du second ordre.

Pendant que la lumière traverse l'espace où l'éther se trouve entraîné par notre planète, le mouvement de cette dernière autour du soleil ne change pas sensiblement de direction ni de vitesse; c'est pourquoi nous remplacerons toujours ce mouvement par une translation uniforme, dirigée suivant la tangente à l'orbite.

Quant à la rotation de la terre autour de son axe, j'en ferai complètement abstraction; un point de l'équateur possède, en vertu de ce mouvement, une vitesse 650,000 fois plus petite que celle avec laquelle se propage la lumière.

On peut simplifier de beaucoup les raisonnements si l'on considère toujours les mouvements relatifs par rapport à la terre [1]). Toute la matière pondérable est alors, dans les cas dont nous traiterons, en repos relatif; l'éther, au contraire, se déplace: suivant l'hypothèse de Fresnel, avec une vitesse égale et opposée à celle de la terre, suivant la nôtre d'une manière plus compliquée. Ayant supposé l'existence d'un potentiel de vitesse pour le mouvement absolu nous devons admettre la même chose pour le mouvement relatif, car ce dernier s'obtient par la combinaison du mouvement absolu avec une translation qui possède elle-même un potentiel de vitesse.

Conformément à ce qui a été dit nous supposerons que les figures prennent part au mouvement de la terre, et nous emploierons des axes de coordonnées qui y participent également. Nous désignerons par φ le potentiel de vitesse pour le mouvement relatif, par u, v, w les composantes de la vitesse, de sorte qu'on a:

---

1) C'est surtout M. Veltmann (*l.c.*) qui le fit remarquer.

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

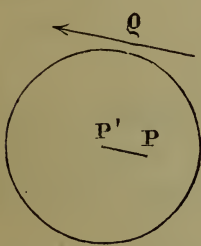
La vitesse elle-même sera représentée par ϱ; elle a la même grandeur que r dans la fig. 8, mais une direction opposée.

Il est clair que le mouvement de l'éther sera constamment le même dans un point déterminé de nos figures. Par conséquent, φ, u, v, w, ϱ sont des fonctions de x, y, z, mais non de t.

Quand on adopte l'hypothèse de Fresnel, φ devient une fonction linéaire de x, y, z.

§ 10. La fig. 8, qui se trouvait en repos relativement à un élément de volume de l'éther, doit subir une modification maintenant que la figure se déplacera avec la terre. Si nous conservons la même position au point P, qui a rapport à l'instant t, la partie de la figure qui correspond au moment $t + dt$ doit être déplacée de la quantité $\varrho\, dt$ dans la direction de la vitesse ϱ. On obtient ainsi la fig. 9. Tandis que dans la fig. 8 le centre de la sphère s'est avancé, à partir de P, dans la direction de r sur une distance $k\, r\, dt$, il s'est déplacé, dans la fig. 9, dans la direction de ϱ sur la distance $(1 - k)\, \varrho\, dt = \varkappa\, \varrho\, dt$, où l'on a

Fig. 9.



$$\varkappa = \frac{1}{n^2}$$

A cette quantité aussi bien qu'à celle que nous avons désignée par k, il convient de donner le nom de „coefficient d'entraînement". En considérant les mouvements relatifs par rapport à l'éther, on peut parler de l'entraînement des ondes lumineuses par la matière pondérable, mais si l'on envisage les mouvements relatifs par rapport à cette matière, il est également permis de dire que les ondes sont entraînées par l'éther.

En l'absence de matière pondérable, dans l'espace céleste, les ondes lumineuses partagent complètement les mouvements de l'éther; c'est ce qui sera exprimé par les valeurs $k = 0$, $\varkappa = 1$.

§ 11. Le mouvement lumineux, émané d'un astre que nous supposerons en repos, pourra être décrit le plus simplement à l'aide d'un système de coordonnées à axes également immobiles; veut-on ensuite rechercher ce que devient ce mouvement dans le voisinage de la terre, et employer à cet effet la méthode du § 9, il est nécessaire de passer à des axes de coordonnées qui sont liés d'une manière invariable avec la terre.

Soient x', y', z' les coordonnées relatives aux axes fixes, x, y, z, celles qui ont rapport aux axes mobiles, et supposons ces axes choisis de telle sorte que, la terre se déplaçant avec la vitesse g, on ait

$$x' = x + g\,t, \quad y' = y\,, \quad z' = z.$$

Dans le voisinage de la terre, mais à une distance encore assez grande pour que l'éther y soit en repos, le mouvement lumineux émis par une étoile sera représenté par l'équation

$$\omega = a \cos 2\,\pi\,N \left[t - \frac{x' \cos\alpha + y' \cos\beta + z' \cos\gamma}{A} + \delta \right], \,. \quad (1)$$

où ω est une quantité qui mesure le dérangement d'équilibre, N le nombre des vibrations par unité de temps, tandis que α, β, γ sont les angles que la direction de propagation fait avec les axes positifs. Ce mouvement lumineux pourra être représenté aussi par l'équation

$$\omega = a \cos 2\,\pi\,N' \left[t - \frac{x \cos\alpha + y \cos\beta + z \cos\gamma}{A'} + \delta \right] . \,. \quad (2)$$

si l'on pose

$$N \left(1 - \frac{g \cos\alpha}{A} \right) = N' \quad \dots\dots\dots\dots \quad (3)$$

et

$$A - g \cos\alpha = A' \quad \dots\dots\dots\dots\dots \quad (4)$$

Dans un point dont les coordonnées x, y, z ont des valeurs déterminées, et qui par conséquent se déplace avec la terre, l'ébranlement parcourra toutes les phases, non N fois par seconde, mais N' fois. C'est précisément cette modification du nombre des vibrations qui peut être déduite du principe de Doppler.

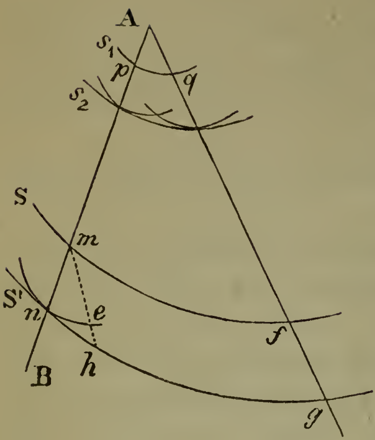
La quantité A' est la vitesse relative des ondes lumineuses par rapport à la terre.

A partir d'ici nous appliquerons la méthode exposée au § 9. Dans l'étude de la propagation des ondes l'équation (2) pourrait servir de point de départ; nous pourrions en déduire les expressions qui représentent les vibrations dans le voisinage de la terre, là où l'éther est en mouvement. Ces expressions contiendraient toujours x, y, z et elles seraient des fonctions périodiques de t, avec la période $\frac{1}{N'}$. Mais ce sera surtout la direction des ondes dans le mouvement donné par l'équation (2), dont nous ferons usage dans les paragraphes suivants; la normale des ondes coïncide avec la direction déterminée par α, β, γ, dans laquelle l'étoile se trouve réellement par rapport à la terre.

§ 12. Le principe de Huygens peut nous servir, de la même manière qu'au § 4, à rechercher comment, à partir d'une pareille onde plane, ou en tout autre cas, les vibrations se propagent dans un espace pour lequel on admet les hypothèses du § 8. Nous supposerons cet espace occupé par une matière pondérable homogène, de sorte que le coefficient d'entraînement $\varkappa$ aura partout la même valeur; s'agit-il du mouvement dans l'espace céleste ou dans l'air, si l'on veut négliger la réfraction atmosphérique, il suffira de poser $\varkappa = 1$.

Considérons, en premier lieu, l'extension d'un mouvement lumineux à partir d'un centre A (fig. 10), soit que la matière pondérable qui se trouve en A émette elle-même la lumière, soit qu'en ce point l'éther et, s'il y en a, la matière pondérable reçoivent les vibrations d'une source quelconque. Un ébranle-

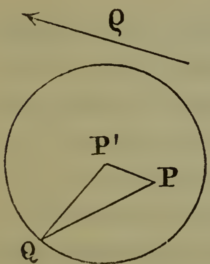
Fig. 10.



ment parti de A se sera étendu, après un temps infiniment petit, jusqu'à la surface d'une onde élémentaire s_1, telle que celle dont nous avons parlé au § 10. Des points p, q, etc. de cette onde procèdent, durant l'élément suivant du temps, de nouvelles ondes élémentaires, et l'enveloppe s_2 de celles-ci est la nouvelle position de l'onde. En continuant ainsi, on trouve toutes les positions successives d'une onde qui s'étend autour de A; soient S et S' deux quelconques de ces positions, situées à une distance infiniment petite l'une de l'autre.

Pour déterminer le temps dans lequel le mouvement atteint un point B, arbitrairement choisi, je considérerai encore une fois, fig. 11, l'onde élémentaire déjà représentée dans la fig. 9 et qui se forme autour de P durant le temps $d\,t$. En un point quelconque Q de cette onde, l'ébranlement arrive comme s'il s'était propagé suivant la ligne droite $P\,Q$ avec la vitesse

Fig. 11.



$$B = \frac{P\,Q}{d\,t}.$$

En désignant par θ l'angle que PQ fait avec la direction de la vitesse ϱ, c'est-à-dire avec $P\,P'$, nous avons

$$P'\,Q^2 = P\,Q^2 - 2\,P\,Q \times P\,P' \cos\theta + P\,P'^2,$$

ou, après division par dt^2

$$A^2 = B^2 - 2\,B\,\varkappa\,\varrho \cos\theta + \varkappa^2\,\varrho^2,$$

par conséquent, si nous nous bornons à la première puissance de ϱ,

$$B = A + \varkappa \varrho \cos \theta, \dots\dots\dots\dots (5)$$

et, si nous voulons retenir les termes qui contiennent ϱ^2,

$$B = A + \varkappa \varrho \cos \theta - \frac{\varkappa^2 \varrho^2}{2A} \sin^2 \theta \dots\dots (6)$$

Dans les premiers paragraphes suivants il ne sera fait usage que de l'expression (5). La vitesse qu'elle représente dépend de la direction de PQ; d'ailleurs sa valeur est différente pour des éléments de même direction, mais qui sont tracés à partir de points différents de l'espace, du moins si en ces points ϱ n'a pas la même direction et la même grandeur.

Revenons à la fig. 10. On remarquera que les points de deux ondes successives S et S' sont, deux à deux, liés de telle sorte que l'un de ces points, m, situé sur S, peut être regardé comme le centre de vibration de l'onde élémentaire qui au second point n est tangente à S'. Nous donnerons à de pareils points, tels que m et n, ou f et g, le nom de points *conjugués*. Pour toutes les droites qui joignent des points conjugués de S et S' le temps, nécessaire au mouvement lumineux pour les parcourir avec la vitesse B est le même, et ce temps est celui dans lequel l'onde se transporte de S en S'. Pour toute droite mh, au contraire, qui, menée entre S en S', ne joint pas deux points conjugués, le temps que le mouvement lumineux mettrait à la parcourir avec la vitesse B, sera plus long que celui dont il vient d'être parlé. En effet mh coupera la surface de l'onde élémentaire émanée de m en quelque point e, à l'intérieur de S', et le temps en question sera déjà pour me le même que pour mn.

Supposons maintenant que de A en B soient menées un grand nombre de lignes. Parmi celles-ci il y en aura une qui coupera en des points conjugués toutes les ondes situées entre A et B, et le parcours de cette ligne demandera moins de temps que le parcours de toute autre ligne, qui ne passe pas dans toute son étendue par des points conjugués des ondes successives. A cette ligne, parcourue en un temps minimum, je donnerai le nom de *rayon lumineux*; le temps exigé pour le parcours d'un pareil rayon lumineux est celui dans lequel les ondes s'étendent de A à B.

La forme du rayon lumineux se laisse aisément déduire de ce qui vient d'être dit. Soit ds un élément d'une des lignes menées de A en B, et θ l'angle que cet élément fait avec la vitesse ϱ de l'éther dans son voisinage; le temps nécessaire au parcours de cet élément sera:

$$\frac{ds}{B} = \frac{ds}{A + \varkappa \varrho \cos \theta} = \frac{ds}{A} - \frac{\varkappa \varrho \cos \theta \, ds}{A^2},$$

et le temps exigé pour le parcours de la ligne entière, dont nous désignerons la longueur par l:

$$\int \frac{ds}{B} = \frac{l}{A} - \frac{\varkappa}{A^2} \int \varrho \cos \theta \, ds.$$

Le facteur $\varrho \cos \theta$ étant la vitesse de l'éther dans la direction de ds peut être représenté par $\frac{\partial \varphi}{\partial s}$. Il en résulte que l'intégrale du second membre a pour valeur $\varphi_B - \varphi_A$, si nous distinguons par les indices A et B les valeurs du potentiel de vitesse aux points A et B.

Dans l'expression ainsi obtenue

$$\frac{l}{A} - \frac{\varkappa}{A^2} (\varphi_B - \varphi_A),$$

le dernier terme est le même pour toutes les lignes menées de A en B. Pour le rayon lumineux, il faut donc que le premier terme, et par conséquent l, devienne un minimum; le rayon est par conséquent une ligne droite.

