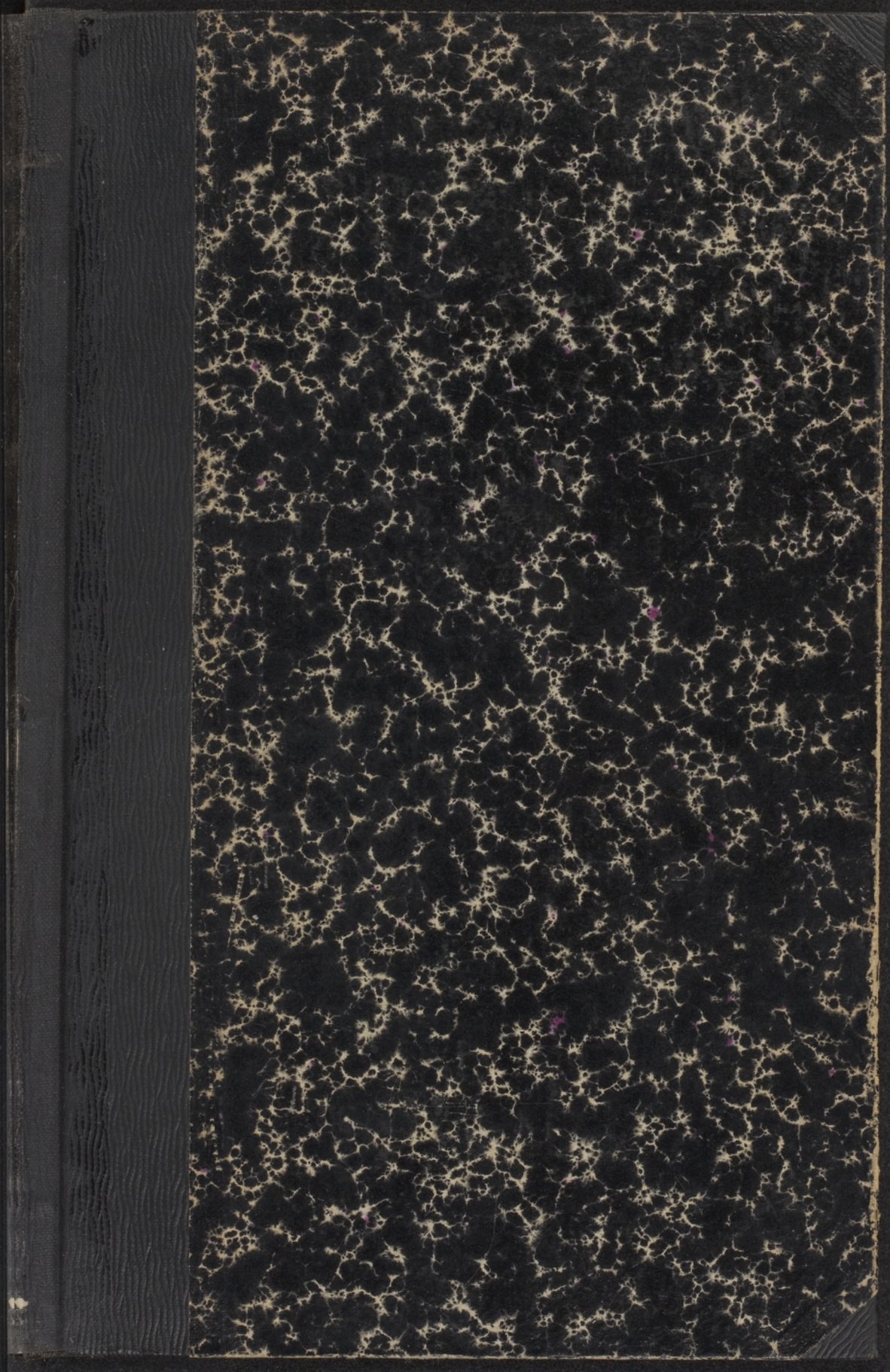


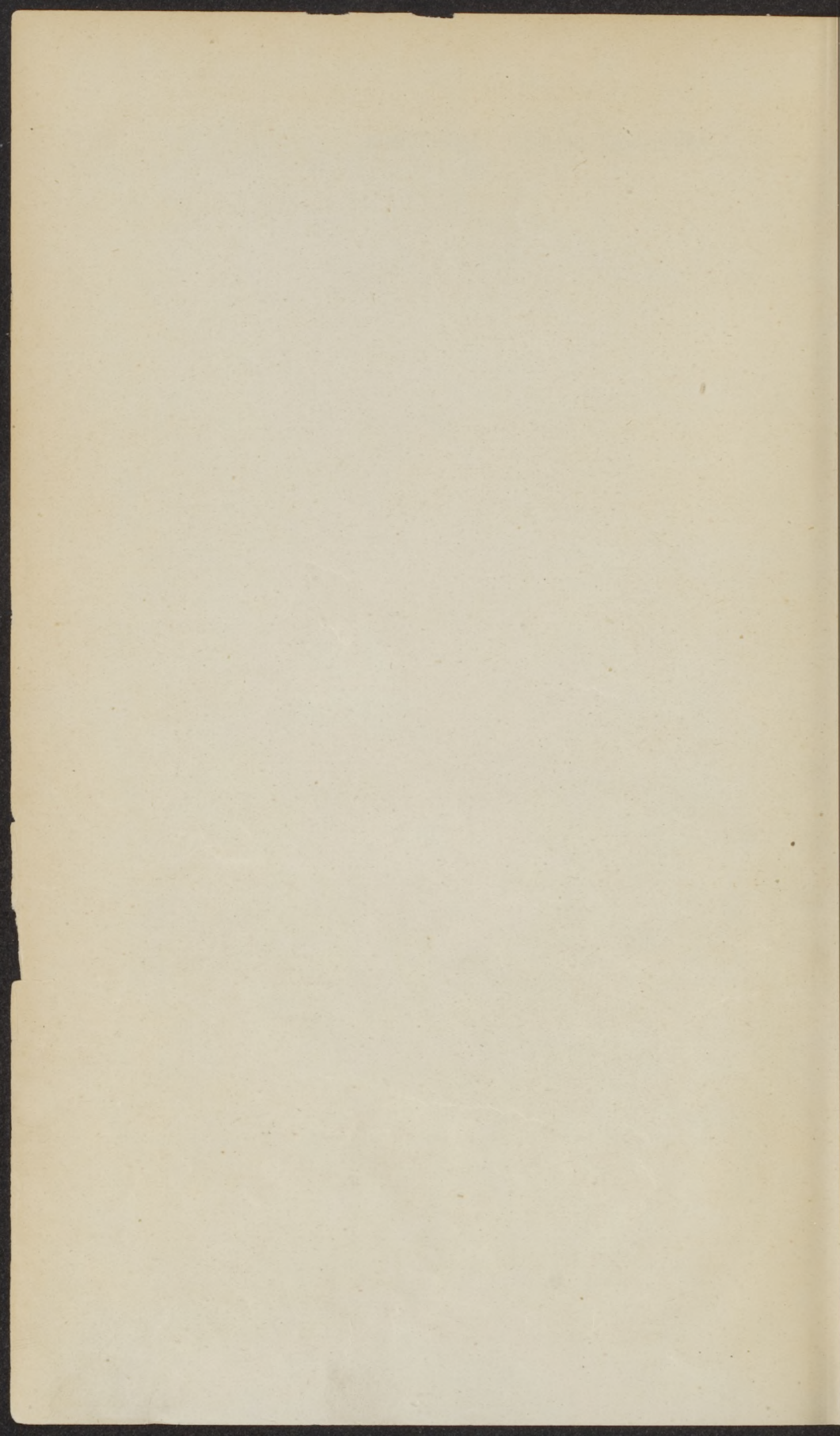


Universiteit Leiden



2 039 934 6

ANORGANISCH CHEMISCH LABORATORIUM
LEIDEN.



ANORGANISCH CHEMISCH LABORATORIUM
LEIDEN.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT

VOOR NATUURKUNDE

REDACTIE :

A. D. FOKKER, E. OOSTERHUIS, BALTH. VAN DER POL

1e JAARGANG.

1921

PHYSICA

VEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT

VOOR NATUURKUNDIGEN

A. D. FOKKER, E. OOSTERHUIS, B. J. VAN DER BOG

25 JAARGANG

1921

Register van Namen en Onderwerpen

1ste Jaargang Physica, 1921.

Absorptie door zoutoplossingen	119	<i>Busé, A. J. H.</i> , zie Huffnagel.	
door kosmische nevels. 101, 103			
Adsorptie bij colloïden	123	<i>Cittert, P. H. van</i> , Intensiteitsmetingen van spectraallijnen	111
aan oppervlakken (Langmuir) 344		Cohaesiekrachten volgens Van der Waals.	60
van elektrische molekulen aan geleidende oppervlakken (Debye).	362	Colloïden, adsorptie bij.	123
van zuurstof, van waterstof, van cadmium	344	<i>Coster, D.</i> , Nieuwe resultaten der Röntgenspectroscopie.	332
Algolveranderlijken, frequentie der	154	<i>Cotton, A.</i> , Étude des surfaces optiques, examen des instruments	274
α Orionis, middellijn van	141	<i>De Broglie</i> , zie Broglie.	
Atoomkernen, structuur.	65	<i>Debye, P.</i> , Adsorptie van elektrische molekulen	362
verbrokkeling door bombardement	66	<i>De Haas</i> , zie Haas.	
<i>Back, E.</i> , zie Paschen		<i>Denier van der Gon, H. A. C.</i> en <i>J. N. A. van den Bouwhuysen</i> , Absorptie door zoutoplossingen	119
<i>Berlage Jr., H. P.</i> , Frequentie der Algolveranderlijken	154	<i>Deumens, Alph.</i> , Extinctie door verzwarte photographische plaat	113
Geval van herhaalde spiegeling	359	<i>De Visser</i> , zie Scharp.	
Betelgeuze, Middellijn van	141	<i>De Vries, J. F.</i> , zie Vries.	
<i>Bezold, W. von</i> , Farbenlehre	151	<i>De Waard</i> , zie Waard.	
<i>Bohr, N.</i> , Abhandlungen über Atom-bau.	149	Differentieeren en integreeren i. h. M. O.	92
Bombardement van atoomkernen	66	Dispersietheorie der zonneverschijnselen	324
<i>Bouwhuysen, J. N. A. van den</i> , zie Denier.		<i>Ditmarsch, Van</i> , Extinctie van een uitvlokkend sol.	114
<i>Bremer, G.</i> , Extinctiemeter volgens Moll, invloed van licht op broomzilverzolen	116	<i>Dorgelo, H. B.</i> , Wisselstroommeter van Moll.	122
<i>Broglie, De</i> , Foto-electrisch effect	67	Drukmeting, Radiometrische	3
Broomzilver, invloed van licht op	116	Electrische geleiding in gassen	78
β -stralen, secundaire.	68	in kristallen	185
<i>Burger, H. C.</i> , Structuur getrokken wolframdraden	214		

- Elektron, zwaartekrachtsveld van . 190
- Elektronentheorie, Oefeningen, 129, 199
- Elias, G. J., W. O. Julius en J. H. Reiseger*, Over radiometrische drukmeting. 3
- Extinctie door verzwarte photographische plaat 113
van uitvlokkend sol 114
-meter volgens Moll 116
- Fokker, A. D.* Over de gedaante van een rollenden hoepel; en eenige consequenties. . . 35
Absorptie door nevels in Taurus 101
Stationnaire elektronenbewegingen 107
Vertraagde potentialen. . . 139
Vervroegde potentialen . . 107
Kracht en Energiestroom . . 199
- Gasatmosfeer. Invloed van, op werking van kwikstraal-onderbreker. 56
- Geilen, V.*, Mathematik und Baukunst 348
- Geleiding, elektrische, in gassen. . 78
in kristallen. . 185
- Geluidszwevingen, demonstratie . . 106
- Gerlach, W.*, Grundlagen der Quantentheorie. 382
- Gon, van der*, zie Denier.
- Groot, H.*, Stralingsdruk in verband met het 'zonnenspectrum. . 7, 49
Selectieve stralingsdruk in de zonneatmosfeer 173
Graviteit en stralingsdruk. . 146
- Haak, J. J.*, De zonsverduistering van 8 April 1921. 58
- Haas, H. K. de*, Een stralingsanomalie 127
- Haga, H.*, Rede over Röntgenstralen 22
- Hale, G. E.*, Astrophysical Aspects of the Zeeman-effect 250
- Hallo, J. J.*, Praktische oefeningen in de natuurkunde. 90
- Heliophysische Demonstratie . . . 110
- Herhaalde spiegeling. 359
- Hertzsprung, E.*, Over de kleur der sterren 69
- Heurlinger*, zie Hulthén.
- Hoepel, rollende 35
- Holst, G.*, Demonstratie wolfram-booglamp. 379
- Holst, G.*, en *E. Oosterhuis*, De invloed van de gasatmosfeer op de werking van een kwikstraal-onderbreker 56
Over de elektrische geleiding in gassen 78
- Huffnagel, A. M.* en *A. J. H. Busé*, Microphotometer v. breede spectraalgebieden. 121
- Hulthén, E.*, Over Bandenspectra. 365
- Interferometer van Michelson . . 313
- Joffe*, Kristaleigenschappen . . . 183
- Julius' dispersietheorie der zonneverschijnselen 324
- Julius, W. O.*, zie Elias.
- Kamerlingh Onnes*, zie Onnes.
- Kapteyn, J. C.*, Rangschikking en beweging sterrenstelsel 352
- Keesom, W. H.*, De quadrupoolmomenten der zuurstof- en der stikstofmolekulen . . . 59
Over de cohesiekrachten volgens Van der Waals. . 60
- Kleur der sterren 69
- Klipzout, plasticiteit 183

<i>Köhler, W.</i> , Die physischen Gestalten	380	Michelson's methode ter toetsing optische vlakken	274
<i>Kohnstamm, Ph.</i> , P. Zeeman	225	Michelson interferometer	313
Kristallen plasticiteit	183	Microphotometer voor breede spec- traalgebieden	121
elektrische geleiding	185	Mira Ceti type, Helderheid sterren.	197
Kwikstraal-onderbreker	56	<i>Millikan, R. A.</i> , Uitbreiding van het ultraviolette spectrum	19
Langerhuizen Lzoon-fonds	223	<i>Minnaert, M.</i> , Dispersietheorie der zonneverschijnselen	324
<i>Langmuir</i> , Geadsorbeerde dunne laagjes	344	<i>Mogendorff, E. E.</i> , Geluidszwevin- gen, demonstratie	106
Lichtgevoeligheidsmeting voor ver- schillende golflengten	115	Ontwikkeling onderwijs in de natuurkunde	208
Lichtstralen, proeven met, en foto- grafieën daarvan	87	Natuurkunde voorbereidend H. O.	187
<i>Lohuizen, T. van</i> , Middellijnn van Betelgeuze	141	Spectraalreeksen	310
Uitbreiding van het ultra- violette spectrum	19	Moll, Wisselstroommeter van	122
Anomaal Zeeman-effekt	288	Extinctiemeter.	116
<i>Lorentz, H. A.</i> , Bepaling van be- wegingswijzen door quanta- voorwaarden	25	<i>Münch, A.</i> , zie Marx.	
Lessen over Thermodynamica	62	Natuurkunde aan H.B.S., Practische oefeningen in	90
Theoretische beteekenis Zee- man-effekt	228	Natuurkunde voorbereidend H. O.	187
<i>Maanen, A. van</i> , Beweging in spi- raalnevel Messier 33 Trian- guli	125	Natuur- en Geneeskundig Congres.	110
Helderheid sterren van Mira Ceti type	197	Natuurkundige Vereeniging	32, 64, 153, 344, 376
Zeeman-verschijnsel op de zon	302	<i>Ollivier, H.</i> , Cours de physique générale	222
Mach, mechanisch vraagstuk van	356	Onderwijs in de natuurkunde	87, 90, 106, 187, 208
Magnetisch veld op de zon	306	<i>Onnes, H. Kamerlingh</i> , Zee- man's ontdekking	241
Magnetische vervollediging spectraal- lijngroepen	261	<i>Oosterhuis, E.</i> , en <i>G. Holst</i> , De invloed van de gasatmos- feer op de werking van een kwikstraal-onderbreker	56
<i>Marx, J.</i> , en <i>A. Münch</i> , Visueele troebelheidsmeter	122	Over de elektrische geleiding in gassen	78
Melkwegstelsel, Structuur	352		
Messier 33 Trianguli	125		

<i>Oosting, H. J.</i> , Proeven met lichtstralen, en fotografieën daarvan	87	<i>Rutherford</i> , Structuur van Atoomkernen	65
Optische vlakken, toetsing	274	<i>Scharp de Visser, J. C.</i> , Prisma's met konstante afwijking	179
<i>Pannekoek, A.</i> , Absorbeerende kosmische nevels	103	<i>Schreiber, P.</i> , Flächen-nomographie	221
<i>Paschen, F.</i> , und <i>E. Back</i> , Linien-gruppen magnetisch vervollständigt	261	Secundaire β -stralen	68
<i>Planck, M.</i> , Nobel-voordracht	147	<i>Seeliger, R.</i> , <i>F. Henning</i> & <i>R. v. Mises</i> , Aufgaben aus der theoretischen Physik	219
Plasticiteit van klipzout	183	<i>Slagter, S. P.</i> , Adsorptie bij colloïden	123
<i>Pol, Jr. B., van der</i> , Physische toepassing van de triode	97	<i>Snethlage, A.</i> , Interferometer van Michelson	313
Vorm van vrije triodetrijlen	327	Solen, invloed van licht op broom-zilver-	116
Praktische oefeningen in de natuurkunde aan H. B. S.	90	Solvay, Conseil,	65
Prisma's met konstante afwijking	179	Spectraallijnen, Intensiteitsmetingen	111, 117
Quadrupoolmomenten der zuurstofmoleculen	59	Spectraallijnen, Lijnengroepen magnetisch vervolledigd	261
Quantiseering van bewegingswijzen	25	Spectraalreeksen	310
Radiometrische drukmeting	3	Spectroscopie, Röntgenstralen	332
Realisme en formalisme bij onderwijs	208	Bandenspectra	365
Redactie, van de,	1, 33, 65, 153, 189, 321, 323, 351	Spiegeling binnen ellipsoïde,	359
<i>Reiseger, J. H.</i> , zie <i>Elias</i>		Spiraalnevel Messier 33 Trianguli	125
Richten van vloeistofmoleculen	376	Sterrenstelsel, Rangschikking en Beweging	352
<i>Rinne, F.</i> , Die Kristalle	220	Stationnaire elektronenbewegingen	107
<i>Riwin, R.</i> , Spectrographische meting van lichtgevoeligheid	115	Stikstofmoleculen, quadrupoolmomenten	59
Rollende hoepel	35	Stralingsanomalie	127
Röntgenspectroscopie	332	Stralingsdruk in verband met zonnenspectrum	7, 49
Röntgenstralen, Ontdekking der,	22	en graviteit,	146
<i>Runge, C.</i> , Neues Bandenspectrum des Sauerstoffs	254	selectieve, in zonneatmosfeer	173
		Stralingsweerstand,	201
		Elektronenbeweging zonder	107

<i>Study, E.</i> , Denken und Darstellung	347	<i>Waard, R. H. de</i> , Vergelijking van intensiteit van spektraallijnen	117
Suprageleiders, stroomen in	283	<i>Wertheim Salomonson</i> , Rede over Röntgenstralen	23
Triode, Physische toepassingen der	97	Wisselstroommeter van Moll.	122
Triodetrillingen, vorm van vrije	327	Wolframbooglampje	379
Troebelheidsmeter, visueele	122	Wolframdraden, structuur	214
Ultraviolette spectrum	19	<i>Woltjer, H. R.</i> , Laboratoriumherinnering	319
<i>Van den Bouwhuysen, J. N. A.</i> , zie Denier.		<i>Zeeman, P.</i> , Portret	225
<i>Van der Gon</i> , zie Denier.		Zeeman-effect, theoretische beteekenis	228
<i>Vanderlinden, H. L.</i> , Zwaartekrachtsveld bolvormig elektron	190	ontdekking van	241
<i>Van der Pol Jr.</i> , zie Pol.		astrophysisch aspect	250
Van der Waals' cohaesiekrachten	60	anomaal.	288
<i>Van der Waals Jr.</i> , zie Waals.		op de zon	302
<i>Van Ditmarsch</i> , zie Ditmarsch.		<i>Zeeman, P.</i> , Uitreiking Drapermedaille	32
<i>Van Lohuizen</i> , zie Lohuizen.		<i>Zernike, F.</i> , Richten van vloeistofmolekulen door uitw. velden	376
<i>Van Maanen</i> , zie Maanen.		Zon, verduistering van 8 April 1921.	58
Veranderlijke sterren, Mira Ceti type	197	-spectrum en stralingsdruk.	7, 49
Algol type.	154	-atmosfeer en selectieve stralingsdruk	173
Vervollediging van lijngroepen, magnetische	261	Zeeman-effekt en magnetisch zonneveld	302
<i>Visser, de</i> , zie Scharp.		Zuurstofmolekulen, quadrupoolmomenten.	59
<i>Vries, J. F. de</i> , Mechanisch vraagstuk.	356	Zuurstof, nieuw bandenspectrum	254
<i>Waals Jr., J. D. van der</i> , Stroomen in suprageleiders	283	Zwaartekrachtsveld van bolv. elektron.	190

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

1e JAARGANG

APRIL 1921

NUMMER 1

VAN DE REDACTIE.

Het eerste wat wij schrijven zullen, moet een woordje vooraf zijn, als een „goede reis”, dat wij dit tijdschrift medegeven op de vaart, die het op 't punt staat te ondernemen door de wereld der nederlandsche physici en vrienden der natuurkunde. Het is nog maar een klein scheepje, een notedop, maar het is er dan toch; en het is onze wensch, dat de wijze waarop het zal weten te navigeeren, moge strooken met de inzichten en den smaak van zijn passagiers, die naar wij hopen, bij volgende reizen in steeds completer getale met ons in zee zullen steken.

Het doel, dat wij willen nastreven, is al in circulaire en prospectus geschetst: wij wenschen tot ontwikkeling te brengen een orgaan van verstandhouding; van verstandhouding niet alleen tusschen de physici onderling, maar ook tusschen de physici en hen, die in de resultaten van natuurkundig onderzoek belangstellen, zij het uit neiging dan wel omdat zij door hun beroep met de physica te maken krijgen (ingenieurs en enkele categorieën van medici). Wij denken hierbij ook aan de physici, welke zich aan dien anderen kant der natuurkunde wijden: aan den reproductieven en vormenden kant in het onderwijs. Een schakel moet het orgaan worden, — de tot dusver ontbrekende schakel, — tusschen hen die zich met den zuiver wetenschappelijken kant der problemen kunnen bezig houden, en hen die in de drukke praktijk hunner bezigheden mede willen blijven leven met de stroomingen en den vooruitgang hunner wetenschap.

Wanneer wij hier van physici spreken, is het in de ruimste beteekenis van het woord, en wij rekenen daartoe ook onze collega's meteorologen en astrophysici.

Men zal van ons verwachten, dat wij met enkele woorden aangeven in welken geest wij PHYSICA hopen te redigeeren. Wij hebben er geen bezwaar tegen, ons daarover uit te spreken, maar

van te voren wenschen wij gezegd te hebben, dat op den duur het tijdschrift slechts zal kunnen worden, hetgeen de medewerkende auteurs en belangstellende lezers ervan zullen willen maken.

Het moet ongedwongen de natuurlijke spiegeling worden van wat er in de laboratoria en hoofden omgaat. Het liefst zouden wij ons zelf op den achtergrond terugtrekken, het tijdschrift ter beschikking latende der vakgenooten en ons er toe bepalende, met onze bescheiden organiseerende kracht bezig te blijven om de zaak te laten loopen.

Maar aangezien nu eenmaal elke beweging een beginrichting moet hebben, zullen wij zeggen waarheen wij willen sturen. In de eerste plaats willen wij aan den lezer denken. Vóór alles wenschen wij den inhoud aangenaam leesbaar gesteld te zien, zonder dat hij daarom nog populair behoeft te zijn in den gewonen zin van het woord, want een zekere mate van natuurkundige ontwikkeling blijft als onmisbaar voorondersteld. Doch waar wij den lezer voor hopen te vrijwaren is, dat hij zich plotseling door een paar olympisch-esoterische volzinnen van de wijs gebracht ziet, of zijn weetlust voelt verdrinken in een plas van formules en berekeningen. Wij hopen, zonder middelmatig te worden, goed verstaanbaar te blijven voor den gemiddelden lezer, door hem telkens met een enkel woord te herinneren aan dat wat hij ter oriëntering noodig heeft.

Wij wenschen dat daarbij een opgewekte geest uit de regels van ons tijdschrift spreekt. Zwaarwichtigheid is ons een gruwel. Vlot moeten taal en inhoud zijn.

Dikwijls zullen wij tekort schieten in het ideaal van met helderen eenvoud recht en slecht het juiste te treffen. De kunst om in weinig woorden veel te zeggen zonder duisterheid is niet een ieder gegeven. Moge dan dit tekortschieten in den stijl daardoor vergoed worden, dat men door de onvolkomenheid heen iets van geestdrift voelt gloeien. Niet de knapheid of nieuwhed eener prestatie immers zullen wij het belangrijkste moeten achten aan de bijdragen, die deze bladen zullen vullen, — al zijn deze niet gering te achten, — maar de smaak en het genoegen, het enthousiasme waarmee de auteur zijn vondst of onderzoek verwerkt heeft en er ons van vertelt. Immers het komt er veel meer op aan, dat wij vreugde aan ons werk beleven, dan of wij heden meer weten dan vijf jaar geleden, — en nog steeds minder dan wij over vijf jaar zullen weten.

Het zou ons een groote voldoening zijn indien zoo'n opgewekte geest van plezier in ons werk door het orgaan der nederlandsche physici tot uiting zou komen, erheen convergeerende als naar een brandpunt, het isolement brekende waartoe wij lichtelijk neigen, en een sfeer van aangename verstandhouding scheppende.

Indien dit doel bereikt wordt, zal ons vanzelf een andere vrucht in den schoot vallen. Wij bedoelen, behalve het zelfrespect der physici, ook een betere waardeering van hun kunnen en van hun waarde voor de maatschappij, waardoor vanzelf meer vraag zal ontstaan naar geschoolde physici ook buiten de universiteiten en de middelbare scholen.

Deze verbetering van vooruitzichten voor een aanstaand physicus zal menig helder hoofd de keuze van loopbaan vergemakkelijken, die hem tot een der onzen zal maken.

Wij willen thans aan het werk gaan en houden ons aanbevolen voor alle op- en aanmerkingen, die men ons uit en in vriendschap zal willen maken.

OVER RADIOMETRISCHE DRUKMETING

door

G. J. ELIAS, W. O. JULIUS en J. H. REISEGER.

Tot meting van den druk bij hoogvacuumproeven bezigden wij eene radiometrische methode, waarbij de radiometer was opgehangen aan een kwartsdraad door middel van haakjes (ter vermijding van kit), die scherp zijn omgebogen om variaties van den nulstand te voorkomen. Aangezien het aanvankelijk voldoende scheen den radiometer te belichten door een, van eene op eenigen afstand geplaatsten lichtbron afkomstigen stralenbundel, bezit de radiometer nog vier vleugels van mica ter dikte van ongeveer 0,1 m.m. en ter grootte van ongeveer 1 c.m.², bevestigd aan staafjes aluminium ter lengte van ongeveer 2 c.m. De vleugels zijn aan ééne zijde dofzwart gemaakt. Bij latere proeven bleek het noodzakelijk, ter verkrijging van grootere intensiteit der bestraling, een beeld der lichtbron op één vleugeltje te ontwerpen. Met het oog hierop zullen we binnenkort den viervleugeligen radiometer vervangen door een tweevleugeligen, waarbij we tevens den afstand der vleugels, ter verkrijging van een grooter draaimoment, zullen vergrooten. Het traagheidsmoment wordt dientengevolge wel

vergroot, doch zulks schijnt ons geen bezwaar, daar de instelling van het temperatuurevenwicht bij veranderde omstandigheden toch steeds eenigen tijd duurt en de damping bij zeer kleinen druk (waarbij de radiometrische drukmeting alleen nut heeft) te gering is om het systeem overaperiodisch te maken. Wegens de zeer sterke veranderlijkheid van den uitslag van den radiometer met de dichtheid van het gas bij constante belichting hebben wij de stroomsterkte der lichtbron (een z.g. „bioscooplamp” van Philips van normaal 26 amp. en 35 volt) gevarieerd, waardoor de uitslag steeds dezelfde orde van grootte behield, waardoor ook de hoek van draaiing van den radiometer steeds nagenoeg dezelfde bleef, derhalve ook de lengte van den hefboomsarm, waaraan de druk werd uitgeoefend.

Het is gemakkelijk in te zien, dat bij lagen druk (beneden 0,00001 m.m.) de uitwijking van den radiometer evenredig aan dezen druk zal zijn. Bij dien lagen druk kunnen we aannemen, dat het aantal der onderlinge botsingen van de moleculen klein is t.o.v. het aantal botsingen met de wanden van het vat, waarin de radiometer zich bevindt. De moleculen, die tegen de vleugels van den radiometer botsen, kunnen diensgevolge gerekend worden te komen van de wanden van dit vat. Nemen we verder aan dat er een evenwichtstoestand is ingetreden tusschen de dichtheid van het gas en de op de vleugels van den radiometer geabsorbeerde gaslaag. Wanneer zulks het geval is, is het aantal moleculen, dat per tijdseenheid tegen de vleugels botst gelijk aan het aantal, dat per tijdseenheid door deze vleugels wordt uitgezonden. Noemen we het aantal moleculen per eenheid van volumen n en de temperatuur van den wand van het radiometervat T_0 , de gemiddelde moleculaire snelheid (opgevat als de wortel uit het gemiddelde snelheidsquadraat) bij de temperatuur T_0 : v_0 , dan botsen per

eenheid van tijd en per eenheid van oppervlak $\frac{n v_0}{\sqrt{6} \pi}$ mole-

culen tegen de vleugels. Is de moleculaire energie per graad α , dan deelen deze moleculen aan de vleugels eene energie mee van

$\frac{n v_0}{\sqrt{6} \pi} \alpha T_0$. Noemen we verder de temperatuur van de be-

straalde zijde van een vleugel T_1 , die van de andere zijde T_2 , de per tijdseenheid en oppervlakteëenheid geabsorbeerde stralende energie Q , de warmteenergie, die per graad temperatuurverschil

van de bestraalde zijde van den vleugel naar de andere zijde wordt geleid k , dan gelden voor het temperatuurevenwicht der vleugels de vergelijkingen:

$$\frac{n v_0}{\sqrt{6} \pi} a T_0 - \frac{n v_0}{\sqrt{6} \pi} a T_1 - k (T_1 - T_2) + Q = 0$$

$$\frac{n v_0}{\sqrt{6} \pi} a T_0 - \frac{n v_0}{\sqrt{6} \pi} a T_2 + k (T_1 - T_2) = 0,$$

waaruit de temperaturen T_1 en T_2 kunnen worden bepaald. Andererzijds is het verschil in druk op de beide zijden van den vleugel:

$$\begin{aligned} p &= \frac{n v_0}{\sqrt{6} \pi} \left(m v_0 \sqrt{\frac{\pi}{6}} + m v_1 \sqrt{\frac{\pi}{6}} \right) - \frac{n v_0}{\sqrt{6} \pi} \left(m v_0 \sqrt{\frac{\pi}{6}} + m v_2 \sqrt{\frac{\pi}{6}} \right) \\ &= \frac{m n v_0}{6} (v_1 - v_2), \end{aligned}$$

daar de gemiddelde impuls bij de botsing (zonder terugkaatsing) van één molecule gelijk is aan $m v \sqrt{\frac{\pi}{6}}$. Nu is $\frac{1}{2} m v_1^2 = a T_1$ en $\frac{1}{2} m v_2^2 = a T_2$, verder aannemende, dat T_1 en T_2 weinig van T_0 verschillen, komt er:

$$v_1 - v_2 = \frac{3 \pi Q}{12 \pi k + n a v_0 \sqrt{6} \pi} \sqrt{\frac{2 a}{m T_0}},$$

derhalve wordt het verschil in druk op beide zijden van den vleugel:

$$p = \frac{n a Q}{12 k + n a v_0 \sqrt{\frac{6}{\pi}}}$$

Wordt de berekening voor de twee termen in den noemer uitgevoerd voor de boven beschreven vleugels en een druk van 10^{-4} m.m., dan blijkt de eerste term zeer groot te zijn t. o. v. den tweeden, zoodat we bij dezen en lageren druk zeker mogen stellen $p = \frac{n a Q}{12 k}$, zoodat het drukverschil evenredig is met de dichtheid der lucht. Nog bij veel grootere dichtheid is voor den boven beschreven radiometer in den noemer van de uitdrukking voor p de tweede term t. o. v. den eersten te verwaarloozen, echter gaat dan de aanvankelijk gemaakte onderstelling niet meer door, dat n.l. de moleculen, die de vleugels treffen, geacht kunnen worden van den wand van het vat te komen. De uitslag van

den radiometer neemt dan nog wel toe, door de grootere dichtheid van het gas, doch de toeneming zal niet meer evenredig zijn met de toeneming der dichtheid, doordat de temperatuur van de gaslaag, waar de botsende moleculen gemiddeld uit voortkomen, meer in overeenstemming is met de temperatuur van den vleugel. Bij grootere dichtheid ten slotte, heeft deze gaslaag geheel de temperatuur van den vleugel aangenomen en zal de uitslag van den radiometer nul worden. Beide zijden van den bestraalden radiometervleugel hebben dan nog wel een temperatuurverschil, doch de druk der botsende moleculen is aan beide zijden dezelfde. Intusschen zal het temperatuurverschil cet. par. kleiner zijn, dan bij kleinere dichtheid tengevolge van den grooteren warmteafvoer. Waar zoowel bij zeer lagen druk als bij hoogen de uitslag van den radiometer tot nul moet naderen, zal bij een zekeren druk een maximum moeten optreden.

Experimenteel hebben we bij den boven beschreven radiometer een en ander bevestigd gevonden. Het maximum van den uitslag vonden wij bij ongeveer 0,01 m.m. terwijl deze tot ongeveer 10^{-4} m.m. een volmaakt lineair verloop met den druk vertoonde. Intusschen gaf de aldus gevonden rechte lijn, geëxtrapoleerd voor den druk nul, nog een kleinen uitslag van den radiometer, welk effect waarschijnlijk moet worden geweten aan den lichtdruk, waarbij eventueel de afgifte van geoccludeerde gassen ook nog een rol zou kunnen spelen. Evenwel is deze quaestie nog niet geheel opgehelderd, daar het te verwachten lichtdrukeffect grooter zou moeten zijn. Waarschijnlijk is de onderstelling, dat de temperatuur van de bestraalde zijde van den vleugel in alle punten dezelfde is, in werkelijkheid niet vervuld. Met het onderzoek hiervan houden wij ons nog bezig. Ter vermindering van kwikdampen brachten wij tusschen de condensatiepompen van Langmuir en het vat van den radiometer een met vloeibare lucht afgekoelden „kwikval” aan, welke vloeibare lucht ons welwillend werd verstrekt door het laboratorium voor anorganische- en physische scheikunde van Prof. Dr. W. Reinders. Het aanbrengen der vloeibare lucht bleek nog een paar eigenaardige effecten tengevolge te hebben, waaromtrent wij ter gelegener tijd hopen te berichten. Tenslotte zijn wij van meening, dat de radiometer voor hoogvacuummetingen een alleszins bruikbaar instrument is, vooral ook, omdat kleine drukvariaties er onmiddellijk door worden aangegeven.

DELFT, 7 Maart 1921.

STRALINGSDRUK IN VERBAND MET HET ZONNESPECTRUM

door

H. GROOT.

§ 1. Formule voor den stralingsdruk op één molecule bij bestraling uit een gegeven richting.

De interessante onderzoeken van Eddington¹⁾ en Jeans²⁾ over den invloed van stralingsdruk op de inwendige constitutie van „giant stars” bepalen zich uitsluitend tot *integrale* effecten, betrekking hebbend op licht van alle golflengten te samen. De mogelijkheid van eventueele *selectieve* effecten wordt door hen niet nagegaan.

In het *Astrophys. Journ.* 50, p. 220, (1919) wijst Megh Nad Saha erop, dat het buiten beschouwing laten van dit punt ongewenscht is.

In mijn dissertatie³⁾ heb ik getracht rekening te houden met selectieven stralingsdruk en ben daardoor tot eigenaardige resultaten gekomen, die betrekking hebben op de samenstelling van de buitenste deelen der zon. Zij lijken mij belangrijk genoeg hier uitvoeriger te worden besproken, dan in de dissertatie is geschied. De bepaling der getallen, waarop de bedoelde resultaten berusten, is opnieuw, gedeeltelijk langs anderen weg, verricht. Tevens wordt nader ingegaan op de behandeling van Megh Nad Saha en de, daarmee samenhangende, bezwaren om ook op dit gebied de quanten-theorie toe te passen.

Hier, zoowel als in de dissertatie, wordt voor het bepalen van den stralingsdruk gebruik gemaakt van een formule, die door Debije⁴⁾ is afgeleid voor een trillenden dipool met eigen golflengte λ_0 , welke luidt:

$$D = \frac{3}{4} \frac{\sigma}{\pi c} \lambda_0^3 S(\lambda_0) \quad (1)$$

en waarin:

D = stralingsdruk op den dipool in de richting der opvallende straling.

1) M. N. 77, (1916—17), p. 16 en p. 596; *Astrophys. J.* 48, (1918).

2) M. N. 79, (1919), p. 319.

3) „Stralingsdruk, beschouwd in verband met zijn beteekenis voor de physica der Zon”, Dissertatie, Utrecht (1920).

4) P. Debije, *Ann. d. Phys.* 30, p. 57, (1909).

$S(\lambda)$ = energie der straling van golflengte λ , vervoerd in één seconde door een stralenbundel van 1 c.m.² doorsnede.

σ = dempingscoëfficiënt.

c = lichtsnelheid.

Wij zullen ons n.l. voorstellen, dat het molecule van een element, in welks spectrum n absorptie (dispersie) lijnen voorkomen, bestaat uit een aantal dipolen, die n eigentrillingen kunnen uitvoeren. Een dusdanig molecule ondervindt dan, volgens (1), een stralingsdruk:

$$D = \frac{3 \sigma}{4 \pi c} \sum_{i=1}^n \lambda_i^3 S(\lambda_i) \quad (2)$$

Voor wij verder werken met deze formule eenige opmerkingen.

Het is duidelijk dat de formule van Debije slechts betrekking heeft op een vrij grove benadering der processen, die zich binnen het molecule afspelen. Uit de theorie van Bohr¹⁾, die dieper in het mechanisme van emissie en absorptie doordringt, maar die wij om een straks te bespreken reden hier niet kunnen toepassen, schijnt immers onmiddellijk te volgen, dat *de moleculen alleen dan stralen, absorbeeren en verstrooien, wanneer één der electronen in een nieuwe baan overspringt, terwijl gedurende den overigen tijd het molecule een quantenbeweging uitvoert d. i. inactief is.*

Onze formule houdt hiermede geen rekening.

Een ander gevolg der theorie van Bohr is, dat *niet alle lijnen gelijkwaardig zijn.*

Ook dit komt in de eenvoudige formule van Debije niet tot uiting.

Wat het eerste verschilpunt betreft: dit maakt het onmogelijk de absolute grootte van den stralingsdruk te berekenen, zoolang wij niet beter zijn ingelicht omtrent den duur der periode van activiteit in verhouding tot dien der inactieve, alsmede van het percentage actieve moleculen, dat op een gegeven oogenblik in het gasmengsel aanwezig is.

Het tweede legt ons de verplichting op bij het sommeeren rekening te houden met de lijnsterkte.

Teneinde de formule van Debije te zuiveren van deze beide verwaarloozingen voer ik twee *hypothesen* in:

a) *Het percentage actieve moleculen is voor alle elementen even groot,*

¹⁾ Phil. Mag. 26, (1913).

b) *De bijdrage tot den stralingsdruk van een gegeven lijn is evenredig met de lijnsterkte,*

waardoor ik inplaats van (2) kan schrijven:

$$D = f \cdot \sum_{i=1}^{i=n} \lambda_i^3 k_i S(\lambda_i) \quad (3)$$

als f een onbekende evenredigheidsfactor is (hypothese a) en k_i een coefficient, afhankelijk van de sterkte der lijn met golflengte λ_i .

Deze hypothesen, die ten doel hebben de algemeene resultaten van Bohr te verbinden met het beeld der trillende dipolen, moeten met een enkel woord worden toegelicht.

Mocht het blijken, dat de onderstelling a) niet juist is en dus f voor verschillende elementen zéér verschillende waarde heeft, dan beteekent dit voor den algemeenen gang van het verder onderzoek toch weinig. De kwantitatieve fout, die er door ontstaan zou, zal, indien de verhouding van f bij verschillende elementen bekend is, zonder moeite te corrigeeren zijn. Overigens staat ons op het oogenblik nog te weinig waarnemingsmateriaal¹⁾ ten dienste om over dit punt te kunnen beslissen. Hypothese a) is als eerste benadering dus wel toelaatbaar. Hypothese b) hangt meer samen met het beeld, dat wij ons vormen van wat er gedurende de periode van activiteit plaats grijpt.

In het spectrum vertoonen de lijnen onderling steeds dezelfde verhouding van intensiteit. Dit kan op twee manieren tot stand komen. Men kan zich denken, dat het spectrum van één molecule, indien men het kon waarnemen, reeds deze zelfde intensiteitsverdeeling over de verschillende lijnen zou vertoonen. De intensiteitsverhouding der lijnen is dan in den structuur van het molecule zelf te zoeken, bijv. zoo, dat gedurende de periode van opschudding en verwarring binnen het actieve molecule sommige dipolen met meer, andere met minder groote hevigheid bewegen. Deze voorstelling knoopt zich aan bij het beeld van Debye.

De andere mogelijkheid is, dat wij met een statistisch effect te maken hebben, zoodat steeds van het aantal actieve moleculen een bepaald percentage op de eene, een ander op een tweede, nog een ander op een derde manier, enz., trilt. Deze toestand zal vermoedelijk beter aanpassen bij de theorie van Bohr.

¹⁾ Zie, in verband hiermede, de waarnemingen van Loria en Ladenburg. Verh. D. Phys. Ges. 10, p. 858, (1908).

Welk van beide beelden men ook moge verkiezen: beide hebben dit gemeen, dat eruit blijkt dat niet alle lijnen gelijkwaardig zijn, maar de sterkste ook het meest in aanmerking komen bij de processen van absorptie en verstrooiing.

De moeilijkheid komt echter als men deze kwalitatieve beschouwing in cijfers wil omzetten, die moeten uitdrukken hoe lijnsterkte met absorptie en verstrooiing samenhangt. Hier ontbreken feitelijk alle gegevens. Ik *neem aan* dat de lijnen een invloed hebben recht evenredig met hun intensiteit; — maar, en dit zal uit het vervolg duidelijk worden, ook *indien het effect evenredig blijkt te zijn met de een of andere positieve macht van de lijnsterkte, blijven onze conclusies juist*, zoodat ook hypothese *b* niet zóó gevaarlijk is als oppervlakkig wel lijkt.

Misschien vraagt men zich af waarom zooveel moeite gedaan wordt hier in principe vast te houden aan de formule van Debye en niet getracht wordt het beeld van Bohr en de quanten-theorie in te voeren. Het antwoord hierop is, dat wij overtuigd zijn op *de zon in de eerste plaats met verstrooiingsverschijnselen te doen te hebben*, waarbij de eigenlijke absorptie een zéér ondergeschikte rol heeft te vervullen. Het is evenwel tot dusver nog niet gelukt deze verschijnselen met behulp der quanten-theorie te behandelen,

Ging het alleen om absorptie, dan kan de wetenschap dat een absorbeerend molecule een impuls van de grootte $\frac{h\nu}{c}$ ondergaat — h = constante van Planck, ν = frequentie van het opvallend licht, c = lichtsnelheid — leiden tot een formule voor den stralingsdruk. Dit is de weg, die Megh Nad Saha¹⁾ heeft ingeslagen (overigens zonder te letten op eventueele effecten van de lijnsterkte) maar waarop wij hem om bovenstaande redenen niet kunnen volgen.

§ 2, Stralingsdruk in de buitenste lagen der zon.

In de vorige § hebben wij besloten de uitdrukking (3) te bezigen voor den druk, dien een molecule gemiddeld²⁾ ondergaat in de richting van de opvallende energie.

1) l. c.

2) „Gemiddeld”, want is het tweede beeld van pag. 9 juist, dan zijn er van de N actieve moleculen k_1 , die een druk D_1 , k_2 , die een druk D_2 , enz., ondergaan. $D = f(k_1 D_1 + k_2 D_2 + \dots)$ is dus 'n gemiddelde hiervan.

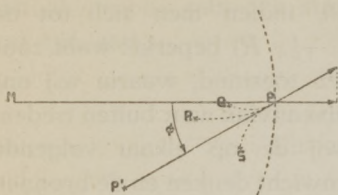


Fig. 1

Denken wij ons dit molecule geplaatst in de buitenste lagen der zon in een punt P (zie figuur 1), dan is de straling, die het onder een hoek φ met den straal PM bereikt, niet uitsluitend afkomstig van de punten gelegen op PP' , maar voor een deel

door verstrooiing van uit de punten $Q, R, S, \dots$

Noemen wij de intensiteit der totale straling van golflengte λ , die P bereikt onder zekeren hoek φ met de straal PM : $S_\lambda(\varphi)$, dan zal de resultante der totale straling van golflengte λ , die P van uit *alle* richtingen bereikt en die den stralingsdruk in radiale richting bepaalt, gegeven worden door:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} S_\lambda(\varphi) \cos \varphi \, d\varphi \, d\omega \quad (4)$$

De boven gedefinieerde grootheid $S_\lambda(\varphi)$ kan aan empirische gegevens (bijv. de bolometrische bepalingen van Abbot¹⁾) ontleend worden. De volgende omstandigheid vereenvoudigt de integratie aanmerkelijk: de gegevens van Abbot kunnen met vrij groote benadering worden voorgesteld door een empirische formule van de gedaante:

$$S_\lambda(\varphi) = (a_\lambda + b_\lambda \cos \varphi) S_\lambda(0)$$

waarbij a_λ en b_λ constanten zijn bij 'n gegeven λ .

Ligt P niet aan de schijnbare zonsoppervlakte, waarop de metingen van Abbot betrekking hebben, maar aanmerkelijk dieper, dan zal $S_\lambda(\varphi)$ een andere waarde hebben. Om dit tot uitdrukking te brengen in onze notatie zullen wij voor de stralingsintensiteit $S_\lambda(\varphi)$ op zekere diepte h beneden de schijnbare zonsoppervlakte schrijven $S_\lambda(\varphi, h)$. Ligt P aan de oppervlakte, dan schrijven wij nu dus $S_\lambda(\varphi, 0)$ inplaats van $S_\lambda(\varphi)$. Bij kleine waarden van h zal $S_\lambda(\varphi, h)$ niet sterk van $S_\lambda(\varphi, 0)$ afwijken. Hoe $S_\lambda(0, h)$ afhangt van h zou af te leiden zijn uit de theorie van J. Spijkerboer²⁾. Voor het bepalen van den *stralingsdruk* kan men echter

¹⁾ Ann. of the Smith. Inst. 2, p. 205 (1908); 3, p. 153 (1913).

²⁾ J. Spijkerboer, Verstrooiing van licht etc., Dissertatie (1917) Utrecht.

volstaan met de kennis van $S_\lambda(0, 0)$, indien men zich tot de buitenste lagen van de zon (bijv. $h < \frac{1}{100} R$) beperkt: want zóóveel straling moet in den stationairen toestand, waarin wij ons deze lagen denken, tenslotte door elk niveauvlak naar buiten treden. Hierbij is blijkbaar essentieel, dat wij de op elkaar volgende lagen in een toestand van stralingsevenwicht denken en de bronnen der zonne-energie gelegen in diepere deelen dan de door ons beschouwde.

Door (5) in (4) te substitueeren, kan de integratie gemakkelijk uitgevoerd worden. Zij geeft:

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} S_\lambda(\varphi, 0) \cos \varphi \, d\varphi \, d\omega = \\ & = 2\pi S_\lambda(0,0) \int_0^{\frac{1}{2}\pi} (a_\lambda + b_\lambda \cos \varphi) \cos \varphi \, d\varphi = 2\pi S_\lambda(0,0) \left(a_\lambda + \frac{\pi}{4} b_\lambda\right) \end{aligned} \quad (6)$$

De grootheden a_λ en b_λ zijn bepaald door Defant¹⁾ en op analoge wijze door mij²⁾. Men vindt hun waarde in tabel I.

De radiale resultante der straling van golflengte $\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_n$, die uit alle richtingen P bereikt, wordt derhalve:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} S_{\lambda_i}(\varphi, 0) \cos \varphi \, d\varphi \, d\omega = \sum_{i=1}^{i=n} 2\pi S_{\lambda_i}(0,0) \left(a_{\lambda_i} + \frac{\pi}{4} b_{\lambda_i}\right) \quad (7)$$

De stralingsdruk in radiale richting, aan de schijnbare zonsoppervlakte, die wij in overeenstemming met de notatie voor $S_\lambda(\varphi, 0)$ als $D_r(0)$ zullen noteeren, is volgens (3) dan te schrijven:

$$D_r(0) = f \cdot \sum_{i=1}^{i=n} \lambda_i^3 k_i \left(a_{\lambda_i} + \frac{\pi}{4} b_{\lambda_i}\right) S_{\lambda_i}(0,0) \quad (8)$$

Na hetgeen op pag. 9 over f gezegd is, zal het duidelijk zijn dat de grootheid $D_r(0)$ niet in absolute eenheden te bepalen is;

1) A. Defant. Ueber Absorption etc. Sitz. Ber. Wien. Akad. 125 IIa (1916) p. 502.

2) H. Groot. Stralingsdruk etc., Dissertatie Utrecht (1920) p. 50.

dat de grootte van den stralingsdruk echter in elk geval *evenredig* zal zijn aan:

$$\sum = \sum_{i=1}^{i=n} \lambda_i^3 k_i (a_{\lambda i} + \frac{\pi}{4} b_{\lambda i}) S_{\lambda i}(0,0) \quad (9)$$

Deze som kunnen wij voor de verschillende elementen opmaken en zoo de *verhouding* van den stralingsdruk op de verschillende elementen vinden.

§ 3. Berekening van Σ voor de verschillende elementen.

De grootheden a_λ en b_λ van formule (9) vindt men in tabel I. $S_\lambda(0,0)$ is te vinden uit de getallen van Abbot (tabel II), uitgedrukt in een ons niet bekende eenheid. Door grafische interpolatie (figuur 2) werden hieruit de waarden gevonden, die wij in tabel III hebben vereenigd.

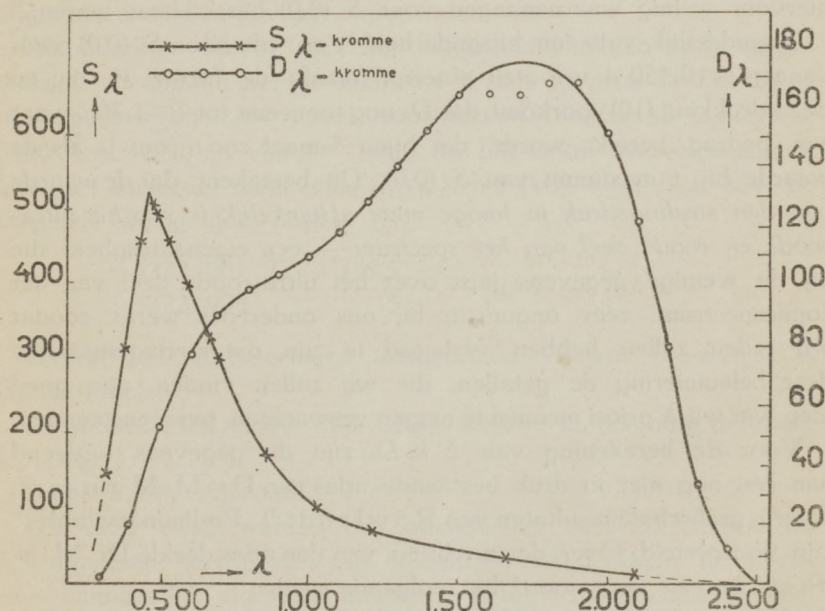


Fig. 2.

Met behulp dezer getallen, kan men een kromme teekenen, die het verloop der grootheid

$$D_\lambda = \lambda^3 (a_\lambda + \frac{\pi}{4} b_\lambda) S_\lambda(0,0) \quad (10)$$

voor verschillende waarden van λ aangeeft (figuur 2 en tabel IV).

D_λ is blijkbaar een getal, dat evenredig is met den stralingsdruk, dien één molecule zou ondergaan, als het spectrum van het daardoor uitgezonden licht bestond uit één lijn van de golflengte λ en de intensiteit één.

Heeft men eenmaal deze D_λ -kromme, dan is het gemakkelijk voor een gegeven element, dat n lijnen van de intensiteiten $k_1, k_2, \dots$ en de golflengten $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ in zijn spectrum vertoont, de grootheid:

$$\Sigma = \sum_{i=1}^{i=n} k_i D_{\lambda_i} \quad (11)$$

te berekenen.

Vooraf eenige opmerkingen over de D_λ -kromme.

Zooals men ziet, sluit de geteekende kromme zich vrij goed aan bij de berekende punten, ook bij de grootere golflengten, ofschoon hiervoor weinig waarnemingen voor $S_\lambda(0,0)$ beschikbaar waren.¹⁾

Onmiddellijk valt één bijzonderheid²⁾ op: ofschoon $S_\lambda(0,0)$ reeds vanaf $\lambda = 0.450 \mu$ vrij steil afneemt, maakt de factor λ^3 , die in de uitdrukking (10) voorkomt, dat D_λ nog toeneemt tot $\lambda = 1.70 \mu$ waar een bedrag bereikt wordt, dat bijna 5-maal zoo groot is als de waarde bij 't maximum van $S_\lambda(0,0)$. Dit beteekent, dat de waarde van den stralingsdruk in hooge mate afhankelijk is van het ultra-roode en roode deel van het spectrum — een eigenaardigheid, die bij de weinige gegevens juist over het ultra-roode deel van het zonnenspectrum, zéér ongunstig bij ons onderzoek werkt, zoodat wij reden zullen hebben verbaasd te zijn, dat niettegenstaande deze belemmering de getallen, die wij zullen vinden, zoo goed met wat wij à priori meenen te mogen verwachten, overeenstemmen.

Voor de berekening van $\Sigma k_i D_{\lambda_i}$ zijn de gegevens ontleend aan een nog niet in druk bestaande atlas van Dr. M. Minnaert, waarin grafisch de resultaten van Rowland;³⁾ „Preliminary tables” zijn voorgesteld. Over de inrichting van den atlas deelde Dr. Minnaert in een voorwoord het volgende mede:

„Opgenomen zijn: alle lijnen, die in het zonnenspectrum geïdentificeerd zijn met lijnen van aardse elementen. Waar twijfel bestond (? naast het element, bij Rowland) is toch van de iden-

1) Van de 15 punten, waardoor de $S_\lambda(0,0)$ -kromme bepaald is, vallen er 13 in het gebied van $\lambda = 0.300$ tot 1.300 , slechts 2 van $\lambda = 1.300$ tot 2.300 .

2) In *Astrophys. J.* 52, p. 65 (1920) komt Leigh Page langs anderen weg, eveneens tot het resultaat dat de stralingsdruk een maximum heeft in het ultra-rood.

3) *Astrophys. J.* I—VI.

tificeering gebruik gemaakt. Waar een lijn is aangegeven als toe te schrijven aan twee elementen (bijv. *Ca* en *Fe*), die elk een helft van de lijn geven, werd de lijn opgenomen in de tabel voor elk van beide elementen en voor elk element de halve intensiteit in rekening gebracht. Uitzonderingen hierop werden alleen gemaakt voor *C*, wanneer in een geheele reeks van zwakke *C*-lijnen één toevallig vlak tegen een sterke metaallijn aan ligt; dan werd voor de *C*-lijn gerekend de intensiteit der naburige *C*-lijnen.

Waar echter voor een bepaalde lijn is aangegeven (bij Rowland), dat twee metaallijnen er *nauwkeurig* mee samenvallen, is geoordeeld dat er geen middel bestaat te onderzoeken in hoeverre één der twee lijnen of beide op de zon aanwezig zijn en is de lijn *niet* opgenomen.

Aanduidingen zooals: *Ca*-, werden beschouwd betrekking te hebben op twee lijnen die niet geheel samenvallen; deze lijn is opgenomen als *Ca*-lijn met halve intensiteit.

Afzonderlijke lijnen, vlak bij elkaar, zijn in den atlas aangegevend als één lijn met tot intensiteit de som der afzonderlijke intensiteiten (zoo bijv. de lijnen voorkomend tusschen $\lambda = 3230$ en $3250 \text{ \AA}$ als één lijn van $\lambda = 3240 \text{ \AA}$). Dit is in overeenstemming met de correctie tabel van Rowland (VI) waar men bijv. de volgende wijzigingen vindt:

$$\begin{array}{rcl} 3272, 901 & \textit{Ti} - \textit{Pd} & 5 \longrightarrow \\ 3372, 994 & & 5 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{rcl} 3272, 901 & \textit{Ti} - \textit{Pd} & 5 \\ 3372, 994 & & 5 \end{array}} \right\} d \textit{Ti} - \textit{Pd} 10$$

Overal zijn verbeteringen aangebracht volgens Rowland's laatste tabel.

De intensiteiten 0, 00, 000, 0000, werden in rekening gebracht als $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$.

Breuken zijn afgerond."

Uit deze tabel werden dus onmiddellijk voor elk element de λ_i 's afgelezen, terwijl als k_i in rekening werd gebracht de eveneens onmiddellijk afgelezen intensiteit in Rowlandsche eenheden. De vraag in hoever deze eenheden op de verschillende plaatsen in het spectrum onderling vergelijkbaar zijn, moge hier open blijven. Bij het voorloopig karakter dezer geheele berekening zal de invloed van een hier schuilende fout waarschijnlijk toch gering zijn.

