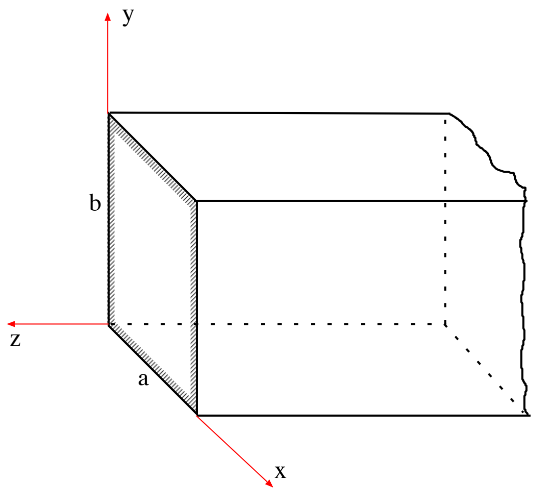
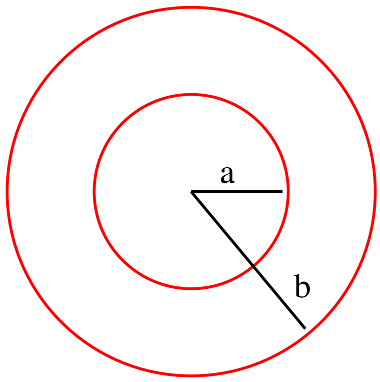


Tentamen Elektromagnetisme II, 10 maart 2000, 14–17 uur.

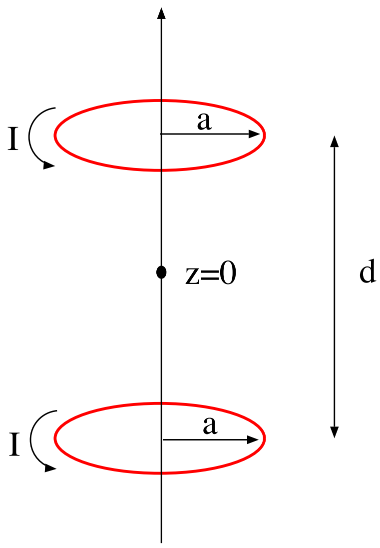
1. Beschouw twee concentrische metalen bolschillen (zie figuur 1). Op de binnenste schil (straal a) wordt een lading Q geplaatst, op de buitenste schil (straal b) een lading $-Q$.



   (a) Bereken het elektrische veld voor $r < a$, voor $a < r < b$ en voor $r > b$.
   (b) Bereken het potentiaalverschil tussen de twee schillen.
   (c) Wat is de elektrostatische energie die in deze condensator is opgeslagen?

2. Een Helmholtzspoel bestaat uit twee evenwijdige cirkelvormige stroomkringen (straal a), op een afstand d recht boven elkaar (zie figuur). De middelpunten liggen op $(0, 0, -d/2)$ en $(0, 0, d/2)$. Een stroom I loopt door elk van beide kringen, in dezelfde richting. Met $\vec{B}_0$ duiden we aan het magnetische veld in het punt $(0, 0, 0)$, precies tussen de twee stroomkringen in.
   (a) Schets de magnetische veldlijnen. Wat er zou gebeuren met $\vec{B}_0$ als de stroom door één van de twee kringen zou worden uitgezet? (De stroom door de andere kring wordt constant gehouden.)
   (b) Bereken (veronderstellende dat $d \gg a$) het veld $\vec{B}_0$ in dipoolbenadering.
   (c) Bereken $\vec{B}_0$ exact met behulp van de wet van Biot en Savart. Verifieer dat u de dipoolbenadering terugvindt in de limiet $d/a \to \infty$.

3. De vier Maxwellvergelijkingen waren in essentie al bekend vóór het werk van J.C. Maxwell, echter zonder de term $\varepsilon_0\mu_0\partial\vec{E}/\partial t$ in de vierde vergelijking. Laat zien dat



deze extra term nodig is om de Maxwellvergelijkingen in overeenstemming te brengen met de wet van behoud van lading.

4. Een student heeft op college geleerd hoe je formules uit de magnetostatica kunt vinden via de analogie met formules uit de elektrostatica. Op deze wijze komt de student op een *verkeerde* formule voor het magnetische veld van een puntlading q in de oorsprong met snelheid $\vec{v}$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q}{4\pi} \frac{\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}.$$

Waarom gaat de analogie niet op? Onder welke omstandigheden is de gevonden formule toch een goede benadering?

5. *(a)* Hoe transformeren de potentialen $V(\vec{r}, t)$ en $\vec{A}(\vec{r}, t)$ bij verandering van inertiaalstelsel S naar S'?
(b) Gegeven is dat de potentialen in S voldoen aan de Lorentzijk,

$$\frac{\partial}{\partial \vec{r}} \cdot \vec{A} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t}.$$

Waarom voldoen de potentialen in S' dan ook aan de Lorentzijk?
(c) In de Lorentzijk gelden de golfvergelijkingen

$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial \vec{r}^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \vec{j},$$
$$\frac{\partial^2 V}{\partial \vec{r}^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho,$$

waarbij $\vec{j}(\vec{r}, t)$ en $\rho(\vec{r}, t)$ de stroom- en ladingsdichtheden zijn. Waarom hebben deze golfvergelijkingen in elk inertiaalstelsel dezelfde vorm?