Par une autre voie et pour le cas de $\varkappa = 1$, M. Stokes a déja obtenu ce résultat. On y arrive encore si, au lieu de supposer un centre unique A, on commence par une onde S_1 de forme quelconque. Si S_2 est une des positions postérieures de cette onde, et $A\,B$ une ligne par laquelle S_1, S_2 et toutes les positions intermédiaires sont coupées en des points conjugués, cette ligne sera parcourue par la lumière dans un temps minimum, d'où il suit de nouveau qu'elle est une ligne droite.

§ 13. Des considérations analogues à celles du paragraphe précédent peuvent servir à la recherche du changement de direction qu'un rayon lumineux éprouve lorsqu'il passe d'un milieu dans un autre. Soit V la surface de séparation, de forme quelconque, de deux matières pondérables, toutes les deux homogènes, de sorte que la vitesse de propagation A et le coefficient d'entraînement $\varkappa$ ont dans le premier milieu partout les mêmes valeurs A_1 et $\varkappa_1$, et pareillement dans le second milieu partout les mêmes valeurs A_2 et $\varkappa_2$. Dans ce cas général est compris celui où d'un côté de V se trouve l'éther libre.

Supposons qu'à partir d'une onde quelconque, dont la partie que nous avons à considérer se trouve encore tout entière dans le premier milieu, le mouvement lumineux se propage vers la surface limite. Le principe de Huygens nous permettra de nouveau de suivre à pas infiniment petits le progrès des ondes, et cela même après qu'elles ont déjà pénétré partiellement dans le second milieu. Dans ce dernier cas, l'onde est composée de deux parties, qui rencontrent la surface de séparation suivant la même ligne, mais qui en chaque point de cette ligne font entre elles un certain angle, et qui seront généralement de forme différente. L'ensemble de ces deux parties sera toutefois désigné, dans ce qui suit, comme une onde unique. Dans l'étendue qu'on en considère cette onde peut être coupée par la surface de séparation suivant une ligne unique qui se termine aux bords de l'onde ou bien suivant une ligne qui rentre en elle-même, ou enfin suivant deux ou plusieurs lignes, de l'une ou l'autre nature.

Le premier cas se présente, par exemple, lorsqu'une onde plane et limitée tombe obliquement sur une surface plane; le second cas, lorsqu'une pareille surface est rencontrée par une onde sphérique; enfin, une surface cylindrique peut être coupée, par une onde plane, suivant deux lignes droites.

Dans tous les cas, pour déduire de l'une des positions S de l'onde brisée la position S' qu'elle occupe au bout du temps dt, on doit construire deux ou, à strictement parler, trois espèces d'ondes élémentaires. En premier lieu, autour des points de S qui se trouvent déjà dans le second milieu, des ondes élémentaires semblables à celles dont il a été question au § 10, et pour lesquelles on emploiera les valeurs de A_2 et de $\varkappa_2$ propres au second milieu. La surface enveloppe de ces ondes fournit presque toute la partie de S' qui est située dans le second milieu; il n'y manque qu'une étroite bordure, au voisinage immédiat de la surface limite. En second lieu, nous avons à construire des ondes élémentaires, analogues aux précédentes, mais avec les valeurs que A et $\varkappa$ possèdent dans le premier milieu, autour de tous les points de S qui dans ce milieu sont assez éloignés de la surface limite pour que les ondes élémentaires correspondantes restent en deçà de la surface limite. L'enveloppe de ces ondes-là est, jusqu'à une très petite distance de V, la partie de S' qui se trouve dans le premier milieu.

Restent encore les points de S qui sont si rapprochés de la surface limite que l'ébranlement qui en émane la franchit avant la fin du temps dt. Autour de ces points nous pourrions construire un troisième groupe d'ondes élémentaires, mais nous n'en avons pas besoin pour apprendre à connaître la surface S'. La considération, en effet, des ondes élémentaires qui sont situées en entier dans le premier ou dans le second milieu ne laisse indéterminée qu'une bande infiniment étroite de S', près de la surface limite, et nous pouvons combler cette lacune en prolongeant chacune des parties déjà trouvées de S' par des plans infiniment petits, qui se raccordent à la direction de la surface déjà obtenue.

Au reste, quand même une onde élémentaire tombe en partie dans le second milieu, la partie de cette onde qui est encore située dans le premier milieu n'en aura pas moins la forme indiquée au § 10. Donc, dans la construction précédente on pourra encore employer de telles ondes à la seule condition que leur point de contact avec la surface enveloppe tombe en dedans du premier milieu ou sur la surface limite même. En opérant ainsi, on obtient dans toute son étendue la partie de S' située dans le premier milieu.

Les points de deux ondes successives sont de nouveau conjugués deux à deux, et en nous bornant à ceux de ces points qui se trouvent soit tous les deux dans le premier milieu, soit tous les deux dans le second, nous pouvons dire que toutes les lignes droites qui joignent deux points conjugués, qu'elles soient situées dans le premier ou dans le second milieu, sont parcourues, avec la vitesse B indiquée au § 12, dans le même temps.

Mais si une ligne droite est menée entre deux points non conjugués de S et S', de façon toutefois qu'elle soit encore contenue tout entière dans le même milieu, le parcours de cette ligne demandera plus de temps que le parcours d'une droite joignant deux points conjugués.

Imaginons, à partir d'un point A du premier milieu, une ligne qui, même après son passage dans le second milieu, joigne constamment des points conjugués. Soit B le point où ce „rayon lumineux" rencontre la surface limite, et C l'un des points qu'il atteint au-delà de cette surface. Si nous menons alors entre A et C quelque autre ligne, qui coupera la surface limite par exemple en B' où de même que $A\,B\,C$ au point B elle pourra subir un changement de direction, le parcours de $A\;B\;C$ exigera moins de temps que le parcours de $A\,B'\,C$. Pour le reconnaître, on n'a qu'à interposer entre A et C une infinité d'ondes, en ayant soin qu'il en passe une par B et une par

B', et à remarquer que les éléments de $A\,B'\,C$ ne joignent pas tous des points conjugués d'ondes successives.

Le rayon lumineux est donc, de tous les chemins allant de A à C, celui qui est parcouru dans le temps le plus court. Il suit de là, d'après le résultat du paragraphe précédent, que ce rayon doit être composé de deux lignes droites, et B sera celle des positions du point variable B' pour laquelle le temps, nécessaire au parcours de la ligne brisée $A\,B'\,C$, devient un minimum.

D'après les formules du paragraphe précédent, il faut, pour parcourir $A\,B'$, le temps

$$\frac{A\,B'}{A_1} - \frac{\varkappa_1}{A_1^2}(\varphi_{B'} - \varphi_A)\,, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

et pour parcourir $B'\,C$, le temps

$$\frac{B'\,C}{A_2} - \frac{\varkappa_2}{A_2^2}(\varphi_C - \varphi_{B'}), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

$\varphi_{B'}$ ayant dans ces deux expressions la même valeur puisque, suivant notre hypothèse, le potentiel de vitesse est une fonction continue.

La somme de (7) et (8) peut être représentée très simplement, à raison de la valeur que nous avons admise, au § 10, pour le coefficient d'entraînement. Désignant, en effet, par n_1 et n_2 les indices de réfraction absolus des deux milieux, on a:

$$\varkappa_1 : \varkappa_2 = n_2^2 : n_1^2\,,$$

et l'on sait, de plus, que

$$A_1 : A_2 = n_2 : n_1.$$

On en conclut que

$$\frac{\varkappa_1}{A_1^2} = \frac{\varkappa_2}{A_2^2}\,.$$

J'ajouterai que la fraction $\frac{\varkappa}{A^2}$ a pour *tous* les milieux isotropes la même valeur. Celle-ci étant désignée par μ, la somme de (7) et (8) sera :

$$\frac{A\,B'}{A_1} + \frac{B'\,C}{A_2} - \mu\,(\varphi_C - \varphi_A).$$

Comme le dernier terme de cette expression est indépendant de la situation de B', il faut simplement que

$$\frac{A\,B'}{A_1} + \frac{B'\,C}{A_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

devienne un minimum lorsque B' occupe la position B. Mais il résulte de là que les droites $A\,B$ et $B\,C$ sont situées, avec la normale à la surface limite en B, dans un même plan, et que les sinus des angles qu'elles font avec cette normale sont entre eux dans le rapport de A_1 à A_2. Je puis me dispenser de donner ici la démonstration de cette conséquence. Bornons-nous à remarquer que de l'expression (9) a disparu tout ce qui est relatif au mouvement de l'éther par rapport à la matière pondérable. Alors même que tout est en repos, la manière dont le rayon passe d'un milieu dans l'autre est déterminée par la condition que (9) devienne un minimum ; or, dans ce cas la réfraction obéit aux lois que je viens d'énoncer.

Que ces lois subsistent encore, pour les rayons relatifs, lorsque l'éther est en mouvement par rapport à la matière pondérable, c'est ce qui a été démontré d'une manière générale, d'abord par M. Stokes dans son Mémoire sur la théorie de l'aberration de Fresnel, puis par M. Veltmann. Ces savants prirent toutefois pour point de départ de leur démonstration l'hypothèse de Fresnel et leur méthode est différente de celle que j'ai employée.

Il importe de remarquer que le résultat obtenu dépend entièrement de la valeur qu'on attribue au coefficient d'entraînement. En effet la démonstration donnée est en défaut dès que $\varphi_{B'}$ ne disparaît pas de la somme des expressions (7) et (8).

Or, cela n'a lieu que si $\frac{\varkappa_1}{A_1^2} = \frac{\varkappa_2}{A_2^2}$, c'est-à-dire, si pour des milieux différents $\varkappa$ est inversement proportionnel à n^2, si par conséquent cette quantité, qui dans l'éther libre doit être $= 1$, a dans tout autre milieu la valeur $\frac{1}{n^2}$.

La réflexion de la lumière peut être traitée de la même manière que la réfraction. Il y a cette différence que les ondes réfléchies s'entre-croisent avec les ondes incidentes mais cette circonstance ne change rien au raisonnement. On reconnaîtra aisément que les lois ordinaires de la réflexion ne cessent de s'appliquer aux rayons relatifs, et que pour arriver à cette conclusion on n'a besoin d'aucune hypothèse sur le coefficient d'entraînement. Il suffira d'admettre que dans le même milieu ce coefficient présente toujours la même valeur.

§ 14. De ce qui précède, il résulte que le chemin des rayons relatifs est déterminé par les lois ordinaires de la réfraction, même quand la lumière parcourt successivement une série de milieux différents. Il en est encore ainsi dans le cas où les propriétés du milieu varient par degrés insensibles ce qu'on démontre directement de la manière suivante.

Considérons un milieu, l'atmosphère par exemple, qui est isotrope, mais non homogène. En étudiant la propagation des ondes dans ce milieu on peut de nouveau appliquer le principe de Huygens; seulement en construisant les ondes élémentaires de la manière indiquée au § 10 on fera attention à ce que les quantités A et $\varkappa$ présentent, dans les différents éléments de volume, des valeurs différentes. Comme dans les cas précédemment traités le rayon lumineux, qui unit constamment des points conjugués, sera, de tous les chemins qui relient deux points A et B, celui qui est parcouru dans le temps le plus court.

Or, pour un élément ds d'une ligne quelconque, le temps nécessaire est, comme au § 12,

$$\frac{ds}{B} = \frac{ds}{A} - \frac{\varkappa}{A^2} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial s} ds,$$

de sorte que la ligne totale, menée de A en B, sera parcourue dans le temps

$$\int \frac{ds}{A} - \int \frac{\varkappa}{A^2} \frac{\partial \varphi}{\partial s} ds \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

D'après l'hypothèse que nous avons faite sur le coefficient d'entraînement, $\frac{\varkappa}{A^2}$ a partout la même valeur μ, quelle que soit la manière dont les propriétés du milieu varient d'un point à l'autre. Pour le second terme de (10) on peut donc écrire

$$\mu \, (\varphi_B - \varphi_A),$$

et puisque cette quantité est la même pour tous les chemins allant de A à B, le rayon lumineux sera la ligne pour laquelle le premier terme de l'expression (10), savoir

$$\int \frac{ds}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

est un minimum.

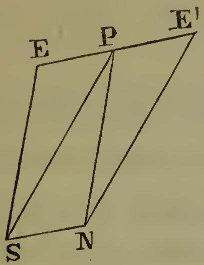
Or, cette intégrale étant entièrement indépendante du mouvement de l'éther, il en sera de même de la marche du rayon lumineux relatif.

§ 15. Lorsque, à l'aide des lois simples que nous avons appris à connaître, on a déterminé le cours des rayons relatifs, on peut en déduire la forme d'une onde lumineuse dans ses positions successives; on se servira dans ce but du rapport qui existe entre la direction des ondes et celle des rayons.

Soit Q (fig. 11) le point où la surface enveloppe d'un système d'ondes élémentaires infiniment petites est touchée par une de ces dernières dont le centre de vibration se trouve en P. Alors $P\,Q$ est un élément du rayon lumineux et $P'Q$ est normale à l'onde enveloppe. En se rappelant les valeurs de $P\,Q$, $P'Q$ et $P\,P'$ on est conduit aux résultats suivants.

