

Distant Prof. Lorenz
Sept 1908-

Algemeene Mechanische Principes

in de Natuurkunde.

Ne gaan behandelen de toepassing van algemeene mechanische principes op de physica. Het die mechanische principes hebben we op oog de welbekende Variatie principes en de Bewegings vergelijkingen.

Die variatie principes zijn qualitatief van maxima en minima. Novals die in de variatie rekening ook behandeld worden.

De principes die bedoeld worden zijn:

- 1^o. Principe der virtuele snelheden
(Mec. Anal. van Lagrange)
- 2^o. Principe van d'Alembert
- 3^o. " " de kleinste werking
- 4^o. " " Hamilton.

In het principe van d'Alembert veronderstellen we de stand d.w.z. het geldt op elk willekeurig oogenblik, maar zoeken de variaties die we aan twee opvolgende standen willen geven is geen verband.

In de laatste principes hebben we te doen met een gevarieerde beweging d.w.z.: De variatie der opvolgende standen. Kiene we zoo, dat de gevarieerde standen weer een continue beweging vormen, en dus de variaties continue tijds functies.

De betekenis van de laatste principes is vooral hier gelegen: We kunnen de bewegings vergelijkingen afleiden met gewoone coördina. Daaruit kunnen we dan het algemeene vari principe uitsleiden, dat geformuleerd ~~is~~ wordt. Zonder coördinaten. Vervolgens

Von Poincaré's Mess. und Hypothese. S. 168
„Nun wenn das Princip der Energie, und das Princip
der kleinsten Wirkung befriedigt ist, so ist nicht nur
eine mechanische Erklärung möglich. Sondern
eine unendliche Anzahl solcher Erklärungen. Ver-
möge eines wohlbekannten Lehrsatzes von Königs
über die Gelenk-Systeme ist man im Stande zu
beweisen dass man auf unendlich viele verschie-
dene Arten alles nach dem Vorgange von Hertz
durch starre Verbindungen erklären kann, oder
auch durch Central wirkende Kräfte
„Recons de Cinématique“ Paris 1877
Rodge Regel Dynamics South

Kunnen breedte de bewegings vergelijkingen afgeleid worden in algemeene coördinaten

De toepassing nu van die principes levert natuurlijk niet de minste moeilijkheid, waar we te doen hebben met klaarblykelijk mechanische verschynselen als bv. beweging van vloeistoffen, trillingen van elastische lichamen en dergelyken.

Maar anders wordt dat in andere gebieden der physica. Vele physici^{ci} hebben zich de doel geesteld een „mechanische natuurverklaring“ daaronder dan verstaande een „verklaring“ waarbij een mechanisme bedacht wordt dat het verschynselen kan ~~veroorzaken~~^{vertoonen} waar we ons mee bezighouden. Uyzenhans bv. heeft zich dat zeker ten doel en in de meeneu-tyd bv. Kelvin

Van is & apriori volstrekt niet zeker dat een dergelyke verklaring, liever „veranschou-velyking“ alsy d. mogelijk is. Het is volstrekt niet vanzelfopickend dat de natuur geen ver-schynselen zou opleveren die zich niet in een dergelyk systeem laten wringen. Van het Electro-magnetisch veld is & bv. volstrekt niet direct in te zien.

Van gelukt & wel bij & Electro-magnetisch veld de formules te schrijven in een vorm, analoog aan die uitdrukking der Variatieprin-cipes in de mechanica. De mogelijkheid om dergelyke formules op te stellen is natuurlijk wel een criterium voor de mogelijkheid om een mechanisme te verzinnen dat de bekende verschynselen oplevert (zonder natuurlijk aan de mechanica door invoering van nieuwe begrippen uitbreiding te geven). Wanneer we echter trachten een dergelyk mechanisme te verzinnen dan wordt dat vanden verwarren ongewerkeldheids, doordat we ons de vraag gaan stellen waarom we juist onzen dergelyke voorstelling zullen maken en ons niet

lieden de reden. Stellen met de enkele formules.
Dand we dat dan, zegt de formules die dan
in vorm overeen komen met die der Mechanica
natuurlijk iets totaal anders. We moogen dan
niet aan iets identieks denken, Slechts aan een
Analogie.

Des zal ons blyken dat ook in de thermodyna-
mica een dergelyke Analogie bestaat. Ook
hier kunnen we ons weer op d'z. lii Standpunt
stellen.

- 1°. De Warmte is een vorm van Energie sui-
generis. Dit is bv. 't Standpunt van Duham.
Da is de overeenkomst der formules met
bekende Mechanische formules Slechts de
uitdrukking van een „toevallig“ Analogie.
- 2°. 't Standpunt der Moleculartheorie
dat de warmte als kinet. Energie der molec.
beschouwt. Da is de overeenkomst der
formules vanzelfsprekend.

Door uitdrukkingen als „kleinste actie“ e
dergelyke wordt dikwijls een te groote betee-
kenis der algemeene principes getuimeld.
Dat ze niet de geheele richting van 't gebeuren
in de natuur verklaren blykt natuurlijk
wel daarmede dat we ~~de principes~~ meer
dan dat algemeene principe moeten
gebruiken. (Voy wat vaag!)

Ten slotte kunnen we bij deze voorafgaande
beschouwingen nog op een byzonder voordel
van d'z. gelykvoornig beschrijving van ver-
schillende gebieden der physica wijzen:
n.l. de analogie van conclusies. Wordt
mathematisch de conclusie getrokken uit
de algemeene formules. Het geldt dan op ana-
loge wyze in andere gebieden.

Stevens nu de toepassing te behandelen
kullen we de principes zelf even kort memorere.

1^o. Principe van d'Element.

Denken we ons een Stelsel van n deffelyke punten
 $m_1, m_2, \dots$
het coördinaten $x, y, z,$

waerop krachten werken $X, Y, Z,$
 $X_2, Y_2, Z_2, \dots$

Merkt men niet bedoeld verbindingskrachten.
Van dit Stelsel geven we nu een verplaatsing
„bestaanbaar met de verbanden“.

Die verplaatsing wordt gekarakteriseerd door
de variaties der coördinaten:

$\delta x, \delta y, \delta z, \delta x_2, \delta y_2, \delta z_2, \dots$

Deze zijn echter niet onafhankelijk. Het blyft
niet en Valgemeen lineaire betrekkingen tusschen
bestaan van den vorm

$$a_1 \delta x_1 + b_1 \delta y_1 + c_1 \delta z_1 + a_2 \delta x_2 + b_2 \delta y_2 + c_2 \delta z_2 + \dots = 0$$
$$a'_1 \delta x_1 + b'_1 \delta y_1 + c'_1 \delta z_1 + a'_2 \delta x_2 + \dots = 0$$

Het kunnen zijn mathematische definities van
verbindingen, of mathem. uitdr. van mechan.
bepaalde verbindingen.

