

TENTAMEN ELEKTROMAGNETISME II, 14 FEBRUARI 2006, 14-17 UUR.

1. Een dunne, oneindig grote plaat in het $x - y$ vlak heeft een oppervlakteladingsdichtheid $\sigma(x) = \sigma_0 \cos kx$, onafhankelijk van y .
 - (a) Bereken, met behulp van de wet van Gauss, de z -component $E_z(x)$ van het elektrische veld op het oppervlak van de plaat.
 - (b) Leid af, uitgaande van de Maxwellvergelijkingen, dat de potentiaal $\Phi(x, z)$ buiten de plaat voldoet aan de Laplacevergelijking $\Delta\Phi = 0$. Geef de randvoorwaarde op $z = 0$ van Φ in termen van het veld $E_z(x)$ op de plaat.
 - (c) Vind een oplossing van de Laplacevergelijking en randvoorwaarde van de vorm $\Phi(x, z) = f(z) \cos kx$.

2. In een supergeleider geldt de Londonvergelijking

$$\nabla \times \vec{j}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{\mu_0 \lambda^2} \vec{B}(\vec{r}, t).$$

De grootte λ is een materiaalafhankelijke parameter. We veronderstellen dat de supergeleider de halfruimte $x > 0$ vult. Op $x = 0$ is een tijdsonafhankelijk magneetveld $\vec{B} = B_0 \hat{z}$ aangelegd.

- (a) Leid af, dat het stationaire magnetische veld in de supergeleider voldoet aan de vergelijking

$$\Delta \vec{B} = \lambda^{-2} \vec{B}.$$

- (b) Los deze vergelijking voor \vec{B} op.

(c) Het magnetische veld kan niet veel verder dan de indringdiepte λ de supergeleider binnendringen. Ook een ideale geleider kent een indringdiepte voor het magnetische veld. Bediscussieer de verschillen tussen ideale geleider en supergeleider.

3. (a) Leid af dat de arbeid dW die door elektromagnetische krachten op ladingen en stromen in een tijd dt verricht wordt, gegeven is door

$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{E} \cdot \vec{j} d\vec{r}.$$

Waarom komt het magnetische veld \vec{B} niet voor in deze formule?

(b) Door een cilindervormige draad (lengte L , straal a) loopt een stroom I , tengevolge van een spanningsverschil V . Bereken het elektrische en magnetische veld op het oppervlak van de draad en bereken vervolgens de Poyntingvector. Geef de richting van de Poyntingvector aan in een figuur.

(c) Gebruik de stelling van Poynting om de toename van de mechanische energie (= warmte) van de draad te berekenen. Vergelijk uw antwoord met een berekening van dW/dt d.m.v. bovenstaande formule.

4. (a) Laat zien dat $|\vec{E}|^2 - c^2 |\vec{B}|^2$ relativistisch invariant is.
- (b) Stel dat het magnetische veld nul is in een bepaald punt in stelsel S . Bestaat er een stelsel S' waarin het elektrische veld nul is in dat punt? Beargumenteer Uw antwoord.
- (c) Stel dat het elektrische en magnetische veld loodrecht op elkaar staan in een bepaald punt in stelsel S . Bewijs dat ze dan ook loodrecht op elkaar staan in dat punt in elk ander stelsel S' .