Si, en quelque point P (fig. 12), une vitesse $P\,N = A$, dirigée suivant la normale d'une onde, est composée avec une vitesse $P\,E = \varkappa\,\varrho$ parallèle à la direction dans laquelle l'éther se meut par rapport à la matière pondérable, la résultante $P\,S$ aura la direction du rayon lumineux et représentera précisément la vitesse que, plus haut, nous avons nommée B.

Fig. 12.



Ou bien : si cette dernière vitesse $P\,S = B$ est composée avec une vitesse $P\,E' = \varkappa\,\varrho$ opposée à la direction dans laquelle se déplace l'éther, la résultante indiquera la direction de la normale de l'onde.

De ces propositions découlent quelques conséquences.

a. Si θ désigne de nouveau l'angle que $P\,S$ forme avec $P\,E$, l'angle ε compris entre le rayon lumineux et la normale à l'onde est déterminé par

$$sin\ \varepsilon = \frac{\varkappa\,\varrho\ sin\ \theta}{A},$$

ou, si l'on se borne à la première puissance de $\frac{\varrho}{A}$, par

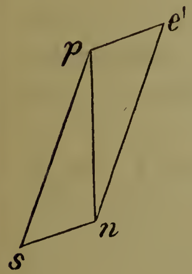
$$\varepsilon = \frac{\varkappa\,\varrho\ sin\ \theta}{A}.$$

b. Pour obtenir ce qu'on peut appeler la vitesse des ondes il faudra diviser par $d\,t$ la distance, mesurée dans la direction de la normale, des positions qu'une onde occupe aux instants t et $t + d\,t$. En comparant cette distance avec la longueur d'un élément du rayon lumineux on trouvera pour la vitesse cherchée la valeur $B\ cos\ \varepsilon$. Si l'on néglige les quantités du second ordre par rapport à $\frac{\varrho}{A}$, il est permis de remplacer $B \cos \varepsilon$ par B et d'entendre par θ, dans l'équation précédemment trouvée $B = A + \varkappa \varrho \cos \theta$, l'angle que la normale aux ondes fait avec la direction du mouvement de l'éther. Cet angle, en effet, ne diffère de θ que de la petite quantité ε.

On peut comparer le résultat que je viens d'énoncer avec celui qui a été obtenu au § 11.

c. Nous pouvons (fig. 13) construire un parallélogramme $p\,s\,n\,e'$ semblable à $P\,S\,N\,E'$ de la fig. 12, mais dans lequel le côté $p\,s$ ne soit pas $= B$, mais $= A$. Le côté $p\,e'$ devient alors $= \varkappa \varrho \dfrac{A}{B}$, ou de nouveau $= \varkappa \varrho$, quand on s'en tient aux quantités du premier ordre. Donc, si l'on se représente dans la direction du rayon lumineux une vitesse A et qu'on la compose avec une vitesse $\varkappa \varrho$ opposée à celle du mouvement de l'éther, la résultante donnera encore la *direction* de la normale à l'onde, quoique sa *valeur* devienne différente de A.

Fig. 13.



d. Étant donné un faisceau de rayons lumineux dans un espace où le mouvement de l'éther est connu, on peut déterminer les positions successives d'une onde.

Supposons, par exemple, que, dans un milieu homogène, des rayons rectilignes partent d'un même point A. Prenons ce point pour origine des coordonnées et soit l la distance d'un point quelconque (x, y, z) à A. Les composantes d'une vitesse A, prise dans la direction du rayon lumineux, sont alors:

$$\frac{x}{l} A, \quad \frac{y}{l} A, \quad \frac{z}{l} A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

et celles de la vitesse $\varkappa \varrho$ opposée à la direction du mouvement de l'éther:

$$-\varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \; -\varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \; -\varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

La résultante de A et $\varkappa \varrho$ a donc pour composantes

$$\frac{x}{l} A - \varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{y}{l} A - \varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \frac{z}{l} A - \varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial x}(A\, l - \varkappa\, \varphi), \quad \frac{\partial}{\partial y}(A\, l - \varkappa\, \varphi), \quad \frac{\partial}{\partial z}(A\, l - \varkappa\, \varphi),$$

ce qui montre qu'elle est normale à la surface représentée par l'équation

$$A\, l - \varkappa\, \varphi = \text{const.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

L'onde lumineuse étant de même normale à la résultante de A et $\varkappa\, \varrho$ on obtiendra les positions qu'elle occupe successivement si, dans l'équation (13), on attribue différentes valeurs à la constante.

Lorsque des rayons lumineux convergent vers A, on doit remplacer les expressions (12) par

$$-\frac{x}{l} A, -\frac{y}{l} A, -\frac{z}{l} A,$$

de sorte que l'équation de la surface d'une onde devient:

$$A\, l + \varkappa\, \varphi = \text{const.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Le premier de ces deux résultats s'obtient encore de la manière suivante. Si φ représente le potentiel de vitesse au point (x, y, z) et φ_A celui au point A, le temps nécessaire pour que le mouvement vibratoire s'étende du second point au premier est, d'après le § 12,

$$\frac{l}{A} - \frac{\varkappa}{A^2}(\varphi - \varphi_A).$$

Or, ce temps étant le même pour tous les points de la surface d'une onde, on n'a qu'à le poser = constante pour obtenir l'équation de cette surface. On retombe ainsi sur l'équation (13).

Pareillement, l'équation (14) équivaut à la condition que, à partir de tous les points d'une onde, la lumière emploie le même temps pour atteindre le point A.

Lorsque, dans l'espace considéré, la vitesse de l'éther a partout la même grandeur et la même direction, on obtient, en prenant l'axe des x dans cette direction,

$$\varphi = \varphi_A + \varrho x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

et, si θ est de nouveau l'angle que l fait avec l'axe des x, l'équation (13) se transforme en:

$$l = \frac{C}{A - \varkappa \varrho \cos \theta} = \frac{C}{A} + \frac{C}{A^2} \varkappa \varrho \cos \theta ,$$

où C est une constante. C'est l'équation d'une sphère, dont le rayon a la valeur $\frac{C}{A}$, et dont le centre se trouve à la distance $\frac{C}{A^2} \varkappa \varrho$ du point A, dans la direction vers laquelle se déplace l'éther. Les formes successives d'une onde sont donc semblables entre elles et semblables aux ondes élémentaires dont il a été question au § 10; leur centre de similitude coïncide avec le centre de vibration. Tout cela était à prévoir, car lorsqu'un milieu se trouve dans toute son étendue dans le même état, de sorte que les ondes élémentaires y ont partout la même forme, les ondes de grandeur finie, qui s'étendent autour d'un point, présenteront toujours la même forme que les ondes élémentaires.

L'équation (14) se transforme, dans l'hypothèse exprimée par la formule (15), en

$$l = \frac{C}{A} - \frac{C}{A^2} \varkappa \varrho \cos \theta ;$$

donc pour des rayons lumineux qui convergent vers un point A, les ondes auront encore une forme sphérique, mais, $\frac{C}{A}$ étant le rayon, le centre se trouvera maintenant, à la distance $\frac{C}{A^2} \varkappa \varrho$ de A, dans la direction opposée à celle du mouvement de l'éther. Les positions successives d'une onde sont de nouveau semblables entre elles; leur centre de similitude est le point de convergence des rayons, et c'est en ce point que se concentrent les ondes sphériques.

Dans le cas général où la vitesse de l'éther est une fonction des coordonnées ou pourra lui attribuer encore la même direction et la même grandeur dans tous les points d'un espace infiniment petit; on en conclut que, si les rayons lumineux convergent vers un point, les ondes auront toujours, dans le voisinage immédiat de ce dernier, la forme que nous venons d'examiner. La convergence des rayons relatifs vers un même point implique donc dans tous les cas, en ce point, une concentration réelle du mouvement lumineux.

§ 16. Reprenons maintenant l'examen de la propagation de la lumière qu'un astre nous envoie et considérons le mouvement vibratoire à partir d'un instant où il se trouve dans un point assez éloigné de la terre pour que l'éther y soit encore en repos. Cherchons la direction que possèdent en ce point les rayons relatifs, direction qui se déduit, à l'aide de ce qui a été dit au paragraphe précédent, de la position de l'onde lumineuse. Cette dernière est (§ 11) perpendiculaire à la direction dans laquelle l'étoile est réellement située. Pour construire la fig. 12, nous devons donc mener la ligne $P\,N$ dans la direction suivant laquelle les vibrations nous arrivent en réalité et la faire égale à la vitesse de la lumière dans l'espace céleste; quant à la ligne $P\,E$, elle doit être de même grandeur que la vitesse de la terre, mais de direction opposée. Car, l'éther étant en repos dans le point considéré, sa vitesse relative est égale et opposée à la vitesse de la terre; d'ailleurs, nous avons à prendre, en dehors de l'atmosphère, $\varkappa = 1$.

La figure ainsi construite coïncide entièrement avec celle qu'on rencontre dans la théorie élémentaire de l'aberration, et la direction $P\,S$, que nous trouvons pour le rayon lumineux relatif, est identique à celle dans laquelle, suivant cette théorie, la lumière nous semble parvenir. Donc, pour expliquer l'aberration, il suffira de démontrer que, après avoir apporté à nos observations la correction ordinaire pour la réfraction atmosphérique, c'est dans la direction PS, que nous croyons voir le corps céleste.

Or, ceci est une conséquence immédiate de la théorie que je viens d'exposer. En traversant la région où l'éther est entraîné par la terre, en passant par l'atmosphère, et par l'objectif d'une lunette, ou en frappant le miroir d'un télescope, les rayons relatifs suivent les lois ordinaires de l'optique, et lorsqu'ils convergent vers un point, il y a réellement, en ce point, concentration du mouvement lumineux. Bref, tout se passe comme si la terre était immobile et que les rayons relatifs fussent des rayons absolus. Si de nos observations nous déduisons, sans avoir égard au mouvement de la terre, et d'après les règles ordinaires prescrites par la théorie de la lumière, la direction que les rayons émanés d'une étoile possèdent à quelque distance de la terre, nous trouverons la direction des rayons relatifs, c'est-à-dire la direction qui, dans ce qui précède, a été indiquée par PS.

§ 17. Il est à peine besoin de remarquer que, suivant notre théorie, nous observerons encore l'aberration ordinaire si le tuyau de la lunette est rempli d'un liquide; à parler plus exactement, ce sera toujours selon les lois ordinaires de l'optique, que la position de l'image dépendra de la direction du rayon relatif qui atteint la terre. Nous avons déjà fait remarquer que ce résultat de l'expérience proposée par Boscovich avait été déduit par Fresnel lui-même de son hypothèse sur le coefficient d'entraînement.

Par des considérations qui s'éloignent à plusieurs égards de la théorie de Fresnel, Klinkerfues [1]) était amené à penser que, avec une lunette qui contient un liquide, l'aberration observée serait beaucoup plus grande qu'avec une lunette remplie d'air. Une expérience préliminaire [2]) semblait plai-

---

[1]) Klinkerfues, *Die Aberration der Fixsterne nach der Wellentheorie*, et *Astr. Nachr.*, T. 66, p. 337.

[2]) *Die Aberration der Fixsterne*, p. 53.

der en faveur de cette opinion, mais des recherches postérieures ne paraissent pas avoir fait ressortir une influence de la colonne liquide sur la constante de l'aberration. Parlant de ces dernières recherches, Klinkerfues dit [1]): „Le résultat de ces observations et de quelques autres, également faites sur des étoiles, montre avec assez de certitude que la constante de l'aberration d'une lunette remplie de liquide est beaucoup plus petite que je ne l'avais d'abord présumé; il ne donne cependant pas le droit d'affirmer que l'aberration est complètement indépendante de l'instrument".

Les mesures de M. Airy [2]), toutefois, ont mis hors de doute que, dans les limites des erreurs d'observation, l'aberration qu'on observe est indépendante de la matière que contient la lunette. L'astronome anglais communique, au sujet de ces observations, les détails suivants:

„Je me décidai à faire usage d'une lunette verticale, le sujet de l'observation étant la distance zénithale que présente dans sa culmination supérieure γ du Dragon, la même étoile sur laquelle l'existence et les lois de l'aberration furent découvertes. De nos jours la position de cette étoile est un peu plus favorable qu'elle ne l'était à l'époque de Bradley, la distance qu'elle atteint au nord du zénith, à l'Observatoire royal, étant d'environ 100″ et diminuant encore lentement. . . . Je fis le projet d'un instrument dont la particularité essentielle consiste en ce que le tube entier, depuis la face inférieure de l'objectif jusqu'à une glace fermant l'extrémité inférieure du tube, est rempli d'eau, la colonne liquide ayant une longueur de 35,3 pouces. Les courbures qu'il fallait donner aux surfaces des deux lentilles qui composent l'objectif pour corriger exactement, dans le système optique qu'elles forment avec l'eau, l'aberration de sphéricité et de réfrangibilité, furent déterminées par moi-même et vérifiées par

1) *Astr. Nachr.*, T. 76, p. 34.

2) *Proc. Royal Soc.*, T. 20, p. 35; *Phil. Mag.*, Sér. 4, T. 43, p. 310.

mon ami M. Stone. Le micromètre a reçu une disposition imaginée par moi-même et qui rend très facile la double observation, dans des positions renversées de l'instrument. Deux niveaux dont la lecture doit avoir lieu à chaque observation particulière permettent de rapporter les mesures à la direction verticale".