Die verbindingen kunnen van dien aard zijn
dat we direct integraal betrekking tusschen
de coördinaten kunnen opstellen. B.v. een punt
blyft steeds op een oppervlakte: $F(x, y, z) = 0$

Dit komt dan overeen met $\frac{\partial F}{\partial x} \delta x + \frac{\partial F}{\partial y} \delta y + \frac{\partial F}{\partial z} \delta z = 0$

Naarmate nu de integratie van de verbind-
dingsverg. mogelijk is of niet spreken we
van holonome en non-holonome
Systemen (Hertz)

By holonome Stelsels is dus sprake van Val of
niet mogelijk zijn van een stand, by non-hol.
niet van het al of niet mogelijk zijn van een
verplaatsing.

En de coëff. der verbindings-verg. kan de tyd
op treden b.v. als $F(x, y, z, t)$ afhangt van de tyd
dan wordt gezegd dat by de vertuue ver-

plaatsing de tijd constant blijft. Dus δt treedt
niet op.

De mathematische uitdrukking van het principe
van d'Alembert is nu

$$\sum (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = \sum m(\ddot{x}\delta x + \ddot{y}\delta y + \ddot{z}\delta z)$$

Hier is nog alleen sprake van variatie van stand.
We zullen nu overgaan tot gevarieerde beweging.
We zullen dus nu alle (~~functies~~) standen variëren
zoodat we een continue beweging ontstaat
en daarbij de stand en de gevarieerde stand op
hetzelfde tijdstip rekenen.

Weggaand naar δ lid in bovenstaande gelijkheid
anders schrijven:

$$\sum m(\ddot{x}\delta x + \ddot{y}\delta y + \ddot{z}\delta z) = \sum m \frac{d}{dt} (\dot{x}\delta x + \dot{y}\delta y + \dot{z}\delta z) - \sum m \left(\dot{x} \frac{d\delta x}{dt} + \dot{y} \frac{d\delta y}{dt} + \dot{z} \frac{d\delta z}{dt} \right) =$$

$$= \sum m \frac{d}{dt} (\dot{x}\delta x + \dot{y}\delta y + \dot{z}\delta z) - \sum m (\dot{x}\delta \dot{x} + \dot{y}\delta \dot{y} + \dot{z}\delta \dot{z})$$

$$= \sum m \frac{d}{dt} (\dot{x}\delta x + \dot{y}\delta y + \dot{z}\delta z) - \delta T = \frac{d}{dt} \delta T - \delta T$$

$\delta T'$ betekent dan de variatie in T als nu de
~~coördinaten~~ ^{Snellheden} variëren, zoodat we nu de coor-
dinaten variëren.

We kunnen nu schrijven $\delta A = \frac{d}{dt} \delta T - \delta T$

Hierby valt op te merken dat $\frac{d}{dt} \delta A$ geen variatie
is van de grootte A , maar alleen een korte
schrijfwijze voor het δ lid der gelijkheid.

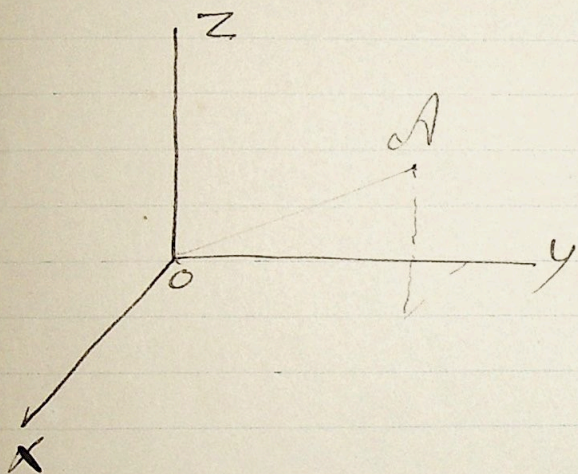
(Zie ook $dQ = de + p dv$ in de thermodynamica: dQ
is dan ook niet de differentiaal van een grootheid Q).
Uitdrukkelijk merken we nog eens op dat de tijd
niet gevarieerd wordt. Onze vervoering berust
op $\frac{d\delta x}{dt} = \delta \dot{x}$ en dat geldt alleen als we t deszelfs
houden.

Het eigenaardige van de nu gevonden uitdruk-
king is dat er expliciet geen coördinaten in
optreden. Doordien op alle mogelijke wijzen te
variëren kunnen we de bewegingsvergelijking
afleiden, die dan ook hieronder in de meest
natuurlijke vorm gevonden worden.

Als voorbeeld zullen we behandelen de
beweging van een vast lichaam om een vast

av. We denken ons dus gegeven de componenten
van de rotatie snelheid, volgens driedonderdige,
loodrechte asse, ~~die~~ waarvoor we de hoofd
draagheids asse van V lichaam in dat ^{waars} punt kiezen.
Laten die componenten T, γ, r .
de overeenk. draagheidsmom. P, Q, R

Bekend is dan $T = \frac{1}{2} (P_0^2 + Q_1^2 + Q_2^2)$. Het gekon-
aasen Stelsel staat voor w't lijkend, niet in
de rechte. P_0, Q_1, Q_2 zijn by onze variaties constant.
Als variatie van de Stand keere we ten kleine
probatid aan de OX as. Die veldact aan de noch
„bestaanbaar met de verbindingen.” Positief



betreft de verhouding $y \approx z$
van de positieve & negatieve
Naam die relaties &c.

Daar is de verplaatsing die
het uiteinde van den vector
OA ondergaat = ~~len~~ $[E, OA]$
Dus $0, -eA_2, +eA_4$

Geeve me den de Stand der
Aard en door de Luyfende
metten bol en Balsen-

Assum. $\text{Hahn } X_1, Y_1, Z_1$ de draaypunten zijn op de
 tijd t , X_2, Y_2, Z_2 daarop de tijd $t + dt$. Als virtueel
 stands verandering nemen we op
 de tijd t een kleine verandering $\delta x, \delta y, \delta z$

den tyd t en kleine verandering $\epsilon \alpha_1$,
op " " $t + \delta t$ dezelfde " " $\epsilon \alpha_2$
Dit is zeker geloofwaard.

Nov 5 'T Holz direct Pe

en voor $\frac{d}{dt} ST = \rho \dot{\epsilon}$
 Men moet nog op gemaakt worden ST . Daande
 Standvariatiën dezelfde zijn op t en $t+dt$, wordt
 Kommen we van gevarieerde tot gevarieerde Stand
 op. Door een Rotatie om denzelfden as als van
 oorspronkelijke tot oorspronkelijke. Naande
 as is niet dezelfde in de ruimte, maar heeft een
 en X lichaam verplaatst. Daardoor is zeer zeker
 een variatie van T . Even goed als we (OY, OZ) per
 hoek ϵ draaien om OX , kunnen we OX (de rotatieas)
 een hoek $-\epsilon$ draaien om OX . In onderzagen de hoek-
 snelheden en verandering $0, +\epsilon r, -\epsilon q$
 zodat $ST = \epsilon(Q-R)/\epsilon r$.

lynd α, β, γ de momenten van de werkende krachten om O, Q, OX, OY, OZ , dan is dus $\delta A = \delta E$.

