SEP 3 1898

ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

Sciences exactes et naturelles.

SUR LA POLARISATION PARTIELLE DE LA LUMIÈRE ÉMISE PAR UNE SOURCE LUMINEUSE DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE

PAR

H. A. LORENTZ.

§ 1. Peu de temps après la publication des recherches de M. ZEEMAN [1]) sur l'émission lumineuse dans un champ magnétique, MM. EGOROFF et GEORGIEWSKY [2]) ont communiqué les résultats de quelques expériences faites à propos de ces recherches. M. ZEEMAN avait découvert comment les raies spectrales d'une source lumineuse se modifient quand elle est exposée à des forces magnétiques; il avait observé que dans la lumière émise perpendiculairement aux lignes de force une raie unique est remplacée par un triplet, et il avait constaté l'état de polarisation des trois composantes. Les deux physiciens russes de leur côté ont expérimenté sans appareil spectral; ils ont ainsi trouvé que la lumière émise dans la direction que nous indiquions ci-dessus est partiellement polarisée. Comme il n'était pas possible de dire immédiatement quel rapport il y a entre ce phénomène et celui observé par M. ZEEMAN, j'ai répété quelques expériences de MM. EGOROFF et GEORGIEWSKY, en y ajoutant quelques autres, afin de soumettre à l'épreuve une idée que je m'étais faite de la nature du phénomène.

Je me suis servi d'abord d'un polariscope de SAVART avec une lame de tourmaline comme analyseur. Plus tard j'ai fait usage de la partie oculaire d'un polaristrobomètre de WILD. Cet appareil contient un polariscope de SAVART avec un prisme de NICOL comme analyseur, et de plus une petite lunette avec réticule visant à l'infini. En dirigeant cet appareil, auquel je donnerai le nom de polariscope, vers une source

[1]) Zittingsversl. der Akad. v Wet. V, pp. 181, 242; VI, p. 99; Phil. Mag. XLIII, p. 226; XLIV, pp. 55, 255.

[2]) Comptes-rendus, 5 avril, 3 mai et 5 juillet 1897.

lumineuse de quelque étendue, on ne voit rien de particulier, tant que les rayons ne sont pas polarisés; mais dès que la lumière est polarisée totalement ou en partie, et que le plan de polarisation n'a pas certaines positions spéciales, on voit paraître dans le champ un système de franges d'interférence, qui dans mes expériences étaient horizontales.

J'ai donné à l'axe du polariscope une direction horizontale et les franges s'observaient le plus distinctement quand le plan de polarisation était horizontal ou vertical. Ce sont là les seuls cas que je considérerai. Si la polarisation est complète, les franges obscures sont parfaitement noires dans la lumière homogène. Elles deviennent moins distinctes, si la lumière incidente n'est que partiellement polarisée.

J'ai muni un grand électro-aimant de RÜHMKORFF, dont l'axe était horizontal comme d'habitude, d'armatures arrondies, et entre ces armatures j'ai placé une flamme de BUNSEN, dans laquelle était introduit un faisceau de fils d'asbeste imbibé de sel marin. Après avoir fermé le courant d'aimantation (23 amp.) je voyais paraître dans le polariscope les franges d'interférence. Le polariscope était éloigné de la flamme d'un mètre environ et se trouvait sur la ligne horizontale, passant par la flamme et perpendiculaire aux lignes de force. Je désignerai cette direction par L.

Il n'est pas nécessaire que les pôles soient bien près l'un de l'autre. Les franges étaient fort distinctes pour une distance de 5 cm.; on les observait sans difficulté pour une distance de 7,5 cm., et même on les apercevait encore quand les pôles étaient éloignés de 10 cm. Des déterminations grossières donnèrent pour l'intensité du champ une valeur d'environ 2500 unités C. G. S. dans le premier cas, et d'environ 1000 unités C. G. S. dans le dernier. [1])

Il va sans dire que le phénomène était particulièrement distinct quand la distance des pôles était réduite à 2 cm. (intensité du champ 7500); dans ce cas je pouvais encore reconnaître les franges dans une partie de la flamme se trouvant à 4 cm. au-dessus de la ligne des pôles.

En donnant une inclinaison convenable à une lame de verre placée devant le polariscope, on fait disparaître les franges. Du sens dans lequel on doit tourner la lame, on peut déduire la position du plan de polarisation; de plus on trouve le degré de polarisation au moyen de l'angle

---

[1]) MM. EGOROFF et GEORGIEWSKY rapportent qu'ils ont même observé les franges dans un champ de 500 unités.

que la lame fait avec les rayons. Je me suis persuadé de cette manière, ou bien en déterminant la position des franges d'interférence par rapport au réticule de la lunette, que le plan de polarisation est horizontal, comme MM. EGOROFF et GEORGIEWSKY l'avaient constaté; c'est à dire que dans la direction L la flamme émet plus de vibrations électriques verticales qu'horizontales. Pour l'angle dont je viens de parler, j'ai trouvé 40° environ, dans une expérience où j'ai fait usage d'armatures à extrémités planes, éloignées de 11 mm.; en prenant 1,53 pour indice de réfraction du verre, j'ai trouvé pour le rapport entre les intensités des vibrations horizontales et verticales: $\frac{56}{44}$, de sorte que 12 pct. de la lumière serait polarisée.

§ 2. En communiquant ses résultats, M. ZEEMAN a déjà exposé la théorie élémentaire, à l'aide de laquelle on peut expliquer et en partie prédire les phénomènes observés. Quand on ne considère qu'une seule raie spectrale, ce que je ferai dans la suite, il suffit de supposer que chaque molécule ou atome lumineux contient une seule particule mobile et électrisée, un „ion" comme nous l'appellerons. Dès que cet ion est écarté de sa position d'équilibre, il y est ramené par une force „élastique", qui est proportionnelle à la grandeur, mais indépendante de la direction de l'écartement. Tous les mouvements d'un tel ion peuvent être décomposés en des vibrations linéaires, suivant les lignes de force, et des vibrations circulaires dans des sens opposés, perpendiculaires aux lignes de force. La période T de toutes ces vibrations est la même tant qu'il n'y a pas de champ magnétique.

