LA GRAVITATION [1])

Les progrès de la physique moderne sont longtemps restés à peu près infructueux pour la théorie de la gravitation et cette force universelle est aujourd'hui aussi mystérieuse qu'elle l'était il y a deux siècles. Tandis que d'autres forces physiques, celles de l'électricité et du magnétisme par exemple, dépendent de la nature de la matière et peuvent être soumises à des influences qui en modifient l'intensité et les effets, l'attraction universelle, immuable et intangible, se joue de l'art des expérimentateurs. Le poids d'un corps ne change pas quand la matière qui le compose passe d'un état à un autre, en subissant même les transformations chimiques les plus profondes, et pour tous les corps l'accélération de la chute dans le vide est exactement la même. On n'a jamais découvert la moindre trace d'une influence d'un corps interposé et il faut bien admettre que la gravitation peut passer par la Terre toute entière sans être sensiblement affaiblie. En un mot, on ne peut rien *changer* à la gravité.

Cependant, les théoriciens ne se sont pas laissé décourager; les nombreuses „théories de la graviation" en témoignent. Dans les unes on propose une „explication mécanique" plus ou moins réussie; dans les autres on se contente de rapprocher la gravitation d'autres phénomènes et d'imaginer la nature des liens qui l'unissent à ces derniers.

C'est sur les tentatives faites dans cette dernière direction que je me permettrai de présenter quelques remarques dans cet article que la Rédaction m'a fait l'honneur de me demander. J'aurai à parler de *trois* théories, mais particulièrement de celle qui a été développée dans ces dernières années par M. EINSTEIN et qui mérite sans doute toute l'attention des physiciens et des astronomes. J'espère pouvoir donner, sans entrer dans le détail des calculs mathématiques, une idée générale de ces vues nouvelles. Du reste,

[1]) Scientia. 16, 1914.

l'aperçu que je vais donner sera bien incomplet et je devrai passer sous silence les théories plus ou moins semblables qui ont été proposées par quelques autres physiciens [1]).

Parmi les autres phénomènes physiques ce sont ceux de l'électricité et du magnétisme qui montrent le plus d'analogie avec l'action de la gravitation. Les attractions et répulsions des corps électrisés et des pôles magnétiques suivent la même loi que la force de NEWTON ; les lois de COULOMB nous apprennent qu'elles sont inversement proportionnelles au carré de la distance. Aussi, une même théorie mathématique embrasse-t-elle tous ces phénomènes divers. Le potentiel électrostatique, qui a une valeur déterminée dans chaque point de l'espace environnant un corps chargé, correspond exactement au potentiel de la gravitation qui représente l'énergie potentielle, par rapport au corps attractif, d'une particule qui a l'unité de masse. Dans les deux cas il peut être question du potentiel, non seulement à l'extérieur, mais aussi à l'intérieur du corps qui produit les actions, et pour connaître la distribution des forces, il suffit de déterminer le potentiel en fonction des coordonnées. Ce sont les équations bien connues de LAPLACE et de POISSON qui servent à cela tant pour le champ électrostatique que pour le champ gravifique et qui déterminent ainsi les forces exercées par une distribution donnée d'électricité ou de matière attractive.

Dans les développements mathématiques que je viens de rappeler, on avait commencé par la théorie de la gravitation. Mais plus tard les rôles ont été renversés. Lorsque, grâce aux travaux de FARADAY et de CLERK MAXWELL, la théorie de l'électricité eut pris une nouvelle forme, ce fut elle qui put servir de modèle à celle de l'attraction universelle.

On sait qu'un des traits les plus caractéristiques de la théorie moderne de l'électricité est le rôle qu'elle attribue au milieu qui entoure et pénètre les corps considérés. Les actions se propagent

---

[1]) Voir, entre autres:
M. ABRAHAM. Phys. Zeitschrift. **13**, 1, 4, 310, 311, 793, 1912.
G. NORDSTRÖM. Phys. Zeitschrift. **13**, 1126, 1912.
G. NORDSTRÖM. Ann. der Physik. **40**, 856, 1913. **42**, 533, 1913.
G. MIE. Phys. Zeitschrift. **15**, 115, 169, 1914.
D. L. WEBSTER. Proc. Am. Acad. of Arts and Sciences. **47**, 561, 1912.
MC. LAREN. Phil. Mag. **26**, 636, 1913.

dans ce milieu avec une vitesse finie qui n'est autre chose que la vitesse de la lumière. Lorsqu'on eut reconnu cela, il fut naturel de se demander si la gravitation ne serait pas produite d'une manière analogue et si elle ne se propagerait pas, elle aussi, avec une vitesse finie, peut-être égale à celle de la lumière.

Évidemment cette question de la vitesse de propagation est de première importance. Si nous devions admettre qu'elle est infinie (propagation instantanée) ou au moins fort supérieure à la vitesse de la lumière, il y aurait une profonde différence entre un champ gravifique et un champ électromagnétique. Mais si nous pouvons attribuer à la gravité la même vitesse de propagation qu'à la lumière, il y aura un commencement de rapprochement.

Dans cet ordre d'idées j'ai essayé, il y a déjà bien des années, ce qu'on peut appeler une „théorie électromagnétique" de la gravitation [1]), en suivant une voie qui avait été préparée par MOSSOTTI. Ce physicien s'était représenté la matière comme consistant en électricité positive et électricité négative, et il avait regardé la gravitation comme une force résiduelle provenant d'une légère différence qu'il y aurait entre les attractions des électricités opposées contenues dans deux corps, et les répulsions des électricités de même signe. Je n'avais qu'à adapter cette manière de voir à la théorie moderne de l'électricité sous la forme qu'elle avait prise dans la théorie des électrons.

Dans les équations fondamentales de cette théorie on voit figurer les vitesses des particules chargées, disons les vitesses qu'elles ont relativement à l'éther. Tant que deux électrons sont en repos, leur action mutuelle est donnée par la loi de COULOMB. Mais dès qu'ils se meuvent, il y a une modification dépendant des rapports de leurs vitesses à celle de la lumière. Le changement provient de deux causes. D'abord, comme la propagation exige un certain temps, l'action exercée par l'éther sur le deuxième électron à un moment déterminé, ne dépend pas de la position que le premier électron occupe à ce même instant, mais de sa position à un certain moment antérieur. En second lieu, si le premier électron se déplace, il produit, dans l'espace environnant, non seulement un champ électrique, mais aussi un champ magnétique; c'est le champ dont l'existence a été démontrée par la célèbre expérience

[1]) Proc. Acad. Amsterdam. 2, 559, 1900.

de Rowland sur l'action magnétique d'un disque chargé tournant. Exposé à ce champ magnétique, le second électron éprouvera une force proportionnelle à sa vitesse, action qui se révèle dans la déviation des rayons cathodiques par un champ magnétique.

En imitant pour les quatre forces (deux répulsions et deux attractions), dont la gravitation serait la résultante, le calcul qu'on ferait pour deux électrons, j'ai trouvé la règle poir l'attraction de deux corps. Elle diffère de la loi de Newton par des termes accessoires qui dépendent du mouvement des corps et qui peuvent être développés en séries suivant les puissances ascendantes des rapports v_1/c et v_2/c, si l'on désigne par v_1 et v_2 les vitesses des deux corps, et par c celle de la lumière. Si, dans la suite, nous parlons de grandeurs de premier ordre, de deuxième ordre, etc., nous aurons toujours en vue un développement de ce genre.

J'ai trouvé que les formules définitives ne contiennent aucun terme du premier ordre, et comme ceux d'un ordre supérieur au deuxième sont absolument insensibles, la modification dont il s'agit se borne aux termes du deuxième ordre. Ajoutons immédiatement que cette particularité se retrouvera dans les autres théories dont nous aurons à parler.

Une question se posa ensuite: les phénomènes astronomiques nous permettent-ils de modifier ainsi la loi de Newton que les observations sont admirablement confirmée? Comme le rapport v/c est à peu près 1/10000 dans le cas de la Terre, 1/8500 pour Vénus et 1/6200 pour Mercure, des termes du premier ordre produiraient des perturbations qui n'auraient pu échapper aux observations; ce fut donc une heureuse circonstance qu'ils fussent absents. Quant aux termes du second ordre, j'en ai calculé les effets et j'ai trouvé des valeurs absolument insensibles dans la plupart des cas et tellement petites dans les autres qu'il devrait être extrêmement difficile d'en démontrer l'existence avec certitude.