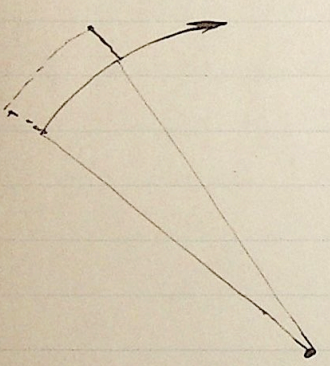
waarmet volgt $\delta E = P \delta p - E(Q-R) \delta t$
 of $L = Pp - (Q-R) \delta t$

Dit is een van de 3 melkbekende Eulersche vergelijkingen die ons heel aangedrongen de voor- schyn komt. De anderen brengen me door kleine rotaties om OY en OZ in de voer.

In de uitdrukking $\delta A = \frac{d\delta T}{dt} - \delta T$ treden energetische grootheden op.

Toch wordt ^{door} de richting waarvan Ostwald een van de hoofdmannen is een ander soort energetiek bedoeld, ik verwacht dat wat wij doen.

We zullen even als voorbeeld n. l. de eenvoudige cirkelbeweging beschouwen.



We gaan de beweging van een een-
 deindeel versneld verplaatsing
 E in de richting van den Straal over-
 al gelyk. De nieuwe beweging zal
 me sneller plaats hebben, hoewel de
 geverende snelheid = $v \cdot (1 + E)$

Dus $\delta T = \delta \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = m v \delta v = \frac{1}{2} m v^2 E$

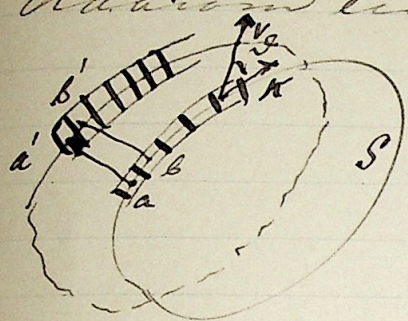
Om de δT te vinden moeten we de
 energie zoeken ^{voor snelheden die we krijgen als we} ~~als~~ de oorspronkelijke snelheden,
 samengesteld denken met snelheden = verplaatsing
 Dan wordt $v'^2 = v^2 + E^2$ Dus $\delta T = \frac{1}{2} m E^2$. Dit is van
 de orde en dus te verwaarlozen. Hoewel we
 krijgen $\delta A = - \frac{m v^2 E}{2}$ waarmet volgt $Q = - \frac{m v^2}{2}$

Ostwald leidt ² dat in zijn energetiek ook af
 maar op totaal andere wijze (hoe?)

We zullen nu nog de beweging van een volkomen
 onsamendrukbaar vloeistof zonder wrijving, en
 d. g. v. volkomen vloeistof" gaan bestuderen
 op deze wijze.

Denk in de vloeistof een snelheid v afhankelijk
 van tyden plaats. De dichtheid is ρ
 Per massa eenheid werkt de kracht $-K$, af van
 plaats. De verbandingen worden hier samengevat
 in de conditie "onsamendrukbaar".

De smalle molen vertuile overplaatsing versierde
 de ^{beschikbaar} ~~voltoet~~ ~~aan~~ de verbindingen: Het ligt voor de
 hand te kiezen een rondotboom en een gesloten
 buis. Denken we ons in de vloestop ^{gevolgen} in de
 daarom een 2e dunne buis. Of kiezen we een
 1e positieve richting.



1) positieve richting.
 Op den tyd t geven we een
 aan de duldigen buis een
 vertueele verplaatsing be-
 paald door $E = \frac{\text{dehalveelheid}}{\text{vloersopp. (volume) door de}}$
 doorsnede geshoren;

Op den tyd tot dat leggen de deelen van bus 507
den Kinglyke bus, iers vande 1^{ste} veringende
De deelen geven we weer en Kinglyke vertuile
verplaatsing, dat dat Ederelfde d.

Daar is δT ~~het~~ nul. Gravers breken de breedte
10 de toestand niet veranderd. Verdient de bruide
Matjes = ϵ door vlakke doornaden
Nahje a komt bij de oorspronkelijke beweging van
a in a', b en b' etc.

By de gemaakte beweging Stellen we a en b
a' en b' (noodak daar voor een oogenblik) bij dat derzelfde
beweging uitvoert als m. ~~Wat is~~. De kinetische
energie blijft dus onveranderd. $\delta T = 0$

Wir machen uns 57 Bezahl.

Nu verander v van de tijd met $\frac{dv}{dt} \cos \alpha =$
 $= \frac{dv}{dt}$

$$= \mathcal{L}_S^k$$

$\delta' T$ opstijgt is dus $\int \rho v_S^k ds$ als $v = 1$ overeenkomstig.

Deus ka geschreven worden $\rho \epsilon \int v_s ds = 5' T$

Op. 4 Hydroskop & de Krygenweerdigheid der deelen met
Aankomst: 5 d. 12 h. 12 m. 12 s.

Druckung.
Der Stosk kuggen we $\delta A = \int p K_s k w ds = p \varepsilon \int K_s ds$

Breuzing. wordt $\int \frac{d}{dt} ds = \frac{d}{dt} s$

Dit is dus de bewegings beg. voor een volkomen
 vloeistof en heeft meest algemeen een v. v. v.
 Dat de verbindingen krachtig zijn de drukker
 niet en voorkomen is een de v. v. v.

De daardoor verrichte arbeid is

$$\int -\frac{dp}{ds} v x ds = 0$$

Lezen potentiaal van de Krachten; dan is

$$\int k_s ds = 0$$

$$\text{Dus } \frac{d}{dt} \oint v_s ds = 0$$

$$\oint v_s ds = \text{Constant}$$

Dit verg. is de grondslag voor de Theorië der wer-
velbeweging

Na glokken word $\oint \text{rot}_n v ds = \text{constant}$

Na is $\text{rot } v = 2 \times \text{breukelheid}$

We kunnen met A symen heetmen als $A = \text{rot } v$.

We noemen dat wervelgetal.

We zullen nu aan toonen dat een wervelgetal
en wervelgetal blijft.

Daar toe beschouwen we een wervelgetal. Breng
open een keerpunt en klein vlakje door die lijn.

Dan is daarvoor $\oint \text{rot}_n v ds = 0$



Daar die integraal voor een
wervelgetal vlak constant is
is hij voor vlakken die stand 2 weers.
Dit geldt voor elk vlakje door
A, gebracht. Dan nu blijft het stand
dat de rotatie in 2 weers in al die

vlakjes ligt. Dat dus dezelfde deeltjes op de wervel
lijn liggen.

De wervel-vector is Solemnordaal verduid
Wervel buizen blyven wervel buizen.

De intensiteit van een wervelbuis, door
doorvloed $\times$ rotatie blijft constant. Dit volgt
direct uit X voorgaande.