Mais du moment qu'intervient la force magnétique extérieure $\mathfrak{H}$, une nouvelle force agit sur l'ion, qui est proportionnelle à la charge électrique; pour l'unité de charge elle est donnée par le produit vecteur de la vitesse et de la force magnétique extérieure. D'après les observations on doit regarder cette nouvelle force „électro-magnétique" comme bien petite par rapport à la force élastique. Les mouvements compliqués que l'ion peut exécuter maintenant peuvent encore être décomposés de la manière indiquée; or, le calcul nous apprend que la période des vibrations suivant les lignes de force est encore T, mais que la période des vibrations circulaires dans un sens est augmentée d'une quantité $\tau = \frac{e\,\mathfrak{H}}{4\,\pi\,m}\,T^2$, et que celle des vibrations circulaires dans l'autre sens est diminuée de la même quantité, e désignant la charge et m la masse de l'ion. Le long de la ligne L, les vibrations des ions suivant les lignes de force produisent des vibrations électriques de même direction; les mouvements circulaires produisent au contraire des vibrations électriques qui sont linéaires aussi, mais verticales. Il est donc évident qu'en examinant la lumière à l'aide d'un appareil spectral, on observera un triplet, dont les composantes sont polarisées rectilignement; le plan de polarisation est vertical dans la raie moyenne, et horizontal dans les raies extrêmes.

Représentons par J_2 l'intensité de la raie moyenne et par J_1 et J_3 celles des composantes extrêmes; nous déduisons des expériences de MM. Egoroff et Georgiewsky:

$$J_1 + J_3 > J_2.$$

Je ferai remarquer en passant qu'on peut encore parler des quantités J_1, J_2 et J_3 même quand la force magnétique n'existe pas; c'est à dire qu'on peut encore décomposer de la manière indiquée les mouvements des ions en trois composantes, et considérer les vibrations, qui se propagent dans l'éther, comme résultant de la superposition de trois mouvements, produits par les trois mouvements des ions.

Conformément à cette idée la raie spectrale simple doit être considérée comme résultant de trois raies coïncidentes. Comme il ne peut y avoir d'interférence entre des rayons d'origine toute différente, l'intensité de la raie sera simplement la somme des trois intensités partielles. Entre ces dernières on trouve facilement les relations:

$$J_1 = J_3 = {}^1\!/_2\, J_2 \qquad (1).$$

Si maintenant la force magnétique extérieure n'avait pas d'autre effet que de modifier la période de deux des trois espèces de mouvements des ions sans influencer leurs intensités, et si de plus la même relation existait dans le champ magnétique et en dehors du champ entre l'intensité de ces mouvements et l'intensité lumineuse qu'on observe; alors la relation (1) serait évidemment encore vérifiée et le phénomène de la polarisation partielle ne pourrait pas exister. L'une au moins des deux hypothèses doit donc être en défaut. Or, au premier abord, on peut être tenté d'abandonner la première. Pourquoi une force magnétique extérieure, qui peut orienter ou faire naître les courants moléculaires auxquels on attribue l'aimantation, ne serait-elle pas en état de favoriser les mouvements circulaires dans la flamme plutôt que les mouvements suivant les lignes de force? Cela nous conduirait à une explication bien simple de la polarisation partielle.

Si l'on veut soumettre cette question à un examen mathématique, on sent vivement combien la structure intime de la matière nous est encore cachée. Cependant il y a toujours intérêt à développer les conséquences d'une simple hypothèse comme celle dont il a été question dans le commencement de ce §; je m'en suis donc servi pour déterminer non seulement les périodes, mais aussi les intensités des mouvements des ions dans le champ magnétique.

On trouve les calculs dans les § § 6—8; ils conduisent au résultat suivant: Si, sous l'influence du champ magnétique, les quantités J_1 et J_3 ne sont plus égales à $^1/_2\, J_2$, mais p. e. égales à $^1/_2\, J_2\,(1+\varepsilon)$ et $^1/_2\, J_2\,(1+\varepsilon')$, les quantités ε et ε' doivent être du même ordre de grandeur que $\frac{\tau}{T}$. Cette fraction est si petite que les écarts ε et ε' doivent être imperceptibles.

On conçoit facilement qu'en partant d'autres hypothèses on pourrait arriver à favoriser davantage les mouvements circulaires. A toutes ces explications il y a pourtant une même objection. Il semble difficile de s'imaginer que la force magnétique extérieure favorise les mouvements circulaires des ions sans faire prédominer en même temps les mouvements dans l'un ou l'autre des deux sens; en d'autres termes, si dans le champ magnétique les quantitités J_1 et J_3 diffèrent de $^1/_2\, J_2$, il est bien probable que pour les mêmes causes ces deux quantités différeront entre elles.

Les observations n'ont rien appris de tel. D'abord, M. ZEEMAN a vu les composantes extérieures du triplet avec la même intensité. Ensuite on reconnaîtrait une différence entre J_1 et J_3, en examinant la lumière émise suivant les lignes de force. Les mouvements des ions suivant ces lignes mêmes ne donnent pas de lumière dans cette direction, les mouvements circulaires dextrogyres et lévogyres des ions produisent de la lumière polarisée circulairement en sens opposés. Ainsi l'inégalité en question entraînerait que la lumière fût en partie polarisée *circulairement* et qu'on pût obtenir une polarisation partielle et *rectiligne* au moyen d'une lame quart d'onde. Pas plus que MM. EGOROFF et GEORGIEWSKY je n'ai rien pu observer de ce phénomène. Après avoir enlevé l'une des armatures j'ai reçu dans le polariscope les rayons de la flamme de sodium, qui avaient traversé d'abord le canal creusé dans un des noyaux, et ensuite une lame quart d'onde. Il n'y avait pas trace des franges d'interférence, quoiqu'elles fussent bien distinctes quand on observait dans la direction L, dans les mêmes circonstances, mais sans lame quart d'onde.