De chacune des observations M. Airy déduisit la latitude géographique de l'instrument, en retranchant de la déclinaison de l'étoile, telle qu'elle est donnée dans le *Nautical Almanac*, la distance zénithale nord observée au moment du passage au méridien. Comme la distance zénithale observée est affectée de l'aberration réellement existante dans les observations, et que la déclinaison donnée par les tables est affectée de l'aberration telle qu'elle a été admise pour le calcul du *Nautical Almanac*, la valeur trouvée pour la latitude géographique sera affectée de la différence entre l'aberration qui se présente dans l'instrument et l'aberration admise.

Onze observations, faites en mars 1871, donnèrent pour la latitude géographique la valeur moyenne 51°28′34″,4 et quatorze observations, exécutées au mois de septembre de la même année, conduisirent à la moyenne 51° 28′ 33″,6, le nombre des secondes variant dans la première série de 33,4 à 36,6 et dans la seconde de 30,5 à 35,4.

L'instrument était installé dans un petit bâtiment spécial, à 340 pieds au Sud de la lunette méridienne de l'Observatoire. La latitude de ce dernier instrument est 51° 28′ 38″,4, et, 340 pieds faisant un arc de 3″,35, la latitude du point où furent exécutées les observations décrites est 51° 28′ 35″,05.

Entre ce nombre et les deux résultats ci-dessus communiqués, l'accord est meilleur que Airy ne l'avait présumé, „eu égard au relief du terrain. Il paraît très probable qu'à l'emplacement de la lunette méridienne, au bord septentrional de la colline, la direction zénithale est déviée vers le nord, et que la latitude astronomique est trop forte".

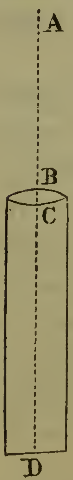
L'aberration elle-même s'élevait, dans ces observations, à

19″; d'après l'hypothèse de Klinkerfues, l'écart entre la latitude géographique trouvée et la latitude réelle aurait dû être de 30″.

L'année suivante, M. Airy a répété ces observations, avec le même résultat [1]).

§ 18. Une expérience qui prouve la même chose que ces mesures de M. Airy a été faite par Hoek [2]) au moyen d'une source lumineuse terrestre. Fresnel avait déjà remarqué que l'expérience de Boscovich peut être exécutée avec une pareille source tout aussi bien qu'avec la lumière d'une étoile. Nous avons vu, en effet, que tout revient à savoir si les rayons relatifs suivent, indépendamment du mouvement de la terre et de l'éther, les lois ordinaires de l'optique; question qu'on pourra trancher en recherchant si dans la réflexion et la réfraction la marche de rayons d'origine terrestre est la même lorsque le mouvement de la terre a tantôt l'une et tantôt l'autre direction par rapport aux appareils employés. D'après notre théorie les rayons relatifs ne seront en rien influencés par le mouvement de la terre.

Fig. 14.



Comme M. Airy, Hoek a opéré avec une lunette remplie d'eau. Voici comment il décrit ses expériences:

„En *A* (fig. 14) j'ai placé la fente d'un collimateur détaché d'un appareil spectral; elle était éclairée par la lampe monochromatique donnant de la lumière de la raie *D*. La distance *A B* était de 1,405 mètres. La colonne d'eau était contenue dans un tube de 2,067 mètres de longueur, qu'on avait fermé d'un côté par une glace [*D*], de l'autre par une lentille [*B C*], de 0,507 mètres de distance focale, d'un indice de réfraction de 1,509, et ayant deux rayons de courbure égaux, chacun de 0,516 mètres.

1) *Proc. Royal Soc.*, T. 21, p. 121.
2) *Astr. Nachr.*, T, 73, p. 193.

L'image du point *A* était formée à 73 mm. de distance derrière la glace, et là se trouvait un micromètre à fils.

Toutes ces parties constituantes étaient solidement fixées sur une poutre, de 3,55 mètres de longueur, sur 0,095 mètres d'épaisseur et 0,095 mètres de largeur. La poutre reposait par trois points sur une caisse qu'on pouvait faire tourner avec facilité; de sorte que l'appareil entier se laissait amener dans une position voulue sans subir le moindre dérangement.

Je l'ai toujours employé dans le méridien vers midi et minuit.

Voici les résultats de la première expérience, prise le 23 Avril 1868, avant minuit:

Série.	Position du micromètre.	Temps moyen d'Utrecht.	Position de l'image en révol. du micr.	Nombre de mesures.
1	Nord	11^h30^m	$25^r,686$	6
2	Sud	11 35	25 ,702	6
3	Nord	11 40	25 ,695	6
4	Sud	11 46	25 ,718	6
5	Nord	11 52	25 ,741	6
6	Sud	11 58	25 ,743	6

La moyenne des positions est donc:

Micromètre Nord	$25^r,707$	par 3 séries.
„ Sud	25 ,721	„ 3 „
Différence N—S = —	0 ,014."	

Le 7 Mai, Hoek trouva pour cette même différence la valeur + $0^r,031$, et les mesures faites à huit autres jours donnèrent des différences analogues. La valeur d'une révolution du micromètre était de 0,32 mm.

D'après la théorie de Klinkerfues, on aurait dû trouver pour N—S plus de 0,675 révolutions.

Mentionnons encore que M. Ketteler [1]) et M. Respighi [2]),

---

[1]) *Astron. Undulationstheorie.* p. 66.

[2]) *Memor. di Bologna* (2) II, p. 279.

ce dernier antérieurement à Hoek, ont exécuté l'expérience dans la même forme et avec le même résultat.

§ 19. La théorie de Klinkerfues, selon laquelle la présence d'une colonne liquide dans une lunette ferait accroître la constante de l'aberration, conduit aussi à admettre que l'objectif exerce, quoique à un moindre degré, une influence analogue, dont la valeur serait proportionnelle à l'épaisseur des lentilles. En calculant cette valeur pour des objectifs tels qu'on les emploie fréquemment, Klinkerfues [1]) obtint un résultat qui suffirait précisément pour expliquer la différence entre les valeurs que Delambre et Struve ont assignées à la constante de l'aberration.

Le premier de ces astronomes soumit au calcul, en 1809, un grand nombre d'observations d'éclipses des satellites de Jupiter, faites dans le cours des 150 années précédentes; il trouva ainsi, pour le temps que la lumière met à parcourir la distance moyenne du soleil à la terre, 493,2 secondes. De ce nombre on déduit pour la constante de l'aberration la valeur 20″,25. Struve, au contraire, a obtenu par des déterminations de positions d'étoiles, en 1845, le nombre 20″,45. C'est la différence de ces résultats que Klinkerfues voulait expliquer par l'influence de l'objectif.

Selon notre théorie une telle influence n'existe pas si le coefficient d'entraînement a la valeur $1 - \frac{1}{n^2}$. C'est à quoi conduit aussi, comme l'a fait voir entre autres M. Veltmann, la théorie de Fresnel, et Hoek était également d'avis que l'influence de l'objectif, si toutefois elle existe, serait beaucoup plus petite, que ne l'admettait Klinkerfues. Aussi, à l'explication que celui-ci donnait de la différence en question, il en opposa une autre [2]), revenant à dire que, pour le moment de l'entrée d'un satellite de Jupiter dans l'ombre de la planète, on prendra l'instant où il nous envoie encore une

[1]) *Die Aberration der Fixsterne*, p. 41.

[2]) *Astr. Nachr.*, T. 70, p, 193.

certaine petite quantité de lumiere, que par suite chaque éclipse sera observée trop tôt, et cela d'autant plus qu'on est plus éloigné de la planète. De là résulteraient, en effet, une valeur trop grande pour la vitesse de la lumière et une valeur trop faible pour la constante de l'aberration. Selon les raisonnements de Hoek une erreur de 1 centième pourrait bien se produire de cette manière.

Il fait observer, toutefois, que cette explication est rendue incertaine par la circonstance qu'on ignore si Delambre s'est servi seulement des entrées des satellites, ou s'il a aussi tenu compte de leurs sorties.

En vérité, on sait si peu de chose de ces calculs de Delambre, qui n'ont pas été imprimés et dont le manuscrit n'existe probablement plus, qu'on ne saurait décider si les observations des éclipses dont il a fait usage conduisent ou non à une constante de l'aberration diffèrente de la valeur qu'on doit à Struve.

En 1875 M. Glasenapp [1]) a fait voir, dans une discussion de toutes les observations connues des éclipses du premier satellite, de 1848 à 1870, que, en employant différents groupes de ces observations et en appliquant des hypothèses différentes, on peut obtenir, pour le temps déterminé par Delambre, des résultats compris entre 496 et 501 secondes.

Le résultat obtenu par Struve, au contraire, peut être maintenu presque sans modification. M. Nyrèn [2]), qui a soumis au calcul une série très étendue d'observations qui contenait des mesures faites au moyen d'instruments différents, a dernièrement trouvé, comme valeur définitive de la constante de l'aberration, $20'',492 \pm 0'',006$.

---

1) J'emprunte ceci à Newcomb, *Measures of the velocity of light*, dans *Astronomical papers prepared for the use of the American Ephemeris and Nautical Almanac*, T. 2, p. 114 (*Nature*, T. 34, p. 29). Le Mémoire même de M. Glasenapp, publié en langue russe, ne m'est pas connu.

2) *Mémoires de l'Acad. de St.-Pétersbourg*, 7e sér., T. 31, No. 9.

§ 20. Aucune des expériences concernant les phénomènes qui nous occupent n'est devenue aussi célèbre que celle par laquelle Arago montra que les rayons relatifs, en traversant un prisme, suivent toujours, quelle que soit la direction du mouvement de la terre, les lois ordinaires de la réfraction. Malheureusement, cette expérience n'a jamais été décrite avec les détails qu'elle méritait par son importance.

Ce qui donna lieu à cette recherche, Arago nous l'apprend dans sa *Notice biographique* sur Fresnel [1]). Pour la théorie de l'émission, l'égalité de la vitesse de propagation de la lumière émise par des sources différentes, égalité expérimentalement reconnue, constituait une grave difficulté; voulût-on même supposer que toutes les étoiles émettent les particules lumineuses avec la même vitesse, il n'en arriverait pas moins, si, comme Arago le croyait probable, ces particules sont soumises à l'attraction universelle, que leur vitesse diminuerait de plus en plus à mesure qu'ils s'éloigneraient de la source lumineuse. „N'est-ce donc pas," dit Arago [2]), „contre le système de l'émission une objection formidable que cette parfaite égalité de vitesse, dont toutes les observations font foi?" Puis il continue:

„Il existe un moyen très simple d'altérer notablement, sinon la vitesse absolue d'un rayon, au moins sa vitesse relative; c'est de l'observer pendant sa course annuelle, quand la terre se dirige soit vers l'astre d'où ce rayon émane, soit vers la région diamétralement opposée. Dans le premier cas, c'est comme si la vitesse du rayon se trouvait accrue de toute celle de notre globe; dans le second, le changement a numériquement la même valeur, mais la vitesse primitive est diminuée. Or, personne n'ignore que la vitesse de translation de la terre est comparable à celle de la lumière, qu'elle en est la dix-millième partie. Observer d'abord une étoile vers laquelle la terre marche et ensuite une étoile que la terre fuit, c'est avoir opéré sur des rayons dont les vitesses diffè-

1) Arago, *Oeuvres complètes*, T. I, p. 107.

2) *l c.*, p. 156.

rent entre elles de un cinq-millième. De tels rayons doivent être inégalement réfractés. La théorie de l'émission fournit les moyens de dire en nombres à combien l'inégalité s'élèvera, et l'on peut voir ainsi qu'elle est fort supérieure aux petites erreurs des observations. Eh bien, des mesures précises ont complètement démenti le calcul: les rayons émanés de toutes les étoiles, dans quelque région qu'elles soient situées, éprouvent précisément la même réfraction."

Les observations elles-mêmes sont décrites par Biot [1]) de la manière suivante:

„Le prisme dont Arago s'est servi dans ses expériences, était placé devant l'objectif d'un cercle répétiteur, de manière à n'en couvrir qu'une partie; de sorte que l'on pouvait observer successivement le rayon lumineux direct à travers la lunette seule, et le même rayon dévié par le prisme. En tenant compte des temps où les deux observations étaient faites, on ramenait l'astre, par le calcul, à une même hauteur sur l'horizon. La différence des angles observés directement et à travers le prisme donnait la déviation éprouvée par le rayon lumineux. En observant ainsi les étoiles de l'écliptique qui passaient au méridien à 6 heures du soir, la terre, qui tourne sur elle-même, comme autour du soleil, d'occident en orient, marchait, sur son orbite, dans le même sens que leur lumière; et par conséquent celle-ci n'avait, en arrivant sur le prisme, que la différence des deux vitesses. Le contraire avait lieu pour les étoiles qui passaient au méridien à 6 heures du matin, et la terre allait en sens contraire de leur lumière. Mais cette opposition, qui aurait dû donner une différence de 50 secondes sexagésimales dans les déviations observées, n'y a produit aucun changement appréciable."