We zullen nu laten zien dat werkelijk als in een on-
samendrukbare vloeistof zonder wrijving overal v
bekend is, de beweging door bovenstaande verg.
geheel bepaald is. n.l. door $\oint \text{rot}_n v ds = \text{Constant}$.

Noem de Lichtheid ρ

$$\rho_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right)$$

$$\rho_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right)$$

$$\rho_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)$$

Verder is daar de vloeistof onroerbaar

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$
 (widenken der vloeistof is onafgebroken) (in de vloeistof
 nul)

Hiervan volgt $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial y}$

$$\Delta v_x - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\text{div. } v) = 2 \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial y} \right)$$

De is de diff. verg. v. Poisson $\Delta \varphi = k$
 met de oplossing $\varphi = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{k}{r} dS$

Stel nu open oogenblik voorals bekend.
 Daar is daardoor q overal bekend, dus het hele Sys-
 teem van vloeistoflijnen.

Daar v bekend is, is de plaats der vloeistoflijnen
 een oogenblik later ook bekend en dus ook
 de waarde van q overal een oogenblik later.

Daaruit wordt dan weer de behoeve van v
 op dat t tijdstip gevonden.

De waarde van q wordt gevonden uit de
 voorwaarde $q : q' = ab : a'b'$

als ab de plaats aan geeft van de punten
 a en b op t tijdstip t . Met volume
 elementen dv en dv' x ab wordt
 een dv x $a'b'$. En daar de
 vloeistof onafgebroken is, moet de q v volgt de geg. evenredigheid.

Principieel is de vraag nu opgelost

Natuurlijk. Komt zich in bijzondere gevallen

naar groote mathematische moeilijkheden voor.
 Denkend nu ons nu eens een groote vloeistof
 en q vloeistof in denken we ons dat er alleen
 een lichte vloeistof is. De vloeistof blijft een
 vloeistof. Nu is v overal bepaald. Nu is q
 is vooral de v binnen den ring zelf. We kunnen
 even wijzen op de analogie tusschen de problemen
 hier en die in de electrisiteits-leer.

Als we ons een stroom denken, dan vinden we
 de magnetische inductie (of als $\mu = 1$ de kracht) uit

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{1}{c} j_x$$

$$\text{en } \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0$$

We zullen nu verder de Theorie van ² de Heer van Helmholtz kort behandelen.

Het verschijnsel zelf is en zijn eenvoudige voor-
beelden:

De gloeiende gasmassa's zendt lichtstralingen uit.
De Spectra's van de acties van de enkelvoudige
straling en de streep zien. Wanneer nu de lichtbron
geplaatst wordt in een sterk magnetisch veld, wordt
dat anders. Het oorspronkelijk enkelvoudige licht-
lijn splitst zich in meerdere en verschillende
maxima's van lichtstralen beschouwen $\perp$ op of // aan
de krachtlijnen. Het is eenvoudig geval. Splitst
de enkele streep van stralen // krachtlijnen in 2 cirkulair
gepolariseerde stralen. (Linker en rechts circ. opp. $\perp$ op
de krachtlijnen in 3 nu rechtlijnig gepola-
riseerde in plaats van cirk. met de oorspr.
en de 2 circ. gepolariseerde stralen
Enkelvoudig gevallen treden echter veel inge-
wikkelder splitsingen op.

Vooral Nocht heeft zich de laatste jaren
met deze problemen bezig gehouden.

Om mathematisch verder in de quaestie voort-
te dringen zullen we de zaak voorloopig zoo onbe-
paald mogelijk behandelen. We zullen beschouwen
een systeem. Dat enkelvoudige stralingen van bepaalde
frequentie uitzendt.

Dat systeem zal moeten hebben een Stand van
Stabiel evenwicht waaraan het $\pm$ slingert.

De bewegingsvergelijkingen zullen moeten worden
lineair en homogeen, zullen de harmonische
stralingen kunnen opleveren. Het slotte zal dat
systeem electrische ladingen moeten hebben, zal
er sprake zijn van uitgezonden stralingen en van
invloed van magnetische kracht.

We zullen ons den Stand bepaald denken
door de algemeene coördinaten $q_1, \dots, q_K$
zoodat K aantal vrijheidsgraden voorstelt.
We zullen de q 's stellen van af den evenwichts-
stand. Beschouwen we dan T als neg. worden.
(als we alle kleine grootheden van de laagste graad
houden) de coëfficiënten constanten.

We zullen inzien de potentiële energie U en ons
 afvragen of die kracht een potentiaal hebben.
 We stellen die ook vanaf de evenwichtsstand
 daar zijn de q_i nul.

Ontwikkelen we U in een reeks

$$U = U_0 + \left(\frac{\partial U}{\partial q_1} \right)_0 \delta q_1 + \left(\frac{\partial U}{\partial q_2} \right)_0 \delta q_2 + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial q_1^2} \right)_0 \delta q_1^2 + \dots$$

$U_0 = 0$ (~~evenwichtsstand~~) want we stellen vanaf die H_0
 $\left(\frac{\partial U}{\partial q_i} \right)_0 = 0$ etc. want evenwichtsstand

Verwaarloos we ook klein 3^o orde dan wordt

$U =$ homogene 2^o graadsfunctie van de q_i
 q_i . Bovendien is Valleyd mogelijk de algemene
 coördinaten q_i te kiezen dat T een ~~van~~ alle
 quadraten der $\dot{q}_i$ bevat $\&$ U alleen van de
 q_i .

$$\text{Dus } T = \frac{1}{2} (m_1 \dot{q}_1^2 + m_2 \dot{q}_2^2 + \dots + m_K \dot{q}_K^2 + \dots + m_K \dot{q}_K^2)$$

$$U = \frac{1}{2} (f_1 q_1^2 + f_2 q_2^2 + \dots + f_K q_K^2 + \dots + f_K q_K^2)$$

De vgn. Lagrange worden dan

$$-\frac{\partial U}{\partial q_K} = \frac{d}{dt} (m_K \dot{q}_K)$$

$$\text{of } m_K \ddot{q}_K = -f_K q_K. \text{ Dit geeft als opl. } q_K = a \cos(\omega t + \epsilon)$$

$$\text{als } \omega = \sqrt{\frac{f_K}{m_K}}$$

Jede coördinaat heeft dus een bepaalde trilling
 met eigen frequentie. (Rayleigh: Theory of Sound)

De dergelyk systeem heet dus K Spectrallijnen
 geven.

Brengen we nu een magnetisch veld aan
 dan treed een nieuwe kracht op. We zullen
 die hijskomstige aangeven nu door Q_K
 Wat voor kracht is dat?