§ 3. D'après les considérations précédentes il n'est pas permis d'attribuer le phénomène de MM. Egoroff et Georgiewsky à une influence du champ magnétique sur l'intensité vibratoire des ions eux-mêmes; on est donc amené à admettre que la relation entre l'intensité des mouvements des ions et l'intensité de la lumière émise n'est pas la même dans un champ magnétique et en dehors du champ. En effet, cette relation doit se modifier par ce que les rayons émis par la partie postérieure de la flamme ne sont pas absorbés dans la partie antérieure de la même manière qu'auparavant.

Dans une flamme de sodium ordinaire il y a naturellement une absorption de cette nature, la période T étant la même dans toute l'étendue de la flamme. Si l'on pouvait supprimer totalement ou en partie l'égalité des périodes l'absorption diminuerait, et une plus grande quantité de lumière sortirait de la flamme.

Les phénomènes peuvent réellement s'expliquer de cette façon, du moins quand il est permis de supposer que tout se passe comme si tous les ions vibrants étaient partagés en trois groupes, dont chacun exécute un des trois mouvements, que nous avons distingués au § 2. Pour abréger nous représenterons par A_1, A_2, A_3, (correspondant à J_1, J_2, J_3) les particules de ces trois groupes, de sorte que les particules A_2 exécutent des vibrations suivant les lignes de force. Si nous nous bornons de nouveau à la ligne L, il est évident que, vu la direction des vibrations, les rayons émis par A_2 ne peuvent être absorbés que par A_2, et que les rayons émis par A_1 (avec leurs vibrations verticales) ainsi que ceux émis par A_3 peuvent être absorbés aussi bien par A_1 que par A_3. Par conséquent les absorptions peuvent être représentées convenablement par

$$(A_2,\, A_2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$(A_1,\, A_1),\ (A_1,\, A_3),\ (A_3,\, A_1),\ (A_3,\, A_3) \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

L'intensité des vibrations horizontales est diminuée par la première absorption, celle des vibrations verticales par les quatre autres. Quand la force magnétique extérieure n'existe pas, toutes ces absorptions ont lieu, puisque toutes les périodes sont égales entre elles; il est clair que l'ensemble des absorptions (3) équivaudra alors à (2), puisque la lumière qui sort de la flamme n'est aucunement polarisée.

La question devient tout autre quand sous l'influence du champ magnétique les périodes de A_1 et A_3 deviennent $T' - \tau$ et $T' + \tau$. Tandis que l'absorption (2) ne change pas et que par conséquent les vibrations horizontales gardent la même intensité, les absorptions (A_1, A_3) et (A_3, A_1) disparaissent ou du moins diminuent à cause de la différence des périodes, de sorte qu'une partie seulement de (3) subsiste. Par conséquent les vibrations verticales deviennent plus intenses qu'auparavant et la lumière devient partiellement polarisée.

Il est évident aussi que, les absorptions (A_1, A_1) et (A_3, A_3) non modifiées étant égales entre elles, ou peut s'en faut, il n'y aura pas de différence entre les intensités J_1 et J_3. De la même manière on conçoit que la lumière émise suivant les lignes de force ne montrera aucune trace de polarisation circulaire. Car dans ces rayons ce sont de nouveau les absorptions égales (A_1, A_1) et (A_3, A_3) qui restent.

En réalité les ions ne peuvent pas être partagés en trois groupes de la façon indiquée plus haut, puisque ce sont les *mêmes* particules qui exécutent les trois mouvements; les considérations précédentes demandent donc à être confirmées par une théorie plus approfondie. J'ai développé cette théorie aux §§ 10 et 11; j'espère que le développement, quoiqu'il laisse encore à désirer, sera suffisant.

§ 4. On peut décider par l'expérience si le changement dans l'absorption produit par la modification des périodes peut vraiment avoir l'effet que nous lui avons attribué. En mettant derrière la flamme V_1, placée entre les pôles, une seconde flamme de sodium V_2, qui se trouve en dehors du champ, l'absorption que V_1 fait subir aux rayons de V_2 doit être modifiée par le champ magnétique. Comme la période des particules A_2 reste la même, l'absorption des vibrations horizontales ne se modifiera en rien, mais celle des vibrations verticales diminuera. Car les vibrations verticales émises par V_2 n'ont ni la période de A_1 ni celle de A_3. Il faut donc que la lumière de V_2 qui a passé par V_1 (toujours dans la direction L) soit partiellement polarisée de la même façon que la lumière émise par V_1.

L'expérience a confirmé cette prévision. Cette fois j'ai muni l'électro-aimant d'armatures à faces planes et verticales (hauteur 16 mm., largeur dans la direction L 48 mm.) éloignées l'une de l'autre de 7,5 mm. Avec un courant de 23 amp., l'intensité du champ aura été 13000 environ. Une flamme de Bunsen assez grande se trouvait dans l'espace entre les pôles; tandis que dans le sens de la hauteur elle dépassait les armatures, elle n'occupait que la moitié de leur largeur dans la direction L. Ainsi, malgré ses propriétés diamagnétiques, la flamme ne quittait pas l'espace entre les pôles. Toutefois la forme de la flamme se modifiait, et il en était de même de la distribution de la lumière du sodium. La couleur jaune ne s'observait pas dans le voisinage immédiat du fer; entre les armatures une langue jaune s'élevait, séparée par une lumière bleue des parties jaunes de la flamme au-dessus des armatures. Quand l'électro-aimant était excité, la langue jaune était déprimée pour ainsi dire; cette dépression était quelquefois si forte, que tout l'espace entre les pôles devenait bleu. Avec une quantité suffisante de sel marin on pouvait cependant conserver assez de lumière du sodium, du moins dans la partie inférieure du champ.