Als voorbeeld der berekening laat ik de bepaling van Σ voor de elementen *Na*, *Cu* en *Zn* hier in extenso volgen. Het zou te veel plaats eischen al het getallen materiaal voor de overige ele-

menten, vele waarvan ver over de 100 lijnen tellen, even uitvoerig mede te deelen. Aan de gekozen voorbeelden zullen overigens eenige opmerkingen duidelijk worden, die wij naar aanleiding onzer resultaten nog zullen moeten maken.

Onderstaande tabel spreekt voor zichzelf; m is het molecuulgewicht, n het aantal lijnen in den atlas van Dr. Minnaert, $\left(\frac{\Sigma}{m}\right)$ de waarde van $\frac{\Sigma}{m}$ als die voor waterstof = 100 gesteld wordt.

TABEL A.

	m	n	λ	k_i	D_λ	$k_i D_{\lambda i}$	Σ	$\frac{\Sigma}{m}$	$\left(\frac{\Sigma}{m}\right)$
Na	23	7	0.330	11	4.8	52.8	4706.3	205	3.7
			0.474	$\frac{1}{2}$	44.3	22.2			
			0.476	$\frac{1}{2}$	45.0	22.5			
			0.568	11	68.2	750.2			
			0.588	30	72.4	2172.0			
			0.589	20	72.6	1452.0			
			0.616	3	78.2	234.6			
Cu	63	8	0.306	$\frac{1}{4}$	2.2	0.6	91.3	1.4	0.025
			0.308	$\frac{1}{4}$	2.4	0.6			
			0.310	$\frac{1}{4}$	2.5	0.6			
			0.320	10	3.5	35.0			
			0.324	10	4.1	41.0			
			0.328	$\frac{1}{2}$	4.6	2.3			
			0.402	$\frac{1}{2}$	19.9	9.9			
			0.406	$\frac{1}{16}$	21.2	1.3			
Zn	66	8	0.320	$\frac{1}{2}$	3.5	1.7	926.9	14	0.25
			0.330	1	4.8	4.8			
			0.334	3	5.3	15.9			
			0.468	1	42.5	42.5			
			0.474	3	44.3	132.9			
			0.484	3	47.5	142.5			
			0.578	6	70.4	422.4			
			0.636	2	82.1	164.2			

Op dergelijke wijze zijn de waarden gevonden, die men bijeengebracht vindt in tabel V waarbij de letters boven de kolommen dezelfde beteekenis hebben als bij tabel A.

Ca vindt men tweemaal in de tabel; eenmaal zijn alle lijnen meegerekend, eenmaal is $\left(\frac{\Sigma}{m}\right)$ opgemaakt zonder de twee lijnen H en K ($\lambda = 0.394$ en 0.396μ), die resp. een intensiteit 1000 en en 700 hebben, mee te rekenen.

Op het ontbreken van He komen wij hieronder terug.

Enkele rekenfouten, die in de hiermede overeenkomende tabel VII mijner dissertatie bleken aanwezig te zijn, werden verbeterd. Belangrijke verschillen zal men niet aantreffen.

TABEL I.

λ	a_{λ}	b_{λ}
0.300	0.08	0.92
0.400	0.16	0.84
0.500	0.32	0.68
0.600	0.44	0.56
0.700	0.51	0.49
0.800	0.55	0.45
0.900	0.59	0.41
1.000	0.62	0.38
1.100	0.64	0.36
1.200	0.66	0.34
1.300	0.68	0.32
1.400	0.70	0.30
1.500	0.71	0.29
1.600	0.73	0.27
1.700	0.74	0.26
1.800	0.74	0.26
1.900	0.75	0.25
2.000	0.75	0.25
2.100	0.76	0.24

TABEL II.

λ	$S_{\lambda}(0,0)$
0.323	144
0.386	338
0.433	456
0.456	515
0.481	511
0.501	489
0.534	463
0.604	399
0.670	333
0.699	307
0.866	174
1.031	111
1.225	77,6
1.655	39,5
2.097	14,0

TABEL III.

λ	$S_{\lambda}(0,0)$
0.300	92
0.400	372
0.500	492
0.600	395
0.700	295
0.800	214
0.900	155
1.000	119
1.100	96
1.200	81
1.300	69
1.400	60
1.500	52
1.600	43
1.700	36
1.800	31
1.900	26
2.000	20
2.100	14
2.200	8
2.300	3
2.350	1
2.400	0,0

TABEL V.

Element	m	n	Σ	$\left(\frac{\Sigma}{m}\right)$	Opmerkingen
He	4	—	—	—	Y, E, f
H	1	4	5606	100	Y, E, f
Fe	56	323	106624	34	Y, E, f
Ca	40	43	45388	20	Y, E, f
(Ca)	40	41	15388	6.9	zonder $\lambda = \left\{ \begin{array}{l} f \\ f \end{array} \right.$
C	12	24	5668	8.4	
Ti	48	147	16992	6.3	Y, E, f
Ni	59	141	20484	6.2	Y, E, f
Mg	24	11	6022	4.5	Y, E, f (?)
Na	23	7	6706	3.7	Y, E, f
Cr	56	125	7689	3.6	Y, E, f
Mn	55	98	8932	2.9	Y, E, f (?)
Co	59	100	6217	1.8	Y, E, f
V	51	74	3905	1.3	Y, E, f
Si	28	7	1672	1.1	E, f (?)
Al	27	5	652	0.4	Y (?), E
Zr	91	62	1579	0.3	E, f
Sc	44	14	690	0.3	E, f
Zn	67	8	926	0.25	Y, E, f (?)
La	139	37	1712	0.2	Y, E, f
Sr	87	13	730	0.15	Y, E, f (?)
Y	89	26	694	0.14	Y, E, f
Ba	137	13	1001	0.13	Y, E, f (?)
Ce	140	16	721	0.10	Y, E, f (?)
Nd	144	11	395	0.05	f (?)
Cd	112	6	193	0.03	
Cu	62	8	91.4	0.025	
Ag	108	4	211	0.018	
Pd	106	9	98.3	0.017	
Be	9	2	8.1	0.016	
Ru	102	3	49.0	0.009	
Er	166	3	62.7	0.007	
Pb	206	4	44.9	0.004	
Rh	103	1	15.0	0.003	
Sn	118	2	11.6	0.002	
Ge	72	3	6.6	0.002	
Di	117	2	10.9	0.002	
In	114	1	9.3	0.001	
W	184	1	7.3	0.001	
Tl	204	3	6.3	0.0005	
Bi	208	1	4.6	0.0004	
Hg	200	1	2.8	0.0003	

TABEL IV.

λ	$3 \lg \lambda$	$\lg (a_\lambda + \frac{\pi}{4} b_\lambda)$	$\lg S_\lambda (0,0)$	$\lg D_\lambda$	D_λ
0.300	0.431—2	0.903—1	1.964	0.298	2,0
0.400	0.806—2	0.914—1	2.571	1.291	19,5
0.500	0.097—2	0.929—1	2.692	1.718	52,2
0.600	0.334—1	0.944—1	2.597	1.875	75,0
0.700	0.535—1	0.949—1	2.470	1.954	90,0
0.800	0.709—1	0.954—1	2.380	1.993	98,4
0.900	0.862—1	0.959—1	2.190	2.011	102,6
1.000	0.000	0.964—1	2.076	2.040	109,6
1.100	0.123	0.964—1	1.982	2.069	117,2
1.200	0.237	0.964—1	1.908	2.109	128,5
1.300	0.342	0.964—1	1.839	2.145	139,6
1.400	0.438	0.968—1	1.778	2.184	152,8
1.500	0.528	0.968—1	1.716	2.212	162,9
1.600	0.612	0.968—1	1.634	2.214	163,7
1.700	0.690	0.968—1	1.556	2.214	163,7
1.800	0.765	0.968—1	1.491	2.224	167,5
1.900	0.837	0.973—1	1.415	2.225	167,9
2.000	0.903	0.973—1	1.301	2.177	150,3
2.100	0.966	0.973—1	1.146	2.085	121,6
2.200	1.026	0.973—1	0.903	1.902	79,8
2.300	1.086	0.973—1	0.477	1.536	34,4
2.350	1.110	0.973—1	0.000	1.083	12,1
2.400	—	—	— ∞	— ∞	0,0

(Wordt vervolgd).

REFERATEN.

DE UITBREIDING VAN HET ULTRAVIOLETTE SPECTRUM

door

T. VAN LOHUIZEN.

Zooals bekend is, bestaan er in het complete spectrum, van de kleinste golven der Röntgenstralen tot de kilometer-lange golven der draadlooze telegrafie, nog twee onbekende gebieden, n.l. tusschen het uiterste ultrarood en de kleinste electrische golven,

en tusschen het ultraviolet en de Röntgenstralen. Elke overwinning om deze onbekende gebieden kleiner te maken, stemt tot vreugde, en ik meende dan ook goed te doen hier van de laatst behaalde overwinning een kort overzicht te geven.

Nadat door Schumann het U. V. spectrum van λ 1850 Å.E. tot λ 1230 Å.E. was uitgebreid, gelukte het in 1915 aan Lyman dit voort te zetten tot λ 510 Å.E.

Aan dit Schumann-spectrum en Lyman-spectrum, zooals zij korthedshalve wel genoemd worden, moet nu een Millikan-spectrum worden toegevoegd, dat zich, om dit dadelijk maar te zeggen, uitstrekt tot λ 202 Å.E.

Enkele bijzonderheden uit deze publicatie (R. A. Millikan The extension of the ultra-violet spectrum, Astroph. J. 52, p. 47, 1920) zullen naar mijn meening wel welkom zijn.

De spectra werden verkregen door met een batterij van Leidsche flesschen, die door een krachtigen inductor tot eenige honderduizend volts geladen werd, intermitterende vonken te laten overspringen tusschen electroden op 0,1 tot 2 m.m. afstand. Een diffusie pomp aan den vacuum spectrometer zorgde onafgebroken, dat de dampspanning bleef beneden 10^{-4} m.m. kwik. Om eventuele fouten in het tralie te kunnen bemerken, waren 8 verschillende tralies in gebruik met constanten 500 tot 1100 lijnen per m.m. Verschillend electrodenmateriaal werd gebezigd en daarmee verschillende kleinste golflengten gekregen:

C	Zn	Fe	Ag	Ni	Å.E.
360,5	317,3	271,6	260	202	

Maar niet alleen het feit dat men nu weer zooveel verder in het U. V. is doorgedrongen is merkwaardig.

De verkregen spectra, speciaal dat van koolstof leverden belangrijke resultaten. Over dit laatste dus iets meer.

In de eerste plaats is merkwaardig dat op alle platen gevonden wordt λ 1215,7 Å.E. die nauwkeurig overeenkomt met de lijn $\nu = N \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$ als men voor de Rydbergsche constante N de door Paschen nauwkeurig bepaalde waarde neemt: 109677.659.

Wordt er nu bij deze vonkontladingen uit alle electroden waterstof ontwikkeld of soms helium (want daarmee zou de lijn ook te rijmen zijn)?

Daar komt nog dit merkwaardige bij: op alle platen, ook van de metalen, komen bijna alle lijnen voor die identiek zijn met

die, welke Lyman vroeger heeft verkregen bij zijn ontladingen in helium bij 2 à 3 m.m. kwikdruk en die door hem aan helium waren toegeschreven.

Ontstaat er dus bij Millikan's proeven helium als desintegratie-product van de electroden?

Een onderzoek met een kwarts spectrometer tusschen λ 2100 en λ 7000 leverde geen spoor van helium lijnen op.

Zouden het dan ook lijnen van een koolstof spectrum kunnen zijn?

De koolstof zou dan als verontreiniging in de gebruikte metalen kunnen voorkomen.

Een onderzoek met chemisch zuivere Ag electroden leerde, dat deze die merkwaardige lijnenreeks niet opleverde.

Er is dus veel voor te zeggen, dat we hier met een koolstof spectrum hebben te maken en dat die lijnen bij Lyman ook zijn ontstaan door de koolstof van zijn electroden.

Ook kan aansluiting gevonden worden bij reeds bekende koolstof lijnen.

Op een merkwaardige uitkomst wil ik ten slotte nog wijzen.

Het was opgevallen dat het koolstof spectrum plotseling ophoudt bij λ 360,5 Å.E. terwijl het tralie toeliet nog veel verder te meten.

Welk einde aan de kant der kleine λ was hier te verwachten? Allerlei overwegingen hebben Millikan er toe geleid, dat we hier te doen hebben met de *L* serie van het Röntgenspectrum van koolstof. Het lage atoomgetal (6) maakt het niet mogelijk met kristaltraliën de Röntgenspectra van dit element te onderzoeken, maar merkwaardigerwijze gelukt dit hier met gewone traliën. Uitvoerig kan ik dit hier niet uiteenzetten. Enkele bewijzen slechts:

1°. De relatieve golflengten en intensiteiten van de drie lijnen met de kleinste λ komen overeen met die van de drie voor naamste lijnen van de *L* serie.

2°. De L_α is in dit spectrum evenals bij alle andere elementen, dubbel.

3°. Wanneer men de straling van deze vonken door een kwartsvenster onderzoekt met een fluoroscoop, dan blijkt het, dat er sterke Röntgenstralen worden uitgezonden.

Al is het onbekende terrein tusschen U. V. en Röntgenspectra dus nog niet geheel bekend, er is, zooals vooral uit deze laatste uitkomsten moge blijken, een brug geslagen, zoodat ook de verdere demping der kloof in niet te verre toekomst mag worden te gemoet gezien.

DEN HAAG, 1 Februari 1921.

VERSLAGEN.

DE ONTDEKKING DER RÖNTGENSTRALEN.

Ter herdenking van de ontdekking der Röntgenstralen, nu ongeveer een kwart eeuw geleden, vergaderde de Nederlandsche Vereeniging voor Electrologie en Röntgenologie te Amsterdam. In deze zitting werd aan Prof. Dr. H. Haga het eerlidmaatschap der Vereeniging aangeboden. De Vereeniging voelde toch de behoefte, dien Nederlandschen geleerde te eeren, wien het gelukt was, de buiging en de polarisatie der Röntgenstralen aan te toonen en deze stralen als lichtstralen met zeer kleine golflengte onomstootelijk te kenmerken.

In een voordracht zette Prof. Haga de beteekenis der Röntgenstralen voor de natuurkunde uiteen.

Ruim een kwart eeuw geleden, aldus spreker, verspreidden de Duitsche couranten het bericht, dat Röntgen een nieuwe soort stralen had ontdekt, waardoor hij foto's kon vervaardigen, waarop binnen in het lichaam zich bevindende voorwerpen zichtbaar waren. Kortens later bevestigde Röntgen in zijn beide Verhandelingen in de zittingsverslagen van het Würzburgsche Natuur- en Geneeskundige Genootschap niet alleen dit bericht, maar gaf hij tevens een zeer volkomen beschrijving dezer stralen.

Na in het kort den levensloop van Röntgen geschilderd te hebben, gaf Prof. Haga aan, hoe we ons kunnen voorstellen, dat Röntgen tot zijn ontdekking is gekomen. De begeerte, om de kathodestrallen buiten de buizen van Crookes te onderzoeken, had Lenard ertoe gebracht, den buiswand ten deele te vervangen door een dun, voor kathodestrallen doordringbaar, aluminium blaadje. De beantwoording van de vraag of kathodestrallen, zij het zeer verzwakt, niet reeds door den glaswand heengaan, leidde Röntgen ertoe, een fluorescentie van een bariumplatinacyanuur-schermbuis buiten de buis op te sporen. Hij nam fluorescentie waar over een voor eventueele kathodestrallen veel te uitgebreid gebied, en schreef dit toe aan nieuw ontstane stralen. Om hun van kathode- zoowel als van lichtstralen afwijkende eigenschappen duidde hij ze aan als X-stralen.

De verdere onderzoekingen hebben geleerd, dat Röntgenstralen moeten worden beschouwd als lichtstralen met uiterst kleine golflengte. Van kathodestrallen zullen ze zich dan onderscheiden,

doordat ze niet beïnvloed worden door een magnetisch veld, van lichtstralen, doordat ze noch breking noch terugkaatsing vertoonen, en inderdaad had Röntgen dit reeds waargenomen. Hij was er echter niet in geslaagd met de X-stralen interferentie- of polarisatieverschijnselen te verkrijgen.

In 1902 gelukte het de buiging van de Röntgenstralen aan te toonen met een buigingsspleet, hoog 4 c.m., zich uitbreidend van 0 tot 25 mikron. Hieruit leidde Wind af de eerste waarden van de golflengte der Röntgenstralen. Voor een harde buis vond hij $\lambda = 0.05 \mu\mu$, voor een weekte $\lambda = 0.12 \mu\mu$ resp. $0.16 \mu\mu$.

Barkla vond het eerst aanwijzingen van polarisatie bij de Röntgenstralen, bij zijn onderzoek gebruik makende van de ioniseerende werking dezer stralen. Kortere tijd later is langs fotografischen weg de gepolariseerde toestand van secundaire Röntgenstralen aangetoond op een wijze, die sterk herinnert aan de bekende lichtproef.

De waarde van de golflengte der Röntgenstralen vereischte een nadere studie. Een geniale inval van von Laue heeft in 1912 de nauwkeurigheid opgevoerd tot een niet van te voren mogelijk gedachten graad. Met behulp van de buigingsbeelden van een rooster en van een ideaal gaas verduidelijkte spreker de röntgenogrammen der kristallen. De waarde dezer röntgenogrammen is tweeledig. Men kan of den bouw van een kristal onderzoeken met stralen van bekende golflengte of de waarde der golflengte bepalen met behulp van een kristal van bekende structuur. In beide richtingen heeft men zóó'n schat van resultaten verkregen, dat daardoor de ontdekking der Röntgenstralen als één van de hoogste orde voor de zuivere wetenschap moet worden beschouwd.

Hierna nam de voorzitter, Prof. Dr. Wertheim-Salomonson, het woord om het belang van de ontdekking van Röntgen voor de medische wetenschap te schetsen.

Bij het lezen der berichten over de ontdekking van Röntgen werd men het meest getroffen door het feit, dat de X-stralen ons in staat stelden afbeeldingen van voorwerpen te maken, die zich in het lichaam bevonden. Terstond probeerde men ook in ons land dergelijke foto's te verkrijgen, en inderdaad gelukte het, naar spreker uit eigen ondervinding kan mededeelen, met de toenmalige buizen van Crookes bij lange expositie van eenvoudige objecten dragelijke opnamen te maken.

Het groote belang, dat hieruit voortvloeide voor de medische

wetenschap, heeft de Radiografie in korten tijd in hooge mate doen perfectionneeren.

Door een antikathode van *Pt.* aan te brengen (Jackson model) werden de Röntgenstralen aanmerkelijk versterkt. Gaf men bovendien de kathode een holle bolvormige gedaante, dan kreeg men aldus een krachtige puntvormige stralenbron.

De onderbreking werd gewijzigd in dien zin, dat ze sneller geschiedde en grootere stroomsterkte kon verdragen. Men kreeg den kwikstraal-onderbreker en den Wehnelt-onderbreker, eventueel te completeeren met den Walter-omschakelaar.

Naarmate de onderbreking verbeterde, moesten de inductoria worden gewijzigd om de groote stroomen van hooggespannen electriciteit langdurig te kunnen verdragen.

Zoo was men in staat gesteld momentopnamen te vervaardigen. Deze momentopnamen verlangden nog een expositieduur van circa $\frac{1}{5}$ sec. Voor het hart is dit echter nog te lang. In den laatsten tijd is men door het apparaat van den Amerikaan Snook — dat uitgaande van den wisselstroom van het stadsnet stroomimpulsen geeft in de Röntgenbuis met tot zekere hoogte onbepaalde energie — ook tot scherpe opnamen gekomen van het kloppende hart.

Door deze ontwikkeling van de Radiografie zijn de resultaten voor de diagnostiek dusdanig geweest, dat men tegenwoordig zeggen kan, dat een onderzoek zonder hulp van den Röntgenoloog onvoldoende is. Het lichaamsdeel, dat men onderzoeken wil, moet goed gecontrasteerd op een foto verkregen worden en dit kan zeer bezwaarlijk zijn, en door de verborgen ligging en door de geringe variatie in absorptie.

Tot de Röntgenstralentherapie is men gekomen, doordat op den duur de personen, die dagelijks met deze stralen werkten, een soms kwaadaardige aantasting van het huidweefsel kregen. De weeke stralen bleken zeer schadelijk voor gezond weefsel, terwijl dit voor harde vrijwel immuun was. Deze laatste kan men dus gebruiken om woekeringen aan te grijpen en op dit gebied heeft men inderdaad al menig succes weten te boeken.

Het belang van Röntgen's ontdekking is dus buitengewoon groot, maar een gedenkteken behoeft voor dezen ontdekker niet door onze handen te worden opgericht, waar hem de dankbaarheid van geslachten wacht.

AMSTERDAM, Maart 1921.

D.

DE BEPALING VAN BEWEGINGSWIJZEN DOOR
QUANTA-VOORWAARDEN.

Verslag van eene lezing, Zaterdag 29 Januari 1921 door Prof. Dr. H. A. Lorentz gehouden voor het Wiskundig Genootschap te Amsterdam.

De theorie der quanta beweert, dat niet alle bewegingen van een stelsel, die volgens de klassieke theorie mogelijk zijn, werkelijk kunnen voorkomen. Slechts de bewegingen, die aan zekere voorwaarden voldoen, kunnen voorkomen, of spelen althans een zeer bijzondere rol.

Het eerst treft men deze opvatting aan bij Planck, die aannam, dat in een lichaam dat warmte uitstraalt, de vibratoren alleen kunnen trillen met bepaaldelijk uitgekozen amplitudines, of wat op hetzelfde neerkomt, met bepaalde waarden der energie. De energie is namelijk steeds een veelvoud van een quantum, dat evenredig is aan de frequentie ν , en dienovereenkomstig wordt voorgesteld door $h\nu$, waarin h een standvastige grootte voorstelt. Deze eerst wat vreemde onderstelling was noodig, en vond achteraf hare rechtvaardiging in het feit, dat men de constante h op verschillende manieren heeft kunnen bepalen, en daarbij goed overeenstemmende uitkomsten heeft verkregen. De hypothese te verifiëren door na te gaan of men bij een gewonen slinger mogelijke en onmogelijke amplitudines kan opsporen, is onuitvoerbaar, omdat de constante h zoo klein is, dat tusschen twee mogelijke slingerwijdten geen waarneembaar interval is. Wanneer men van een slinger de lengte gelijkmatig kleiner maakt, verandert de frequentie continu; opdat de beweging mogelijk zal blijven, moet dan ook de energie continu veranderen, en inderdaad blijkt bij berekening, dat de energie evenredig met de frequentie verandert (tenminste als de verkorting der slingerlengte zoo langzaam geschiedt, dat de energieverandering welke gedurende ééne slingerings plaats vindt, klein is). Deze beschouwing is het uitgangspunt geweest van Ehrenfest's theorie der adiabatische invarianten, waarin wordt nagegaan, in hoeverre bij wijziging der uitwendige omstandigheden voor een bewegend stelsel aan de quanta-voorwaarden voldaan blijft.

Het aanwijzen der quanta-voorwaarden, het „quantiseeren” van ingewikkelder bewegingen dan een enkelvoudige slingering is zoekenderwijze geschied, maar heeft reeds dadelijk zeer fraaie

resultaten opgeleverd in Bohr's theorie van het waterstofspectrum. Zooals bekend mag worden ondersteld, kan volgens deze theorie in het waterstofatoom het electron in verschillende, door de getallen 1, 2, 3, ... onderscheiden banen om de kern loopen, waarbij in tegenstelling met wat de klassieke electromagnetische theorie verlangt, geen arbeidsvermogen wordt uitgestraald. Het electron kan onder invloeden van buiten, van een toestand A overgaan naar een toestand B met grooter arbeidsvermogen ($E_B > E_A$); gaat het terug naar een baan met geringer energie, bijvoorbeeld van B naar A , dan heeft uitstraling van electromagnetisch arbeidsvermogen plaats, dus bijvoorbeeld van licht, met frequentie

$$\nu = (E_B - E_A) : h.$$

Uit deze theorie heeft Bohr de wet van Balmer voor het waterstofspectrum kunnen afleiden.

Wij zullen thans aangeven, hoe het quantiseeren voor een groote groep bewegingen kan geschieden. Laat de stand van een mechanisme bepaald zijn door zekere coördinaten $u, v, \dots$, en onderstel dat de coördinaat u heen en weer schommelt tusschen twee grenzen u_1 en u_2 . Het arbeidsvermogen van beweging is eene quadratische functie van de fluxies dezer coördinaten:

$$T = \frac{1}{2} a \dot{u}^2 + b \dot{u} \dot{v} + \frac{1}{2} c \dot{v}^2 + \dots$$

Onder het deel hiervan, dat bij de coördinaat u behoort verstaat men den term $\frac{1}{2} a \dot{u}^2$ en voorts de gemengde termen waarin $\dot{u}$ optreedt half, dus bijvoorbeeld $\frac{1}{2} b \dot{u} \dot{v}$. Voert men de „hoeveelheden beweging” (kinetische momenten) in, zooals

$$p_u = \partial T / \partial \dot{u},$$

dan is bedoelde grootheid

$$\frac{1}{2} p_u \dot{u}.$$

Onderstelt men nu tenslotte, dat de tijdsintegraal over een slingering van de coördinaat u van het bij die coördinaat behorende deel van het arbeidsvermogen van beweging over de op elkaar volgende slingeringen gelijk is, dan quantiseert men de beweging door vast te stellen, dat deze tijdsintegraal een veelvoud is van $\frac{1}{2} h$. Het verdient de aandacht, dat hierbij geen periodiciteit der beweging is ondersteld. Men kan dit in verband brengen met de bekende differentiaalvergelijking van Jacobi, waarin de actie W ,

eene functie der coördinaten, als onbekende optreedt; beschouw een stelsel met drie graden van vrijheid (bewegend punt of electron), bepaald door de coördinaten u , v en w , dan is

$$\partial W / \partial u = p_u \quad \partial W / \partial v = p_v \quad \partial W / \partial w = p_w$$

Kan men aan de differentiaalvergelijking van Jacobi voldoen door eene functie W van den vorm

$$W = F_1(u) + F_2(v) + F_3(w)$$

dan gaat het quantiseeren heel gemakkelijk, omdat men dan p_u kan vinden als functie van u alleen, en de integraal die aan een veelvoud van $\frac{1}{2} h$ moet worden gelijk gesteld,

$$\frac{1}{2} \int p_u \dot{u} dt = \frac{1}{2} \int p_u du$$

dan ook bekend is. Bij de elliptische beweging laten deze berekeningen zich gemakkelijk uitvoeren; aan de differentiaalvergelijking wordt voldaan door

$$W = f(r) + c\varphi$$

waarin r en φ poolcoördinaten in het vlak van de baan zijn, en c eene constante is.

Om de ligging van lijnen in een spectrum te bepalen moet men de energieverschillen der uitgekozen bewegingstoestanden opmaken, en de frequenties berekenen. Men zal slechts dan scherpe lijnen vinden, als de energie eene functie wordt van de quantagetallen alleen, zonder dat eventueele andere integratieconstanten er in voorkomen; immers wanneer de energie, en daarmee de energieverschillen, functies waren van deze continu veranderende grootheden, zouden in het spectrum geen scherpe lijnen voorkomen. Nu is de energie steeds als functie der quantagetallen uit te drukken bij zuiver periodieke bewegingen. Zij Θ de periode, en T_u de kinetische energie van de coördinaat u , dus dus $T_u = \frac{1}{2} p_u \dot{u}$. Dan is $\int \frac{1}{2} p_u \dot{u} dt = n_1 \times \frac{1}{2} h$, de integraal genomen over eene periode. Dus is, als een streep de gemiddelde waarde over eene periode aangeeft:

$$\frac{1}{\Theta} \int n \frac{1}{2} h = \overline{T_u}$$

dus

$$\overline{T} = \frac{1}{2\Theta} (n_1 + n_2 + n_3) h$$

Komt hier nog bij een verband tusschen gemiddelde kinetische en en potentieele energie :

$$\bar{T} = -\frac{1}{2} \bar{U}$$

en een betrekking tusschen gemiddelde kinetische energie en gemiddelden omlooptijd, dan kan men de energie uitdrukken in de quanta-getallen alleen. Dit is het geval bij de elliptische beweging en ook bij den lineairen vibrator ($\bar{T} = \bar{U}$ en $\bar{\theta} = \text{constant}$). Van de ingewikkelder gevallen noemen wij allereerst de beweging van een stoffelijk punt of electron, dat onderworpen is aan de aantrekking volgens de wet van Newton van twee attractiecentra. Dit vraagstuk is opgelost door Jacobi, die als coördinaten invoerde den hoek φ , die het vlak door de beide centra en het punt maakt met een vast vlak, voorts in het vlak de som en het verschil der voerstralen van de centra naar het punt. Deze beweging komt in het atoom niet voor, wel echter een limietgeval, namelijk dat, waarbij een der centra in het oneindige ligt, maar desniettemin een merkbare kracht uitoefent, dus het geval van aantrekking door een kern, in het veld van een in richting en grootte constante kracht. Hieruit volgt de splitsing van spectraallijnen in een electrisch veld (verschijnsel van Stark); deze verklaring is gevonden door Epstein. Dat er zulk een splitsing ontstaat komt, doordat de energie niet meer uitsluitend afhangt van de som der quanta-getallen, maar er eene ingewikkelder functie van is. Hierdoor ontstaat een grooter aantal mogelijke energieverschillen.

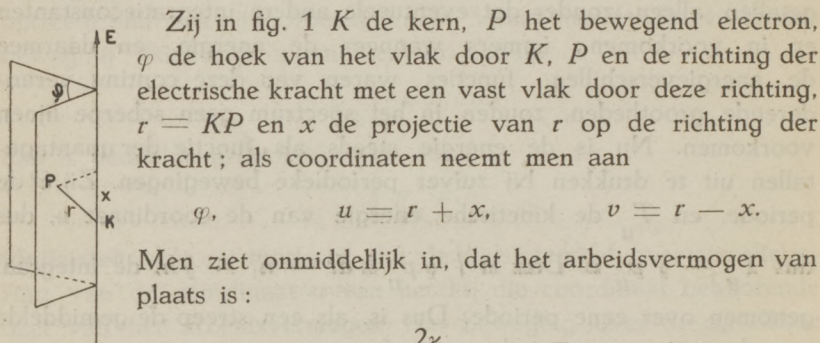


Fig. 1

$$U = -\frac{2\kappa}{u + v} + \frac{1}{2} E (u - v),$$

waarin κ en E constanten zijn, terwijl men voor het arbeidsvermogen van beweging de volgende uitdrukking vindt (waarin m de massa van het bewegende deeltje is):

$$T = \frac{1}{4} m (u + v) \left(\frac{\dot{u}^2}{u} + \frac{\dot{v}^2}{v} \right) + \frac{1}{2} m u v \dot{\varphi}^2$$

Voort is

$$p_u = \partial T / \partial \dot{u} = \frac{1}{2u} \sqrt{m} f_1(u)$$

$$p_v = \partial T / \partial \dot{v} = \frac{1}{2v} \sqrt{m} f_2(v)$$

als $f_1(u) = -a^2 + 2(\kappa + \beta)u - 2Au^2 - Eu^3$

$f_2(v) = -a^2 + 2(\kappa - \beta)v - 2Av^2 + Ev^3$

waarin A (het totale arbeidsvermogen) en β constante grootheden zijn. De beweging is nu bepaald door de vergelijkingen:

$$\int \frac{du}{\sqrt{f_1(u)}} - \int \frac{dv}{\sqrt{f_2(v)}} = \gamma$$

$$\int \frac{u du}{\sqrt{f_1(u)}} - \int \frac{v dv}{\sqrt{f_2(v)}} = \frac{2}{\sqrt{m}} (t - t_0)$$

$$\int \frac{du}{u \sqrt{f_1(u)}} - \int \frac{dv}{v \sqrt{f_2(v)}} = \frac{2}{a} (\varphi - \varphi_0)$$

en hangt af van de 6 constante grootheden A , a , β , γ , t_0 en φ_0 . Daar de wortels in bovenstaande uitdrukkingen steeds hetzelfde teeken hebben als du , zijn de integralen steeds positief.

Wanneer men in bovenstaande formules $E = 0$ substitueert, vindt men de elliptische beweging terug; deze beweging is dan op zeer gekunstelde wijze met behulp van coördinaten beschreven. In het bewegende vlak is de plaats van het punt bepaald door de coördinaten u en v , de krommen, waarop u en v constant zijn, zijn parabolen.

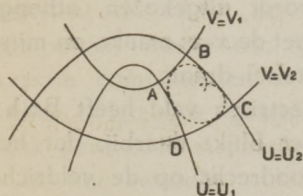


Fig. 2

In fig. 2 zijn deze lijnen geteekend voor zekere waarden u_1 en u_2 van u , v_1 en v_2 van v ; deze krommen sluiten eene figuur $ABCD$ in, en de baan van het punt ligt binnen $ABCD$, en is gesloten. Onderstellen wij nu, dat er een zwak electrisch veld E is, dan zal de baan nog binnen $ABCD$ liggen, maar niet gesloten zijn.

Teneinde de elliptische beweging ($E = 0$) te quantiseeren, voert men drie quanta-getallen n_1 , n_2 , n_3 in, die resp. betrekking hebben op u , v en φ , en stelt:

$$\int_{u_1}^{u_2} p_u du = n_1 \frac{1}{2} h \quad \int_{v_1}^{v_2} p_v dv = n_2 \frac{1}{2} h$$

$$\int_0^{2\pi} p_\varphi d\varphi = n_3 \frac{1}{2} h$$

het arbeidsvermogen blijkt dan gelijk te worden aan

$$A = \frac{2\pi^2 m \kappa^2}{(n_1 + n_2 + n_3)^2} \frac{1}{h^2}$$

hetgeen eene verklaring geeft van de evenredigheid der trillingsgetallen met $\frac{1}{4} - \frac{1}{9}$, $\frac{1}{4} - \frac{1}{16}$, enz.

Wanneer men de elliptische beweging, waar $E = 0$ is, gaat beschouwen als limietgeval van eene beweging in een electrisch veld, en de coördinaten dienovereenkomstig kiest, zooals hierboven is uiteengezet, is de richting van het veld E natuurlijk willekeurig. Wanneer men eenzelfde elliptische beweging beschrijft met behulp van coördinatenstelsels met verschillend gerichte E -as, zal men met eenzelfde stel quanta-getallen verschillende bewegingen uitkiezen. In de theorie van Bohr doet dit niet ter zake, daar men steeds de bovenstaande formules voor de energie vindt, en dus ook de daaruit af te leiden betrekking tusschen de trillingsgetallen. In de eerste jaren der quanta-theorie heeft Poincaré in deze omstandigheid echter een ernstig bezwaar tegen de theorie gezien. Hij beschouwde een harmonische trilling langs eene lijn door den oorsprong van een cartesiaansch coördinatenstelsel, beschreven met behulp van de rechthoekige cartesiaansche coördinaten x en y , en voerde quanta-getallen in, die op die coördinaten betrekking hadden. Men ziet gemakkelijk in, dat de beweging, die door een bepaald stel waarden dezer getallen wordt uitgekozen, afhangt van den hoek, dien de trillingsrichting met de x -as maakt, en mitsdien verandert als men het coördinatenstelsel draait.

De beweging onder invloed van een electrisch veld heeft Bohr behandeld volgens de storingstheorie; het blijkt daarbij, dat het middelpunt der ellips zich in een vlak, loodrecht op de veldrichting blijft bewegen, en daarin een gesloten baan beschrijft. De door het electrisch veld teweeg gebrachte storing is dus periodiek, en men heeft, in tegenstelling met het vorige geval, te doen met eene periode, die inhaerent is aan het lichaam, dat uitstraalt. Wanneer de coördinaat u de waarde u_1 heeft, bevindt zich het

bewegend punt in fig. 2 op AD , het raakpunt van de baan aan AD beweegt zich langs deze kromme, en het blijkt dat deze beweging als continu beschouwd kan worden, zoodat een stel waarden der coördinaten u en v terugkeert. Op deze wijze kan men de periode vinden.

Epstein heeft de beweging in een electrisch veld berekend met behulp van de formule voor het arbeidsvermogen van een uitgekozen beweging, welke formule is:

$$A = \frac{2\pi m \omega^2}{(n_1 + n_2 + n_3)^2} \frac{1}{h^2} - \frac{3}{8} (n_1 - n_2) (n_1 + n_2 + n_3) \frac{h^2 E}{\pi^2 m \omega}$$

Voor het aantal trillingen per secunde (frequentie) vindt men dan een getal, dat evenredig is aan de electrische kracht E , namelijk:

$$\frac{3}{4\pi} \frac{E}{\sqrt{2Am}}$$

Ten slotte zij nog vermeld, dat Sommerfeld op de elliptische beweging behalve de theorie der quanta de relativiteitsmechanica heeft toegepast. en langs dien weg is gekomen tot eene verklaring van de natuurlijke doubletten en tripletten (detailstructuur) in de spectra van waterstof en helium.

J. H. S.

BOEKBESPREKING.

In de Januari- en Februari-afleveringen van het (Vlaamsch) **Natuurwetenschappelijk Tijdschrift** treffen wij twee opstellen aan van J. E. Verschaffelt. Het eerste, over „*Het magnetisch veld van een schroefvormig of spiraalvormig gewonden stroom*” berekent de H in de as van een stroomklos; voor den axialen component wordt een gesloten vorm gevonden, voor de transversale componenten worden benaderingen gegeven in drie gevallen. Hetzelfde geschiedt voor een spiraalvormig in een plat vlak gewonden stroomdraad.

In het tweede: „*Over absolute eenheden*” zet de schrijver uiteen hoe men een stelsel van absolute eenheden dusdanig kan opstellen, dat de gravitatieconstante, de snelheid van het licht en twee constanten a en b , die in een bepaalde formuleering van de stralingswet van Planck staan, alle 1 worden. In dit stelsel wordt de

eenheid van lengte	= $1,55 \cdot 10^{-18}$ cm,
„ „ massa	= $2,10 \cdot 10^{10}$ g
„ „ tijd	= $5,17 \cdot 10^{-29}$ sec,
„ „ temperatuurverschil	= $9,40 \cdot 10^{17}$ graad Celsius.

De schrijver geeft niet nader aan, hoe de gebruikte constanten a en b afhangen van de bekende h en k , *) en de vraag ligt voor de hand, waarom deze constanten, waar, vooral in theoretisch werk, zooveel meer mee gerekend wordt, niet aan de theoretische bespiegeling over de absolute eenheden ten grondslag zijn gelegd. Ook zijn hoogere waarden van a en b genomen dan men met de beste waarden van h en k krijgt ($4,55 \times 10^{-5}$ en 1,460 in plaats van $3,70 \cdot 10^{-5}$ en 1,43).

De genoemde afleveringen bevatten overigens geen artikelen van natuurkundig belang. Wel biologische, zoologische en chemische. F.

MEDEDEELINGEN.

OPRICHTING NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Bij gelegenheid van het achttiende Natuur- en Geneeskundig congres wordt een vergadering gehouden ter oprichting van een Nederlandsche Natuurkundige vereeniging.

Deze vereeniging zal zich ten doel stellen het contact van de beoefenaars der Natuurkunde in Nederland te versterken door het houden van wetenschappelijke bijeenkomsten.

De oprichtingsvergadering zal plaats hebben op Zaterdag 2 April te twee uur in het Natuurkundig Laboratorium te Utrecht.

De oproep tot de vergadering gaat uit van de Heeren: Prof. Dr. E. van Everdingen, Prof. Dr. H. Haga, Prof. Dr. M. de Haas, Dr. G. Holst, Prof. Dr. W. H. Julius, Prof. Dr. H. Kamerlingh Onnes, Prof. Dr. H. A. Lorentz, Prof. Dr. L. S. Ornstein en Prof. Dr. P. Zeeman.

PROF. P. ZEEMAN ONDERSCHIEDEN.

De National Academy of Sciences te Washington heeft aan Prof. P. Zeeman te Amsterdam toegekend de gouden Draper-medaille „to be awarded for notable investigations in astronomical physics” voor zijn onderzoekingen over het verband tusschen licht en magnetisme.

De uitreiking der medaille zal op 26 April a.s te Washington plaats vinden.

*) $a = 2\pi c^2 h$; $b = c h / k$.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

1e JAARGANG

MEI 1921

NUMMER 2

VAN DE REDACTIE.

Op 31 Maart, 1 en 2 April werd te Utrecht gehouden het 18de Nederlandsche Natuur- en Geneeskundig Congres, en, voor zoover het betreft de physische werkzaamheden dezer samenkomst, — aan deze alleen zij hier een enkel woord gewijd, — mag het Congres als zeer geslaagd beschouwd worden.

Een rede van Professor P. Debije uit Zürich: Moleculaire krachten van electrischen oorsprong, vormde het glanspunt van de physische mededeelingen, een rede waarin op glasheldere wijze de spreker zijn onderzoekingen over de temperatuurafhankelijkheid der dielectrische constante van verschillende stoffen uiteen zette en waarbij de electrische potentiaal buiten een neutraal molekuul opgevat werd als afkomstig van een dipool of quadrupool. Tevens werden eenige manieren aangegeven, waarop experimenteel de orde van grootte van deze momenten gedeeltelijk thans reeds zijn, of nog kunnen worden bepaald. Een nader verslag over deze belangrijke rede van de hand van Professor Debije zelf hopen we binnenkort in „*Physica*” af te drukken.

Natuurlijk en gelukkig, want dit is één der voordeelen van de keuze van telkens verschillende plaatsen van samenkomst, stond het congres, althans wat de natuurkunde betreft, in het teken van Utrecht en de Utrechtsche onderzoekingen. Zoo vonden, nadat Professor Ornstein eerst een kort overzicht gegeven had over de opstellingen, in het Physisch Laboratorium niet minder dan veertien demonstraties plaats, die meerendeels toepassingen waren van stralingsmetingen met thermozuil en galvanometer van de constructie volgens Dr. Moll. Voorts demonstreerde Professor Julius zijn helio-physische opstelling en vertelde daarbij van tal van technische moeilijkheden, die zich bij de constructie hadden voorgedaan en die thans grootendeels overwonnen zijn.

Professor Zernike gaf een kort overzicht over een door hem tezamen met Professor Ornstein opgestelde theorie over de suprageleiders, waarin werd aangetoond, dat onder omstandigheden stabiele elektronenbanen mogelijk zijn door een net van metaalmolekulen, terwijl een botsing met deze laatsten, die een eindig geleidingsvermogen zou veroorzaken, uitgesloten is. Terwijl verder de voordracht van Dr. Minnaert over de absorptie van lichtverzwakkers zich geheel bij de Utrechtsche onderzoekingen aansloot, waren de mededeelingen van Ing. Vosmaer (hardheid) Drs. Holst en Oosterhuis (electriciteitsgeleiding in gassen) en Dr. Van der Pol (trioden) uit andere gebieden der physica genomen. Tenslotte projekteerde Dr. Oosting een collectie lantaarnplaatjes, voor het onderwijs bestemd, die door middel van een door hem bedachte kunstgreep, den loop der lichtstralen onder verschillende omstandigheden zeer fraai en duidelijk weergaven. Men ziet: een rijke oogst van mededeelingen en demonstraties. Maar menig bezoeker van het Congres zal de moeilijkheid ervaren hebben dezen oogst, bijvoorbeeld in den vorm van notities, binnen te halen. En zelfs al maakte men trouw „diktaat” dan nog zal velen van de bezoekers der vergaderingen en demonstraties een gedetailleerd verslag daarvan niet onwelkom zijn; en in nog hoogere mate geldt dit voor hen, die dit Congres niet bijwoonden. Daar er nu dit jaar voor elken spreker volgens de officieele regeling slechts één bladzijde in de Handelingen van het Congres beschikbaar wordt gesteld, in welk klein volume de mededeelingen niet anders dan onder zeer hoogen druk kunnen worden gebracht, terwijl zij daarbij het gevaar loopen wegens verandering van aggregaatstoestand onherkenbaar te worden, is het de redactie van „Physica” een genoegzaam haar lezers te kunnen mededeelen, dat door alle sprekers over physische onderwerpen uitgewerkte verslagen aan „Physica” zijn toegezegd, die wij binnenkort hopen te publiceren.

In dit nummer vindt men reeds een verhandeling van Dr. Fokker, welke bestemd was op het Congres te worden voorgedragen; wegens het verblijf van den auteur buiten Nederland werd deze voordracht echter van de Congresagenda afgevoerd.

OVER DE GEDAANTE VAN EEN ROLLENDEN
HOEPEL; EN EENIGE CONSEQUENTIES

door A. D. FOKKER.

1. Het probleem.

Het onderwerp waarmede wij ons in dit opstel zullen bezighouden lijkt triviaal. Niettemin verschaft het de gelegenheid aan een eenvoudig voorbeeld allerlei op te merken dat principieel van belang is.

Het zou de kortste weg zijn indien wij de vraag naar de gedaante van een rollenden hoepel gingen onderzoeken volgens de wiskundige hulpmethode die wij in de transformatie-formules der relativiteitstheorie bezitten. Echter zullen velen er de voorkeur aan geven minder formalistisch te werk te gaan, waardoor het probleem wat concreter voor de physische verbeelding komt te staan. Inderdaad is het mogelijk aan dit verlangen tegemoet te komen, indien men althans er geen bezwaar tegen heeft de bekende Fitzgerald-Lorentziaansche contractie als een reëel feit voorop te stellen. Wij zullen dus uitgaan van de grondstelling dat een element van den hoepelomtrek dat zich beweegt, volgens een zekere wet verkort wordt al naar zijn snelheid en den hoek dien deze met zijn eigen lengterichting maakt.

Men zal merken dat de zaak niet dadelijk te overzien is. Immers, de elementen van den omtrek die met den grond in aanraking zijn, of vlak bij het steunpunt van het oogenblik liggen, hebben een verdwijnende snelheid. Zij hebben dus hun oorspronkelijke lengte. De elementen echter in het bovenste stuk van den hoepel, in den top, hebben veel grootere, — men zou geneigd zijn te zeggen bijna het dubbele van de — snelheid waarmee de hoepel voortrolt. Deze zijn dus sterk verkort. Alle elementen van de bovenste helft zijn sterker verkort dan die van de onderste helft.

Wil dat zeggen dat de hoepel een soort van eivorm zal vertoonen? Met smalleren top en breedere basis?

Het zal blijken dat de vorm een ellips is, met de korte as in de bewegingsrichting. Maar de eigenaardigheid van het geval is nu, zooals in verband met de sterkere verkorting in de bovenste helft onvermijdelijk is, dat twee punten van den omtrek, die bij den stilliggenden hoepel aan de uiteinden eener middellijn gelegen zouden zijn, thans niet op een middellijn van de ellips liggen!

2.¹ De kinematische differentiaalvergelijking voor den hoepel-omtrek. Volgens afspraak zullen wij uitgaan van de contractiehypothese van Fitzgerald en Lorentz. Indien een materieel lijntje, stilliggende, de lengte dl_0 heeft, dan zal het, wanneer het een snelheid u bezit die met zijn eigen richting den hoek φ insluit, een kleinere lengte hebben, dl , die gegeven wordt door de formule, (waarin c de lichtsnelheid beteekent):

$$dl = dl_0 \sqrt{\frac{c^2 - u^2}{c^2 - u^2 \sin^2 \varphi}}.$$

Is φ een rechte hoek, staat dus de bewegingsrichting dwars op het lijntje, dan is er geen verkorting. Is daarentegen $\varphi = 0$, d.w.z. gaat de beweging in de eigen richting van het lijntje, dan is de verkorting het sterkst.

Wij nemen aan dat de hoepel, indien hij stilligt, een cirkel is met straal r , en dus een „natuurlijk gemeten” omtrek $2\pi r$ heeft.

Als de hoepel aan het rollen is, zullen wij telkens een punt op den omtrek aanduiden door het stuk s van den natuurlijk gemeten omtrek dat er ligt tusschen dit punt en het momenteele steunpunt op den grond. Sinds het bedoelde punt den grond raakte, is dus de hoepel een eind s verder gerold.

De dikte van den hoepel verwaarloozen wij. Het is een uiterst dunne platte band, waaruit hij gemaakt is.

Ofschoon wij later den oorsprong zullen leggen in het middelpunt van den hoepel zooals hij bij een momentopname gezien wordt, willen wij voorloopig den oorsprong ergens willekeurig aannemen, en de X -as evenwijdig aan de richting van het rollen leggen, de Y -as verticaal. De snelheid van het voortrollen zij v .

Kennen wij nu op een bepaald oogenblik de coördinaten van de punten van den omtrek als functie van den boven aangegeven parameter s :

$$x = x(s), \quad y = y(s),$$

dan is daarmee de gedaante van den hoepel gevonden, en zelfs valt er dan onmiddellijk uit te besluiten hoe de punten deze lijn doorloopen.

2.² Welke zijn nu de componenten van de snelheid van een deeltje aan den omtrek?

Wij bedenken dat na een interval Δt de hoepel voortgerold is over een eindje $\Delta s = v \Delta t$, en dus alle punten van den hoepel, behalve dat hun coördinaat x toeneemt met $v \Delta t$, zich ten opzichte

van het nieuwe steunpunt op de plaats zullen bevinden welke voordien werd ingenomen door hun buurman met parameter $s + \Delta s$. Duiden wij differentiaties naar s voortaan met een accent aan, dan is dus voor een bepaald punt

$$\Delta x = \Delta s (1 + x'), \quad \Delta y = \Delta s y'.$$

en dus

$$u_x = v (1 + x'), \quad u_y = v y'.$$

Hieruit volgt voor de grootte der snelheid

$$u^2 = v^2 \{ (1 + x')^2 + y'^2 \}.$$

Beschouwen wij nu een door ds bepaald elementje, dan zijn zijn richtingscomponenten bepaald door x' en y' , zoodat de normaal op het elementje, de richtingscosinussen heeft

$$\frac{-y'}{\sqrt{(x'^2 + y'^2)}}, \quad \frac{x'}{\sqrt{(x'^2 + y'^2)}}.$$

Door dezen eenheidsnormaal scalair te vermenigvuldigen met den snelheidsvector krijgen wij de normale component $u \sin \varphi$ die in de verkortingsformule voorkomt:

$$u \sin \varphi = v \frac{-y'}{\sqrt{(x'^2 + y'^2)}}.$$

2.³. Aan den eenen kant is nu de lengte van het elementje, volgens de vergelijking voor den omtrek:

$$dl = ds \sqrt{x'^2 + y'^2};$$

aan den anderen kant moet, volgens de verkortingsformule, de dl gevonden worden uit de lengte-bij-stilstand, die immers krachtens de definitie van den parameter s juist ds is, door te schrijven

$$dl = ds \sqrt{\frac{c^2 - u^2}{c^2 - u^2 \sin^2 \varphi}}.$$

Uit de gelijkstelling van beide uitdrukkingen volgt nu onmiddellijk een differentiaalvergelijking voor den hoepelomtrek, nl.:

$$1 = \sqrt{x'^2 + y'^2} \sqrt{\frac{c^2 - u^2 \sin^2 \varphi}{c^2 - u^2}} = \sqrt{\frac{c^2 x'^2 + (c^2 - v^2) y'^2}{c^2 - v^2 (1 + 2x' + x'^2 + y'^2)}}.$$

Schrijft men hierin $v/c = \beta$, dan luidt de bedoelde kinematische differentiaalvergelijking:

$$(1 + \beta^2) x'^2 + 2 \beta^2 x' + y'^2 - (1 - \beta^2) = 0.$$

3.¹. Dynamische voorwaarde.

De zoo even gevonden differentiaalvergelijking kan nog niet voldoende zijn om den gezochten vorm van den omtrek te bepalen. Want indien men zich een buigzame ketting voorstelt, die gedwongen is den omtrek van een of andere schijf van willekeurige gedaante te volgen, dan zullen wanneer men die schijf voortschuift terwijl de ketting daar waar hij den grond raakt door den grond vastgehouden wordt, de elementen van de ketting aan precies dezelfde differentiaalvergelijking moeten voldoen. Wij moeten dus voor onzen hoepel nog een voorwaarde zien te vinden waaraan de omtrek gebonden is, een voorwaarde die uitdrukt dat hij in stilliggenden toestand een cirkelvorm heeft, dat hij bij het in beweging raken geen deuk of bukkeling gekregen heeft, en dat er onder het rollen geen deformeerende krachten werken. (Het gewicht zij uitgeschakeld).

Nu zijn het de spanningen in den hoepel die zijn cirkelvorm bepalen. Wij zouden dus de complicatie krijgen van de relativiteitstheorie der elastische spanningen. Die willen wij liever vermijden, en dat kunnen wij ook, indien wij vooropstellen dat de hoepel dien vorm aanneemt die hem, bij zijn gegeven (natuurlijk gemeten) lengte zoo groot mogelijk oppervlak verschaft.

In dit opzicht maakt het geen verschil of wij den hoepel vervangen denken door een onuitrekbaaren maar volkomen buigzamen draad zonder eind, die in zijn eigen vlak ronddraait. Door de middelpuntvliedende kracht trachten alle stukjes van den draad zoo ver mogelijk naar buiten te vliegen: het omspannen oppervlak streeft naar een maximum. Dit blijft zoo ook indien de draad in zijn geheel zich langs een lijn in zijn vlak zoo voortbeweegt, dat hij zonder glijding langs die lijn rolt.

Er is iets axiomatisch in dezen eisch van maximaal-oppervlak, maar men zal er geen bezwaar tegen hebben.

3.². Het oppervlak dat de hoepel omspant wordt gegeven door den integraal

$$\frac{1}{2} \int (xy' - yx') ds = 0,$$

genomen langs den omtrek.

Onderstellen wij nu een kleine variatie bepaald door de virtueele verplaatsingen δx en δy van den omtrek, — die zeer kleine functies van s zullen zijn, — dan wordt de variatie van het oppervlak:

$$2 \delta O = \int (x \delta y' + y' \delta x - y \delta x' - x' \delta y) ds.$$

Door partieele integratie herleiden wij dit op

$$\delta O = \int ds (x \delta y' - y \delta x').$$

Dit moet nul zijn, welke functies van s de verplaatsingen δx en δy ook zijn mogen,

De bijkomstige voorwaarde, dat bij deze variatie de (natuurlijk gemeten) eigen lengte van den omtrek niet veranderen mag, komt neer op den eisch dat overal langs den omtrek de kinematische differentiaalvergelijking van § 2,³ geldig blijven zal, zoodat dus

$$\{(1 + \beta^2) x' + \beta^2\} \delta x' + y' \delta y' = 0.$$

Met een bekende redeneering concludeert men dat alleen dan de variatie van het oppervlak met inachtneming der bijkomstige voorwaarde verdwijnen kan, indien de coëfficiënten, waarmede de variaties $\delta x'$ en $\delta y'$ vermenigvuldigd staan, in de twee vergelijkingen aan elkander evenredig zijn. Nu moeten wij in aanmerking nemen, dat wij den oorsprong nog onbepaald hebben gelaten, en dat dus bij de x en y een willekeurige constante erbij kan komen. Natuurlijk zal de bedoelde evenredigheid niet voor alle waarden van die constanten kunnen gelden. Wij onderstellen nu dat de oorsprong juist zoo gekozen is, dat de evenredigheid opgaat. Dan krijgen wij dus:

$$y' = kx, \quad x' = \frac{-ky - \beta^2}{1 + \beta^2},$$

waarin k een of andere functie van s kan zijn. Om te weten welke, hebben wij deze afgeleiden van x en y slechts in de kinematische vergelijking te substitueeren. Het resultaat is

$$k^2 \{(1 + \beta^2) x^2 + y^2\} = 1.$$

Daarmede worden dus de definitieve differentiaalvergelijkingen voor den hoepelomtrek:

$$y' = \frac{x}{\sqrt{\{(1 + \beta^2) x^2 + y^2\}}}, \quad (1 + \beta^2) x' = \frac{-y}{\sqrt{\{(1 + \beta^2) x^2 + y^2\}}} - \beta^2.$$

4. Vergelijkingen van den omtrek.

Door de zoo juist gevonden differentiaalvergelijkingen met elkander te vermenigvuldigen kan men gemakkelijk integreeren. Dit geeft

$$\sqrt{\{(1 + \beta^2) x^2 + y^2\}} = -\beta^2 y + K.$$

Indien wij nu weer een nieuwen coordinatenoorsprong nemen, door te stellen $X = x$, $Y = y + \frac{K\beta^2}{1-\beta^4}$, dan wordt de vergelijking voor den omtrek

$$\frac{X^2}{1-\beta^2} + Y^2 = \frac{K^2}{(1-\beta^4)^2}.$$

Hierin is K een integratieconstante, die van den omtrek van den hoepel en van de snelheid waarmede hij voortrolt kan afhangen. Wij zullen hem straks bepalen.

Uit den vorm der vergelijking blijkt, dat de omtrek een ellips is, en dat nu de oorsprong in het middenpunt ligt.

Om de vergelijking voor den omtrek in parametervorm te krijgen, kunnen wij de vergelijking voor x' integreeren. In deze:

$$(1 + \beta^2) x' = \frac{-y}{K - \beta^2 y} - \beta^2,$$

kunnen wij y uitdrukken in Y en deze weer in $x = X$. De integratie lukt en er komt

$$\frac{-K}{(1-\beta^4)\sqrt{1-\beta^2}} b g \sin \frac{(1-\beta^4)X}{K\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{\beta^2}{1-\beta^2} X = s.$$

Nu is X een periodieke functie van s , en wanneer s toeneemt met $2\pi r$, heeft X weer de oude waarde. Dan moet dus de $b g \sin$ toe- of afgenomen zijn met 2π en hieruit volgt voor K :

$$\frac{K}{(1-\beta^4)\sqrt{1-\beta^2}} 2\pi = 2\pi r,$$

of
$$\frac{K}{1-\beta^4} = \frac{r}{a},$$

als wij hier, en verderop, ter afkorting schrijven

$$a = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad b = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Door omkeering der vergelijking schrijven wij

$$aX = -\frac{r}{a} \sin \left(\frac{s}{r} - b^2 \frac{X}{r} \right).$$

Daarbij hoort,

$$Y = -\frac{r}{a} \cos \left(\frac{s}{r} - b^2 \frac{X}{r} \right).$$

want
$$a^2 X^2 + Y^2 = \frac{r^2}{a^2}.$$

Stilzwijgend is er over de integratieconstante zoo beschikt dat wij s beginnen te tellen van het steunpunt op den grond af, in dezelfde richting rondgaande als waarin een punt van den hoepel de figuur doorloopt.