Zoals bekend is wordt die aangegeven door
 $\frac{e}{c} [v \cdot H]$

De 3 rechtth. componenten zijn $v_x H_y - v_y H_x$ etc.
 Nu zijn de Q_i van Lagrange lineaire, homogene
 functies van de rechtthoekige comp. der krachten.
 Verder zijn de Q_i lineaire ^{homogene} functies der $\dot{q}_i$. Dus
 zijn de Q_i lineair & homogeen in de $\dot{q}_i$ en de H_i

De ~~zijkanten~~ Nu we de arbeid door de Q 's overvloedig
 als $Q = \frac{1}{2} \sum_{i,j} C_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j$ omdat we als $Q = \frac{1}{2} \sum_{i,j} C_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j$ op v. v.

$$Q_1 = C_{12} \dot{q}_2 + C_{13} \dot{q}_3 + \dots + C_{1K} \dot{q}_K$$

$$Q_2 = C_{21} \dot{q}_1 + C_{23} \dot{q}_3 + \dots + C_{2K} \dot{q}_K$$

etc.

Waar $C_{kl} = -C_{lk}$ (dus $C_{ll} = -C_{ll} = 0$)

Men volgt direct ook dat de arbeid steeds
 o is de bovenstaande verg. voor de Q 's zijn direct
 af te leiden.

De Q 's bevatten de comp. der magn. kracht
 Nu zullen we een weerstand invoeren. ^{afhankelijk} ~~afhankelijk~~
 met de $\dot{q}$'s. We zullen eerst Vorige de vereenvou-
 digende veronderstelling maken, dat de weer-
 stand behorende bij een bepaalde Coördinaat
 alleen evenredig is met de fluxie van die coördinaat.
 Deze beperking voeren we if om 't probleem beter
 te kunnen oplossen. Onze verg. worden dan

$$- \sum_k \dot{q}_k - m_k \dot{q}_k \dot{q}_k + Q_k = m_k \ddot{q}_k$$

Waar Q_k is de Q vergelijking.

Nu we voor de Q 's hun waarde in dan
 krijgen we

$$m_1 \ddot{q}_1 - \sum_j \dot{q}_j - m_1 \dot{q}_1 \dot{q}_1 + C_{12} \dot{q}_2 + \dots + C_{1K} \dot{q}_K = 0$$

$$m_2 \ddot{q}_2 - \sum_j \dot{q}_j - m_2 \dot{q}_2 \dot{q}_2 + C_{21} \dot{q}_1 + \dots + C_{2K} \dot{q}_K = 0$$

...

$$m_K \ddot{q}_K - \sum_j \dot{q}_j - m_K \dot{q}_K \dot{q}_K = 0$$

Om de beweging derby benadering te kunnen
 hebben we dit stel verg. te integreren
 Het zijn homogeen en lineair. Zoals bekend
 is daarvan de volgende vorm van de
 gedaante $Q_1 = \frac{1}{2} \dot{q}_1^2$, $Q_2 = \frac{1}{2} \dot{q}_2^2$ etc.

Daar nu de Q 's complexe grootheden
 zijn nu kan men de Q 's schrijven als
 $Q = e^{i\omega t}$ en dan geeft men de frequentie.
 Zo is complex; dan geeft i ^{imaginair} ~~complex~~ deel de
 dempingsfactor.
 Denkend nu voor de Q 's bovendien de vorm
 gesubstitueerd.
 De oplossing hangt dan af van de volgende.

Vergelijkingen.

$$(m_1 n^2 - f_1 - i m_1 g_1) \sqrt{z_1} + c_{12} z_2 + i n c_{13} z_3 + \dots + i n c_{1K} z_K = 0$$

$$i n c_{21} z_1 + (m_2 n^2 - f_2 - i m_2 g_2) \sqrt{z_2} + c_{23} z_3 + \dots + i n c_{2K} z_K = 0$$

$$\dots \dots \dots + (m_K n^2 - f_K - i m_K g_K) \sqrt{z_K} = 0$$

Merken de alleen de voldoen also

$$\frac{(m_1 n^2 - f_1 - i m_1 g_1) \sqrt{z_1}}{i n c_{12} z_2} = \frac{i n c_{13} z_3}{(m_2 n^2 - f_2 - i m_2 g_2) \sqrt{z_2}} = \dots = \frac{i n c_{1K} z_K}{m_K n^2 - f_K - i m_K g_K}$$

Is een magneet veld, dan syn alle $C_i = 0$
 Dan blyft dus alleen het product der termen op
 hoofd diagonaal. Daar telkens een term in elke
 Stelling krygen we telkens een oplossing. Dat wil
 zeggen dat alleen gedempte trillingen aanwezig
 zijn overeenkomend met een coördinaat.

Wederlyf blyft int de oplossing van de verg.
 voor de $\sqrt{z}$, dat dan br. alle $z_i \neq 0$ is (byz. $\sqrt{z} = 0$)
 Die onafhankelijkheid is natuurlijk in verweer
 lozen der hogere machten der kleine grootheden
 Eerst is magnetisch veld verandert de trach
 Onsen biter inzicht in de trach te krygen keere
 we even terug tot de plasma-verdichting.

Denken we eenen heel eenvoudigen geval van
 een Spectraal lijn, die gesplitst wordt in 2 of meer
 andern. Kaken we elke Spectraal lijn nu ook een
 Romein met een trilling van het Stelsel, dan
 hebben we dus na aan brengen van $\sqrt{z}$ veld een aantal
 verschillende n's. Maak we $\sqrt{z}$ veld kwakkers de
 Schone de lyne naar elkaar toe, dus naderen de
 n's elkaar. Tot veld weg dan vallen de strepen
 samen en zijn dus de n's gelyk. De Spectraal lijn
 die zich laat splitzen, is dus te danken aan twee

Antal vryheidsgraden k is dus gelyk n geeft
 zonder magnetisch veld. Dus dat

$$m_1 n^2 - f_1 - i m_1 g_1 = 0$$

$$m_2 n^2 - f_2 - i m_2 g_2 = 0$$

$$\vdots$$

$$m_k n^2 - f_k - i m_k g_k = 0$$

Gelyke n opleven. By Wolframium is een
 Streep gevonden die zit in V^L = Splitst.

Nu is voor gelyke frequentie alleen noodig dat
Vreemde deel van n gelyk is. We voeren nu met
 Vrijt de overeenvondende veronderstelling
 in dat de imaginair deel ook gelyk zijn
 Daarmee dus de bovengstaande vergelijking
 geheel strijdend zijn. Dus

$$\frac{f_1}{m_1} = \frac{f_2}{m_2} = \frac{f_3}{m_3} = \dots = \frac{f_k}{m_k}$$

$$g_1 = g_2 = g_3 = \dots = g_k$$

We zullen ons denken dat de andere n is er aan-
 merkelyk van verschillen, en wel zooveel dat
 de invloed van V magnetisch veld daarop te ver-
 waarlooren is t.o. ~~aan~~ de verschillen

We zullen nu zien wat we in de Determinant
 mogen verwaarlooren. Denk we ons een n dicht
 bij die van de k equivalente vryheidsgraden.
 Van de termen op de hoofd diagonaal zijn dan
 de k eerste klein, maar de k -de volgende groot.
 Alle termen met c zijn ook klein. We behoeven dus
 by de benadering alleen te behouden die termen
 in de ontwikkeling van de Determinant die V
 produce bevatten van die k -de termen. Dus

$$(m_{k+1} n^2 - f_{k+1} - i m_{k+1} g_{k+1}) (m_{k+2} n^2 - f_{k+2} - i m_{k+2} g_{k+2}) + \dots$$

$$+ (m_{k+1} n^2 - f_{k+1} - i m_{k+1} g_{k+1}) \begin{vmatrix} m_1 n^2 - f_1 - i m_1 g_1 & c_{12} & \dots & c_{1k} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ c_{k1} & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

Daarom is te voldoen door de n die de k -de
 enkelvoudige Streep opleven, zonder magn. veld
 Die Streep veranderen dus met.
 De Determinant = 0 levert de frequenties der splitsen

Stroep.