Muni du polariscope j'ai regardé à travers cette région inférieure l'ouverture ronde d'un diaphragme; une seconde flamme V_2 de Bunsen avec du sel marin était placée derrière cette ouverture. Comme le polariscope était éloigné de 1,2 m. environ de ce diaphragme, les bords s'observaient assez nettement; du reste, j'avais fait en sorte que dans une partie du champ on observât encore à côté de l'ouverture la flamme V_1 seule.

En faisant agir l'électro-aimant j'ai vu paraître les franges d'interférence dans cette partie du champ, mais sur l'image de l'ouverture ronde j'ai reconnu aussi des franges, qui prouvaient la polarisation partielle dont nous avons parlé au commencement de ce paragraphe.

C'était bien en effet la polarisation partielle de la lumière émise par V_2 qui donnait lieu à ces franges. J'ai pu m'en convaincre en donnant à cette flamme une intensité suffisante. L'ouverture circulaire s'observait alors avec une intensité beaucoup plus grande que les parties voisines de V_1, et les franges sur l'ouverture étaient beaucoup plus distinctes que les franges voisines; elles étaient donc dues à la lumière intense de la flamme postérieure.

Il était même possible de reconnaître les bandes sur l'ouverture, quand sous l'influence de l'électro-aimant la quantité de sodium dans la flamme antérieure était réduite au point qu'on y pouvait à peine observer les franges après avoir ôté la flamme V_2.

Que ce sont les vibrations *verticales* qui l'emportent sur les vibrations horizontales, c'est ce qu'on reconnaît à la position des franges observées dans la lumière de V_2 par rapport au point d'intersection des fils du réticule. Cela se déduit aussi de ce que les franges obscures sur l'ouverture circulaire sont dans le prolongement de celles qu'on voit à côté, sur la flamme V_1. [1])

§ 5. Cependant ces phénomènes ne s'observaient pas toujours. Dans certaines circonstances, en me servant d'un des deux moyens dont je viens de parler, j'ai trouvé que la lumière de V_2 était bien polarisée partiellement après avoir passé par V_1, mais que c'étaient précisément les vibrations *horizontales* qui prédominaient. A mon avis on doit attribuer ce phénomène à ce que la lumière de V_2 n'est pas absolument homogène. S'il existait dans V_2 des vibrations, dont les périodes occupent un intervalle plus étendu que de $T - \tau$ à $T + \tau$, si, en d'autres termes, la bande spectrale de la flamme postérieure était si large qu'elle couvrirait tout le triplet de la flamme antérieure, il est évident que les particules A_1 de même que les particules A_3 dans la flamme V_1 prendraient encore part à l'absorption; et comme celle-ci se ferait sentir dans *deux* espèces de lumière pour ce qui concerne les vibrations verticales et dans *une* espèce seulement pour ce qui concerne les vibrations horizontales, l'absorption totale des vibrations verticales pourrait bien prédominer. Je n'ai pas étudié complètement ce nouveau phénomène; cependant j'ai fait quelques expériences qui justifient l'explication donnée; on obtient ce phénomène, soit en diminuant l'intensité du champ magnétique, soit en élevant la température de la flamme postérieure. La première action rapproche les composantes du triplet, la dernière élargit la raie spectrale de la flamme postérieure. Voici un exemple: quand la distance des armatures était portée à 14 mm., les franges étaient beaucoup moins distinctes mais se trouvaient encore, par rapport au réticule, dans la position des expériences précédentes; le phénomène se renversait alors, quand on substituait à la flamme postérieure une autre dans laquelle on soufflait de l'oxygène. Lorsque j'ai observé pour la première fois une flamme pareille à travers une flamme de Bunsen placée dans un champ magnétique, j'ai fait usage du simple polariscope de

---

[1]) M. Zeeman m'a communiqué qu'il a répété ces observations, avec le même résultat.

Savart dont j'ai parlé au § 1. Les franges sur la flamme oxygénée ne se trouvaient pas dans le prolongement des franges sur l'image de V_1 observée à côté, mais alternaient avec elles.

Il est évident que l'imparfaite homogénéité de la lumière de V_1 doit avoir également une influence, aussi bien dans les expériences avec deux flammes que dans l'expérience avec la flamme V_1 seule. Aussi MM. Egoroff et Georgiewsky ont-ils trouvé que la polarisation partielle dépend à un assez haut degré de la température de la flamme.

Enfin la question se présente de savoir si *toutes* les expériences faites par ces physiciens avec diverses sources lumineuses (entre autres avec des étincelles électriques) peuvent être expliquées de la manière indiquée. C'est ce que je ne puis décider, mais mon explication est rendue probable par leur remarque, que la polarisation partielle s'observe le mieux dans les raies spectrales qui se renversent le plus facilement; car la lumière de ces raies doit être telle que pour l'une ou l'autre raison l'absorption s'y fait le plus fortement sentir.

Si la lumière dont on se sert n'est pas suffisamment homogène, l'absorption changée par la modification des périodes pourra aussi jouer un rôle dans les expériences de M. Zeeman sur la modification des raies spectrales. Il est probable que quelque chose de semblable est entré en jeu dans les modifications assez compliquées des raies Na, décrites par M. Lodge.