Hiermee is de vraag naar de gedaante van den rollenden hoepel volledig beantwoord.

5.¹. Interpretatie van het resultaat.

Allereerst kunnen wij nu opmerken dat *twee punten* die door een halven hoepelomtrek gescheiden zijn volstrekt niet op de uiteinden liggen van een middellijn der ellips. Het duidelijkst spreekt dit voor de punten $s = \frac{1}{2} \pi r$ en $s = \frac{3}{2} \pi r$.

Immers, hier krijgen wij, zoolang de hoogere machten van b^2 verwaarloosd mogen worden, voor het eene punt

$$Y = -b^2 X/a, \quad X = -r/a^2,$$

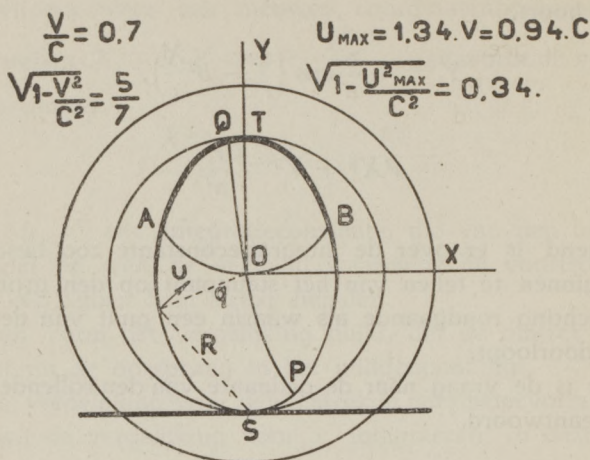
voor het andere:

$$Y = b^2 X/a, \quad X = r/a^2,$$

en dus liggen de twee punten beide hooger dan het middelpunt van den hoepel. Alleen de twee punten $s = 0$ en $s = \pi r$ liggen op de uiteinden van een middellijn der ellips: het rolpunt en het toppunt.

Indien de middellijnen van den hoepel eens verwezenlijkt waren, bijv. door de draden van een spinneweb, dan zouden deze ook geen rechte lijnen en middellijnen van de ellips zijn. Hoe horizontaler de algemeene richting, des te sterker gekromd zou men ze zien (zie de figuur).

In dit alles uit zich het feit der FitzGerald-Lorentz-iaansche contractie. De hoepel is geen vast lichaam in den ouden zin van het woord.



De groote cirkel stelt den hoepel voor bij stilstand. De tweede cirkel geeft den hoepel wanneer hij, zonder van de plaats te komen, een omtreksnelheid $0,7c$ heeft. De ellips geeft den vorm van den rollenden hoepel. AOB en POQ zijn „middellijnen”. De contractie-factor in den top bedraagt $0,34$, zoodat in de grens, $QT = 0,34 PS$. Vandaar dat $u_{max} = 1,34 v$. De figuur is op schaal geteekend.

5.². Hetzelfde kunnen wij opmerken bij de *snelheden* der punten. Laat ons ter bekorting noemen

$$\frac{s}{r} - \frac{b^2 X}{r} = \psi,$$

dan leiden wij eerst af

$$X' = \frac{-\cos \psi}{a^2 - b^2 \cos \psi}, \quad Y' = \frac{a \sin \psi}{a^2 - b^2 \cos \psi},$$

en daaruit voor de snelheidscomponenten

$$u_x = (1 + X') v = v a^2 \frac{(1 - \cos \psi)}{a^2 - b^2 \cos \psi},$$

$$u_y = Y' v = v a \frac{\sin \psi}{a^2 - b^2 \cos \psi}.$$

Bij een vast lichaam is deze snelheid loodrecht op den voerstraal die uit het rolpunt naar het gestelde punt getrokken is. Nu is dit hier ook het geval, zooals blijkt wanneer men de componenten van dien voerstraal

$$R_x = -\frac{r}{a^2} \sin \psi, \quad R_y = \frac{r}{a} (1 - \cos \psi),$$

met de overeenkomstige snelheidscomponenten vermenigvuldigt, en optelt. Dat geeft nul.

Maar het merkwaardige feit doet zich nu voor, dat hetgeen men de hoeksnelheid zou kunnen noemen, nl. u/R , van punt tot punt verschillend is:

$$\frac{u}{R} = \frac{a^3 v}{r (a^2 - b^2 \cos \psi)}.$$

Indien men dus nog spreken wil van een „pool” van de beweging dan is het een bewegingspool met al heel bijzondere eigenschappen! De pseudo-hoeksnelheid is het kleinst voor $\psi = \pi$, in den top van den hoepel, het grootst voor de punten vlak bij het rolpunt.

De snelheid van het toppunt is dan ook niet het dubbele van de rolsnelheid! R is hier $2r/a$, en $\cos \psi = -1$, zoodat de snelheid van den top wordt

$$u_{\max} = \frac{2 v a^2}{a^2 + b^2} = \frac{2 v}{1 + v^2/c^2}.$$

Men kan dit ook direct vinden door een beschouwing van een figuur waarin men de quasi-middellijnen geteekend heeft voor de punten nabij top en rolpunt, als men zich er maar rekenschap van geeft hoe deze voor en na een klein tijdsinterval staan moeten, de verkorting boven in aanmerking genomen (vgl. de figuur).

6.¹ Spontane elektrische magnetiseeringspolarisatie.

Om na de kinematische preliminieren te komen tot eene meer natuurkundige toepassing, zullen wij den hoepelomtrek gelijkmatig voorzien van een elektrische lading, zoodat elk elementje ds daarvan heeft eds . In het middelpunt zetten we een kernlading, even groot als de lading van den ganschen omtrek, en op die manier wordt de hoepel het model van een *magnetisch atoom*, dat met zekere snelheid voortvliegt.

Een enkele blik op de figuur volstaat, om iets heel belangrijks op te merken. De hoepel namelijk *vertoont een elektrisch moment*. In de bovenste helft is door de contractie de lading van den omtrek sterker samengedrongen dan in de onderste helft. Men kan ook zeggen, dat elk ladingselement bij het rollen langer in de bovenste helft vertoeft dan in de onderste. In een gemagnetiseerde stof, die uit dergelijke magnetische atomen bestaat, moet dus bij beweging een elektrische polarisatie optreden, die spontaan te

voorschijn komt, zonder een uitwendig veld. Deze polarisatie staat, dit kunnen wij alvast opmerken, loodrecht op de magnetisatie en op de bewegingsrichting beide.

Vraagt men nu, welke werking er van die elektrische magnetiseeringspolarisatie te verwachten is, dan kunnen wij daarvan het volgende zeggen.

In het inwendige der magneten en in de onmiddellijke nabijheid der magneetpolen, zal deze polarisatie een tegengesteld gericht elektrisch veld teweege brengen. Beweegt men dus een staafmagneet in een richting loodrecht op zijn lengteas, dan zal er in de andere dwarsrichting, binnen in den magneet, een elektrisch veld gaan werken. Dit zou vrije elektronen, die eventueel in den magneet aanwezig zijn, opzij drijven, ware het niet, dat deze elektronen zich binnen den magneet in een inductieveld bevinden, en samen met den magneet, een snelheid hebben die dwars op de inductielijnen staat. Hierdoor ondervinden zij nog eens een kracht, en deze is juist gelijk en tegengesteld aan de elektrische kracht die van de magnetiseeringspolarisatie afkomstig is. Dit is de verklaring, waarom men geen stroom krijgt in een beugel met tegen elkaar veerende uiteinden, wanneer men tusschen die einden door met klemmend glijcontact, een langen magneet hetzij naar buiten trekt, hetzij naar binnen schuift. Geen stroom, alhoewel het aantal door den beugel omvatte inductielijnen daarbij toe- of afneemt met het volle aantal dat door den magneet heenloopt!

Dan, verbeelden wij ons een stroomdraadje gespannen vlak in de buurt van een groote, vlakke, uniform gemagnetiseerde poolschoen. Deze gerake nu in beweging, dwars op het draadje. Niemand zal betwijfelen, of er zal in het draadje een stroom opgewekt worden. Maar hoe? Het staat stil in een magnetisch veld, en aan dat veld verandert er niets! — Maar in de bewegende poolschoen ontspringt er door de beweging een elektrische magnetiseeringspolarisatie, en bij deze hoort een elektrisch veld, dat den stroom in het draadje drijft.

6.². Wij kunnen nu met de formules voor den hoepel een betrekking vinden tusschen de magnetiseeringspolarisatie, de magnetisatie, en de snelheid.

Het magnetisch moment van den hoepel is $1/2c$ maal het moment der relatieve ladingssnelheid ten opzichte van het middelpunt. Noemen we den voerstraal van het middelpunt naar een punt aan den omtrek q , dan is dus

$$m = \frac{1}{2c} \int eds [\mathbf{q} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{v})].$$

of (zie § 5,²)
$$m = \frac{e}{2c} \int ds [XY' - YX'] v.$$

Partieele integratie langs den hoepelomtrek van het eerste stuk levert

$$m = -\frac{ev}{c} \int YX' ds.$$

Aan den anderen kant is het elektrisch moment

$$n = \int eds Y.$$

Hier is $Y = -r \cos \psi/a$, zoodat, indien wij voor ds schrijven

$$ds = r d\psi + b^2 X' ds,$$

wij den integraal met $d\psi$ kunnen integreeren. Deze levert niets op. Er blijft over

$$n = b^2 e \int YX' ds.$$

Dit is in principie al de gezochte betrekking. Wij herleiden verder.

Want
$$b^2 = \frac{v^2/c^2}{1 - v^2/c^2},$$

en dus is
$$cn - \frac{v^2}{c^2} cn = v \cdot \frac{v}{c} \cdot e \int YX' ds$$

$$= -v.m.$$

of
$$cn = -\frac{v}{c} (cm - vn).$$

Om tot de algemeene betrekking te komen, nemen wij in aanmerking, dat

$$m = \mathbf{m}_z, n = \mathbf{n}_y, v = \mathbf{v}_x,$$

en dan zien wij, dat, in vectornotatie:

$$c\mathbf{n} = \frac{1}{c} [\mathbf{v} \cdot (c\mathbf{m} + [\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}])].$$

De spontane polarisatie wordt dus gevonden door een vector-product van de snelheid met een vorm

$$c\mathbf{m} + [\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}],$$

waarin naast de magnetisatie optreedt de Roentgen-vector $[\mathbf{n}, \mathbf{v}]/c$, die behoort bij de magnetiseeringspolarisatie. Deze vorm, de magnetisatie plus de Roentgen-vector bepalen het inductieveld.

Uitgaande van deze formule voor de polarisatie kan men beredeneeren hetgeen in de vorige paragraaf over de werking der magnetiseeringspolarisatie gezegd is.

7.¹ Draaimoment en statisch moment der traagheidsmassa.

Dergelijke beschouwingen als over de verdeeling der ladingen kan men ook houden over de verdeeling der traagheidsmassa, indien de hoepel ongeladen is, maar een zekere massa heeft, die, bij stilstand, per omtrekelement ds bedraagt mds (Minkowski-aansche massa). Bij deze beschouwingen zal het overwicht van de bovenste helft nog eens zoo groot zijn als in het elektrische geval. Want niet alleen is de bovenste helft van den omtrek sterker samengedrongen, maar elk elementje heeft er bovendien nog een veel grootere snelheid dan het in de onderste helft heeft, en de traagheidsmassa neemt toe met de snelheid. De asymmetrie klimt met de snelheid; wij zullen in de volgende paragraaf afleiden dat het statisch moment van de traagheidsmassa's ten opzichte van een horizontaal vlak door het middelpunt evenredig is met de rolsnelheid, en met het draaimoment der traagheidsmassa's ten opzichte van de hoepelas.

Wat men volgens de gangbare definitie het momentane „zwaartepunt” van den hoepel zou noemen, is dus volstrekt niet hetzelfde als het middelpunt van den hoepel. Naarmate de hoepel sneller rolt, zou het z.g. zwaartepunt relatief hooger komen te liggen. Het heeft geen vaste plaats meer, het zoekt zich in den hoepel een plaats uit, aangepast aan de omstandigheden, en die plaats is, ten opzichte der individueele omtrekpunten, geen oogenblik dezelfde. Het oude zwaartepunt verliest daardoor bij de nieuwe opvattingen zijn beteekenis in de mechanica. Deze beteekenis komt toe aan het echte middenpunt van den hoepel. Wij zijn hier om een naam verlegen. Laat ons spreken van het *traagheidsmidden*. Dit worde dan zoo gedefinieerd, dat het, indien het systeem als geheel geen translatie heeft, samenvalt met het oude zwaartepunt. Hieruit volgt, — al zullen wij het bewijs daarvan nu laten rusten, — dat bij een systeem in translatie de betrekking bestaat tusschen statisch moment, draaimoment en translatiesnelheid, die wij straks voor den hoepel gaan afleiden: het statisch moment gelijk aan

het vectorprodukt van snelheid en draaimoment, gedeeld door c^2 ,

Niet alleen voor den hoepel geldt dit, maar algemeen voor alle lichamen die behalve een wenteling nog een translatie hebben, bijv. voor gyroscopen, of voor de wentelende aarde.

Veranderen wij de translatiesnelheid van zoo'n gyroscoop door middel van krachten, die symmetrisch in de rotatieas aangrijpen, bijv. met behulp van een cardanische bevestiging, dan zullen deze krachten ten opzichte van het traagheidsmidden geen moment hebben. Dan zal ook het draaimoment der traagheidsmassa's hetzelfde blijven; de gyroscoop verandert de richting van zijn as niet. — Anders echter wordt het, indien de translatieverandering geschiedt door krachten die direct op alle deeltjes zelf van den gyroscoop werken, en evenredig zijn met de traagheidsmassa der deeltjes, zooals in eerste benadering het geval is met de aantrekking der zon op de aarde. Deze krachten hebben wel een moment t.o.v. het traagheidsmidden. Zoo'n gyroscoop vertoont een precessie.

Voegt men — maar dit ligt eigenlijk al buiten ons bestek — hierbij de precessie, zooals die door Schouten het eerst werd aangegeven, en die het gevolg moet zijn van de eigenaardigheid van een zwaarteveld, welke men aanduidt met het woord, dat de „ruimte” daar „gekromd” is, dan heeft men het totale bedrag der z.g. „geodetische precessie” volgens Einsteins gravitatie-theorie.

7.² Bij de berekeningen over de traagheidsmassa zullen wij langer noodig hebben dan over de elektrische ladingen.

De traagheidsmassa van een elementje ds heete μds :

$$\mu ds = \frac{m ds}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}.$$

Om nu den factor $1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$ op makkelijke manier te vinden, moeten wij teruggaan tot de identiteit die wij in het begin de kinematische differentiaalvergelijking genoemd hebben.

$$\text{Daarin staat } \sqrt{c^2 - u^2} = \sqrt{c^2 X'^2 + (c^2 - v^2) Y'^2}.$$

Met de bekende waarden van X' en Y' komt hieruit

$$\frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = a^2 - b^2 \cos \psi.$$

Wat nu het draaimoment betreft der traagheidsmassa's ten opzichte van het middelpunt:

$$M = \int \mu ds [\mathbf{q}, \mathbf{u}],$$

dit wordt

$$\begin{aligned} M &= \int \mu ds [XY' - Y(1 + X')] v \\ &= -v \int \mu Y ds + v \int \mu ds [XY' - YX']. \end{aligned}$$

Door partieele integratie, waarbij $\int XY d\mu$ nul blijkt, krijgen wij

$$M = -v \int \mu Y ds - 2v \int \mu YX' ds.$$

Het statische moment herleiden wij als volgt:

$$\begin{aligned} P &= \int \mu Y ds \\ &= m \int (a^2 - b^2 \cos \psi) \frac{-r}{a} \cos \psi ds. \\ &= m \int a^2 (1 - b^2 X') ds \frac{-r}{a} \cos \psi + m \int b^2 (a^2 X' - \cos \psi) \frac{-r}{a} \cos \psi ds. \end{aligned}$$

De eerste integraal is nul, want hij komt neer op $\int \cos \psi d\psi$. In den anderen integraal kunnen wij ons herinneren dat

$$-\cos \psi = X' (a^2 - b^2 \cos \psi).$$

Voorts blijkt

$$b^4 \int X' \cos \psi \frac{-r}{a} \cos \psi ds = 0,$$

als men eerst een partieele integratie uitvoert. Dit kunnen wij dus nog van P aftrekken, en wij houden over

$$\begin{aligned} P &= 2b^2 m \int (a^2 - b^2 \cos \psi) X' Y ds, \\ &= 2b^2 \int \mu YX' ds. \end{aligned}$$

Hierin zit de gezochte betrekking tusschen P , M en v . Want nu is

$$\begin{aligned} P - \frac{v^2}{c^2} P &= \frac{v}{c^2} 2v \int \mu YX' ds, \\ P &= \frac{v^2}{c^2} P + \frac{v}{c^2} \left[-v \int \mu Y ds - M \right] = \frac{-v}{c^2} M. \end{aligned}$$

Dit is slechts een bijzonder geval van de algemeene vectorbetrekking

$$\mathbf{P} = \frac{1}{c^2} [\mathbf{v}, \mathbf{M}].$$

Summary.

The form of a rolling hoop is investigated. In order to emphasize the concrete physical meaning of the problem no use is made of the mathematical methods afforded by the theory of relativity, the argument being wholly based on the assumption of the FitzGerald-Lorentz contraction, which affords a *cinematical differential equation*. (§ 2,³). The fact that the hoop at rest is circular, and that no deforming forces are acting when rolling, is expressed by the condition that with given length of the circumference the surface shall be a maximum. This affords a second, *dynamical differential equation* for the circumference (§ 3,²). On integrating the latter is shown to be an ellipse, wit major axis $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ and minor axis $(1 - v^2/c^2)$ times the diameter of the hoop at rest. (See figure). Points at the ends of a diameter of the hoop at rest are no longer diametrically opposed in the ellipse, as a necessary consequence of the contraction being greater in the upper parts of the hoop than in the lower parts where the velocity is less. The angular velocity round the point in contact with the ground is not the same for different parts of the hoop (§ 5).

Physical consequences. If the hoop carries a charge uniformly distributed over the circumference when at rest, and a compensatory nuclear charge in the centre, then we have a model of a *magnetic atom* moving in a direction perpendicular to the magnetic axis. We at once see that by the contractions more charge is crowded in the upper half, and the atom will consequently show an electric moment. This is the *spontaneous electric polarization of moving magnetism* and some effects resulting therefrom are indicated. (§ 6,¹). The amount of polarization is deduced as a function of the velocity and the magnetic moment (§ 6,²). Next the hoop is supposed to have a mass distributed uniformly at rest over the circumference. Not only by the greater contraction in the upper half, but again by the increased velocity the inertial masses will preponderate in the upper half. We shall have a *statical moment of the inertial mass* relative to the centre. (§ 7,¹). It is found to be proportional to the vector product of the velocity into the moment of momentum relative to the axis of rotation through the centre. (§ 7,²) If a gyroscope be swept round by forces acting in the axis of rotation, it will conserve the direction of its axis of rotation. But if forces proportional to the inertial mass are acting throughout the volume of the rotating masses, then the forces will have a resulting moment, and the axis of rotation will accordingly show a precession.

STRALINGSDRUK IN VERBAND MET HET ZONNESPECTRUM

door H. GROOT.

(Vervolg).

§ 4. Discussie van tabel V.

Welke beteekenis de grootheid Σ heeft, is uit den opzet van ons betoog duidelijk: Σ is evenredig met den lichtdruk in radialen zin. $\left(\frac{\Sigma}{m}\right)$ is dus blijkbaar evenredig met de *versnelling*.

die de moleculen van het gas, met moleculair gewicht m , gemiddeld ondervinden, tengevolge van dezen druk. $\frac{\Sigma}{m}$ werkt blijkbaar de versnelling g van de zwaartekracht tegen. Was $\frac{\Sigma}{m}$ de versnelling, gemeten in absolute eenheden, dan zou de verhouding $\frac{\Sigma}{m}:g$ bepalen of het gas nog door de zon werd aangetrokken of dat de afstootende werking de overhand heeft. Daar $\frac{\Sigma}{m}$ alleen *evenredig* is met de versnelling, kunnen wij dit niet uitmaken. Maar in elk geval blijkt dit waar: terwijl g voor alle elementen gelijk is, neemt $\frac{\Sigma}{m}$ zéér uiteenlopende waarden aan (wisselend tusschen eenige procenten van de max. waarde, bijv. bij *Fe, Ca, Ti*, etc., tot slechts eenige duizendsten, als bij *In, Di, W, Bi* etc.) Naarmate $\frac{\Sigma}{m}$ grooter is, zal ook $\frac{\Sigma}{m}:g$ grooter zijn, m. a. w. zal de werking van g zich minder doen gevoelen en zal het beschouwde gas dus hooger in de atmosfeer kunnen opstijgen. $\frac{\Sigma}{m}$ geeft dus eenig oordeel over wat wij het *stijgvermogen*"¹⁾ van een gegeven element in de zons-atmosfeer zullen noemen.

Nu zou het nog best kunnen zijn, dat de absolute waarde van $\frac{\Sigma}{m}$ zóó klein is, dat zij, zelfs voor *H, Ca* of *Fe*, te verwaarlozen is ten opzichte van g en dus à fortiori bij de overige elementen.

Waarschijnlijk is dit niet, immers:

1) is door Lebedew²⁾ een duidelijk merkbaar effect van stralingsdruk op gasen geconstateerd;

2) wijzen de vormen van kometenstaarten op een van de zon afgerichte kracht van den aard van den lichtdruk;

3) is er herhaaldelijk op gewezen, dat de waarnemingen³⁾ over rustende protuberance's sterk pleiten voor een vermindering der graviteit tot op $\pm \frac{1}{80}$ der volle waarde.

1) In mijn dissertatie vindt men den term „stijgkracht” gebruikt. De hier gekozen uitdrukking „stijgvermogen” komt mij beter voor, daar $\frac{\Sigma}{m}$ geen *kracht* in den eigenlijken zin is.

2) Ann. d. Phys. 32, p. 411. (1910).

3) o.a. Fényi, Mem. d. Soc. d. Spettrosc. Ital. Vol. I serie IIa (1912).

Wij zijn daarom wel geneigd te gelooven aan een zéér merkbaar effect van dezen druk bij de geweldig intense bestraling in de atmosfeer van de zon en het ligt voor de hand na te gaan of wij soms een effect van den druk kunnen vinden, samenhangend met zijn *selectief* karakter, waardoor tot een merkbaren invloed kan worden besloten.

Dit is inderdaad het geval.

Een der punten, die den zonnephysicus steeds hebben verwonderd, is het voorkomen van de toch vrij zware elementen als *Fe* en *Ca* in zoo overvloedige mate hoog in de zonsatmosfeer en in het algemeen de wonderlijke samenstelling van het chromosfeerspectrum, (die o.a. aanleiding gaf tot de hypothese der proto-elementen van Norman Lockyer¹⁾).

Indien echter stralingsdruk een merkbaar effect heeft, dan moeten men verwachten, dat juist de elementen, die het grootste stijgvormogen hebben tot de hoofdbestanddeelen zullen behooren van het chromosfeerspectrum en omgekeerd de elementen, wier lijnen in dit spectrum ontbreken een relatief kleine waarde van $\left(\frac{\Sigma}{m}\right)$ moeten hebben. Dit verband wordt door tabel V boven verwachting fraai bevestigd.

In den laatsten kolom vindt men achter sommige elementen de aanduidingen: *Y*, *E* of *f*. Deze beteekenen, dat het betrokken element voorkomt in de lijst der chromosfeerlijnen van Young (*Y*); in het flashspectrum, zooals dit waargenomen werd gedurende de eclips van 17 Mei door de Sumatra expeditie²⁾ van het U. S. Naval Observatory (*E*) en in het buiten een eclips waargenomen flashspectrum, zooals dit is geschied door Adams en Miss Burwell³⁾ (*f*). Een vraagteeken beduidt, dat de lijnen, waaruit tot het voorkomen van 't element werd besloten, alle samenvielen met lijnen van andere elementen of dat zij niet geheel overeenstemden met de waarden van Rowland. Ziet men nu tabel V in, dan is het opvallend hoe, vanaf de waarde $\left(\frac{\Sigma}{m}\right) = 0,1$, geen enkel element meer wordt waargenomen in chromosfeer- of flashspectrum; alle overige, *C*, *Si*, *Zr* en *Sc* uitgezonderd, komen in beide voor; terwijl de genoemde uitzonderingen toch, deels bij de eene, deels

1) Norman Lockyer, Chemistry of the Sun.

2) Publ. of the Naval Obs.; second series, vol IV, appendix (1905).

3) Contrib. Mt. Wilson Solar Obs. No. 95; Astrophys. J. 51 (1915).

bij de andere groep voorkomen. De beide stoffen, die men *steeds* en *overal* in de chromosfeer vindt, *H* en *Ca*, zijn, met *Fe*, ook de stoffen met het grootste stijgvormogen.

Om verschillende redenen — sterkte, aantal, hoogte boven de fotosfeer, waarop de lijnen in 't flashspectrum voorkomen — zijn wij geneigd als *hoofdbestanddeelen* der hoogere deelen van de chromosfeer te beschouwen: *H*, *He*, *Ca*, *Fe*, *Ti*, *Ni*, *Mg*, *Cr*, *Mn*, *Co* en *V*. Deze alle hebben $\left(\frac{\Sigma}{m}\right) > 1$, met uitzondering van *He*, dat niet in onze tabel is opgenomen, omdat het niet als *Fraunhofersche* lijn, maar uitsluitend als lichte lijn voorkomt en onze methode ter bepaling van $\left(\frac{\Sigma}{m}\right)$ er dus niet toepasselijk op was.

Het zou interessant zijn te onderzoeken of genoemde elementen ook volgens andere kenmerken dan $\left(\frac{\Sigma}{m}\right)$ beoordeeld, bijv. intensiteit der flashlijnen, of hoogte, waarop zij boven de fotosfeer worden aangetroffen, dezelfde volgorde vertoonen. Dit is echter voorshands nog niet goed mogelijk, waar de gevonden $\left(\frac{\Sigma}{m}\right)$ als ruwe benaderingen te beschouwen zijn, zoolang wij niet meer van het ultra-roode deel van het zonnespectrum weten en aan den anderen kant de verschillende opgaven over het flashspectrum nog allesbehalve onder elkaar overeenstemmen.

Dat wij voor *Sc* slechts $\left(\frac{\Sigma}{m}\right) = 0.3$ vinden, terwijl het toch tot de opvallende lijnen van de hoogere deelen der chromosfeer behoort, zou bijv. eraan kunnen liggen, dat *Sc* eenige sterke lijnen in het ultra-roode deel van het spectrum heeft, zoodat $\left(\frac{\Sigma}{m}\right)$ veel grooter behoorde te zijn dan wij vonden.

Het omgekeerde geval doet zich voor bij *C*, waarvoor $\left(\frac{\Sigma}{m}\right) = 7$ is, maar dat toch niet door sterke lijnen in het chromosfeerspectrum der hoogere deelen vertegenwoordigd is. Ook dit behoeft geen argument tegen het gezegde te zijn. Het zou kunnen, juist bij het weinig vluchtige element *C*, dat het slechts met geringe concentratie in het gasmengsel voorkomt en derhalve door anomale refractie alleen dichtbij den zonsrand zichtbaar wordt.

Wij durven dan ook deze conclusie aan:

De samenstelling van de chromosfeer wordt in hooge mate bepaald door selectieven stralingsdruk, ondergaan door de moleculen der zonnegassen. Elementen, waarvoor $\left(\frac{\Sigma}{m}\right) > 1$, moeten als hoofdbestanddeelen der chromosfeer beschouwd worden; die waarvoor $\left(\frac{\Sigma}{m}\right) > 0.05$ (een 18-tal) komen niet in merkbare hoeveelheden voor in de hogere deelen; de overige elementen moeten voor het meerendeel in de onmiddellijk aan de fotosfeer grenzende lagen van de chromosfeer gezocht worden.

Welke hoofdbezwaren kan men tegen deze conclusie aanvoeren?

Vooreerst zou men hier kunnen tegenwerpen, dat, bij de bepaling van $\frac{\Sigma}{m}$, de hoofdrol gespeeld wordt door moleculair gewicht en aantal lijnen. Juist met oog hierop zijn bij de berekening van $\frac{\Sigma}{m}$ op pag. 16 Na, Cu en Zn als voorbeeld uitvoerig gegeven. Inderdaad, indien hoofdzakelijk de breuk $\frac{n}{m}$ de waarde van $\frac{\Sigma}{m}$ bepaalde, zou men, $\frac{\Sigma}{m}$ voor Na op 1 stellend, voor Cu en Zn respect. 0.24 en 0.20 moeten vinden, inplaats van zooals nu 0.007 en 0.07. Zelfs indien men als derde factor de gemiddelde lijnsterkte, gedefinieerd door $\frac{n}{\Sigma k_i}$, zou willen invoeren, die voor Na 11, Cu 3, Zn 2.5 bedraagt, kan men deze verschillen niet begrijpen. De gevonden, uiteenlopende waarden van $\frac{\Sigma}{m}$ zijn wel degelijk het gevolg van het in onze berekening opnemen van de plaats in het spectrum en de daar heerschende intensiteit naast moleculair gewicht, aantal en sterkte der lijnen.

Een andere tegenwerping kan luiden, dat natuurlijk bij bijv. Fe, een element, dat nu eenmaal in groote massa's in de hogere deelen van de zon voorkomt, vele en krachtige lijnen in het spectrum zullen voorkomen, dat bij onze berekening $\frac{\Sigma}{m}$ dus wel groot gevonden moest worden, zonder dat dit nochtans een aanwijzing van merkbaren stralingsdruk behoeft te zijn. Dat m.a.w. de werkelijk voorkomende toestand op de zon wel oorzaak der berekende overeenkomst kan zijn, zonder dat de stralingsdruk hiervoor aansprakelijk mag gesteld worden.

Hierop is te antwoorden:

1^{ste} dat hierdoor het voorkomen van Fe op zoo groote hoogte onbegrijpelijk blijft.

2^{de} dat door de argumenten, genoemd op pag 14, reeds op andere gronden een effect als hetgeen wij gevonden hebben, te verwachten was.

Ten slotte kan men meenen dat, gezien het feit, dat wij eenige hypothesen moesten maken om tot onze formule (3) te komen, ook onze uitkomsten hierdoor vrij onzeker zijn geworden. Wat betreft de absolute grootte van $\left(\frac{\Sigma}{m}\right)$ geven wij dit grif toe. Maar ook al

leggen wij een afwijkende formule aan onze berekening ten grondslag: de grootte van den stralingsdruk zal ongetwijfeld blijven samenhangen met de grootheden λ , S_λ , k_λ , n en m en wel op een manier, die niet zoo heel veel af zal wijken van de door ons gebezigde formule. Men kan zich op grond van algemeene redeneeringen gemakkelijk daarvan overtuigen. Maar indien dit zoo is, dan zullen onze resultaten ook niet zoo heel veel kunnen verschillen van wat men met een andere formule zou vinden: de volgorde der elementen naar hun stijgvormogen, als ook de relatieve waarde van dit stijgvormogen, zou men vrijwel ongewijzigd terug vinden.

Een ernstiger bezwaar is door ons reeds op pag. 14 gesignaleerd: dat de groote golf lengten een overwegenden invloed bij de bepaling van Σ hebben. Hieraan is voorloopig niets te veranderen. Het moet zeker merkwaardig heeten, dat, niettegenstaande deze foutenbron, onze waarden van $\left(\frac{\Sigma}{m}\right)$ zoo goed overeenkomen met het effect, dat wij à priori meenden te mogen verwachten. Dit ligt deels hieraan, dat de absolute waarde van $\left(\frac{\Sigma}{m}\right)$ ons vrij onverschillig

laat, aangezien kleine fouten erin alleen tot gevolg zullen hebben, dat sommige elementen in tabel V elkaar anders behooren op te volgen, bijv. $Sc - Si - Zr - Al$ inplaats van zooals nu Si, Al, Zr, Sc — een wijziging, die geen invloed kan hebben op de algemeene overeenstemming. Deels misschien ook hieraan, dat in het ultra-roode deel van het spectrum de lijnen der verschillende elementen nagenoeg op dezelfde wijze verdeeld zijn als in het zichtbare spectrum, zoodat dit laatste de verhoudingen in het geheele spectrum goed representeert.

Wij meenen daarom onze conclusie te mogen handhaven tegenover de genoemde bezwaren.

Desiderata blijven voorloopig:

- a) Een theorie der verstrooiingsverschijnselen op den grondslag der quantentheorie en het atoommodel van Rutherford-Bohr.
- b) Meerdere gegevens over het ultra-roode deel van het zonnenspectrum.
- c) Een onderzoek over de beteekenis der eenheden waarin Rowland de lijnsterkte in de verschillende deelen van het spectrum heeft uitgedrukt.

Résumé.

Dans cet article nous avons tâché d'établir un rapport entre le spectre solaire et la pression de rayonnement que subissent les différents éléments des couches extrêmes du soleil.

Dans le § 1 nous avons modifié quelque peu une formule, donnée par M. Debye, pour la pression de rayonnement subie par un résonateur moléculaire, afin de l'adapter au résultat général de la théorie de M. Bohr.

Nous avons tâché de tenir compte de ces deux circonstances:

- a) toutes les molécules ne sont pas „actives” en même temps.
- b) les raies spectrales fortes contribuent plus à la pression de rayonnement que ne le font celles que sont plus faibles.

Ainsi nous arrivons à la formule (3).

Ensuite nous avons examiné dans le § 2 comment, à l'aide d'observations sur l'intensité du spectre solaire, cette formule peut servir à évaluer la force relative de la pression de rayonnement sur les différents éléments du soleil. Les formules nécessaires y sont déduites.

Dans le § 3 nous nous sommes rendus compte des données dont nous nous sommes servis. Ce paragraphe contient encore des indications sur la manière, dont nous avons calculé les tables I—IV et une discussion sur le curve de D_i .

Après avoir traité la table V, nous avons donné la conclusion dans le § 4:

La composition des parties les plus élevées de l'atmosphère solaire est, à un très grand degré, influencée par la pression de rayonnement sélective.

Nous avons fini ce § par la réfutation de quelques objections qu'on pourrait faire à notre méthode.

DE INVLOED VAN DE GASATMOSFEER OP DE WERKING VAN EEN KWIKSTRAAL ONDERBREKER,

door G. HOLST EN E. OOSTERHUIS.

Eenigen tijd geleden hebben wij een reeks proeven verricht met een inductieklos met een kwikstraalonderbreker. Deze laatste was van het bekende type, waarbij een kwikstraal uit een roterende buis tegen vaststaande metaalsegmenten spuit, zoodat de stroom afwisselend gesloten en verbroken wordt.

De onderbreking vindt in een gasatmosfeer plaats, gewoonlijk in lichtgas. Men vindt echter ook opgegeven, dat waterstof en blauw gas goed werken. Daar bij het gebruik van deze gassen bij onvoldoende voorzorg explosies kunnen optreden, probeerden wij ze door stikstof te vervangen, in de meening, dat iedere gasatmosfeer, die het kwik tegen oxydatie beschermt, even goed zou zijn voor de onderbreking. Het bleek echter, dat onder overigens gelijke omstandigheden, de vonklengthe van den inductieklos veel kleiner geworden was. De onderbreking geschiedt dus niet zoo abrupt als in lichtgas, zoodat de spanning op den condensator en daarmee de secundaire spanning een minder hooge waarde bereikt. We hebben, om eenig inzicht in dit verschijnsel te krijgen, een reeks vergelijkende proeven met verschillende neutrale gassen verricht bij gelijk onderbrekingsgetal en primaire stroomsterkte. (2.5 Amp. gemeten met een draaispoel instrument.)

De secundaire vonklengthe in de verschillende gevallen vindt men in de volgende tabel:

G A S	Vonklengthe in cM.
Lichtgas	11.5
Waterstof	11.5
33 % Waterstof, 67 % Stikstof.	10
15 % Waterstof, 85 % Stikstof.	6.5
Stikstof	2.5
85 % Argon, 15 % Stikstof	1.7
Hetzelfde en Benzol.	7.5

Waarom moeten nu deze frappante verschillen tusschen de diverse gassen worden toegeschreven?

Men zou geneigd zijn aan een verschil in doorslagspanning te denken.

De doorslagspanning van waterstof is echter belangrijk kleiner dan van stikstof¹⁾, terwijl de onderbreking in waterstof veel beter plaats vindt.²⁾

Deze veronderstelling is dus niet juist. Ook het verschil in warmtegeleidingsvermogen, waardoor bij het eene gas de ontstane boog veel sterker wordt afgekoeld dan bij het andere, kan de waargenomen verschijnselen niet verklaren. Dit blijkt uit de beide laatste in de tabel genoemde waarnemingen.

Terwijl bij het argonstikstofmengsel de vonklength slechts 1.7 cM. bedroeg, nam deze door het toevoegen van een geringe hoeveelheid benzol tot 7.5 cM. toe. De warmtegeleiding kan door deze toevoeging niet belangrijk gewijzigd zijn.

Wij achten het dan ook waarschijnlijk, dat het voor een goede bluswerking in de eerste plaats noodig is, dat de electronen zoo spoedig mogelijk uit de vonkbaan verdwijnen. Een van de belangrijke factoren hierbij is de electronenaffiniteit van het gas, waardoor de in de ontladingsruimte voorhanden electronen zich met de gasmoleculen tot negatieve ionen combineeren, met kleine bewegelijkheid³⁾ en gering ionizeerend vermogen. Nu weten wij, dat vrije electronen in argon langer blijven bestaan dan in stikstof, in stikstof langer dan in waterstof, enz., en tevens dat bepaalde verontreinigingen dezer gassen, zooals waterdamp, alcohol enz., de bewegelijkheid buitengewoon kunnen verkleinen.⁴⁾ Hieraan is ons inziens dan ook de invloed van de toevoeging van benzol toe te schrijven,

Summary.

The influence of different gases in a mercury-gas-interruptor on the sparklength of an induction-coil is studied. Large differences were observed, which may be explained by the difference in ability with which the gases form clusters or heavy ions of small mobility.

(1) Townsend; Electricity in gases p. 329.

(2) Proefnemingen over den invloed van verschillende gassen op de werking van de blusvonk, die in de draadloze telegrafie gebruikt wordt, hadden eveneens aangetoond, dat waterstof een goede vonkblussende werking uitoefent. Zie Pieck, Ann. d. Phys. 54, 197, 1917.

(4) J. Franck, Jahrb. Rad. u. Elektr. 9, 235, 1912.

(4) J. Franck, loc. cit. p. 252.



DE ZONSVERDUISTERING VAN 8 APRIL 1921.

Deze foto van de zonsverduistering op 8 April 1921 is genomen met een 9—12 toestel (Zeiss lens. Doppel Amatar. F 13,5 c.M.)

Gedurende een drie kwartier voor het begin van de verduistering is met behulp van een balhoofd de stand van het toestel zoodanig uitgemikt, dat straks het beeld van de zon ongeveer langs de diagonaal van de plaat zal loopen en het beeld dus zoo lang mogelijk op de plaat blijft zonder dat ook maar iets aan de stand behoeft te worden veranderd.

Te 9 uur 5 min. is met het opnemen begonnen; telkens om de 5 minuten is de momentsluiter afgedrukt. Belichtingstijd $\frac{1}{250}$ sec. Opening $F/50$. Te 11 uur 30 min. is de laatste foto gemaakt.

Gebruikt is een Wellington-plaat, backed, anti-screen, speed 300 H & D. Op het negatief is zoo goed als niets van een halo-verschijnsel waar te nemen.

1^e H. B. S. 5 j. c.
Haarlem.

J. J. HAAK.

REFERATEN.

DE QUADRUPOOLMOMENTEN DER ZUURSTOF- EN
DER STIKSTOFMOECULEN

(Autoreferaat),

door W. H. KEESOM.

(Kon. Akad. van Wet. Amsterdam, Nov. 1920, Meded. No. 6a, uit het Lab. voor Natuurkunde en Physische Scheikunde der Veeartsenijkundige Hoogeschool).

Men kan van de moleculaire attractie in homopolaire twee-atomige gasen rekenschap geven, door de krachtwerking die van deze moleculen uitgaat op te vatten als in eerste benadering veroorzaakt door een electrisch quadrupoolmoment. In vroegere mededeelingen werd de waarde van den tweeden viriaal-coefficient, d. i. B in de toestandsvergelijking

$$pv = RT \left(1 + \frac{B}{v} + \dots \right),$$

voor bolvormige moleculen die een electrisch quadrupoolmoment bezitten, afgeleid, en werd aangetoond dat het experimenteel gevonden bedrag van B voor waterstof daarmede over een groot temperatuurgebied overeenstemt.

Dit bood dan tevens de mogelijkheid om diameter en quadrupoolmoment der waterstofmoleculen te berekenen. Dit is nu in deze mededeeling geschied voor zuurstof en voor stikstof.

De resultaten zijn:

voor *zuurstof*:

diameter van het molecuul: $2,65 \times 10^{-8}$ c.m.

quadrupoolmoment $3,55 \times 10^{-26}$ e. st. e. $\times$ c.m.²

voor *stikstof*:

diameter van het molecuul: $2,98 \times 10^{-8}$ c.m.

quadrupoolmoment $3,86 \times 10^{-26}$ e. st. e. $\times$ c.m.²

Aangetoond wordt dan nog dat het *magnetisch* bipoolmoment der zuurstofmoleculen geen hier in aanmerking komende bijdrage voor de moleculaire attractie geeft.

OVER DE COHAESIEKRACHTEN VOLGENS VAN DER WAALS
(Autoreferaat),

door W. H. KEESOM.

(Kon. Akad. van Wet. Amsterdam, Nov. 1920. Meded. No. 6b, uit het Lab. voor Natuurkunde en Physische Scheikunde der Veeartsenijkundige Hoogeschool).

Debije¹⁾ heeft onlangs in eene belangrijke verhandeling over de cohaesiekrachten van Van der Waals er op gewezen, dat deze daardoor zouden kunnen worden verklaard dat een molecuul in het veld van een naburig molecuul een geïnduceerd bipoolmoment verkrijgt, en dan op grond van dit bipoolmoment door het induceerende molecuul aangetrokken wordt. In het bijzonder beschouwde Debije daarbij gassen, wier moleculen geen eigen bipoolmoment bezitten, en nam hij aan dat het veld dezer moleculen in eerste benadering als dat van een quadrupool kan beschouwd worden. Voor eene eerste oriënteerende berekening werd daarbij afgezien van de gemiddelde aantrekking, die de moleculen op grond van hun eigen quadrupoolmoment reeds op elkander uitoefenen in aanmerking nemende dat naburige moleculen elkander zoodanig zullen trachten te richten dat de gevallen waarin zij elkaar zullen aantrekken meer voorkomen dan die waarin zij elkaar zullen afstooten. Inderdaad zal dit geoorloofd zijn bij voldoende hooge temperatuur, daar dan deze gemiddelde aantrekking wegvalt omdat de warmtebeweging zich dan tegen het onderling richten der moleculen verzet.

Daarentegen werd door referent in vorige mededeelingen (vergel. ook het vorige referaat) aangetoond dat de moleculaire attractie in waterstof, althans voor zoover den tweeden viriaal-coëfficiënt betreft, kan worden verklaard uit de omstandigheid dat die moleculen een vast quadrupoolmoment bezitten, en werd daar van een bijdrage tot de attractie, die een gevolg zou zijn van de beweegelijkheid van de electronen in het molecuul, afgezien.

In werkelijkheid zal men, gelijk Debije zeer juist opmerkt, ter berekening van de moleculaire attractie zoowel in het oog moeten vatten de aantrekking die de beschouwde moleculen wegens hunne eigen quadrupoolmomenten op elkaar uitoefenen, als die welke in het bijzonder door Debije beschouwd is en die een gevolg is van de polariseerbaarheid der moleculen in een electrisch veld.

1) P. Debije, Phys. Z.S. 21, p. 178, 1920.

Men kan zich intusschen de vraag stellen welke van beide genoemde bijdragen tot de attractie bij de temperaturen, waarbij metingen omtrent de toestandsvergelijking gedaan zijn, den grootsten invloed op den tweeden viriaalcoëfficiënt heeft. In deze mededeeling wordt nu aangetoond, dat bij de bedoelde temperaturen voor gasen als waterstof, zuurstof, stikstof de bijdrage van de moleculaire attractie in B voornamelijk te danken is aan de eigen quadrupool-momenten der moleculen.

Tusschen beide bestaat dit belangrijke verschil, dat de „quadrupool-attractie” leidt tot attractiekrachten volgens Van der Waals (a in de toestandsvergelijking van Van der Waals), die bij hooge temperaturen evenredig aan T^{-1} zijn, terwijl de „geïnduceerde attractie” eene a zou opleveren die bij hooge temperaturen constant wordt.

Nadat uit oriënteerende beschouwingen reeds waarschijnlijk wordt gemaakt dat de quadrupool-attractie de overhand heeft, wordt overgegaan tot de afleiding van den tweeden viriaalcoëfficiënt voor bolvormige polariseerbare quadrupool-moleculen. Ondersteld wordt dat het molecuul isotroop polariseerbaar is, en het geïnduceerde bipoolmoment op elk oogenblik gelijk is aan

$$\alpha E,$$

als E de electrische kracht is.

De berekening leidt dan tot de uitkomst:

$$B = \frac{1}{2} n \cdot \frac{4}{3} \pi \sigma^3 \left(1 - 1,0667 (h v)^2 + 0,1741 (h v)^3 \dots \right. \\ \left. - 2,4 \frac{\alpha}{\sigma^3} h v [1 + 1,067 (h v)^2 \dots] \right).$$

Hierin is n = het aantal moleculen, waarop de toestandsvergelijking betrekking heeft,

σ = diameter van het molecuul,

$h = 1/kT$, waarin T = absolute temperatuur, en k de bekende constante, zoodanig dat $3/2 kT$ de gemiddelde kinetische energie van voortgaande beweging van een molecuul is,

v = — de potentieele energie van een molecuulpaar bij aanraking, wanneer daarbij de quadrupoolassen onderling loodrecht en loodrecht op de verbindingslijn der middelpunten gericht zijn, en wanneer alleen gelet wordt op de quadrupool-attractie:

$$v = \frac{3}{4} \frac{\mu_2^2}{\sigma^5}$$

als μ_2 = het quadrupoolmoment van een molecuul.

De waarde van a kan afgeleid worden uit de moleculaire refractie. Men vindt voor $\frac{a}{\sigma^3}$ de volgende waarden: voor waterstof 0,0640, voor zuurstof 0,0842, voor stikstof 0,0646.

Voor waterstof geeft dit:

$$B = \frac{1}{2} n \cdot \frac{4}{3} \pi \sigma^3 \left(1 - 1,0667 (h v)^2 + 0,17411 (h v)^3 \dots \right. \\ \left. - 0,1536 h v - 0,1638 (h v)^3 \dots \right).$$

Voor stikstof zal voor B eene slechts onbeteekenend, voor zuurstof eene iets meer afwijkende uitdrukking gevonden worden.

In deze formules voor B zijn de termen met $h v$ in de eerste rij van het tweede lid aan de quadrupool-attractie, die in de tweede rij aan de geïnduceerde attractie te danken.

Vergelijkt men die termen met elkaar, dan blijkt dat althans voor de genoemde gasen de „quadrupool-attractie”, tenzij de temperatuur zeer hoog is, belangrijk meer invloed in B heeft dan de „geïnduceerde attractie”. De door Van der Waals in de toestandsvergelijking ingevoerde cohaesiekrachten kunnen dus voor gasen als de genoemde in hoofdzaak toegeschreven worden aan de krachten die de moleculen op grond van hun quadrupoolmoment op elkaar uitoefenen.

BOEKBESPREKING.

LESSEN OVER THEORETISCHE NATUURKUNDE AAN DE RIJKS-
UNIVERSITEIT TE LEIDEN GEGEVEN DOOR Dr. H. A. LORENTZ,

IV. THERMODYNAMICA,

bewerkt door T. C. CLAY-JOLLES,

Leiden, N.V. Boekhandel en drukkerij, voorheen E. J. Brill, 1921.

De beoefenaars der natuurkunde, die het voorrecht hadden voor korteren of langeren tijd te Leiden de colleges van prof. Lorentz over theoretische natuurkunde te volgen, zullen de daarbij gemaakte aantekeningen wel steeds als groote kostbaarheden hebben bewaard. Wanneer men echter in aanmerking neemt, dat in het lange tijdperk van 1878 tot op heden, waarin Lorentz zijn onderwijs gegeven heeft, wel haast nimmer een college in den-

zelfden vorm werd herhaald, terwijl het aantal toehoorders, dat de behandeling van een bepaald onderwerp bijwoonde, uit den aard der zaak steeds vrij beperkt was, zoo is het duidelijk, dat de volle rijkdom van wetenschap, welke bij dit onderwijs werd gegeven, slechts betrekkelijk weinigen direct is ten nutte gekomen.

Reeds menigmaal werd dan ook de wensch geuit, dat de inhoud dezer colleges door den druk voor een ruimeren kring van belangstellenden zou worden toegankelijk gemaakt. Ter voldoening aan dezen wensch hebben eenige jongeren onder de oud-leerlingen van Lorentz de uitgave zijner lessen over theoretische natuurkunde ter hand genomen. In 1919 verschenen deel I, Stralings-theorie, door dr. A. D. Fokker en deel II, Theorie der quanta door dr. G. L. de Haas-Lorentz, in 1920 deel III, Aethertheorieën en aethermodellen, door dr. H. Bremekamp bewerkt, terwijl de uitgave van nog andere onderwerpen in voorbereiding is.

Het jongste, hierboven vermelde, deel (IV) behandelt de klassieke thermodynamica, dat is de warmteleer, beschouwd van een zuiver phaenomologisch standpunt, waarbij dus vragen naar het mechanisme der verschijnselen buiten bespreking blijven.

In de 160 bladzijden, die het boek bevat, geeft het eerst een strenge behandeling van de beide hoofdwetten van de thermodynamica en van de verschillende betrekkingen tusschen toestands-grootheden en calorische grootheden, die met behulp der beide hoofdwetten zijn af te leiden. De verkregen uitkomsten worden toegepast op adiabatische vormveranderingen, op een galvanisch element, op kapillaire verschijnselen, op het evenwicht van twee fasen eener enkelvoudige stof (vergelijking van Clapeyron) en op de straling (wet van Boltzmann).

Daarop volgt een bespreking van de thermodynamische functies, als de entropie, de thermodynamische potentiaal en (het uitvoerigst) de vrije energie, benevens een formuleering van de evenwichtsvoorwaarden op grond van de stellingen, die voor de entropie, de thermodynamische potentiaal en de vrije energie gelden. Het overblijvend gedeelte van het boek, omvattende nog ongeveer 100 bladzijden, is gewijd aan tal van fysische en chemische toepassingen, waarbij aan de mengsels een groote plaats is ingeruimd. Verschillende grafische voorstellingen worden besproken, waaronder ook het η -vlak van Van der Waals, door hem gebruikt bij zijn onderzoekingen over gasvormige en vloeibare mengsels.

Een werk, dat de thermodynamica in dezen omvang behandelt,

bestond tot dusverre in het Nederlandsch niet; ook door de onderzoekingen, die er in behandeld worden en waarvan een belangrijk deel op vaderlandschen bodem is gegroeid, draagt het een uitgesproken Nederlandsch karakter. Zoo treffen wij er o.a. in aan de namen van Haga, De Visser, Ornstein, J. H. Meerburg, Van der Waals, Korteweg, Van 't Hoff, Kuenen en Schreinemakers.

Al moge nu dit boek niet geschreven zijn door prof. Lorentz zelf, ja, ontstaan zijn uit dictaten, die niet immer onfeilbaar zijn, het is, dank zij de zorg door de bewerkster er aan besteed, een volkomen betrouwbare gids geworden. Degenen onder de lezers, die Lorentz kennen uit zijn geschriften of door zijn voordrachten, zullen ook in deze *Thermodynamica* den Meester terugvinden, door de oorspronkelijke wijze van behandeling, de klare uiteenzetting, maar vooral door verschillende fijne opmerkingen of wenken, die nu eens een verrassend licht doen opgaan, dan weer een laatste twijfeling wegnemen, of wel de draagwijdte van een conclusie met een enkel woord begrenzen.

Het zal wel overbodig zijn dit standaardwerk nog nader aan te bevelen aan een ieder, die hetzij op fysisch, chemisch of technisch gebied de *thermodynamica* heeft toe te passen.

M. d. H.

MEDEDEELINGEN.

OPRICHTING NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

In een goed bezochte vergadering in het Natuurkundig Laboratorium te Utrecht werd op Zaterdag 2 April een Natuurkundige Vereeniging opgericht. Het voorloopige bestuur bestaat uit: Dr. G. Holst, voorzitter; Dr. P. H. van Cittert, secretaris-penningmeester; Prof. Dr. J. M. Burgers, Prof. Dr. F. Zernike, Dr. H. G. Cannegieter.

Deze vereeniging beoogt een zuiver wetenschappelijk doel; haar werkzaamheden zullen eerst aanvangen in September van dit jaar; hoofdzakelijk zullen deze bestaan in het beleggen van vergaderingen, waar voordrachten zullen worden gehouden.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

1e JAARGANG

JUNI 1921

NUMMER 3

VAN DE REDACTIE.

In de eerste dagen van April j.l. kwam te Brussel in het Instituut Solvay weer bijeen een Raad van Natuurkunde, de eerste na de troebelen van den oorlog, en de derde, wiens besprekingen gewijd waren aan het probleem der constitutie van de materie. Prof. Lorentz zat de vergadering wederom voor.

Uit het rijke materiaal van de rapporten, die enkele deelnemers ter inleiding der gedachtewisseling hadden opgesteld als samenvattend overzicht van den stand der problemen, willen wij hier een enkel punt aanstippen.

Het rapport van Bohr behandelde de uitbreiding van de quantumtheorie der atoommodellen door het uitwerken der trekken, die, bij de beschouwing van de stationaire bewegingstoestanden, in het onbekende mechanisme der uitstraling en der beïnvloeding door uitwendige oorzaken, in zekeren zin blijken te beantwoorden aan hetgeen de klassieke elektronentheorie daarover leert. Wij waren zoo gelukkig de toezegging te krijgen van een artikel over deze door Bohr tot een beginsel verheven correspondenties uit een, meer dan onze, bevoegde pen; daarom laten wij dit thema thans rusten. ¹⁾

Ging het rapport van Bohr over de elektronen rondom de kern, Sir Ernest Rutherford behandelde de *structuur van de atoomkernen*. De grootste atoomkern is wel die van het Uranium. Deze moet een straal hebben van niet minder dan $7 \cdot 10^{-12}$ cm, omdat anders een α -deeltje, uit de kern afkomstig, in het veld van de overblijvende 90 elementaire kernladingen zoo sterk versneld zou worden, dat het met grootere energie uit het atoom te voorschijn zou moeten komen dan men waarneemt. De kleinste kern is die van

¹⁾ Vgl. Bohr, Zschr. f. Physik, 2, p. 423—469, 1920; Nature, 107, p. 104, 24 Maart 1921.

helium, indien men althans niet tot op den kleinsten bouwsteen der atomen, het proton of de waterstofkern, terug wil gaan. Een schatting van den straal van de heliumkern, die een bedrag van $\pm 3.10^{-13}$ cm levert, is gebaseerd op proeven, waarbij waterstofmoleculen zoo intens met de α -stralen van RaC gebombardeerd werden, dat bij de centrale botsingen α -deeltje en waterstofkern elkaar tot op dien afstand naderden. Het aantal en de richting waarin de waterstofkernen bij die botsingen met groote snelheid werden voortgestooten, klopte in het geheel niet met wat men af kan leiden uit de onderstelling dat het twee puntvormige ladingen zijn, die met elkander botsen. Dus moet op dien kleinen afstand het veld rond het α -deeltje (= heliumkern) aanmerkelijk anders zijn; wij zijn dan al in de onmiddellijke nabijheid van de constitueerende twee elektronen en vier protonen.

Bij die proeven van twee jaar geleden¹⁾ werden ook zuurstof en stikstof aan de vuurproef van het α -straalbombardement onderworpen. De stikstof hield het niet uit; het scheen alsof er snelle waterstofdeeltjes van de stikstofkernen werden afgeslagen. Het nieuwste is nu, dat dit onlangs bevestigd, en zelfs ook bij een aantal andere elementen gevonden werd²⁾. Indertijd was het moeilijk om de mogelijkheid uit te sluiten dat deze snelle protonen afkomstig waren van spoortjes als verontreiniging aanwezige waterstof of waterdamp. Maar nu kon met een verbeterde methode worden aangetoond, dat zij veel verder vlogen, wel 40 cm door de lucht, terwijl de dracht van de uit waterstof afkomstige deeltjes slechts 28 cm was. Dergelijke verdragende deeltjes werden ook losgeslagen uit boor, fluor, natrium, aluminium en fosfor. Ja, die uit aluminium hadden een dracht van over de 80 cm! Dit bewijst dat zij vlak na de botsing een kinetische energie moeten gehad hebben, die 28% grooter was dan die van het botsende α -deeltje. Het was opvallend, dat de elementen koolstof, zuurstof, zwavel, calcium, titanium, bij welke geen kunstmatige verbrokking mogelijk bleek, alle een atoomgewicht $4n$ hadden, dus waarschijnlijk uit niets dan uit de zeer stabiele heliumkernen bestonden, terwijl elementen met atoomgewicht $4n+2$ of $4n+3$ wel aan die verbrokking onderhevig bleken. Ook atomen zwaarder dan 31, (mangaan, koper, tin), waren tegen den schok bestand.³⁾

1) Phil. Mag. 37, p. 538—571. 1919.

2) Rutherford en Chadwick. Nature. 107, p. 41, 10 Maart 1921.