Évidemment les effets en question doivent avoir la plus grande intensité pour la planète Mercure. Or, la longitude du périhélie de ce corps montre une variation séculaire qui ne peut pas être attribuée entièrement à l'attraction des autres planètes; d'après les calculs de Leverrier la partie inexpliquée est d'environ 44 secondes par siècle. C'est bien là presque le seul phénomène de la mécanique céleste dont on puisse espérer rendre compte par une modification de la loi de NEWTON, et qui puisse servir d'épreuve pour une nouvelle théorie de la gravitation. Malheureusement, la variation peut être expliquée d'autres manières. M. SEELIGER a montré qu'on peut y voir un effet dû à l'attraction d'un essaim de petits corps qui entoureraient le Soleil jusqu'à une certaine distance, tel qu'on se le représente pour rendre compte de la lumière zodiacale; la masse qu'il faudrait attribuer à ces corps n'aurait rien d'invraisemblable. Or, dans certaines limites, on est libre d'assigner à cette masse telle grandeur qu'on voudra et si on peut expliquer ainsi le mouvement de 44 secondes par siècle dont je viens de parler, on peut tout aussi bien rendre compte à la manière de M. SEELIGER d'une partie ou d'un multiple modéré de ces 44 secondes. On voit par là, combien il sera difficile d'obtenir une décision bien nette dans la discussion des effets du second ordre.

Mes calculs me donnèrent pour le mouvement séculaire du périhélie de Mercure 4 secondes, c'est-à-dire la dixième partie environ du mouvement résiduel inexpliqué. Mais j'ai reconnu bientôt qu'on ne pouvait guère attacher d'importance à ce résultat, et que ma théorie, tout en montrant qu'on peut bien admettre pour la gravitation la vitesse de propagation de la lumière, était bien défectueuse.

En effet, dans les années qui suivirent, les théories électromagnétiques continuèrent à se développer et elles aboutirent au principe de relativité qui fut énoncé par M. EINSTEIN, en 1906. Ma théorie de la gravitation ne se conformait pas à ce principe, dont l'importance était incontestable: d'abord parce qu'elle faisait intervenir non seulement le mouvement relatif de la planète par rapport au Soleil, mais aussi le mouvement du système planétaire tout entier par rapport à l'éther, et, en second lieu, parce que je n'avais pas tenu compte des modifications dans les principes de la mécanique que le nouveau principe comporte. Sans aucun doute ma théorie devait être abandonnée; il valait beaucoup mieux essayer une „théorie relativiste".

Avant d'en parler, je rappellerai brièvement l'origine et la signification du principe de relativité lui-même. On sait que, pour expliquer l'aberration astronomique, FRESNEL avait admis que l'éther n'est pas entraîné par le mouvement des corps célestes, qu'il peut, au contraire, être considéré comme entièrement immobile, ce qu'on peut comprendre si on se représente les particules matérielles comme parfaitement perméables à ce milieu.

Cette hypothèse de l'immobilité de l'éther implique que nos laboratoires et tous nos instruments sont continuellement traversés par un courant d'éther dont la vitesse est égale et opposée à celle de la Terre ; et on devait se demander si un tel courant n'aurait pas une influence observable sur nos expériences électromagnétiques et optiques. Aucun effet de cette nature n'ayant jamais été observé on devait chercher l'explication de ce résultat négatif.

Tant qu'on pouvait se borner aux termes du premier ordre, cela n'offrait pas trop de difficulté. Au contraire, l'absence des effets du deuxième ordre, démontrée dans quelques cas où on aurait pu les observer, exigeait des hypothèses nouvelles qu'il convient de signaler ici.

Supposons qu'il y ait deux observateurs A et B, chacun muni d'instruments de mesure et même d'un laboratoire complètement outillé. Imaginons que A et son laboratoire se trouvent en repos par rapport à l'éther et que B, avec tous ses appareils, se déplace à travers ce milieu avec une vitesse v constante en direction et en grandeur. Les instruments de B, les règles dont il se sert pour la mesure des longueurs, ses chronomètres, ses galvanomètres, etc., sont supposés être identiques à ceux de A, ce qui veut dire que, si les deux systèmes d'appareils se trouvent d'abord entre les mains du même observateur, par exemple de A, étant tous en repos pour lui, il lui sera impossible de les distinguer les uns des autres. Si ensuite l'une des collections est mise à la disposition de A et l'autre à celle de B, il se peut fort bien que A constate des différences entre ses instruments qui se trouvent en repos dans son laboratoire, et ceux de B qu'il voit se déplacer avec la vitesse v, ce qui naturellement ne l'empêchera pas de les observer. J'indiquerai pour les chronomètres et pour les règles de mesure la nature de ces différences et la manière dont A pourra les remarquer, bien entendu s'il a des facultés d'observation presque illimitées.

D'abord, soit C un des chronomètres appartenant à A, et C' un autre chronomètre qui se trouve à quelque distance du premier et qui peut appartenir soit à A, soit à B, c'est-à-dire qui peut être immobile dans le laboratoire de A, ou bien se déplacer avec la vitesse v. Pour comparer la marche de ces instruments, A se placera tout près de C et, à l'aide d'une source lumineuse qui se trouve dans son voisinage immédiat, il éclairera pour un moment seulement le cadran de C'. Il notera les positions t_1 et t_2 de l'aiguille de C aux moments du départ et du retour de la lumière, et, simultanément avec la deuxième observation, il lira la position t' de l'aiguille de C', qui devient visible pour un moment. Comme la lumière prend des temps égaux pour l'aller et le retour, t' sera l'indication de C' au moment où le chronomètre C marque le temps

$$\frac{1}{2}(t_1 + t_2).$$

Notons en passant que, si A se trouve en possession d'un certain nombre de chronomètres, auxquels il a donné des places fixes dans son laboratoire, il pourra de cette manière, non seulement s'assurer de leur égalité de marche, mais aussi les mettre d'accord les uns avec les autres. Après l'avoir fait, il peut facilement déterminer le temps t auquel a lieu un phénomène instantané qui se produit à un point quelconque du laboratoire; il le lira directement sur un chronomètre placé à ce point même.

Si maintenant — et voici que nous en venons à notre première hypothèse — c'est une horloge C' appartenant à B, que A compare avec C, il constatera que cette horloge qui se déplace dans le laboratoire marche plus lentement que le chronomètre stationnaire C dans le rapport de

$$a = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

à l'unité.

Passons à la comparaison des règles de mesure. Soient R une règle appartenant à A et R' une de celles de l'observateur B. Comme nous l'avons déjà dit, ces règles sont identiques entre elles et nous supposerons qu'elles aient été divisées de la même manière.

Commençons par le cas où R et R' ont toutes les deux la direction du mouvement de B; alors, si elles sont convenablement placées, A verra la règle R' glisser le long de R. Soient P' et Q' deux points quelconques de R', et P et Q les points de R avec lesquels P' et Q' coïncident à un moment déterminé t, ce qui veut dire que deux chronomètres du système de A, installés tout près des points P et Q, marquent cet instant au moment de la coïncidence de P

avec P' et à celui de la coïncidence de Q avec Q'. Alors, la seconde hypothèse nous dit que, si n est le nombre des divisions entre P et Q, et n' celui des divisions entre P' et Q', on aura

$$n = \frac{n'}{a}.$$

En d'autres termes, l'observateur A constatera que la règle R', qui se déplace dans le sens de sa longueur, est a fois plus courte que la règle immobile R.

Nous ajouterons l'hypothèse qu'un tel changement n'existe pas pour une règle qui se déplace dans une direction transversale. Si donc une expérience analogue à celle que nous venons d'imaginer, est faite avec deux règles R et R' ayant une direction commune perpendiculaire à la translation de R', le résultat sera

$$n = n'.$$

Du reste, la contraction de la règle mobile, qu'il remarque dans le cas précédent et le ralentissement de la marche d'une horloge mobile n'étonneront pas trop notre physicien. S'il a appris que les actions électromagnétiques se propagent dans l'éther, il sera préparé à admettre la même chose pour les forces moléculaires. Il se dira donc que ces forces peuvent être modifiées par une translation du système si l'éther n'y prend pas part. Cela pourra fort bien produire un raccourcissement d'une barre métallique et l'élasticité du ressort d'un balancier peut être changée de telle manière que la marche d'un chronomètre en est ralentie.