§ 6. *Considérations sur le mouvement des ions dans un champ magnétique.* Considérons un champ homogène et constant, et donnons à la force magnétique $\mathfrak{H}$ la direction de l'axe des z. Nous choisissons comme origine des coordonnées la position d'équilibre de l'ion considéré.

Représentons par m la masse, par e la charge électrique, et par $m a^2 r$ la force élastique pour un écart r.

Si l'on pose encore

$$\frac{e\mathfrak{H}}{m} = b,$$

les équations du mouvement sont:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -a^2x + b\frac{dy}{dt}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -a^2y - b\frac{dx}{dt}, \quad \frac{d^2z}{dt^2} = -a^2z \ldots (4).$$

La solution générale est:

$$
\begin{aligned}
x &= \quad C_1 \cos(n_1 t + p_1) + C_3 \cos(n_3 t + p_3),\\
y &= - C_1 \sin(n_1 t + p_1) + C_3 \sin(n_3 t + p_3),\\
z &= \quad C_2 \cos(at + p_2),
\end{aligned}
$$

où

$$
n_1 = \frac{1}{2} b + \sqrt{a^2 + \tfrac{1}{4} b^2}, \quad n_3 = -\frac{1}{2} b + \sqrt{a^2 + \tfrac{1}{4} b^2}.
$$

Les indices 1, 2 et 3 correspondent à ceux dont je me suis servi précédemment.

Dans tous les champs réalisables les observations ont montré que $\frac{b}{a}$ est une fraction très petite. Si on en néglige le carré on trouve

$$
n_1 = a + \frac{1}{2} b, \qquad n_3 = a - \frac{1}{2} b,
$$

d'où l'on déduit facilement la valeur de τ donnée au § 2.

Nous représenterons par α, β, γ les valeurs initiales de x, y, z pour un moment que nous indiquerons par t_1, et par u, v, w les valeurs initiales des vitesses. On trouve en déterminant les constantes d'intégration C et p

$$
\begin{aligned}
C_1^2 &= \frac{1}{4}\left(1 - \frac{b}{a}\right)(\alpha^2 + \beta^2) - \left(1 - \frac{b}{2a}\right)\frac{\alpha v - \beta u}{2a} + \frac{u^2 + v^2}{4a^2},\\
C_3^2 &= \frac{1}{4}\left(1 + \frac{b}{a}\right)(\alpha^2 + \beta^2) + \left(1 + \frac{b}{2a}\right)\frac{\alpha v - \beta u}{2a} + \frac{u^2 + v^2}{4a^2},\\
C_2^2 &= \gamma^2 + \frac{w^2}{a^2}.
\end{aligned}
$$

Chacune des parties indiquées par 1, 2 ou 3 donne lieu à un mouvement lumineux se propageant suivant la ligne L. Nous savons que les mouvements circulaires 1 et 3 peuvent être décomposés en des vibrations linéaires suivant L et en d'autres linéaires aussi mais verticales, et que la dernière composante seule entre en ligne de compte quand on considère le rayonnement suivant L. Il est donc permis de considérer les trois intensités comme proportionnelles à C_1^2, C_2^2 et C_3^2 [1]); par conséquent les intensités totales, que nous avons représentées par J_1, J_2 et J_3, sont proportionnelles à ΣC_1^2, ΣC_2^2, ΣC_3^2. Le signe Σ se rapporte à toutes les molécules qui prennent part à l'émission.

Or, ces dernières différant entre elles par la grandeur et la direction

---

[1]) La différence entre les périodes étant extrêmement petite, il est permis de ne pas tenir compte de ce que dans les différentes espèces de lumière l'intensité subjective n'est pas la même fonction de l'amplitude.

de leurs déplacements et vitesses initiaux, on peut considérer d'abord la manière dont les différents déplacements sont répartis parmi les particules et ensuite le mode de distribution des vitesses par rapport à la direction de l'écart. Pour abréger, j'appellerai *isotrope* un état de choses ayant le caractère suivant :

1. Les écarts (α, β, γ) ont toutes les directions possibles.

2. Un déplacement déterminé ayant été choisi, les ions qui le possèdent ont des vitesses qui sont distribuées symétriquement par rapport à la direction du déplacement.

3. Cette distribution des vitesses par rapport à la direction du déplacement est indépendante de cette direction elle-même.

Cela posé, on peut faire deux hypothèses différentes.

§ 7. *a.* Supposons d'abord que le champ magnétique existe déjà au moment t_1 et que, à ce moment, la distribution des écarts et des vitesses soit isotrope. On aura alors

$$\Sigma\,(\alpha\, v - \beta\, u) = 0,$$
$$\Sigma\,\alpha^2 = \Sigma\,\beta^2 = \Sigma\,\gamma^2,$$
$$\Sigma\,u^2 = \Sigma\,v^2 = \Sigma\,w^2,$$

et par conséquent

$$\left.\begin{aligned} \Sigma\,C_1{}^2 &= \frac{1}{2}\left(1 - \frac{b}{a}\right)\Sigma\,\gamma^2 + \frac{1}{2\,a^2}\,\Sigma\,w^2, \\ \Sigma\,C_3{}^2 &= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{b}{a}\right)\Sigma\,\gamma^2 + \frac{1}{2\,a^2}\,\Sigma\,w^2, \\ \Sigma\,C_2{}^2 &= \Sigma\,\gamma^2 + \frac{1}{a^2}\,\Sigma\,w^2. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ (5)$$

Il y aurait donc égalité entre J_2 et $J_1 + J_3$, tandis que les intensités J_1 et J_3 différeraient entre elles d'une quantité de l'ordre indiqué au § 2.

b. Figurons nous en second lieu que l'état de mouvement soit isotrope avant l'excitation de l'électro-aimant, que cette excitation commence au temps $t = 0$ et soit terminée au temps $t = \vartheta$, et que durant cet intervalle chaque ion puisse se mouvoir librement sous l'influence de la force élastique et de l'action du champ magnétique. Alors, quand la force magnétique est devenue constante, le mouvement ne sera plus isotrope, et les équations (5) ne seront plus applicables à l'état final.