3) Rutherford onthoudt zich ervan, hier eenige beschouwing aan vast te knoopen, maar krijgt men niet den indruk hier te doen te hebben met een kunstmatige radioactiviteit? Er zijn gevallen dat de

De stabielste combinatie van de elementaire bouwstenen, elektronen en protonen, schijnt de heliumkern te zijn. Voor Rutherfords verbeelding verkeerden de heliumkernen die de zwaardere atomen opbouwen, in betrekkelijke rust, ongeveer als de atomen in een kristal, aan vaste plaatsen gebonden.

De hertog De Broglie leidde de discussie in over het *foto-elektrisch effect* (voor licht- en voor X-stralenfrequenties) en het omgekeerde daarvan. De grondgedachte, die onze voorstellingen hierover beheerscht is, gelijk bekend, van Einstein afkomstig, en de volgende: indien de bestraling ertoe leidt, dat een elektron kinetische energie verkrijgt, dan is het bedrag van deze gegeven door h maal de frequentie der straling, h de constante van Planck zijnde. En omgekeerd. — De Broglie deelde o.a. de nieuwste resultaten mede, die eerst onlangs in zijn laboratorium verkregen waren. Tot recht begrip moeten wij ons herinneren, dat volgens de huidige opvatting de elektronen binnen de atomen zich op verschillend energieniveau in een stationairen bewegingstoestand kunnen bevinden; wij noemen die niveaus K , L , M , enz.¹⁾ De daaraan beantwoordende extractie-energieën noemen wij W_K , W_L , W_M , enz., dat zijn de energieën, noodig om een elektron van zoo'n niveau uit het atoom weg te rukken. Men merkt deze niveaus aan de discontinuïteiten in het absorptiespectrum voor X-stralen: zoodra de frequentie zoo groot wordt, dat het bijbehorende quantum $h\nu$ grooter is dan W_M , W_L , enz., kunnen de X-stralen aan elektronen in bedoelde niveaus een energie geven die ze uit het atoom los maakt, en daardoor zal de absorptie ineens sterk toenemen.

Wat zal er nu gebeuren indien men op een dun en smal lemmet van koper een bundel X-stralen laat vallen, afkomstig van een rhodium-antikathode? Dit is namelijk de proef die De Broglie genomen heeft. De bestraling heeft een continu spectrum, met het spectrum van rhodium er overheen. In de eerste plaats zullen de invallende stralen eenvoudig verstrooid worden. Verder zullen de stralen met quanta grooter dan W_K , W_L , W_M bij verschillende atomen elektronen uit hun energieniveau lichten. Terwijl de getroffen atomen zich herstellen, zenden zij op hunne beurt, als

energie van het uitgestooten deeltje goeddeels uit het atoom zelf afkomstig moet zijn, omdat ze te groot is om ontleend te kunnen zijn aan het α -deeltje. Het is alsof door de dichte nadering van dit laatste een der bindingselektronen die de positieve deeltjes in de kern bij elkaar houden, van zijn plaats getrokken wordt, waarop een explosie volgt. Bij de atomen zwaarder dan 31 is de kernlading grooter en misschien voldoende om het binnendringende α -deeltje op nog veiligen afstand te keerden. (Opm. F.)

1) Eenvoudigheidshalve laten wij in het midden dat er meer dan één L -, M -niveau is.

fluorescentie, elk een K -, resp. L - of M -straal uit van het X-stralen-spectrum van koper. Maar behalve de verstrooide, en behalve deze fluoresceerende secundaire X-stralen stroomen er uit het koperlemmet ook nog bundels van secundaire β -stralen: electronen die door een quantum $h\nu$, van de X-stralen afkomstig, uit het koper zijn vrijgemaakt. Door middel van een magnetisch veld ontwierp De Broglie op de manier van Rutherford, Robinson en Rawlinson van deze bundels een spectrum, waarin zij naar de snelheid gesorteerd staan. In dit spectrum nu teekenden zich, op een continuen achtergrond (van de bundels die door de continue invallende X-straling opgewekt waren), tweeërlei discrete bundels af: nl. zulke, die hun energie ontleend hadden aan de karakteristieke stralen van het rhodium, en zulke, welker energie beantwoordde aan de opgewekte secundaire X-straling van het koperlemmet. (Het zijn de K -stralingen waarmee men hier voornamelijk te maken heeft). Het is opvallend, en geheel tegen de verwachting, dat deze laatste bundels zooveel sterker zijn dan die welke rechtstreeks door het invallende rhodium-spectrum worden opgewekt.¹⁾

Het fraaie, en voor onze voorstelling van de atoomprocessen zoo bevredigende resultaat dat De Broglie uit zijn laatste proeven kreeg, is nu, dat hij bundels secundaire β -stralen vond, klaarblijkelijk opgewekt door de K_α - en de K_β -stralen van het koper, met energieën gelijk aan het quantum zooals het bij een dier stralen hoort, verminderd met de energie W_L of W_M . (Dit zijn drie bundels, en niet vier, omdat het verschil van de quanta van K_β en K_α gelijk is aan $W_L - W_M$). Deze bundels bestaan dus uit elektronen, die, op het L - of op het M -niveau verkeerende, gegrepen werden door een K_α - of een K_β -straal uit het koper. Bovendien vond hij vier bundels met energieën die het verschil waren van de quanta van de K_α - en K_β -stralen van het rhodium eenerzijds, en de extractie-energieën W_L en W_M van het koperatoom anderzijds. Dit waren dus elektronen die in het koper uit de L - en M -niveaus geworpen werden door de invallende rhodiumstralen.

¹⁾ Inderdaad zeer opvallend. Immers heeft een koperatoom zeer veel meer periphere elektronen dan elektronen in het K -niveau; en dus zou men verwachten dat door de stralen van het rhodium veel minder K -elektronen aangegrepen zouden worden dan losser gebundene. En pas nadat een K -elektron aangegrepen is, is er kans op een K -straal van het koper. Toch is het effect van deze koperstraling in zake de secundaire β -stralen veel grooter dan dat van de primaire rhodiumstraling. — Twee gevolgtrekkingen zijn misschien niet te gewaagd: ten eerste dat de invallende straling zulke elektronen het sterkst aangrijpt, die, bij het omgekeerde proces, een straling uit zouden zenden welke in frequentie zoo min mogelijk verschilt van de invallende (een trek die ook eigen is aan de klassieke voorstelling); en ten tweede, dat een X-straal, door een koperatoom uitgezonden terwijl het bezig is zijn innerlijken status quo ante te herstellen bijzonder veel vat heeft op de periphere elektronen van juist dit atoom zelf. (Opm. F.)

Ons bestek noopt ons hier te eindigen, zonder nog iets aan te halen uit de rapporten der nederlanders, van prof. Lorentz, Kamerlingh Onnes, en W. J. de Haas. Het is niet uit gemis aan deferentie, maar uit plaatsgebrek.

Tot slot willen wij vermelden, dat aan het eind der conferentie Rutherford opstond om namens de vergaderden een warm woord van hulde te richten tot Prof. Lorentz, zonder wiens leiding hij een welslagen van de bijeenkomst onmogelijk achtte.

OVER DE KLEUR DER STERREN,

door E. HERTZSPRUNG.

Rede uitgesproken bij zijn ambtsaanvaarding als buitengewoon hoogleeraar aan de Rijks-Universiteit te Leiden, op 7 Mei 1921.

De drang tot splitsing in steeds meer speciale takken, die zich in de laatste decennien binnen vrijwel alle vakken van de exacte wetenschappen heeft geldend gemaakt, heeft nu ook de eerwaardige astronomie aangetast. De reden, waarom dit zoo laat is gebeurd, is vermoedelijk te zoeken in de omstandigheid, dat de astronomie zuiver wetenschap is zonder noemenswaardige practische beteekenis. Weliswaar, de astronoom levert de almanak en vertelt den zeeman, hoe de hemellichamen voor zijn navigatie te gebruiken, maar dit is niet te vergelijken met wat de scheikundige of de natuurkundige voor de vooruitgang van de maatschappij heeft gedaan. De tegenwoordige splitsing van de astronomie in de ondervakken is een gevolg van de moderne ontwikkeling van deze wetenschap. Een eeuw geleden hield de astronoom zich haast uitsluitend bezig met de bewegingen binnen ons zonnestelsel. Het drielichaams-probleem was daar alles overheerschend. De vaste sterren werden als niet veel meer beschouwd dan als geschikte vaste punten bij de waarnemingen der planeten. Dat is nu anders geworden. Het bleek alras, juist door het genoemde gebruik van de vaste sterren als punten van aanknooping, dat ook deze hemellichamen geenszins als vaste te beschouwen waren. Door deze ontdekking openden zich nieuwe vooruitzichten om in de wereld van de zoogenaamde vaste sterren binnen te dringen en zodoende onze horizon geweldig te verruimen. De tweede groote stap, die ons op nieuwe paden leidde, werd met de ontdekking van veranderlijke sterren gedaan. De vaste sterren staan niet alleen niet stil, maar ook ver-

andert een groot aantal van hen merkbaar van lichtsterkte. Ik zeg uitdrukkelijk merkbaar, omdat wij moeten veronderstellen dat tenslotte alle sterren veranderlijk zijn. Van zulke merkbaar veranderlijke sterren kende men 70 jaren geleden ongeveer 20, nu eenige duizenden. Wij kunnen deze veranderlijke sterren wel naar het karakter van hun lichtvariatie in klassen verdeelen, zoodat de tot dezelfde klasse behorende sterren zich in hoofdzaak op gelijke wijze gedragen. Maar slechts wat een van die klassen betreft mogen wij heden beweren, dat wij de oorzaak van de veranderlijkheid kennen. Ik bedoel de naar hun heldersten representant genoemde Algolsterren, die uit twee dicht bij elkaar staande zonnen zijn samengesteld en elkaar onderling tijdelijk verduisteren, indien zij voor onze oogen gedurende de omwenteling achter elkaar komen te staan. Van de duizenden bekende veranderlijke sterren zijn echter slechts ongeveer 200 van dit type. Al de overigen blijven vooralsnog raadselen voor ons. Het bestudeeren van deze veranderlijke sterren heeft de nauwkeurigheid, waarmee de lichtsterkte der sterren wordt gemeten, zeer vooruitgebracht. Deze photometrie, visueel en fotografisch, is ook voor stellaar-statistische doeleinden een onzer voornaamste hulpmiddelen geworden.

Er is nog meer. Misschien van de grootste beteekenis voor het bestudeeren van de physiek der sterren is de betrekkelijk moderne uitvinding der spectraalanalyse. Het karakter van het spectrum hangt samen met de constitutie der ster en de verplaatsing der spectraallijnen van de ster vergeleken met het spectrum van een aardschen lichtbron, is een maat voor de snelheid, waarmee de ster zich in de gezichtslijn beweegt.

Photometrie, fotografie en spectraalanalyse — hoe ver staan deze takken niet van het drielichaamsprobleem af? Hier is voldoende reden, om een nieuw ondervak van de astronomie te maken: de astrophysica.

Na deze poging, het bestaan van mijn vak te rechtvaardigen, moet op den anderen kant niet worden vergeten, dat tenslotte alle exacte wetenschappen te zamen een geheel vormen, waarvan de astrophysica, de electriciteitsleer enz. slechts speciale takken zijn. Zoo beschouwd beoefenen alle natuurkundigen dezelfde wetenschap.

De astrophysica houdt zich, kort gezegd, bezig met andere eigenschappen der hemellichamen dan hun positie en hun beweging. Van zulke andere eigenschappen maken helderheid en kleur het eerst indruk op ons. Ik zal nu trachten, het een en ander te ver-

tellen over het *verband* tusschen deze twee: helderheid en kleur der sterren.

Bij aanschouwing van den sterrenhemel valt het onmiddellijk op, dat de vaste sterren niet alle dezelfde kleur hebben. B.v. is van de tweelingssterren Castor en Pollux, Castor wit en Pollux geel. Daar nu de sterren net als onze zon als gloeiende lichamen te beschouwen zijn, zoo is de eerste gedachte, dat de verschillende kleuren aan een verschillende gloeitoestand toe te schrijven zijn. Men krijgt de voorstelling, dat de witte sterren de warmsten en de gele de kouderen zijn. Nu weten wij in het algemeen dat, naarmate een gloeiend lichaam warmer wordt, het ook des te witter wordt en tevens des te helderder. Men zou dus kunnen verwachten, dat de gele sterren des hemels ook werkelijk, op denzelfden afstand van ons gebracht, donkerder dan de witten zijn of m. a. w. dat de gele sterren bij gelijke schijnbare helderheid ons nader staan dan de witten.

Als men wil nagaan, in hoe ver dit ook inderdaad het geval is, moet men kennis van de afstanden der sterren hebben. Die kennis kunnen wij op verschillende wijze verkrijgen: of door directe metingen der parallaxen van afzonderlijke sterren of collectief voor uitgekozen groepen van sterren. Deze collectieve afstands-bepaling berust daarop, dat ook onze zon evenals de overige vaste sterren een particuliere beweging tot het gros der sterren toont. De grootte van deze beweging is afgeleid uit ongeveer 2000 radieele snelheden van sterren over den geheelen hemel verspreid. Het resultaat is, dat de zon zich in de richting van het sterrebeeld de Lier met eene snelheid van 20 Kilometer per seconde beweegt. Als nu de plaats van een heldere ster decennien lang herhaaldelijk is bepaald, zullen wij gewoonlijk opmerken dat de ster van plaats verandert. Deze verandering of zijdelingsche eigenbeweging, die wij in hoekmaat op den hemelbol waarnemen, kan dus beschouwd worden als de resultante van twee componenten, namelijk ten eerste de werkelijke eigenbeweging der ster en ten tweede de weerspiegeling van de eigenbeweging van onze zon. De bewegingen zijn daarbij relatief tot het gros der sterren genomen.

Men is nu in staat, voor een gekozen groep van sterren, b.v. sterren van een bepaalde kleur, de gemiddelde weerspiegeling van de zonsbeweging te vinden, doordat de werkelijke eigenbewegingen der sterren eenvoudig als ordeloze afwijkingen worden beschouwd. Men heeft dus en de snelheid van de zon in Km/sec. bepaald en

men is te weten gekomen, hoe deze snelheid zich in hoekmaat in de eigenbewegingen der sterren weerspiegelt. Het is duidelijk, dat men door combinatie van deze twee dingen iets te weten kan krijgen over de gemiddelde parallax van de sterren der beschouwde groep. Deze methode der groepsgewijze afstandsbeplating van sterren is van veel belang, omdat de parallax voor slechts weinige afzonderlijke sterren aanmerkelijk grooter is dan de onzekerheid die met de meting ervan is verbonden. Bij deze gelegenheid is nog op te merken, dat wij enkele groepen kennen, wier leden alle dezelfde beweging in de ruimte toonen — zooals de Hyadengroep en de meerderheid van de helderste sterren van den Grooten Beer. Tot deze laatste groep behooren nog enkele buiten het genoemde sterrebeeld staande sterren, waaronder Sirius, de helderste ster van van den hemel. Voor deze twee groepen kent men niet alleen de radieele snelheden en de zijdelingsche eigenbewegingen in hoekmaat, maar ook, en dat maakt het mogelijk de afstanden tot deze sterren te bepalen, de mate, waarin zich de schijnbare grootte van de groep in den loop van den tijd verandert. Deze verandering gaat heel langzaam in zijn werk. Wij astronomen hebben geleerd, eenerzijds geduld te hebben en anderzijds onze meetmethoden te verscherpen, opdat wij zoo gauw mogelijk antwoord krijgen op die vragen, die voor hunne oplossing tijd vergen. Zoodoende is het mogelijk geweest te meten, dat de groep der Hyaden zich schijnbaar samentrekt, en wel in hoekmaat gemeten een millioenste deel jaarlijks. Uit dit resultaat en de radieele snelheid van de groep, die zich 38 km/sec. van ons af beweegt, vindt men dan, dat de Hyaden een parallax van een veertigste hoeksekunde hebben. Dat is te zeggen, dat het licht omtrent een eeuw gebruikt om van de Hyaden naar ons te komen. Dit is tot nu toe de grootste afstand tot afzonderlijke sterren, die men heeft kunnen bepalen.

Na dit korte overzicht over de voornaamste middelen, die ons voor de meting van de afstanden der sterren ter beschikking staan zal ik tot het uitgangspunt terugkeeren. Wij veronderstellen, dat voor eenige honderden of laat ons zeggen duizend van de helderste aan den hemel zichtbare sterren zoowel de kleur als de eigenbeweging bekend is. Wij gaan dan deze sterren naar hun kleur rangschikken, beginnend met de witste of warmste enz. met dalende effectieve temperatuur, totdat de roodste bekende onder deze sterren zijn bereikt. Reeds als men deze temperatuurlijst der sterren nader beschouwt valt een onverwacht verschijnsel in het oog.

Deze naar hun schijnbare helderheid uitgekozen sterren verdeelen zich namelijk naar hun kleur hoofdzakelijk in twee groepen: witte en gele sterren. Sterren van middelbare kleur zooals onze zon zijn onder de hier beschouwde sterren relatief zeldzaam. Wij zijn dus reeds eenigszins voorbereid op verdere verrassingen, inzonderheid wat betreft de verwachte samenhang tusschen kleur en helderheid der op dezelfde afstand gebrachte sterren. Deze verrassingen blijven niet uit. Indien men namelijk de sterren in kwestie naar hun kleur in groepen verdeelt en voor iedere groep de gemiddelde parallax uit de eigenbewegingen zooals beschreven bepaalt, dan blijkt wel, dat, van de witte sterren uitgaande, in den beginne alles naar verwachting gaat, daar de sterren donkerder worden, naarmate ze geler worden, indien men ze alle op denzelfden afstand gebracht denkt. Maar zoodra men onder de sterren komt, die een lagere effectieve temperatuur vertoonen dan ongeveer die van onzen zon, dan keert de verhouding om. De sterren van onze keuze, op den zelfden afstand van ons gebracht, blijken van hier af weer helderder te zijn bij verder toenemende roodheid of afnemende effectieve temperatuur. Wat is nu hiervan de nadere beteekenis? Eene aanduiding ligt al in het genoemde verschijnsel der relatieve frequenties van de kleuren. Wij vinden namelijk aan den hemel de genoemde groote hoeveelheid van schijnbaar heldere gele sterren, waar wij slechts enkele zouden verwachten, oordeelend alleen naar de getallen van nog wittere sterren. Deze heldere gele sterren zijn een nieuw element, dat niet in onze beschouwingen past.

Bij de verdere beoordeeling van dit verschijnsel moet worden herinnerd, dat de hier beschouwde sterren, zooals uitdrukkelijk gezegd, naar hunne schijnbare helderheid aan den hemel zijn uitgezocht. In de plaats hiervan kunnen wij vragen, hoe de sterren zich gedragen, die binnen een bepaald gedeelte van de ruimte worden gevonden. Indien nu alle sterren absoluut gelijk helder waren, dan zou het geen verschil maken, of wij de keuze op de eene of andere wijze deden. Maar dat is niet het geval. De sterren verschillen zeer in hunne absolute helderheid. Als wij — onafhankelijk van elkaar — willekeurig twee sterren uit de ruimte grijpen, dan zal in ongeveer de helft van de gevallen de eene ster meer dan 10 keer helderder zijn dan de andere. De sterren, die wij aan den hemel aanschouwen, zijn om die reden niet alleen schijnbaar, maar doorgaans ook absoluut helder. Het is daarom van belang, ook de tweede keuze te doen om te zien, welke de relatie tusschen

kleur en absolute helderheid is, als men om zoo te zeggen met beide handen een hoop sterren uit de ruimte grijpt. Om daar achter te komen heeft men meer of minder ingewikkelde methoden toegepast. De eenvoudigste ervan komt daarop neer, dat men de sterren beschouwt, die in de nabijheid van de zon staan. Met nabijheid bedoel ik hier afstanden beneden 10 lichtjaren. Weliswaar weten wij niet, in hoe ver onze kennis van deze sterren, inzonderheid van de zwakkeren eronder, volledig is. Maar wij hebben het groote voordeel dat de parallax of de afstand van de afzonderlijke sterren met vrij groote nauwkeurigheid kan worden gemeten, en dus met behulp van hun schijnbare helderheid ook hun absolute helderheid kan worden berekend. Indien men nu de 30 meest nabijstaande bekende sterren naar hun absolute helderheid rangschikt, en hun kleuren ernaast zet, dan vindt men onder deze sterren geen enkele van de zoo juist genoemde onverwachte heldere gele sterren. Bijna alle 30 sterren toonen de verwachte afhankelijkheid tusschen absolute helderheid en kleur. Hoe donkerder de ster is, des te lager wordt haar effectieve temperatuur. De heldere gele sterren zijn betrekkelijk dun gezaaid in de ruimte. Dit geldt overigens ook voor de heldere witte sterren, want onder de 30 genoemde nabije sterren zijn slechts 3 of 4 die witter of helderder zijn dan onze zon, te weten: Sirius, Altaïr, Procyon, en de hoofdstel van α Centauri, die practisch gelijk aan onze zon is. Onder deze nabije sterren is dus onze zon betrekkelijk helder, terwijl onder de sterren, die wij met ongewapend oog aan den hemel zien, ongeveer de helft meer dan honderd keer helderder is dan de zon. Het verschil van keuze der sterren is dus van grooten invloed op het beeld, dat wij van de afhankelijkheid tusschen kleur en absolute helderheid krijgen. Dit verschil gaat zoo ver, dat wij in het geval van de nabije sterren in de plaats van de buitensporige heldere gele sterren een andere uitzondering vinden, die wellicht nog onverwachter moet worden genoemd.

Het blijkt namelijk, dat er onder de lichtzwakke sterren enkele worden gevonden, die niet geel, maar wit zijn, zooals de begeleider van σ_2 Eridani en een andere onlangs door van Maanen gevonden zwakke ster. Dat een gele ster helder is kunnen wij ons voorstellen, wanneer slechts de oppervlakte groot kan worden aangenomen, wat bij gewone massa van de ster met kleine dichtheid overeenkomt. De helderste gele sterren des hemels behoorden naar deze voorstelling een schijnbare middellijn van ongeveer een twin-

tigste boogseconde te hebben. Dat is juist, wat Michelson met de 100 inch spiegel van Mount Wilson dezer dagen op schitterende wijze voor de heldere gele ster Betelgeuze heeft gevonden. Maar hoe kan een ster die slechts een honderste of duizendste zooveel licht geeft als onze zon, licht van hooge effectieve temperatuur uitstralen? Dat dit in het geval van den begeleider van α_2 Eridani niet door een zeer kleine massa der ster te verklaren is, valt daaruit af te leiden, dat genoemde begeleider zelf een nauwe dubbelster is, die zoo sterke baanbeweging vertoont, dat men in verband met de goed meetbare parallax een massa voor de twee sterren samen vindt gelijk aan die van onze zon. Uit andere waarnemingen blijkt, dat de massa van de twee componenten niet zeer verschillen. Deze laatste opmerking is noodig, omdat wij slechts weten, dat de kleur van de helderste der twee componenten wit is. De kleur van den zwaksten component is nog onbekend. Ik heb om verschillende redenen zoo lang bij deze merkwaardige zwakke witte sterren stilgestaan. Ten eerste, omdat zij niet, zooals de heldere gele sterren, voor zich zelf reclame maken — daarvoor verspreiden zij te weinig licht — en ten tweede, omdat zij zeer waarschijnlijk in tegenstelling tot de heldere gele sterren de meest frequente uitzonderingen van de zich gewoon gedragende sterren zijn. Wij weten met deze zwakke witte sterren geen raad en zij verdienen daarom onze heel bijzondere aandacht. Maar als U vraagt of wij met de andere sterren wel raad weten dan moeten wij toegeven, dat wij ons ook wat deze betreft heel bescheiden moeten uitlaten. Het best staat het met de beantwoording van de vraag, hoe men zich voorstellen moet, dat een ster inwendig is opgebouwd. Hier is onze voorstelling door Eddington baanbrekend vooruitgebracht.

Het is bekend, dat het licht, zoodra het een absorbeerend lichaam treft daarop een druk uitoefent. Twee deeltjes, die beide licht uitzenden en beide licht absorbeeren, stooten dus elkaar af. Die afstooting werkt de onderlinge aantrekking door de gravitatie tegen. Eddington past deze voorstelling toe op de atomen, waaruit een gloeiende ster is opgebouwd en verklaart daardoor een van de meest opvallende eigenschappen, die wij bij de sterren vinden, namelijk hun betrekkelijke gelijkheid in massa. De kleinste bekende massa is ongeveer $\frac{1}{6}$ van onze zon en de grootste ongeveer 16 zonnemassa's, terwijl de absolute helderheden in de ons bekende extremen millioenvoudig verschillen. Het merkwaardigste is, dat er

geen sterren bekend zijn met een massa boven een zekere grens. Eddington vindt, dat de stralingsdruk in sterren met zoo groote massa van kritieke sterkte zou worden vergeleken met de gravitatie, die de ster bijeenhoudt. Als de druk van de straling nog door een kleine invloed wordt geholpen, b.v. door de rotatie, dan zal zulk een ster uiteen vallen. Bij kleinere massa's is dit niet zoo. De stralingsdruk binnen in een ster gaat over van onbelangrijk tot belangrijk te zijn juist naarmate de massa toeneemt van de kleine tot de groote bekende massa's van sterren.

Die overeenstemming is een triumph voor Eddington's gedachte, die op deze wijze haar vruchtbaarheid heeft getoond. Daardoor zijn wij tot een plausibele voorstelling gekomen, hoe verschillende sterren, zooals wij ze waarnemen, zijn opgebouwd. Hiermee is echter nog niets gezegd over den levensloop van een ster. Op de vraag hiernaar kunnen wij nog geen bevredigend antwoord geven — geen antwoord dat vruchtbaar is gebleken. De oude voorstelling was, dat de sterren uit nevels ontstaan en dat zij van den beginne af een hooge temperatuur hebben, om daarna langzamerhand af te koelen. Daartegenover stelde Lockyer zijne hypothese, dat een ster uit een groote hoeveelheid meteoren ontstaat, koel begint, warmer wordt en dan weer afkoelt. Het ligt voor de hand om te trachten, deze voorstelling van een opstijgend en een dalend temperatuurstadium in het leven van een ster, op de heldere gele sterren daardoor toe te passen, dat men deze sterren beschouwt als zijnde in het stadium van stijgende temperatuur. Voor deze toepassing van Lockyer's hypothese heeft H. N. Russell gepleit en wel hoofdzakelijk, omdat uit waarnemingen van verduisteringsvariabelen of Algol-sterren met zekerheid is gebleken, dat er gele sterren van heel kleine dichtheid bestaan — ongeveer een duizendste van de dichtheid van onze zon — en het redelijk lijkt, aan te nemen, dat de dichtheid van een ster in den loop van zijn leven geleidelijk verandert. Indien echter Lockyer's voorstelling op de heldere gele sterren toegepast kan worden, dan moeten er ook absoluut heldere sterren zijn, die in kleur tusschen de gele en de witte sterren liggen. Maar van zulke intermediaire sterren zijn er opvallend weinig gevonden. Het is wel in dit opzicht treffend, dat vaak als voorbeeld van zulk een absoluut heldere ster met kleur tusschen wit en geel de vrijwel unique ster Canopus — de op een na helderste ster van den hemel — wordt genoemd. Hoewel dan nog de mogelijkheid bestaat, dat de

ontwikkeling van een ster van geel tot wit bij de stijgende temperatuur betrekkelijk heel gauw wordt doorlopen en wij daarom zoo weinig sterren in dit tusschen-stadium vinden, zoo heeft het toch vooreerst den schijn, dat de heldere gele sterren een groep op zich zelf vormen, zooals het ons in de Hyaden op opvallende wijze voor oogen wordt gevoerd, waar 4 practisch gelijke heldere gele sterren geheel buiten de reeks der overigen vallen. Of deze heldere gele sterren al dan niet hun eigen ontwikkelingsgeschiedenis hebben, is nog onbekend. Naar de genoemde toepassing van Lockyer's voorstelling is niet alleen het verband tusschen de heldere gele en de dichtere heldere witte sterren meer gewenscht dan aangetoond, maar ook blijft de vraag naar de voorgeschiedenis der heldere gele sterren nog bestaan. Naar aanleiding van deze vraag, zou het meest voor de hand liggend zijn, een verband met de veranderlijke sterren van het Mira-type te zoeken. Deze sterren vertoonen ons zeer sterke periodieke lichtvariaties. De grootste helderheid is soms duizendmaal grooter dan de kleinste. Wij behoeven ons dus alleen voor te stellen, dat de periodieke variabiliteit in een blijvende verandering overgaat om in deze sterren de transformatie tusschen twee zeer verschillende helderheidstoestanden te zien. Ik noem deze zeer gewaagde denkbelden vooral om aan te toonen, hoe zeer wij nog in het donker tasten.

Bij dit alles kunnen wij ons echter een ding niet ontveinzen, namelijk, dat de energie, die door contractie van een ster vrij wordt, lang niet voldoende is, om de lichtstraling aan den gang te houden gedurende de tijden, die wij voor den levensduur van een ster moeten aannemen. Er moeten andere energiebronnen zijn, die meer leveren. Er bestaat reden, om aan te nemen, dat deze bron te zoeken is in chemische reacties tusschen de bouwsteen der atomen. Maar van deze reacties weten wij nog zeer weinig. Het is nog niet mogelijk aan te geven, hoe de waarschijnlijke levensloop van een ster zal zijn. Wij durven niet eens zeggen in welke richting een gegeven ster zich zal ontwikkelen. Wij weten niet, of een ster in de loop van zijn leven van massa verandert en daardoor een andere gloeitoestand krijgt, b.v. in massa toeneemt door aantrekking van deeltjes uit een kosmische wolk, die de ster op zijn weg door de ruimte ontmoet. Om verder te staven, hoe weinig wij van den levensloop eener ster weten, is het wel geschikt, de volgende gegevens naast elkaar te zetten: ten eerste de lange levensduur van een ster, ten tweede het vermoedelijke

totale getal van sterren in ons melkwegstelsel en ten derde het jaarlijksche getal van zoogenaamde nieuwe sterren, die tijdelijk opflikkeren, zooals de nieuwe ster in Perseus van 1901 en die in de Adelaar van 1918, om de helderste voorbeelden van onzen tijd te noemen. Het getal van sterren in ons melkwegstelsel kan op ongeveer duizend millioen worden geschat en de levensduur van een ster als stralend lichaam op ongeveer evenveel jaren. Indien er dus doorgaans jaarlijks een nieuwe ster verschijnt dan zal het na deze weliswaar zeer onzekere berekening eerder regel dan uitzondering zijn, dat een ster eens in zijn leven aan de beurt komt om als nieuwe ster te verschijnen, welk verschijnsel met een groote omwenteling in de ster gepaard gaat. Dit vooruitzicht is voor onze eigen zon weinig aangenaam, maar wij behoeven ons bij ons kortstondig leven daarover niet ongerust te maken. Bovendien heeft onze onmacht ook hare goede zijde. De astronomie is misschien de eenige wetenschap, waar de menschen niet met de voorwerpen van hun onderzoek kunnen experimenteeren. Op de aarde zijn wij in staat, de wonderen der natuur te vernielen, zooals b.v. reeds met verscheidene diersoorten is gebeurd. De sterren moeten wij gelukkig intact laten. Zij zullen voor ons het onbereikbare blijven.

OVER DE ELECTRISCHE GELEIDING IN GASSEN

door G. HOLST en E. OOSTERHUIS.

Samenvatting van de voordrachten, door hen gehouden op het Natuur- en Geneeskundig Congres te Utrecht, 2 April 1921.

Bij een reeks van proefnemingen over de electriche geleiding in edelgassen, hebben wij eenige verschijnselen opgemerkt, waarover wij hier in het kort iets willen mededeelen. De experimenten vervallen in twee groepen: *in de eerste plaats* metingen aan ontladingsbuizen met een gloeiende kathode, en *ten tweede* proeven met buizen met onverwarmde electroden, waartusschen een zelfstandige ontlading optreedt.

A. Proefnemingen met ontladingsbuizen met gloeiende kathode.

1. De gassen, waarmede wij onze proefnemingen hebben verricht, waren argon en neon. Het argon was geheel zuiver, het

neon bevatte enkele procenten helium; verdere onzuiverheden waren niet voorhanden.

Bij deze metingen hadden wij ons vooreerst ten doel gesteld, het *resonantieverschijnsel* nader te bestudeeren. Wij gebruikten daarvoor een ontladingsbuis met een gloeikathode van wolfram. De anode was eveneens een wolframdraad. Deze laatste was axiaal uitgespannen in een nikkelen cilindertje, dat de beide draden omgaf en dat met de kathode verbonden kon worden. De diameter van het cilindertje was ongeveer 1 cm; de spanningsafval in den gloeidraad bedroeg 1 Volt. De gasdruk bij deze experimenten was vrij hoog, 0.5–10 cm.

2. Voor argon is het resultaat van een onzer metingen in fig. 1 grafisch voorgesteld. Als abscis is het potentiaalverschil tusschen anode en de negatieve kant van den gloeidraad uitgezet, als ordinaat de anodestroom (gemeten met een galvanometer, waarvoor één schaaldeel ongeveer 5×10^{-10} Amp. is).

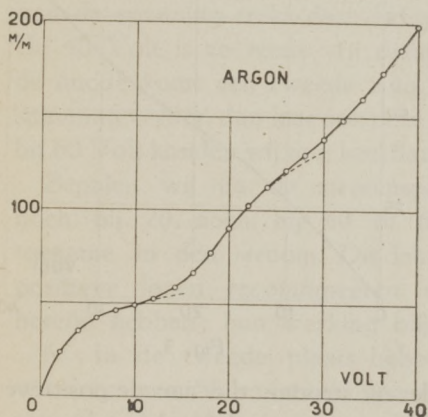


Fig. 1.

Wij zien, dat telkens, wanneer de spanning een veelvoud van 12 Volt overschrijdt, de stroom plotseling begint aan te groeien en wij weten uit de onderzoeken van Franck en Hertz¹⁾, Davis en Goucher²⁾, en anderen, dat wij deze toename moeten toeschrijven aan het optreden van resonantie. Een electron, dat, na 12 Volt doorlopen te hebben, tegen een argonatoom botst, kan een der electronen

uit de stationaire baan in het atoom op de volgende, meer naar buiten gelegen, baan werpen. Het electron keert na eenigen tijd naar de stabiele baan terug en zendt daarbij licht van één enkele ver ultraviolette frequentie uit. Valt dit op de kathode of den daarmee verbonden nikkelcylinder, dan zal het langs fotoelectrischen weg nieuwe electronen uit deze kunnen vrij maken, voornamelijk uit den met den gloeidraad verbonden cylinder; deze electronen veroorzaken de stroomtoename. Dezen fotoelectrischen stroom

¹⁾ J. Franck en G. Hertz. Verh. D. Phys Ges. (15), 34, 1913.

²⁾ B. Davis en F. S. Goucher Phys. Rev. (10), 101, 1917.

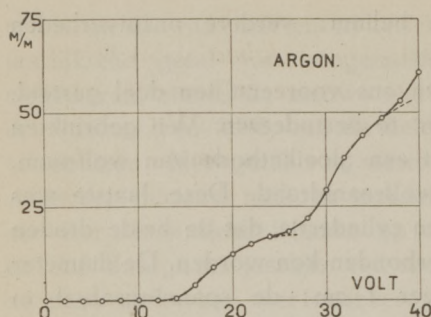


Fig. 2.

hebben wij ook afzonderlijk gemeten met een eenigszins anders gebouwde ontladingsbuis.

Het resultaat dezer metingen is in fig. 2 voorgesteld.

Wij willen nog de aandacht er op vestigen, dat in de kromme bij 17 Volt, de ionisatiespanning van argon, niets bijzonders te zien is. Alle electronen hebben dus bij een „resonantiestoot”

hun energie verloren vóór zij 17 Volt doorloopen konden.

3. Herhalen wij nu onder overeenkomstige omstandigheden deze proeven met *neon*, dan treden andere verschijnselen op. Bij de resonantiespanning, die volgens Franck en Hertz 17 Volt bedraagt, is er vrijwel niets waar te nemen; bij 20 Volt treedt daarentegen een geringe toename in den stroom op (fig. 3), die, zooals aanstonds blijken zal, aan ionisatie van het neon toe te schrijven is. De daarbij gevormde positieve ionen zullen zich hoofdzakelijk naar den met den gloeidraad verbonden cylinder bewegen; wij hebben dezen stroom, die aan de positieve ionen te danken is, ook apart gemeten, bij een eenigszins andere opstelling, zie fig. 4.

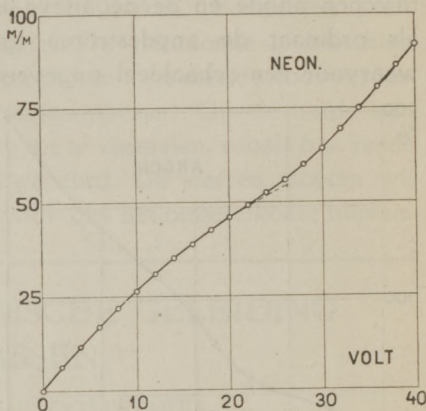


Fig. 3.

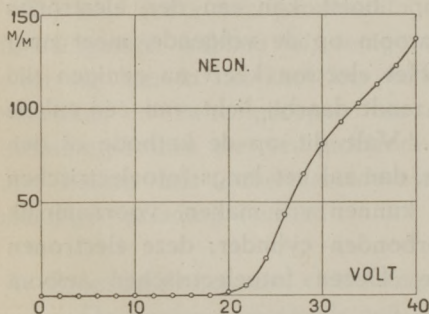


Fig. 4.

In argon schijnt dus de resonantie veel gemakkelijker op te treden dan in neon. Waaraan dit toegeschreven moet worden, is ons niet bekend.

4. Wanneer in een gas ionisatie optreedt, zal bij een weder-vereiniging van het positieve ion met een electron, niet één enkele lijn, zooals bij de reson-

nantie, doch een spectrum dat meerdere lijnen bevat, worden uitgezonden. Van deze kan een deel in het *zichtbare spectrum* vallen.

Bij neon is dit inderdaad het geval; zoodra er ionisatie optreedt, neemt men onder geschikt gekozen omstandigheden het rood oranje neon licht waar. Daardoor wordt het mogelijk om met het oog de verschijnselen, die bij de ionisatie in neon optreden, te bestudeeren.

Bij de verdere proefnemingen hierover bezigden wij een eenvoudiger ontladingsbuis met één gloeidraad, die axiaal in een cylindervormige anode was uitgespannen; als gasvulling werd neon van ongeveer 1 cm druk genomen.

Hiermede hebben wij twee reeksen van proefnemingen verricht.

5. Bij de eerste werd bij *constanten gloeistroom* de thermionenstroom als functie van de spanning bepaald. Wij konden hierbij het volgende opmerken. Zoodra de aangelegde spanning 20 Volt overschrijdt, treedt vlak bij de anode een naar de zijde van den gloeidraad scherp begrensde lichtgevend ringetje op. Bij verhooging van de spanning trekt deze lichtende ring zich concentrisch samen. Bij 40 Volt is ze reeds vrij dicht tot de gloeidraad genaderd, bij de anode komt een tweede ring te voorschijn. Verhoogt men de spanning verder, dan laat ook deze tweede ring van de anode los en bij 60 Volt konden wij nog heel flauwtjes een derden ring waarnemen.

Bepalen wij nu de stroomspanningskromme, dan vinden wij noch bij 20 noch bij 40 of 60 Volt een aanduiding van een toename in den stroom. Dit laat zich gemakkelijk verklaren. De positieve ionen *recombineeren* vrijwel alle, vóór zij de kathode bereikt hebben; hun werking blijft gering.

6. In de tweede plaats hebben wij nagegaan wat er gebeurt wanneer men bij *constante spanning* op de anode de temperatuur van den gloeidraad varieert. Bij 24 Volt anodespanning bijv. neemt men bij kleine waarde van den gloeistroom het lichtende laagje vlak bij de anode waar. Vergroot men nu den gloeistroom, dan trekt het laagje zich radiaal te zamen, juist zooals boven besproken bij de verhooging der spanning. Het blijft scherp begrensde naar de zijde van den gloeidraad.

Vergroot men den gloeistroom nog meer, dan legt het lichtgevende laagje zich plotseling om den draad, waarbij de stroom door het gas sterk toeneemt.¹⁾ Bij grootere waarde van de anode-

¹⁾ Bij nog verdere vergroting van den gloeistroom verandert het lichtende ringetje van kleur, het wordt bloedrood, verwijdt zich van den gloeidraad, om bij zeer hoge temperatuur van den gloeidraad weer in de nabijheid van de anode te komen.

spanning treedt dit verschijnsel reeds bij lagere temperatuur van den gloeidraad op. Het veld is nu dus klaarblijkelijk vlak aan de kathode geconcentreerd.

7. Om een inzicht te krijgen in de oorzaak van deze *concentratie van het veld*, willen wij het overeenkomstige vlakke probleem beschouwen, dus de stroom tusschen twee vlakke platen, waarvan de kathode electronen uitzendt. Zoolang er geen stroom doorgaat is de potentiaalverdeling lineair. Bestaat de stroom uitsluitend uit electronen, dan wordt door hun aanwezigheid in de ruimte tusschen de platen de potentiaalverdeling veranderd en wel zoodanig dat het veld bij de kathode kleiner wordt en zich bij de anode concentreert. Bij groote stroomen keert het veld bij de kathode zelfs van richting om en verhindert dan het uittreden van verdere electronen (ruimte-ladings-effect).

Treedt er nu ionisatie op en daarmee positieve ionen, dan zullen deze ook hun invloed doen gelden en deze is bij gelijk aantal veel grooter dan die der electronen. Immers, de bewegelijkheid van de zware positieve ionen is veel kleiner dan die der electronen, zoodat, wanneer hun bijdrage tot den stroom qv van de zelfde orde van grootte is, hun dichtheid q veel grooter moet zijn en daarmee de invloed op de potentiaalverdeling, die nu een concentratie van het veld naar de kathode beteekent.

Uit de scherpe begrenzing van het ringetje volgt nu, dat alle electronen in een betrekkelijk klein gebiedje ioniseeren, zoodat het aantal positieve ionen in dat gebied van de zelfde grootte orde is als het aantal der electronen. De invloed van de positieve ionen zal dus hier sterk overwegen en bij toenemende stroomsterkte en daarmee toenemend aantal positieve ionen, zal het veld zich steeds sterker bij de kathode concentreren, waardoor het lichtende laagje naar de kathode verschuift.

8. Zoodra het laagje zich om den draad legt, kunnen de *positieve ionen den draad bereiken*. Er kunnen dan verschillende verschijnselen optreden, waarvan wij twee gevallen nader zullen bespreken.

Bij lage temperatuur van den gloeidraad verstuift de draad.

Bij zeer hooge temperatuur van den gloeidraad stijgt de electronenstroom tot een waarde vele malen grooter dan de verzadigingsstroom¹⁾, zonder dat verstuiving optreedt.

Wat is nu hierbij de werking der positieve ionen?

¹⁾ Dit geldt ook bij spanningen van de orde van de ionisatiespanning. De ionisatie zou daar slechts een verdubbeling van den stroom kunnen verklaren.

De invloed van het *uitwendige* veld kan niet groot zijn; immers de vrije weglengte is in ons geval van de orde $\frac{1}{100}$ m.m., en de energie, die de positieve ionen bij het doorloopen van het veld over dezen afstand kunnen verzamelen is gering. Wij gelooven dan ook, dat de werking, die de positieve ionen aan de kathode kunnen uitoefenen, hoofdzakelijk te danken is aan de electrostatische kracht, waarmede de kathode het positieve ion aantrekt onafhankelijk van het uitwendige veld. Deze kracht, die wij voortaan de *spiegelbeeldkracht* zullen noemen, is gelijk aan die, waarmede het negatief geladen spiegelbeeld van het positieve ion ten opzichte van de kathode op het laatste werkt, en is dus gelijk aan $e^2/4x^2$. Hierin is e de lading van het ion, x zijn afstand van de kathode.

Nemen wij aan, dat de kathode koud is en geen electronen kan uitzenden, dan krijgt het positieve ion onder de inwerking van deze kracht $e^2/4x^2$ een groote snelheid, waardoor het verstuiven van de kathode verklaard kan worden.

Is echter de kathode op hooge temperatuur, dan zijn er aan het oppervlak een groot aantal electronen, die bijna voldoende snelheid hebben om uit het metaal uit te treden. Volgens de theorieën van Richardson, Schottky en anderen wordt dezen het ontsnappen belet door de kracht, waarmede zij op hun beurt door hun eigen positief geladen spiegelbeeld ten opzichte van de kathode worden aangetrokken. Deze kracht is dus ook gelijk aan $e^2/4x^2$, waarin x nu de afstand voorstelt, waarop zij zich reeds van de kathode verwijderd hebben. Het ligt nu voor de hand, dat zij door de aantrekking der positieve ionen, welke aantrekkingskracht van dezelfde orde van grootte is als die welke hen naar de kathode terugtrekt, wel zullen kunnen uittreden.

Enkele ervan zullen de positieve ionen neutraliseeren, doch de overigen zullen onder den invloed van het uitwendige veld naar de anode worden gevoerd. Is nu de aanvoer van electronen voldoende groot, dan zal de recombinatie met de positieve ionen reeds optreden voor deze laatste een belangrijke snelheid bij hun beweging onder den invloed der spiegelbeeldkracht hebben verkregen; er zal geen verstuiwing optreden.

Het aantal electronen, dat in een onladingsbuis zich van de kathode naar de anode beweegt, wordt in het algemeen door twee oorzaken begrensd: de spiegelbeeldkracht, die maakt, dat zij de kathode niet verlaten, en de ruimtelading, die hen tot de kathode doet terugkeeren. Indien positieve ionen aanwezig zijn, zullen deze

in de eerste plaats door hun aanwezigheid de negatieve ruimte-lading geheel of gedeeltelijk opheffen. Recombineeren zij niet alle, zoodat zij in de onmiddellijke nabijheid van de kathode kunnen komen, dan kunnen zij bovendien door electrostatische werking de spiegelbeeldkracht, die de electronen verhindert uit het metaal te treden, gedeeltelijk opheffen en daardoor het uittreden van nieuwe electronen mogelijk maken.

B. Proefnemingen met ontladingsbuizen met koude electroden.

9. Eenigen tijd geleden werden door ons een reeks van proefnemingen gedaan, ¹⁾ waarbij bleek, dat de *doorslagspanning* van een ontladingsbuis met koude electroden in hooge mate afhankelijk is van het kathodemateriaal. Dit was niet in overeenstemming met de gangbare theorie van Townsend ²⁾. Townsend neemt aan, dat niet alleen de electronen, doch ook de positieve ionen bij hun stoot tegen een neutraal molecuul dit laatste kunnen ioniseeren. Uit deze voorstelling leidt hij een uitdrukking voor de doorslagspanning van een gas af, die uit den aard der zaak geen afhankelijkheid van het kathode materiaal bevat. Waar wij nu vonden, dat een dergelijke afhankelijkheid wel degelijk bestaat, ligt het voor de hand, deze aan de werking der positieve ionen op de kathode toe te schrijven.

Het eenvoudigst is dan wel om evenals boven aan te nemen, dat de positieve ionen electrostatisch electronen uit de kathode trekken.

Kathode-materiaal	φ ³⁾	V_d
C	4.1	180
Ag	4.1	160
Cu	4.0	150
Fe	3.7	140
Ae	3.0	130
Mg	2.7	110
Na	1.8	85

¹⁾ G. Holst en E. Oosterhuis, Versl. Kon. Ak. v. Wet. (29), 849, 1920.

²⁾ Townsend, Electricity in gases (1915).

³⁾ Ontleend aan I. Langmuir, Trans. Am. El. chem. Soc. (29) 125, 1916.

In dat geval moet men verwachten, dat de doorslagspanning kleiner zal zijn, naarmate de kathode uit een metaal bestaat, dat gemakkelijker electronen afstaat. Nu is de energie φ , die noodig is om een electron uit een metaaloppervlak te doen uittreden, voor vele metalen bekend uit de onderzoeken van Richardson, Langmuir en anderen. Inderdaad hebben wij bij neon een parallel gaan van de doorslagspanning V_d en de genoemde energie φ kunnen constateeren. (Zie tabel).

10. De doorslagspanning mag volgens Townsend¹⁾ beschouwd worden als de spanning, die noodig is om een uiterst *kleinen stroom* in stand te houden. In aansluiting aan deze voorstelling, hebben wij geprobeerd of wij iets bizonders konden waarnemen, wanneer wij door de ontladingsbuis een bijzonder kleinen stroom lieten gaan. Wij gebruikten daarvoor een buis met 2 evenwijdige vlakke electroden. Aan deze buis werd een zeer groote weerstand voorgeschakeld. Betere resultaten verkregen wij met een voorgeschakeld ventielbuisje met gloeiende kathode, waarin door regeling van den gloeistroom de doorgelaten electronenstroom gemakkelijk in zeer wijde grenzen gevarieerd kon worden. Als gas in de ontladingsbuis kozen we wederom neon, omdat wij door onze opgedane ervaring konden verwachten hier eventueel optredende verschijnselen te kunnen zien.

Het bleek nu, dat bij de kleinste stroomsterkte vlak bij de anode een vaag lichtverschijnsel te zien is; bij een iets grootere treedt een ontladingsvorm op, waarbij van de kathode beginnend afwisselend donkere en lichte laagjes zijn waar te nemen. De eerste aan de kathode grenzende laag is donker; bij de kathode is de begrenzing zeer scherp, naar de anode toe worden de afscheidingen steeds vager, zoodat zij tenslotte nauwelijks te onderscheiden zijn.²⁾

Bij een buis, waaraan een spanning van ongeveer 150 Volt was aangelegd, konden wij 7 donkere laagjes waarnemen, zoodat elk laagje met ongeveer 20 Volt, d.i. de ionisatiespanning van neon, correspondeert.

Dit optreden van scherp begrensde laagjes evenwijdig aan de kathode wijst er dus op, dat de electronen uit deze laatste worden vrijgemaakt en dat ook hier de recombinatie een groote rol speelt, evenals bij de ontladingen in de buis met gloeiende kathode.

¹⁾ Loc. cit. p. 430.

²⁾ Dergelijke verschijnselen werden reeds lang geleden door Aston waargenomen. Verg. F. W. Aston Proc. Roy. Soc. A (80) 45, 1908. H. E. Watson. Proc. Cambr. Phil. Soc. (17), 90, 1913.

Inderdaad hebben wij met geheel analoge verschijnselen te doen, hetgeen het duidelijkst blijkt uit proefnemingen over de doorslagspanning van neon in een ontladingsbuis met gloeiende kathode. Afhankelijk van de temperatuur van den draad (zie pag. 82), kan de doorslagspanning alle waarden tusschen de koude doorslagspanning en de ionisatiespanning van neon aannemen.

11. Vergroot men de stroomsterkte door de ontladingsbuis nog een weinig, dan kan, naast de in § 10 vermelde ontladingsvorm met de afwisselende donkere en lichte laagjes, op enkele plaatsen van de kathode het normale *glimlicht* optreden. Het beeld, dat

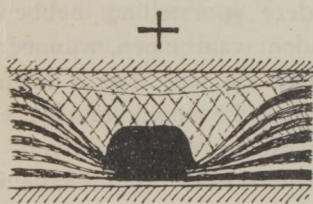


Fig. 5.

men dan te zien krijgt, is in fig. 5, eenigszins schematisch, voorgesteld; de lichtende gedeelten zijn hier zwart aangegeven. De eerste aan de kathode grenzende donkere laag blijft bestaan, de andere laagjes verdwijnen in de naar de kathode toegekeerde zijde van het glimlicht. Het lijkt dus alsof het groote potentiaalverval, dat men bij de kathode waarneemt, niet geconcentreerd is in de donkere ruimte tusschen kathode en glimlicht, doch hoofdzakelijk in het eerste stuk van het glimlicht zelf.

Summary.

In this article some experiments relating to the conduction of electricity in argon and neon are described.

A. The first part deals with experiments with tubes containing a hot cathode. In argon at moderate pressures (1 cm) and low current densities resonance occurs (fig. 1 and 2); no trace of ionisation was found. Under similar circumstances neon shows a very pronounced ionisation, the gas becoming luminous (fig. 3 and 4).

This luminosity makes it possible to study the phenomena in neon by visual observation. In further experiments with neon-filled tubes containing a hot filament mounted axially in a cylindrical anode, we observed at 20 V. a luminous layer at the anode, which concentrates to the cathode on increasing the anode-voltage. At 40 V. a second layer appears, at 60 V. a third one could be observed. A similar concentration occurs on raising the filament temperature at constant anode potential. No increase of current through the gas corresponds to the ionisation, which proves that recombination takes place.

A large increase in current is observed as soon as the luminous layer reaches the surface of the filament, positive ions coming in its immediate vicinity.

Two effects of the positive ions on the cathode are discussed. First the disintegration is explained by the force with which the ion is attracted by its own image, independent of the external field. In the second place the liberation of electrons from the cathode is ascribed to the electrostatic force with which the

positive ions act upon the electrons, which force may balance the electric attraction $e^2/4.x^2$ which prevents the electrons from escaping from the cathode.

B. The second part deals with experiments on neon-filled tubes with cold electrodes. The sparking potential was found to depend on the cathode material.

The positive ions are supposed to liberate fresh electrons from the cathode and not from the gas (*Townsend*). Metals which easily emit electrons should therefore show low values of the sparking potential. This was confirmed by experiment (table). With very small currents between parallel electrodes a striated discharge was observed, which clearly shows that the electrons are liberated from the cathode and that recombination is an important factor in preventing the current from reaching a high value. Fig. 5 schematically shows how the striated discharge develops into an ordinary glow discharge.

PROEVEN MET LICHTSTRALEN EN PHOTOGRAPHIEËN DAARVAN

door H. J. OOSTING.

*Voordracht gehouden op het Natuur- en Geneeskundig Congres
te Utrecht, 2 April 1921.*

Bij deze proeven is eene projectielantaarn met eene elektrische booglamp gebruikt. Bij het gewone gebruik van de lantaarn voor de projectie van plaatjes wordt een beeld van de koolspitsen met den lichtboog gevormd tusschen de twee lenzen van het projectie-objectief en treden de stralen divergeerend uit dit objectief. Bij mijne proeven is eene der lenzen van den condensor weggenomen. De stralen treden dan convergeerend uit het objectief en op een afstand van eenige c.m. daarbuiten wordt een beeld van de koolspitsen met den lichtboog gevormd, welk beeld bij verschillende proeven als lichtend punt gebruikt kan worden. Veelal is het goed op de plaats van het beeld een schermpje te plaatsen met eene ronde opening, die iets kleiner is dan het beeld van den krater van de positieve kool, dan het midden van deze opening te plaatsen in de as van het objectief en de lamp zoo in te stellen, dat het midden van het beeld van den krater juist op de opening valt.¹⁾

In de lantaarn is, in de schuif bestemd voor een te projecteeren lantaarnplaatje, een zinken plaatje met 1, 2, 3 of 5 horizontale spleten geplaatst. Aldus worden stralenbundels verkregen, die door

¹⁾ Dezelfde methode om een klein lichtend punt te krijgen heb ik dikwijls gebruikt voor proeven over slieren. Ook is zij goed te gebruiken voor proeven over schaduwvorming.

het kraterbeeld of door de bovengenoemde kleine opening gaan en verder divergeeren. Den graad van divergentie kan men varieeren door van den condensor de voorste of de achterste lens te verwijderen ¹⁾ of door verschillende plaatjes te gebruiken, waarbij de afstand der spleten verschillend is. Door instelling van het projectie-objectief kan men verkrijgen, dat door dit objectief een beeld van de spleten wordt gevormd op een gewenschten afstand, b.v. op een schermpje of op eene bij sommige proeven gebruikte schaalverdeeling. Het gebruik van horizontale spleten in plaats van kleine openingen heeft het voordeel, dat meer licht tot de vorming van den lichtbundel bijdraagt, zonder dat deze dikker lijkt, ten minste voor een oog, dat ligt in het vlak gaande door het beeld der spleet en de richting van den lichtbundel.

Bij de photographische opnamen is de as der camera steeds horizontaal geplaatst en loodrecht op het verticale vlak gaande door de as van het objectief van de lantaarn.

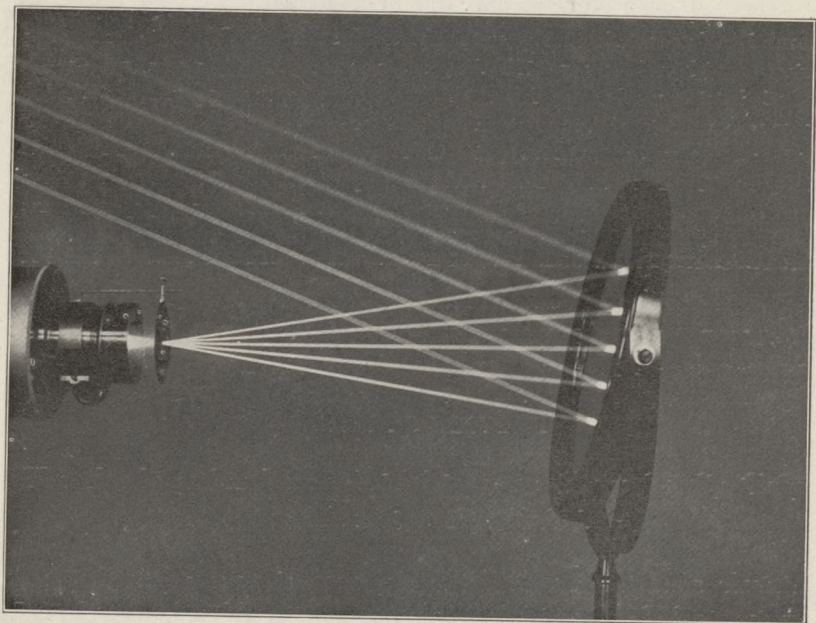
De photo's zijn genomen door twee opnamen op dezelfde gevoelige plaat. Eerst is eene korte opname gemaakt bij daglicht om de apparaten te photographieeren. Daarna is met eene grootere diaphragmaopening in het objectief der camera eene opname gedaan van veel langeren duur, nadat het vertrek donker was gemaakt. Gedurende de laatste opname heb ik sigarenrook in de lichtbundels geblazen. De expositietijd bij deze laatste opname moet grooter zijn, wanneer op de plaats van het kraterbeeld een schermpje met eene kleine opening staat, dan wanneer dit schermpje weggelaten is, en vooral bij divergeerende bundels moet zij groot zijn. Om een denkbeeld te geven van de verhouding der expositietijden bij de daglichtopname en de opname der lichtbundels diene het navolgende voorbeeld:

Opname bij daglicht met eene kleine diaphragmaopening 5 sec.

