

rijke bijdrage geleverd tot de studie der oppervlakken van den vierden graad met dubbelrechte; gaarne adviseeren wij u deze nieuwe verhandeling in de werken der Akademie te doen opnemen.

**Natuurkunde.** — H. A. LORENTZ: „*Over de terugkaatsing van licht door lichamen die zich bewegen*”.

In eene verhandeling, die weldra in de *Archives Néerlandaises* zal verschijnen<sup>1)</sup>, heb ik de theorie der electriciteitsbeweging behandeld in de onderstelling, dat de ponderabele stof volkomen door-dringbaar is voor den aether en dus dezen laatsten in rust laat, hoe zij zich ook bewege. Dit denkbeeld werd nader uitgewerkt met 't oog op de voortplanting van electriche trillingen — d. w. z. lichttrillingen — in eene doorschijnende isotrope stof, die zich in haar geheel met eene overal even groote snelheid en overal in dezelfde richting door den aether verplaatst. De uitkomst was dat eene dergelijke stof de lichtgolven juist zal medeslepen op de door FRESNEL onderstelde wijze.

Het is mij thans gebleken, dat de vergelijkingen, die de lichtbeweging bepalen, in een tamelijk eenvoudigen vorm kunnen worden gebracht, vooral wanneer men zich van eenige in de vector-analyse gebruikelijke teekens bedient.

Men voere drie coördinaatassen  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$  in, die in de beweging der ponderabele stof deelen, en zoo gericht zijn, dat eene wenteling over een rechten hoek van  $OY$  naar  $OZ$  tegengesteld is aan de beweging der wijzers van een uurwerk, dat met de wijzerplaat naar den kant van  $OX$  is gekeerd.

Is  $\mathbf{M}$  een vector met de componenten  $\mathbf{M}_x$ ,  $\mathbf{M}_y$ ,  $\mathbf{M}_z$  — welke groot-heden functiën zijn van  $x$ ,  $y$ ,  $z$  en van den tijd  $t$  — dan worde onder de divergentie van  $\mathbf{M}$ , of

Div.  $\mathbf{M}$

verstaan de uitdrukking

$$\frac{\partial \mathbf{M}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{M}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{M}_z}{\partial z};$$

onder de rotatie van  $\mathbf{M}$  of

Rot.  $\mathbf{M}$

de vector met de componenten

<sup>1)</sup> *Arch. Néerl.*, T. XXV, p. 363.

$$\frac{\partial \mathbf{M}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{M}_y}{\partial z}, \quad \frac{\partial \mathbf{M}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{M}_z}{\partial x}, \quad \frac{\partial \mathbf{M}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{M}_x}{\partial y},$$

en onder ' de vector die tot componenten heeft

$$\frac{\partial \mathbf{M}_x}{\partial t}, \quad \frac{\partial \mathbf{M}_y}{\partial t}, \quad \frac{\partial \mathbf{M}_z}{\partial t}.$$

Door

Vect.  $(\mathbf{N}\mathbf{M})$

worde aangewezen het vectorproduct van de vectoren  $\mathbf{M}$  en  $\mathbf{N}$ , d. w. z. de vector met de componenten

$$\mathbf{M}_y \mathbf{N}_z - \mathbf{M}_z \mathbf{N}_y, \quad \mathbf{M}_z \mathbf{N}_x - \mathbf{M}_x \mathbf{N}_z, \quad \mathbf{M}_x \mathbf{N}_y - \mathbf{M}_y \mathbf{N}_x.$$

Behalve de snelheid  $p$  der ponderabele stof — waarvan de tweede en hoogere machten verwaarloosd worden — komen ter sprake:

1. Twee vectoren  $\mathbf{D}$  en  $\mathbf{E}$ , die in 't geval van rust samenvallen met de diëlectrische verplaatsing en de electrische kracht en die in 't algemeen met deze benamingen kunnen worden bestempeld;

2. de magnetische kracht .

Is nu  $V$  de voortplantingssnelheid van het licht in den aether en  $n$  de absolute brekingsindex der beschouwde stof (als zij in rust is), dan zijn de bewegingsvergelijkingen

$$\text{Div. } \mathbf{D} = 0,$$

$$\text{Div. } \mathbf{H} = 0,$$

$$\text{Rot. } \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{H}},$$

$$\text{Rot. } \left[ \mathbf{H} + \frac{1}{V^2} \text{Vect. } (\mathbf{E}p) \right] = 4\pi \dot{\mathbf{D}},$$

$$4\pi V^2 \mathbf{D} = n^2 \mathbf{E} + \text{Vect. } (\mathbf{H}p).$$

Men kan er uit afleiden dat werkelijk de „meêsleepingscoëfficiënt” de door FRESNEL aangegeven waarde

$$1 - \frac{1}{n^2}$$

heeft.