En effet, tant que la force magnétique n'est pas devenue constante, les équations (4) sont incomplètes; il y faut introduire de nouveaux termes, correspondant aux forces d'induction qui agissent sur les ions dans un champ variable.

Pour ne pas trop compliquer le problème, je suppose un champ magnétique symétrique par rapport à l'axe OZ; de sorte que toutes les lignes de force magnétique se trouvent dans des plans passant par cet axe, et que la distribution de la force magnétique est la même dans chacun de ces plans. L'axe OZ lui-même est aussi une ligne de force. Il résulte des équations du champ électro-magnétique que le déplacement diélectrique dans l'éther est alors distribué symétriquement par rapport à l'axe OZ, et cela de telle manière qu'il est partout perpendiculaire aux plans dont je viens de parler. Dans le voisinage immédiat d'un point O de l'axe OZ ses composantes sont

$$\mathfrak{d}_x = \frac{1}{8\pi V^2}\, y\, \dot{\mathfrak{H}}_z\,, \quad \mathfrak{d}_y = -\frac{1}{8\pi V^2}\, x\, \dot{\mathfrak{H}}_z\,, \quad \mathfrak{d}_z = 0\,,$$

où $\mathfrak{H}_z$ indique la force magnétique au point O. Dans ces formules toutes les quantités ont été exprimées en unités électro-magnétiques, tandis que V est la vitesse de la lumière.

Dans tout ce qui précède j'avais en vue le champ tel qu'il serait si la flamme ne contenait aucun ion. Je suppose qu'il est permis de négliger les modifications dont les ions eux-mêmes sont la cause. Dans ce cas la force que subit un ion ayant la vitesse $\mathfrak{v}$ peut être représentée par [1])

$$e\,[\mathfrak{v}\,.\,\mathfrak{H}] + 4\pi V^2 e\,\mathfrak{d}.$$

Si la position d'équilibre de l'ion se trouve à l'origine des coordonnées [2]), et si l'on tient compte de la petitesse des écarts x, y, z, on trouve pour les deux premières équations du mouvement:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -a^2 x + b\frac{dy}{dt} + \frac{1}{2}\frac{db}{dt}\, y, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -a^2 y - b\frac{dx}{dt} - \frac{1}{2}\frac{db}{dt}\, x \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

[1]) Voir p. e. mon travail „Versuch einer Theorie der electrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern,'' p. 21. $[\mathfrak{v}\,.\,\mathfrak{H}]$ désigne le produit vecteur de la vitesse $\mathfrak{v}$ et de $\mathfrak{H}$.

[2]) Il est bien permis d'admettre que les résultats des considérations suivantes sont encore applicables à des particules hors de l'axe du champ.

Or, conformément à ce qui a été dit plus haut, nous supposerons que la quantité $b = \frac{e \mathfrak{H}_z}{m}$ a la valeur zéro jusqu'au temps $t = 0$, et qu'ensuite elle va en croissant pendant un intervalle ϑ jusqu'à la valeur b qui reste désormais constante. Jusqu'au temps $t = 0$ on peut décomposer le mouvement de l'ion dans le plan xy en deux mouvements circulaires:

$$x_1 = C_1 \cos(at + p_1),\; y_1 = -C_1 \sin(at + p_1) \ldots\ldots (8)$$

et

$$x_3 = C_3 \cos(at + p_3),\; y_3 = C_3 \sin(at + p_3) \ldots\ldots\ldots (9)$$

Nous avons à chercher maintenant ce que sera devenu chacun de ces mouvements après le temps ϑ.

Pour cela nous nous servirons de deux équations déduites de (6) et (7). La première se trouve en multipliant l'équation (6) par y, l'équation (7) par x, retranchant (7) de (6), et intégrant ensuite par rapport à t. La deuxième se trouve aussi en intégrant par rapport à t, mais après avoir additionné les deux équations, multipliées auparavant, la première par $\frac{dx}{dt}$ et la seconde par $\frac{dy}{dt}$. On trouve ainsi, quand on représente par K une constante:

$$y \frac{dx}{dt} - x \frac{dy}{dt} = \frac{1}{2} b (x^2 + y^2) + K \ldots\ldots\ldots (10)$$

et

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = -a^2 (x^2 + y^2) + Kb + \frac{1}{2} \int b \frac{db}{dt} (x^2 + y^2)\, dt \ldots (11)$$

En déduisant la dernière équation, on y a substitué la valeur de $y \frac{dx}{dt} - x \frac{dy}{dt}$ qu'on tire de la première.

§ 8. Supposons maintenant que jusqu'au temps $t = 0$ le mouvement (8) seul existe. Le mouvement qui en résulte après le temps $t = \vartheta$ peut en tout cas (voir § 6) être représenté par des formules de la forme:

$$\left.\begin{array}{l} x = D_1 \cos(n_1 t + q_1) + E_3 \cos(n_3 t + r_3), \\ y = - D_1 \sin(n_1 t + q_1) + E_3 \sin(n_3 t + r_3), \end{array}\right\} \ldots (12)$$

où D_1, E_3, q_1 et r_3 sont des constantes.