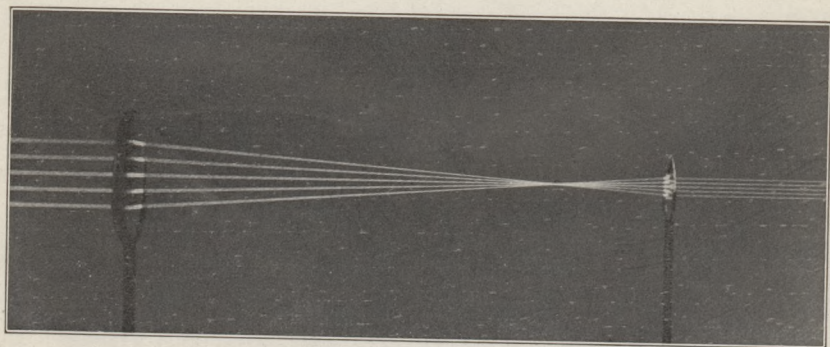
Opname in 't donker met eene diaphragmaopening van een viermaal grooter oppervlak 15 min. Bij eene even groote diaphragmaopening zou de duur van de opname in 't donker $12 \times 15 \times 4 = 720$ maal grooter hebben moeten zijn dan die van de daglichtopname.

De eerste photographische opname volgens de beschreven methode heb ik gemaakt in October 1911. Bij de voordracht zijn 31 lantaarnplaatjes vertoond van opnamen gedaan in 1918 en

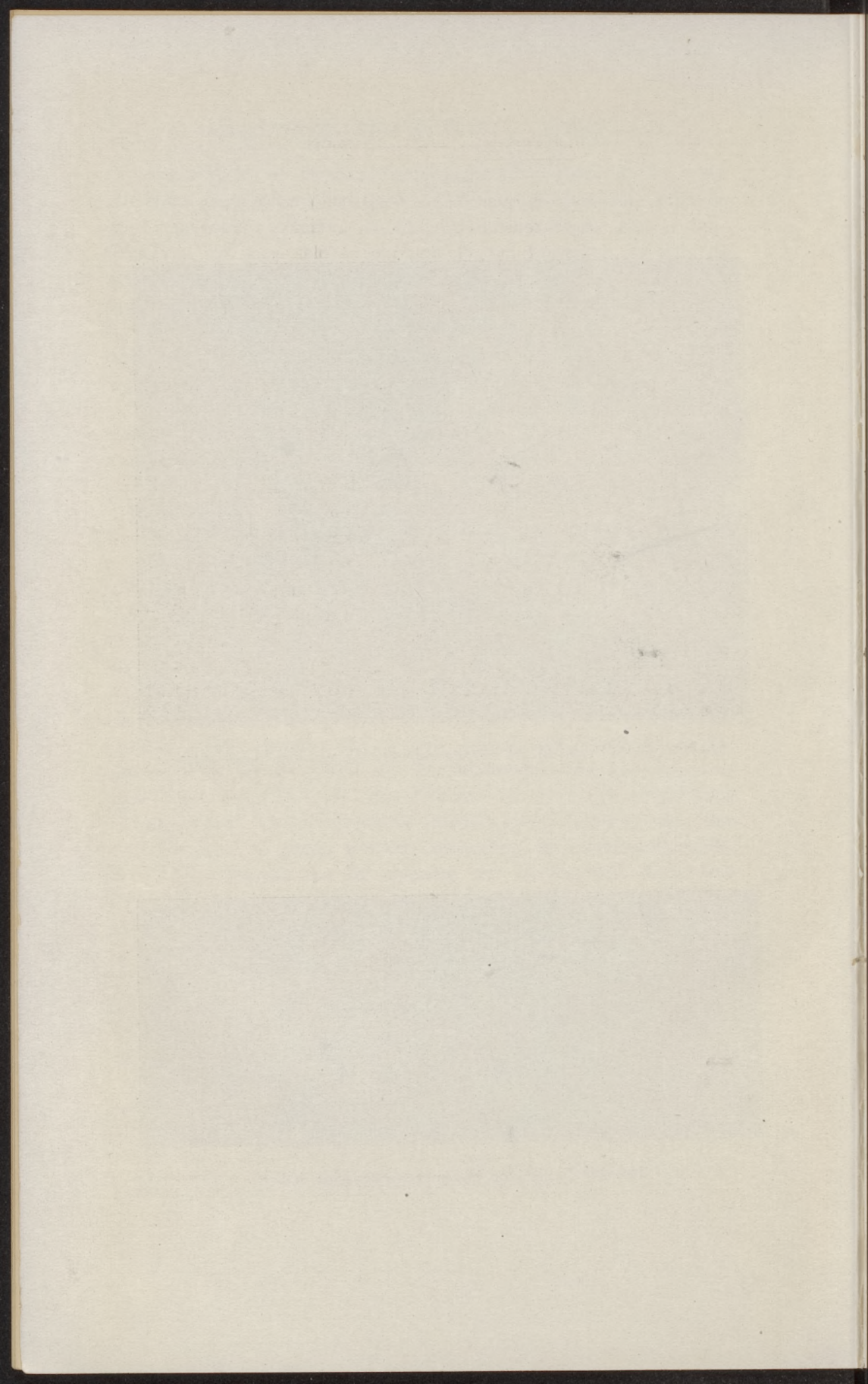
¹⁾ Mijne lantaarn heeft een triple-condensor. Bij de meeste proeven was daarvan de lens, die het dichtst bij de lichtbron ligt, verwijderd.



No. 7. Lichtend punt in het hoofdbrandpuntsvlak van een hollen spiegel.



No. 26. Stralenloop bij een astronomischen kijker.



1920 ¹⁾ van proeven over de terugkaatsing op spiegels, breking door lenzen en lenzenstelsels enz. De opnamen zijn gemaakt op plaatjes 9×12 c.m., bijna alle op antihaloplaatjes.

Aan mijne plaatjes is niet geretoucheerd.

Bij dit verslag zijn twee photo's der serie gereproduceerd en wel nr. 7 en nr. 26.

No. 7. Lichtend punt in het hoofdbrandpuntsvlak van een hollen spiegel. De teruggekaatste stralen loopen evenwijdig aan de bijas van het lichtend punt.

Nr. 26. Stralenloop bij een astronomischen kijker. De twee lenzen, waarvan de assen samenvallen, vormen een astronomischen kijker. Door een niet op de photo voorkomende lens zijn de stralen eerst evenwijdig aan elkaar gemaakt en zij vallen nu evenwijdig aan de hoofdas op het objectief van den kijker, zoodat zij beschouwd kunnen worden als te komen van een op de as van den kijker op zeer grooten afstand liggend punt. Het oculair is zoo ingesteld, dat de stralen evenwijdig aan elkaar uittreden, zoodat het oog niet behoeft te accommodeeren.

Het komt mij voor, dat, wanneer eene collectie van reproducties der photographieën en tevens eene collectie der overeenkomstige lantaarnplaatjes in den handel worden gebracht, daarmede een nieuw hulpmiddel zal zijn geleverd voor het onderwijs in de natuurkunde aan verschillende scholen. De lantaarnplaatjes zijn bestemd voor den leeraar ten gebruike in de les, de collectie photo's is bestemd voor de leerlingen.

¹⁾ Intusschen is mijn aandacht erop gevestigd, dat in het Lehrbuch der Physik van Grimsch, uitgave 1914 ook reproducties voorkomen van photographische opnamen van proeven met lichtstralen. Daarbij zijn de lichtbundels niet op mijne wijze verkregen en is ongetwijfeld slechts eene enkele opname gedaan tegelijk van de apparaten en de lichtbundels. Bovendien is daarin aan het beeld der lichtstralen veel bijgewerkt.

PRACTISCHE OEFENINGEN IN DE NATUURKUNDE VOOR VERSCHILLEND AANGELEGDE LEERLINGEN VAN HOOGERE BURGERSCHOLEN,

door J. J. HALLO.

Bij de invoering van practische oefeningen in de natuurkunde voor leerlingen van hogere burgerscholen kan men verschillende doeleinden beoogen. Het zelf verrichten van metingen geeft den leerling een meer intieme vertrouwdheid met de natuurkundige grootheden, dan door bespreking alleen, of door het gadeslaan van door den leeraar verrichte metingen verkregen kan worden. Deze intieme vertrouwdheid voert tot betere doorgronding van de natuurkundige wetten die in de les behandeld worden, zoodat het theoretisch onderricht steun vindt in de practische oefeningen. Het verwerven van grootere bekendheid met de natuurkundige grootheden gaat hand in hand met het verkrijgen van een nauwkeuriger inzicht in de werkingswijze en de beteekenis van de instrumenten, die bij natuurkundige metingen gebruikt worden.

Het voordeel dat in deze richting door practische oefeningen verkregen kan worden is voor alle leerlingen van waarde. Voorzover het geven van onderwijs in natuurkunde voor een leerling beteekenis heeft, behoort dit onderwijs heldere begrippen te wekken, en het geldt voor alle leerlingen gelijkelijk, dat men zich gemakkelijker heldere denkbeelden vormen kan aangaande zaken waarmede men zelf door eigen ervaring in aanraking komt, dan aangaande die waarmede de aanraking slechts middellijk plaats vindt, met leeraar of leerboek als verbindingsschakel. Het is echter hiervoor geenszins noodig, dat een uitvoerig program van practisch werken worde doorgewerkt. Wie enkele eenvoudige metingen zelf heeft verricht, kan voor verscheidene andere voldoende meelevén met wat hij vóór zich door den leeraar ziet verrichten, of met bepalingen waarvan hij slechts beschrijvingen leest of hoort; wie enkele der voornaamste natuurkundige instrumenten door eigen gebruik heeft leeren kennen, zal met meer gemak een teekening van andere kunnen lezen. Met het oog op het wegens het overgroot aantal leervakken der hogere burgerschool slechts karig toegemeten deel van den schooltijd, dat aan de beoefening der natuurkunde gewijd kan worden, zal men het aantal der proeven, door alle

leerlingen te nemen, zooveel mogelijk inkrimpen, en zich tot eenvoudige en fundamenteele metingen bepalen.

In de tweede plaats noemen wij de oefening van hand en oog, als een voordeel, dat door practisch werken verkregen kan worden. In deze richting is het arbeidsveld groot. Wil men tot scherping der zintuigen komen, dan is gestadig voortgezette oefening noodig. Het is dan de vraag, of de daaraan bestede tijd voor alle leerlingen wél besteed is. Neiging en aanleg zijn voor een ieder verschillend; er zijn theoretici onder de natuurkundigen geweest, die voor het experiment volkomen ongeschikt waren, en die nooit de behoefte gevoelden zich in die richting te ontwikkelen. Zoo zijn er onder onze leerlingen, die geen belang stellen in de hier bedoelde training; en indien zij slechts in eenigerlei andere richting intelligente belangstelling toonen, is er voor ons geen reden, ons daarover te bedroeven. Aan den anderen kant is de bedrijvigheid, aan den leeftijd onzer leerlingen eigen, aanleiding dat de practische arbeid voor velen hunner groote aantrekkelijkheid heeft, zoodat men bij een flink deel der leerlingen op medewerking kan rekenen. Voor deze leerlingen zou dus een uitvoeriger werkprogram op zijn plaats zijn, dan men voor allen gezamenlijk ontworpen heeft.

Dan blijven er verder strekkende bedoelingen, die in eene regeling van natuurkundig practisch werk belichaamd kunnen worden. Voor enkelen onder de leerlingen geeft dit werk bevrediging aan meer dan voorbijgaande neiging, is het een begin van komenden levensarbeid, hetzij op het gebied van proefondervindelijk natuurkundig onderzoek zelf, dan wel op gebieden die daarmee verwant zijn of waarop dit onderzoek belangrijke toepassingen vindt. Voor hen behoort de school gelegenheid te bieden, de vleugels iets wijder uit te slaan dan voor de tevoren bedoelde groepen in het algemeen mogelijk is.

Wil men aan de in het bovenstaande uitgesproken wenschen tegemoet komen, dan kan slechts een klein deel van het practisch werk in klassikaal verband geschieden. Een zeer beperkt werkprogram voor allen, een uitvoeriger program voor sommigen, ziedaar de eisch. Het beperkte program worde in den gewonen leergang ingeschoven, telkens ter plaatse waar het verwerven van een nieuw begrip, het kennismaken met een belangrijk instrument daartoe dringt. Tot verderen practischen arbeid dwinge men geen leerling, maar men stelle de gelegenheid ertoe open. Aldus verschil te maken tusschen het werkprogram van verschillende leerlingen, zou

mogelijk zijn door een belangrijke uitbreiding van de instelling der „facultatieve vakken” aan de hogere burgerschool, zooals die ons wellicht door de nieuwe regeling van het middelbaar onderwijs zal gebracht worden. Reeds bij het tegenwoordig normaalprogram kan het doel bereikt worden door de instelling eener natuurkundige leerlingenclub. Zulk een club, onder leiding van den natuurkundeleeraar op den grondslag van vrijwillige deelname onder de leerlingen opgericht, kan hier het klassikale onder-richt aanvullen. Het onderwerp is aantrekkelijk genoeg om deelnemers te lokken en te blijven boeien, en de schifting tusschen hen, voor wie het practisch werk al of niet van belangrijke beteekenis is, geschiedt het beste door de natuurlijke selectie van smaak en verwantschap. Op deze wijze voorkomt men het opdringen der oefeningen aan hen die er geen neiging en geschiktheid voor hebben, terwijl aan de vrijwillige deelnemers een groote mate van werkvrijheid kan worden gelaten, die hun arbeidslust vermeedert en het werk vruchtbaarder maakt.

VERSLAGEN.

OVERZICHT VAN HET BEHANDELDE OP DE BIJEENKOMST VOOR ONDERWIJSBELANGEN BIJ GELEGENHEID VAN HET 18de NATUUR- EN GENEESKUNDIG CONGRES.

Namens de commissie samengesteld door het congresbestuur, om te overwegen, welke veranderingen dienen te worden aangebracht in bestaande leerwijzen op het gebied der wis- en natuurkundige wetenschappen verdedigt Dr. D. Coelingh de volgende stellingen.

I. Invoering van het onderwijs in de grafische voorstellingen en in de beginselen van differentiaal- en integraalrekening is

1^o bevorderlijk aan het doel van het wiskundeonderwijs;

2^o gewenscht uit een oogpunt van methode;

3^o noodig voor de toepassing in velerlei richting.

II. De invoering kan zonder bezwaar geschieden, wanneer men zich slechts beperkt tot de grondbeginselen en de andere wiskundige leerstof toelaatbaar besnoeit.

III. De beginselen der differentiaal- en integraalrekening mogen geen examenstof zijn bij het schriftelijk eindexamen.

Bij zijn korte inleiding deelt de heer Coelingh mee dat het

bij de eerste stelling onder 3^o genoemde punt wel de eerste aanleiding is geweest om dit onderwerp aan de orde te stellen. Hij deelt uit eigen ervaring voorbeelden mee van oudleerlingen, die bij hun studie de behoefte aan differentiaal- en integraalrekening gevoeld hadden.

Wat het eerste punt betreft, merkt hij op, dat tegenwoordig de techniek te veel op den voorgrond treedt, b.v. bij herleidingen van wortelvormen, ook bij merkwaardige producten en quotienten, breuken, vergelijkingen, en dat het doel van het wiskundig onderwijs, bevordering van het wiskundig denken, beter gediend wordt door het bijbrengen van nieuwe begrippen. Verder noemde hij de invoering gewenscht uit een oogpunt van methode, omdat verschillende zaken, die nu naast elkaar schijnen te staan uit één oogpunt bekeken kunnen worden.

Bij de tweede stelling legt hij er den nadruk op, dat hij beperking tot de beginselen wenscht, niet verder gaan dan het bepalen van raaklijnen aan eenvoudige krommen.

De bedoeling van de derde stelling is te doen uitkomen, dat er tegen gewaakt moet worden, dat nu weer de techniek van het nieuwe vak op den voorgrond treedt, dus op het schriftelijk examen niet b.v. opzettelijk vormen te differentieëren moeten gegeven worden.

Bij het debat valt vooreerst op te merken, dat de graphische voorstellingen — evenals trouwens bij de inleiding — nauwelijks genoemd zijn. Op dit punt schijnt wel een communis opinio te bestaan. Alleen zij vermeld, dat de heer Vaes meedeelde, dat hij sinds vele jaren met deze stof reeds in de eerste klas begint en op deze wijze goede resultaten bereikt.

Wat overigens het debat betreft, is uit den aard der zaak niet steeds aan te wijzen tegen welk punt in het bijzonder een bepaald spreker zich richt, het grootste deel van het debat betreft echter de tweede stelling. In de eerste plaats prof. Nijland, hij betwijfelt of de leerlingen der vierde en vijfde klas rijp zijn voor het onderwijs in differentiaalrekening en zou zelfs tegen invoering alleen in de vijfde klas zijn, tenzij bij proefneming blijkt, dat de resultaten gunstig zijn. Hij vreest echter het verwijt, dat nu al aan de H. B. S. gericht wordt, dat zij alleen maar aan alles even neust.

De heer Vaes heeft reeds lang geleden de proef genomen, daarbij bleek 8 à 10 uur voldoende, de stof was voor de leerlingen niet te moeilijk. Hij deed het 't eerst met een goede klas, later ook met een vrij slechte, ook dit ging goed.

Dr. Tiddens heeft even lang als de heer Vaes voor de invoering streed, zich daartegen teweer gesteld. Hij acht de stof voor jonge leerlingen niet geschikt en verzet zich vooral tegen invoering met het oog op de leerlingen, die niet naar universiteit of technische hoogeschool gaan. Hij acht een cursus voor de medici aan de universiteit, zooals dat ook voor de natuur- en scheikunde bestaat, geschikter. Op de vraag van den voorzitter, prof. Kohnstamm, of hij, evenals de heer Vaes proeven heeft genomen, antwoordt hij, dat voor hem als zoodanig geldt het onderwijs in de beginselen der mechanica, waarbij het bijbrengen der begrippen snelheid en versnelling veel tijd en moeite kost.

Dr. Klobbie deelt mede, dat zijn collega Derksen in Nijmegen ook goede resultaten verkreeg bij proeven met invoering der differentiaalrekening. Hij meent dat men niet al te zeer den nadruk moet leggen op de vraag of de leerlingen wel rijp zijn. De H. B. S. behandelt ook wel andere stof, die niet aan den leeftijd der leerlingen beantwoordt (Shakespeare b.v.), zij geeft materiaal, dat eerst later tot zijn recht komt. De suggestieve invloed van het „ik heb het gehad” is dan veel waard.

Dr. Verrijp merkt op dat over twee jaar genoeg experimenteele resultaten zullen beschikbaar zijn aan de gymnasia. Hij staat in hoofdzaak aan de zijde van inleider, maar waarschuwt tegen het te veel besnoeien der techniek. Techniek is voor de leerlingen noodig om het onderwijs met vrucht te kunnen volgen. Liever wil hij den noodigen tijd vinden door den leeraar de vrijheid te laten, bepaalde onderwerpen niet te behandelen.

Dit laatste denkbeeld vindt bij verschillenden, ook bij den inleider, instemming.

Dr. du Saar acht ook leerlingen van 15 of 16 jaar te jong. Hij waarschuwt er tegen, het onderwijs aan de H. B. S. met differentiaalrekening te doordringen. In de vijfde klas heeft hij proeven genomen, waarbij zijn ervaring wel gunstig is, hij acht het echter gewenscht die proef door te zetten en zou ook de leerlingen, die voor den handel bestemd zijn, van dit onderwijs willen vrijstellen.

Naar aanleiding hiervan deelt Dr. Coelingh bij zijn repliek (nu niet meer namens de commissie sprekende) mee, dat als de splitsing der vijfde klas tot stand komt, hij dan ook de differentiaal- en integraal-rekening alleen in de wiskundige afdeeling zou willen geven. Zeker wil hij niet de geheele H. B. S. er mee doordringen. Hij meent dat op deze wijze ook de bezwaren van vele tegen-

standers zullen zijn ondervangen. Verder geeft hij in antwoord op een vraag van prof. van Os, hoe men de beperking tot de beginselen moet opvatten, b.v. alleen veeltermen of nog bovendien Sin. en Cos. te kennen, dat dit van de klas zal afhangen. Men moet den leeraar de vrijheid laten. Met een goede klas meent hij ook wel e^x te kunnen behandelen.

Over de derde stelling maakt Dr. du Saar nog een opmerking. Als de differentiaal-rekening bij het schriftelijk examen wordt uitgesloten treft ze alleen de zwakke leerlingen, daar de betere allicht vrijstelling van het mondeling verkrijgen. Inleider acht dit bezwaar minder belangrijk nu het schoolexamen wordt ingevoerd.

Rest nog de eerste stelling. Het derde punt, dat den physici wellicht het meest belang inboezemt, is nauwelijks ter sprake gekomen. Hier schijnt men het ook vrijwel eens te zijn, (al zullen uit den aard der zaak de tegenstanders het woord noodig door een zwakkere term willen vervangen). Alleen zij in dit verband herinnerd aan de opmerking van Dr. Beth, dat men op de H.B.S. toch vooral de algemeene vorming op den voorgrond moet brengen; (er zijn nog wel andere onderwerpen ook, die voor alle menschen nuttig zijn); en aan die van den heer Kröner, die het beter vindt, dat zij, die bij hun verdere studie behoefte aan differentiaal-rekening gevoelen, zich persoonlijk tot een deskundige wenden, zooals ook in de door Dr. Coelingh aangevoerde voorbeelden geschied is.

Over het eerste en tweede punt ontstaat nog een meer principieel debat tusschen prof. Baudet aan de eene zijde en inleider en den heer Vaes aan den anderen kant. Prof. Baudet vindt het goed, begrip te willen geven in plaats van techniek. Hij acht echter een juist begrip van de beginselen der differentiaal-rekening op de H.B.S. onbereikbaar en vreest, dat de invoering zal leiden tot het beoefenen van de techniek van dit onderdeel aangevuld met eenige schijnbegrippen. De heer Vaes vraagt of prof. Baudet dan meent in de eerste klas van de H.B.S. werkelijk juiste begrippen over de rekenkunde te kunnen bijbrengen. Prof. Baudet wil de moeilijkheden, die zich hier voordoen, ondervangen door, krachtens het recht van den mathematicus, genoeg postulaten in te voeren slechts er voor zorgende, dat deze niet met elkaar in strijd zijn. De bewijzen, dat waar het op aankomt, kunnen dan volkomen streng zijn. Hij beantwoordt de opmerking, dat men dan bij de differentiaalrekening evenzoo te werk kan gaan, daarmede dat dan

inderdaad niets dan de techniek overblijft, de bewijzen kosten te veel moeite. Ook is op dien leeftijd de leerling niet meer tevreden met de mededeeling: zoo en zoo is het. In het bijzonder wijst hij op het limietbegrip, dat aan de geheele differentiaalrekening ten grondslag ligt. Wel komen ook bij het tegenwoordige H. B. S.-onderwijs verschillende limieten ter sprake, maar dat zijn steeds bijzondere gevallen en elk voor zich veel gemakkelijker te bevatten dan het algemeene limiet begrip.

Dr. Coelingh meent dat de scherpte, zooals prof. Baudet die wenscht bij het middelbaar onderwijs nergens vol te houden is. Hij vreest dat zijn standpunt en dat van zijn opponent te ver uiteen liggen om overeenstemming mogelijk te maken en beroept zich verder op Borel die ook aanschouwelijk voorstellen en plausibel maken bij het elementair onderwijs van groot belang acht.

Tenslotte merkt prof. Kohnstamm op, dat men wel niet kan verwachten, dat aan het eind der bijeenkomst allen van hier zouden gaan eenstemmig over het vraagstuk denkende. Het doel is vooral geweest gedachtenwisseling en uit dat oogpunt meent hij, dat de bijeenkomst vruchtbaar is geweest. Wegens het ook in de vergadering op den voorgrond gebrachte groote belang van experimenteele gegevens, verzoekt hij allen, die op hunne scholen proefnemingen doen, de resultaten daarvan, gunstig of ongunstig, te willen meedeelen aan Dr. Coelingh.

H. B.

BLADVULLING.

STRIKVRAGEN.

(De redactie behoudt zich het recht voor, die(n) lezer(es) met een gratis abonnement te vereeren, die in den loop van den jaargang de meeste en beste antwoorden heeft ingestuurd, dan wel de meeste nieuwe opgaven heeft ingezonden).

1. Op een balk, die vrij in het water drijft, heeft men twee sterke staalmagneten vastgemaakt, aan elk uiteinde een; en wel de eene dwars op den balk, de andere in de lengte richting. Zooals men zich gemakkelijk overtuigt, ondervindt elke magneet in het veld van den anderen een koppel. Deze koppels werken beide in denzelfden draaiingszin.

Toch zal de drijvende balk *niet* in beweging geraken. Waarom niet?

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

1e JAARGANG

JULI 1921

NUMMER 4

PHYSISCH TOEPASSINGEN DER TRIODE,

door BALTH. VAN DER POL Jr.

*Voordracht gehouden op het Natuur- en Geneeskundig Congres
te Utrecht 2 April 1921.*

Zooals thans algemeen bekend is, ondervond gedurende den oorlog de techniek der draadlooze telegraphie een algeheele omwenteling, die te danken is aan de technische vervolmaking der triode. Uitgevonden door technici, werd de triode tot het betrouwbare instrument dat het nu, 15 jaar na de uitvinding, is, door het werk van talloze onderzoekers, zoowel mathematici als physici en technici.

Niet alleen vindt de triode haar toepassing in de techniek, doch ook in het natuurkundig laboratorium is het instrument geheel op zijn plaats. En dit om de volgende belangrijke eigenschappen.

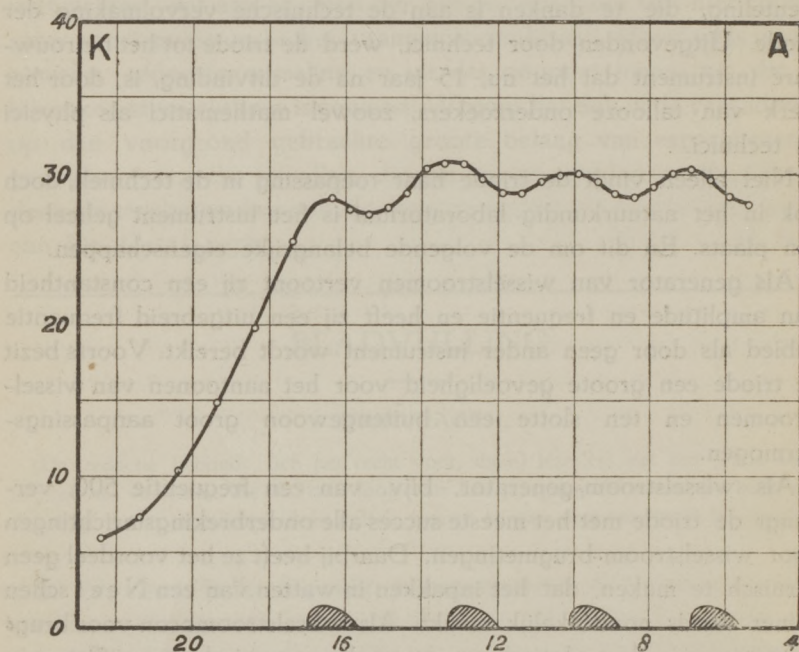
Als generator van wisselstroomen vertoont zij een constantheid van amplitude en frequentie en heeft zij een uitgebreid frequentie gebied als door geen ander instrument wordt bereikt. Voorts bezit de triode een groote gevoeligheid voor het aantoonen van wisselstroomen en ten slotte een buitengewoon groot aanpassingsvermogen.

Als wisselstroom-generator, bijv. van een frequentie 500, vervangt de triode met het meeste succes alle onderbrekingsinrichtingen voor wisselstroom-brugmetingen. Daarbij heeft ze het voordeel geen geruisch te maken, dat het inpakken in watten van een Neefsch hamer steeds noodzakelijk maakt. Als wisselstroombron voor brugmetingen en electrolytische weerstanden, van inductiecoëfficiënten en van capaciteiten is derhalve de triode bij uitstek geschikt.

Het frequentiegebied dat zich uitstrekt van 1 tot $10^8 - 10^9$ trillingen per seconde, maakt het mogelijk de triode te gebruiken als (zeer constante) generator ook van wisselstroomen van uiterst

hooge frequentie, zooals die gebruikt worden bij onderzoeken met golven door, op en langs Lecherdraden. Een toepassing hiervan moge kort beschreven worden.¹⁾

Een triode generator van 3-metergolven wordt in de nabijheid geplaatst van een paar Lecherdraden van veranderlijke lengte. Aan het eene einde van deze draden is een kleine condensator aangebracht bestaande uit twee kwartcirkelvormige tegenover elkaar geplaatste draden, waar tusschen door een Geisslersche buis glijden kan waarin een onafhankelijke glimlichtontlading plaats vindt. Het gedeelte van het glimlicht dat zich tusschen de condensatorplaten bevindt, veroorzaakt een „lek” zijn van dezen condensator. Door nu telkens den resonantiestroom te meten in het Lechersysteem terwijl achtereenvolgens verschillende deelen van het glimlicht zich tusschen de condensatorplaten bevinden, kan het verloop van het geleidingsvermogen in de verschillende gedeelten der ontlading worden bepaald. De bijgaande figuur waarin de ordinaten de



resonantiestroom, en de abscissen de plaats van de glimlichtontlading aanduiden, toont aan dat de maxima van de stroomsterkten zich

¹⁾ Phil. Mag. 38, 352, 1919.

voordoen aan de kathode-zijde van de positieve stratificaties, terwijl groote absorptie plaats vindt in de Faraday donkere ruimte. De figuur die slechts een gedeelte van de totale glimlichtontlading weergeeft, (de lichtverdeling is onderaan aangegeven) doet zien dat het grootste geleidingsvermogen is te vinden in de donkere gedeelten der ontlading.

Het genoemde groote frequentiegebied van met trioden opgewekte wisselstroomen, evenals de constantheid der amplitude en frequentie stellen als laboratorium instrument de triode als generator van wisselstroomen direkt naast den akkumulator als gelijkstroombron.

Ook als versterker van wisselstroomen is de triode in het natuurkundig laboratorium geheel op zijn plaats. Ietwat ruim opgevat is een triodeversterker niet anders dan een elektrisch systeem, waarin, door een automatisch geregelde toevoer van gelijkstroomstooten, de schijnbare „weerstand” voor wisselstroomen van het systeem zeer klein kan worden gemaakt. Wordt deze schijnbare weerstand voor wisselstroomen tot op nul gebracht of negatief gemaakt, dan is een uitwendige elektromotorische kracht niet meer noodig om het systeem in trilling te houden en de versterker gaat spontaan genereeren. Aldus beschouwd is de overgang van versterker tot generator geheel continu.

De uitgebreide versterkingsmogelijkheden openen geheel nieuwe gebieden van onderzoek. Tot nu toe is de triode met meer succes toegepast voor het versterken van wisselstroom dan van gelijkstroom, ofschoon ook op dit laatste gebied vorderingen reeds gemaakt zijn. Voorloopig verdient het derhalve aanbeveling wanneer het versterking van gelijkstroom-energieën betreft, deze eerst bijv. door onderbreking in wisselstroom te veranderen en daarna de versterking toe te passen.

Toevallig is, globaal genomen, de hoeveelheid gelijkstroom energie noodig om met de gangbare galvanometers een zichtbare uitslag te verkrijgen van dezelfde grootte-orde als de wisselstroom energie, die, bij geschikte frequentie, met een telefoon juist hoorbaar gemaakt kan worden. Het gebruik van een triodeversterker bovendien brengt ons dus verder dan de galvanometer.

Bij de voordracht werd de volgende proef als voorbeeld van de constantheid der frequentie gedaan.

Er zijn drie triode-oscillatoren opgesteld waarvan de frequenties *w* zijn:

van N ^o . 1	$w_1 = 10^5 + 500$
van N ^o . 2	$w_2 = 10^5$
van N ^o . 3	$w_3 = 499$

N^o. 1 induceert bovendien wisselstroomen van zijn eigen frequentie ($10^5 + 500$) in N^o. 2. Dank zij de kwadratische termen in de karakteristiek van N^o. 2 treedt in dit laatste systeem een Helmholtz'sche combinatietoon op van het verschil der frequenties w_1 en w_2 , dus van 500, welke laatste combinatietoon in een telefoon met behulp van een drievoudige triodeversterker luid hoorbaar wordt gemaakt. Tevens wordt door systeem N^o. 3 in dezelfde telefoon een wisselstroom geïnduceerd van frequentie 499. Men hoort derhalve de zwevingen tusschen $w_1 - w_2 = 500$ en $w_3 = 499$, dat is, één zweving per seconde.

De condensator van N^o. 1 met lucht als diëlectricum is onder een glazen stolp geplaatst. Door een gedeelte van de lucht daaruit met den mond weg te zuigen, wordt de diëlectrische constante van N^o. 1 een weinig verkleind. Nu is de ϵ van lucht voor normale drukking

$$\epsilon_{\text{lucht}} = 1,00059$$

en door het wegzuigen van bijvoorbeeld $\frac{1}{10}$ van de normale drukking wordt deze diëlectrische constante tot

$$\epsilon' = 1,00053$$

De eigen frequentie van N^o. 1 wordt daarom met een fractie 3×10^{-5} vergroot, welke kleine procentuele verandering door vergrooting van het aantal, op de beschreven wijze hoorbaar gemaakte, zwevingen (met 3 per seconde) direkt geconstateerd wordt. Deze proef, die als voorbeeld van interferentie van interferentie kan worden opgevat, doet zien dat de frequentie met een nauwkeurigheid van 1 op 10^5 althans binnen korten tijd, kan worden constant gehouden.

Summary.

Some physical applications of the triode are considered. The importance of this instrument for physical researches is due to the great constancy in amplitude and frequency of triode oscillators. An experiment is described where, with the aid of a triode oscillator of extreme frequency (3 meter waves), the conductivity of the various parts of a glow discharge is measured without test-electrodes. Finally it is shown that with a method which makes use of interference of interference, it is possible to detect a change of frequency of triode vibrations of 1 in 10^5 , which is brought about by sucking a small part of the air away from between the plates of a condenser, thus varying the specific inductive capacity with an amount of a few parts in one hundred thousand.

ENKELE OPMERKINGEN OVER DE ABSORPTIE
DOOR DE DONKERE NEVELS IN TAURUS,

door A. D. FOKKER.

Onlangs heeft de heer Pannekoek eenige conclusies gepubliceerd waartoe een onderzoek van het aantal zichtbare sterren in bepaalde donkere gebieden van Taurus hem geleid had ¹⁾. De uitkomst was, dat men, in de onderstelling dat de sterleegten door absorbeerende nevels veroorzaakt worden, hun afstand moet schatten op circa 140 parsecs, en dat de lichtopsorping in een gebied met matige absorptie ongeveer 1 à 2 grootteklassen moet bedragen. Ik zou gaarne mijn bewondering uitspreken voor dit onderzoek, al gevoel ik mij daartoe niet competent.

In een tweede opstel ²⁾ bouwt de heer Pannekoek op deze conclusie voort. Hij onderstelt dat de nevels uit gasmassa's bestaan, en dat de absorptie te danken is aan een verstrooiing van het licht. De formule van Rayleigh wordt daarbij aangenomen. De slotsom, waartoe dit leidt, is hoogst verrassend: in de nevels zouden massa's opgehoopt zijn, evenveel als in alle sterren gezamenlijk binnen een bol rond de zon met een straal van 20 maal den afstand der nevels tot de zon! Dit echter geeft op zijn beurt weer aanleiding tot verdere gevolgtrekkingen, die door de waarnemingen niet bevestigd worden, zoodat de heer Pannekoek geneigd schijnt, te betwijfelen of de sterleegten wel aan absorptie door tusschenliggende nevels moeten worden toegeschreven. De onderstelling echter dat er inderdaad sterledige gebieden zouden zijn waar wij de donkere plekken aan den hemel zien, bevredigt hem in haar consequenties evenmin, zoodat hij voorloopig vasthoudt aan de absorptiehypothese, zij het door wolken van nog geringer atoomgewicht dan waterstof, wellicht door vrije-elektronenwolken.

Ik vermoed dat hierbij wel menigen physicus de vraag op de lippen zal komen, die ook ik niet terug kan houden: maar is het dan wel juist, de absorptie *uitsluitend* op rekening te schrijven van de verstrooiing van het licht door gasmolekulen volgens Rayleigh? Zijn er redenen om aan te nemen, dat de nevels

¹⁾ A. Pannekoek. *De afstand van de donkere nevels in Taurus*. Zitt. Versl. K. Akad. Amsterdam 29, p. 524. 1920. ²⁾ *Verdere beschouwingen over de donkere nevels in Taurus*, Ibidem, p. 623. — Aan de Engelsche vertaling dezer verhandeling had dr. P. reeds een aantekening toegevoegd n den geest van zijn antwoord, dat hierna volgt. Ik vernam dit eerst later.

bestaan uit gaswolken? Is het wel uitgesloten, dat zij bestaan kunnen uit *stofwolken*? Dat het een groot verschil maakt voor de absorptie of de substantie gasvormig is of gecondenseerd, hebben wij immers allen honderd malen waargenomen, als de lucht betreft: zonder dat er veel meer waterdamp in de atmosfeer komt, wordt het dan toch aanmerkelijk donkerder! Het lijkt mij, natuurkundig gesproken, onnoodig eenzijdig om alle lichtverzwakking toe te schrijven aan de verstrooiing van het licht. Daarnaast is er nog altijd echte absorptie mogelijk: de omzetting der stralingsenergie in kinetische energie der warmtebeweging.¹⁾

Dit klemmt evenzeer voor het geval men onderstelt te maken te hebben met *elektronenwolken*. Het is misschien niet geheel overbodig, hierop te wijzen. Kort geleden heeft Eddington in zijn rede voor de British Association²⁾ ook gesproken over de enorme absorptie die men in de buitenste lagen moet aannemen ter verklaring van het feit, dat de in hun binnenste zoo ontzaglijk heete reuze-sterren niet méér uitstralen dan zij in werkelijkheid doen. Zelfs indien hij aannam dat de atomen bijna alle in hun elementaire bestanddeelen — electronen en protonen — gedissocieerd waren, kon de onderstelling waarvan ook hij uitging, dat de verzwakking der straling uitsluitend aan verstrooiing geweten moet worden, slechts leiden tot een verstrooiing per massa-eenheid die veel grooter was dan hetgeen men physisch voor waarschijnlijk — (indien al mogelijk) — kan houden.

Maar wanneer men met vrije elektronen rekt, mag men het *lichtelektrisch effect* niet over het hoofd zien. Een stralingsquantum kan een elektron aangrijpen en er zoo op inwerken dat het heele quantum stralingsenergie omgezet wordt in de kinetische energie van het elektron. Wat er dan verder mee gebeurt is van later zorg, maar het quantum is werkelijk *geabsorbeerd*; misschien zal het elektron deze energie later weer eens uitstralen, misschien zal het eerst nog meer absorbeeren. Niets maakt het waarschijnlijk, dat het de energie ooit weer uit zal stralen met dezelfde golflengte van het geabsorbeerde quantum. Dit is dus geen verstrooiing.

Men kan hier nog niet veel numeriek afleiden. Het is de vraag of men dezelfde kans op omzetting van een quantum in kinetische energie van een elektron, als functie van de golflengte en van de intensiteit der straling, die men uit laboratoriumproeven op vrije

1) Van voorkeur voor verstrooiingshypothese getuigt ook H. Groot, vgl. „Physica”, 1e afl.

2) Zie „Observatory” van October 1920..

elektronen in geleiders bepalen kan, ook toe mag passen op het geval van vrije-elektronenwolken. De formule van Rayleigh daarentegen geeft iets waarmee men rekenen kan.

Ik meen echter dat men een uitweg uit de moeilijkheden, door den heer Pannekoek in het geval der Taurusnevels signaleerd, niet versperren moet door een vasthouden aan Rayleigh's verstrooiingsformule, want de verstrooiing hoeft niet meer te zijn dan slechts één uit verschillende factoren die de lichtverzwakking teweegbrengen.

Zusammenfassung.

Es wird betont, dass in gewissen astrophysischen Fragen neben der Rayleighschen Streuung auch richtige Absorption, d. h. Verwandlung von Strahlungsenergie in kinetischer, in Betracht zu ziehen sei. Als Beispiele werden angeführt Pannekoeks Problem der dunklen Nebel in Taurus, und die Absorptionsverhältnisse in den oberflächlichen Schichten der Riesensterne nach Eddington.

ABSORBEERENDE KOSMISCHE NEVELS,

door ANT. PANNEKOEK.

Neemt men aan, dat de absorbeerende kosmische massa's, die de donkere gebieden in den Stier en elders veroorzaken, uit gas bestaan, dat door verstrooiing het licht verzwakt, dan komt men tot waarden voor de totale massa, die onaannemelijk zijn. Tot veel geringer waarden komt men echter, als men aanneemt, dat zulk een kosmische wolk uit vaste, of in elk geval opake deeltjes bestaat, die het licht opvangen. Wij onderstellen, dat het ondoorzichtige bolletjes zijn, met straal a , dichtheid ϱ en aantal n per volume eenheid; is I de opvallende lichtsterkte, dan is

$$\frac{dI}{I} = -\pi n a^2 dx \text{ of } I = e^{-\pi n a^2 x} = e^{-kx}$$

dus de absorbtie-coëfficient $k = \pi n a^2$. Is de massa per volume-eenheid $M = \frac{4}{3} \pi n \varrho a^3$, dan is

$$k = \frac{3}{4} \frac{M}{\varrho a};$$

de verhouding $M/\varrho = \frac{4}{3} \pi n a^3$ is het deel van de ruimte dat opgevuld is.

De absorbtie-coëfficient wordt dus des te grooter, naarmate a kleiner, d. w. z. dezelfde stofhoeveelheid fijner verdeeld is. Dat deze veel grooter is dan de lichtverzwakking door verstrooiing, blijkt, als men de massa berekent, die voor de waargenomen verzwakking van 2 grootteklassen (dus tot $10^{-2 \times 0.4} = e^{-2 \times 2.30 \times 0.4} = e^{-1.84}$, dus $kx = 1.84$) noodig is. Deze massa, per eenheid van oppervlak, is $Mx = \frac{4}{3} \varrho a kx = 2.45 \varrho a$, dus voor $\varrho = 2.5$ ongeveer $= 6 a$.

Bij een straal van 1 0,1 0,01 cm.
wordt deze massa dan 6 0,6 0,06 gram;
terwijl het gas, dat door verstrooiing dezelfde absorbtie geeft, een massa van 25 K.G. per eenheid van oppervlak moet hebben. Bij opake absorbtie worden de massa's dus 10^4 à 10^5 maal kleiner dan wij bij verstrooiing vonden.

Er ligt op het eerste gezicht iets vreemds in, dat bij steeds fijner verdeling van de stof de absorbtie voortdurend stijgt, terwijl eindelijk, bij uiterste verdeling, in gasvorm, de absorbtie weer zoo goed als verdwijnt. De oorzaak ligt in de buiging van het licht, dat om de kleine deeltjes heenspoelt. K. Schwarzschild heeft in 1901 de drukking van het licht op kleine bolletjes berekend¹⁾ en gevonden, dat deze drukking in verhouding tot de zwaartekracht voor afnemende middellijn toeneemt tot zij voor $a = 0,2 \mu$, een maximum bereikt, waarna zij voor nog kleinere a snel tot 0 nadert. Door toepassing van de stelling, dat de druk gelijk is aan de per tijdseenheid geabsorbeerde hoeveelheid beweging, welke voor licht, dat op een zwart lichaam valt, de bekende waarde voor de drukking van het licht $=$ de volumedichtheid der voortgeplante energie geeft, kan men hieruit de absorbtie vinden. Stelt men met Schwarzschild de druk op 1 bolletje voor door $D = \pi a^2 E V$, waarin de factor V voor groote bolletjes 1 is en voor kleinere toeneemt tot een maximum van ongeveer 2,5 om daarna tot 0 te dalen, dan is

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dx} = k = \pi n a^2 V = \frac{3}{4} \frac{M}{\varrho a} \times V.$$

De absorbtie-coëfficient wordt dan in maximo (voor $a = 0,2 \mu$) 2,5 maal grooter dan uit de formule voor grootere bolletjes zou volgen.

¹⁾ K. Schwarzschild. Der Druck des Lichts auf kleine Kugeln und die Arrheniussche Theorie der Cometenschweife. Sitzungsberichte München Bd. XXXI. 293. 1901.

Bij een ruimteopvulling van $M/\varrho = 1/1000$ wordt voor $a = 0,1$ $k = 0,0075$, en in maximo, voor $a = 0,00002$, $k = 95$ ongeveer, terwijl voor moleculaire verdeeling, dus voor een gas, k weer tot de orde 10^{-7} daalt.

De moeilijkheid van de reuzenmassa's, waartoe men komt bij verstrooiing door kosmische gasnevels, wordt dus opgeheven, wanneer men opake absorbtie van uit vaste deeltjes bestaande stofwolken, meteorzwermen o. d. aanneemt. Hiertegen is echter het bezwaar, dat in enkele gevallen (bij de kosmische nevels in den Schorpioen) roodkleuring van een ster achter de nevel is waargenomen. De opake absorbtie is gelijk voor alle kleuren, de absorbtie door verstrooiing is evenredig met $1/\lambda^4$. Een uitweg is wellicht te vinden door ze te combineeren: een verstrooiende ijle gasmassa, die het licht kleurt, en vermengd is met vaste deeltjes, die de absorbtie tot een hoog bedrag opvoeren. Zoodra de waarnemingen bij een bepaalde nevel getallenwaarden geven, zoowel voor de kleuring als de absorbtie, zal het mogelijk zijn, de verhouding van beide te bepalen.¹⁾ Wij willen er hier nog slechts op wijzen, dat deze voorstelling in overeenstemming is met de opvattingen, waartoe Arrhenius langs geheel anderen weg kwam. In zijn kosmogonische beschouwingen²⁾ wijst hij er op, dat alle fijne stofdeeltjes in de wereldruimte door de stralingsdruk der zonnen voortgestuwd worden, tot ze in de kosmische nevels opgevangen en vastgehouden worden. Deze reusachtige gasmassa's zijn dus de verzamelbekkens, waar gasvormige en fijnverdeelde vaste materie met elkaar gemengd moeten voorkomen.

1) Bovendien is er ook de specifieke absorbtie van een gas voor bepaalde λ 's, die echter het totale licht nooit zoo heel veel kan verzwakken.

2) Zie bv. S. Arrhenius. *Das Werden der Welten*.

WAARNEMING VAN GELUIDSZWEVINGEN VAN TWEE GELUIDSBRONNEN EN DEMONSTRATIE VAN DEN INVLOED VAN EEN VERSCHIL IN AFSTAND VAN DE WAAR- NEMERS TOT DE GELUIDSBRONNEN,

door E. E. MOGENDORFF.

Wij nemen twee unisone stemvorken, P en Q, met een trillingsgetal van 256 per sec. De frequentie van één der beide stemvorken wordt verlaagd door een klein stukje was boven op een been te kleven, P en Q worden tegelijk aangeslagen en de zwevingen zijn duidelijk hoorbaar. Door vergrooing van de massa van het stukje was neemt het aantal zwevingen toe; men kan dit aantal weer verminderen, resp. geheel tot nul reduceeren door óók op een been van den anderen stemvork een stukje was te kleven.

De golflengte van dezen toon in lucht is ongeveer 133 cm bij een voortplantingssnelheid van het geluid van 340 m/sec. Wij plaatsen twee waarnemers A en B zoodanig, dat A zich op gelijken afstand van de beide stemvorken P en Q bevindt, terwijl B Q—BP een oneven aantal halve golflengten bedraagt. Een geschikte opstelling is $PQ = 3\frac{1}{2}$ m., $PB = 2$ m. en $QB = 4$ m., terwijl de waarnemer A zich midden tusschen Q en B bevindt, zoodat tenaastenbij $PB = PA = BA = QA$ is. B bevindt zich dan op drie halve golflengten verder van Q, dan A.

De waarnemers A en B, die zich vooraf geoefend dienen te hebben in het hooren van zwevingen, wijzen elke versterking aan door een snel opheffen van den rechterarm, met gesloten oogen, alle aandacht geconcentreerd op den geluidsindruk. Het aantal zwevingen per seconde is voor A en B evengroot. Echter A hoort een versterking, terwijl B op hetzelfde oogenblik een verzwakking hoort! De armen van A en B ziet men in tegengestelde phase!

Voor deze proef is het noodig, dat de beide waarnemers vrijwel even snel op een geluidsprikkel reageeren. Het phaseverschil zal ongetwijfeld zuiverder gedemonstreerd kunnen worden, wanneer A en B elk hun wijsvinger boven een electrisch drukcontact houden en bij elke versterking den stroom sluiten. Wanneer deze seinen op een eenparig roteerende cylinder worden opgeteekend, zal het phaseverschil duidelijk te voorschijn komen.

STATIONAIRE ELEKTRONENBEWEGINGEN
ZONDER STRALINGSWEERSTAND

door A. D. FOKKER

Het is eene gemeenplaats geworden, te zeggen, dat de stationaire bewegingstoestanden waarin de elektronen volgens het atoommodel van Bohr ondersteld worden te verkeerren, niet vereenigbaar zijn met de klassieke theorie. Met name vindt men vaak deze bewering: een elektron, dat onder de aantrekking van een positieve kern in een of andere baan rondloopt gelijk een planeet om de zon, moet, naar de klassieke opvattingen, noodzakelijk energie uitstralen, en is dienovereenkomstig onderhevig aan een „stralingsweerstand”.

Deze bewering is echter in haar algemeenheid en volstrektheid onjuist, en er kan wellicht iets mee gewonnen zijn, indien wij ze niet langer herhalen. Niet in het ontbreken van een stralingsweerstand ligt een tegenspraak met de klassieke theorie.

Opmerkingen hierover vindt men bij verschillende auteurs. F. Kottler kwam reeds in 1914¹⁾, toen de theorie van Bohr nog nauwelijks verbreid was, bij de beschouwingen van systemen, die een eenparig versnelde of eenparig roteerende beweging hadden, tot de conclusie, dat een elektron, indien het ook al in die beweging deelde, niettemin stralingsvrij kon zijn. Ook G. Nordström merkte in 1919²⁾ op, dat het mogelijk was, een oplossing aan te geven van de grondvergelijkingen der elektronentheorie, waarbij een elektron een of andere beweging uitvoerde, zonder dat het energie naar het oneindige uitstraalde. Was de beweging periodiek, dan waren er op grooten afstand, inplaats van steeds verder stralende, een soort staande golven waarin de energie wel heen en weer vloeide, maar niet van het elektron af de onbegrensde ruimte in stroomde. Den vorigen herfst sprak G. Mie op het congres in Nauheim³⁾ over een elektron, dat om een gravitatiecentrum heen zou loopen. Bevond het zich binnen een medevallend projectiel met een geleidend omhulsel, waarin alle van het elektron uitgaande krachtlijnen hun eind zouden vinden, dan zou het elektron, overeenkomstig de equivalentiehypothese van Einstein's gravitatietheorie, zich binnen het vallend versnelde projectiel in een toestand bevinden, alsof het in een gravitatievrij gebied stil stond:

1) Ann. d. Phys. 44, p. 726, 1914. 2) Zitt. Versl. K. Ak. Amsterdam, 28, p. 67, Mei 1919.

3) Phys. Zschr. 21, p. 651, 1920.

het zou niet stralen, en geen stralingsweerstand ondervinden. Reiken echter, zegt Mie, de krachtlijnen van het elektron tot in het oneindige, dan zal het wél stralen en een stralingsweerstand moeten ondervinden.

Het hangt inderdaad er slechts van af, van welke oplossingen der grondvergelijkingen wij ons wenschen te bedienen. Wanneer er gezegd wordt, dat de klassieke theorie een *stralingsweerstand* $e^2 \ddot{\mathbf{v}}/6 \pi c^3$ doet voorzien (e de lading zijnde van het elektron in de rationeele eenheid) dan is dit gebaseerd op een solutie, welke van de *vertraagde potentialen* gebruik maakt. Men weet wat hiermee bedoeld wordt. Bij het opmaken van den scalair en den vectorpotentiaal, φ en $\mathbf{a}$, die teweeggebracht worden door een ladingsverdeling met de dichtheid ϱ , en de snelheid $\mathbf{v}$:

$$\varphi_{\text{ret}} = \frac{1}{4 \pi} \iiint dS \frac{[\varrho]}{r} e^{-r/c}, \quad \mathbf{a}_{\text{ret}} = \frac{1}{4 \pi c} \iiint dS \frac{[\varrho \mathbf{v}]}{r} e^{-r/c}.$$

moet men, indien de potentiaalwaarden ten tijde t verlangd worden, in elk integraalelement ϱ of $\varrho \mathbf{v}$ nemen zooals zij waren ten tijde $t-r/c$. Herleidt men tot integralen over de gelijktijdige standen der ladingen dan krijgt men¹⁾ voor de geretardeerde potentialen in de naaste omgeving ($\mathbf{r}$ zij de vector van ladings-element naar het gestelde punt):

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{ret}} = \frac{1}{4 \pi} \int \varrho dS & \left[\frac{1}{r} + 0 + \frac{1}{2 c^2} \left(\frac{v^2}{r} - \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{r})^2}{r^3} - \frac{(\ddot{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{r})}{r} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{3 c^3} \left((\ddot{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{r}) - 3 (\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}}) \right) + \dots \right], \end{aligned}$$

$$\mathbf{a}_{\text{ret}} = \frac{1}{4 \pi c} \int \varrho dS \left[\frac{\mathbf{v}}{r} - \frac{\dot{\mathbf{v}}}{c} + \dots \right].$$

Past men dit toe op een elektron, dan vindt men een veldsterkte, waarvan het stuk, afkomstig uit de laatste hier opgeschreven termen van φ_{ret} en $\mathbf{a}_{\text{ret}}$, tot den bovengenoemden stralingsweerstand aanleiding geeft.

Men moet echter bedenken, dat de grondvergelijkingen evenzeer bevredigd worden door *versnelde potentialen*, die men krijgt door in de integraalelementen telkens ϱ en $\varrho \mathbf{v}$ te nemen zooals ze eerst

⁴⁾ Arch. neerl. IIIA, 5, p. 200, 1920.

iets later, ten tijde $t + r/c$, zullen zijn. Herleidt men deze geavanceerde potentialen tot gelijktijdige, dan krijgt men de hierboven begonnen reeksontwikkelingen met slechts dit onderscheid, dat de termen om den anderen hun teeken omkeeren. In φ_{av} heeft men aldus een term met $-[(\ddot{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{r}) - 3(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})]/3c^3$, en in $\mathbf{a}_{av}$ een met $+\dot{\mathbf{v}}/c$. Werkt men met de oplossingen φ_{av} en $\mathbf{a}_{av}$, dan heeft men dus, inplaats van een „uitstralingsweerstand”, een „instralings-aanzetting” te verwachten. Ook dit zou een stationairen bewegingstoestand onmogelijk maken.

Er is echter niets tegen, om als oplossing der grondvergelijkingen verwezenlijkt te denken:

$$\varphi = \frac{1}{2} (\varphi_{\text{ret}} + \varphi_{av}), \quad \mathbf{a} = \frac{1}{2} (\mathbf{a}_{\text{ret}} + \mathbf{a}_{av}).$$

Bij deze gemiddelde oplossing is er zoomin iets van een stralingsweerstand als van een aanzetting te vreezen. De krachten, op het elektron uithoofde van zijn eigen veld uitgeoefend, zijn hierbij ondergeschikt aan het variatiebeginsel van HAMILTON, en voor het elektron geldt de wet van behoud van energie. De vraag, hoe het bij de gekozen oplossing gesteld is met het veld in de verte, laten wij thans liever rusten. Bij een andere gelegenheid hopen wij te kunnen laten zien, dat ons daar geen onaangename verrassingen te wachten staan.

Het lijdt dus geen twijfel, dat in het moderne atoommodel het vrij zijn van stralingsweerstand der stationaire bewegingstoestanden *niet* indruischt tegen de klassieke theorie.

Een andere zaak is de uitverkiezing van bepaalde, discrete bewegingstoestanden, die stationair vermogen te zijn met uitsluiting van alle andere. Hiervoor is in de tegenwoordige theorie geen enkele reden te vinden.

VERSLAGEN VAN DE DEMONSTRATIES GEHOUDEN IN HET NATUURKUNDIG LABORATORIUM TE UTRECHT, TIJDENS HET 18^{DE} NATUUR- EN GENEESKUNDIG CONGRES.

Heliophysische Afdeeling. Bij de inrichting van de heliophysische afdeeling van het natuurkundig laboratorium, is er naar gestreefd, de niet zeer ruime beschikbare hulpmiddelen op zoodanige wijze aan te wenden, dat een tweeledig doel zoo goed mogelijk werd bereikt: 1^o. de studenten in de gelegenheid te stellen om door eigen aanschouwing de belangrijkste zonneverschijnselen te leeren kennen; en 2^o. nauwkeurige waarnemingen te kunnen doen betreffende zekere vraagpunten waartoe in het bijzonder de „dispersietheorie der zonneverschijnselen” aanleiding geeft.

Reeds sedert vele jaren is namelijk door Prof. Julius en zijne medewerkers het denkbeeld ontwikkeld, dat het zonlicht op zijn weg door de uitgestrekte gasmassa's die de buitenste deelen der zon vormen, niet slechts gedeeltelijk *geabsorbeerd* wordt (zooals meestal wordt aangenomen), maar dat *moleculaire verstrooiing* en *onregelmatige straalkromming* een nog veel grooteren invloed moeten uitoefenen op de lichtverdeeling over de zonneschijf en op de eigenaardigheden van het spectrum. Het is dus een moeilijk, maar noodzakelijk werk, het waargenomen beeld van de zon met de grootste voorzichtigheid te interpreteren, en uit de lichtverschijnselen af te leiden welke stofverdeeling op de zon er aanleiding toe heeft gegeven.