On sait comment Arago concilia le résultat des expériences avec la théorie de l'émission, en ajoutant à celle-ci l'hypothèse que les astres émettent des particules lumineuses ayant

---

[2]) Biot, *Traité élémentaire d'astronomie physique*, 3e éd., T. V, p. 364.

des vitesses très différentes, mais que l'impression de lumière ne peut être excitée que par les particules qui atteignent l'œil avec une vitesse déterminée. Fresnel montra ensuite que son hypothèse sur l'entraînement des ondes lumineuses par la matière pondérable peut rendre compte du résultat de l'expérience. Après les développements des paragraphes précédents, il est clair qu'elle peut également être expliquée par la théorie que j'ai exposée. En effet, selon ma manière de voir, on observe toujours, par une lunette, la direction des rayons relatifs qui atteignent l'objectif, et ces rayons suivent, dans leur marche à travers un prisme, les lois ordinaires de la réfraction. La lunette étant dirigée d'abord directement sur l'étoile, et ensuite sur l'image qu'en forme un prisme, l'angle entre les deux positions pourra être déterminé selon les règles ordinaires.

Il y a une circonstance, cependant, qu'on ne doit pas perdre de vue. Quand l'étoile nous envoie une lumière homogène dont le nombre des vibrations par unité de temps est N, dans un point du prisme, comme en tout autre point qui est lié à la terre, le dérangement de l'équilibre parcourra, suivant le § 11, toutes les phases, non pas N, mais N' fois par unité de temps. La réfraction du rayon relatif ne cessera pas d'obéir aux lois ordinaires, mais, par suite de la différence entre N et N', l'indice de réfraction pourra avoir une autre valeur que si la terre était immobile, et c'est *à cause de cela*, que la déviation du rayon relatif, dans un prisme unique ou dans un système de prismes non achromatique pourra être modifiée par le mouvement de la terre. Dans l'expérience d'Arago, toutefois, cette circonstance n'a pu intervenir, car il a dû employer un prisme achromatique. C'est dans le spectroscope que paraîtra la modification de l'indice de réfraction qui est produite par la différence de N et N'. Elle y déterminera un déplacement des raies du spectre de l'étoile. Mais c'est là un point auquel je ne m'arrêterai pas, car la dispersion, dans un prisme en mouvement, ne pourra être étudiée théoriquement que lorsqu'on se sera formé une idée du mécanisme du mouvement lumineux dans une matière pondérable qui se déplace par rapport à l'éther. La première question sera alors de savoir si la dispersion dépend, en première ligne, d'une différence de la longueur d'onde, ou d'une différence de la durée d'une vibration.

Remarquons encore, à propos de l'expérience d'Arago, qu'en général tout changement de la direction suivant laquelle un rayon lumineux tombe sur un prisme a pour effet d'augmenter ou de diminuer la déviation. La lumière de deux étoiles, situées dans des directions différentes par rapport à la terre, ne subira donc la même déviation que si les rayons relatifs de l'une et de l'autre frappent le prisme sous le même angle. Mais compare-t-on, pour une même étoile, le cas où la terre est immobile et celui où elle se déplace, en admettant que l'angle d'incidence des rayons *vrais* soit le même dans les deux cas, ou bien compare-t-on, dans cette même hypothèse, la réfraction des rayons de deux étoiles, on trouvera des déviations différentes pour les rayons relatifs, parce que ceux-ci auront tantôt l'un et tantôt l'autre angle d'incidence.

Ce sont ces différences que Hoek [1]) déduisit de la théorie, et qu'il se proposait de vérifier par une répétition de l'expérience d'Arago. On calcule leur valeur au moyen des formules différentielles qui indiquent comment, dans un prisme, la direction du rayon émergent est modifiée par un petit changement dans la direction de la lumière incidente. Ainsi que le fait remarquer Hoek, les différences en question s'évanouissent lorsqu'on n'observe que des étoiles situées dans la direction du mouvement de la terre, ou dans la direction opposée, et pareillement lorsqu'on observe au minimum de déviation; dans le premier cas, en effet, le rayon vrai et le rayon relatif ont la même direction, et dans le second cas un

---

[1]) *Recherches astronomiques de l'Observatoire d'Utrecht*, 1ère livr., p. 36.

petit changement de l'angle d'incidence est sans effet sensible sur la déviation.

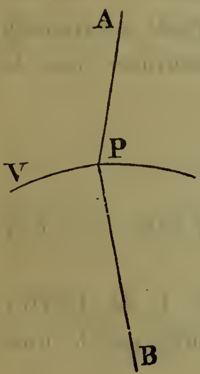
Aussi, c'est à cette dernière propriété que Hoek attribue le résultat négatif de l'expérience d'Arago; selon lui on arriverait à une conclusion différente si l'on n'observait pas au minimum de déviation. Cette opinion est contraire à ma théorie comme à celle de Fresnel. Je ne doute pas qu'Arago ait préféré la déviation minima, parce que cette dernière présente l'avantage que l'erreur qui peut résulter d'une légère rotation accidentelle du prisme est aussi faible que possible. Mais, se fût-il placé sous d'autres conditions, il aurait obtenu toujours le même résultat. Si, un prisme étant invariablement lié dans une position quelconque à une lunette, on dirige celle-ci d'abord de façon que l'image directe d'une étoile se forme en un point déterminé du plan focal de l'objectif, puis de façon que les rayons qui ont traversé le prisme convergent vers ce même point, on trouvera entre les deux positions de la lunette le même angle, quelle que soit l'étoile observée; car les rayons relatifs frapperont toujours le prisme sous le même angle.[1])

[1]) On trouve dans le mémoire de Hoek quelques autres remarques qui se rattachent à sa discussion de l'expérience d'Arago. Premièrement, en traitant de l'action de l'objectif d'une lunette, il compare celui-ci à un système de prismes (*Recherches astron.*, 1ère livr., p. 51), et dit que le mouvement de la terre doit influer sur la déviation subie par les rayons qui frappent les parties périphériques de la lentille. Si l'on se figure la lunette toujours dirigée sur la position vraie d'une étoile, la direction des rayons relatifs incidents dépendra du côté vers lequel se déplace la terre et il en est de même de l'angle sous lequel ces rayons rencontrent une partie déterminée de l'objectif; l'influence qu'un petit changement de cet angle pourrait avoir sur la déviation des rayons périphériques est examinée par Hoek.

Quand on s'en tient à la proposition que les rayons relatifs suivent les lois ordinaires de la réfraction, la chose devient très simple. Car la question de savoir si tous les rayons qui tombent sur l'objectif de la lunette convergeront vers son foyer principal lorsque primitivement ils sont parallèles à l'axe de l'instrument, et si, lorsqu'ils font d'abord un petit angle avec cet axe, une image nette se formera sur un axe secondaire, rentre dans la théorie ordinaire des lentilles.

§ 21. Nous avons montré, au § 15, que lorsque les rayons relatifs convergent vers un point, l'onde lumineuse se contracte en ce point, et nous en avons conclû qu'il s'opère une concentration réelle du mouvement lumineux. Cela serait parfaitement exact si nous avions affaire à des ondes fermées entourant de toutes parts le point de convergence. Mais, nos instruments n'admettant que des ondes qui sont limitées latéralement, il faut, en toute rigueur, avoir recours à la théorie de la diffraction pour décider jusqu'à quel degré la lumière est concentrée en un point unique. Il importe donc d'examiner s'il existe une influence du mouvement de la terre sur les phénomènes de diffraction.

Fig. 15.



Soit (fig. 15) V la surface de séparation entre deux milieux homogènes, et A un point invariablement lié à la terre, et par conséquent immobile dans la figure. Supposons que de A à V la lumière se propage sans que des obstacles latéraux lui fassent subir une diffraction mais que la surface de séparation V, ou la partie transparente de cette surface, soit limitée. Dans le second milieu se produit alors un phénomène de diffraction, et le mouvement, en un

L'autre remarque de Hoek, dont je veux dire un mot, consiste en ceci que la constante de l'aberration doit, à cause de la réfraction atmosphérique, présenter une valeur légèrement variable avec la hauteur de l'astre. Lorsque, en effet, la direction que suit près de la surface de la terre le rayon relatif provenant d'une étoile est comparée avec la direction qu'aurait au même point, si la terre était immobile, le rayon vrai, on reconnaît que l'angle de ces deux directions, à raison de la réfraction atmosphérique, diffère un peu de l'aberration telle qu'elle existerait en l'absence de l'air. La différence est très faible, mais, fût-elle plus grande, on peut éviter la complication qui en résulterait dans la réduction des observations astronomiques; il suffit de faire *d'abord* la correction due à la réfraction, et d'appliquer *ensuite*, à la direction ainsi trouvée pour le rayon relatif en dehors de l'atmosphère, les formules ordinaires de l'aberration.

point quelconque B, est composé des mouvements que laissent passer les différents éléments de V. Pour évaluer les différences de phase avec lesquelles a lieu l'interférence, prenons un point quelconque P de V, et considérons le temps qu'il faut au mouvement lumineux pour se propager de A en P et de là en B. Il se trouve (§ 12) exprimé par:

$$\frac{AP}{A_1} + \frac{PB}{A_2} - \mu\,(\varphi_B - \varphi_A) \,. \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (16)$$

où μ a la signification indiquée au § 13, et où A_1 et A_2 se rapportent au premier et au second milieu.

Quand on calcule la valeur de (16) pour différentes situations du point P, le dernier terme reste toujours le même; les différences de phase des mouvements partiels, au moment où ils se rencontrent en B, sont donc déterminées par les temps

$$\frac{AP}{A_1} + \frac{PB}{A_2}\,,$$

d'où l'on voit qu'elles ont la même valeur que si la terre était immobile.

Il s'ensuit que, dans l'espace situé derrière V, la distribution de l'intensité lumineuse n'est pas modifiée par le mouvement de la terre.

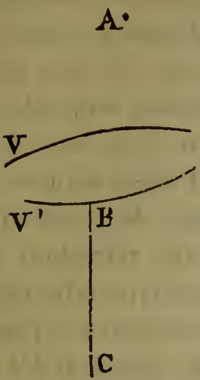
Il n'en est pas de même de la phase des vibrations résultantes. D'après l'équation (16) le temps qu'il faut à chaque vibration partielle pour atteindre le point B se trouve diminué de la quantité

$$\mu\,(\varphi_B - \varphi_A)$$

par le mouvement de la terre; la vibration résultante sera donc avancée, elle aussi, de cette même quantité. Or, ce temps dépendant de la situation de B, les différences de phase que présentent entre elles les vibrations résultantes, aux divers points du second milieu, seront modifiées par le mouvement de la terre.

On doit avoir égard à cette modification lorsque au second milieu succède un troisième qui en est séparé par la surface limite V' (fig. 16). Soit B un point de V', C un point quelconque en arrière de V'. Si la terre était immobile, il existerait en B une vibration, qui, elle-même le résultat de la diffraction précédente, se transmettrait jusqu'à C dans le temps

Fig. 16.



$$\frac{B\,C}{A_3},$$

A_3 étant la valeur de la vitesse A dans le troisième milieu. Quand la terre se meut, ce temps devient

$$\frac{B\,C}{A_3} - \mu\,(\varphi_C - \varphi_B),$$

mais, puisque alors la vibration se trouve déjà avancée en B de $\mu\,(\varphi_B - \varphi_A)$, elle arrive finalement en C avec une avance de temps égale à

$$\mu\,(\varphi_C - \varphi_A).$$

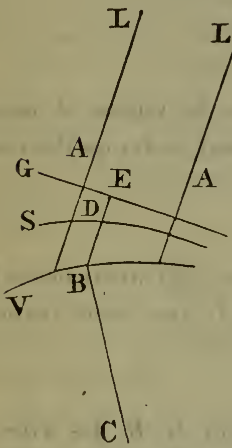
Ce temps étant indépendant de la situation de B, les vibrations partielles se rencontreront de nouveau en C avec les mêmes différences de phase, que la terre se meuve ou non, et la distribution de l'intensité lumineuse dans l'espace derrière V' sera également la même dans les deux cas.

On peut facilement étendre ce résultat au cas d'un nombre quelconque de milieux successifs, et rien n'y est changé si en avant et en arrière d'une surface limite se trouve le même milieu, de sorte qu'on ait affaire à la diffraction ordinaire par une ouverture, ou par un système d'ouvertures. Une diffraction dans la lumière réfléchie peut être traitée de la même manière.

Si, en supposant la terre immobile, on peut considérer le phénomène de diffraction comme revenant à peu près à la concentration de la lumière en un point unique, on peut le faire dans la même mesure, lorsque la terre se déplace.

b. Supposons que sur une partie seulement de la surface limite V (fig. 17) de deux milieux tombe un faisceau de rayons relatifs parallèles $L\,A$, provenant d'une étoile. Si l'air est le premier milieu et qu'on néglige la réfraction atmosphérique ces rayons peuvent avoir la direction dans laquelle ils étaient émis par l'étoile, mais on peut aussi supposer qu'ils aient déjà changé de direction par une réflexion ou une réfraction à des surfaces planes. On comprendra immédiatement que les phénomènes se passeront comme si dans la direction $A\,L$, à une grande distance de V, se trouvait un point lumineux lié à la terre; seulement, pour chaque espèce de lumière que l'étoile nous envoie, ce point devrait exécuter par seconde un nombre de vibrations différant du vrai nombre de vibrations de cette espèce de lumière. Le dernier nombre étant désigné par N, le premier sera donné, d'après ce qu'on a vu au § 11, par l'équation

Fig. 17.



$$N' = N\left(1 - \frac{g\cos\alpha}{A}\right)$$

dans laquelle α est l'angle que fait la direction *primitive* des rayons lumineux avec celle de la vitesse de la terre. En effet, une fois ce nombre calculé pour les rayons relatifs, il ne changera plus de quelque manière qu'ils soient réfléchis ou réfractés.