Voici maintenant comment on peut énoncer le principe de relativité. Si les observateurs A et B étudient des phénomènes quelconques, en se servant des règles et des chronomètres dont nous venons de parler, et d'autres instruments appropriés, alors, pour chaque phénomène observé par A, il y aura un phénomène correspondant, pour lequel B trouvera exactement les mêmes résultats numériques. Ou bien, sous une autre forme: Si x, y, z, t sont les coordonnées et le temps mesurés par A, et x', y', z', t' les coordonnées et le temps, mesurés par B dans son laboratoire mobile, les équations par lesquelles A exprime en fonction de x, y, z, t les grandeurs physiques qu'il observe, auront la même forme que celles par lesquelles B exprime ses observations en fonction de x', y', z', t'.

Remarquons surtout que les deux phénomènes correspondants dont nous venons de parler ne sont pas la même chose. Il est vrai que l'un se présente à A comme l'autre à B, mais si le même observateur, A par exemple, les observe tous les deux, il aura l'impression de phénomènes différents, dont l'un se passe dans un système de corps immobile pour lui, et l'autre dans un système qu'il voit se déplacer.

D'autre part, si un seul et même phénomène est observé par les deux physiciens, ils ne trouveront pas les mêmes valeurs pour les grandeurs physiques qui sont en jeu. Pour chaque classe de ces dernières, vitesses, accélérations, forces, etc., il y aura des relations déterminées entre les valeurs obtenues par A et par B. Nous n'avons pas à nous occuper ici des formules de transformation qui expriment ces relations; il suffira de dire que pour les coordonnées et le temps (x, y, z, t pour A et x', y', z', t' pour B) elles peuvent être mises sous la forme

$$x = x', \; y = y', \; z = az' + bct', \; t = at' + \frac{b}{c} z',$$

si l'on suppose que la translation de B ait lieu dans la direction des z et des z'. Le coefficient a a la valeur déjà indiquée, et b est donné par

$$b = \frac{v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

de sorte qu'on a toujours

$$a^2 - b^2 = 1.$$

Ces formules résument d'une manière bien simple ce que nous avons dit de l'influence d'une translation sur la longueur d'une règle de mesure et la marche d'un chronomètre.

Il est clair, d'après l'énoncé du principe que nous avons donné, que si les observateurs A et B viennent à discuter les résultats de leurs observations, ils n'y trouveront rien qui puisse leur apprendre lequel des deux se trouve en repos relativement à l'éther. Il est possible que ce soit A, comme nous l'avons supposé, mais il se peut tout aussi bien que ce soit B, ou bien que ce ne soit ni l'un ni l'autre; ils peuvent se déplacer tous les deux à travers l'éther.

Le principe de relativité implique l'impossibilité de découvrir le mouvement d'un corps par rapport à l'éther; il dit que le mouvement relatif d'un corps par rapport à un autre est le seul que nos observations puissent atteindre.

Nous ne pouvons parler ici des développements mathématiques auxquels le principe de relativité a donné lieu. Disons cependant quelques mots de la „mécanique relativiste"; terme qu'on peut bien employer parce qu'on a été amené à changer quelques définitions de la mécanique ordinaire. C'est ainsi que la quantité de mouvement d'un point matériel n'est plus définie par

$$G = mv,$$

mais comme le vecteur

$$G = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

m étant toujours une constante caractéristique pour le point considéré et indépendante de la vitesse v. La direction du vecteur G est celle de la vitesse, et le changement de G par unité de temps mesure la force qui agit sur le point matériel. Quant au travail d'une force, on s'en tient à la définition ordinaire, mais cela conduit maintenant à une nouvelle expression pour l'énergie cinétique, à savoir

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \text{const.}$$

Notons ici que pour des valeurs de la vitesse qui sont très petites par rapport à celle de la lumière, on retombe sur les formules

$$G = mv$$

et

$$E = \frac{1}{2}\, mv^2.$$

La dernière s'obtient si dans la formule générale pour l'énergie, on développe en série la fonction

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

et si on donne à la constante la valeur $-mc^2$.

Le coefficient m qui figure dans ces expressions peut être appelé la „masse constante". Souvent il y a avantage à introduire une „masse variable" M, définie par

$$M = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

La quantité de mouvement est alors donnée par

$$G = Mv$$

et l'énergie par

$$E = Mc^2 + \text{const.}$$

Dans tout ceci il s'agit dans une certaine mesure de conventions arbitraires. Mais cela ne doit pas nous faire oublier que le principe de relativité lui-même constitue une *hypothèse physique* qui pourra être confirmée ou réfutée par les observations. Les termes dans lesquels nous l'avons énoncé le montrent immédiatement. Il est clair que les forces naturelles doivent avoir certaines propriétés spéciales s'il nous sera possible de représenter les phénomènes par des équations de la même forme dans le système x, y, z, t et dans le système x', y', z', t'. La plus importante de ces propriétés est celle de se propager avec la vitesse c de la lumière.

C'est en premier lieu à ce caractère d'hypothèse physique que le principe doit l'intérêt qu'il a pour la science. Quant au parti qu'on pourra en tirer, il consiste dans la possibilité de prédire un phénomène qui peut avoir lieu dans un système de corps mobile en partant d'un autre qu'on a observé dans un système stationnaire. En effet, connaissant un phénomène qui s'est présenté à l'observateur A, on saura qu'il peut y avoir un phénomène correspondant pour l'observateur B et les formules de transformation nous apprendront sous quel aspect ce nouveau phénomène apparaîtra au premier observateur.

Nous pouvons aborder maintenant la deuxième théorie de la gravitation que nous avons à considérer, la théorie relativiste, qui a été développée entre autres par Poincaré [1]) et Minkowski [2]). Considérons deux corps I et II et décrivons leur mouvement en nous servant d'un système de coordonnées x, y, z et du temps t. Supposons que l'on connaisse la force F_0 avec laquelle I agit sur

[1]) Rendiconti del Circ. mat. di Palermo. 21, 129, 1906.
[2]) Gött. Nachr., Math. phys. Klasse, 1908, page 53.

II quand *I* est en repos dans ce système, le corps *II* ayant une vitesse quelconque. Alors, en se basant sur le principe de relativité on peut indiquer la force F pour le cas général où les deux corps se trouvent en mouvement. On connaîtra d'une manière analogue la force qui agit sur *I* et on déterminera le mouvement des deux corps en se servant des équations de la mécanique relativiste.

On voit que le problème n'est pas entièrement déterminé parce que le principe ne nous dit rien de la manière dont la force F_0 dépend de la vitesse du corps *II*. Si on prend pour modèle l'action de deux électrons, on est conduit à admettre qu'elle est indépendante de cette vitesse, que dans le fait elle n'est autre chose que l'attraction newtonienne. C'est dans cette hypothèse que M. DE SITTER [1]) a calculé les variations des éléments des orbites planétaires; il a trouvé 7 secondes pour le mouvement séculaire du périhélie de Mercure.

Il est intéressant de remarquer que, cette fois-ci, le résultat n'est pas dû à une modification de la loi de NEWTON en ce qui concerne la *force* qui agit sur la planète. En effet, le Soleil dont la masse est fort supérieure à celle de Mercure, a été considéré comme restant en repos; si on lui avait supposé une certaine vitesse, cela n'aurait eu aucune influence, l'essentiel dans la théorie relativiste étant précisément qu'un mouvement d'ensemble des deux corps ne peut avoir aucune influence. Or, d'après ce que nous venons de dire, pour le cas où le Soleil est en repos, la force qui agit sur Mercure se réduit à l'attraction de NEWTON. Le mouvement du périhélie calculé par M. DE SITTER provient entièrement de la nouvelle définition de la quantité de mouvement.