Ingewikkeld te doen hebben met 2 veelvoudige
Stroep worden beide gesplitst, zonder elkaars te
influenzeeren.

Komen echter de veelvoudige Stroep dicht
bijeen, dan wordt χ verschijnend veel ingewikkeld.
Maar dan onze verwaarloozingen niet meer geoor-
loofd zijn.

Beschouwen we nu onze verg.

We kunnen χ geveral van de veelvoudige Stroep
apart behandelen. Immers voor de bybehoo-
rende trillingen wordt $n_1, \dots, n_k$ groot. Maar de $n_{k+1}, \dots, n_k$
wordt klein van de orde ϵ . De laatste verg. ϵ is
er nu aldus

$$m_1 n_1^2 + \dots + \left(m_k n^2 - f_k - m_1 g_1 \right) / n_k^2 = 0$$

Alleen de coëff $m_k n^2 - f_k - m_1 g_1$ is groot.

Uit de verg. volgt dat den n_k van de orde ϵ moet
zijn.

We kunnen dus werkelijk alleen beschouwen de
verg. genomen tot en met n_k .

We zullen nu, om de verg. wat eenvoudiger
meer te kunnen schrijven een andere notatie
maken. (We hebben alleen te maken met

$q_1, \dots, q_k$ De oplossing is van de gedaante

$q_1 = z_1 e^{i n t}, \dots, q_k = z_k e^{i n t}$
In de eerste $m_1 n^2 + f_1 - m_1 g_1$ is er iets als

maakt.

$$\text{Stel } \frac{f_1}{m_1} = \frac{f_2}{m_2} = \dots = n_0^2$$

Wanneer direct m_2 blijkt in n_0 de frequentie zonder
magnetisch veld

$$\text{Stel nu } \frac{n^2 - n_0^2 - m_1 g_1}{n} = 0$$

De verg. worden nu

$$i m_1 z_1 + i c_{12} z_2 + \dots + i c_{1k} z_k = 0$$

$$i c_{21} z_1 + i m_2 z_2 + \dots + i c_{2k} z_k = 0$$

$$\vdots$$
$$i c_{k1} z_1 + \dots + i m_k z_k = 0$$

Wanneer aan de algemeenheid te kort te doen
hadden we de nu gelyk kunnen stellen

Immers we hadden in de vorige Subst. die m's uit de kinetische energie kunnen verdryven. Door $V_m, q, \dots$ als coördinaten te kiezen. We zullen dit later niet doen.

Dit stel verg. bepaalt nu de S dus de $\pm$ verhouding van de $\pm$'s.

S wordt op geloot uit de verg.

$$\begin{vmatrix} Sm_1 & , & iC_{12} & \dots & \dots & , & iC_{1k} \\ iC_{21} & , & Sm_2 & \dots & \dots & , & iC_{2k} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ iC_{k1} & , & \dots & \dots & \dots & , & Sm_k \end{vmatrix} = 0$$

Deze determinant is verkeerd Symmetrisch. We kunnen nu aantoonen dat alle wortels reel zijn.

Laat S een wortel zijn.

Daar kunnen we $r_1, \dots, r_k$ erby bepalen.

Laat nu $\bar{r}_1, \dots, \bar{r}_k$ de geconjugeerde zijn. Vermenigvuldig de verg. resp met $r_1, \dots, r_k$ en tel op. Dan komt er.

$$S(m_1 r_1 \bar{r}_1 + m_2 r_2 \bar{r}_2 + \dots + m_k r_k \bar{r}_k) + i[(C_{12} \bar{r}_1 r_2 + C_{21} r_1 \bar{r}_2) + \dots] = 0$$

Nu is de coëff van S reel. En blykbaar ook de $\pm$ term. Dus is S reel.

Bovendien zijn de wortels 2 a 2 Symmetrisch gelegen t.o.v. nul. Immers maakt $\bar{S}$ de determinant nul, en verwisselen we daarna alle r's en kolommen en keeren we alle tekenen om. Dan is de determinant nog steeds nul. Hetzelfde resultaat is dat we nu dezelfde determinant hebben met een $-S$ en geconjugateerd. Dus $-S$ is weer een wortel.

Alle S zijn evenredig met $\sqrt{v}$.

Immers voldoet iedere S. Maak alle termen p maal groter. Dan is de determinant nog 0. Maar dat is te verhoogen door $\sqrt{v}$ mag. veld (de C's) p maal ^{sterker} groter te maken. Dan voldoet dus blykbaar p.S. Waarmee de evenredigheid aangetoond is.

By nu $\int_k$ een wortel dan is n op te lossen uit
 $n^2 - n_0^2 - i\gamma = S_k n$

Waar Wordt n complex dan hebben we te
doen met ~~complex~~^{gedempte} trillingen

We zullen nu S_k klein denken.

Daar ondergaan dan de frequentie en de dempings-
factor een kleine variatie.

We zullen eens afzien van de demping. Dus
 $i\gamma = 0$ Stellen. Dus $n^2 - n_0^2 = S_k n$

We kunnen. Ronded aan de algemeenheid te kort
te doen n reël denken.

By benadering is nu $n^2 - n_0^2 = S_k n_0$
of $n = n_0 + \frac{1}{2} S_k$

Hebben we dus oorspronkelijk een enkele meer
voudige Spectraallijn, dan splitst die zich
in $2k+1$ of $2k$ een oneven-voudige, dan
blyfe de oorspronkelijke lyn ook.

De electronentheorie leert dat een electron licht
uitstraalt zodra zijn snelheid verandert.

Denken we ons nu een een electron dat een
enkelvoudige trilling heeft. Dan kend dat
op een eengorins aanmerkelijken afstand nuwer
rechtlynig gepolariseerd licht uit (vibrator
van Hertz). De amplitude is evenredig

met de hoek cos. v. of hoek
tusschen stralen aequator
vlak.

Heeft een electron een elliptische trilling
dan kunnen we die ontbinden in 2 trillingen
 $\perp$ op elkaar volgens de assen, met een phase
verschil $= \frac{1}{4}$. In een richting $\perp$ vlak v. ellips
hebben elliptische trillingen ontstaen. Gelyk-
vormig met de oorspr. In richting met $\perp$
elykbaan gelykvoormig met proj. van de oorspr.