Si l'introduction d'un point lumineux imaginaire, placé dans la direction $A\,L$ et invariablement lié à la terre, donnait lieu à quelque doute, voici comment on pourrait présenter les choses.

De la manière indiquée au § 15, c, on peut déterminer la forme d'une onde située, dans le premier milieu, près de la surface limite. Si nous prenons pour plan des $x\,y$ un plan G perpendiculaire aux rayons $L\,A$, et que nous dirigions l'axe des z positif du côté vers lequel ces rayons se propagent, une vitesse ayant pour composantes

$$-\varkappa\frac{\partial\varphi}{\partial x},\quad -\varkappa\frac{\partial\varphi}{\partial y},\quad -\varkappa\frac{\partial\varphi}{\partial z}+A$$

doit être normale à l'onde; la forme de cette dernière sera donc déterminée par l'équation:

$$-\varkappa\,\varphi+A\,z=\text{const.},$$

ou

$$-\mu\,\varphi+\frac{z}{A}=C, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

C étant une constante.

Pour trouver maintenant la phase de la vibration qu'un point quelconque C du second milieu reçoit de l'élément B de la surface limite, menons par B une droite parallèle à $A\,L$. Soit D le point où l'onde S est rencontrée par cette droite. Le trajet $D\,B\,C$ sera parcouru par la lumière dans le temps

$$\frac{D\,B}{A_1}+\frac{B\,C}{A_2}-\mu\,(\varphi_C-\varphi_D) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

et comme il y a égalité de phase sur toute l'étendue de l'onde S, c'est des valeurs que prend cette quantité (18) que dépendront les différences de phase avec lesquelles se rencontreront les vibrations qui arrivent en C. Mais, si E est le point de rencontre de la droite $B\,D$ avec le plan G, on a, d'après la formule (17),

$$-\mu\,\varphi_D+\frac{E\,D}{A_1}=C$$

et l'expression (18) devient

$$\frac{E\,B}{A_1}+\frac{B\,C}{A_2}-\mu\,\varphi_C-C.$$

Les deux derniers termes ne changeant pas lorsqu'on prend pour B l'un ou l'autre point de la surface limite, les différences de phase sont déterminées par les termes:

$$\frac{EB}{A_1} + \frac{BC}{A_2}.$$

Or, cette expression représente le temps qu'il faudrait à la lumière, si la terre était immobile et que les lignes LA fussent des rayons vrais, pour se propager du plan G à B et de là au point C. Dans ce cas une onde lumineuse serait dirigée suivant le plan G. Il en résulte que les différences de phase exprimées en unités de temps seraient les mêmes que lorsque la terre se meut et que les lignes LA représentent des rayons relatifs. Si donc la périodicité que présente l'ébranlement dans un point fixe de la figure est également la même dans les deux cas, il y aura aussi égalité entre les différences de phase exprimées en durées de vibration. La distribution de l'intensité lumineuse dans l'espace derrière V sera donc, lorsqu'une étoile émet de la lumière dont N est le nombre de vibrations, la même que si la terre était en repos, que l'étoile se trouvât dans la direction des rayons relatifs et que le nombre des vibrations fût N' (§ 11). Ce résultat peut encore être étendu au cas d'une série de milieux différents.

Les considérations précédentes peuvent être appliquées à la diffraction par les réseaux. Les spectres qu'on obtient par ces derniers ne seront en rien affectés par le mouvement de la terre si l'on fait usage d'une source lumineuse terrestre, mais dans les spectres que nous donne la lumière d'une étoile les raies éprouveront un déplacement conformément au principe de Doppler. Ce déplacement n'existe pas dans le spectre solaire, la distance de la terre au soleil pouvant être regardée comme invariable.

Babinet [1]) et Ångström [2]) furent conduits par leurs consi-

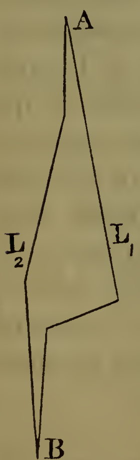
[1]) *Comptes rendus*, T. 56, p. 415.

[2]) Pogg. *Ann.*, T. 123, p. 500.

dérations théoriques à une conclusion différente, conclusion que le second de ces physiciens crut trouver confirmée, quoique d'une manière peu certaine, par ses mesures des longueurs d'onde de la lumière solaire. Cependant M. Mascart [1]), en soumettant la question à une nouvelle étude expérimentale, n'a pu constater aucune influence du mouvement de la terre sur les spectres de réseau de la lumière solaire. Il a reconnu, par la comparaison directe de la lumière solaire et de celle d'une source terrestre, que les raies correspondantes des spectres présentent la même déviation.

§ 22. L'interférence de la lumière donne lieu à des remarques analogues à celles que nous avons faites au sujet de la diffraction. Les phénomènes ne seront pas modifiés par le mouvement de la terre si l'on fait usage d'une source lumineuse terrestre; et quand on opère sur les rayons d'une étoile, il ne se produira d'autre changement que celui qui résulte de la modification, suivant le principe de Doppler, de la durée de vibration. Soit, pour justifier la première assertion, A (fig. 18) un point lumineux lié à la terre, et supposons que les vibrations atteignent le point B par deux chemins différents. Pour simplifier, nous admettrons que ni sur l'un ni sur l'autre de ces chemins la propagation de A vers B ne soit troublée par la diffraction; nous supposerons donc que, en appliquant de la manière exposée aux §§ 12 et 13 le principe de Huygens, on trouve pour chacun des deux chemins des ondes suffisamment larges dont les bords soient à quelque distance de B. Nous pouvons alors mener de A à B deux rayons relatifs, que nous désignerons par L_1 et L_2. Ces rayons peuvent changer une ou plusieurs fois de direction par une réflection ou une réfraction, en obéissant toujours aux lois ordinaires de l'optique.

Fig. 18.



[1]) *Ann. de l'Ecole normale*, 2e Sér., T. 1, p. 166, 188.

Si l'on voulait considérer aussi des milieux non homogènes, les rayons pourraient être composés de lignes courbes. Quoi qu'il en soit, si $d s_1$ représente un élément de L_1, le temps nécessaire pour le parcours de cet élément avec la vitesse B (§ 12) est:

$$\frac{d s_1}{A} - \mu \frac{\partial \varphi}{\partial s_1} d s_1 ,$$

et par conséquent le temps nécessaire pour le rayon entier:

$$\int \frac{d s_1}{A} - \mu (\varphi_B - \varphi_A).$$

Comme, pour L_2, on obtient de la même manière l'expression

$$\int \frac{d s_2}{A} - \mu (\varphi_B - \varphi_A),$$

on voit que la différence des deux temps est indépendante des potentiels de vitesse, et par conséquent du mouvement de la terre.

Babinet [1]) a le premier démontré par une expérience cette indépendance d'un phénomène d'interférence du mouvement de la terre; après lui Hoek [2]) et M. Ketteler [3]) ont exécuté des expériences analogues. Plusieurs physiciens, entre autres M. Stokes et M. Veltmann, ont démontré que le résultat de ces recherches était à prévoir d'après la théorie de Fresnel.

§ 23. L'explication que viennent de recevoir, dans ce qui précède, un certain nombre de phénomènes repose, pour la plupart d'entre eux, sur la supposition faite sur le coefficient d'entraînement. Cette supposition fut justifiée dans une certaine mesure par l'expérience connue de M. Fizeau [4]), dans laquelle interféraient des rayons qui avaient traversé des tubes par lesquels passait un courant d'eau. Le résultat de cette expérience prouvait, en effet, que les ondes lumineu-

---

1) *Comptes rendus*, T. 9, p. 774.

2) *Versl. en Meded.*, 2e reeks, Deel II, p. 189; *Arch. néerl.*, T. 3, p. 180.

3) *Astron. Undulationstheorie*, p. 67.

4) *Comptes rendus*, T. 83, p. 349; Pogg. *Ann.*, Erg. 3, p. 457.

ses ne participent que partiellement au mouvement du milieu et les valeurs numériques que M. Fizeau obtint sont telles qu'on pouvait le prévoir d'après la valeur admise pour le coefficient d'entraînement. Cependant, avec les moyens dont M. Fizeau disposait, il était impossible d'arriver à une détermination précise du coefficient.

Deux physiciens américains, M.M. Michelson et Morley [1]), ont récemment répété l'expérience sur une plus grande échelle. D'après leurs mesures le coefficient d'entraînement possède, dans le cas de l'eau, la valeur 0,434, avec une erreur possible de $\pm$ 0,02. La quantité $1 - \frac{1}{n^2}$ s'élevant pour l'eau à 0,437, l'accord avec l'hypothèse de Fresnel est très satisfaisant.

Pour faire intervenir dans la détermination du coefficient des vitesses plus considérables on choisira des phénomènes dans lesquels la vitesse de la terre pourrait jouer un rôle. En vérité, toute expérience telle que celles d'Arago et de Boscovich, ou l'observation de tout phénomène d'interférence dans lequel une certaine étendue d'une matière transparente est parcourue dans une direction faisant tantôt l'un tantôt l'autre angle avec la vitesse de la terre, peut servir à la détermination des coefficients k et $\varkappa$. Or, toutes ces expériences ont conduit à la valeur $k = 1 - \frac{1}{n^2}$ qui peut cependant être affectée d'une erreur qu'on évaluera par une discussion détaillée de chaque expérience.

Il importe d'ailleurs, évidemment, de savoir jusqu'à quel point l'équation $k = 1 - \frac{1}{n^2}$ s'applique à chaque couleur séparément [2]); de savoir aussi ce que devient cette relation pour les corps biréfringents. Au sujet de cette dernière question, M. Mascart [3]) a fourni des données importantes par

---

[1]) *American Journal of Science*, 3d ser., Vol. 31, p. 377.

[2]) Veltmann, Pogg. *Ann.*, T. 150, p. 529.

[3]) *Ann. de l'Ecole norm.*, 2e sér., T. 1, p. 191.

ses expériences sur les phénomènes d'interférence qui se produisent quand des plaques épaisses de spath d'Islande taillées parallèlement à l'axe sont traversées par la lumière polarisée. Ces phénomènes ont de nouveau été trouvés indépendants du mouvement de la terre.

Dans tous les cas que nous venons de passer en revue, le degré d'exactitude avec lequel on peut déterminer le coefficient d'entraînement dépend de la grandeur de la vitesse que l'éther possède par rapport à la matière pondérable. La signification, par exemple, des expériences d'Arago et de Boscovich n'est pas la même dans une théorie qui suppose l'éther en repos absolu, et dans une autre qui le fait participer plus ou moins au mouvement de la terre. Dans la théorie originelle de M. Stokes, aucune de ces expériences ne peut conduire à quelque conclusion au sujet du coefficient d'entraînement.

Ce sera la tâche de la théorie de la lumière de rendre compte de la valeur que les observations fournissent pour le coefficient d'entraînement. Pour y réussir elle devra montrer d'abord qu'il peut être question d'un tel coefficient. On devra indiquer le mécanisme par lequel la perturbation d'équilibre, qui d'abord existe en un point P (fig. 9), que ce soit dans l'éther ou dans la matière pondérable, ne se trouve plus, au bout du temps dt, que dans l'éther et la matière pondérable qui occupent alors la surface d'une sphère ayant pour centre P'.

§ 24. La question de savoir si l'éther prend part ou non au mouvement de la terre, ne saurait être tranchée par les phénomènes dont nous avons parlé jusqu'ici. En effet, ils se laissent expliquer tout aussi bien par les hypothèses du § 8 qui permettent un mouvement de l'éther, que par la théorie de Fresnel, avec laquelle ce mouvement est incompatible. Si l'on ne voulait avoir égard qu'aux considérations qui précèdent, rien n'empêcherait d'admettre que les corps opaques sont imperméables à l'éther, de sorte que, dans un tuyau de lunette par exemple, l'éther partagerait presque complètement le mouvement de la terre.

Mais d'autres considérations peuvent être invoquées. Lorsqu'on incline un tube barométrique, de manière que le mercure vienne le remplir en entier, l'éther qui se trouvait au-dessus du mercure doit s'être échappé à travers le métal, ou à travers le verre, à moins qu'il ne se soit frayé un passage entre le mercure et la paroi. La même expérience pourrait être faite avec un tube barométrique opaque, en métal, par exemple. Ou, pour citer un autre cas, lorsqu'un accroissement de la pression atmosphérique comprime la boîte élastique d'un baromètre métallique, une partie de l'éther inclus doit sortir de la boîte, à travers la paroi. En effet, pour des raisons qu'il est superflu de mentionner ici, nulle théorie n'admettra la compressibilité de l'éther.

