

TENTAMEN ELEKTROMAGNETISME II, 15 JANUARI 2001, 10-13 UUR.

1. Een oneindig lange cylinder (straal a) bevat een ladingsdichtheid die evenredig is met de afstand tot de as; in formulevorm:
 $\rho(R) = CR$ voor $R < a$ en $\rho(R) = 0$ voor $R > a$.
 (a) Bereken de relatie tussen de constante C en de totale lading Q die er zit in een segment van de cylinder van lengte L . Wat is de dimensie van C ?
 (b) Bereken het elektrische veld binnen en buiten de cylinder.
 (c) Laat zien dat er oneindig veel elektrostatische energie zit opgeslagen in een segment van lengte L . Leg uit hoe dit kan.

2. Beschouw twee willekeurige stroomkringen C_1 en C_2 . Door C_1 loopt een stroom I_1 en door C_2 een stroom I_2 .
 (a) Schrijf op de formule van Biot en Savart voor het magneetveld $\vec{B}_1(\vec{r})$ dat opgewekt wordt door stroomkring 1. Geef in een tekening weer wat de gebruikte symbolen betekenen.
 (b) Leid af, uitgaande van de formule voor de Lorentzkracht, dat de kracht \vec{F}_{12} die stroomkring 1 uitoefent op stroomkring 2 gegeven is door

$$\vec{F}_{12} = I_2 \oint_{C_2} d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1.$$

Geef in een tekening weer wat de gebruikte symbolen betekenen.

(c) Bewijs de derde wet van Newton: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

Hint: U mag gebruiken dat

$$\oint d\vec{l} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3} = - \oint d\vec{l} \cdot \nabla \frac{1}{r} = 0.$$

3. Het elektromagnetische veld in vacuüm voldoet aan de golfvergelijkingen

$$\Delta \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E},$$

$$\Delta \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B}.$$

- (a) Leid af een relatie tussen de golfsnelheid c en de constanten ϵ_0 en μ_0 .
 - (b) Bewijs, uitgaande van de Maxwellvergelijkingen, dat het elektromagnetische veld in vacuüm een transversaal veld is.
 - (c) Leid af een relatie tussen de grootte en richting van \vec{E} en \vec{B} voor een lineair gepolariseerde vlakke golf in vacuüm.
4. Beschouw twee inertiaalstelsels S en S' . Het stelsel S' beweegt ten opzichte van S met een snelheid v_R in de x -richting.
 (a) Bereken, uitgaande van de Lorentztransformatie, hoe de drie componenten v_x, v_y, v_z van de snelheid transformeren bij overgang van S naar S' .
 (b) Is het mogelijk om de snelheid uit te breiden tot een viervector? Zo ja, wat is dan de vierde component; Zo nee, waarom niet.
 (c) Een deeltje beweegt in stelsel S met de lichtsnelheid c in de y -richting. Leid af dat de grootte van de snelheid in stelsel S' nog steeds gelijk is aan c .
 Let op: de snelheid van het deeltje staat loodrecht op v_R .