Nous en venons enfin à la théorie de M. EINSTEIN, qui se distingue de la précédente en ce que, même pour une planète en repos, elle conduit à une force un peu différente de l'attraction newtonienne. Son point de départ est une conséquence extrêmement remarquable que M. EINSTEIN a tirée du principe de relativité [2]).

La formule

$$E = Mc^2 + \text{const.}$$

que nous avons déjà citée, nous donne immédiatement la relation

$$\delta E = c^2 \delta M$$

[1]) Monthly notices of the Roy. Astron. Soc. **71**, 388, 1911.

[2]) Ann. der Physik. **23**, 371, 1907.

entre les variations simultanées de l'énergie E et de la masse M d'un point matériel pour le cas où la vitesse vient à changer. Eh bien, il s'est montré que cette relation est générale et s'applique non seulement à un point matériel, mais à un système matériel ou électromagnétique quelconque. Tout changement δE de l'énergie entraîne un changement correspondant

$$\delta M = \frac{1}{c^2}\delta E$$

de la masse, ce qu'on peut exprimer en disant que l'énergie elle-même possède ou représente une certaine masse. Si, par exemple, l'espace compris dans une enceinte matérielle fermée est rempli d'un rayonnement noir correspondant à une température déterminée, la masse M du système sera plus grande qu'elle ne serait sans ce rayonnement. C'est-à-dire que pour une vitesse de translation déterminée v du système, la quantité de mouvement Mv est devenue plus grande et qu'il faut maintenant une force plus grande pour produire cette vitesse v en un temps donné. C'est du reste un résultat qu'on peut obtenir directement en considérant les pressions des rayons sur les parois ; elles produisent une force résultante qui s'oppose à une accélération de l'enceinte.

Le théorème, déjà remarquable en lui-même, le devient encore davantage si on le combine avec la proposition que le poids d'un corps est proportionnel à sa masse. Si on admet cela comme universellement et rigoureusement vrai, il faut nécessairement en conclure que le poids d'un corps est, comme la masse, d'autant plus grand que son contenu d'énergie est plus considérable. L'énergie, par exemple celle du rayonnement, aura un certain poids.

Précisons un peu le sens de ces mots. Au lieu de dire qu'un point matériel est soumis à une force, on peut dire aussi que sa quantité de mouvement change d'un instant à l'autre. Or, on sait que cette notion de quantité de mouvement a été étendue à un champ électromagnétique ; tous les physiciens admettent que dans les parties d'un tel champ où il y a un courant d'énergie il y a aussi une quantité de mouvement dont la direction coïncide avec celle de ce courant même, que par exemple un faisceau de rayons lumineux parallèles est doué d'une quantité de mouvement dans le sens de la propagation. C'est ainsi qu'on se rend compte de la pression de la lumière prédite par Maxwell et étudiée expérimentalement par plusieurs physiciens. Un écran frappé par le faisceau reçoit une quantité de mouvement égale et opposée au changement de celle des rayons; s'il y a réflexion, l'effet des rayons est comparable à celui que produiraient des projectiles rebondissants.

L'hypothèse de M. EINSTEIN revient maintenant à dire que la quantité de mouvement d'un faisceau lumineux change continuellement quand la propagation a lieu dans un champ gravifique; à la surface de la Terre la pesanteur produira une composante verticale s'ajoutant à la quantité de mouvement qui existait déjà. On comprend facilement que si cela est vrai de tous les rayons qui composent le rayonnement noir dans une enceinte fermée, l'effet sera une force résultante verticale sur l'enceinte. Sur le trajet entre deux réflexions successives chaque rayon acquerra une quantité de mouvement qu'il transmettra à la paroi.

Il est naturel d'appliquer les hypothèses qui ont été faites sur la masse et le poids de l'énergie à un faisceau de lumière se propageant librement dans une direction horizontale. Si on n'objecte rien à cela, on peut démontrer que la vitesse de la lumière change d'un point à l'autre dans un champ gravifique [1]).

Pour le faire voir nous nous servirons de la construction bien connue de HUYGENS, par laquelle on détermine la propagation des ondes et la marche des rayons, et qui s'applique tant qu'on peut faire abstraction des phénomènes de diffraction. Elle nous apprend à connaître non seulement la manière dont un faisceau est limité latéralement, mais aussi le mouvement des plans, s'il y en a, qui le limitent du côté antérieur et du côté postérieur; on peut considérer la propagation d'un „tronçon de faisceau".

La seule chose qu'il faille connaître pour pouvoir faire la construction, c'est la vitesse de la lumière ,et on voit immédiatement que si, dans le champ gravifique, cette vitesse avait partout la valeur constante qui appartient à un espace libre de la gravitation, et que je désignerai par c_0, les tronçons avanceraient exactement comme ils le feraient dans un tel espace. La gravitation ne changerait rien aux figures géométriques qui en représentent le mouvement, la forme et l'étendue.

L'influence de la gravitation par laquelle d'après notre hypothèse, la quantité de mouvement serait continuellement changée, devrait donc porter sur la constitution intime d'un tronçon. Et

[1]) Dans la théorie de la gravitation de M. NORDSTRÖM la vitesse de la lumière est regardée comme une constante.

voilà ce qui semble difficile à comprendre pour le cas d'un faisceau horizontal se propageant dans un champ gravifique homogène à lignes de forces verticales, tel que le champ de la pesanteur terrestre. Il est naturel d'admettre que dans ce champ l'état de choses est le même en tous les points d'un plan horizontal, et alors on ne voit pas bien ce qui pourrait être changé dans la structure d'un tronçon qui avance horizontalement. La difficulté disparaît si on admet que la vitesse de la lumière augmente avec la hauteur. La construction de HUYGENS conduit alors à une courbure des rayons et le changement de la quantité de mouvement dont il s'agit, est bien compatible avec ce changement dans la direction.

M. EINSTEIN a été conduit à cette variabilité de la vitesse de la lumière en se basant sur une hypothèse qu'il a appelée le „principe d'équivalence" [1]. Nous avons déjà vu qu'une translation uniforme d'un système ne peut avoir aucun effet sur les phénomènes dont il est le siège; un observateur qui prendrait part à ce mouvement sans s'en douter n'en serait jamais averti par les résultats de ses expériences. Mais il en sera autrement si le système a une translation accélérée ou ralentie. Imaginons avec M. EINSTEIN qu'il n'y a pas de pesanteur, mais que la chambre où nous nous trouvons a par rapport à l'éther — auquel nous rapporterons tous les déplacements — un mouvement accéléré en haut. Il est clair qu'un corps qui est libre dans l'espace de la chambre, et qui en réalité sera en repos ou en mouvement uniforme, nous fera l'impression qu'il est assujetti à une force verticale. Si, à un moment donné, il a la même vitesse, que la chambre et nous semble par conséquent être en repos, nous le verrons tomber un instant plus tard, car, tandis que sa vitesse est restée la même, la nôtre a augmenté. Il se peut aussi que nous voyons monter le corps jusqu'à une certaine hauteur, et retomber ensuite; et dans le cas général où la trajectoire réelle est une ligne droite, la trajectoire apparente sera une courbe tournant sa convexité en haut.

C'est cette équivalence des effets de la pesanteur d'un côté et des effets apparents produits par un mouvement ascendant et accéléré de l'observateur de l'autre, qui est postulée par le nouveau principe de M. EINSTEIN. On peut le formuler analytiquement en disant que les modifications nécessités par la gravitation

[1]) Ann. der Physik. 35, 898, 1911.

dans les équations qui décrivent les phénomènes en termes des coordonnées x, y, z, t sont identiques à celles auxquelles conduirait, en l'absence d'un champ gravifique, l'introduction de nouvelles variables x', y', z', t', la nouvelle origine des coordonnées ayant dans le système x, y, z, t un mouvement accéléré et la quatrième variable t' ayant été convenablement choisie.

Évidemment tout cela ne nous dirait rien de nouveau si nous devions nous borner au mouvement d'un point matériel. Mais si nous appliquons le principe à *tous* les phénomènes, quelle qu'en soit la nature, nous pourrons prédire des effets de la pesanteur auxquels autrement on n'aurait jamais songé. En effet, on peut examiner pour un phénomène quelconque quel est le changement de sa représentation mathématique qui est dû au passage du système x, y, z, t au système x', y', z', t', ou, en d'autres termes, quel est le changement dans l'impression que le phénomène nous fait quand nous montons nous-mêmes d'un pas accéléré; exactement le même changement sera produit en réalité par la pesanteur.