En face de phénomènes de ce genre, tous les physiciens accorderont, je crois, la perméabilité pour l'éther même aux corps opaques, du moins lorsque ceux-ci ont une épaisseur telle qu'ils la présentent dans nos expériences. Et alors on n'a plus à choisir qu'entre deux possibilités. Ou bien la terre entière est, elle aussi, complètement perméable, ou bien les corps opaques, perméables sous les dimensions dont il vient d'être parlé, ne le sont plus sous une épaisseur des milliers de fois plus grande.

A quelques-uns, la seconde de ces deux hypothèses semblera peut-être la plus acceptable. Si, en effet, on attribue aux atomes de la matière ordinaire une certaine étendue, et qu'on admette que là où se trouve un pareil atome il ne saurait y avoir d'éther, il ne pourra plus être question d'une perméabilité complète des corps pondérables, dès qu'ils possèdent une épaisseur suffisamment grande.

Il me semble, toutefois, que l'autre manière de voir est au moins aussi simple, sinon plus simple. Il est possible que ce que nous appelons un atome puisse bien dûment occuper la même place qu'une partie de l'éther, que par exemple un atome ne soit autre chose qu'une modification locale dans l'état de ce milieu, et alors on pourrait comprendre qu'un atome pût se mouvoir sans que l'éther environnant fût entraîné. En adoptant cette manière de voir, on revient à la théorie de Fresnel; les considérations précédentes n'ont alors, à part la simplification des raisonnements, d'autre utilité que de faire ressortir que ce ne sont pas les phénomènes de l'aberration qui nous imposent cette théorie.

Quoi qu'il en soit, on fera bien, à mon avis, de ne pas se laisser guider, dans une question aussi importante, par des considérations sur le degré de probabilité ou de simplicité de l'une ou de l'autre hypothèse, mais de s'adresser à l'expérience pour apprendre à connaître l'état, de repos ou de mouvement, dans lequel se trouve l'éther à la surface terrestre.

§ 25. Je n'ai connaissance que de deux recherches expérimentales qui se rapportent à cette question.

En premier lieu, M. Fizeau [1]) a trouvé que le mouvement de la terre a une influence sur la rotation imprimée au plan de polarisation par des piles de glaces. Aucune objection ne saurait être faite, me semble-t-il, à la conclusion de ce savant, savoir, que près de la surface de la terre l'éther n'est pas en repos par rapport à celle-ci, mais, à mon avis, il n'a pas été démontré par ces expériences que la vitesse relative de l'éther soit précisément égale à la vitesse de la terre. Je n'entrerai pas ici dans la discussion de ces observations cette discussion devant être basée sur une étude de la modification que subissent, par suite du mouvement de la matière pondérable, les conditions qui, à la surface des corps, déterminent la réflexion et la réfraction.

En second lieu, une ingénieuse expérience d'interférence a été exécutée par M. Michelson [2]), et a conduit ce savant à une conclusion diamétralement opposée à celle de M. Fizeau.

M. Michelson fait observer que, si l'éther n'est pas entraîné par la terre, le temps employé par la lumière pour aller d'un point A à un point B, tous les deux liés à la terre, et

[1]) *Ann. de chim. et de phys.*, 3e Sér. T. 58, p. 129.

[2]) *American Journ. of Science*, 3d Ser., Vol. 22, p. 120.

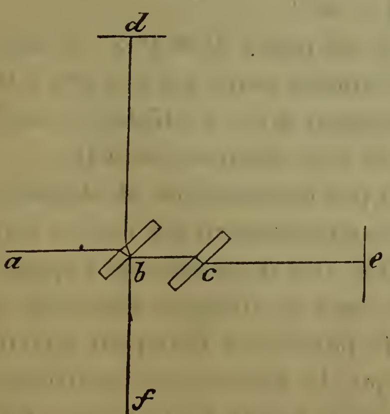
pour revenir ensuite de B en A, doit dépendre de l'angle que la ligne AB fait avec la direction du mouvement de notre globe. Si D est la distance AB, A la vitesse de la lumière, g celle de la terre, on a, dans le cas où cette dernière est dirigée de A vers B, pour le temps exigé pour l'aller $\frac{D}{A-g}$, et pour celui nécessaire au retour $\frac{D}{A+g}$, de sorte que la somme des deux temps devient $\frac{2AD}{A^2-g^2}$, ou, à très peu près, $\frac{2D}{A} + 2D\frac{g^2}{A^3}$. Dans le cas, au contraire, où g est perpendiculaire à AB, l'aller et le retour auraient lieu, d'après M. Michelson, dans le temps $\frac{2D}{A}$. La différence,

$$\tau = 2D\frac{g^2}{A^3},$$

sera, lorsque D est de 1 mètre, une fraction non négligeable de la durée de vibration; une expérience dans laquelle interfèrent deux rayons qui, l'un dans la direction de g, l'autre perpendiculairement à g, ont parcouru, dans les deux sens, la distance D, devra déceler cette différence.

M. Michelson a réalisé l'interférence en question au moyen d'un appareil qui présente quelque analogie avec le réfracteur interférentiel de Jamin. Deux glaces de même épaisseur, b et c (fig. 19), étaient placées, parallèlement l'une à l'autre, dans une position verticale. Sur la première tombaient des rayons horizontaux ab, dont une partie était réfléchie à la face postérieure de la glace suivant bd, une autre partie étant transmise suivant bce. Le rayon réfléchi et le rayon

Fig. 19.



transmis tombaient perpendiculairement sur les miroirs d'argent d et e, et revenaient donc par les mêmes chemins en b, où maintenant le rayon $d\,b$ était transmis, tandis que $e\,c\,b$ était réfléchi au même côté de la glace où avait eu lieu la première réflexion. Les rayons $b\,f$ étaient reçus dans une lunette, dans laquelle on observait une image semblable à celle que donne le réfracteur interférentiel.

L'appareil entier, y compris la source lumineuse et la lunette, pouvait tourner autour d'un axe vertical, ce qui permettait, lorsque les expériences étaient faites à un temps convenable, d'amener alternativement le bras $b\,d$ et le bras $b\,e$ dans la direction du mouvement de la terre. Suivant M. Michelson, par le passage d'une de ces positions à l'autre, le temps employé à l'aller et au retour de la lumière serait, pour l'un des bras, augmenté de

$$2\,D\,\frac{g^2}{A^3},$$

tandis que pour l'autre il serait diminué de la même quantité, D représentant la longueur des bras. Par la rotation de l'appareil, la différence de phase des rayons interférents subirait donc un changement qui, exprimé en temps de vibration, peut être représenté par

$$4\,\frac{D}{\lambda}\cdot\frac{g^2}{A^2},$$

λ étant la longueur d'onde. Si on prend $D = 1^{m},2$, la valeur de cette expression pour la lumière jaune est environ 0,08. Les franges d'interférence devraient donc se déplacer, par la rotation, de la fraction 0,08 de leur distance mutuelle.

En réalité, la chose est un peu moins simple. M. Michelson exécutait ses expériences au commencement du mois d'avril. Si alors, vers l'heure de midi, les deux bras de l'appareil sont alternativement amenés dans la direction Est-Ouest, le changement des différences de phase sera plus petit qu'il n'a été trouvé ci-dessus, parce que la direction du mouvement de la terre n'est pas contenue dans le plan des deux bras, mais fait un certain angle avec ce plan. M. Michelson calcule qu'à raison de cette circonstance le déplacement des franges que nous exprimerons toujours en prenant pour unité leur distance mutuelle doit être réduite à 0,048.

D'un autre côté, quand on adopte la théorie de Fresnel, il est naturel d'admettre que l'éther qui n'est pas affecté par le mouvement annuel de la terre n'est entraîné non plus par le système solaire dans son mouvement par rapport aux étoiles, et que, par conséquent, la vraie vitesse relative de la terre par rapport à l'éther s'obtiendra si l'on compose la vitesse de la terre sur son orbite avec celle que possède le système solaire. Or, les résultats trouvés au sujet de ce dernier mouvement indiquent que, à l'époque où opérait M. Michelson, la résultante avait une direction et une grandeur très favorables à l'effet cherché, de sorte qu'on aurait même pu s'attendre à un déplacement de 0,16. Il est vrai que le mouvement du système solaire relativement à l'éther de l'espace céleste ne nous est pas connu avec certitude, mais, eu égard aux nombres 0,048 et 0,16, M. Michelson croyait pouvoir compter en tout cas sur un déplacement des franges d'interférence ne différant pas beaucoup de 0,1.

La position des franges fut déterminée au moyen d'un micromètre oculaire, consistant en une lame de verre divisée. La distance mutuelle des bandes était de 3 divisions de l'échelle, et comme la position de la frange obscure centrale se déterminait à $\frac{1}{4}$ d'une division près, chaque lecture, exprimée dans l'unité que nous avons choisie, était exacte à $\frac{1}{12}$ près. On pouvait estimer la moitié de cette dernière fraction.

Quatre séries d'expériences furent faites, dans chacune desquelles on faisait exécuter à l'appareil 5 tours complets, en procédant par angles de 45°, de sorte que 5 lectures de la position de la frange centrale étaient effectuées pendant que le bras $b\,d$ avait la direction nord, autant lorsqu'il avait la direction nord-est, et ainsi de suite.

Si l'on prend dans la première série la moyenne de toutes les lectures obtenues pendant que $b\,d$ avait la direction nord ou sud, et pareillement la moyenne de toutes les lectures correspondant à une direction ouest ou est de $b\,d$, la différence de ces moyennes, c'est-à-dire le déplacement de la frange centrale qui devrait être attribué à ce que $b\,d$ passait de la direction sud ou nord à la direction ouest ou est, est trouvée égale à + 0,017. De la même manière, les autres séries donnent: — 0,025, + 0,030, + 0,067. La moyenne de ces résultats est + 0,022.

En comparant, au contraire, les positions que prend la frange centrale lorsque le bras $b\,d$ était amené dans la direction nord-est ou dans la direction sud-ouest, on obtient pour les 4 séries les différences: + 0,050, — 0,033, + 0,030, + 0,087; en moyenne: + 0,034.

Des deux différences + 0,022 et + 0,034, la première est trop faible pour qu'on puisse y voir le déplacement cherché, et la seconde aurait dû être 0. Les différences doivent être regardées comme des erreurs d'observation, ce qui s'accorde d'ailleurs avec ce qui a été dit sur le degré d'exactitude des lectures. En outre, les déplacements observés montraient une marche régulière, mais dont la loi était différente de celle que suivrait le phénomène supposé.

M. Michelson conclut donc que la rotation de l'appareil ne détermine aucun déplacement des franges d'interférence, que la théorie de Fresnel doit être abandonnée, mais que la théorie originelle de M. Stokes est confirmée par l'observation.

§ 26. A l'encontre de ces conclusions, je crois pouvoir remarquer que, suivant la théorie de Fresnel, le déplacement des franges n'aurait pas la valeur calculée par M. Michelson, mais seulement une valeur moitié moindre.

Pour le montrer, nous reprendrons l'examen de l'influence que le mouvement de la terre exerce sur la différence de phase dans un phénomène d'interférence, mais nous le reprendrons en ayant égard, cette fois, aux quantités qui, par rapport à $\frac{g}{A}$, sont du second ordre; de cet ordre est en effet, d'après le paragraphe précédent, l'action cherchée par M. Michelson. Dans cet examen nous partirons des hypothèses du § 8; il sera facile ensuite de revenir à la théorie de Fresnel.

Il convient d'observer, en premier lieu, que lorsqu'on tient compte de la seconde puissance de la vitesse de la terre et de celle de l'éther, la démonstration, donnée au § 12, de la rectilignité d'un rayon lumineux cesse d'être applicable, et que les rayons relatifs n'obéiront plus aux lois ordinaires de la réflexion et de la réfraction. Si donc, pour la terre supposée immobile, L_1 (fig. 18) est un rayon qui se propage de A à B en subissant un nombre quelconque de réflexions et de réfractions, pour la terre en mouvement le rayon de A à B s'écartera de ce chemin; soit L_1' ce nouveau rayon. La forme en est déterminée par la condition que, de tous les chemins qui mènent de A à B et qui ont un point commun avec chacune des surfaces réfléchissantes ou réfringentes, le chemin L_1' soit celui pour lequel le temps

$$\tau = \int \frac{d\,s}{B}$$

devient minimum. Par B il faudra entendre ici la valeur donnée dans la formule (6) du § 12. Pour L_1' il faut donc que

$$\tau = \int \frac{d\,s}{A + \varkappa\,\varrho\,\cos\theta - \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{2\,A}\,\sin^2\theta}$$

devienne minimum.

A la place de cette expression nous pouvons écrire

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3\,,$$

en posant:

$$\tau_1 = \int \frac{d\,s}{A}\,,\quad \tau_2 = -\int \frac{\varkappa\,\varrho\,\cos\theta}{A^2}\,d\,s = -\,\mu\,(\varphi_B - \varphi_A),$$

$$\tau_3 = \tfrac{1}{2}\int \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{A^3}\,(1 + \cos^2\theta)\,d\,s \;\ldots\ldots\; (19)$$

Comme τ_2 a la même valeur pour tous les chemins allant de A à B, c'est la quantité

$$\tau_1 + \tau_3$$

qui doit devenir minimum pour L_1'.