Deze nieuwe gedachten moesten aan uitgekozen waarnemingsobjecten getoetst worden, en leidden tevens tot talrijke proefnemingen in het laboratorium. Zoo werd dan een inrichting ontworpen met het doel te beantwoorden aan de menigte vragen, door de dispersietheorie gesteld, en om hand in hand met haar het voorbereidend werk te leveren voor onze kennis der zon.

De opstelling bestaat uit een loodrechten kijker van 13 meter brandpuntsafstand, waarin het zonlicht geworpen wordt door een coelostaat, op het dak van het laboratorium geplaatst. Aan het onderende, in de kamer zelf waar men experimenteert, wordt het zonnebeeld van 12 c.M. middellijn gevormd, op ongeveer 1,10 M. boven den vloer. Onder den kijker is, in zijn verlenging, een tweede buis opgesteld van 4,50 M. lengte, welke tegelijk dienen kan als roosterspectrograaf met autocollimatie of als spectroheliograaf.

Kenmerkend voor dezen toestel is zijn volkomen bewegingsvrijheid, bereikt door hem alleen te laten rusten op een stalen kogel onder in den gebetonneerden kelder; voor de studie van allerlei dispersieverschijnselen op de zon is het inderdaad onontbeerlijk de spleet van den spectrograaf in elke willekeurige richting te kunnen draaien. De toestel, als spectroheliograaf ingericht, draagt een eigenaardig hulpapparaat waardoor het mogelijk wordt volkomen gelijktijdig twee spectroheliogrammen op te nemen met verschillende golflengten. Veeren houden hem in onverschillig evenwicht; om hem een eenparige beweging mede te deelen, laat men éénerzijds een gewicht aangrijpen, anderzijds remt men door een vloeistof-regulator. Talrijke technische bijzonderheden kunnen wegens plaatsgebrek niet vermeld worden.

Ter gelegenheid van het Congres was een reeks spectro- en spectroheliogrammen tentoongesteld, waarop men de voornaamste zonneverschijnselen kon waarnemen. Tevens waren twee in 't laboratorium uitgevoerde onderzoeken door platen en graphische voorstellingen verduidelijkt: 1^o. de onderlinge schijnbare „afstooting” van Fraunhofer lijnen, voorspeld op grond van de dispersie-theorie, en inderdaad gevonden uit de waarnemingen der zonnewachten van Mount Wilson en Kodaikanal; 2^o. de bepaling, door Dr. M. Minnaert, van de intensiteitsverdeeling in Fraunhofer lijnen, afgeleid uit de zwarting der photographische plaat, zooals de microphotometer van Dr. Moll die aangeeft.

P. H. van Cittert. Intensiteitsmetingen van spectraallijnen met behulp van het échelon. Indien men op de spleet van een échelonspectroscoop monochromatisch licht laat vallen, ontstaan een zeer groot aantal spectraalbeelden, die alle op gelijke afstand α_0 van elkaar liggen, maar geheel verschillende intensiteiten hebben. Noemt men de intensiteit van een spectraallijn die men in het centrum van het gezichtsveld der gecentreerde opstelling waarneemt: I_0 , dan is die van een lijn, die op een afstand α daarvan verwijderd ligt, theoretisch bepaald door de formule:

$$I = \frac{I_0 \sin^2 \pi \frac{\alpha}{\alpha_0}}{\left(\pi \frac{\alpha}{\alpha_0}\right)^2}$$

Hieruit blijkt, dat de intensiteit vanaf het centrum naar weerszijden zeer sterk afneemt, nul wordt op een afstand $\alpha_0 =$ de afstand

van de orden, dan weer toeneemt tot een gering bedrag, weer afneemt tot 0 op een afstand $2a_0$, enz. Men kan dus uitsluitend in de buurt van het centrum lichtsterke lijnen waarnemen.

Wil men nu de intensiteiten van twee spectraallijnen van naburige golflengte met elkaar vergelijken, dan moet men met deze intensiteitsverdeeling rekening houden. Immers het is mogelijk dat van twee even sterke spectraallijnen de eene in de buurt van het maximum, de andere in de buurt van het minimum afgebeeld wordt. Bovendien zal de intensiteitsverdeeling een verplaatsing van de lijn naar het centrum ten gevolge hebben, daar de buitenzijde van de lijn met geringere intensiteit afgebeeld wordt dan de binnenzijde.

Door een onderzoek van H. C. Burger en P. H. van Cittert¹⁾ is aangetoond, dat deze verdeeling in de praktijk slechts bij benadering geldt. Neemt men echter uitsluitend in de buurt van het centrum waar, dan mag bovenstaande formule zonder bezwaar toegepast worden.

Als voorbeeld zijn de intensiteiten in het systeem van de groene Hg-lijn 5461 Å bij verschillende stroomdichtheid der kwiklamp bepaald.

Daartoe werd het te onderzoeken spectraallijnsysteem door filters uit het licht der kwiklamp afgezonderd en door de échelon-spectroscopie in zijn bestanddeelen ontleed.

Een aantal spectra bij verschillende stroomdichtheid werden op dezelfde plaat gefotografeerd. Daarna werden voor de spleet van de collimator achtereenvolgens verschillende lichtverzwakkers geplaatst, die het groene Hg-licht in bekende verhouding verzwakten, en werd telkens op *dezelfde* plaat het spectrum behorende bij de grootste stroomdichtheid opgenomen.

De verzwakkers, die bestonden uit bakjes gevuld met oplossingen van chroomalun van verschillende concentratie, waren geijkt door het groene Hg-licht op een thermozuil naar Moll, die met een galvanometer naar Moll verbonden was, te concentreren. De uitslag van den galvanometer werd afgelezen, daarna werd een verzwakker op den lichtweg geplaatst en de uitslag opnieuw gemeten. De verhouding dier twee uitslagen geeft onmiddellijk de verhouding waarin het licht verzwakt wordt. Gebruikt werden 5 bakjes, die resp. 68,0; 46,8; 32,5; 21,3 en 14,7% van het licht doorlieten.

De zwartingen der gefotografeerde spectra werden bepaald

¹⁾ Kon. Ak. v. Wet. 29, 394, 1920.

met den microphotometer van Moll. Beschouwt men nu eerst de registrogrammen van het spectrum met de grootste stroomdichtheid en de daarbij behorende verzwakte spectra. De maximale intensiteit van de sterkste lijn in het onverzwakte spectrum noemen we willekeurig 100, deze lijn is nog vijf keer gefotografeerd met intensiteiten 68,0 enz.

De zwartingen dier toppen zijn met den photometer bepaald, het verband tusschen intensiteit en zwarting is dus bekend, we kunnen de zwartingskromme der beschouwde plaat teekenen voor intensiteiten 100 tot 14,7. Door een eigenaardige inschuivingsmethode kan deze kromme beneden de intensiteit 14,7 voortgezet worden. Met behulp van de aldus gevonden zwartingskromme kunnen we de intensiteiten van de andere lijnen, zooals die door échelon gegeven worden, direct bepalen. Houdt men nu nog rekening met de zooeven vermelde intensiteitsverdeeling, dan zijn de ware intensiteitsverhoudingen van de lijnen bekend.

Volgens deze methode werkende is onder andere aangetoond, dat de intensiteiten van de zoog. satellieten van de groene *Hg*-lijn sterker met de stroomsterkte toenemen dan die van de hoofdlijn, dat daarentegen de hoofdlijn steeds breeder en tenslotte door zelfomkeering dubbel wordt; dat echter bij lage stroomsterkte de hoofdlijn enkelvoudig is en niet dubbel, zooals door vroegere waarnemers vermeld werd.

Alph. Deumens. Extinctie door een gezwarte photographische plaat als functie van de golflengte, hoeveelheid zilver en korrelgrootte.¹⁾ Voor een goed inzicht in het photographisch proces is kennis van het eindproduct: de gezwarte photographische plaat, noodzakelijk. Daarom hebben wij, geleid door theoretische overwegingen, het volgend onderzoek over de gezwarte photographische plaat ingesteld.

I. Als een lichtbundel door een gezwarte photographische plaat gaat, wordt zijn intensiteit verzwakt door het groot aantal, onregelmatig verdeelde en in gelatine gebedde korrels zilver der plaat. Noemt men I_0 , resp. I de intensiteit van het licht dat door een ongezwart, resp. gezwart deel der plaat is gegaan, dan verstaat men onder zwarting²⁾ z de Briggsche Logarithme van I_0/I .

Deze zwarting z hebben wij voor een waarde van 0,001 tot 2,0 voor verschillende golflengten gemeten met den extinctiemeter

1) Voor nadere bijzonderheden over dit onderzoek, zie Kon. Ak. v. Wet. 29, 461, 1920.

2) Beter ware het van *extinctie* te spreken, zooals in het opschrift is geschied.

van Moll. Daarbij is gebleken dat de zwarting z in sterke mate afhankelijk is van de kleur van het instralende licht.

Hieruit volgt o.a. dat men bij gebruik van de photographische plaat als lichtverzwakker, de voorafgaande ijking heeft uit te voeren met straling van dezelfde golflengte en in het algemeen deze zal ijken voor de verschillende kleuren.

II. Men kan verwachten, dat de zwarting z behalve van de kleur van het invallende licht, ook afhankelijk zal zijn van m , de hoeveelheid zilver per vlakke-eenheid op de photographische plaat aanwezig, en van de wijze, waarop dit zilver in de gelatine verdeeld is.

Daarom is van de op hun zwarting z onderzochte platen tevens de hoeveelheid zilver m , per vlakke-eenheid aanwezig, gemeten. Ook deze bepaling is verricht met den voor dit doel eenigszins gewijzigden extinctiemeter van Moll.

III. Uit kleine daartoe bewaarde stukjes der onderzochte platen werd tenslotte met een Zeiss-microscoop met olie immersie de gemiddelde doorsnede Δ der zilverkorrels bepaald.

Zet men de bij verschillende expositie verkregen waarden Δ en z/m als abscis en ordinaat tegen elkaar uit, dan ziet men dat z/m in sterke mate van Δ afhankelijk is, zooals uit theoretische overwegingen te verwachten viel.

Van Ditmarsch. De verandering van de extinctie van een uitvlokkend sol. Een extinctiemeter wordt gebruikt om de verandering na te gaan van de extinctie door een sol. gedurende het uitvlokkingsproces. De toestel is aldus samengesteld: In het midden een lichtbron, juist in de brandpunten van een paar lenzen, die aan weerszijden van de lamp zijn geplaatst. Daardoor verkrijgt men twee evenwijdige lichtbundels van ongeveer dezelfde intensiteit. Deze bundels vallen, na door cuvetten, gevuld met sol van gelijke concentratie te zijn gegaan, op 2 thermozuilen van Moll, waardoor thermostroomen opgewekt worden. De thermozuilen zijn tegen elkaar geschakeld en aangesloten aan een spiegelgalvanometer. Door kleine asymmetrieën in de opstelling zijn de thermostroomen niet juist gelijk. Om de stroomen, die in tegen gestelden zin door den galvanometer gaan, gelijk te maken, geeft men de eene zuil een shunt met veranderlijke, regelbare, weerstand. Heeft men met behulp van dien weerstand dan ingesteld dat de galvanometer geen uitslag vertoont, dan voegt men in de eene cuvet de electrolyt, die de stabiliteit van het sol opheft. De gesuspendeerde deeltjes worden grooter en grooter door samenballing

en er valt dientengevolge minder licht op de eene zuil. Het evenwicht is verbroken en men ziet den galvanometer uitslaan. De uitslag is nu een maat voor de verandering van de extinctie van het uitvlokkend sol; gedurende het proces verandert deze uitslag van oogenblik tot oogenblik; het spiegelbeeldje van den galvanometer heeft een langzaam verloop, dat fotografisch geregistreerd wordt.

Ten einde de uitslag van den galvanometer in verandering van intensiteit uit te drukken, worden eenige bekende verzwakkingen (met behulp van fotografische lichtverzwakkers verkregen) mede geregistreerd.

De uitkomsten van deze onderzoeken, die ter toetsing van de theorie van Smoluchowski over het uitvlokkingsproces dienst doen, zullen in mijn proefschrift gepubliceerd worden.

Rassa Riwlin. Spectrographische meting van de lichtgevoeligheid van photographische platen en van absorptie.

Het absorptievermogen van een stof wordt bepaald door de intensiteit in de verschillende gebieden van haar absorptiespectrum te vergelijken met die voor de overeenkomstige gebieden uit het spectrum van de gebruikte lichtbron. Volgens de aangegeven methode worden beide spectra gefotographeerd op eenzelfde plaat en van de verkregen beelden wordt de zwarting in de opeenvolgende punten gemeten met behulp van den microphotometer volgens Moll.

Het is nu nog de vraag, hoe — uit den graad van zwarting gemeten op de photographische plaat — een besluit te trekken omtrent de intensiteit van het licht, dat deze zwarting veroorzaakt. Zonder nu gebruik te maken van een der min of meer bekende zwartingswetten, is voor elke plaat dit verband langs experimenteelen weg vastgelegd met behulp van een zwartingsschaal. Deze wordt gevormd door een reeks spectra, waarbij het licht van de gebruikte lichtbron in bekende mate verzwakt is door middel van filters, die in den lichtweg worden geplaatst. De zwarting dezer verzwakte spectra wordt eveneens uit de geregistreerde photometratiekrommen gemeten, en als functie van de golflengte in teekening gebracht. Voor elke bepaalde golflengte kan in deze teekening de zwarting worden afgelezen van een geheele reeks spectra, waarvoor de intensiteit van het opvallende licht bekend is. Zet men nu voor iedere golflengte de zwarting uit als functie van $\log. I$, dan is in deze kromme lijn langs graphischen weg het gezochte verband vastgelegd tusschen zwarting en intensiteit van het opvallend licht.

Met behulp van deze zwartingskrommen heb ik bovendien het verband trachten vast te leggen tusschen de mate van zwarting op de photographische plaat en de *energie* van het licht, die deze veroorzaakt.

Voor een bepaald spectraalgebied hangt de mate van zwarting op de photographische plaat n.l. af van 2 factoren:

1^o. van de hoeveelheid energie, die de gebruikte lichtbron in het beschouwde gebied uitzendt. Deze is het sterkst in het uiterste rood en neemt zeer snel af naar den kant van het violet.

2^o. van de gevoeligheid der photographische plaat voor licht van bepaalde golflengte. Deze is voor rood heel klein en neemt sterk toe naar het violet.

Langs graphischen weg is het mij gelukt, uit de zwarting voor de verschillende golflengten in verband met de energiekromme der gebruikte lichtbron, het bovengenoemde verband tusschen zwarting en energie te construeeren. Voor elke golflengte vind ik dan een zwartingskromme, die de zwarting geeft als functie van de energie. Uit de geheele reeks dezer krommen is voor elke gegeven zwarting direct af te lezen de lichtgevoeligheid der photographische plaat voor licht van verschillende golflengten.

G. Bremer. Extinctiemeter volgens Moll; meting van den invloed van licht op broomzilver solen. Het beginsel, waarop de extinctiemeter berust is het volgende:

Een sterke lichtbron is vast opgesteld tusschen twee thermozuilen. Deze zijn aan een spiegelgalvanometer aangesloten, en wel zoo, dat ze tegen elkaar zijn geschakeld. Wanneer door justeeën van het toestel compensatie is bereikt, d. w. z. de straling in beide thermozuilen gelijke thermostroom opwekt, zal de galvanometer geen uitslag vertoonen. Brengt men nu tusschen de lichtbron en de zuil I het voorwerp, waarvan men de extinctie wil bepalen, dan zal tengevolge daarvan de straling, die deze zuil treft, worden verzwakt en de galvanometer zal uitslaan. Het evenwicht kan worden hersteld door ook de thermokracht van zuil II te reduceeren. Geschiedt dit reduceeren op meetbare wijze, dan heeft men een directe maat voor de gezochte extinctie. Op een speciaal voor de extinctiemeter geconstrueerde compensatieschakelaar, kan men de gezochte extinctie direct procentueel aflezen.

Het te onderzoeken broomzilver sol, — verkregen uit $AgNO_3$ en KBr — wordt in een cuvet voor thermozuil I geplaatst en daarna wordt de extinctiemeter gejusteerd d. w. z. de thermozuilen

worden op een zoodanige afstand van de lichtbron geplaatst, dat terwijl de compensatie schakelaar op 0 gesteld is, de galvanometer geen uitslag geeft. Daarna wordt het cuvet met het sol uit de extinctiemeter genomen en voor een sterke lichtbron (van 500 kaarsen) geplaatst, en een bepaalde tijd belicht, waarna men de door de belichting verkregen extinctie waarneemt. Aldus kan het verloop van de extinctie worden nagegaan.

R. H. de Waard. Vergelijking van de intensiteit van spektraallijnen.

1. Verschillende stoffen zenden onder bepaalde omstandigheden hun licht uit in lijnenspektra. Doel van de opstelling is de bepaling van de intensiteitsverhouding van verschillende lijnen van zulke spektra.

2. Ter bepaling van de intensiteitsverhouding van de gele en de groene helium-lijnen ligt de volgende methode voor de hand:

Het licht wordt geworpen op de spleet van een spektroscoop. In het daardoor verkregen spektrum wordt een thermozuil gebracht, eerst op de plaats van de gele, daarna op die van de groene lijn. De verhouding van de hiermee verkregen galvanometeruitslagen stelt men gelijk aan de gezochte intensiteitsverhouding der spektraallijnen.

De bezwaren van deze methode zijn:

1e. dat de spektroscoop de beide kleuren op verschillende wijze, dus in verschillende mate verzwakt.

2e. dat de galvanometeruitslagen te klein zijn voor behoorlijke meting.

3. In de tans te beschrijven opstelling zijn deze bezwaren weggevallen. Een buisje van Geissler, gevuld met *He*, is op een nauwe spleet na omplakt met zwart papier. Het uittredende licht wordt door een rechtziend prisma ontleed, en een spektrum wordt ontworpen op de plaats van een fotografiese plaat.

Er wordt een geschikte belichtingstijd gekozen, b.v. 5 minuten. Elke spektraallijn veroorzaakt dan een bepaalde zwarting: omgekeerd zal de door de gele lijn veroorzaakte zwarting een maat zijn voor de intensiteit van die lijn, en zal hetzelfde gelden voor de zwarting door de groene lijn.

Verzwakken we het licht van de Geissler-buis met 20⁰/₀, en belichten weer 5 minuten, dan krijgen we een spektrum met andere, geringere zwartingen. Op deze wijze maken we b.v. 5 spektra, resp. verzwakt met 0⁰/₀, 20⁰/₀, 40⁰/₀, 60⁰/₀, 80⁰/₀. Op millimeter-

papier worden nu in twee diagrammen, resp. voor geel en groen, tegen elkaar uitgezet de zwarting en de procentuele lichtverzwakking. Deze diagrammen zullen aanstonds gaan dienen voor grafiese interpolatie.

4. De spleet van de Geissler-buis wordt nu achtereenvolgens vervangen door zwakkere, resp. gele en groene vergelijkingslichtbronnen, waarvan de intensiteitsverhouding bekend is. Beide veroorzaken bij 5 minuten belichtingstijd een bepaalde zwarting. Door grafiese interpolatie in de diagrammen van zooeven kan dan worden gevonden, dat de intensiteit van de gele vergelijkingslichtbron a^0_0 is van die van de gele *He*-lijn, en die van de groene vergelijkingslichtbron b^0_0 van die van de groene *He*-lijn. Is dan v de intensiteitsverhouding van de gele en groene vergelijkingslichtbronnen, dan is

$$V = v \cdot \frac{b}{a}$$

de intensiteitsverhouding van de gele en groene *He*-lijnen.

5. De vergelijkingslichtbronnen worden als volgt verkregen: Op een spleet wordt intens monochromaties geel (resp. groen) licht geworpen. Met een bolle lens wordt deze spleet afgebeeld op een thermozuil. In de konvergente bundel tusschen lens en zuil is geplaatst een glasspiegeltje, waarvan de normaal een hoek van 45° insluit met de as van de lichtbundel. Van het licht, dat door de lens is gegaan, wordt daardoor een kleine fraktie naar opzij geworpen: deze fraktie wordt geacht dezelfde te zijn voor geel en groen licht.

Van de spleet worden op deze manier twee beelden gevormd, een op de thermozuil door het door het spiegeltje doorgelaten licht, een ander op zij van de hoofdbundel door het gereflekteerde licht. De beelden zijn juist even groot als de spleet van de *He*-buis. Hun intensiteitsverhouding is volgens de gemaakte onderstelling onafhankelijk van de goflengte van het gebruikte licht: de intensiteit van het tweede beeld is dus evenals die van het eerste evenredig met de uitslag van de aan de thermozuil verbonden galvanometer. Het tweede beeld nu dient als gele (resp. groene) vergelijkingslichtbron.

De intensiteitsverhouding v van de gele en de groene vergelijkingslichtbron is dan werkelijk bekend: zij is de verhouding van de met deze kleuren korresponderende galvanometeruitslagen.

H. A. C. Denier van der Gon en J. N. A. van den Bouwhuijsen. Absorptie van licht door (gekleurde) zoutoplossingen.

Algemeene Opgave: bepaling van de absorptie-coëfficiënt α bij verschillende concentraties eener oplossing als functie van de golflengte λ van het doorvallende licht.

De Methode is voor het zichtbare en ultrarode gedeelte van het spectrum *thermometrisch*, voor het violette en ultraviolette deel *photographisch*. Slechts de eerste methode zal hier beschreven worden. (De laatste wijze van onderzoek wordt in dit Lab. ook gevolgd door mej. Riwlin).

Instrumenten. Ter verkrijging van monochromatisch licht (beter: licht van een bepaald golflengte gebied) uit verschillende, op onderling gelijke afstanden in het spectrum liggende plaatsen, worden twee toestellen benut:

1^o een ultraroodspectrocoop (6000 Å° en hoger).

2^o een monochromator (4500—7500 Å°).

Beschrijving:

Ad. 1^o. Het optisch systeem bestaat (behalve een prisma) geheel uit verzilverde spiegels. Het voordeel is, dat men minder last heeft van energieverlies dan bij gebruik van lenzen, terwijl bovendien zondermeer volledig achromatisme bereikt wordt. Bij onderzoekingen ver in het ultrarood wordt het *glasprisma* vervangen door een van *klipzout*. Het licht van een elektrische lamp wordt door een hollen spiegel geconcentreerd op een spleet van regelbare breedte en valt, na door een tweeden spiegel evenwijdig te zijn gemaakt, door het prisma, dat draaibaar op een cirkelschrijf met verdeelden rand is opgesteld. Door een derden hollen spiegel wordt vervolgens het gevormde spectrum afgebeeld op het voorvlak eener thermozuil van Dr. Moll. Door draaiing van het prisma verschuift het spectrum over dit voorvlak en kan men dus een willekeurig golflengtegebied door een zich daarin bevindende spleet op de zuil laten vallen.

Door doelmatige plaatsing van een vlakken spiegel op de draaibare schijf van het prisma wordt bereikt, dat de door de spleet van de thermozuil vallende lichtsoort het prisma met minimum deviatie doorloopt.

Ad. 2^o. Het licht van een lamp wordt door een lens geconcentreerd in de spleet van een monochromator van Dubois, daarna door een lens evenwijdig gemaakt en gestuurd door een

rechtziende prismacombinatie, die draaibaar is opgesteld; door een derde lens wordt het gevormde spectrum afgebeeld op het vlak van een tweeden spleet, waardoor dus wederom een bepaald gedeelte van het spectrum (naar willekeur te veranderen door draaiing van het prisma) naar buiten treedt. Na door een vierden lens evenwijdig te zijn gemaakt wordt de bundel door een vijfden lens geconcentreerd op den thermozuil.

Bij beide toestellen bestaat gelegenheid om in den weg van den lichtbundel te brengen cuvetjes, met zoutoplossing resp. met water gevuld, van verschillende dikte (deze worden bij 't eerste toestel onmiddellijk vóór de lamp, bij 't tweede tusschen de 4^{de} en 5^{de} lens gebracht). De toestellen zijn zóó ingericht, dat de verzet-ting van de prisma's automatisch geschiedt, alsook het bij elken stand van de prisma's achtereenvolgens inbrengen van cuvetjes met water en met oplossing, en het geheel afschermen van den lichtbundel.

Registratie. De thermozuilen worden verbonden met een galvanometer van Moll; de uitslagen hiervan, welke evenredig zijn met de opvallende lichtintensiteiten, worden photographisch geregistreerd op film, en daarna met m.m.-verdeeling vergroot geprojecteerd en uitgemeten (teneinde steeds deze metingen tot op 1 % nauwkeurig te kunnen verrichten, hetgeen bij gebruik van de beschreven toestellen mogelijk is, moeten de uitslagen soms tot in honderste m.m. afgelezen worden).

Berekening der resultaten. Men stelle bij achtereenvolgende doorgang van een lichtbundel van een bepaald golflengtegebied door twee cuvetjes met dikte d , gevuld met oplossing van zekere concentratie resp. water de verhouding der galvanometer uitslagen op δ_1/δ_0 , en de verhouding verkregen bij gebruik van cuvetjes met dikte d_2 op δ_2/δ_0 .

Men heeft dan de betrekkingen (wet van Beer),

$$c \frac{\delta_1}{\delta_0} = e^{-\kappa d_1} \text{ en } c \frac{\delta_2}{\delta_0} = e^{-\kappa d_2}$$

(waarin c eene functie is van het reflectievermogen van de wanden der cuvetjes).

Op m.: De invloed van de *herhaalde* reflexies tusschen de wanden der cuvetjes is hier verwaarloosd.

Uit deze vergelijkingen volgt onmiddellijk:

$$\kappa = \frac{\lg \frac{\delta_1}{\delta_0} - \lg \frac{\delta_2}{\delta_0}}{d_2 - d_1}$$

zoodat hieruit de waarde van κ bij eene bepaalde λ en concentratie te berekenen valt.

Bij de metingen varieerde d tusschen 0,20—200,00 m.M., teneinde de metingen zóó te kunnen uitvoeren, dat door het geheele spectrum heen voor δ/δ_0 waarden gevonden konden worden voor de verschillende door te meten concentratie's, welke goed meetbaar zijn. Tevens wordt zorg gedragen, dat bij elke λ minstens drie waarden van δ/δ_0 beschikbaar zijn ter berekening van κ ; aan het quotient dat de grootste waarden van d_2-d_1 in den noemer heeft, wordt het grootste gewicht toegekend.

Voor elke concentratie worden de waarden van δ/δ_0 als functie van λ bij verschillende d 's graphisch uitgezet, evenals de κ , terwijl in een andere graphische voorstelling worden weergegeven de waarden van κ bij verschillende concentraties als functie van λ . Het schijnt, bij Cu Cl_2 -oplossingen in het zichtbare gebied, dat men zich de κ -krommen bij verschillende concentraties opgebouwd denken mag uit twee andere krommen (superpositie) die elk hunne maxima en minima op vaste plaatsen in het spectrum bezitten.

Mej. A. M. Huffnagel en A. J. H. Busé. Microphotometer voor breede spectraalgebieden.

Het doel van het onderzoek, in dienst waarvan de microphotometer was opgesteld, is de getallenwaarde der lichtintensiteitsverdeeling in buigingsbeelden experimenteel te bepalen. Dit gebeurt door de buigingsbeelden te fotografeeren (de vertoonde opname was gemaakt met monochromatisch licht van $546,1 \mu\mu$ en een verticale spleet), en de intensiteit van het op de gevoelige plaat gevallen licht af te leiden uit de zwarting daar ter plaatse, welke zwarting afgelezen wordt uit het photogram, dat met behulp van den microphotometer en een registreertrommel op gevoelig papier opgeteekend wordt. De zwartingskromme, welke dient om uit de gevonden zwartingen de gezochte intensiteiten af te leiden, is eveneens experimenteel bepaald door op dezelfde plaat en in overigens dezelfde omstandigheden maar met intensiteiten, die in een bekende verhouding tot elkaar staan, het buigingsbeeld te fotografeeren en de zwartingen van overeenkomstige punten te vergelijken.

Op deze wijze is het buigingsbeeld van een enkele spleet onderzocht en gevonden dat de intensiteitsverdeeling overeenkomt met degene die volgens de theorie te verwachten is.

Mej. J. Marx en Mej. A. Münch. Visueele troebelheidsmeter.

De toestel stelt ons in staat de sterkte van een troebeling visueel te meten, en wel voornamelijk de verandering hiervan met den tijd. We gaan dit nu na bij de uitvlokking van een colloïdale oplossing door een electrolyt. Daartoe laten we een lichtbundel op de stof vallen; hoe meer van deze is uitgevlokt, hoe meer licht verstrooid wordt en hoe minder dus wordt doorgelaten. Deze bundel vergelijken we door middel van een photometer van Lummer—Brodhun met een tweede oorspronkelijk even sterke bundel. Hierin wordt telkens een z.g.n. verzwakker geplaatst, d.i. een photographische plaat, die gedurende korten tijd belicht is. Deze laat slechts een bepaalde fractie van het opvallende licht door. De extinctie van deze platen is vooraf gemeten. We bepalen de oogenblikken waarop beide bundels even sterk zijn, we weten dan de hoeveelheid doorgelaten licht. Dit is een maat voor de hoeveelheid uitgevlokte stof.

De opstelling is als volgt:

Een lampje N is geplaatst midden tusschen en in het brandpunt van 2 lenzen L_1 en L_2 , zoodat 2 evenwijdige lichtbundels gevormd worden. Deze vallen onder hoeken van 45° op 2 spiegels S_1 en S_2 , waardoor ze onderling evenwijdig worden. Ze gaan nu door 2 diafragma openingen, zoodat overtollig licht wordt tegengehouden. Dan doorloopen ze 2 bakjes met het te onderzoeken sol, en worden daarna door 2 spiegels S_3 en S_4 onder hoeken van 45° teruggekaatst, en verlichten nu het scherm van den photometer.

In het eene bakje (B_1), laten we het sol (natuurlijk van bekende sterkte) door een electrolyt van gegeven concentratie uitvlokken en plaatsen voor het andere bakje (B_2) de verzwakkers.

We werken met monochromatisch licht, omdat het violette licht veel meer verstrooid wordt dan het roode; de bundel, die door de uitvlokkende oplossing gaat, zou dus rood gekleurd worden en niet te vergelijken zijn met de andere bundel.

H. B. Dorgelo. Wisselstroommeter van Moll.

De te meten wisselstroom wordt door een metaaldraad gezonden, de ontwikkelde warmte veroorzaakt eene temperatuurstijging, welke laatste met behulp van thermo-elementen wordt gemeten. Voordeelen zijn: 1^o. groote gevoeligheid; bij zwakke wisselstroomen wordt de opgewekte thermostroom gemeten met een gevoelige spiegelgalvanometer, 2^o groote praecisie.

Het instrument bestaat uit een thermozuil, bestaande uit ongeveer 50 thermobandjes, waar doorheen de draad, die door den te meten wisselstroom wordt verwarmd, is gevlochten. De draad is electrisch van de thermobandjes geïsoleerd, maar vormt met de zuil mechanisch één geheel, d.w.z. de plaats van den draad ten opzichte van de soldeerplaatsen is *absoluut onveranderlijk*.

Heeft men sterker wisselstroomen te meten, dan kan men met voordeel gebruik maken van een gewonen millivoltmeter met wijzer. Dit is een gelijkstroominstrument en als zoodanig kan men daaraan veel hooger eisch van praecisie stellen, dan aan eenig wijzerinstrument voor wisselstroom.

De ijking geschiedt met behulp van gelijkstroom.

Op ééne bijzonderheid zij nog gewezen, die vooral voor de technische toepassing van het apparaat van beteekenis is. De rechte wisselstroomdraad heeft een te verwaarloozen capaciteit en zelf-inductie. Dat wil zeggen: het apparaat is voor alle frequenties bruikbaar en is bovendien shuntbaar.

Met behulp van gewone gelijkstroomshunts is de gevoeligheid tot $\frac{1}{2}$, tot $\frac{1}{5}$, tot $\frac{1}{10}$, tot $\frac{1}{1000}$ te reduceeren.

De schaalverdeling is uitteraard quadratisch.

S. P. Slagter. Electrische meting van adsorptie bij colloïden.

Het doel van het onderzoek is een studie van het adsorptieproces bij het uitvlokken van een colloïd door bijvoeging van een electrolyt, en wel langs physischen weg. Hier wordt bestudeerd de verandering in het geleidingsvermogen van een sol gedurende de uitvlokking. Het groote voordeel van deze methode is, dat men adsorptie kan meten in den soltoestand, dus bij toevoeging van zulke kleine concentraties electrolyt, dat nog geen zichtbare uitvlokking plaats heeft.

Gebruikt wordt een nauwkeuriger methode dan de tot nu het meest gevolgde telefoonmethode van Kohlrausch.

Een nieuw toestel, de *wisselstroommeter van Moll* heeft het groote voordeel boven de telefoonmethode, dat het:

1^o. veel gevoeliger is. Met gemak kan een gevoeligheid bereikt worden van $\frac{1}{1000}\%$;

2^o. niet volgens een minimummethode werkt, maar op de schaal uitwijkingen van het lichtbeeld geeft, die ook het teeken der verandering in weerstand aangeven;

3^o. in een paar seconden voor een nieuwen toestand weer is ingesteld.

Een korte beschrijving volge hier:

Stel u voor een stroomvertakking. In de eene tak is een weerstandsbank, in de andere een electrolyt. Verder wordt een deel van elke tak gevormd door een zeer dunne draad van gelijken weerstand. Om elk dier dunne draden is een reeks thermobandjes gevlochten, zoodanig, dat de eene reeks soldeerplaatsen met den draad in aanraking is, en de andere reeks soldeerplaatsen op constante temperatuur gehouden wordt.

Beide reeksen thermobandjes zijn door draden verbonden tot een gesloten keten, waarin is opgenomen een Moll-galvanometer.

Gelijke weerstand in elk der takken geeft nu gelijke warmte-ontwikkeling, gelijke E. M. K. der thermostroomen, en, daar de twee reeksen thermobandjes *tegengesteld* geschakeld zijn, krijgen men dus geen uitslag van den galvanometer. Wordt in de eene tak de weerstand grooter, dan krijgt de galvanometer een uitslag in bepaalde richting, en voor procentsgewijze niet te groot verschil in weerstand is de uitwijking recht evenredig met dien weerstand.

Bepaald worden het geleidingsvermogen van een electrolyt, van het sol, en van het mengsel, welk laatste kleiner is dan men verwachten kon op grond van de eerste twee. Dit wijst dus op een ionen-adsorptie door het sol. In verband met kataphorese bepalingen kan men dan aantoonen dat die adsorpties voldoen aan de formule van Freundlich:

$$\frac{x}{m} = a C^n,$$

waarin voorstellen:

x = geadsorbeerde hoeveelheid electrolyt,

m = massa van het sol,

a = constante,

C = eindconcentratie der electrolyt,

n = constante.

Verder kan men afleiden hoe het aantal ionen in elk der dubbel-lagen van het soldeeltje procentsgewijze verlaagd wordt door de uitvlokkende electrolyt, en door deeltjes telling er bij te nemen, kan men ook komen tot een schatting van dat aantal.

De resultaten van het onderzoek zullen worden neergelegd in een dissertatie over dit onderwerp.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

1e JAARGANG

AUGUSTUS 1921

NUMMER 5

BEWEGING IN DEN SPIRAALNEVEL MESSIER 33 TRIANGULI.

door A. VAN MAANEN.

Een van de meest belangwekkende problemen in de Sterrekunde is de interpretatie van de spiraalnevels: zijn zij systemen vergelijkbaar met onzen melkweg of vormen zij slechts onderdeelen van ons eigen melkwegstelsel? Vooral in de laatste jaren is dit probleem van verschillende zijden besproken en voor beide inzichten zijn argumenten te berde gebracht.

De bewegingen, door den schrijver in Messier 101 Ursae Majoris gevonden¹⁾, vormen een van de voornaamste argumenten tegen de opvatting van de spiraalnevels als Melkweg-Stelsels. Deze bewegingen, echter, waren voornamelijk gebaseerd op de uitmeting van een paar platen met een tusschentijd van slechts vijf jaar, door Ritchey met den Mt. Wilson 60-inch teleskoop genomen. Weliswaar werden deze bewegingen bevestigd door de resultaten van drie platen, met den Crossley-reflector van de Lick-sterrewacht gemaakt; ook werden gelijksoortige bewegingen voor Messier 81 door mijzelf en voor Messier 51 onafhankelijk door Lampland en door Kostinsky gevonden. De beste bevestiging kon echter slechts verkregen worden door photo's met een grooter tusschentijd genomen. De weersgesteldheid in het voorjaar van 1920 heeft het pogen om eene nieuwe plaat van Messier 101 te nemen, verijdeld; doch het gelukte Duncan eene vrij goede opname te verkrijgen van Messier 33, waarvoor Ritchey eene uitstekende plaat had, in 1910 genomen. De gebruikte focaallengte was, evenals voor Messier 101 en 81, vijftwintig voet; bovendien had ik een paar platen van Messier 33 in 1915 en 1920 genomen met eene focaallengte van tachtig voet.

1) Contr. from the Mount Wilson Obs. No. 118; Astroph. J. 44, 1916.

Eenige jaren geleden vond Seares ²⁾ dat de condensaties in de spiraalnevels, welke niet te dicht bij het centrum zijn gelegen, blauw van kleur zijn; met behulp van eenige platen, door Seares gedeeltelijk met en gedeeltelijk zonder kleurenfilter genomen, was ik in staat uit te maken welke objecten waarschijnlijk tot Messier 33 behoorden en welke daarentegen konden gebruikt worden als vergelijkingssterren.

Voor nadere bijzonderheden der uitmetingen van de twee paren platen verwijs ik naar een artikel, dat weldra zal verschijnen in de „Proceedings of the National Academy of Sciences in Washington”. Voor het paar met 25 voet focaallengte gebruikte ik 24 vergelijkingssterren en 30 nevelpunten; voor dat met 80 voet focaallengte 23 vergelijkingssterren en 21 nevelpunten. De resulterende bewegingen zijn dan relatief met betrekking tot de gemiddelde beweging der 24, respectievelijk 23 vergelijkingssterren; zij vertegenwoordigen gedeeltelijk bewegingen van den nevel als een geheel, gedeeltelijke inwendige bewegingen. Voor de eerste werd als de meest waarschijnlijke waarde afgeleid:

Eigenbeweging in rechteklimming $= - 0''.007$

„ „ declinatie $= - 0''.002$

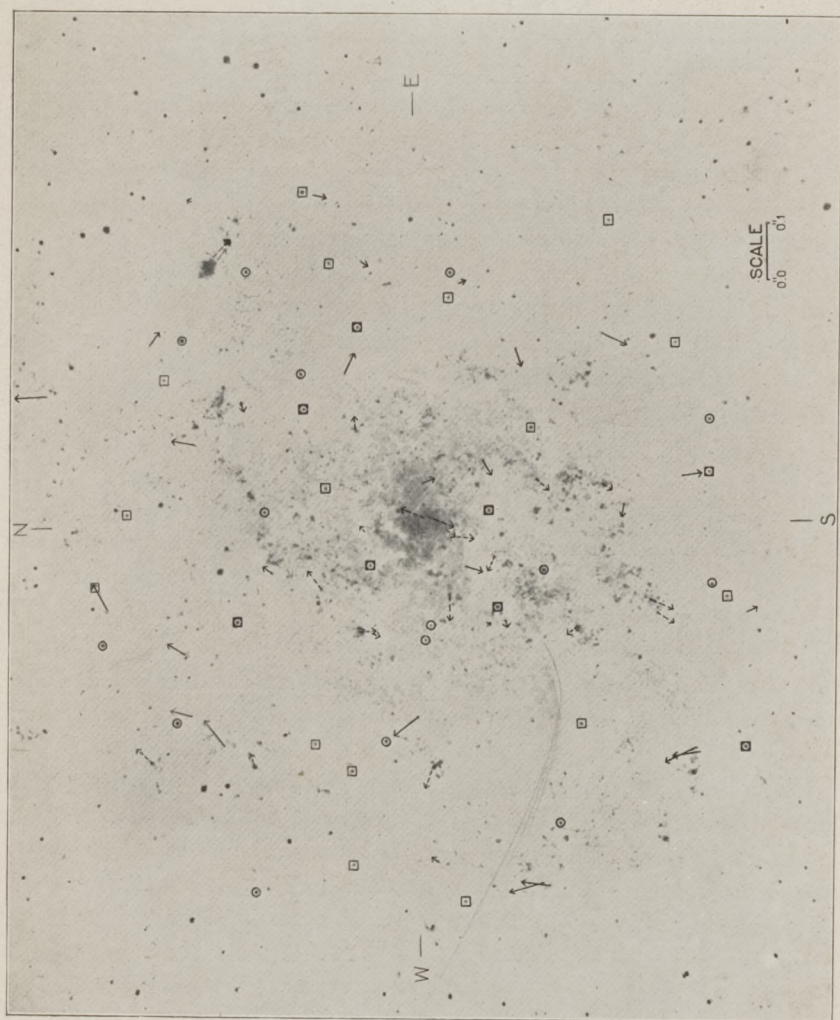
Worden deze grootheden van de totale bewegingen afgetrokken, dan resulteren de bewegingen, die zich binnen de nevel afspelen. In de bijgaande figuur zijn deze door pijltjes aangeduid, voor het eerste paar platen met doorgetrokken, voor het tweede paar met onderbroken lijnen; de vergelijkingssterren zijn aangeduid door vierkantjes, respectievelijk cirkels.

Het resultaat laat ons hier, evenals indertijd met Messier 101 het geval was, in twijfel of deze bewegingen het best kunnen worden geïnterpreteerd als eene rotatie of als eene buitenwaartsche beweging langs de stroomlijnen van den nevel. De resultaten zijn voor beide gezichtspunten samengevat in de volgende tabellen.

Bij onderstelling eener rotatiebeweging, vinden wij:

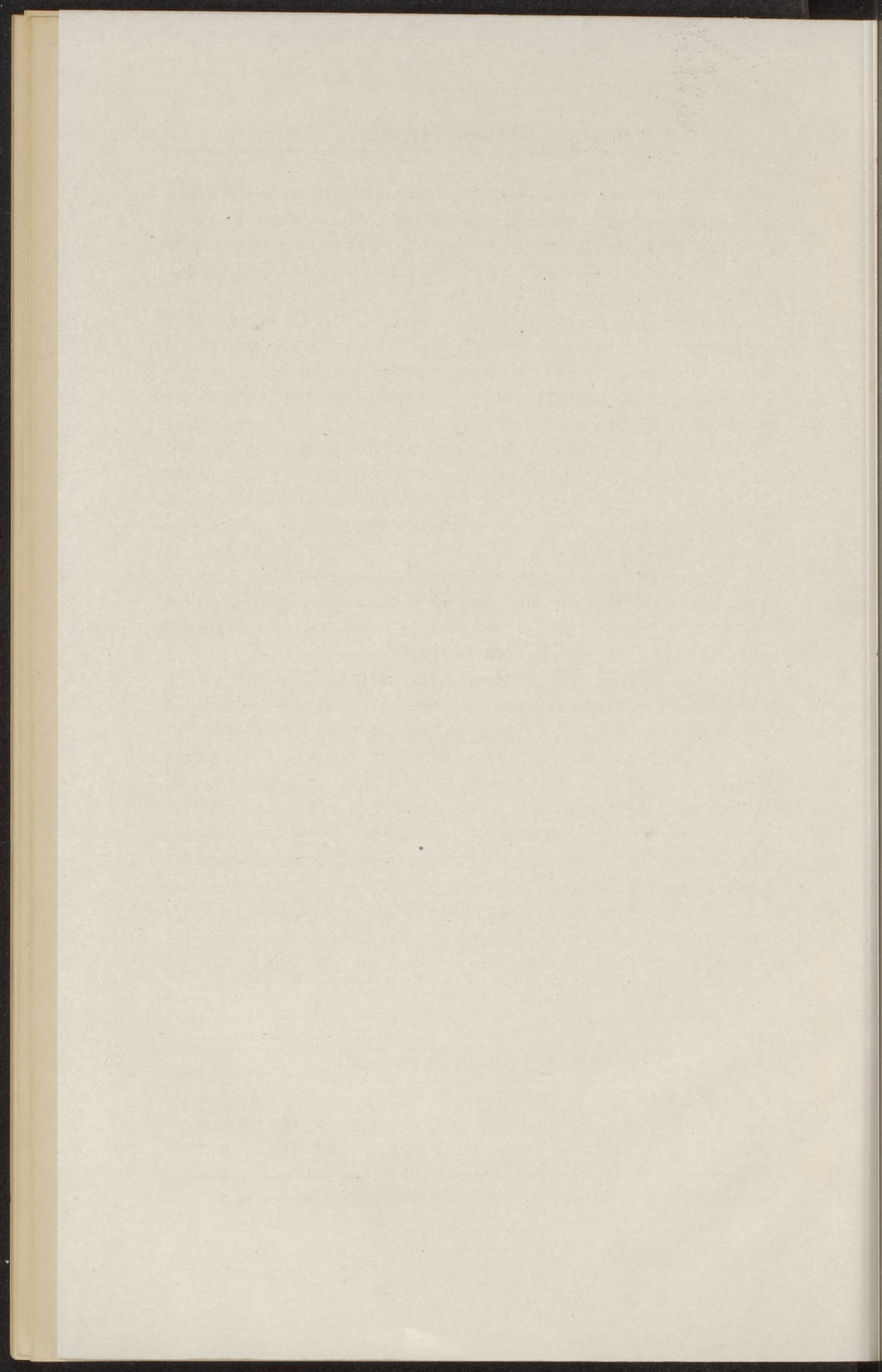
Focaallengte	25 voet	80 voet
Rechtsche beweging	23 of 77 %	17 of 81 %
Linksche „	7 of 23 %	4 of 19 %
Gemidd. tang. bew.	+ 0''.020	+ 0''.014
„ rad. „	+ 0''.006	+ 0''.012

2) Comm. from the Mount Wilson Obs, No. 36; Nat. Ac. of Sc. 2. 1916.



Spiraalnevel Messier 33 Trianguli.

De merkteekens en pijltjes geven aan de als vaste vergelijkingspunten gebruikte sterren en de uitgemeten bewegingen van geïdentificeerde nevelpunten.



Bij onderstelling eener buitenwaartsche beweging langs de stroomlijnen vinden wij:

Focaallengte	25 voet	80 voet
Beweging naar buiten	28 of 93 $\frac{0}{0}$	18 of 93 $\frac{0}{0}$
„ „ binnen	2 of 7 $\frac{0}{0}$	3 of 14 $\frac{0}{0}$
Gemidd. beweging	+ 0''024	+0''021

Het positieve teeken is gebruikt voor rechtsche en naar buiten gerichte beweging.

Vergelijken wij nu de hier gevonden beweging met de door Pease ¹⁾ gemeten snelheden in de gezichtslijn van twee deelen van den nevel, dan kunne wij, met inachtneming van de waarschijnlijk helling van het vlak van den nevel op de gezichtslijn, de parallax van Messier 33 bepalen; het resultaat is:

$$\pi = + 0''0005$$

Met deze waarde vindt men voor den diameter van Messier 33, honderd lichtjaren, terwijl de individueele nevelpunten eene absolute helderheid hebben van + 1 en zwakker.

Indien wij, aan den anderen kant, met Curtis, die wel de voornaamste vertegenwoordiger is van het „island-universe” idee, wilden aannemen, dat de afstand van den nevel meerdere millioenen lichtjaren is, dan zouden de hier gevonden inwendige bewegingen snelheden aanduiden van dezelfde orde als de snelheid van het licht, hetgeen voor bewegingen van materie hoogst onwaarschijnlijk is.

Beschouwen wij derhalve de gevonde bewegingen als reëel, (en zij vinden eene bevestiging in de bovengenoemde waarnemingen van Messier 101, 81 en 51) dan vormen zij een zeer zwaarwegend argument tegen het idee, dat de spiraalnevels afzonderlijke Melkweg Stelsels vormen.

Mount Wilson Observatory, Pasadena.

1921 April 22.

¹⁾ Publ. of the Astr. Soc. of the Pacific, 28 1916.

EEN STRALINGS-ANOMALIE?

door H. K. DE HAAS.

Het is de leer, dat elk punt van het oppervlak van een stralend lichaam in elke richting evenveel energie uitzendt; experimenteele toetsing dezer stelling heeft vooral waarde voor uitstraling in richtingen, die een kleinen hoek met het oppervlak maken.

We gaan in de volgende vier alinea's uit van de onderstelling, dat dit oppervlak overal per vlakke-element evenveel energie uitzendt.

De eerste consequentie is dan, dat een stralend oppervlak, onder welken hoek ook bezien, steeds even lichtsterk schijnt; bijv.: een bolvormig oppervlak schijnt ons een schijf, even helder aan den rand als in het midden; we kunnen, afgaande op de lichtsterkte ervan, niet uitmaken, of we met een bol, hol, plat of hobbelig oppervlak te doen hebben.

Een tweede consequentie is: het verschil in afstand tot onderdeelen van het oppervlak tot ons oog heeft geen invloed op de lichtsterkte, mits het oppervlak een netvliesbeeld geeft, dat in elke richting niet kleiner is, dan aan het kleinst voor ons oog waarneembare richtingsverschil beantwoordt.

Een derde consequentie is, dat het verschil in afstand tot onderdeelen van een lichaam waarvan het netvliesbeeld in één richting *wel* kleiner is, dan aan het kleinst door ons oog waarneembare richtingsverschil beantwoordt, zich doet gelden in de schijnbare lichtsterkte; de deelen van een lichtgegenden draad beelden zich af met een lichtsterkte, omgekeerd evenredig met den afstand dier deelen; de richting van den draad ter plaatse doet niet ter zake, zoomin als de richting van het uitgebreider vlak dat doet.

Afgaand op deze derde consequentie, zou men verwachten, dat in een metaaldraadlamp waarin de draad zoo dun is, dat zijn dikte afgebeeld wordt op het netvlies *kleiner* dan beantwoordt aan den kleinst waarneembaren hoek van richtingsverschil, de verschillende draadstukken steeds even lichtsterk schijnen (behoudens hun afstandverschil tot ons oog); even lichtsterk, hoe ons oog ook geplaatst is ten opzichte der verschillende draadstukken.

Deze verwachting komt niet uit; een metaaldraadstuk, bijna evenwijdig aan de gezichtslijn, schijnt lichtzwakker dan de andere stukken, wier richting een grooter hoek met de gezichtslijn maken; door het oog te plaatsen ongeveer in het verlengde van eenig draadstuk, kan men om beurten elk stuk lichtzwakker waarnemen.

Is dit door ieder te constateeren feit in strijd met de stelling, in de 1e alinea vermeld? Of is de onderstelling dat elk oppervlakke-element even sterk straalt, niet vervuld?

Ik vermoed het laatste, en wel om deze reden: dat niet alle lampen het verschijnsel even duidelijk vertoonen. Bij een tiental verschillende lampen scheen het me toe, dat hoe grover de korreling van den metaaldraad, hoe duidelijker het verschijnsel;

eenige kooldraadlampen (de kooldraden waren glanzend en glad) vertoonden het niet.

De verklaring zou dan kunnen zijn, dat de uitstekende korrels het minst uitstralen omdat zij het minst warm zijn; het zijn slechts de toppen dier korrels die licht dicht langs den draad kunnen zenden, de warmere dalen er tusschen kunnen dat niet. Daar zou dan theoretisch uit volgen, dat grovere korreling de uitstraling in de vele richtingen, die een grooten hoek met de draadrichting maken, eenigszins verhoogt, omdat die korreling de straling in de betreffende weinige richtingen, die een kleinen hoek met den draad maken, verkleint. Praktisch zullen de nadeelen van grove korreling dit kleine voordeel wel overtreffen.

Rotterdam.

OEFENINGEN IN DE ELEKTRONENTHEORIE; I. VERTRAAGDE POTENTIALEN.

door A. D. FOKKER.

1. **Problemen.** Indien men iets scherper let op de details van de elektronentheorie dan kan het licht gebeuren dat men op moeilijkheden stuit die een nadere opheldering verlangen. Hoe staat het bijvoorbeeld met het veld van een elektron dat een willekeurige beweging heeft? In de verte, op grooten afstand, heeft men voor de potentialen de bekende formules van Liénard en Wiechert; voor de potentialen op korten afstand heb ik onlangs in de Archives néerlandaises de eerste vier termen der reeksontwikkeling gegeven. Maar hoe is het gesteld met het veld op afstanden daartusschen gelegen?

Het is bekend dat er in de onmiddellijke omgeving van een elektron een term van het elektrische veld is die de gedaante heeft

$$\frac{e}{6 \pi c^3} \ddot{\mathbf{v}}$$

en die met den naam „stralingsterm” aangeduid wordt, omdat bij periodieke bewegingen de uitgestraalde energie even groot is als de arbeid die aan dezen term beantwoordt, als men op de kracht let waarmee het veld op het elektron zelf terugwerkt: $e^2 \ddot{\mathbf{v}} / 6 \pi c^3$, welke kracht dus de stralingsweerstand voorstelt, waaraan het elektron onderhevig is. Maar aan den anderen kant weten wij, dat het „uitgestraalde” veld, de golven die van het trillend elek-

tron afloopen, een amplitude hebben evenredig met de versnelling, dus met $\mathbf{v}$ en niet met $\dot{\mathbf{v}}$. Hangen deze velden met elkander samen? En hoe? De stralingsterm is in de omgeving van het elektron onafhankelijk van den afstand van het elektron. Indien hij op grootere afstanden 'gaandeweg verdwijnt, op welke manier geschiedt dit?

Hiermee hangt ook de volgende paradox samen. De arbeid, die er op tijd t op een elektron gedaan wordt, zal voor een deel als uitgestraalde energie op tijd $t + r/c$ door een bol stroomen, met straal r 'beschreven om de plaats van het elektron op tijd t , — zou men zoo denken. Beschrijft het elektron een periodieke beweging, dan bedraagt de energiestroom door genoemden bol

$$\frac{e^2}{6 \pi c^3} \dot{\mathbf{v}}^2;$$

de tegen den stralingsweerstand verrichte arbeid per tijdseenheid bedraagt

$$- \frac{e^2}{6 \pi c^3} (\mathbf{v} \cdot \ddot{\mathbf{v}}),$$

en de gemiddelden hiervan zijn bij een periodieke beweging aan elkander gelijk.

Maar indien nu de beweging inplaats van periodiek eens eenparig versneld is zoodat $\ddot{\mathbf{v}}$ nul is? Het bedrag van den energiestroom door genoemden bol op tijd $t + r/c$ verandert niet, en toch is er geen stralingsweerstand. De totale kracht van het eigen veld op het elektron is (s de straal van het elektron zijnde)

$$- \frac{e^2}{6 \pi c^2 s} \dot{\mathbf{v}} + \frac{e^2}{6 \pi c^3} \ddot{\mathbf{v}}.$$

De tweede term verdwijnt, de eerste blijft; de arbeid tegen dezen term echter geeft de toeneming aan van de „kinetische energie” van het elektron, en heeft dus niet te maken met de „uitgestraalde” energie. Waar komt deze dan vandaan?

Het volgende staaltje is al even erg, zoo niet erger. Legt men vlak om het elektron heen op tijd t een bol, en berekent men den energiestroom daardoorheen, dan vindt men

$$\frac{e^2}{9 \pi c^2 s} (\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}}) - \frac{e^2}{9 \pi c^3} (\mathbf{v} \cdot \ddot{\mathbf{v}}),$$

hetgeen volstrekt niet strookt met den tegen de hierboven op-

geschreven kracht per tijdseenheid verrichten arbeid! Waar zijn de $33\frac{1}{3}\%$, die zoek zijn, gebleven?

Een nauwkeurig onderzoek van het veld en van de energiebalans moet de oplossing dezer raadsels brengen.

2. De vertraagde potentialen. Wij nemen aan dat van de ladingen die zich ten tijde t in de punten (x, y, z) bevinden, de snelheid $\mathbf{v}$, de versnelling $\dot{\mathbf{v}}$, en ook de tweede versnelling $\ddot{\mathbf{v}}$ bekend zijn. Voorts dat wij de potentialen willen berekenen in een punt (x_0, y_0, z_0) ten tijde $t + R/c$, waarbij c de lichtsnelheid is, en R , welke de dimensie eener lengte heeft, weinig verschilt, van de afstanden r van het punt (x_0, y_0, z_0) tot de punten (x, y, z) .

Om de potentialen te berekenen dient men de ruimte in volumenelementen te verdeelen, en in elk element te letten op de lading die men er aantreft op een tijdstip r/c vroeger dan het oogenblik (hier $t + R/c$) waarop men den potentiaal wenscht te kennen, r de afstand zijnde van het beschouwde volumenelement tot het gestelde punt (x_0, y_0, z_0) . Laat ons nu, op de bekende manier, van elk ons op den tijd t gegeven ladingselement nagaan waar zijn effectieve stand (x_e, y_e, z_e) is, dat wil zeggen in welk volumenelement deze lading een bijdrage tot de potentialen leverde. Onderstel daartoe dat deze effectieve stand bereikt werd ten tijde $t - \tau$, waarin dan τ een zeer klein interval voor zal stellen. Dan is de effectieve stand als volgt te vinden uit den stand der lading op tijd t :

$$x_e = x - \mathbf{v}_x \tau + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{v}}_x \tau^2 - \frac{1}{6} \ddot{\mathbf{v}}_x \tau^3 + \dots$$

$$y_e = y - \mathbf{v}_y \tau + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{v}}_y \tau^2 - \frac{1}{6} \ddot{\mathbf{v}}_y \tau^3 + \dots$$

$$z_e = z - \mathbf{v}_z \tau + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{v}}_z \tau^2 - \frac{1}{6} \ddot{\mathbf{v}}_z \tau^3 + \dots$$

De tijd dien het licht noodig heeft om van (x_e, y_e, z_e) zich voort te planten naar (x_0, y_0, z_0) is blijkbaar

$$\tau + \frac{R}{c} = \frac{r_e}{c} = \frac{1}{c} \sqrt{(x_0 - x_e)^2 + (y_0 - y_e)^2 + (z_0 - z_e)^2}.$$

Deze vergelijking verheffen wij in het kwadraat, en berekenen uit de bovenstaande vergelijking r_e . Met $\mathbf{r}$ bedoelen wij den vector met kentallen $(x_0 - x, y_0 - y, z_0 - z)$ van de lading op

tijd t naar het gestelde punt waar wij op tijd $t + R/c$ de potentialen wenschen te weten. Wij krijgen

$$r_e^2 = (R + cr)^2 = r^2 + 2(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})\tau + [v^2 - (\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{v}})]\tau^2 + [\tfrac{1}{2}(\mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{v}}) - (\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}})]\tau^3 \dots$$

Om verder te kunnen rekenen zullen wij nu aannemen dat τ zeer klein is; juister: $c\tau$ onderstellen wij klein vergeleken bij de golflengte. Indien de bewegingen der ladingen niet periodiek zijn, verstaan we onder een golflengte den afstand waarover het licht voortgaat in een tijdsinterval gedurende hetwelk de toestand der ladingen, snelheid, versnelling enz. merkbaar verandert. — Men kan de onderstelling ook interpreteren door te zeggen: het verschil tusschen r en R moet klein zijn, vergeleken bij de golflengte.