On voit sans peine que pour un faisceau de lumière qui a d'abord une direction horizontale et qui se propage dans le champ de la pesanteur, le principe d'équivalence conduit à la courbure dont nous avons parlé, et qui nous prouve, en vertu de la construction de Huygens, que la vitesse de la lumière augmente avec la hauteur. Ajoutons immédiatement que la variation serait excessivement petite, comme le seraient, du reste, la plupart des effets dont nous aurons à nous occuper. Si u est la vitesse que prend un corps en tombant d'un point P à un point P', les vitesses de la lumière à ces deux points différeraient d'à peu près

$$\frac{u^2}{2c_0},$$

où c_0 est de nouveau la vitesse de la lumière dans l'absence d'un champ gravifique.

Dans un champ uniforme cette différence serait proportionnelle à la hauteur PP' ; et par conséquent à la variation du potentiel gravifique. En d'autres termes, ce potentiel qui, par sa variation, nous indique la force attractive de la Terre, déterminerait également les variations de la vitesse c de la lumière et la courbure des rayons qui en dépend.

Voilà la théorie de M. EINSTEIN, sous sa première forme, disons la théorie provisoire, dans laquelle il s'est contenté de calculs plus ou moins approximatifs. Depuis, il n'a pas cessé de la perfectionner et ses efforts ont abouti à la théorie admirable qu'il a publiée, il y a quelque temps, avec la collaboration de M. GROSSMANN [1]). Il est vrai que la beauté de cette doctrine a été obtenue au prix d'une assez grande complication.

Dans la théorie définitive de M. EINSTEIN, un champ gravifique quelconque est caractérisé, non pas par un seul potentiel, mais par dix grandeurs qui dépendent en général des coordonnées et du temps, et dont les dérivées déterminent tous les effets de la gravitation. On voit que c'est bien compliqué, mais heureusement les applications se simplifient, un grand nombre de termes étant trop petits pour pouvoir produire des effets observables. Notons aussi que parmi les dix grandeurs caractéristiques il y en a une qui prédomine; elle joue le rôle de l'unique potentiel des anciennes théories et de la vitesse variable de la lumière de la théorie provisoire.

Il y a deux classes de phénomènes pour lesquelles M. EINSTEIN établit ce qu'on peut appeler les équations fondamentales, je veux dire les équations qui déterminent complètement et dans tous les détails ce qui se passe dans un champ gravifique.

Dans le premier cas il s'agit du mouvement d'un point matériel, dans le second du champ électromagnétique produit par un système d'électrons animé d'un mouvement quelconque.

Les équations du mouvement du point matériel se déduisent d'un principe analogue à celui de HAMILTON et exprimé par une formule qui contient les dix grandeurs caractéristiques [2]). Ces

[1]) Zeitschr. f. Math. und Physik. **62**, 225, 1914.

[2]) Comparons le mouvement réel du point matériel à un mouvement varié qui en diffère infiniment peu, en ne changeant rien aux valeurs initiales et finales des coordonnées et du temps. Si nous écrivons x_1, x_2, x_3, x_4 au lieu de x, y, z, t, le principe de M. EINSTEIN s'exprime par la formule

$$\delta \int ds = 0,$$

où

$$ds^2 = g_{11}\, dx_1^2 + \ldots + g_{44}\, dx_4^2 + 2g_{12}\, dx_1\, dx_2 + \ldots + 2g_{34}\, dx_3\, dx_4.$$

Les dix coefficients g ($g_{ij} = g_{ji}$) sont les grandeurs caractéristiques. Dans un système où il n'y a pas de gravitation, on a

$$ds^2 = -dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 + c_0^2\, dx_4^2.$$

On a donc dans ce cas

$$g_{44} = c_0^2,\ g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1,$$

toutes les autres grandeurs caractéristiques étant nuls.

grandeurs figurent également dans les équations du champ électromagnétique, qui ont à peu près la même forme que les formules fondamentales de la théorie des électrons, et qui nous apprennent comment dans le champ gravifique la vitesse de la lumière varie avec la position du point considéré.

Pour d'autres classes de phénomènes, par exemple pour ceux de l'élasticité et en général pour tous ceux qui dépendent des actions moléculaires, M. EINSTEIN entre moins dans le détail, se bornant à un système d'équations qu'on peut appeler „dérivées" en opposition avec les équations fondamentales.

Dans les théories des systèmes moléculaires et des milieux continus, on peut fixer l'attention sur la quantité de mouvement et sur l'énergie qui se trouvent dans un élément de volume déterminé, et en particulier sur le changement de ces grandeurs d'un instant à l'autre. Cette variation est causée, d'abord par des actions que subit la matière à l'intérieur de l'élément, et en second lieu par ce qui se passe à sa surface. C'est ainsi qu'on peut établir trois équations qui se rapportent aux composantes de la quantité de mouvement et qui contiennent la force Φ agissant sur la matière par unité de volume, et les tensions qui existent à la surface d'un élément de volume. Bien entendu, le mot „tension" est pris ici dans un sens généralisé; il comprend tout ce qui peut donner lieu à un changement de la quantité de mouvement qui se trouve d'un côté de la surface considérée, par exemple le transport d'une quantité de mouvement par des particules qui vont d'un côté à l'autre.

Dans une quatrième équation dérivée il est question de l'énergie. On y trouve un terme relatif au travail de la force Φ et d'autres qui représentent des „courants d'énergie", ces derniers comprenant aussi le travail des forces superficielles exercées sur un élément de volume.

Pour un système d'un grand nombre de points matériels, entre lesquels il n'y a aucune liaison, et pour le champ électromagnétique, les équations dérivées peuvent être déduites des équations fondamentales. Elles prennent la même forme dans les deux cas, et on peut maintenant admettre avec M. EINSTEIN que, sous cette forme, elles sont applicables à tous les phénomènes matériels, même à ceux pour lesquels on ne possède pas encore les équations fondamentales.

Chaque équation dérivée contient un terme qui dépend des dérivées des grandeurs caractéristiques. Ces termes expriment l'influence du champ gravifique sur la quantité de mouvement et sur l'énergie du système considéré et nous montrent en même temps quelles sont les grandeurs dans ce système qui déterminent l'action de la gravitation, qui lui servent, pour ainsi dire, de point d'attaque. En premier lieu et conformément à l'idée fondamentale de la théorie c'est l'énergie; c'est elle qui joue ici le rôle le plus important. Mais en second lieu, les composantes de la quantité de mouvement, les tensions et les courants d'énergie contribuent également à la susceptibilité du système à l'influence du champ gravifique; cela montre bien combien la nouvelle théorie de M. Einstein est plus détaillée et plus achevée que sa théorie provisoire.

Remarquons encore, à propos des équations dérivées, qu'elles ne contiennent aucun terme qui représente une masse matérielle, toute masse ayant été remplacée par de l'énergie. C'est ce qu'on peut faire sans se livrer à des spéculations sur la nature de la matière. Si, par exemple, la masse variable M d'un point matériel prend la valeur M_0 pour $v = 0$, on peut substituer une quantité d'énergie $M_0 c^2$ à cette masse qui existe à l'état de repos.

Jusqu'ici nous avons parlé seulement de la première partie de la théorie de M. Einstein; il y a une deuxième partie non moins importante. Si l'on admet que l'énergie est soumise à la gravitation, il est naturel de supposer aussi qu'elle puisse la produire, je veux dire que l'attraction exercée par un corps augmente à mesure qu'il est doué d'une plus grande quantité d'énergie; s'il en est ainsi, on pourra dans ce nouveau problème comme dans le précédent faire disparaître la masse matérielle en la remplaçant par de l'énergie.

