

TENTAMEN ELEKTROMAGNETISME II, 19 MAART 2007, 14-17 UUR.

1. Het statische magnetische veld \vec{B} heeft cartesische componenten

$$\vec{B} = b_0(x, -y, 0).$$

Er is geen elektrisch veld.

(a) Laat zien dat dit magnetische veld voldoet aan de Maxwellvergelijkingen in vacuüm. Schets de magnetische veldlijnen.

(b) Een waarnemer beweegt vanaf het punt $(x_0, y_0, 0)$ met snelheid v langs de z -as (dus niet langs de x -as). Welk elektrisch veld neemt hij waar? Schets de elektrische veldlijnen.

(c) Bereken het elektrische potentiaalverschil dat deze waarnemer zou meten tussen zijn positie en het punt $(0, 0, 0)$.

2. We onderzoeken de ijkvergelijking

$$\frac{\partial}{\partial \vec{r}} \cdot \vec{A} = -\frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial t} \Phi.$$

Als we $v = c$ kiezen dan krijgen we de Lorentzijk die op het college is behandeld, maar hier willen we een willekeurige v kiezen.

(a) Leid af, uitgaande van de Maxwellvergelijkingen, dat de elektrische potentiaal Φ in deze ijk voldoet aan de inhomogene golfvergelijking

$$\frac{\partial^2}{\partial \vec{r}^2} \Phi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Phi = -\rho / \epsilon_0.$$

(b) Met welke snelheid plant een verstoring van Φ zich voort? Beargumenteer waarom de keuze $v > c$ niet tot een tegenspraak leidt met het principe van Einstein, dat informatie zich niet sneller kan voortplanten dan met de lichtsnelheid.

(c) Geef de algemene oplossing van $\Phi(\vec{r}, t)$ als een integraal over $\rho(\vec{r}, t)$. (Leg uit wat de gebruikte symbolen betekenen.)

3. Beschouw een neutraal medium in het gebied $z > 0$ met geleidingsvermogen σ , dus $\vec{j} = \sigma \vec{E}$. Gegeven is dat het elektrische veld \vec{E} als functie van de tijd oscilleert met frequentie ω en bovendien onafhankelijk is van x en y . In complexe notatie kunnen we dus schrijven $\vec{E} = \text{Re } \vec{\mathcal{E}}(z) e^{i\omega t}$.

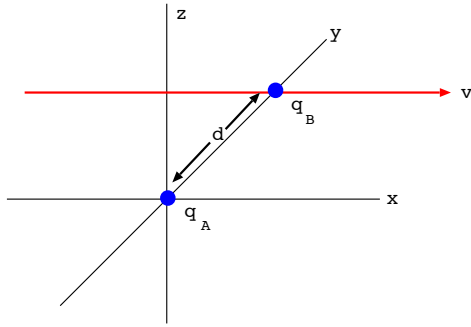
(a) Leid af, uitgaande van de Maxwellvergelijkingen, dat $\vec{\mathcal{E}}(z)$ voldoet aan de vergelijking

$$\frac{d^2}{dz^2} \vec{\mathcal{E}} + \kappa^2 \vec{\mathcal{E}} = 0.$$

Hoe luidt de relatie tussen κ , σ en ω ?

(b) Wat is de oplossing met randvoorwaarde $\vec{\mathcal{E}}(0) = \vec{\mathcal{E}}_0$? Geef de bijbehorende uitdrukking voor het elektrische veld $\vec{E}(z, t)$.

(c) Bereken de indringdiepte in de benadering dat $\omega \ll \sigma / \epsilon_0$.



4. Lading q_A is in rust in de oorsprong in inertiaalstelsel S . Lading q_B beweegt met snelheid v in de x -richting langs de lijn $y = d, z = 0$ (zie figuur). We beschouwen het moment dat q_B de y -as kruist.

(a) Wat is de elektromagnetische kracht \vec{F}_B op q_B in stelsel S ?

(b) Bereken de getransformeerde kracht \vec{F}'_B in stelsel S' waarin q_B in rust is.

(c) Bereken ook de kracht \vec{F}'_A op q_A in stelsel S' . Wat impliceert uw antwoord voor de derde wet van Newton (actie = -reactie)?