Indien dit het geval is, kunnen wij uit het rechter lid van de vergelijking den wortel trekken met het binomium van Newton, afbrekende na de termen met τ^3 . Vervolgens kan men dan door successieve benaderingen de waarde van $R + c\tau$ en dus van τ vinden. Men kan ook voor τ^3 de eerste benadering in de plaats stellen, waardoor de vergelijking een vierkantsvergelijking wordt, die men dan kan oplossen. Het resultaat van beide methoden is

$$\begin{aligned} c\tau = & r - R + (r - R) \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{rc} + \frac{1}{2c^2} \left(\frac{(r - R)^2}{r} [v^2 - (\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{v}})] + \right. \\ & \left. + \frac{r^2 - R^2}{r} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^2}{r^2} \right) + \frac{1}{6c^3} \left(\frac{(r - R)^3}{r} [(\mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{v}}) - 3(\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}})] + \right. \\ & \left. + \frac{3(r - R)^2(2r + R)}{r^2} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{r} [v^2 - (\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{v}})] + \frac{3R(r^2 - R^2)}{r^2} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^3}{r^3} \right) \dots \end{aligned}$$

Dit kan men gebruiken om de effectieve standen der ladingen volledig te vinden.

3. Laat ons van de onderstelling uitgaan, — later maken wij ons daarvan vrij, — dat steeds alle deelen der lading precies dezelfde snelheid hebben, zoodat de ladingsdichtheid in verloop van tijd niet verandert.

Beschouw een volumenelement dS_e , op een afstand r_e gelegen van het gestelde punt (x_0, y_0, z_0) . Op den effectieven tijd is daar een lading in $\varrho_e dS_e$, waarbij de dichtheid ϱ_e dezelfde is als wij op den tijd t vinden in het punt (x, y, z) waarheen de lading onderwijl gekomen is. Zien wij nu naar het naburig element, dat iets dichter bij het gestelde punt gelegen is, dan moeten wij hier

letten op de lading die zich erin bevindt op een iets, en wel dr_e / c , lateren tijd. Beweegt zich de lading naar het gestelde punt toe, dan zal er dus iets van de in het vorige element aangetroffen lading ook in dit tweede element te vinden zijn. Ladingen die zich naar het gestelde punt toe bewegen zijn dus werkzamer in het opbouwen van de potentialen dan ladingen die zich er vandaan bewegen.

Dit komt in de berekening op deze manier tot uitdrukking, dat in het eerste geval het „effektieve” volumenelement dS_e , dat correspondeert met een beschouwd element dS op tijd t , daarbij vergeleken grooter is, en niettemin gevuld moet gedacht worden met dezelfde ladingsdichtheid ϱ die men in dS aantreft.

Wat de verhouding betreft van een bepaald gebied op tijd t en het corresponderende effektieve gebied: deze wordt gegeven door den funktionaaldeterminant van Jacobi:

$$\frac{dS_e}{dS} = \frac{\partial (x_e, y_e, z_e)}{\partial (x, y, z)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_e}{\partial x} & \frac{\partial x_e}{\partial y} & \frac{\partial x_e}{\partial z} \\ \frac{\partial y_e}{\partial x} & \frac{\partial y_e}{\partial y} & \frac{\partial y_e}{\partial z} \\ \frac{\partial z_e}{\partial x} & \frac{\partial z_e}{\partial y} & \frac{\partial z_e}{\partial z} \end{vmatrix}$$

Voor x_e, y_e, z_e neemt men de waarden in de vorige § aangegeven, en let erop dat de τ van x, y, z afhankelijk is. Werkt men de zaak uit, dan vindt men

$$\frac{dS_e}{dS} = 1 - \sum v_x \frac{\partial}{\partial x} \tau + \frac{1}{2} \sum \dot{v}_x \frac{\partial}{\partial x} \tau^2 - \frac{1}{6} \sum \ddot{v}_x \frac{\partial}{\partial x} \tau^3 \dots$$

en als men dit uitrekent, onstaat er

$$\begin{aligned} \frac{dS_e}{dS} = & 1 + \frac{1}{c} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{r} + \frac{1}{c^2} \left(\frac{r-R}{r} [v^2 - (\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{v}})] + \frac{R}{r} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^2}{r^2} \right) + \\ & + \frac{1}{2c^3} \left(\frac{(r-R)^2}{r} [(\mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{v}}) - 3(\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}})] + 3 \frac{r^2 - R^2}{r^2} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}) [v^2 - (\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{v}})] + \right. \\ & \left. + \frac{-r^2 + 3R^2}{r^2} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^3}{r^3} \right) \dots \end{aligned}$$

Combineert men dit ten slotte met het omgekeerde van de waarde van $r_e = \tau + R$, die in de vorige § te vinden is, dan krijgt men, steeds termen met $1/c^4$ verwaarloozende:

$$\begin{aligned} \frac{dS_e}{r_e} = \frac{dS}{r} \left[1 + \frac{1}{c} \frac{R}{r} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{r} + \frac{1}{2c^2} \left(\frac{r^2 - R^2}{r^2} [v^2 - (\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{v}})] + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{-r^2 + 3R^2}{r^2} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^2}{r^2} \right) + \frac{1}{6c^3} \left(\frac{2r^3 - 3r^2 R + R^3}{r^2} [(\mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{v}}) - 3(\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}})] + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{9r^2 R - 9R^3}{r^3} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{r} [v^2 - (\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{v}})] + \frac{-9r^2 R + 15R^3}{R^3} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^3}{r^3} \right) \dots \right] \end{aligned}$$

Om nu de uitdrukkingen voor de potentialen op te schrijven heeft men slechts te vermenigvuldigen met de effectieve ladingsdichtheid, eventueel ook met de effectieve snelheid. Na wat wij reeds opgemerkt hebben, is de eerste in het element dS_e dezelfde als in het corresponderende element dS . Voor de laatste moeten wij rekenen

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{v} - \mathbf{v}\tau + \frac{1}{2} \ddot{\mathbf{v}}\tau^2, \dots$$

en de uitkomst is, voor den *scalair*en potentiaal:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\varrho_e dS_e}{r_e} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\varrho dS}{r} \left[1 + \frac{1}{c} \frac{R}{r} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{r} + \dots (\text{zie boven}) \dots \right],$$

en voor den *vector*potentiaal:

$$\begin{aligned} \mathbf{a} = \frac{1}{4\pi c} \int \frac{\varrho_e \mathbf{v}_e dS_e}{r_e} \\ = \frac{1}{4\pi c} \int \varrho dS \left[\frac{\mathbf{v}}{r} + \frac{1}{c} \left(\frac{\mathbf{v}}{r} \frac{R}{r} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{r} - \dot{\mathbf{v}} \frac{r - R}{r} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2c^2} \left(\frac{\mathbf{v}}{r} [v^2 - (\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{v}})] \frac{r^2 - R^2}{r^2} + \frac{\mathbf{v}}{r} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^2}{r^2} - \frac{r^2 + 3R^2}{r^2} - \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \dot{\mathbf{v}} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{r} \frac{r^2 - R^2}{r^2} + \ddot{\mathbf{v}} \frac{(r - R)^2}{r} \right) \dots \dots \right]. \end{aligned}$$

4. **Contrôles.** Bij de lange berekeningen die tot deze uitkomsten geleid hebben, zou men zich niet veilig kunnen voelen voor rekenfoutjes, indien men niet beschikken kon over eenige contrôle op de uitkomst. Nu kan men verschillende stappen der berekening op twee verschillende manieren uitvoeren, zooals bijv. in § 3 voor de berekening van τ aangeduid is.

Maar ook een vergelijking met mijn uitkomsten in de „Archives”, die alle op twee manieren zijn verkregen, en die gelden voor het geval $R = 0$, toont dat, wat dit betreft, de formules in orde zijn.

Nemen wij als bijzonder geval $R = r$, dan moeten onze uitdrukkingen overgaan in de eerste termen der reeksontwikkeling van de formule van Liénard en Wiechert. Volgens deze geldt voor een puntlading, in onze notatie,

$$\varphi = \frac{e}{4\pi} \frac{1}{1 - \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{cr}}, \quad \mathbf{a} = \frac{e}{4\pi c} \frac{\mathbf{v}}{1 - \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{cr}}.$$

Dit zal overeen moeten komen met wat in onze integralen voor één enkel ladingselement staat voor $R = r$, en dat is werkelijk het geval.

Toch kunnen wij met deze contrôles nog niet tevreden zijn. De overeenstemming in twee bijzondere gevallen met bekende resultaten garandeert nog niet dat in de coëfficiënten hier of daar niet nog een fout schuilt, speciaal in de coëfficiënten van de machten van R die in de formule voorkomen. Dit nu is op de volgende manier te controleeren.

Stel dat wij in het gestelde punt de afgeleiden der potentialen naar den tijd willen berekenen. De formules gelden voor den tijd $t + R/c$, en daarbij zijn de plaats en snelheid enz. der ladingen genomen op tijd t .

Willen wij nu de potentialen hebben op een oogenblik, dt later, dan kan men ze op twee manieren krijgen. Immers, het doel wordt bereikt indien we in de formules R laten toenemen met $c dt$. De differentiatie naar den tijd kan dus uitgevoerd worden, door naar R te differentieeren en met c te vermenigvuldigen.

Aan den anderen kant echter kan men R onveranderd laten, daarentegen in de formules de verandering in acht nemen, die in de plaats, snelheid enz. der ladingen gekomen is gedurende het interval dt , volgende op het oogenblik t waarvoor de gegevens bekend waren. De veranderingen zijn dan

$$d\mathbf{r} = -\mathbf{v} dt, \quad d\mathbf{r} = -\frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{r} dt,$$

$$d\mathbf{v} = \dot{\mathbf{v}} dt, \text{ enz.}$$

Natuurlijk moeten de afgeleiden die men op deze manieren krijgt, overeenstemmen. Dit is bij onze formules het geval *).

5. Geldigheid der formules voor willekeurig van punt tot punt veranderlijke ladingssnelheden. In § 3 hebben wij ons aan een restrictie onderworpen, waarvan wij ons nu willen bevrijden. De snelheid behoeft niet in alle punten der ladingen dezelfde te zijn. De dichtheid der lading behoeft dus niet constant te blijven voor een individueel stukje lading. Onze formules gelden ook voor het algemeene geval, waarin de snelheden, enz., nog functies zijn van de coördinaten.

Op twee plaatsen zou men den invloed hiervan op de berekeningen kunnen bemerken. Ten eerste wordt de funktionaaldeterminant van § 3, dat is dus de waarde van dS_e / dS , er door beïnvloed, en ten tweede zal tengevolge van divergentie of convergentie van snelheden de effectieve ladingsdichtheid afwijken van de gegeven dichtheid ten tijde t . Deze twee correcties echter heffen elkander in het eindresultaat op.

Zonder in de directe verificatie hiervan te treden, — om ons door de lange daaraan verbonden becijferingen niet te laten ophouden, — kunnen wij daarvan toch nog wel nader rekenschap geven.

Men denke zich eens de lading van een volumenelement dS gecondenseerd in een groot aantal zeer kleine kernen. Van de infinitesimale snelheidsverandering die er nog in het gebied van dS te merken is, en die maakt dat de effectieve dichtheid in het corresponderende element dS_e een ander is dan die in dS , zal er nu in het gebied van één der gedachte kernen afzonderlijk niets te merken zijn. Voor elk van deze kernen kan men dus de effectieve bijdrage tot de potentialen berekenen volgens de gegeven formules. Maar overigens blijft hun aantal constant gedurende de beweging, en in dS_e vindt men er evenveel van als in dS . De divergentie der snelheden brengt dus in de potentialen geen verandering.

6. Integratie voor een belvormig elektron. Laat ons thans de integraties uitvoeren voor een elektron, en laat ons, om het ons gemakkelijk te maken, afzien van de afplatting die het elek-

*) De lezer, die dit na mocht gaan, en in het bovenstaande een drukfout op het spoor komen, wordt vriendelijk verzocht, daarvan melding te maken.

tron in de bewegingsrichting ondergaat. Laat ons voorts onderstellen dat de lading gelijkmatig verdeeld is, als een bolvormige bel in een uiterst dun vlies. De straal daarvan zij s , en de vector van het middelpunt naar het gestelde punt (x_0, y_0, z_0) zij l .

Nu zullen wij profiteeren van de omstandigheid dat alle integraties direct te vinden zijn, indien wij slechts de integralen kennen:

$$I_{-1} = \int \varrho \frac{dS}{r} : \quad \text{buiten de bel} = \frac{e}{l},$$

$$\text{binnen de bel} = \frac{e}{s};$$

$$\text{en} \quad I_1 = \int \varrho r dS : \quad \text{buiten de bel} = e l + \frac{1}{3} e \frac{s^2}{l},$$

$$\text{binnen de bel} = e s + \frac{1}{3} e \frac{l^2}{s}.$$

Want indien wij even gebruik maken van het symbool ∇ voor den differentiaaloperator met vectoreigenschappen ($\partial / \partial x_0, \partial / \partial y_0, \partial / \partial z_0$), dan is immers

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) r = \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{r}, \quad (\mathbf{v} \cdot \nabla)^2 r = \frac{v^2}{r} - \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^2}{r^3},$$

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) (\dot{\mathbf{v}} \cdot \nabla) r = \frac{(\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{r} - \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}) (\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{r^3},$$

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla)^3 r = -3 \frac{v^2 (\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{r^3} + 3 \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^3}{r^5};$$

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \frac{1}{r} = -\frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{r^3}, \quad (\mathbf{v} \cdot \nabla)^2 \frac{1}{r} = -\frac{v^2}{r} + 3 \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^2}{r^3},$$

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) (\dot{\mathbf{v}} \cdot \nabla) \frac{1}{r} = -\frac{(\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{r^3} + 3 \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}) (\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{r^5},$$

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla)^3 \frac{1}{r} = 9 \frac{v^2 (\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{r^5} - 15 \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})^3}{r^7}.$$

Hiermee kan men bijv. den scalairen potentiaal, de volgorde van integratie en differentiatie verwisselende, in den vorm brengen:

$$\begin{aligned} \varphi = & \frac{1}{4\pi} \left[\int \frac{\varrho dS}{r} - \frac{1}{c} (\mathbf{v} \cdot \nabla) \int \frac{\varrho dS}{r} + \frac{1}{2c^2} [\mathbf{v} \cdot \nabla]^2 - \right. \\ & - \dot{\mathbf{v}} \cdot (\nabla) \int \varrho dS \left(r + \frac{R^2}{r} \right) + \frac{1}{6c^3} \left(2 \int \varrho dS (\mathbf{r} \cdot \ddot{\mathbf{v}}) - \right. \\ & - 3 R (\ddot{\mathbf{v}} \cdot \nabla) \int \varrho dS \left(r + \frac{R^2}{r} \right) - 6 (\dot{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{v}) \int \varrho dS + \\ & \left. + [9 R (\mathbf{v} \cdot \nabla) (\dot{\mathbf{v}} \cdot \nabla) - 3 R (\mathbf{v} \cdot \nabla)^3] \int \varrho dS \left(r + \frac{R^2}{r} \right) \right] \dots \end{aligned}$$

Iets dergelijks kan men doen bij den vectorpotentiala.

Gaat men nu tot integratie over, dan ziet men, dat, had men te maken met een puntlading, de potentialen dadelijk uit de vormen van § 3 te vinden waren, door ze eenvoudig over te schrijven met l inplaats van r . Maar houdt men rekening met de verdeling der lading over een bolschil, dan is het resultaat, zooals men spoedig ziet, dat, voor de punten buiten het elektron, men bij dit overschrijven der bedoelde formules met l inplaats van r , er slechts aan te denken heeft, in de termen met $1/c^2$ de R^2 overal te vervangen door $R^2 + \frac{1}{3} s^2$, en in de termen met $1/c^3$ de R^2 te vervangen door $R^2 + s^2$.

Op deze manier vindt men voor de potentialen: *buiten het elektron: op den tijd $t + R/c$:*

$$\begin{aligned} \varphi = & \frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{l} + \frac{1}{c} \frac{R (\mathbf{l} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{l^2} + \frac{1}{2c^2} \left(\frac{v^2 - (\mathbf{l} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{l} \left[1 - \frac{R^2 + \frac{1}{3} s^2}{l^2} \right] - \right. \right. \\ & - \frac{(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})^2}{l^3} \left[1 - \frac{3 R^2 + s^2}{l^2} \right] \left. \right) + \frac{1}{6c^3} \left((\mathbf{l} \cdot \ddot{\mathbf{v}}) \left[2 - 3 \frac{R}{l} + \frac{R^3 + R s^2}{l^3} \right] + \right. \\ & + (\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}}) \left[-6 + 9 \frac{R}{l} - 3 \frac{R^3 + R s^2}{l^2} \right] + \frac{(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v}) (\mathbf{l} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{l^2} \left[-9 \frac{R}{l} + \right. \\ & + 9 \frac{R^3 + R s^2}{l^3} \left. \right] + \frac{v^2 (\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})}{l^2} \left[9 \frac{R}{l} - 9 \frac{R^3 + R s^2}{l^3} \right] + \\ & \left. + \frac{(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})^3}{l^3} \left[-9 \frac{R}{l} + 15 \frac{R^3 + R s^2}{l^3} \right] \right] \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a} = \frac{e}{4\pi c} & \left[\frac{\mathbf{v}}{l} + \frac{1}{c} \left(\frac{\mathbf{v}}{l} \frac{(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})}{l} \frac{R}{l} - \dot{\mathbf{v}} \left[1 - \frac{R}{l} \right] \right) + \frac{1}{2c^2} \left(\ddot{\mathbf{v}} l \left[1 - 2 \frac{R}{l} + \right. \right. \right. \\
 & + \frac{R^2 + \frac{1}{3} s^2}{l^2} \left. \left. \right] - 2 \dot{\mathbf{v}} \frac{(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})}{l} \left[1 - \frac{R^2 + \frac{1}{3} s^2}{l^2} \right] - \right. \\
 & - \mathbf{v} \frac{(\mathbf{l} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{l} \left[1 - \frac{R^2 + \frac{1}{3} s^2}{l^2} \right] + \frac{\mathbf{v}}{l} v^2 \left[1 - \frac{R^2 + \frac{1}{3} s^2}{l^2} \right] - \\
 & \left. \left. - \frac{\mathbf{v}}{l} \frac{(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})^2}{l^2} \left[1 - \frac{3 R^2 + s^2}{l^2} \right] \right) \dots \dots \right].
 \end{aligned}$$

en binnen het elektron, waar wij meteen $R = 0$ stellen, dus op tijd t :

$$\begin{aligned}
 \varphi &= \frac{e}{4\pi} \left[\frac{1}{s} + \frac{1}{3c^2} \frac{v^2 - (\mathbf{l} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{s} + \frac{1}{3c^3} \left((\mathbf{l} \cdot \ddot{\mathbf{v}}) - 3 (\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}}) \right) \dots \dots \right], \\
 \mathbf{a} &= \frac{e}{4\pi c} \left[\frac{\mathbf{v}}{s} - \frac{\dot{\mathbf{v}}}{c} + \frac{1}{2c^2} \left(\frac{2}{3} \frac{\mathbf{v}}{s} [v^2 - (\mathbf{l} \cdot \dot{\mathbf{v}})] - \frac{1}{3} \dot{\mathbf{v}} \frac{(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})}{s} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \ddot{\mathbf{v}} \left[s + \frac{l^2}{3s} \right] \right) \dots \dots \right].
 \end{aligned}$$

7. Op deze uitkomsten kan men dezelfde contrôlerekeningen toepassen die in § 4 vermeld werden.

Ofschoon er nogal wat gerekend moest worden om tot deze uitkomsten te geraken, zijn deze uitdrukkingen voor de potentialen verder heel gemakkelijk in het gebruik. Al het werk is in hoofdzaak gedaan, en men kan om de veldsterkten te vinden rustig aan het differentieeren gaan naar de coördinaten, en, op een der manieren die in § 4 beschreven werden, naar den tijd.

Wat dit betreft zijn deze uitdrukkingen practischer dan de formules van Liénard en Wiechert, bijvoorbeeld. Immers deze formules geven de potentialen uitgedrukt in de gegevens van het elektron in precies den effectieven stand, die behoort bij het gestelde punt. Gaat men naar een naburig punt, dan moet men bedenken, dat daarbij een andere effectieve stand van het elektron behoort, en erop letten dat men de potentialen niet zonder meer differentieeren kan. Van deze complicatie hebben wij nu geen last meer. Juist omdat R en l van elkander kunnen verschillen, behoeven de gegevens van het elektron op tijd t niet de effectieve gegevens te zijn voor het gestelde punt op tijd $t + R/c$.

Wij hebben daar niet mee te maken, Met de finesse die bij het gebruik van de formules van Liénard en Wiechert te pas komt hebben wij reeds volkomen afgerekend in onze reeksontwikkeling. Onze formules gelden in een heel gebied; niet slechts in een bepaald punt, dat in een bijzonder verband staat tot den gegeven stand van het elektron.

De formules zijn onderworpen aan de voorwaarde, dat het verschil van l en R zeer klein zij ten opzichte van de golflengte, of een daarmee equivalente lengte.

Wordt vervolgd.

Zusammenfassung.

Es werden Formeln hergeleitet für die *retardierten Potentiale* in beliebiger Entfernung von beliebig bewegten elektrischen Ladungen, indem aus der zur Zeit t vorgegebenen Stromverteilung die Potentialwerte ermittelt werden zu einer Zeit $t + R/c$, wo R um ein wenig verschieden sein kann von den Abständen (r) der Ladungselemente (zur Zeit t) zum Aufpunkt. Die Formeln (s.S. 134) sind daher etwas bequemer im Gebrauch als die Liénard-Wiechertschen. Sie stellen eine Reihenentwicklung dar, deren Gültigkeit dadurch bedingt wird, dass die Längenunterschiede $R - r$ (sie oben) klein sein sollen gegen die Wellenlänge oder eine damit vergleichbare Länge.

BLADVULLING.

STRIKVRAGEN.

(De redactie behoudt zich het recht voor, die(n) lezer(es) met een gratis abonnement te vereeren, die in den loop van den jaargang de meeste en beste antwoorden heeft ingestuurd, dan wel de meeste nieuwe opgaven heeft ingezonden).

2. In bergstreken ziet men ijskegels van daken, enz. hangen, die vervaarlijk spits zijn, naaldscherp. Toch moeten zij bij het bevriezen minstens zoo stomp geweest zijn als een hangende waterdruppel. Hoe komen zij zoo spits?

REFERATEN.

DE MIDDELIJN VAN BETELGEUZE

door T. VAN LOHUIZEN.

Toen ik in *The Astrophysical Journal* 53, p. 249, 1921, de heugelijke tijding las, dat het gelukt was, van een vaste ster de middellijn te bepalen, scheen het mij toe, dat het wellicht voor de lezers van „*Physica*” wel aangenaam zou zijn, een en ander te weten te komen van de methode, waarmede Michelson en zijne medewerkers dit verrassende resultaat hebben bereikt; temeer omdat deze methode de belofte inhoudt zeer vruchtdragend te zullen worden en vele astronomische en kosmische problemen tot een nadere oplossing te zullen brengen.

Het spreekt wel van zelf, dat de pogingen, die men daartoe vroeger heeft aangewend en die berustten op het uitmeten van het door objectief of spiegel gevormde beeldje, tot geen resultaat konden leiden, want men mat zoo niet de hoek waaronder men de middellijn ziet, doch de doorsnede van het diffractiebeeldje en dat heeft met de afmeting van de ster niets te maken.

Zou het echter mogelijk zijn langs den weg der buigings- en interferentieverschijnselen tot een beter resultaat te komen? De eerste, voor zoover mij bekend, die op het idee is gekomen, dat er mogelijk langs dezen weg iets te bereiken viel was Fizeau, die reeds in 1868 zich aldus uitte:

„Il existe en effet pour la plupart des phénomènes d'interférence une relation remarquable et nécessaire entre les dimensions des franges et celle de la source lumineuse, en sorte que des franges d'une ténuité extrême ne peuvent prendre naissance que lorsque la source de lumière n'a plus que des dimensions angulaires presque insensibles; d'où, pour le dire en passant, il est peut-être permis d'espérer qu'en s'appuyant sur ce principe et en formant par exemple, au moyen de deux larges fentes très écartées, des franges d'interférence au foyer des grands instruments destinés à observer les étoiles, il deviendra possible d'obtenir quelques données nouvelles sur les diamètres angulaires de ces astres”.

De eerste pogingen om volgens deze gedachte iets te bereiken zijn van E. Stéphan, die in 1873 werkte met een kijker van 80 c.M. middellijn, doch deze hadden geen succes. Sinds 1890 is Michelson met dit probleem bezig, en het moet wel een vol-

doening zijn als men na ongeveer 30 jaar zijne pogingen aldus bekroond ziet.

Laat ons nu eerst zien, waarop deze methode berust, om daarna meer in 't bijzonder na te gaan hoe het resultaat met Betelgeuze is verkregen.

Plaatst men voor het objectief van een kijker een scherm met twee evenwijdige smalle spleten, beide evenver ter weerszijden van het middelpunt, dan zullen de beide lichtbundels met elkaar in het hoofdbrandvlak een interferentiefiguur geven, bestaande uit een reeks aequidistante strepen, die, wanneer de lichtbron gezien wordt onder een practisch oneindig kleine hoek, zeer duidelijk zijn en scherp, maar die, wanneer de lichtbron gezien wordt onder een eenigszins grootere hoek hoe langer hoe minder zichtbaar worden, zoodat de zichtbaarheid der strepen zelfs nul kan worden.

Michelson heeft dit uitvoerig bestudeerd en komt tot het resultaat, dat de zichtbaarheid (V) dier strepen wordt gegeven door:

$$V = \sqrt{\frac{C^2 + S^2}{P}},$$

waarin

$$P = \int \varphi(\sigma) d\sigma,$$

$$C = \int \varphi(\sigma) d\sigma \cos 2\pi \frac{s}{\lambda} \sigma \quad \text{en} \quad S = \int \varphi(\sigma) d\sigma \sin 2\pi \frac{s}{\lambda} \sigma,$$

in welke integralen:

$\varphi(\sigma) d\sigma$ is de intensiteit van een deeltje van de lichtbron dat gezien wordt onder een hoek $d\sigma$.

s = afstand van de beide spleetvormige openingen.

λ = effectieve golflengte van de lichtbron.

Voor het geval dat de lichtbron is een dubbelster, waarvan de componenten een hoekafstand σ hebben, en welker helderheden zich verhouden als $1 : r$, gaat deze uitdrukking over in:

$$V = \frac{\sqrt{1 + r^2 + 2r \cos 2\pi \frac{s}{\lambda} \sigma}}{1 + r}.$$

Voor gelijke helderheid der componenten wordt dit

$$V = \cos \frac{\pi s \sigma}{\lambda}.$$

waaruit blijkt, dat de interferentie strepen onzichtbaar worden als $\sigma = \lambda / 2s$.

Heeft men te maken met een enkele ster met een gelijkmatig verlichte oppervlakte, dan verdwijnen de strepen als $\sigma = 1,22 \lambda / s$.

Verder heeft Michelson de theorie nog ontwikkeld voor de gevallen, dat de ster aan de randen donkerder is dan in het midden, als zij niet bolvormig is, enz.

Zelf heeft hij deze methode het eerst toegepast, om, met den refractor van de Lick-sterrewacht, de middellijnen van de 4 maantjes van Jupiter te bepalen, waarvoor hij gevonden heeft:

I	II	III	IV
1,"02	0,"94	1,"37	1,"31

welke resultaten volledig bevestigden de toepasselijkheid en de nauwkeurigheid van deze methode.

Het is echter duidelijk, dat wanneer men deze methode onveranderd zou willen toepassen, tot het meten van middellijnen van vaste sterren, welker hoekdiameter kleiner dan 0,"01 is, dit een hopeloos geval zou zijn, want dan zouden de openingen minstens 10 Meter van elkaar moeten staan om het verdwijnen van de strepen te kunnen constateeren.

Een telescoop van een dergelijke afmeting is natuurlijk buiten quaestie, al zou het voor de interferentie zelf niets geen bezwaar opleveren, tenzij de atmosferische storingen hierop een nadeeligen invloed mochten uitoefenen.

Om dit laatste te onderzoeken werden eerst voorloopige proeven genomen met twee openingen aan de uiteinden van het objectief van den 40-inch refractor van Yerkes-Observatory, en toen het bleek, dat deze goede resultaten leverden niettegenstaande den betrekkelijk slechten toestand van de dampkring, werden in September 1919, de proeven herhaald met den 60-inch en daarna met den 100-inch reflector van Mount Wilson Observatory. Daar het wellicht wat gewaagd was, om direct het probleem van de stermiddellijn aan te vatten, nam Anderson deze proeven met Capella, die volgens andere waarnemingen een zeer nauwe dubbelster zou moeten zijn met een afstand van ongeveer $\frac{1}{20}$ sec.

De uitkomsten overtroffen alle verwachtingen. Zelfs bij waarnemingen, waarbij de toestand der atmosfeer voor gewone waarnemingen bepaald slecht was, kon volgens de geschetste interferentiemethode duidelijk het verschijnen en verdwijnen der strepen worden

waargenomen, en werd de afstand der componenten bepaald op 0,"05249 met een waarschijnlijke fout van minder dan 1 $\frac{0}{0}$, terwijl, door het spletenstelsel telkens over hoeken van 15° te draaien de omloopstijd nauwkeurig kon worden bepaald op 104,006 dagen.

Toen deze waarnemingen zoo schitterend geslaagd waren, heeft men zich ook gewaagd aan het probleem, de middellijn van een ster te bepalen, en de keuze viel op Betelgeuze (α Orionis) waarvoor berekeningen van Eddington, Russell en Shapley, die gebaseerd waren op schattingen van de schijnbare oppervlaktehelderheid, hadden aangetoond, dat deze ster wel een veelbelovend object zou zijn voor de in te stellen metingen.

Laat ons nu zien, hoe Michelson en Pease het hebben aangelegd, om den hoekdiameter van Betelgeuze te bepalen. Toen gebleken was, dat de interferentiestrepen volledig zichtbaar bleven als de spleten stonden aan de uiteinden van een middellijn van den 100-inch spiegel, besloten zij een interferometer te bouwen met beweegbare buitenste spiegels en afstanden mogelijk te maken tot 20 voet (610 c.M.). Een ijzeren staaf van deze lengte werd gemonteerd op de 100-inch Hooker-telescoop. In deze staaf konden 4 sleedjes bewogen worden, die elk een vlakken spiegel droegen welke ieder onder een hoek van 45° met de basis waren opgesteld. Van deze 4 spiegels, die wij van links naar rechts M_1 , M_2 , M_3 , M_4 zullen noemen, zijn de beide middelste, M_2 en M_3 , vast gemonteerd op een afstand van ongeveer 45-inch (114,2 c.M.). M_3 heeft alleen nog een kleine bewegingsmogelijkheid over een afstand van eenige millimeters. Door dezen afstand van de beide spiegels krijgt men bij 1600-malige vergrooting een duidelijk zichtbaar patroon van interferentiestrepen, met een constante afstand van 0,02 m.M. De spiegels M_1 en M_4 zijn bewegelijk langs den ijzeren staaf. Er wordt steeds voor gezorgd, dat de afstanden M_1 M_2 en M_3 M_4 zoo nauwkeurig mogelijk aan elkaar gelijk zijn.

Zooals zeker bekend is, is de Hooker-telescoop volgens Cassegrain gemonteerd: De beide lichtbundels volgen dus de wegen M_1 (resp. M_4), M_2 (resp. M_3), vandaar naar den 100-inch paraboloïdspiegel, terug naar de kleine bolle spiegel, vandaar weer terug naar een vlakke spiegel, die onder een hoek van 45° met de hoofdas staat, om dan in het hoofdbrandvlak met elkaar tot interferentie te worden gebracht. De equivalente brandpuntsafstand van dezen reflector bedraagt 134 voet (4084 c.M.)

De spiegels M_2 en M_3 , worden overdag gejusteerd, M_1 en M_4 des nachts op de ster. Om de samenvalling van de beide bundels in het brandvlak te verkrijgen, worden M_1 en M_4 eerst zooveel mogelijk in den juisten stand gebracht; om een klein verschil in weglengte te compenseeren, zijn een planparallele plaat en een stelsel wiggen aangebracht.

Het gaat er dus nu om den afstand s tusschen de spiegels M_1 en M_4 zóó te bepalen, dat de interferentie strepen verdwijnen. Uit de waarnemingen van Anderson, met dezelfde inrichting als van Capella, maar nu toegepast op α Orionis, was reeds gebleken, dat bij een afstand van 100-inch (de grootste afstand met die methode te bereiken) de zichtbaarheid der interferentie strepen reeds sterk verminderd was, en tevens, dat dit in alle richtingen hetzelfde was, waaruit dus was vastgesteld, dat α Orionis geen dubbelster is.

In den nacht van 13 Dec. 1920 werden de spiegels M_3 en M_4 op een afstand van 121 inches geplaatst en de kijker eerst gericht op β Persei en γ Orionis om zich te verzekeren dat het instrument volkomen juist was afgesteld. Daarna werd de kijker gewend daar α Orionis en alle interferentie strepen waren verdwenen. Daarna weer ingesteld op Procyon, verschenen de interferentiestrepen weer, een bewijs dus, dat zij bij α Orionis werkelijk verdwenen waren. Om de terugkeer der strepen bij het tweede maximum van α Orionis te kunnen waarnemen moest de afstand $M_1 M_4$ gebracht worden op 13 voet.

Wanneer we nu de boven besproken formule $\sigma = 1,22 \lambda / s$ toepassen, en voor de effectieve golflengte van α Orionis kiezen $\lambda = 5750 \text{ Å}$, dan wordt de hoek diameter $\sigma = 0,047$.

Neemt men nu als parallaxis van Betelgeuze $0,018$ als een gemiddelde, bepaald uit de spectroscopische parallaxis van Adam $0,012$ en de trigonometrische van Elkin $0,030$, en Schlesinger $0,016$, dan vindt men voor deze middellijn van Betelgeuze $\pm 450.000.000 \text{ km. m.a.w.}$

De middellijn van Betelgeuze is ongeveer zoo groot als de middellijn van de Marsbaan.

Mocht Betelgeuze niet een gelijkmatig verlichte oppervlakte hebben, doch een die naar de randen toe afneemt, dan moet het gegeven getal met $\pm 17 \%$ worden vermeerderd.

Deze verrassende uitkomst leert ons dus, dat Betelgeuze moet gerekend worden tot de groep der reuzensterren zooals die door

Hertzsprung en Russell worden onderscheiden in tegenstelling met de dwergsterren. Ook voert zij dadelijk tot verdere studies over sterrenevolutie, zooals See in *Nature* aantoonde, dat Betelgeuze dus moet behooren tot de sterren, die volgens Lockyers hypothese (1886) zijn in hun eerste stadium van ontwikkeling.

Waar van Michelson en zijn medewerkers binnenkort nog wel meerdere uitkomsten over andere sterren zijn te wachten, meen ik, dat we met de ontwikkeling en toepassing van deze interferentiemethode op de stellair-astronomie, een nieuwe ontwikkelingsphase van deze tak van wetenschap zijn begonnen, en mag ik zeker wel de hoop uitspreken, dat deze interferentiemethode ons vele van de geweldige kosmische problemen, tot een nadere oplossing moge brengen.

Den Haag, 3, VII '21.

GRAVITEIT EN STRALINGSDRUK

(Autoreferaat)

door H. GROOT.

(Kon. Akad. van Wet., Amsterdam, Juni 1921).

Een onderzoek omtrent den invloed van stralingsdruk op nevelvlekken is gerechtvaardigd: ten 1ste door beschouwingen van Eddington, waaruit blijkt, dat men, gezien de geringe dichtheid der nevels, groote effecten van den stralingsdruk mag verwachten; ten 2de door uitspraken van Kapteijn, Campbell en Shapley, die in den stralingsdruk van het sterresysteem op een nevelvlek een verklaring zochten voor het toenemen der Eigen Beweging van de sterren met het spectraaltipe en van de eigenaardige verdeeling der E. B. van spiraalnevels; ten 3de eindelijk door cosmogonetische beschouwingen als bijv. die van Nölke, die zich voor sommige verklaringen eveneens op stralingsdruk beroepen.

Bedoeling van referent was, te trachten een oordeel te vormen over de grootte der optredende krachten.

Het probleem werd gesplitst in drie deelen:

A) Oefent het sterresysteem op een nevel, behalve een aantrekking door graviteit, een afstooting door stralingsdruk uit, die, wat orde van grootte betreft, daarmede vergelijkbaar is?

Door getalwaarden en omstandigheden zoo gunstig mogelijk voor een effect van stralingsdruk te kiezen, wordt hiervoor toch slechts eenige duizendsten van het bedrag der aantrekking gevonden. De eerste vraag moest dus beslist negatief beantwoord worden.

B) Kan, bij het ontstaan van een planeet uit een nevelmassa, (bijv. op de manier van de hypothese van Laplace) de stralingsdruk invloed gehad hebben op het totstandkomen van sommige eigenaardigheden in het systeem?

De schattingen over het bedrag van den stralingsdruk vallen ditmaal grooter uit, omdat ook de straling uit de inwendige deelen van den nevel in aanmerking genomen moet worden en omdat het oppervlak van de pas gevormde planeet grooter was dan tegenwoordig. Het lijkt dan ook mogelijk, dat de stralingsdruk meegewerkt heeft om o.a. de kleine hellingen en excentriciteiten der groote planeten tot stand te brengen.

Overigens zijn juist in dit geval de schattingen over de grootte van het te verwachten effect moeilijk en onbetrouwbaar.

C) Kan stralingsdruk in een onregelmatigen nevel, waarin eenige condensaties zijn, belangrijke effecten bewerken?

Volgens referent bestaat in dit geval bijna geen twijfel, dat men bevestigend moet antwoorden. Reeds bij een temperatuur in den nevel van een twintig graden absoluut, wegen attractie en stralingsdruk tegen elkaar op¹⁾. In vele gevallen zal de afstooting het misschien zelfs winnen.

1) Wellicht vinden de volgende verschijnselen in deze sterke werking van den stralingsdruk hun verklaring: a) Het ontstaan van nevelsluiers, door het langzaam a. h. w. uitrafelen van den nevel. b) De „moving clusters”, als de Hyaden. Men zou zich n.l. kunnen denken, dat deze sterren gevormd werden uit stukken van één nevel, die door stralingsdruk uit elkaar gedreven werden nog éér de sterren gevormd waren. Hun beweging zou dan *niet parallel, maar werkelijk divergeerend van uit één punt* moeten zijn.

BOEKBESPREKING.

Max Planck, Die Entstehung und bisherige Entwicklung der Quantentheorie. (Nobel-voordracht); 32 blz. — Joh. Ambr. Barth, Leipzig, 1920, Prijs M 4.—

In deze voordracht, die zich prettig laat lezen, — ook door een aangename verzorging van den druk, — vindt men een over-

zicht, in vogelvlucht, van het ontstaan der oorspronkelijke quantumtheorie en van haar vele uitloopers op verschillende gebieden.

Nieuws bracht de rede niet; de waarde van een voordracht als deze ligt in het contact met de persoon van Planck, dat men erdoor kan krijgen. Hij memoreert, hoe de kennis van de energieverdeeling over de verschillende frequenties der zwarte straling hem voorzweefde als een doel vol beloften, hoe hij het aanvatte met de studie van het evenwicht tusschen een Hertziaanschen resonator en de straling, waarna hij inzag dat het van een anderen kant, thermodynamisch, moest worden aangepakt. Destijds, in 1899, stond de formule van Wien op den voorgrond. Planck kon de betrekking tusschen de entropie en de energie van een resonator, die met de straling in evenwicht is, zooals die uit de formule van Wien volgt, in eenvoudigen vorm kleeden. Later bleek experimenteel dat in het gebied der lange golflengten een andere formule gelden moest, — (het is vreemd, dat Planck hier niet de namen Rayleigh—Jeans noemt), — die echter eveneens bij Plancks inkleeding iets heel eenvoudigs leverde. Een combinatie van de twee vormen met behulp eener onbepaald gelaten constante leverde hem een stralingsformule, die de metingen zeer goed weergaf. Echter, — en hier legt Planck den nadruk op, — ook thans nog kan men van een definitieve bevestiging dier formule door de metingen nog niet spreken, en een hernieuwde toetsing is dringend gewenscht.

Bij de opstelling der empirische formule kon Planck echter niet blijven staan. Hij wenschte haar natuurkundigen inhoud te kennen. Dit leidde hem tot toepassing der beschouwingen van Boltzmann over den samenhang van entropie en waarschijnlijkheid. Groot was zijn voldoening toen Boltzmann schreef zich te kunnen vereenigen met de manier, waarop Planck de waarschijnlijkheid eener energieverdeeling over een verzameling resonatoren opvatte en berekende, en die een uitkomst gaf welke met de empirische formule strookte. — In de formule stonden nu twee konstanten. De eene, naar Boltzmann genoemd, en in de theorie gekomen door toepassing van diens betrekking tusschen entropie en waarschijnlijkheid, kan uit de experimenteele gegevens der stralingsformule afgeleid worden. Destijds kon deze waarde nog niet vergeleken worden met de uitkomsten van andere methoden. Weldra bepaalden echter Rutherford en Geiger het bedrag der elementaire elektrische lading, hetwelk opvallend

goed klopte met wat Planck berekenen kon. Dit was al een een groote steun voor zijn theorie. Met de andere konstante, het elementaire werkingsquantum, stond de zaak echter moeilijker. Er waren daarvoor geen aanknoopingspunten in de tot dusver gehuldigde opvattingen, en dus: of de theorie was een leeg spel met formules, of het werkingsquantum moest een fundamenteele beteekenis hebben.

Dat de beslissing zoo spoedig voor het tweede alternatief geveld kon worden, is niet te danken aan de stralingstheorie, maar aan de vele toepassingen, die andere werkers ervan maakten. Einstein paste de quantumbeschouwingen toe op het foto-elektrisch effect, op de soortelijke warmte van vaste lichamen; ook bij de roteeringen van molekulen kwamen quanteuze eigenaardigheden aan den dag. Nernst's chemische konstante kon door een berekening der entropie volgens de quantumtheorie gevonden worden. Het onderzoek van elektronenstooten tegen atomen die tot lichtmissie kunnen worden gebracht, door Franck en Hertz, gaf een directe meting van het quantum aan de hand. Het stevigste fundament echter vindt de quantumtheorie in de theorie van Bohr over de spektraallijnen en atoomstructuur, door Sommerfeld e.a. uitgebreid.

Niettemin is met de invoering van het werkingsquantum nog geen werkelijke quantumtheorie geleverd. Daartoe zijn er nog te groote raadsels overgebleven. De ergste moeilijkheden zijn deze, dat de frequentie der uitgezonden straling zoo ten eenenmale verschilt van de frequentie der elektronenbewegingen in het emitterend atoom, en dat men niet weet, wat er wordt van een uitgestraald energiequantum. Breidt dit zich uit, op een manier volgens Huygens' golftheorie, of lijkt het meer een projektieel, naar het beeld van Newton? Ongetwijfeld zal eens de wetenschap dit probleem beheerschen; hoe grooter de moeilijkheden, tot des te vruchtbaarder pogingen zal het onderzoek worden aangespoord.

F.

N. Bohr, Abhandlungen über Atombau aus den Jahren 1913—1916, Uebersetzung von Hugo Stintzing; 155 blz. — Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1921. Prijs M. 20.— + valuta-vereffening.

Blijkens het voorbericht van den vertaler lag het oorspronkelijk in de bedoeling, de atoomtheorie van Bohr voor den grooten

kring van chemici te ontsluiten. Na de publicatie van Sommerfeld's boek over atoomstructuur en spektraallijnen, bleef het manuscript der vertaling eerst liggen. Op aansporen van eenige duitsche physici echter werd later toch tot de uitgave besloten.

Ik kan de meening niet deelen, dat met deze uitgave een nuttig effect te bereiken is. Voor iemand die als geschiedschrijver den ontwikkelingsgang der ideeën wil nagaan, bieden de vertaalde verhandelingen een objekt van historische belangstelling, maar voor een ander die zich een weinig in de quantumtheorie wil inwerken, deugen zij niet, al was het slechts hierom, dat Bohr zelf over de vele, zoo niet de meeste zaken, nu anders denkt dan in 1916. De beschouwingen zijn niet onder enkele groote gezichtspunten gerangschikt, men vindt in de opvolgende verhandelingen de grondslagen telkens herhaald, zij het met enkele nadere preciseeringen als gevolg van op de theorie gerichte aanvallen; en ware het niet, dat Bohr zelf bij deze vertaling een geleibrief had geschreven, dan zou het moeilijk zijn, zich te oriënteren omtrent wat *nog* als belangrijk te beschouwen is, of de kiem van latere ontwikkelingen was, en wat thans als een overwonnen, of prijsgegeven standpunt moet worden beschouwd.

Men versta mij wel: het zij verre van mij om de verdiensten van Bohr's verhandelingen te kleineeren. Het zij integendeel uitdrukkelijk gezegd dat ik slechts hoogachting koester voor de weloverwogen, kritische bezonnenheid die zich aan hun durf paart; maar niettemin acht ik ze nu, zoo vele jaren na hun eerste verschijnen, niet geschikt om zonder commentaar gelezen te worden door iemand, die als buitenstaander meer van de zaak wil leeren kennen.

In deze verzameling vindt men ook, als laatste, eene verhandeling die in Maart 1916 reeds gezet was om in het Aprilnummer der Phil. Mag. te verschijnen, toen Sommerfelds werk over de detailstructuur van het waterstofspectrum met zijn nieuwe gezichtspunten ter kennis van Bohr kwam, en hem aanleiding was om — zeldzame bescheidenheid! — de publicatie van zijn eigen werk achter te houden.

Bohr zet de beweegredenen daarvoor uiteen in zijn geleibrief. Hij voorziet daarmee eenigszins in de behoefte aan commentaar op zijn verhandelingen. Hij wijst de punten aan, waar men de kiem vindt van de latere ontwikkelingen der theorie. Maar telkens moet hij voor deze zelf verwijzen naar de eerste twee verschenen

deelen van zijn door het Kon. Deensche Genootschap van Wetenschappen uitgegeven latere werk *), Inderdaad zal men, indien het meer te doen is iets van de theorie te leeren dan van de historie der theorie, beter doen met zich deze aan te schaffen.

Met een enkel woord karakteriseert Bohr het verschil tusschen zijn opvatting en die van Sommerfeld c.s. aangaande het quantiseeren der bewegingen. Hij onderwerpt de bewegingen aan slechts zooveel quantumvoorwaarden, als er fundamenteele frequenties optreden bij de analyse der beweging in een meervoudige reeks van Fourier, terwijl voor Sommerfeld principieel er evenveel quantumvoorwaarden zijn als het systeem vrijheidsgraden heeft, en er dus ook evenveel quantumgetallen noodig zijn om de beweging te bepalen, zij het dan ook, dat in de uitdrukking voor de energie slechts zekere lineaire combinaties dezer quantumgetallen, en in geringer aantal, optreden.

De gebruikte letter in dit boek is niet onverdeeld aangenaam. Bij de verwijzingen naar andere bladzijden in het boek is dikwijls niet het juiste paginanummer opgegeven. Een slordigheid, die speciaal ons in Nederland onplezierig aan zal doen, is, dat op pag. 104 en 105 bij het citeeren van proeven van Einstein en D^e Haas eerst de voorletters van den laatsten verkeerd geciteerd worden, en vervolgens eenige malen de naam nog verder verminkt wordt.

F.

Wilh. v. Bezold. Die Farbenlehre in Hinblick auf Kunst und Kunstgewerbe. 2e druk, 196 blz., 60 fig., 12 platen. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1921. Prijs M. 26.— + valuta-vereffening.

45 Jaar nadat de eerste druk van dit boek het licht zag, is er een tweede druk verschenen, opnieuw bewerkt door Prof. Dr. W. Seitz. In de voorrede tot de tweede druk merkt deze op, dat een nieuwe bewerking van dit boek hem gerechtvaardigd toescheen door de duidelijke en gemakkelijk begrijpbare wijze van voorstelling, waardoor het boek uitmunt, en het vereenigen van wetenschappelijke gestrengheid met een goed kunstbegrip. Inderdaad is de schrijver erin geslaagd een boek samen te stellen, dat

*) On the Quantum Theory of Line Spectra, Part I—II. (bij Bianco's Bogtryckeri, Kobenhavn)

door een groote kring van belangstellenden zonder veel inspanning gelezen kan worden en waarin een heele reeks van interessante kwesties besproken wordt. Na een korte uiteenzetting van de verschillende elementen waaruit de visueele waarneming is opgebouwd, volgt een bespreking van het tot stand komen van kleur-indrukken in verschillende gevallen. Bijna iedere bewering wordt daarbij door geschikt gekozen experimenten verduidelijkt. Uitvoerig wordt de werking van verschillende verfstoffen, de doorzichtige lakverven en de ondoorzichtige dekverven behandeld; eveneens de invloëd van verschillende weefsels als zijde en fluweel op het kleureffect. In het derde hoofdstuk dat over mengkleuren handelt, zet de schrijver op duidelijke wijze het verschil uiteen tusschen het mengen van kleuren en het mengen van verven; een en ander wordt door figuren in kleurendruk toegelicht. De theorie der mengkleuren wordt aan de hand van de kleurencirkel en kleurenkegel volgens Ostwald behandeld. Van belang is ook het hoofdstuk aan de contrastwerking gewijd, waarin de verandering van de kleurindruk door nabijheid van andere gekleurde vlakken wordt uiteengezet. In het bijzonder wordt de werking van kleine kleur- en helderheidsverschillen besproken.

De beide laatste hoofdstukken behandelen de toepassing van de kleurenleer op de decoratieve kunst en de schilderkunst. Men vindt er een duidelijke uiteenzetting hoe de verschillende kunstenaars van de in de voorafgaande hoofdstukken besproken werkingen gebruik hebben gemaakt om de door hen gewenschte impressie te bereiken.

G. H.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

1e JAARGANG

SEPTEMBER 1921

NUMMER 6

VAN DE REDACTIE.

In de maand September, zal de pas opgerichte *Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging* *) hare werkzaamheden aanvangen. Wij willen nog eens herhalen hetgeen wij in de oprichtingsvergadering reeds uitspraken: dat wij de nieuwe vereeniging met vreugde en sympathie begroeten, en van harte wenschen dat het haar gelukken moge de belangstelling in de natuurkunde aan te wakkeren en de physici nader tot elkander te brengen. Immers, haar streven kan niet anders dan evenwijdig gaan aan het onze.

Wij hadden er reeds min of meer voor ons zelf een voorstelling van gevormd, hoe de vereeniging te werk zou gaan, en tot onze voldoening bleek dat het bestuur tot dezelfde conclusie was gekomen aangaande de te volgen gedragslijn. Naar wij vernemen ligt het in de bedoeling, eens voor al een vasten dag voor de vergaderingen te reserveeren, zoodat ieder van te voren dien dag vrij kan houden, om zijn collega's te ontmoeten. De laatste Zaterdag der maand schijnt uitverkoren te zijn. De vergaderingen zullen in den achternamiddag om ongeveer 4 uur beginnen, wat het dubbele voordeel heeft, dat men van verreweg de meeste plaatsen intijds te Amsterdam kan zijn, en dat, na afloop, wie wil zich aan den maaltijd kan vereenigen om in kleiner kring na te praten; alles met de mogelijkheid van desgewenscht nog vóór middernacht weer thuis te wezen,

Voorts bestaat het plan, dat er in de bijeenkomsten voordrachten gehouden zullen worden door bekende figuren uit binnen- en buitenland. Waarschijnlijk is het door het bestuur wel juist ingezien, dat het, vooral in den aanvang, gewenscht is te zorgen voor de een of andere bijzondere attractie ter vergadering. Allicht zal deze

*) Secretariaat: Dr. P. H. van Cittert, Phys. Laboratorium, Utrecht; penningmeester: Dr. H. G. Cannegieter, te De Bildt (postgiro 19767); contrib. f 2.50 per jaar.

of gene zich eerder laten overreden om mede op te trekken naar Amsterdam, of zelfs om zich als lid aan te sluiten, indien hij het vooruitzicht heeft, een beroemdheid van aangezicht tot aangezicht te zien en te hooren spreken.

Het komt ons echter voor dat men eerst dan van een bloei der vereeniging zal kunnen spreken, wanneer de leden *in elkander* de attractie zullen vinden, die elke maand een geregelde opkomst verzekert. Waar er, ook al was het niet meer dan een dozijn leden bij elkaar komt enkel voor het genoegen van elkander te ontmoeten en over het vak te spreken, daar leeft de Natuurkundige Vereeniging. Indien er zulk een stemming heerscht, bloeit zij, ook zonder contributies of statuten. Wij wenschen haar dit van harte toe.

EEN ONDERZOEK NAAR DE FREQUENTIE DER ALGOLVERANDERLIJKEN VOOR GEGEVEN PERIODENINTERVALLEN

door H. P. BERLAGE Jr.

Het vraagstuk, dat prof. Hertzsprung mij aanbeval in behandeling te nemen, was het volgende: gegeven een bepaald systeem uit de groep der algolveranderlijken *) en aangenomen, dat de sterren uit bedoelde groep slechts als zoodanig ontdekt worden, wanneer hun verduistering zich over minstens 0.5 grootteklasse uitstrekt; hoeveel van dergelijke systemen mogen we dan als voorhanden beschouwen? En hoe loopt dan de werkelijke frequentiekromme?

Laat ons een gegeven systeem beschouwen, aannemende met voor ons vraagstuk voldoende benadering:

- 1) dat de banen der beide componenten van het systeem cirkels zijn,
- 2) dat de sterren geen afplatting vertoonen,
- 3) dat de schijven uniform lichtgevend zijn.

Dan interesseeren ons de volgende elementen:

r_1/R = het quotient van den straal der heldere ster en den onderlingen afstand der componenten,

r_2/R = het analoge quotient voor de donkere ster,

*) Verduisteringsveranderlijken.

k = het quotient van den kleinste der beide stralen en den grootste,

L_1 = het breukdeel der totale lichtintensiteit toebehoorende aan de heldere ster,

L_2 = het analoge breukdeel voor de donkere ster.

Alle sterren, waarvan ik deze elementen berekend vond werden in beschouwing genomen, uitgezonderd een zestal dat buiten de onderstelling valt, dat de verduistering over meer dan een halve grootteklasse loopt n.l.:

RR Centauri

β Aurigae

RX Herculis

δ Orionis

RZ Centauri

λ Tauri

Mijn werk was echter reeds voltooid, toen ik in Shapley's publicatie van 1915: „a study of the orbits of eclipsing binaries”, nog 3 sterren opgenomen vond n.l. *TT* Aurigae, *Z* Orionis en *TX* Herculis. Ik zag er van af ze alsnog in deze studie te betrekken, omdat we toch steeds voor nieuwe ontdekkingen staan, de figuren alle gecorrigeerd hadden moeten worden en de algemeene resultaten niet gewijzigd zouden geworden zijn.

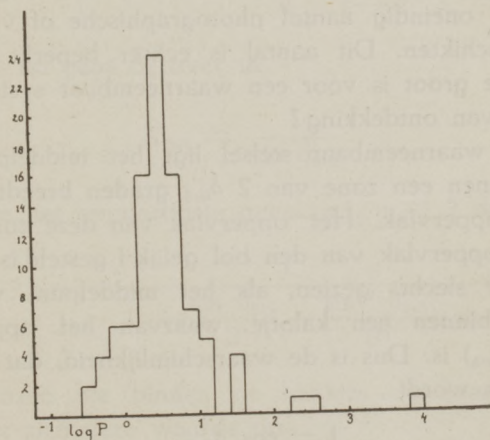


Fig. 1. De frequentie kromme der waargenomen verduisteringsveranderlijken.

Alzoo doende rekende ik met 93 sterren, die over de opeenvolgende intervallen van 0.2 in de logarithmen der perioden *) verdeeld zijn zooals figuur 1 aangeeft.

*) P = de periode, steeds in dagen uitgedrukt.

Bepalen we ons tot één systeem.

Allereerst is noodig, dat we de waarde opsporen van den hoek tusschen de gezichtslijn en het baanvlak der beide sterren voor het geval, dat de verduistering over een halve grootteklasse loopt. Laat ons dezen hoek $\delta_{0,5}$ noemen. Is ze in werkelijkheid groter, dan is de ontdekking voorondersteld onmogelijk te zijn. Is ze kleiner, dan is de ontdekking mogelijk, maar bezit slechts een zekere waarschijnlijkheid, die we nog nader onderzoeken moeten.

De berekening van $\delta_{0,5}$ uit de hierboven genoemde gegevens, is zeer eenvoudig; ik behoef er dus hier niet nader op in te gaan.

Denken we ons om de heldere ster een bol beschreven met een straal $= R$, aan welks oppervlak het middelpunt van den begeleider zich bevindt, dan merken we op, dat slechts dan wanneer de pool der baan binnen een bepaalde gordel van $2 \delta_{0,5}$ graden breedte ligt, de ster als veranderlijke gezien kan worden. Daar nu de plaatsing van deze pool aan den hemel als volkomen regelloos gedacht kan worden is het duidelijk, dat van elk waarneembaar systeem $1 / \sin \delta_{0,5}$ als waarschijnlijk voorhanden beschouwd kunnen worden. Maar niet alle waarneembare systemen zijn reeds als veranderlijke herkend. Dit zou slechts dan het geval zijn, als we over een oneindig aantal photographische of visuele waarnemingen beschikten. Dit aantal is echter beperkt en dus blijft de vraag: hoe groot is voor een waarneembaar systeem de waarschijnlijkheid van ontdekking?