Il s'agissait maintenant de montrer comment le champ gravifique est déterminé par la distribution de l'énergie, c'est-à-dire de trouver les équations qui doivent prendre la place de l'équation de Poisson. Question ardue et qui se complique parce qu'on a affaire non pas à un seul potentiel, mais à dix grandeurs caractéristiques. Cependant M. Einstein est parvenu à la résoudre complètement, et à établir toutes les équations différentielles nécessaires. Comme on pouvait s'y attendre elles contiennent les mêmes grandeurs qui figurent dans les équations dérivées: énergie, quantité de mouvement, tensions, courants d'énergie, tout cela contribue à déterminer l'attraction exercée par un corps. Heureusement nous pouvons ajouter que le problème se simplifie beaucoup quand on se contente d'une première approximation. Alors, les équations nous apprennent que la gravitation se propage avec la vitesse c_0 qui appartient à la lumière dans l'absence d'un champ gravifique. Nouvelle simplification pour un état stationnaire; on n'a plus à se préoccuper de la propagation et on est ramené à l'équation de POISSON.

Le mémoire de M. EINSTEIN se borne aux idées et aux équations générales, mais on y trouve tout ce qui est nécessaire pour la solution de problèmes spéciaux. On peut, par exemple, calculer les grandeurs caractéristiques pour le champ gravifique qui entoure le Soleil et en déduire la force qui agit sur une planète. Ici, comme dans la théorie relativiste, le Soleil peut être supposé en repos par rapport aux axes des coordonnées. Ici encore, les expressions finales pour la force cherchée contiennent, à côté des termes principaux qui correspondent à la loi de NEWTON, de petits termes accessoires qui dépendent du mouvement de la planète et qui sont de nouveau du deuxième ordre de grandeur. Mais à ces termes s'en ajoutent maintenant d'autres qui interviendraient même si la planète était en repos, et dont le plus important indique une force inversement proportionnelle au cube de la distance au Soleil. Le rapport de ce terme à celui qui représente la force newtonienne contient le facteur

$$\frac{w^2}{c_0^2},$$

où w représente la vitesse (calculée d'après l'ancienne théorie) que la planète devrait avoir pour décrire un cercle. Comme cette vitesse ne diffère pas beaucoup de la vitesse de la planète dans son orbite, on voit que le nouveau terme accessoire est, lui aussi, du deuxième ordre de grandeur.

Quant à la vitesse c_0, on peut admettre que c'est la vitesse de la lumière à une distance infinie du Soleil. Elle entre dans les formules parce que l'intégration des équations différentielles pour les grandeurs caractéristiques introduit quelques constantes qu'on déterminera à l'aide des valeurs qui existent à une distance infinie. Ces valeurs sont c_0^2 pour l'une des grandeurs caractéristiques, — 1 pour trois des autres, et zéro pour le reste.

Après avoir trouvé la force qu'elle éprouve on déterminera le mouvement d'une planète à l'aide des équations fondamentales pour le mouvement d'un point matériel dans un champ gravifique. Le calcul n'a pas encore été effectuée, mais d'après ce qui a été dit de l'ordre de grandeur des termes accessoires il est à prévoir que le résultat sera semblable à celui de la théorie relativiste. Il est donc bien à craindre qu'on n'obtienne pas ainsi ni une confirmation ni une réfutation décisive de la nouvelle théorie.

M. EINSTEIN a signalé une conséquence de sa théorie qui permettra peut-être d'observer presque directement la variabilité de la vitesse lumineuse dans un champ gravifique. Nous avons vu qu'un faisceau de lumière sera courbé sous l'influence de la pesanteur. Ce changement de direction, absolument insensible quand il s'agit du champ terrestre, doit être bien plus marqué dans celui du Soleil. M. EINSTEIN a calculé qu'un rayon de lumière venant d'une étoile et rasant la surface du Soleil devrait subir une déviation de 0",83 par laquelle la position apparente de l'étoile serait éloignée du bord du Soleil. Cette prévision, qui subsiste dans la nouvelle théorie, pourra peut-être être mise à l'épreuve à l'occasion d'une éclipse totale, malgré les grandes difficultés qu'on y rencontrera sans doute.

Il y a un autre effet encore qui a été prédit par M. EINSTEIN et dont il faut parler ici. Revenons, pour en faire connaître la nature, à la chambre qui monte de plus en plus vite. Supposons qu'une source de lumière monochromatique s'y trouve à une certaine hauteur h et qu'on examine la lumière à l'aide d'un appareil spectroscopique placé à une moindre hauteur h', la source et le spectroscope prenant part tous les deux au mouvement de la chambre. Soit n la fréquence des vibrations de la source. Quelle sera alors la fréquence n' des vibrations que reçoit la fente du spectroscope, nombre qui détermine la position de la raie spectrale observée? C'est ce que le principe de DOPPLER peut nous apprendre. On aura $n' = n$, si la vitesse v de la source au moment du départ des rayons est égale à la vitesse v' de la fente au moment de leur arrivée; mais si ces vitesses sont différentes, on aura

$$n' = n\left(1 + \frac{v' - v}{c_0}\right).$$

Or, il y a une différence entre les vitesses v et v' parce qu'elles sont égales à la vitesse de la chambre aux moments successifs que je viens de nommer. L'intervalle étant

$$\frac{h - h'}{c_0},$$

on peut écrire, en désignant par g l'accélération de la chambre, — égale en valeur absolue à celle que produit la pesanteur —,

$$v' - v = g\,\frac{h - h'}{c_0},$$

$$n' - n = ng\,\frac{h - h'}{c_0^2}.$$

D'après cette formule, qui est une approximation mais qui suffit pour notre but, $n' - n$ est proportionnel à la différence des hauteurs. Par conséquent, si avec le même spectroscope on examine la lumière de deux sources placées à des hauteurs différentes, les raies de celle qui occupe la position la plus élevée seront déplacées par rapport aux raies de l'autre source dans la direction du violet.

Le principe d'équivalence exige que les phénomènes qu'on observerait dans la chambre mobile, puissent se produire aussi dans les circonstances ordinaires, sous l'action de la pesanteur; les raies d'une source lumineuse seraient d'autant plus déplacées vers le violet, à mesure qu'elle occupe une position plus élevée. Il est clair que, s'il en était ainsi, on devrait l'attribuer à une vraie différence en fréquence; et, en effet, dans le champ gravifique, les forces qui régissent les vibrations dans la source pourraient bien varier avec la hauteur.

D'après la formule que nous venons d'établir, l'effet serait absolument insensible dans le champ gravifique terrestre. Mais ici encore, on peut avoir recours au champ beaucoup plus fort qui entoure le Soleil. Pour deux molécules identiques dont l'une se trouve à la surface même de cet astre et l'autre à une grande distance, par exemple à la surface de la Terre, la différence s'élève à $2.10^{-6}\,n$, ce qui correspond à 0,01 Å à peu près. C'est de cette quantité que les raies de FRAUNHOFER du spectre solaire devaient être déplacées vers le rouge par rapport aux raies correspondantes d'une source terrestre. Il est bien curieux que des déplacements de cet ordre de grandeur ont été réellement observés. On les a attribués à des effets de pression ou de mouvement, mais il est fort possible qu'ils soient dus à la cause indiquée par M. EINSTEIN [1]).

Le principe d'équivalence, dont nous nous sommes servis dans le raisonnement précédent, ne peut pas être maintenu d'une manière générale. En effet, il revient à dire que l'effet de la gravitation sur les équations de la physique est identique à l'effet que produirait l'introduction de certaines variables nouvelles x', y', z', t', au lieu de x, y, z, t. Pour que le principe soit vrai pour un champ gravifique quelconque, il faut donc qu'il y ait une substitution qui ramène les équations de ce champ à la forme de celles qui appartiennent à un système sans gravitation.

Or, on peut changer de variables de bien des façons sans modifier la forme des équations de M. EINSTEIN; c'est-là précisément une de leurs propriétés les plus importantes. Dans le cas des équations fondamentales pour un point matériel mouvant et pour un champ électromagnétique, et dans celui des équations dérivées dont nous avons parlé, on peut même appliquer une substitution quelconque; elle n'aura d'autre effet que de changer les valeurs des grandeurs caractéristiques. Mais il est impossible, même pour un champ gravifique stationnaire, tel que celui du Soleil, de trouver une substitution qui donne à ces grandeurs, pour toute l'étendue du champ, les valeurs $(c_0^2, -1{,}0)$ qui conviennent à un champ non-gravifique et dont il a été question dans ce qui précède.