Pour les déterminer autant que possible, j'ai d'abord appliqué l'équation (10) à deux moments, l'un immédiatement avant et l'autre immédiatement après l'intervalle considéré, et j'ai retranché l'une de l'autre les équations obtenues. Ensuite j'ai opéré de la même manière avec la formule (11), après y avoir substitué la valeur de K qu'on tire de l'équation (10), appliquée au temps $t = 0$. J'ai trouvé ainsi, en tenant compte des valeurs de n_1 et n_3,

$$D_1{}^2\left(n_1 - \frac{1}{2}\,\mathrm{b}\right) - E_3{}^2\left(n_3 + \frac{1}{2}\,\mathrm{b}\right) = a\,C_1{}^2, \ldots\ldots (13)$$

$$D_1{}^2(n_1{}^2 + a^2) + E_3{}^2(n_3{}^2 + a^2) = 2\,a^2\,C_1{}^2 + a\mathrm{b}\,C_1{}^2 + \\ + \frac{1}{2}\int_0^{\vartheta} b\frac{db}{dt}(x^2 + y^2)\,dt \ldots (14)$$

Or, la somme $x^2 + y^2$, égale à $C_1{}^2$ jusqu'au temps $t = 0$, ne s'éloignera guère de cette valeur pendant l'intervalle ϑ; par conséquent $\frac{1}{4}\,\mathrm{b}^2\,C_1{}^2$ sera une valeur approchée du dernier terme de l'équation (14), et, si nous représentons ce terme par $\varepsilon\,\mathrm{b}^2\,C_1{}^2$, le coefficient ε sera peu différent de $\frac{1}{4}$.

Cela posé, les équations (13) et (14) nous fournissent les valeurs suivantes pour les carrés des amplitudes:

$$D_1{}^2 = \frac{1}{2}\left\{\frac{2\,a^2 + \varepsilon\,\mathrm{b}^2}{2\,a^2 + \frac{1}{2}\,\mathrm{b}^2} + \frac{a}{\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}\,\mathrm{b}^2}}\right\}C_1{}^2,$$

$$E_3{}^2 = \frac{1}{2}\left\{\frac{2\,a^2 + \varepsilon\,\mathrm{b}^2}{2\,a^2 + \frac{1}{2}\,\mathrm{b}^2} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}\,\mathrm{b}^2}}\right\}C_1{}^2.$$

Il en résulte que D_1 est presque égal à C_1 et que E_3 est très petit. La différence entre D_1 et C_1 est de l'ordre $\frac{\mathrm{b}^2}{a^2}\,C_1$, et E_3 est de l'ordre $\frac{\mathrm{b}}{a}\,C_1$.

Jusqu'ici il était question du mouvement (8). Le mouvement (9) peut être traité de la même manière. Si nous supposons qu'après l'intervalle ϑ il est devenu:

$$\left.\begin{aligned} x &= E_1\cos(n_1\,t + r_1) + D_3\cos(n_3\,t + q_3),\\ y &= -E_1\sin(n_1\,t + r_1) + D_3\sin(n_3.t + q_3),\end{aligned}\right\}\ldots (15)$$

on trouve que E_1 est de l'ordre $\frac{\mathrm{b}}{a} C_3$, et que la différence entre D_3 et C_3 est de l'ordre $\frac{\mathrm{b}^2}{a^2} C_3$.

Si, avant l'intervalle ϑ, les mouvements (8) et (9) existent simultanément, il en sera de même des mouvements (12) et (15) après cet intervalle. En somme on pourra écrire:

$$x = \quad C_1' \cos (n_1 t + s_1) + C_3' \cos (n_3 t + s_3),$$
$$y = - C_1' \sin (n_1 t + s_1) + C_3' \sin (n_3 t + s_3),$$

où le mouvement de l'amplitude C_1' résulte des vibrations avec les amplitudes D_1 et E_1, tandis que le mouvement de l'amplitude C_3' résulte de celles avec les amplitudes D_3 et E_3. Comme il était impossible de calculer les phases, nous ne pouvons pas donner exactement les valeurs de C_1' et C_3', mais il résulte du raisonnement précédent que ces amplitudes ne diffèrent de C_1 et C_3 que de quantités de l'ordre $\frac{\mathrm{b}}{a}$. Par conséquent, les valeurs des intensités J_1 et J_3 après le temps ϑ, qui sont déterminées par $\Sigma\, C_1'^2$ et $\Sigma\, C_3'^2$ (§ 6), ont conservé à peu près leurs valeurs originales, qui étaient égales à $\frac{1}{2} J_2$; les écarts sont de l'ordre de grandeur qui a été indiqué au § 2.

§ 9. On pourrait croire au premier abord que c'est la seconde des hypothèses *a* et *b* (§§ 7 et 8) qui s'accorde le mieux avec la réalité, attendu qu'elle tient compte de ce qui se passe pendant l'excitation du champ. Cependant, en y réfléchissant, on s'assure qu'il n'en est rien et que c'est précisément la première hypothèse qui doit donner les meilleurs résultats. En effet, dans les calculs précédents il a été supposé que, pendant tout l'espace de temps ϑ, les ions se meuvent conformément aux équations (6) et (7). En réalité les choses se passent tout autrement. Il y a entre les molécules de la flamme des chocs perpétuels, qui, pour une molécule déterminée, comptent par millions par seconde et dont un nombre énorme aura lieu pendant le temps ϑ. A ce qu'il me semble, il faut se figurer qu'à chaque collision le mouvement vibratoire d'un ion change complètement de direction et de phase[1]).

[1]) M. Michelson a démontré que cette hypothèse conduit à une explication suffisante de l'élargissement des raies spectrales résultant d'un accroissement de la densité.

En d'autres termes, les vibrations *se renouvellent* sans cesse, ce qui évidemment rendra illusoire les calculs des §§ précédents, et empêchera les forces d'induction d'exercer une influence tant soit peu grande. Il est donc peu probable que le mouvement à la fin de l'intervalle ϑ s'écarte sensiblement d'un mouvement isotrope (§ 6) et même, si cela était, le renouvellement des vibrations continuera encore après cet intervalle et finira par effacer plus ou moins l'effet des forces d'induction.