Il semble difficile de déduire de cette condition quelque chose de général touchant la forme de L_1'; mais pour l'objet que nous avons en vue, le raisonnement suivant peut suffire.

Lorsque les milieux, les surfaces réfléchissantes et réfringentes et les points A et B sont donnés, L_1 est entièrement déterminé; L_1' le sera également, dès qu'on connait le mouvement de l'éther. Supposons L_1 et L_1' connus. Nous comparerons alors ces chemins, non pas avec *tous* les autres qui conduisent de A à B, mais seulement avec *quelques-uns* d'entre eux. Je choisirai ces derniers de la manière suivante.

Sur la ligne L_1 je prends entre A et B une infinité d'autres points, et sur L_1' des points en nombre égal; les points qui, comptés à partir de A, ont sur les deux chemins le même numéro d'ordre, seront désignés comme des points homologues. La seule restriction que je mette, c'est que les points où L_1 et L_1' rencontrent une même surface réfléchissante ou réfringente doivent être des points homologues.

Par chaque couple de points homologues P et P' je fais passer une ligne quelconque, mais telle que sa forme varie d'une manière continue à mesure que P et P' s'éloignent de A, et que, lorsque P et P' sont situés sur une même surface réfléchissante ou réfringente, la ligne PP' tout entière tombe dans cette surface. Si l'on prend maintenant sur chaque ligne PP' un point p, de telle sorte qu'entre les distances mesurées le long de cette ligne existe la relation $Pp = \varepsilon \times PP'$, ε ayant pour toutes les lignes PP' la même valeur, la ligne l, sur laquelle se trouvent tous les points p, est un des chemins que je comparerai avec L_1 et L_1'.

Tous ces chemins s'obtiennent si l'on attribue successivement à ε différentes valeurs. Dans le cas où $0 < \varepsilon < 1$, la ligne l

est située entre L_1 et L_1'. Si, au contraire, la valeur de ε surpasse l'unité le point p se trouve sur le prolongement de $P\,P'$ du côté de P', et le chemin l s'écarte de L_1 plus que ne le fait L_1'. Une valeur négative de ε indiquera que le point p se trouve sur le prolongement de $P\,P'$ du côté de P.

Dans le faisceau des chemins ainsi définis, chacun d'eux peut être déterminé par une seule variable. Comme telle pourrait servir le nombre ε; je prendrai toutefois une autre quantité qui dépend de ε.

A cet effet, parmi tous les points P de L_1 j'en choisis un, par exemple le point où le rayon rencontre la première surface réfléchissante ou réfringente. Je désignerai par ξ la longueur de la ligne menée de ce point au point homologue P' et je déterminerai un chemin l par le segment $P\,p = x$ qu'il intercepte sur $P\,P'$. Pour L_1 on a alors $x = 0$, pour L_1', $x = \xi$, et en général $x = \varepsilon\,\xi$. Supposons la quantité ξ positive; x peut être positif ou négatif.

Toute grandeur qui a rapport à l'un des chemins l sera maintenant une fonction de x; il en sera ainsi, par exemple, de τ_1 et de τ_3. Comme d'ailleurs ξ et toutes les autres valeurs de x que nous avons à considérer sont des quantités très petites, τ_1 et τ_3 peuvent être développés d'après le théorème de MacLaurin. En mettant entre parenthèses les valeurs pour $x = 0$, c'est-à-dire celles qui se rapportent au chemin L_1, on trouve

$$\tau_1 = (\tau_1) + x\left(\frac{\partial\,\tau_1}{\partial\,x}\right) + \tfrac{1}{2}\,x^2\left(\frac{\partial^2\,\tau_1}{\partial\,x^2}\right) + \ldots$$

$$\tau_3 = (\tau_3) + x\left(\frac{\partial\,\tau_3}{\partial\,x}\right) + \ldots$$

Mais, τ_1 devenant un minimum pour le rayon L_1, la quantité $\left(\frac{\partial\,\tau_1}{\partial\,x}\right)$ s'annule. Par conséquent, pour $x = \xi$, l'expression

$$\tfrac{1}{2}\,x^2\left(\frac{\partial^2\,\tau_1}{\partial\,x^2}\right) + \ldots + x\left(\frac{\partial\,\tau_3}{\partial\,x}\right) + \ldots$$

doit devenir minimum. On en déduit la relation

$$\xi\left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2}\right)+\ldots+\left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right)+\ldots=0, \ldots \quad (20)$$

où les termes omis contiennent des puissances de ξ supérieures à celles que contient le terme qui les précède.

Or, d'après la formule (19), τ_3 et $\left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right)$ sont de l'ordre $\frac{\varrho^2}{A^2}$, tandis que τ_1 et $\left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2}\right)$ ne contiennent pas le facteur $\frac{\varrho}{A}$. Il suit donc de l'équation (20) que ξ est de l'ordre $\frac{\varrho^2}{A^2}$, ce qui rend très simple l'expression $\tau_1 + \tau_3$ pour le rayon L_1', c'est-à-dire pour $x = \xi$. Car alors dans le développement de τ_1 le terme $\frac{1}{2}\xi^2\left(\frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x^2}\right)$ est déjà du quatrième ordre par rapport à $\frac{\varrho}{A}$ ou $\frac{g}{A}$ et il en est de même du terme $\xi\left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right)$ dans le développement de τ_3. En se bornant aux termes du second ordre, on peut donc écrire pour L_1'

$$\tau_1 + \tau_3 = (\tau_1) + (\tau_3),$$

c'est-à-dire que, pour calculer le temps que la lumière emploie pour aller de A à B, on peut, au lieu du chemin réel L_1', continuer à prendre le chemin L_1 qu'elle suivrait si la terre était immobile.

Nous avons supposé, ci-dessus, que $\left(\frac{\partial \tau_3}{\partial x}\right)$ n'est pas 0. S'il en était autrement, $\xi = 0$ satisferait à l'équation (20), de sorte qu'on trouverait immédiatement le résultat auquel nous venons de parvenir.

Revenons aux phénomènes d'interférence. Si, dans la fig. 18, un élément de L_1 est désigné par $d s_1$, le temps nécessaire à la lumière pour aller par ce chemin de A à B sera représenté par

$$\int \frac{d s_1}{A} - \mu\,(\varphi_B - \varphi_A) + \frac{1}{2}\int \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{A^3}\,(1 + \cos^2\theta)\, d s_1 .$$

Pour le second chemin, L_2, le temps analogue est

$$\int \frac{d\,s_2}{A} - \mu\,(\varphi_B - \varphi_A) + \tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{A^3}\,(1 + cos^2\,\theta)\,d\,s_2\,,$$

et la différence de phase, avec laquelle a lieu l'interférence en B, devient, exprimée en unités de temps,

$$\int \frac{d\,s_1}{A} - \int \frac{d\,s_2}{A} + \tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{A^3}\,(1 + cos^2\,\theta)\,d\,s_1 - \tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{A^3}\,(1 + cos^2\,\theta)\,ds_2.$$

Comme les deux premiers termes représentent la différence de phase qui existerait si la terre était immobile, l'expression

$$\tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{A^3}\,(1 + cos^2\,\theta)\,d\,s_1 - \tfrac{1}{2} \int \frac{\varkappa^2\,\varrho^2}{A^3}\,(1 + cos^2\,\theta)\,d\,s_2$$

détermine le changement apporté à cette différence par le mouvement de la terre.

Lorsque les rayons interférents se propagent dans l'air, on peut, du moins avec une erreur très petite, poser $\varkappa = 1$. Si, de plus, on admet la théorie de Fresnel, la vitesse relative ϱ de l'éther par rapport à la terre est partout égale et opposée à la vitesse g de la terre elle-même. L'expression trouvée devient alors

$$\frac{g^2}{2\,A^3} \left[\int (1 + cos^2\,\theta)\,d\,s_1 - \int (1 + cos^2\,\theta)\,d\,s_2 \right], \quad . \; (21)$$

où A est la vitesse de la lumière dans l'air, tandis que par θ doit être entendu l'angle qu'un élément du rayon lumineux forme avec la direction du mouvement de la terre. Quand l'appareil de M. Michelson est placé de manière qu'un des bras se trouve dans cette direction, les deux chemins suivis par la lumière ne diffèrent qu'en ce que dans l'un entre une partie $2\,D$ pour laquelle $cos^2\,\theta = 0$, dans l'autre une partie de même longueur, pour laquelle $cos^2\,\theta = 1$. Si le premier de ces deux chemins est pris pour L_1, l'expression (21) devient donc

$$-D\frac{g^2}{A^3}.$$

L'appareil étant ensuite tourné d'un angle de 90°, on aura pour le premier chemin $cos^2\,\theta = 1$, pour le second $cos^2\,\theta = 0$, et la quantité (21) deviendra

$$+D\frac{g^2}{A^3},$$

de sorte que la rotation produit dans la différence de phase un changement représenté par $2\,D\frac{g^2}{A^3}$ ou, en temps de vibration, par

$$2\frac{D}{\lambda}\frac{g^2}{A^2},$$

un changement, par conséquent, qui n'est que la moitié de celui auquel s'était attendu M. Michelson.

Si l'on cherche en quoi les raisonnements de ce physicien s'éloignent de ceux que nous venons d'exposer, on reconnaît que les deux argumentations concordent en ce qui regarde le double parcours de la distance D dans la direction du mouvement de la terre, mais qu'elles diffèrent l'une de l'autre pour ce qui concerne le bras placé perpendiculairement à cette direction. D'après les formules du présent paragraphe, la lumière, pour faire dans les deux sens un trajet D perpendiculaire à la direction du mouvement de la terre, emploie le temps

$$\frac{2\,D}{A}+D\frac{g^2}{A^3}, \qquad (22)$$

tandis que M. Michelson évalue ce temps à $\frac{2\,D}{A}$.

L'inexactitude de cette évaluation ressort encore des considérations suivantes. Lorsque (fig. 19) $b\,e$ a la direction dans laquelle se déplace la terre, c'est un rayon lumineux *relatif* qui se propage au miroir d suivant la ligne $b\,d$ et revient par le même chemin en b. Le rayon lumineux vrai — et c'est celui-ci qui dans la théorie de Fresnel marche avec la vitesse A — suit un autre chemin; il fait avec $b\,d$ un angle égal à la constante de l'aberration, se trouvant, avant la réflexion sur le miroir, d'un côté de $b\,d$, et après cette réflexion, de l'autre côté. C'est ainsi qu'il atteint de nouveau le point b qui s'avance avec la terre.

Si t et t' indiquent les instants où une vibration subit les réflexions en b et en d, et si t'' se rapporte au moment où elle atteint de nouveau la glace b, on doit, dans une figure qui reste immobile dans l'espace, distinguer les lieux b, b' et b'' du point b aux instants t, t' et t'', et le lieu d' de d au moment t'. Les points b, d' et b'' sont alors les sommets d'un triangle isocèle dont les deux côtés égaux sont parcourus avec la vitesse A. La hauteur du triangle étant D, on trouve pour la somme des côtés égaux

$$2\sqrt{D^2 + b\,b'^2}\,,$$

ou, approximativement,

$$2\,D + \frac{b\,b'^2}{D}\,.$$

En négligeant des quantités d'ordre supérieur, on peut dire que $b\,b'$ est le chemin parcouru par la glace b pendant que la lumière se propage par la distance D. On a donc $b\,b' = g\,\frac{D}{A}$; la somme des côtés égaux du triangle devient

$$2\,D + D\,\frac{g^2}{A^2}\,,$$

et le temps nécessaire pour parcourir ce chemin,

$$\frac{2\,D}{A} + D\,\frac{g^2}{A^3}\,,$$

résultat conforme à celui qui est exprimé par la formule (22).

On voit, par ce qui précède, que, dans l'expérience de M. Michelson, même en faisant les hypothèses les plus favorables à l'effet cherché, on ne pouvait s'attendre à un déplacement des franges d'interférence égal à 0,16, mais seulement à un déplacement de 0,08. Ce déplacement serait donc tout au plus égal à la quantité de laquelle on peut encore être sûr dans la détermination de la position de la frange centrale. Si le mouvement du système solaire ne contribuait pas à l'effet, ou n'y contribuait pas dans la mesure supposée, le déplacement des franges tomberait au-dessous de cette quantité.

Il reste donc douteux, à mon avis, que l'hypothèse de Fresnel soit réfutée par l'expérience de M. Michelson. En tout cas, on ne pourra conclure de cette expérience que l'éther, comme le veut la théorie originelle de M. Stokes, suive entièrement le mouvement de la terre. Car ce n'est pas seulement entre cette théorie et celle de Fresnel qu'il s'agit de décider. La vitesse relative de l'éther par rapport à la terre peut avoir, non-seulement les valeurs 0 et g, mais beaucoup d'autres valeurs. Or, si cette vitesse était par exemple $= \frac{1}{2} g$, ce qui ne saurait être jugé impossible, le déplacement proportionnel au carré de la vitesse, que les franges subiraient par une rotation de l'appareil de M. Michelson, serait, à coup sûr, complètement insensible.