Cependant, la conclusion relative au déplacement des raies spectrales subsiste dans la nouvelle théorie de M. EINSTEIN. Cela provient de ce que, dans les idées de ce physicien, beaucoup de phénomènes physiques sont sensibles au champ gravifique, comme le sont la propagation de la lumière et les actions électromagnétiques. La gravitation peut modifier les forces moléculaires et elle peut ainsi avoir une influence sur les dimensions des corps et sur l'élasticité du ressort régulateur d'un chronomètre, de telle manière que la marche de deux chronomètres égaux placés à des distances inégales du Soleil devienne différente. Un effet analogue pourra se produire dans le cas d'autres phénomènes périodiques, tels que le mouvement vibratoire à l'intérieur d'un atome, auquel nous attribuons l'émission de la lumière. Ainsi, une influence de la gravitation sur les forces qui déterminent les vibrations des parti-

[1]) Voir E. FREUNDLICH, Phys. Zeitschrift. **15**, 369, 1914.

cules lumineuses, pourra toujours donner lieu au déplacement des raies spectrales que nous avions prédit en nous basant sur le principe d'équivalence.

La question de l'influence de la gravitation sur les dimensions des corps et la marche des chronomètres mérite un examen spécial. Je me permets donc d'y insister un peu, en me bornant au champ stationnaire qui entoure un centre attractif immobile O, le Soleil par exemple. Ce centre sera pris pour origine d'un système de coordonnées rectangulaires.

Si les équations du champ auront la forme que leur donne M. Einstein, il faut que, pour chaque instant et pour chaque point de l'espace, on assigne des valeurs déterminées aux variables t, x, y, z. Je désignerai ces valeurs comme le temps „spécial" et les coordonnées „spéciales" et j'appliquerai des termes analogues aux valeurs qu'on obtient pour les grandeurs physiques en se basant sur les valeurs spéciales de t, x, y, z.

Or, à cause de l'influence de la gravitation sur la marche des chronomètres et la longueur des règles de mesure, les valeurs en question du temps et des coordonnées ne peuvent pas être déterminées directement; elles différeront plus ou moins des valeurs „mesurées" qu'on obtient à l'aide d'un chronomètre installé en un point quelconque du champ et de barres matérielles considérées comme invariables.

Si, par exemple, deux chronomètres identiques entre eux se trouvent à des distances inégales du centre O, l'un indiquera peut-être le temps spécial, mais alors l'autre ne le fera pas. Pareillement une règle placée le long de OX à grande distance du centre, peut être divisée de manière à nous donner immédiatement les différences entre les coordonnées spéciales x de ses points, mais elle cessera de le faire si en la déplaçant le long de l'axe on la rapproche du centre attractif. Enfin, si en un point quelconque de la ligne OX, il y a deux règles identiques, l'une dans la direction de OX et l'autre dans celle de OY, les corrections qu'il faudra apporter aux distances lues sur ces règles pour trouver les différences des valeurs spéciales de x (première règle) et celles des valeurs spéciales de y (deuxième règle) ne seront pas les mêmes. On peut exprimer tout cela en disant que les longueurs des règles sont changées par le champ gravifique et que ce changement varie avec la direction qu'on leur donne. Bien entendu, en parlant de ces changements, nous penserons à une comparaison des distances lues sur les règles de mesure avec celles qu'on déduit des différences entre les valeurs des coordonnées spéciales.

Voici maintenant une question importante: de quelle manière pourra-t-on arriver, malgré ces complications, à la connaissance des valeurs spéciales de t, x, y, z qui figurent dans les équations de M. Einstein?

En ce qui concerne la première variable, le temps, la réponse est toute indiquée. En effet, supposons qu'un observateur puisse se déplacer librement dans tout l'espace entourant le centre O et qu'il soit muni d'un certain nombre de chronomètres C auxquels il donnera des places fixes dans cet espace, quelques-uns d'entre eux, que je nommerai C_0 se trouvant à une distance de O qui peut être regardée comme infinie. Comme, d'après les nouvelles équations du champ électromagnétique, la durée de la propagation de la lumière entre deux points quelconques est la même pour les deux directions opposées des rayons, on pourra toujours comparer la marche de deux chronomètres en suivant la méthode que nous avons exposée lorsqu'il fut question du principe de relativité. L'observateur trouvera ainsi que tous les chronomètres C_0 ont exactement la même marche, mais que celle des chronomètres C sera plus ou moins différente. Il peut admettre alors — et cela ne donnera lieu à aucune contradiction — que les chronomètres C_0 qui seront en quelque sorte ses chronomètres étalons, indiquent le temps spécial. Il pourra ensuite ramener l'indication de chaque chronomètre C à celle des C_0; ses comparaisons lui en fourniront le moyen.

Le problème est moins simple en ce qui concerne les règles de mesure. Voici cependant comment notre observateur pourra les utiliser pour déterminer les coordonnées spéciales x, y, z et leurs différences.

1. Il peut d'abord étudier la marche de rayons lumineux. Or, des considérations de symétrie montrent immédiatement que dans l'espace dont il s'agit, des rayons peuvent se propager le long de lignes droites passant par le centre; d'autres suivront des courbes, dont chacune est située dans un plan mené par O. L'observateur pourra donc tracer des lignes droites passant par le centre.

Après en avoir choisi deux il les reliera par des rayons et il déterminera ainsi un plan qui contient le point O. Je suppose qu'après l'avoir fait, il borne toutes les observations qu'il fera encore à ce seul plan P.

2. Comme les phénomènes dans lesquels la gravitation joue un rôle, dépendent de la distance au centre, on pourra distinguer si pour deux points quelconques cette distance est la même ou bien différente. On peut donc tracer des cercles C ayant O pour centre.

3. Prenons pour axes des x et des y deux droites perpendiculaires entre elles et tirées dans le plan P par le centre O. Soient A un point quelconque de OX, B un second point de cet axe, plus éloigné de O d'une quantité infiniment petite, C_a et C_b les cercles décrits avec les rayons OA et OB, et D un point du premier cercle infiniment voisin du point A.

L'observateur comparera les distances AB et AD avec „l'unité de longueur" qui est tracée sur la règle dont il veut se servir, et il trouvera ainsi pour la première distance la longueur nominale dl et pour la seconde la longueur nominale ds. Je dis „longueur nominale" parce que dl ne sera pas la différence des valeurs de la coordonnée x aux points A et B et que de même ds ne sera pas la différence des valeurs de y aux points A et D. Mais on pourra écrire pour la première de ces différences

$$\alpha dl$$

et pour la seconde

$$\beta ds,$$

représentant ainsi les longueurs de AB et de AD dans le système x, y, z.

Quant aux coefficients α et β, ils sont provisoirement inconnus. Mais on peut dire qu'ils sont des fonctions de la distance au centre et qu'ils sont égaux à l'unité à une distance infinie. En effet, on peut admettre que dans une région très éloignée du centre O, la gravitation ne se fait plus sentir et que la règle de mesure employé nous y fait connaître les distances „spéciales".

4. Supposons maintenant que notre observateur mesure avec sa règle la circonférence du cercle C_a. Ce qui a été dit de l'élément ds s'applique à tous les éléments de cette ligne. Donc, si le résultat de la mesure est s, la longueur de la circonférence dans le système

x, y, z sera βs, et si nous postulons que la géométrie ordinaire soit applicable à ce système, le rayon sera

$$r = \frac{\beta s}{2\pi}$$

ou bien

$$r = \beta r',$$

si nous désignons par r' la valeur nominale qu'on trouve pour le rayon en divisant par 2π la longueur mesurée s de la circonférence.

L'observateur peut ensuite répéter pour le cercle C_b ce qu'il a fait pour C_a. Il trouvera un rayon nominal $r' + dr'$, et le vrai rayon sera

$$r + dr = (\beta + d\beta)\ (r' + dr'),$$

$\beta + d\beta$ étant la valeur du coefficient β au point B, qui différera un peu de celle qui appartient au point A.