Quoi qu'il en soit, il est bien certain que dans les hypothèses que nous venons d'examiner, il n'y a pas lieu d'admettre une différence appréciable entre J_2 et $J_1 + J_3$.

§ 10. *Remarques sur l'absorption.*

On connaît la représentation qu'on s'est faite depuis longtemps de ce qui se passe dans une masse gazeuse absorbante et il suffira ici de préciser un peu cette explication en appliquant, d'une part la théorie électromagnétique de la lumière, et d'autre part la théorie cinétique des gaz. Un ion qui se trouve sur le trajet d'un faisceau de lumière, c'est-à-dire dans un espace où il y a un déplacement diélectrique périodique, subira une force qui peut être représentée à chaque instant par $4\pi V^2 e\,\mathfrak{d}$, si e est la charge de la particule et $\mathfrak{d}$ le déplacement diélectrique. Cette force a la période de la lumière incidente. Sous son influence la particule se mettra à osciller; elle atteindra une amplitude d'autant plus grande qu'il y a une plus petite différence entre la période de la force extérieure et celle des vibrations propres dont l'ion est capable en vertu de la force élastique qui tend à le ramener vers la position d'équilibre.

Dans le cas d'égalité des deux périodes, l'amplitude devrait croître indéfiniment s'il n'y avait que cette force élastique et la force extérieure. En réalité cependant une telle résonance qui conduirait à une amplitude infiniment grande ne pourra exister; il y aura toujours quelque „résistance", qui, tout en s'opposant à l'accroissement de l'amplitude, convertit en un mouvement irrégulier, je veux dire en chaleur, les vibrations régulières excitées par la résonance. C'est précisément cette transformation en chaleur d'une partie de l'énergie incidente qui constitue l'absorption.

Pour se faire une idée du mécanisme de la résistance on se rappellera que les molécules s'entrechoquent continuellement. Conformément à ce qui a été admis au § précédent on peut se figurer que ce n'est que pendant l'intervalle θ de deux collisions successives que la force extérieure a libre jeu. En effet, une vibration qui existe déjà peut être tout aussi bien affaiblie que renforcée par une force de la même période; cela dépend de la phase. Si de nombreux ions sont soumis à une même force extérieure il y en aura dont le mouvement continuera à être augmenté même après un choc, mais d'autres sortiront d'une rencontre avec des phases telles que leur mouvement s'affaiblira. En somme tout se passera comme si les ions perdaient complètement leur mouvement toutes les fois qu'il y a une collision.

Pour le but que je me suis proposé il n'est pas nécessaire de développer une théorie complète basée sur ces idées. Remarquons seulement qu'une mesure de l'absorption peut être trouvée dans la quantité de chaleur développée, et que cette dernière de son côté est équivalente au travail des forces extérieures agissant sur les ions. La chose devient encore plus simple si on veut comparer l'absorption qui a lieu dans un champ magnétique à celle qui existe en dehors d'un tel champ, la densité du gaz et la valeur moyenne du temps θ étant les mêmes dans les deux cas; on pourra alors se borner à calculer *pour un seul intervalle* θ le travail de la force extérieure qui sollicite *un seul ion*. D'ailleurs, comme il s'agit de considérer l'absorption à égale intensité de la lumière incidente, nous donnerons à cette force la même amplitude dans les deux cas.

§ 11. Commençons par l'absorption dans le champ magnétique et considérons spécialement les rayons, qui sortent de la partie postérieure de la flamme dans la direction L, et qui appartiennent à la première composante du triplet. A cause de l'existence de ces rayons il agira sur un des ions dans la partie antérieure de la flamme une force verticale qui peut s'écrire

$$m\, k \cos n_1\, t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (16).$$

Par conséquent les équations du mouvement de cet ion seront

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -a^2x + b\frac{dy}{dt} + k \cos n_1\, t, \ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -a^2y - b\frac{dx}{dt}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

quand on donne à l'axe des x la direction verticale.

La solution générale est

$$x = \frac{kt}{4\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}b^2}} \sin n_1 t - \frac{k}{2 b n_1} \cos n_1 t + C_1 \cos(n_1 t + p_1) + \\ + C_3 \cos(n_3 t + p_3),$$

$$y = \frac{kt}{4\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}b^2}} \cos n_1 t - C_1 \sin(n_1 t + p_1) + C_3 \sin(n_3 t + p_3)$$

et le travail de la force extérieure pendant l'espace de temps de 0 à θ se calcule par la formule

$$A = \int_0^\theta m\, k \cos n_1\, t \frac{dx}{dt} dt.$$

Or, l'intervalle θ comprenant *un très grand nombre de périodes*, il est permis de ne garder dans l'expression pour $\frac{dx}{dt}$ que le seul terme

$$\frac{k n_1 t}{4\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}b^2}} \cos n_1 t,$$

de sorte qu'on a à peu près

$$A = \frac{m k^2 n_1}{4\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}b^2}} \int_0^\theta t \cos^2 n_1 t\, dt,$$

ou bien, en négligeant de nouveau de très petites quantités,

$$A = \frac{1}{16} m\, k^2\, \theta^2.$$

Dans le cas contraire où il n'y a pas de champ magnétique, il faut remplacer l'expression (16) par

$$m\, k \cos a\, t.$$

L'équation différentielle devient alors

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -a^2 x + k \cos at.$$

Elle admet la solution

$$x = \frac{k\, t}{2a} \sin at + C \cos(at + p),$$

d'où l'on déduit par des raisonnements semblables à ceux qu'on vient de lire, l'expression suivante pour le travail cherché:

$$A' = \frac{1}{8} m k^2 \theta^2.$$

Des considérations tout à fait analogues s'appliquent aux rayons appartenant à la troisième composante du triplet; les valeurs de A et A' montrent donc que l'absorption des vibrations verticales se trouve réellement diminuée par l'influence du champ magnétique.