Waar hebben wy van ons systeem alleen nog
maar vrienden teld dat 4 ladingen had en kry-
gende graden. Laten we die ladingen nu gecon-
centreerd denken in electronen

Wel de uitwijkingen van een electron x, y, z
in de richting der assen. De versnelling is
 $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$

De electronen theorie leert dat de uitstraling beperkt.

Veronderstellen we nu de afmetingen v_h atoom klein. Doordat de verschillende afstanden van de electronen geen noemenswaardig phaseverschil of aanmerkelijk verschil in intensiteit veroorzaakt.

Wij kunnen nu ons denken in electronen, of "equivalente electronen" met een lading e en versnellingen $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ dat alle onder ver-
vangt. Dan moet

$$e\ddot{x} = \sum e\ddot{x}$$

$$e\ddot{y} = \sum e\ddot{y}$$

$$e\ddot{z} = \sum e\ddot{z}$$

Dat is br. te verkiappen door $e\ddot{x} = \sum e\ddot{x}$ etc te stellen. Hoewel duidelijk is blijft er een onbepaaldheid. We kunnen $e = 1$ nemen.

[Wij kunnen nu als we de electiviteit met atomistisch denken de Sommatie vervangen door integralen]

De verplaatsing x staat in verband met q $q_1, q_2, \dots, q_k$

$$x = \frac{\partial x}{\partial q_1} q_1 + \dots + \frac{\partial x}{\partial q_k} q_k$$

De differentiaal quotiënten mogen we als constanten beschouwen

$$e\ddot{x} = \sum_1 \frac{\partial x}{\partial q_1} \ddot{q}_1 + \dots + \sum_k \frac{\partial x}{\partial q_k} \ddot{q}_k$$

$$e\ddot{y} = \sum_1 \frac{\partial y}{\partial q_1} \ddot{q}_1 + \dots + \sum_k \frac{\partial y}{\partial q_k} \ddot{q}_k$$

$$e\ddot{z} = \sum_1 \frac{\partial z}{\partial q_1} \ddot{q}_1 + \dots + \sum_k \frac{\partial z}{\partial q_k} \ddot{q}_k$$

De $q_1, q_2, \dots, q_k$ worden dus altijd lineaire homogene functies van de q 's met constante coëff. $q_1 = r_1 e^{int}$ $q_k = r_k e^{int}$

$$x = \alpha e^{int} \quad y = \beta e^{int} \quad z = \gamma e^{int}$$

De α, β, γ worden homogene lineair in $r_1, r_2, \dots, r_k$ met constante

De r 's worden by elke oplossing met

$$\begin{aligned} \sum_1 r_1 + iC_{12} r_2 + \dots + iC_{1k} r_k &= 0 \\ iC_{21} r_1 + \sum_2 r_2 + \dots + iC_{2k} r_k &= 0 \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

By welke S (eigenfrequentie) leveren deze de verhoudingen der r 's

en daarmedt volgen de verhoudingen van α, β, γ
 Stel α (welkeking) $= \mu e^{i\alpha}$
 $e^{-2\gamma/\alpha} = \mu' e^{i\alpha'}$, $\frac{\gamma}{\alpha} = \mu'' e^{i\alpha''}$
 $x = \mu e^{i(\alpha t + \alpha)}$
 $y = \mu' e^{i(\alpha t + \alpha + \alpha')}$
 $z = \mu'' e^{i(\alpha t + \alpha + \alpha' + \alpha'')}$
 of $x = \mu \cos(\alpha t + \alpha)$
 $y = \mu' \cos(\alpha t + \alpha + \alpha')$
 $z = \mu'' \cos(\alpha t + \alpha + \alpha' + \alpha'')$

Dus zijn 3 trillingen, met verhouding, des am-
 plituden bekend, en de phase verschillen.
 Die geven samen een elliptische trilling
 en een bepaalde omloopsrichting in de baan.
 Beschouwen we nu α gelijk met tegen-
 gesteld teken.

Bij de ene S vinden we het reële α (complex)
 Dan vinden we bij $-S$ de toegevoegde complexe.
 Dus ook de toegevoegde α, β, γ
 Stellen we dus bij $-S$ de $\alpha = \mu e^{-i\alpha}$ (wat vol-
 komen geoorloofd is) dan $\frac{\beta}{\alpha} = \mu' e^{-i\alpha'}$ $\frac{\gamma}{\alpha} = \mu'' e^{-i\alpha''}$
 Dan krijgen we bovenstaande formules
 terug met $-t$ in plaats van t . Dus dezelfde
 ellips in tegen gestelde zin doorloopen.
 De ~~verandering~~ ervaring leert nu dat de Streep
 door Splitting ontstaat denzelfden graad
 van scherpte hebben als de oorspronkelijke
 Streep. d.w.z. dat dus de verandering in
 de frequenties voor alle molec. dezelfde
 is (anders dan een geleidelijke overgang
 tussen overpr. en geopl. zijn).

Zijn dus de moleculen op alle mogelijke
 wijzen georiënteerd dan moeten de iso-
 tropie juist voor de magn. krachtlijnen
 nu is aan die rich van isotropie lijnen
 niet vast te houden.

Men vervalt in iets als geladen bollen
 J. J. Thomson stelt zich voor positieve
 geladen bollen, waarbinnen een groot
 tal negatieve electronen zich bevinden.
 Men komt op Systemen van 4 in de hoekpunten

van een Tetraeder, of Prisma van een Octaeder
kan dat geeft altijd Triplett
Verzigt dat de lisch van isotropie
van een ~~prisma~~ ^{prisma} dat de deeltjes ~~niet~~ ^{wel} georien-
teerd zijn. Maar ik veld kan maar de
richting bepalen. Daarom kan zo'n deeltje
op allerlei wijze georientteerd zijn.
Stel dat men $\frac{1}{2}$ aequivalente elektroden
ellips beschrijft
Men geeft waarneming 1 op de mag.
krachtligne lineair gepolariseerd licht
~~waarneming~~ ^{stelt} ~~aan de~~ ^{aan de} krachtlijn.
Waarneming in de richting van de kracht-
lijnen geeft Circulair gepolariseerd
licht in de gepolariseerde streepen. Dus moet
de ellipsen Circels zijn.