Les deux dernières équations nous donnent

$$dr = \beta dr' + r'd\beta$$

et comme on a aussi

$$dr = \alpha dl,$$

on trouve

$$\alpha \frac{dl}{dr'} = \beta + r' \frac{d\beta}{dr'}.$$

Dans cette équation le facteur dl/dr' est un nombre qu'on déduit des observateurs, et comme les mesures peuvent être répétées pour un grand nombre de valeurs de la distance OA, chaque mesure conduisant à une valeur de r', ce nombre sera une fonction connue de r'.

5. On voit par les formules que nous venons d'établir que le problème posé sera complètement résolu dès qu'on connaîtra la relation entre r et r', car alors on connaîtra aussi, pour chaque valeur d'une de ces variables, les coefficients α et β qui déterminent les changements en longueur des règles de mesure. Mais comment trouver cette relation entre r et r' ?

C'est à l'équation de LAPLACE — ou plutôt à l'équation correspondante de M. EINSTEIN — qu'on peut avoir recours maintenant.

Pour le comprendre il suffit de remarquer qu'en première approximation la vitesse c avec laquelle la lumière se propage le long d'une ligne passant par O, comme OX, — je veux dire la vitesse „spéciale" — est une telle fonction de r que $1/c$ satisfait à l'équation de LAPLACE [1]). Or, si pour un élément AB de la ligne OX, les grandeurs dr, dr', dl ont la même signification que dans les formules précédentes et si dt est le temps, mesuré par un chronomètre infiniment éloigné, que la lumière met à parcourir la distance AB, on aura

$$c = \frac{dr}{dt}$$

et, si l'on pose

$$c' = \frac{dl}{dt},$$

il y aura entre ces deux grandeurs la relation

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c'}\frac{dl}{dr'}\frac{dr'}{dr}.$$

Évidemment c' n'est autre chose que la valeur qu'on trouve pour la vitesse de la lumière, en mesurant directement la longueur de AB. Comme cette vitesse c' peut être déterminée en chaque point de la ligne OX, c'est-à-dire pour toute valeur de r', elle peut être considérée comme une fonction connue de cette variable. Il en est de même de dl/dr' et on peut donc écrire

$$\frac{1}{c} = \varphi(r')\frac{dr'}{dr},$$

où le premier facteur est une fonction connue. En exprimant que cette expression, considérée comme une fonction de r, doit satisfaire à l'équation de LAPLACE, on trouvera la relation cherchée entre r et r'.

Je terminerai cette étude par la discussion rapide de deux questions importantes. Peut-on maintenir le principe de relativité et peut-on parler, comme je l'ai fait plusieurs fois dans ce qui précède, d'un éther, porteur des champs électromagnétique et gravifique?

A la première question on peut répondre en premier lieu que toutes les équations qui se présentent dans la théorie de M. EIN-

[1]) On peut dire, avec le même degré d'approximation, que c satisfait à cette équation.

STEIN conservent leur forme si, au lieu de x, y, z, t on introduit de nouvelles variables x', y', z', t' en se servant des formules de transformation de la théorie de relativité, la constante c de ces formules ayant la valeur que nous avons désignée par c_0. En effet, les équations qui déterminent les effets d'un champ gravifique ne changent de forme par aucune substitution et les formules (comparables à l'équation de POISSON) qui se rapportent à la production du champ sont insensibles à toutes les substitutions linéaires. Enfin, les valeurs $(c_0^2, -1{,}0)$, que les grandeurs caractéristiques prennent à distance infinie, et qui interviennent dans la détermination des constantes d'intégration ne sont pas non plus changées par la substitution dont il s'agit. En fin de compte, la théorie de la gravitation est donc bien compatible avec l'ancien principe de relativité.

Mais il y a plus: en réalité la nouvelle théorie contient une extension remarquable de ce principe.

Considérons, pour nous en assurer, la propagation de la lumière dans le champ gravifique entourant le centre attractif O. On déduit des formules du champ électromagnétique que, en un point quelconque de OX, la vitesse c_1 d'un rayon qui a la direction de cet axe est différente de la vitesse c_2 d'un autre qui lui est perpendiculaire [1]). Je parle ici des vitesses „spéciales" dans le système x, y, z, t.

Or, M. EINSTEIN nous apprend que cette différence n'existe pas pour les vitesses „mesurées", si pour les obtenir, on se sert des distances, dans les deux directions dont il s'agit, qu'on lit directement sur une règle de mesure. Cela provient de ce que les coefficients α et β par lesquels nous avons représenté les changements en longueur que subit une règle dans les deux positions nommées sont précisément entre eux comme les vitesses c_1 et c_2. En vertu de cette proportion les vitesses mesurées, pour lesquelles on peut écrire c_1/α et c_2/β, ont une valeur commune c; en les mesurant, on ne s'apercevra donc pas de l'„anisotropie" du champ gravifique.

Nous pouvons ajouter que cette vitesse commune c, qui diffère de la vitesse représentée par c_0 tant qu'on mesure le temps à l'aide

[1]) Pour une direction donnée du rayon la vitesse de propagation serait indépendante de la direction des vibrations et le champ gravifique nous offrirait donc l'exemple d'un milieu anisotrope et pourtant monoréfringent. Il faut remarquer, du reste, que la différence en question serait extrêmement petite; $(c_1-c_2)/c_1$ serait de l'ordre de grandeur w^4/c_1^4, où w est la vitesse avec laquelle un point matériel pourrait décrire un cercle autour du centre attractif.

d'un chronomètre infiniment éloigné, deviendra égale à c_0 si, pour la mesurer, l'observateur utilise un chronomètre placé au lieu même où il se trouve. Dans ce cas il trouvera la même vitesse de propagation pour toute petite ligne droite, quelle qu'en soit la direction et dans quelle région du champ gravifique qu'elle se trouve.

Ces considérations s'appliquent d'une manière générale. Remplaçons, par exemple, le centre O par une couche sphérique homogène, formée de matière attractive. Dans l'espace intérieur les grandeurs caractéristiques peuvent avoir les valeurs $(c^2, -1, 0)$ dont la première diffère de la grandeur c_0^2 qui appartient à une région infiniment éloignée. Eh bien, cette différence, dont il faut tenir compte si l'on veut décrire les phénomènes dans un système x, y, z, t embrassant l'espace tout entier, ne se montrera pas si deux observateurs se trouvent, l'un au dedans de l'enceinte et l'autre à distance infinie. En se servant de règles de mesures et de chronomètres qu'ils ont entre les mains, ils obtiendront la même valeur numérique pour la vitesse de la lumière. On voit bien qu'il s'agit ici d'une véritable extension du principe de relativité.

En ce qui concerne la question de l'éther, je ferai remarquer, en premier lieu, que le champ gravifique présente une certaine ressemblance avec le champ électromagnétique. Il est vrai que ce dernier est déterminé en chaque point par *six* grandeurs (composantes de la force électrique et de la force magnétique) et le champ gravifique par *dix* grandeurs caractéristiques; c'est là une profonde différence. Les deux cas sont pourtant analogues parce que dans l'un et dans l'autre le champ est le siège d'une quantité de mouvement et d'une énergie, qu'il peut céder ou emprunter à la matière.

Il me semble qu'il n'y a rien qui doive nous empêcher, si nous y trouvons de la satisfaction, de considérer les deux champs avec tout ce qui les caractérise (forces électrique et magnétique, grandeurs caractéristiques, quantité de mouvement, énergie, tensions, courants d'énergie) comme consistant en des modifications qui se sont produites dans l'état intérieur d'un éther. Ce milieu aurait toujours l'immobilité postulée par FRESNEL et, à une très grande distance des systèmes matériels, il se trouverait dans un état qu'on peut bien nommer l'état naturel, et qui est caractérisé par des valeurs spéciales ($c_0^2, -1, 0$) des grandeurs caractéristiques. Dans un champ gravifique il y a un changement d'état qui produit les effets qu'on attribue à la gravitation. Du reste, pour établir et appliquer la théorie, il n'est aucunement nécessaire de nous former une idée de la nature de ce changement. Nous pouvons nous contenter de le représenter par les grandeurs caractéristiques que nous pouvons déterminer par les formules de M. EINSTEIN, et à l'aide desquelles nous pouvons calculer la propagation des forces électromagnétiques et les mouvements de la matière.