

TENTAMEN ELEKTROMAGNETISME II, 17 APRIL 1998, 9-12 UUR.

1. We kennen twee uitdrukkingen voor de elektrostatiche energie van een ladingsverdeling  $\rho(\vec{r})$  [met bijbehorende potentiaal  $V(\vec{r})$  en elektrisch veld  $\vec{E}(\vec{r})$ ]:

$$W_1 = \frac{1}{2} \int \rho(\vec{r}) V(\vec{r}) d\vec{r},$$

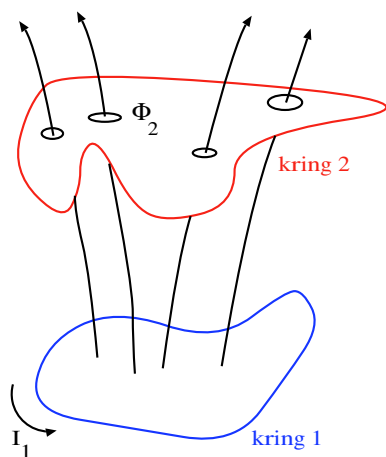
$$W_2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int |\vec{E}(\vec{r})|^2 d\vec{r}.$$

(a) Laat zien dat  $W_1 = W_2$ . Geef aan op welk punt in de afleiding U gebruikt dat de integraal in  $W_2$  zich uitstrekt over de gehele ruimte (en niet slechts over het volume waar  $\rho \neq 0$ ).

(b) Beschouw een uniform geladen bol (straal  $R$ , totale lading  $Q$ ). Bereken  $W_1$  en  $W_2$  en verifieer dat  $W_1 = W_2$ .

(c) Een tweede identieke bol bevindt zich op een grote afstand  $L$  van de bol uit opgave b. Veronderstel  $L \gg R$ . Wat is de totale elektrostatiche energie van dit systeem van twee bollen?

2. (a) Door een stroomkring  $C$  loopt een stroom  $I$ . Geef een integraalformule voor de vectorpotentiaal  $\vec{A}(\vec{r})$  opgewekt door deze stroomkring. Welke ijk heeft U verondersteld?

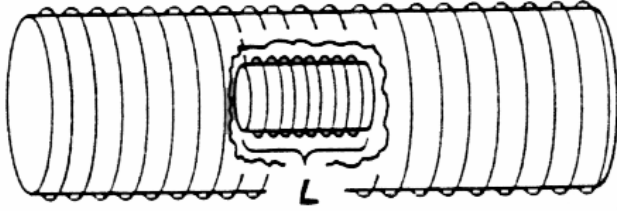


(b) Beschouw nu twee stroomkringen 1 en 2 (zie figuur). Als er een stroom  $I_1$  door kring 1 loopt dan is de flux  $\Phi_2$  omvat door kring 2 gegeven door  $\Phi_2 = M_{21}I_1$ . Omgekeerd geldt dat een stroom  $I_2$  door kring 2 een flux  $\Phi_1 = M_{12}I_2$  door kring 1 induceert. Bewijs dat

$$M_{12} = M_{21}. \quad (*)$$

(c) Een korte spoel (lengte  $L$ , straal  $R$ ,  $N_1$  windingen per eenheid van lengte) ligt op de as van een zeer lange spoel ( $N_2$  windingen per eenheid van lengte). [Zie figuur.] Een stroom  $I$  stroomt door de korte spoel. Wat is de totale flux omvat door de lange spoel?

Hint: gebruik vergelijking (\*) uit opgave b.



3. (a) Leid uit de Maxwellvergelijkingen in vacuum af de twee golfvergelijkingen

$$\Delta \vec{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2},$$

$$\Delta \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}.$$

- (b) Stel  $\vec{E} = f(x - vt)\hat{z}$ . Laat zien dat dit, voor willekeurige functie  $f$ , een oplossing is van de golfvergelijking — mits  $v$  goed gekozen is. Bepaal  $v$ .
- (c) Bereken het magnetische veld dat behoort bij het elektrische veld uit opgave b.
4. (a) In inertiaalstelsel  $S$  geldt  $\vec{B} = 0$ ,  $\vec{E} \neq 0$ . Geef de elektrische en magnetische velden  $\vec{E}'$  en  $\vec{B}'$  in stelsel  $S'$ , dat ten opzichte van  $S$  met snelheid  $v$  in de  $z$ -richting beweegt. Geef ook de relatie tussen punten  $\vec{r}, t$  in stelsel  $S$  en  $\vec{r}', t'$  in stelsel  $S'$ . [Let op:  $v$  is in de  $z$ -richting.]
- (b) Een puntlading  $q$  beweegt met snelheid  $v$ . Bereken het elektrische veld, gebruik makend van de transformatie naar een stelsel waarin  $q$  in rust is. Schets de veldlijnen. In welke richting is het elektrische veld het grootst?