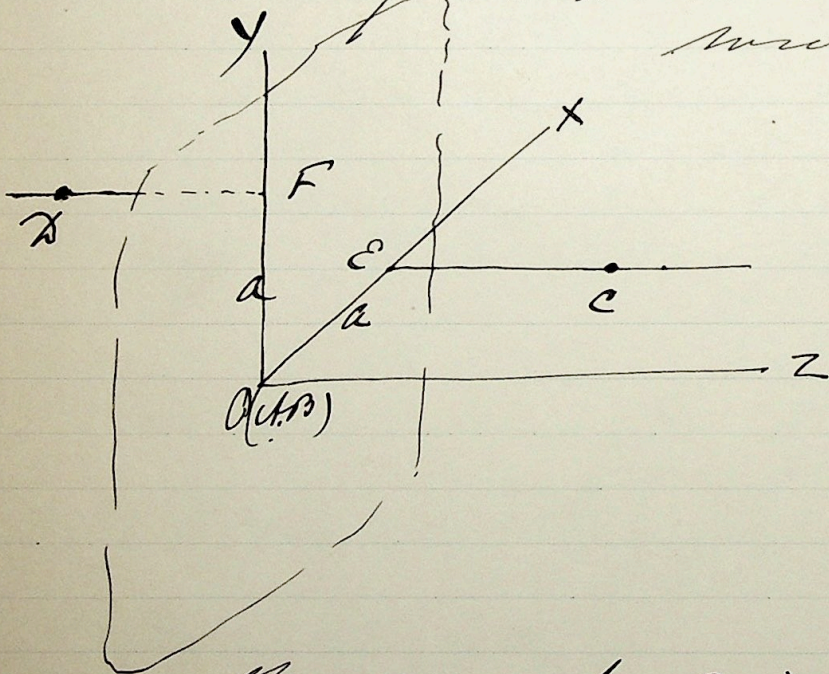
De theorie leert ons dus dat we rekenschap
kunnen geven van meer Spectraallijne
by Splijting

Drillingen in den richting van de krachtlyp
onderwinden geleid wordend van de magt.
Kracht.

Wanneer we de Na-Strap in een magnetisch
veld nader beschouwen blijkt dat we niet
te doen hebben met een triplet doch met een
quadruplet (Pompe)

Om dat te verklaren zullen we ons een
model gaan voorstellen. Denke we ons
4 electronen. ~~Isa~~ Denke we ons de ver-
bindinge voortdurend dat de vreg. van
Lagrange geldt.

Van 2 van die electrom. disc en A en B
Kullend noemens by de beweging beperkt
tot 2 v. vlak. Die hebben dezelfde even.
michtsstand O en Steeds



Gelyke maact teg
 Gestelde uitsprij
 Keem op O en Stuk
 a en en by // O Z en
 Horop C op en af
 en A die Stuk = C
 blyft . C kan dus
 alleen bewegen
 langs CC.
 Over nos D langs D.
 Thoudat F B = C

Nennen wir die B in den ebenen. Stand da ist
 $QC = DF = \sqrt{R^2 - a^2}$
 Denke wir uns die magn. Kraft in der Richtung
 OZ.

Verplantungen mit Wurzel v. A

$\frac{A}{B}$	$\frac{5}{-5}$	$\frac{7}{-7}$	$\frac{0}{0}$
C	0	0	5
D	0	0	5

1. $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$ 2. $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$ 3. $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$

Dauby: $(a - \xi)^2 + \eta^2 + (a^2 + (\sqrt{l^2 - a^2} + \xi_1))^2 = l^2$
 $\xi_1 = \frac{a\xi}{\sqrt{l^2 - a^2}}$ als eine kleine Größe vernachlässigen

Schritt $\xi_1 = g \xi$ $\cos i \xi_2 = -g \eta$

Veronderstellen we nu dat elk electroweer
massa in heeft.

$$T = \frac{1}{2} m \sqrt{(2 + g^2) / \dot{x}^2 + \dot{y}^2}$$

Derhalve weans classische krachten overeenredig met de uitwijking da wordt

$$u = \frac{1}{2} \int (2 + y^2)(5 + y^2)$$

Als er geen magn. veld is geldt dus

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}} = - \frac{\partial U}{\partial \xi} \quad (11)$$

$$m(2+g^2) \frac{d^2}{dt^2} = - \frac{d}{dt} m(2+g^2)$$

Mr. J. H. ...

Prook mij = 2 f 7

Frequency $n_0 = \sqrt{fT}$

Dus vord beide derzelfde. We hebben hier dus te doen met 2 aequivalente vrijheidsgrade. We kunnen dus verwachten een splitsing in I in 2 magnetisch veld.

Om de beweging in t mag. veld te vinden
moeten wij by I en II (zelfdervoorij) een kracht
comp. voegen $\vec{F}$ en H .

Op den 2^{den} merke ge krachte.

Op A werkt volg. $\times$ as $\frac{Q}{c}$ in H_2 volg. γ as $\frac{Q}{c} \frac{1}{S} H_2$

$$B \quad \dots \quad - \frac{e^2}{c} \frac{\dot{H}}{2} \quad \dots \quad + \frac{e^2}{c} \frac{\dot{H}}{2}$$

Virt. compl. von A $\delta_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \delta_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$

$$B = \delta \xi \dots - \delta \eta$$

$$\text{Virial work} = 2 \frac{e}{c} \left(i j N_2 \delta \frac{x}{z} - \frac{1}{z} N_2 \delta y \right)$$

$$[1] = \frac{de}{c} \cdot j \cdot H_2$$

$$H = - \frac{22}{e} N_2 \int$$

Deriv. word $m(2tg^2/\dot{\gamma}^2) = -f(2tg^2)/\xi + \frac{2e}{c} \eta H_2$
 $m(2tg) \dot{\gamma} = 2f(2tg^2)/\xi \eta + \frac{2e}{c} \frac{2e}{\dot{\gamma}} H_2$

$$m(2g) \ddot{z} = \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{2k}{c} \frac{N_2}{N_1} \right)$$

$\text{Det } \text{Kov}(x+y^2)_{m,n}$

$$S_{\text{rel}} = \frac{a_{\text{rel}}}{m(\text{rel}^2)} = k$$

$$m_{ij} = -\frac{1}{m} \sum_{\text{point}} + k_{ij} = -n_0^2 \xi + k_{ij}$$

$$-n_0^2 \eta \rightarrow k \eta$$

$$\mathcal{L} = \rho \mathcal{L}^{int} \quad \mathcal{H} = \rho' \mathcal{H}^{int}$$

$$(n^2 - n^2)/r = \ln k r'$$

$$\begin{aligned} (n_0^1 - n_0^2) r_1' &= -\ln k r \\ r_1'^2 &= -z^2 \end{aligned}$$

$$z'^2 = -z^2$$

$$z' = +i \cdot z$$

$$\text{of } \gamma = \pm i \xi$$

Wat wil zeggen dat η en ξ gelyke amplitude hebben, maar een phase verschil van $\frac{1}{4}$.
 Dus A doorloopt een cirkel, terwijl B daar tegen over een cirkel doorloopt.

$$m_0^2 - m^2 = \pm i k (\pm i) = \mp k$$

Schryf $m_0^2 - m^2 = \mp m_0 k$

$$m^2 = m_0^2 \pm m_0 k$$

$$m = m_0 \pm \frac{1}{2} k$$

We krijgen dus 2 verschillende frequenties.
 Geen we nu na wat t uitgesonden licht.
 Van aeq. elect. $E_x = \sum E \xi$

Daar we dezelfde massa aan genomen hebben
 $x = \sum \xi$

Daaruit volgt $x = 0$ evenzo $y = 0$

$$z = \xi_1 + \xi_2 = g \cdot (1 \mp i) \xi$$

De onderwinden dus nu wel invloed van het magn. veld, indirect.

Vorjt Stelt zich geen mechanisme voor maar spreekt van magnetische koppeling