De vergelijkingen zijn ook van toepassing op eene niet-homogene stof — waarin  $n$  van punt tot punt verandert — en door eene scherpe afscheiding van twee stoffen als een grensgeval te behandelen van een geleidelijken overgang kan men uit de formules ook de grensvoorwaarden aan een scheidingsvlak afleiden. Zij komen hierop neer, dat doorlopend moeten zijn:

de normale componenten van **D** en **H**  
en de tangentiële componenten van

**E** en van den vector  $\left[ \mathbf{H} + \frac{1}{V^2} \text{Vect.}(\mathbf{E}p) \right]$ .

Door  $p = 0$  te stellen keert men tot bekende vergelijkingen terug.

Ik heb van de verkregen betrekkingen gebruik gemaakt, om de terugkaatsing te onderzoeken van een bundel evenwijdige, gepolariseerde lichtstralen door het platte grensvlak van twee doorschijnende stoffen met de absolute brekingsindices  $n_1$  en  $n_2$ . Daarbij werd het volgende gevonden:

1. De *relatieve* lichtstralen<sup>1)</sup> gehoorzamen aan de gewone wetten der terugkaatsing en breking.

2. De trillingstijd ondergaat eene verandering, overeenstemmende met hetgeen men uit het beginsel van DOPPLER kan afleiden.

3. Wordt de amplitudo van het invallende licht  $= 1$  gesteld, dan is die van het teruggekaatste licht,

als de stralen in het invalsvlak gepolariseerd zijn:

$$\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \left\{ 1 - \frac{2p_1 \cos i}{Vn_1} \right\},$$

en als zij loodrecht op 't invalsvlak gepolariseerd zijn:

$$\frac{\tan(i-r)}{\tan(i+r)} \left\{ 1 - \frac{2p_1 \cos i}{Vn_1} \right\}.$$

Daarbij zijn  $i$  en  $r$  inval- en brekingshoek voor de relatieve lichtstralen;  $p_1$  is de component van  $p$ , volgens de naar de tweede stof getrokken normaal, dus de snelheid waarmede 't spiegelende oppervlak terugwijkt.

Om de uitkomsten op de proef te stellen kan men ze met de wet van 't behoud van arbeidsvermogen vergelijken. Dit vereischt weinig berekening als men aanneemt, dat de eerste stof de aether is ( $n_1 = 1$ ), dat 't licht loodrecht invalt en dat de spiegel *volkomen* reflecteerend is, d. w. z. dat hij, als hij stil staat, 't licht geheel terugkaatst. Men verkrijgt dit geval als men  $n_2 = \infty$  stelt.

De volkomen reflecteerende spiegel laat geen licht door. Dat nu toch de amplitudo van het teruggekaatste licht slechts

$$1 - \frac{2p_1}{V}$$

<sup>1)</sup> Zie: *Verslagen en Mededeelingen*, Reeks III, Deel II, p. 324—329 of *Arch. Néerl.* T. XXI, p. 129—134.

maal die van het invallende licht is vindt zijne verklaring hierin, dat, terwijl de spiegel terugwijkt, telkens nieuwe deelen der ruimte met lichtbeweging, dus met arbeidsvermogen, gevuld worden en dat bovendien wegens de lichtbeweging op den spiegel een druk wordt uitgeoefend, die bij de verplaatsing een zekeren arbeid verricht.

Is in 't invallende licht  $k$  de maximumwaarde der dielectrische verplaatsing, dan is het arbeidsvermogen in dien bundel per volume-eenheid

$$2 \pi V^2 k^2, \dots \dots \dots (1)$$

zoodat, wanneer de doorsnede van den lichtbundel met een vlak evenwijdig aan den spiegel de grootte 1 heeft, per seconde een hoeveelheid arbeidsvermogen

$$2 \pi V^3 k^2, \dots \dots \dots (2)$$

naar den spiegel wordt gevoerd.

De amplitudo in 't teruggekaatste licht is

$$k \left( 1 - \frac{2 p_1}{V} \right)$$

en dus wordt per seconde weggevoerd het arbeidsvermogen

$$2 \pi V^3 k^2 \left( 1 - \frac{2 p_1}{V} \right)^2 \dots \dots \dots (3).$$

Voor het verschil van (2) en (3) kan men schrijven

$$8 \pi V^2 k^2 p_1 \dots \dots \dots (4).$$

Per tijdseenheid verplaatst zich de spiegel over een afstand  $p_1$  en wordt dus eene ruimte  $p_1$  met arbeidsvermogen gevuld. Het bedrag daarvan wordt gevonden als men  $p_1$  vermenigvuldigt met de som van (1) en  $2 \pi V^2 k^2 \left( 1 - \frac{2 p_1}{V} \right)^2$ ; het is dus

$$4 \pi V^2 k^2 p_1.$$

Dit is de helft van de hoeveelheid (4). De andere helft wordt besteed tot het verrichten van arbeid bij het verschuiven van den spiegel. De druk moet dus bedragen

$$4 \pi V^2 k^2,$$

hetgeen met de uitkomst van MAXWELL overeenstemt.