Voor een waarneembaar stelsel ligt het middelpunt van den begeleider binnen een zone van $2 \delta_{0,5}$ graden breedte van bovengenoemd boloppervlak. Het oppervlak van deze zone is $\sin \delta_{0,5}$ wanneer het oppervlak van den bol gelijk 1 gesteld is. Verduisterd wordt de ster slechts gezien, als het middelpunt van den begeleider ligt binnen een kalotje, waarvan het oppervlak dan $\frac{1}{2} (1 - \cos \delta_{0,5})$ is. Dus is de waarschijnlijkheid, dat de ster verduisterd gezien wordt

$$\frac{1 - \cos \delta_{0,5}}{2 \sin \delta_{0,5}}.$$

Wel hapert hier wat aan, want er is aldus geen rekening gehouden met het feit, dat de stand van den begeleider binnen de genoemde zone niet willekeurig is, maar aan zijn baan gebonden. Bovenstaande breuk is echter een goede middelwaarde voor een ster van het bepaalde type, dat we beschouwen en dus is dan ook

de waarschijnlijkheid dat een dergelijke ster bij ééne waarneming onverduisterd gezien wordt met voldoende benadering gelijk

$$1 - \frac{1 - \cos \delta_{0,5}}{2 \sin \delta_{0,5}}$$

of bij n waarnemingen

$$\left(1 - \frac{1 - \cos \delta_{0,5}}{2 \sin \delta_{0,5}}\right)^n$$

Totaal kunnen we dan, zooals blijkt

$$S_n = \frac{1}{\left(1 - \left(1 - \frac{1 - \cos \delta_{0,5}}{2 \sin \delta_{0,5}}\right)^n\right) \sin \delta_{0,5}}$$

systemen van elk type aanwezig beschouwen. Deze waarde kan met behulp van eenige grove, in dit verband echter wel geoorloofde substituties vereenvoudigd worden tot

$$S_n = \frac{1}{\left(1 - \left(1 - \frac{\sin \delta_{0,5}}{4}\right)^n\right) \sin \delta_{0,5}}.$$

Voor $n = \infty$ gaat S_n over in

$$S_\infty = \frac{1}{\sin \delta_{0,5}}.$$

Nemen we het ongunstigste geval, n.l. $n = 2$ dan krijgen we

$$S_2 = \frac{1}{\left(1 - 1 + \frac{\sin \delta_{0,5}}{2} - \frac{\sin^2 \delta_{0,5}}{16}\right) \sin \delta_{0,5}}.$$

Verwaarloozen we binnen de haakjes de quadratische term, dan reduceert zich deze waarde op

$$S_2 = \frac{2}{\sin^2 \delta_{0,5}}.$$

Voor elke andere waarde van n geldt dus

$$\frac{1}{\sin \delta_{0,5}} < S_n < \frac{2}{\sin^2 \delta_{0,5}}.$$

Laat ons bij $n = 2$ blijven, daar toch in dit geval het verschil tusschen de frequentiekromme der bekende algolsterren en die der in werkelijkheid aanwezige op de meest karakteristieke wijze aan het licht zou moeten komen.

Berekenen we $2 / \sin^2 \delta_{0.5}$ voor elk der bekende systemen en sommeeren we deze waarden voor elk interval van 0.2 in de logarithmen der perioden, dan krijgen we een frequentiekromme, waar figuur 2 een beeld van geeft in zijn buitenste omlijning.

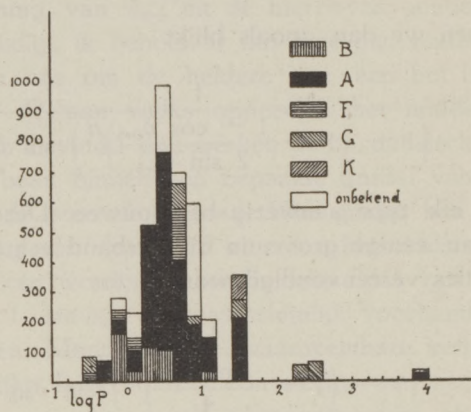


Fig. 2. De, op grond van de met den onderlingen afstand der componenten varieerende ontdekkingswaarschijnlijkheid, berekende, werkelijke frequentiekromme onderverdeeld in spectraaltypen.

We waren gedwongen *RX Draconis* tijdelijk uit het gelid te doen treden, omdat deze ster een zeer onevenwichtig groote bijdrage aan S_2 voor zijn interval zou geleverd hebben. Ik ben geneigd aan te nemen, ondanks de autoriteit van Shapley dat we de periode van *RX Draconis* moeten halveeren. Hoe dan ook, we zien reeds, dat de aldus gevonden ware frequentiekromme zich principieel in het minst niet van die der bekende veranderlijken onderscheidt. En is dit voor $n = 2$ het geval, dan is het dit zeker ook voor $n > 2$. Het resultaat is verrassend en bewijst in de allereerste plaats dit: dat wanneer de vorm der frequentiekromme voor de bekende variabelen toe te schrijven is aan een voorkeur van ontdekking voor kortperiodieken, deze voorkeur niet wezenlijk berust op de afname van den onderlingen afstand der componenten bij afnemende periode.

Dat de ware frequentiekromme echter een verloop zou hebben

zooals figuur 2 aangeeft, is op zijn minst hoogst onwaarschijnlijk. Waaraan die uitgesproken tendens naar zeer korte perioden toe te schrijven? Hier moet m.i. inderdaad toch sprake zijn van een voorkeur van ontdekking, maar deze vindt dus blijkbaar zijn oorzaak in andere factoren dan de zoo juist in rekening gebrachte. Om uit te maken, of soms sterren van een bepaalde spektraal-klasse de doorslag gegeven hebben in de tot nu toe verkregen uitkomsten, heb ik het aandeel in de frequentiekromme van fig. 2 voor elk spektraaltype afzonderlijk berekend en op de aangegeven wijze aangeduid. Het leert ons oogenschijnlijk niet veel, maar bij nader toezien valt een merkwaardig feit op. Dat er n.l. in het logarithmisch interval van 0.2 tot 0.6, met uitzondering van *RX Draconis*, slechts *B* en *A* sterren gevonden worden. Daaruit blijkt reeds, dat er van een eenvoudige verschuiving van het overheerschende spektraaltype van *B* naar *K* bij toenemende periode geen sprake is. De zaak is integendeel zoo, dat er een dusdanige verschuiving plaats heeft vanaf $\log P = 0.4$ zoowel naar kortere als naar langere perioden; hetwelk op opvallende wijze blijkt uit figuur 3 waarin de frequentiekromme der waargenomen verander-

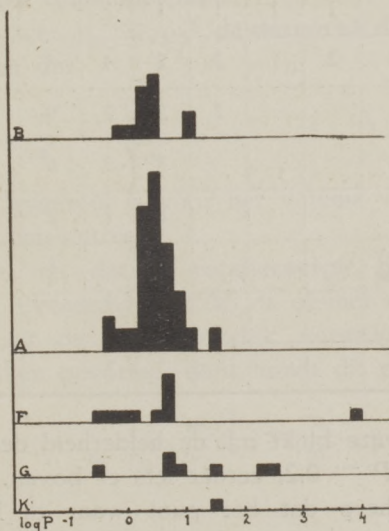


Fig. 3. De frequentiekromme der waargenomen verduisteringsveranderlijken voor elk spektraaltype afzonderlijk.

lijken voor elk spektraaltype afzonderlijk geteekend is. (Hierbij is *RX Draconis* met dubbele periode weer in de rij opgenomen).

Hier is het verband direkt duidelijk met het door Shapley in zijn genoemd werk, blz. 124, gereleveerde feit, dat de *B* en *A* sterren sterk geconcentreerd zijn in een weinig uitgebreid interval der dichtheid d. i. het dichtheidsinterval, dat correspondeert met bovengenoemd periodeninterval. Maar zooals van zelf spreekt is niet alleen de dichtheid, maar veeleer de temperatuur een der factoren die het spektraaltype bepalen en dit was mij een wenk, om ook de frequentie der sterren voor elk opeenvolgend magnitudeninterval afzonderlijk te bestudeeren, want in de schijnbare magnitude, weerspiegelt zich met den afstand der ster toch ook haar temperatuur. Het resultaat is neergelegd in onderstaande zeer expressieve tabel.

log P	M=	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13
-0,6	-0,4						1		1			
-0,4	-0,2								3	1		
-0,2	0							1	3	2		
0	0,2			1	1	1	1			1		1
0,2	0,4			2	1	2	2	4	3	2		
0,4	0,6	Al- gol				2	2	2	9	5	2	
0,6	0,8						3	3	6	2	1	
0,8	1						1	1	2	2		
1	1,2		β Ly- rae				1		1	2		
1,2	1,4											
1,4	1,6							2		2		

Merkwaardigerwijze blijkt n.l. de helderheid der sterren te culmineeren bij $\log P = 0,2$, eerder iets er boven. De tabel toont inderdaad zeer scherp dat het punt waar de helderste sterren gevonden worden, niet samenvalt met dat der maximale frequentie, hetgeen men eventueel verwachten kon. Hier blijft bij nader inzien slechts één verklaring over, dat n.l. inderdaad de absolute helderheid der sterren bij $\log P \propto 0,2$ een maximum heeft. Dat de intensiteit der sterren niet onafhankelijk van de periode is, kan in

laatste instantie slechts daaraan liggen, dat de periode der sterren niet onafhankelijk van hun massa is en de oorzaak daarvan moet zijnerzijds gezocht worden in het ontstaan dezer klasse van dubbelsterren uit de peervormige figuur van Poincaré. *)

We kunnen gevoeglijk aannemen, dat, evenals de overgang van het omwentelings ellipsoïd van Mac Laurin in het driessig ellipsoïd van Jacobi en van dit in de peervorm van Poincaré, bij alle sterren ook de afscheuring der beide componenten plaats heeft voor eenzelfde w^2 / ϱ , kwadraat van omwentelingssnelheid, gedeeld door de dichtheid, en nagaan hoe dan na de splitsing de periode P afhangt van de massa der oorspronkelijke ster. Laat ons daartoe de ontwikkeling van een tweetal dubbelsterren vergelijken. De grootheden op elk der sterren betrekking hebbende, zullen we onderscheiden met enkel en dubbel accent, terwijl de letter o aan den voet der letters zal beduiden, dat deze op den oorspronkelijken toestand der beide gasmassa's betrekking zullen hebben, waaruit de sterren geworden zijn.

De groote moeilijkheid ligt in het tegen elkaar afwegen van hun onveranderlijke draaimomenten.

Voorop stellen we $\varrho_o' = \varrho_o''$ de sterren uit denzelfden oernevel genomen zijnde en dus

$$\frac{m'}{m''} = \frac{V_o'}{V_o''} \dots\dots\dots 1)$$

wanneer V_o het symbool is voor het volume van een neveldeel, dat zich tot ster concentreert.

Nu *postuleeren* we, dat de rotatieenergie, die in een volume V_o besloten ligt, evenredig met V_o is of met m .

Hebben zich uit de oorspronkelijk vormelooze massa's twee roteerende gasballen gevormd, dant houdt dit postulaat in, dat

$$\frac{m' r_o'^2 w_o'^2}{m'' r_o''^2 w_o''^2} = \frac{m'}{m''}$$

waaruit volgt

$$\frac{w_o'}{w_o''} = \frac{r_o''}{r_o'} \dots\dots\dots 2)$$

*) Dit is de vorm, dien een roteerende, vloeibare massa aanneemt, tegen den tijd dat zij zich in tweeën splitst.

Om aan te toonen, dat deze relatie een niet al te uitgesproken hypothetisch karakter draagt, wil ik niet verzuimen op een aardige, hoewel misschien toevallige, controle opmerkzaam te maken, die ons de beide planeten Jupiter en Saturnus leveren, die onder analoge omstandigheden ontstaan moeten zijn als de beide sterren, die we bezig zijn te beschouwen en waarvan we

1) op goede gronden vermoeden kunnen, dat ze beide nog gasvormig zijn en hun samenstelling gelijksoortig is (zie het opstel van schrijver dezes in Hemel en Dampkring van Maart en April 1921);

2) zeker weten dat hun omloopstijden niet noemenswaard door eb en vloedwerkingen beïnvloed zijn geworden.

De massa van Jupiter is volgens See 317,7, die van Saturnus 95.1 aardmassa's. De verhouding hunner massa's is

$$\frac{m^j}{m^s} = \frac{317.7}{95.1} = 3,34$$

en dus zou volgens onze theorie de verhouding hunner stralen oorspronkelijk geweest zijn

$$\frac{r_o^j}{r_o^s} = \sqrt[3]{\frac{m^j}{m^s}} = 1.495$$

en de verhouding der omwentelingssnelheden

$$\frac{w_o^j}{w_o^s} = 0.67.$$

De straal van Jupiter is nu 11.13 en van Saturnus 9.35 aardstralen, de verhouding hunner stralen dus nu

$$\frac{r_o^j}{r_o^s} = \frac{11.13}{9.35} = 1.19.$$

Daaruit zou voor de verhouding hunner tegenwoordige omloopsnelheden volgens de wet van de perken volgen

$$\frac{w_o^j}{w_o^s} = \left(\frac{1.495}{1.19}\right)^2 0.67 = 1.05.$$

Nemen we als de omloopstijden van Jupiter en Saturnus respectievelijk $95^h 5'$ en $10^h 14'$ dan blijkt bovenstaande verhouding in werkelijkheid te bedragen 1.03.

Laat ons nu tot de beide sterren terugkeeren.

We zullen alle grootheden op het moment der splitsing met een s voorzien.

Stel $r_s' = \mu r_0'$ en $r_s'' = \nu r_0''$
dan is

$$\frac{\varrho_s'}{\varrho_s''} = \frac{\nu^3}{\mu^3} \dots\dots\dots 3)$$

wegens het behoud van draaimoment

$$\frac{w_s'}{w_0'} = \frac{1}{\mu^2} \text{ en } \frac{w_s''}{w_0''} = \frac{1}{\nu^2}$$

Dit geeft

$$\frac{w_s'^2}{w_s''^2} = \frac{\nu^4}{\mu^4} \frac{w_0'^2}{w_0''^2} \dots\dots\dots 4)$$

Onze conditie was, dat bij de splitsing in beide gevallen w^2 / ϱ gelijk moet zijn, of

$$\frac{w_s'^2}{w_s''^3} = \frac{\varrho_s'}{\varrho_s''} \dots\dots\dots 5)$$

Uit 1) 2) 3) 4) en 5) vindt men

$$\frac{w_s'}{w_s''} = \frac{m'}{m''} \text{ of } \frac{P''}{P'} = \frac{m'}{m''}.$$

Dus is

$$m = a P^{-1}.$$

Zoo vinden we ook

$$\varrho_s = b P^{-2} \text{ en } r_s \propto \left(\frac{m}{\varrho} \right)^{\frac{1}{3}} = g P^{\frac{1}{3}}$$

Verder merken we op, dat de massaverhouding der beide componenten in geval eener ontwikkeling uit de peervormige figuur van Poincaré theoretisch waarschijnlijk een constante is; dus hebben we $m_1 = a_1 P^{-1}$ en $m_2 = a_2 P^{-1}$.

En daar de afstand der beide componenten, R , slechts met een proportionaliteitsfaktor verschilt van r_s is $R_s = h P^{\frac{1}{3}}$.

In den loop der ontwikkeling bleek het mij echter wenschelijk te zijn de formule

$$m = a P^{-1}$$

te vervangen door een ander van de gedaante

$$m = \alpha e^{-\beta P}$$

Dit komt hierop neer, dat in den oorspronkelijken neveltoestand niet slechts de oneindige massa geen omwentelingssnelheid bezit, maar elke eindige massa van bepaalde grootte praktisch als rustend beschouwd kan worden. Om ons oorspronkelijke postulaat echter niet geheel te verliezen, schijnt het mij goed β zoo te bepalen, dat de waarde voor m bij $P = 1$ en $P = 10$ met die van de vorige formule overeenstemt, opdat de overgang in het gebied der grootste frequentie zoo weinig mogelijk merkbaar worde. We vinden dan

$$m = a e^{-0.25 P}$$

en daarmee

$$R_s = h P^{\frac{2}{3}} e^{-0.083 P}$$

Na de afscheuring treedt verdere afkoeling in en eb en vloed werking, die beide de tendens hebben de waarden r_1/R en r_2/R mettertijd te doen slinken.

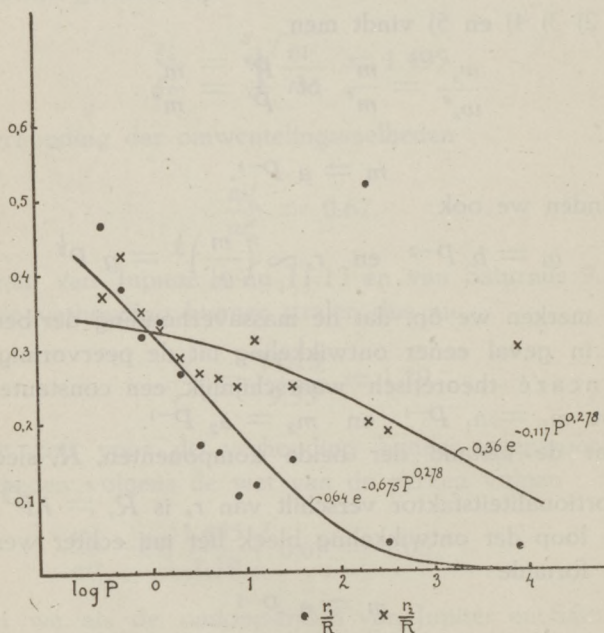


Fig. 4. Een beeld van de afnemende der quotiënten r_1/R en r_2/R met toenemende periode.

Figuur 4 brengt de funkties

$$\frac{r_1}{R} = \varphi_1 (\log P) \quad \text{en} \quad \frac{r_2}{R} = \varphi_2 (\log P)$$

in beeld, d.w.z. het verloop van de gemiddelde waarden van r_1/R en r_2/R voor de opeen volgende intervallen. Het komt me voor, dat de eenvoudigste formules die het graphische beeld benaderen zijn

$$\frac{r_1}{R} = k_1 e^{-b_1 P^{c_1}} \quad \text{en} \quad \frac{r_2}{R} = k_2 e^{-b_2 P^{c_2}}$$

waarbij het ons lukt $k_1 + k_2 = 1$ te maken, want inderdaad schijnen de componenten elkaar bij zeer kleine perioden nog te raken. Praktisch blijkt $c_1 = c_2$ te stellen. We vinden n.l.

$$\frac{r_1}{R} = 0.64 e^{-0.675 P^{0.278}} \quad \text{en} \quad \frac{r_2}{R} = 0.36 e^{-0.117 P^{0.278}}$$

$0.36 / 0.64 = 0.56$ is dus blijkbaar de verhouding van den straal van den begeleider tot dien van de hoofdster onmiddelijk na de splitsing.

We merken allereerst op, dat, naarmate de periode groter is, de inkrimping verder voortgang gemaakt heeft, hetgeen wil zeggen dat, wanneer, zooals van zelf spreekt, de momenten van afscheuring regelloos in den tijd verspreid geweest zijn, de inkrimping des te sneller gaat, naarmate de periode groter is. Dit verwondert ons allermint. Ten eerste is het oppervlak der sterren na de afscheuring des te groter naarmate de periode langer is, hun dichtheid geringer en hun temperatuur lager. De temperatuur is, zooals men weet, in elk punt evenredig met m/r en dus is na de splitsing, afziende van een proportionaliteits faktor

$$T = P^{-\frac{2}{3}} e^{-0.167 P}$$

Interessant is verder, dat de afkoeling van den begeleider langzamer gaat dan die van de hoofdster, hetgeen hieruit blijkt, dat

de kromme voor r_1/R steiler verloopt dan die voor r_2/R . Ja, dit is zelfs zoo'n karakteristiek verschijnsel, dat bij grootere perioden de massale komponent algemeen de kleinere der beide is, wat m.i. niet aan ontdekkingsvoorkeur kan worden toegeschreven. De verhouding hunner stralen neemt bij groeiende periode steeds meer af en schijnt zelfs tot 0.1 te kunnen dalen (ϵ Aurigae) terwijl ze oorspronkelijk, volgens onze theorie althans, ongeveer 1.78 bedroeg. Mij dunkt, het ligt daaraan, dat de massale ster, die steeds een zeer veel hogere temperatuur bezit dan de begeleider, de temperatuur van den laatsten steeds veel hooger houdt, dan deze zijn zoude, als de begeleider alleen in de ruime was. De afkoeling van den begeleider wordt tegengegaan door de nabijheid van de enorme hittebron, die de hoofdster is, zoodat het begrijpelijk is hoe de hoofdster mettertijd de kleinere van beide wordt.

Zooals gezegd vinden we

$$\frac{r_1}{R} = 0.64 e^{-0.675 P^{0.278}} \quad \text{en} \quad \frac{r_2}{R} = 0.36 e^{-0.117 P^{0.278}}$$

In deze formules ligt zonder twijfel ook de werking van eb en vloed besloten, die de tendens heeft R vergrooten. (G. H. Darwin). In de verhouding r_1/r_2 is deze werking echter geëlimineerd en daar de eerstvolgende onderzoekingen op deze verhouding berusten kunnen we de beschouwing van den invloed van eb en vloed tot later uitstellen.

Genoemde verhouding $\lambda = r_1/r_2$ wordt

$$\lambda = 1.78 e^{-0.558 P^{0.278}}$$

Wat is nu echter de verhouding der massa's van de beide componenten? De stabiliteit is, ruw genomen, slechts gewaarborgd, wanneer deze verhouding zoo is, dat het punt, waar het kritieke nuloppervlak van Hill *) de verbindingslijn der beide componenten snijdt, deze verbindingslijn (gelijk 1 gesteld) verdeelt in de stukken 0.64 en 0.36. Dit nu is het geval wanneer

$$\frac{m_2}{m_1} \stackrel{\infty}{=} 0.25.$$

*) Zie de verhandelingen over het drie lichamen probleem.

Deze verhouding is natuurlijk slechts theoretisch een constante, maar dat we bij alle overigens schaarsche, spectroscopische algolsterren, zooals *W Ursae Maj.*, *Z Herculis* en β *Aurigae*, waarden vinden boven 0.25, behoeft ons niet te weerhouden 0.25 als de normale verhouding te beschouwen, omdat men hier rekening moet houden met de voorkeur van ontdekking van grootere verhouding; want het spectrum van den begeleider wordt slechts dan gezien, als de lichtsterkten der beide componenten vergelijkbaar zijn, hetwelk op zich zelf weer van de massaverhouding afhankelijk is. We kunnen zelfs met betrekkelijke zekerheid beweren, dat wanneer de verhouding m_2 / m_1 gemiddeld noemenswaard hoger was, veel meer systemen, dan nu het geval is, spectroscopisch geanalyseerd zouden moeten kunnen worden.

Natuurlijk leveren onze formules voor r_1 / R en r_2 / R slechts gemiddelde waarden. Bedenken we allereerst, dat alle veranderlijken op verschillende trap van ontwikkeling staan. Dit brengen we in beeld in figuur 5 waarop de sterren volgens hun P en λ aangeteekend staan. Trekken we door den heelen hoop de lijn

$$\lambda = 1.78 e^{-0.558 P}$$

dan vallen er 24 sterren boven en 69 sterren onder. Dit ligt misschien aan de ontdekkingsvoorkeur voor sterren met gering λ .

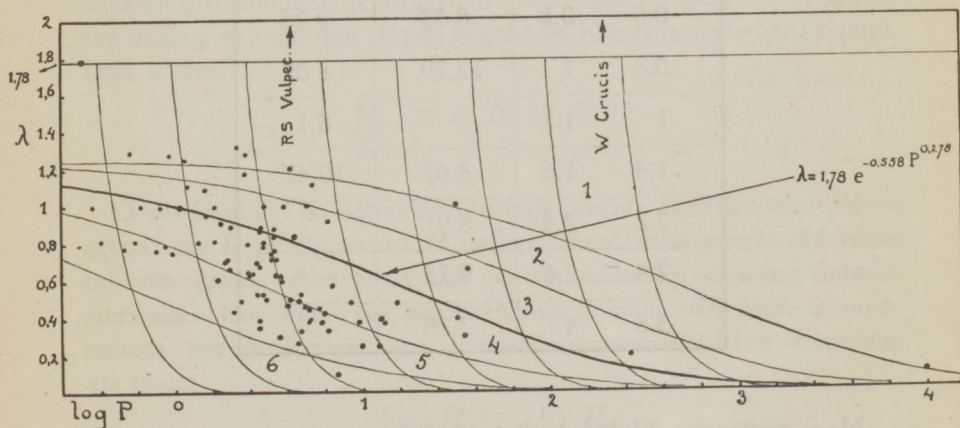


Fig. 5. De lijnen van ontwikkeling der algolsterren.

Over willekeurige, overigens gelijke, afstanden in de richting van P verschoven, teekende ik nog 4 aan de eerste gelijke lijnen,

die om zoo te zeggen een soort gelijktijdigheidslijnen zijn. Denken we ons een groep sterren, die op hetzelfde tijdstip zich in componenten splitsten, dan zouden ze op het oogenblik alle op een dergelijke lijn aangeteekend kunnen worden.

Is onze voorstelling juist, dan moet ook de ouderdom der sterren bij afnemend λ toenemen, dus hun intensiteit afnemen. Dit kunnen we kontroleeren door de gemiddelde schijnbare magnitude uit te rekenen voor de sterren boven en die onder de middelbare λ streep.

Deze rekening levert voor de opeenvolgende logarithmische intervallen

log P	$\bar{M}$	
	jong	oud
-0.6 -0.4	7.91	9.32
-0.4 -0.2	9.9	10.07
-0.2 0	9.67	9.82
0 0.2	5.32	11.66
0.2 0.4	7.29	8.05
0.4 0.6	6.12	9.01
0.6 0.8	8.33	9.26
0.8 1	12.29	8.02
1 1.2		8.1
1.4 1.6	8.67	10.47
2.2 2.4	8.9	
2.4 2.6	9.75	
3.8 4	3.26	

Nog treffender blijkt de juistheid onzer opvattingen uit het volgende overzicht, dat de gemiddelde magnitude geeft voor de in de figuur met 1 tot 6 genummerde vakken.

Vak 1	7.72
" 2	6.78
" 3	8.53
" 4	8.71
" 5	9.53
" 6	10.35

Hier is het de plaats om op den invloed van de werking van eb en vloed in de ontwikkeling der dubbelsterren terug te komen. We vonden

$$\frac{r_1}{R} = 0.64 e^{-0.675 P^{0.278}} \quad \text{en} \quad \frac{r_2}{R} = 0.36 e^{-0.117 P^{0.278}}$$

Als bovenste grens van de werking van eb en vloed kunnen we stellen, dat de heele term

$$e^{-0.117 P^{0.278}}$$

op haar conto geschreven wordt, d.w.z. dat de begeleider praktisch niet krimpt. Men zoekt wellicht naar de tijdsfaktor in dezen vorm. Niet zoo zeer de tijd als wel het stadium van ontwikkeling zit in de exponent verborgen, want hoe grooter P hoe verder de ontwikkeling gemiddeld gevorderd is. Laat ons bij gebrek aan nadere aanwijzing aanvaarden dat de begeleider niet noemenswaard krimpt. Dan is dus

$$\frac{R_s}{R} = e^{-0.117 P^{0.278}}$$

Deze formule is natuurlijk feitelijk slechts beneden een zekere grens van P geldig, want R nadert, zooals men gemakkelijk inziet tot een limiet. Aan het einde der ontwikkeling van een dubbelsterstelsel kan men het omwentelingsmoment van beide componenten verwaarloozen t.o.v. het omloopsmoment. Men vindt dan als limiet

$$\lim. R = 3.35 R_s$$

$$\text{en dus } \lim. P = 6.13 P_s$$

$$\text{of } \log. \lim. P = \log P_s = 0.8$$

Met behulp van deze gegevens is het een kleine moeite de lijnen van ontwikkeling der sterren in figuur 5 aan te geven. Het zijn de zijwaarts afgebogen in vertikale richting verlopende lijnen.

Laat ons nu de intensiteiten der sterren beschouwen. Daarvoor kunnen we niet a priori een formule opstellen. Na lang probeeren vond ik echter, dat het best voldoet een eenvoudige vorm voor de intensiteit I van de gedaante $I = c r^2 T$.

Ik zal nu toelichten waarom.

Daar T evenredig met m/r is, kunnen we ook schrijven, afziende van een proportionaliteitsfaktor $I = m r$.

De werkelijke stralen der beide componenten zijn volgens de voorgaande overwegingen, wederom afziende van een konstante faktor

$$r_1 = 0.64 P^{\frac{2}{3}} e^{-0.083 P} e^{-0.558 P^{0.278}}$$

$$r_2 = 0.36 P^{\frac{2}{3}} e^{-0.083 P}$$

en dus vinden we voor de absolute helderheid der beide componenten

$$I_1 = m_1 r_1 = e^{-0.25 P} 0.64 P^{\frac{2}{3}} e^{-0.083 P} e^{-0.558 P^{0.278}}$$

$$I_2 = m_2 r_2 = 0.25 e^{-0.25 P} 0.36 P^{\frac{2}{3}} e^{-0.083 P}$$

Als verhouding der beide lichtsterkten vinden we

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{L_2}{L_1} = 0.141 e^{0.558 P^{0.278}} = \frac{0.25}{\lambda}$$

Dit is ook inderdaad wat men waarneemt: een aangroeiing van de lichtsterkte van den begeleider t.o.v. die der hoofdster bij toenemende periode, hetgeen moge blijken uit figuur 6 waarin het gemiddelde L_2/L_1 voor elk periodeninterval aangeteekend is en waarin ook de kromme

$$0.141 e^{0.558 P^{0.278}}$$

getrokken is.

We merken verder op, dat de intensiteit der veranderlijken een maximum heeft.

$$I_1 = P^{\frac{2}{3}} e^{-0.333 P} e^{-0.558 P^{0.278}}$$

$$I_2 = 0.141 P^{\frac{2}{3}} e^{-0.333 P}$$

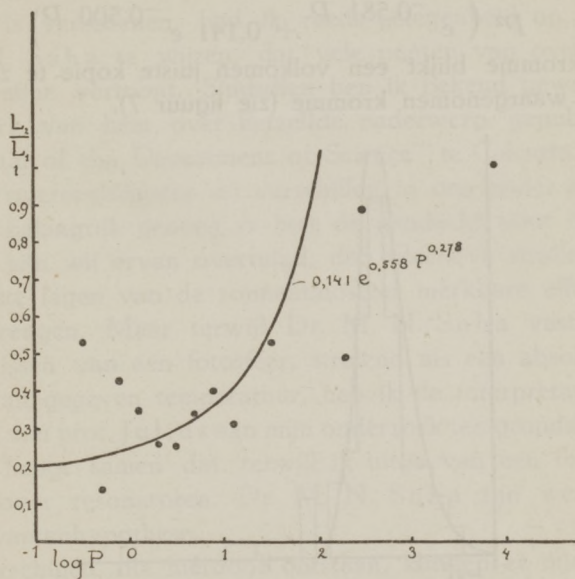


Fig. 6. Toenemende helderheid van den begeleider ten opzichte van de hoofdstel bij toenemende periode.

Laat ons I_1 vereenvoudigen tot

$$I^1 = P^{\frac{2}{3}} e^{-0.388 P}$$

waarbij zorg gedragen is, dat de waarden, die deze formule voor $P = 1$ en $P = 10$ levert met die der voorgaande overeenkomen.

We vinden dus

$$I = P^{\frac{2}{3}} (e^{-0.388 P} + 0.141 e^{-0.333 P})$$

Deze kromme heeft haar maximum bij

$$P = 1.7 \text{ of } \log P = 0.23$$

in merkwaardige overeenstemming met de positie van het maximum der schijnbare magnituden (zie blz. 160).

Maar er is meer. Het aantal sterren dat waargenomen kan worden, neemt toe met de $\frac{3}{2}$ macht van I d.w.z. met

$$P \left(e^{-0.581 P} + 0.141 e^{-0.500 P} \right)$$

Daar overigens de ware frequentiekromme in het uiterst beperkt gebied der kortstperiodieke alголsterren wel ongeveer lineair moet stijgen, vinden we als frequentiekromme der waarneembare sterren

$$P^2 \left(e^{-0.581 P} + 0.141 e^{-0.500 P} \right)$$

Deze kromme blijkt een volkomen juiste kopie te zijn van de werkelijk waargenomen kromme (zie figuur 7).

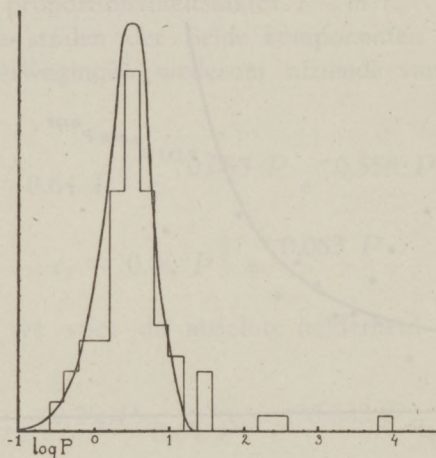


Fig. 7. De frequentiekromme der waargenomen verduisteringsveranderlijken en de berekende frequentiekromme voor alle waarneembare systemen, op verschillende schaal geteekend,

Zusammenfassung.

- 1) Die eigenart der Frequenzkurve der Algolveränderlichen kann nicht erklärt werden aus der Entdeckungspreferenz von kurzperiodischen Sternen auf Grund des Anwachsens des Abstandes der Komponenten mit wachsender Periode.
- 2) Die Periode eines Algolsterne ist von seiner Masse abhängig.
- 3) Deshalb stehen auch Lichtstärke und Periode im Zusammenhang und zwar so, dass die grössten Lichtstärken bei $P = 1.7$ Tagen auftreten.
- 4) Davon ist die Frequenzkurve abhängig, die ein Maximum bei $P = 3$ Tagen besitzt.
- 5) Das Massenverhältnis der Komponenten eines sich aus der Poincaré'schen birnenförmigen Figur entwickelnden Doppelsterne ist normal gleich 4 : 1.
- 6) Bei der Abkühlung nimmt der Hauptstern schneller in Umfang ab als der Begleiter und wird mit der Zeit der kleinere beider.

30 Maart 1921.

SELECTIEVE STRALINGSDRUK IN DE ZONNEATMOSFEER

door H. GROOT.

1) In mijn dissertatie, alsmede in een artikel „stralingsdruk in verband met het zonnenspectrum”, dat in de No. 1 en 2 van dit tijdschrift is verschenen, had ik reeds gelegenheid op werk van Dr. M. N. Saha te wijzen, dat vele punten van overeenkomst met het mijne vertoont. Sindsdien ben ik bekend geworden met ander werk van hem over hetzelfde onderwerp, gepubliceerd in het „Journal of the Department of Science” te Calcutta, Februari 1920. De overeenkomsten en verschillen in ons beider werkwijzen lijken mij belangrijk genoeg er hier de aandacht voor te vragen.

Beiden zijn wij ervan overtuigd, dat selectieve stralingsdruk in de buitenste lagen van de zonneatmosfeer merkbare effecten moet teweeg brengen. Maar terwijl Dr. M. N. Saha vasthoudt aan de praemissen van een fotosfeer, stralend als een absoluut zwart lichaam van gegeven temperatuur, heb ik de interpretatie volgens de theorie van prof. Julius aan mijn onderzoek ten grondslag gelegd. Hiermee hangt samen dat, terwijl ik uitga van een formule van Debije over resonatoren, Dr. M. N. Saha zijn werk baseert op de kwantenhypothese.

De verschillen, die hierdoor ontstaan, kunnen er misschien toe bijdragen de verkieslijkheid van de theorie van prof. Julius boven de oudere opvattingen in het licht te stellen.

Hieronder volgt, zeer beknopt, een overzicht van de behandeling door Dr. M. N. Saha.

2) Na uiteengezet te hebben, waarom in de *buitenste* lagen der zonneatmosfeer effecten van selectieven stralingsdruk te verwachten zijn, noemt hij onder de voornaamste zonneproblemen:

1) den onbegrijpelijken afstand, waarover de zonneatmosfeer zich boven de zonsoppervlakte uitstrekt.

2) de eigenaardige verdeling der elementen in de zonneatmosfeer.

Onder de klassieke veronderstellingen van een temperatuur van $\pm 6000^\circ$ en een gravitatieversnelling van 27.7 maal die op aarde, blijkt bij geen der bekende evenwichtstoestanden — isotherm, adiabatisch of stralingsevenwicht — ook maar in de verste verte

de theoretisch berekende hoogte van de zonneatmosfeer in overeenstemming met de waargenomen hoogte te zijn.

Dr. M. N. Saha voert vervolgens de opinies aan van eenige bekende zonnephysici als: Evershed, Julius, Fenyi, die het er over eens zijn, dat op de zon een kracht moet werkzaam zijn, die de zwaartekracht ten deele opheft. Deze „force of levity” moet de stralingsdruk zijn. Onder het juk der oudere opvattingen is deze niet tot zijn recht gekomen, omdat door werk van Schwarzschild en Debije uitgemaakt scheen te zijn, dat deze kracht op deeltjes van de grootte van atomen te klein was om meegeteld te worden. Dit bezwaar vervalt echter, wanneer men de kwanten-theorie toepast.

Over het tweede probleem wordt dit gezegd: ofschoon men alle reden had te verwachten, dat de lichtste elementen tot op de grootste hoogten boven de zon waargenomen zouden moeten worden, vormen de *H*- en *K*-lijnen van *Ca.*, benevens vele lijnen van *Str.*, *Fe.*, *Mg.*, *Ti.*, enz. uitzonderingen op dezen regel. Velen pogingen ten spijt is een aannemelijke verklaring hiervan nog niet gevonden. De verklaring, die Dr. M. N. Saha voorstelt, komt hierop neer, dat door selectieven stralingsdruk juist deze elementen lichter worden dan zij volgens hun moleculair gewicht moesten zijn. Hiermede is echter nog slechts één punt opgehelderd. Er rest nog de oorzaak te vinden van het feit, dat niet *alle* lijnen van hetzelfde element tot op dezelfde hoogte zichtbaar zijn. Om de verklaring van dit punt te kunnen begrijpen, moeten wij nader ingaan op de wijze, waarop de stralingsdruk tot stand komt. Dr. M. N. Saha plaatst zich geheel op het standpunt van de theorie van Bohr. Men weet dat een element verschillende reeksen spectraallijnen emitteert. De reeks-formule der hoofdlijnen van bijv. het *Na.*, waartoe de *D_I*-lijn behoort, kan men symbolisch schrijven (in de notatie van Konen ¹⁾).

$$\nu = S(o) - P_I(1) \quad (1)$$

waarbij;

$$S(o) = \frac{N}{\left[1.5 + s + \frac{\sigma}{(1.5)^2}\right]^2} \quad P_I(1) = \frac{N}{\left[2 + p_1 + \frac{\pi_1}{2^2}\right]^2} \quad (2)$$

Volgens de theorie van Bohr is het zeer waarschijnlijk, dat $A - h S(o)$ ($A = \text{constante}$, $h = \text{constante van Planck}$) de

¹⁾ Leuchten der Gase und Dämpfe. Kap. I, II, Teil 2.

energie van het normale atoom voorstelt. Absorbeert het atoom D_I -licht, dan komt de figuratie tot stand met de energie $A - h P_I (1)$.

Hieruit volgt, dat men niet langer alle atomen voor gelijkwaardig mag houden. Heeft men n actieve atomen, dan is

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_m$$

waarbij n_i het aantal atomen voorstelt, waarvan een electron in baan i rondloopt.

Wanneer nu op een Na.-atoom in normalen staat fotosfeerlicht valt, absorbeert het energie van de frequentie

$$\nu = S (0) - P (1)$$

en de configuratie der electronen verandert tot den toestand met energie $A - h P (1)$. Hierbij krijgt het atoom een in den zin van den invallenden bundel gerichte hoeveelheid van beweging

$$\frac{h\nu}{c} (\nu = S (0) - P (1)).$$

Door staling verliest het dit weer, waarop het proces zich kan herhalen. Bij uitstraling verliest het atoom de gewonnen energie, maar ondergaat geen impuls in een bepaalde richting, zooals gedurende de absorptie. Op deze wijze zal het atoom worden voortgedreven door een kracht: $n h \nu / c$, als n = het aantal impulsen, dat het atoom per seconde ontvangt.

Wij kunnen verband leggen tusschen dezen term $n h \nu$ en de intensiteit van het fotosfeerlicht van de frequentie ν . Zij E_λ deze intensiteit, dan is

$$n h \nu = \varepsilon E_\lambda \quad (3)$$

als ε een factor voorstelt, die afhangt van absorptievermogen, dichtheid en aard van het gas.

De „force of levity” is dan evenredig met $\mu E_\lambda (\mu - \varepsilon / c)$.

Inplaats van de bekende formule voor isotherm-evenwicht

$$l \left(\frac{n}{n_0} \right) = \frac{M g z}{k T} \quad (4)$$

waarin: n_0 = aantal atomen van het gas nabij de fotosfeer, n = aantal op hoogte z , M = gewicht van één atoom, $g = 27.7 \times 981$, k = constante van Boltzman en T = absolute temperatuur, stelt Dr. M. N. Saha de volgende op:

$$l \left(\frac{n}{n_0} \right) = \frac{(M g - \mu E_\lambda) z}{k T} \quad (5)$$

Hij past deze formule toe in de vooronderstelling, dat de fotosfeer straalt als een volkomen zwart lichaam met een temperatuur van 7500° . Dan blijkt de maximale waarde van E_λ te liggen bij $\lambda = 3920 \text{ \AA}$, juist in de buurt van de H - en K -lijnen van Ca .! De grootste waarden van E_λ liggen dan tusschen $\lambda = 3600 \text{ \AA}$ en $4300 \text{ \AA}$. De stralingsdruk zal dus ook het grootste effect moeten hebben op stralende atomen met emissielijnen in deze buurt.

Uit onderzoekingen van St. John over het Evershed-effect in vlekken blijkt, dan ook, dat de lijnen uit deze streek van het spectrum als regel hoger niveau aanwijzen en een daarmede corresponderend grootter Evershed-effect vertoonen.

Teneinde ook kwalitatief Mg met μE_λ te kunnen vergelijken, slaat Dr. M. N. Saha den volgenden weg in: Men zou veel meer van de absorptie en straling van gassen onder de condities, zooals die op de zon voorkomen, moeten weten dan men doet, om de waarde van μ zonder verdere hulphypothesen te kunnen aangeven.

Er schijnt echter reden te zijn aan te nemen, dat de compensatie door stralingsdruk vrij aanzienlijk is. Wij zullen aannemen, dat deze compensatie voor de hoge Ca -lijnen vrijwel volledig is en dan onderzoeken of de zoo verkregen resultaten onderling overeenstemmen. Voor de H - en K -lijnen (grootste hoogte 14000 km.) neemt Dr. M. N. Saha nu tamelijk willekeurig aan: $n_0 = 10^{20}$, $n = 10^8$. Uit de besproken formule volgt dan:

$$Mg - \mu E_\lambda = 1.91 \cdot 10^{-20}$$

en, daar Mg bekend is, vindt hij

$$\mu E_\lambda = 1.79 \cdot 10^{-18}.$$

Met de waarde van μ , die hieruit volgt, berekent hij vervolgens omgekeerd de hoogte, die de g -lijn ($\lambda = 4226.91 \text{ \AA}$) moet geven en vindt, in goede overeenstemming met de waarneming, die 5000 km. geeft, $\pm 6000 \text{ km.}$

Een dergelijke berekening geeft ook voor waterstof waarden, die, althans wat orde van grootheid betreft, aannemelijk zijn. Voor de overige elementen zijn deze berekeningen niet voortgezet, aangezien de waarde van μ een zeer onzekere factor blijft.

Als algemeen resultaat meent Dr. M. N. Saha, dat zijn theorie vrij goed bevestigd is en gaat er toe over haar toe te passen op andere problemen, als intensiteitsverdeling, vlekken, fakkels, etc. In deze beschouwingen willen wij hem niet verder volgen.

3) Teneinde de uitkomsten en de methode, die boven uiteen is gezet, te beoordeelen, kunnen wij beginnen de praemissen van Dr. M. N. Saha voor een oogenblik aan te nemen. Dan moet erkend worden, dat de resultaten zeer bevredigend zijn. Beide hoofdpunten, die wij reeds noemden: groote hoogte van de atmosfeer en eigenaardige samenstelling van het chromosfeerspectrum, zijn begrijpelijk geworden. De kwantitatieve berekeningen, die tot meerder vertrouwen moeten wekken, lijken mij evenwel weinig bewijskrachtig. Uitgaande van een waargenomen hoogte van de een of andere lijn — hier de H - en K -lijnen — kan men de verhouding: n/n_0 , waarvan sprake was, altijd zóó kiezen, dat de door dezen keus bepaalde waarde van μ de goede hoogte oplevert voor nog één andere lijn — in casu: de g -lijn. Bewijskracht zou deze berekening eerst krijgen, wanneer nu ook voor *meerdere andere lijnen de goede hoogte werd gevonden*. Dit gebeurt echter *niet*. Ik heb de berekening verricht voor een 25-tal Ca -lijnen, voorkomend op de platen van Mitchell, ¹⁾ zonder eenige overeenkomst te vinden. Uit zeer recente mededeelingen van Dr. M. N. Saha blijkt, dat men dit moet toeschrijven aan het feit, dat alleen de H - en K -lijnen en de g -lijn van Ca . zoogenaamde *resonantie-lijnen* zijn, die alleen sterke effecten van stralingsdruk waarborgen. Voor de andere lijnen is de formule onbruikbaar. Men ziet dan echter in dat de geheele berekening niet veel bewijst; vóór, noch tegen. Maar juist hierin scheen de methode der kwanten aanvankelijk superieur boven mijn methode, dat zij scherper kwantitatieve uitspraken scheen te beloven. Want kwalitatief verklaart ook de andere methode de beide genoemde punten bevredigend.

Zien wij nu naar de praemissen, die aan de behandeling van Dr. M. N. Saha ten grondslag zijn gelegd.

Na de verschillende onderzoekingen, die in den laatsten tijd verricht zijn, met name door Dr. J. Spijkerboer, Dr. P. J. van Cittert en door mij zelf, moet men wel toegeven, dat een fotosfeer, die straalt als absoluut zwart lichaam, een wetenschappelijk monstrum gebleken is.

Wil men er toch van uitgaan, dan is een temperatuur van 10.000° waarschijnlijk dichter bij de waarheid dan de gekozen 7500° . Daaruit volgt voor de golflengte, waarbij E_λ maximum is, $\lambda = 2940 \text{ \AA}$ en de overeenstemming met de plaats der

¹⁾ Astrophys. Journ. 38, p. 407.

H- en *K*-lijnen, waarvan sprake was, houdt op te bestaan.

De verklaring echter van het feit waarom het hier te doen was, volgt vanzelf, wanneer men zich op het standpunt der theorie van prof. Julius plaatst. In deze theorie treedt het aanwezig zijn der verschillende lijnen van hetzelfde element tot op verschillende hoogten boven het schijnbare fotosfeeroppervlak, als iets vanzelf sprekends ¹⁾ op. Men moet zich dit verschijnsel n.l. niet zoo voorstellen, alsof werkelijk op verschillende hoogten verschillende vormen van eenzelfde element optreden. Absorptielijnen van eenzelfde element hebben vaak ongelijke sterkte. Ditzelfde zal allicht ook het geval zijn met hun anomale dispersie. Maakt het element deel uit van het gasmengsel, dat zich in de omgeving van de schijnbare zonneoppervlakte bevindt, dan zullen de onregelmatigheden in zijn dichtheid zich buiten den zonsrand openbaren door de lichtbreking, die zij het fotosfeerlicht doen ondergaan. Dit zal tot op des te grooteren afstand van den zonsrand het geval zijn, naarmate de anomale dispersie sterker is. Sommige lijnen zullen dus verder van den rand te zien zijn dan andere.

Deze korte, ongekunstelde verklaring verdient ongetwijfeld de voorkeur boven de ingewikkelde hoewel vernuftige opvatting van Dr. M. N. Saha.

Overigens moet toegegeven worden, dat zijn theorie even goed als de andere, die gebaseerd is op de resonantie-theorie, reenschap geeft van de vermindering der graviteit bij sommige elementen. Hierin komen wij principieel overeen.

Het lijkt mij echter de vraag, of men de kwantenhypothese op de eenvoudige wijze, die boven is uiteengezet, mag toepassen op de zon, waar, naast absorptie, een *hoofdrol* gespeeld wordt door verstrooiings effecten, waarvoor in deze theorie nog geen plaats bestaat.

Beide werkwijzen tegen elkander afwegend, meen ik daarom, met erkenning van vele overeenkomsten en waardeering voor het vernuftige der behandelde methode, de voorkeur te moeten geven aan de combinatie der grondprincipes van de theorie van prof. Julius met beschouwingen omtrent stralingsdruk, ontleend aan de oude continue theorie.

Summary.

In this article Dr. M. N. Saha's method of dealing with selective radiation-pressure is discussed. Dr. M. N. Saha starts from the quantum-hypothesis. As-

¹⁾ Zie o.a. Archives Néerl. (2), IV, 475, (1902); (2), XII, 480, (1905).

suming that the temperature of the photosphere is 7500° , he explains the extraordinary height of the sun's atmosphere and the peculiarities of the chromospheric spectrum.

Comparing this method with the one we used before (conf. „Physica” No. 1—2) we find no reason to alter our views. We feel convinced, that the dispersion-theory of prof. W. H. Julius offers as good an explanation for the chromospheric spectrum as the theory put forward by Dr. M. N. Saha. As to the height of the atmosphere, both theories agree.

Bussum, Juni 1921.

OVER PRISMA'S MET KONSTANTE AFWIJKING

door J. C. SCHARP DE VISSER.

De nieuwe spectrometers worden meest zoodanig gebouwd, dat collimator en kijker een vasten stand ten opzichte van elkaar innemen. Het gewone driezijdige prisma, dat in de oudere typen gebruikt werd, is dan vervangen door een z.g. prisma met konstante afwijking. Hierin zijn de twee brekingen bij in- en uittreden gescheiden door een inwendige totale terugkaatsing (Fig. 1).

Wanneer wij de afwijking nagaan, d.i. de hoek tussen de invalende en de uit-tredende stralen, dan leert een eenvoudige beschouwing hoe groot deze is. Laat men

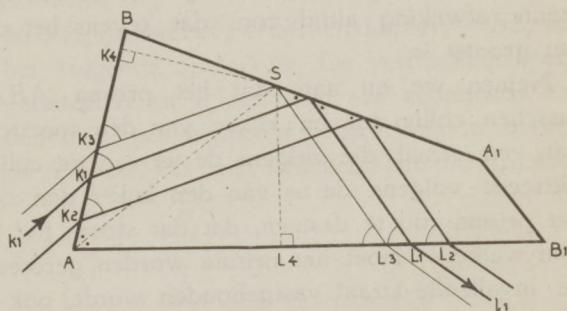


Fig. 1.

nl. de invallende straal draaien tot die samen valt met de uittredende, dan kunnen we deze draaiing in drie tempo's doen plaats hebben:

1o. over den hoek i , waardoor de invallende straal tot bedekking wordt gebracht met de normaal in K_1 ;

2o. over den hoek A , waardoor de normaal in K_1 komt samen te vallen met die in L_1 ;

3o. over den hoek i' waardoor tenslotte de normaal in L_1 en de uittredende straal elkaar bedekken.

We zien dat, wanneer de eerste en tweede draaiing in denzelfden zin hebben plaats gehad, de derde in tegengestelde richting moet geschieden, zoodat we nu direkt vinden:

$$\delta = A + i - i'$$

en wanneer dus: $i = i'$

dan is: $\delta = A.$

Aan deze eigenschap ontleent het prisma zijn naam: in het geval, dat de invalshoek gelijk is aan den hoek van uittreding, is de afwijking konstant, maar tevens ook de hoek tusschen de gebroken en teruggekaatste stralen binnen het prisma: want ook die maken dan gelijke hoeken met de normalen in K_1 en L_1 . Die hoek tusschen de gebroken en teruggekaatste stralen is dan steeds gelijk aan het supplement van hoek A . Wanneer nu dus een evenwijdige bundel enkelvoudig licht door de collimator van den spectrometer op het vlak AB van het prisma valt en de kijker zoodanig geplaatst is, dat zijn as met die van de collimator een hoek A maakt, dan treedt het licht onder den zelfden hoek uit als het ingevallen is. In dezen stand is, zooals Bloch ¹⁾ opmerkt, het prisma aequivalent met een gewoon prisma gebruikt in den stand van minimum afwijking. Uhler ²⁾ heeft aangetoond, dat ook in andere opzichten die aequivalentie geldt: zoo wat betreft het oplossend vermogen. We gebruiken dus het prisma met konstante afwijking altijd zoo, dat tevens het oplossend vermogen het grootst is.

Nemen we nu aan, dat het prisma ABA_1B_1 (Fig. 1) zoo tusschen collimator en kijker van den spectrometer is opgesteld, dat een straal, die volgens de as van de collimator invalt, weer uittreedt volgens de as van den kijker, dan zal nu de vraag zijn het prisma zoo te draaien, dat dat steeds het geval blijft. M.a.w.: Om welke as moet het prisma worden geroteerd, opdat, wanneer de invallende straal vastgehouden wordt, ook de uittredende onveranderlijk blijft?

Deze kwestie is zoowel door Bloch als door Uhler en Forsythe ³⁾ behandeld en eerstgenoemde heeft langs meetkundigen weg een zeer eenvoudige oplossing gevonden. Het antwoord op de gestelde vraag kan echter nog op andere wijze worden gegeven.

Wij beschouwen daartoe de puntenreeksen, gelegen op AB en AB_1 . Aan ieder punt K van AB beantwoordt een punt L van AB_1 en daar de invallende en uittredende stralen dezelfde hoeken met AB en AB_1 maken, zijn de puntenreeksen gelijk en gelijkvormig.

1) E. Bloch, Journ. de Phys. série 5, 7, 145, 1917.

2) H. S. Uhler, Phys. Rev. 29, 37, 1909 en Astrophys. Journ. 47, 65, 1918.

3) W. E. Forsythe, Astrophys. Journ. 45, 278, 1917.

Dus: $K_1 K_2 = L_1 L_2$ enz.

k_1 is een vaste straal in de invallende bundel; l_1 de corresponderende straal in de uitredende bundel. Het gezochte draaipunt moet nu zoodanig gelegen zijn dat wanneer b.v. K_2 bij de draaiing op k_1 komt, het punt L_2 op l_1 is gekomen.

Het moet dus (zie fig. 2) symmetrisch liggen ten opzichte van de beenen der hoeken ($k_1 - K_1 K_2$) en ($L_1 - l_1 L_2$). Het ligt derhalve op de bissectrix van de hoek A , op gelijke afstand van K_1 en L_1 en dus ook, daar $K_1 K_n = L_1 L_n$, evenver van K_n en L_n .

Nu ziet men gemakkelijk in dat het punt S , het snijpunt van de bissectrix van hoek A met BA_1 , aan deze voorwaarde voldoet (fig. 1). Beschouwen we n.l. de in S reflecteerende straal, dan volgt uit de congruentie der

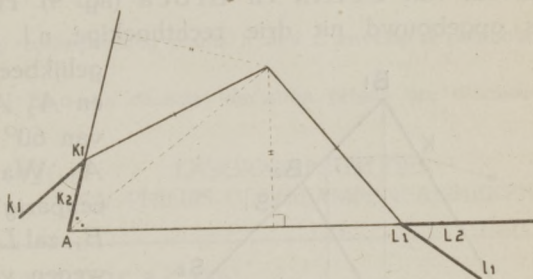


Fig. 2.

driehoeken $SK_3 K_4$ en $SL_3 L_4$, dat $SK_3 = SL_3$ en dus $SK_n = SL_n$ is.

We kunnen nu het volgende opmerken: De verbindingslijnen der overeenkomstige punten K en L omhullen een kegelsnede en wel, daar de beide puntenreeksen gelijk en gelijkvormig zijn, een parabool (fig. 3). Ook AB en AB_1 zijn raaklijnen aan die kromme en wel raakt AB in een punt K_r , dat beantwoordt aan het punt A van AB_1 , terwijl AB_1 raakt in een punt L_r dat eveneens beantwoordt aan A , maar dan als punt van AB beschouwd. Omdat de beide reeksen gelijk en gelijkvormig zijn is $AK_r = AL_r$. A is dus een punt van de as. De omgeschreven cirkel van elke

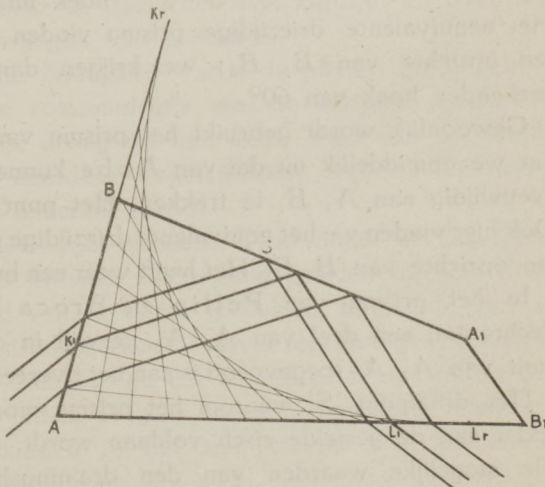


Fig. 3.

raaklijnen driehoek AKL gaat altijd door het brandpunt van de parabool en bedenken we nu tevens dat $AKSL$ een koordenvierhoek is, dan blijkt dat S het brandpunt van de parabool is en AS de as. Is de hoek A recht, dan is A een punt van de richtlijn.

Uit het feit dat S evenver van K_1 en L_1 , K_2 en L_2 enz. verwijderd is, volgt dat, S het snijpunt moet zijn van de middelloodlijnen op $K_1 L_1$, $K_2 L_2$ enz.

Als voorbeeld kunnen we het prisma van Abbe beschouwen en dat van Pellin en Broca (fig. 4). Het prisma van Abbe is opgebouwd uit drie rechthoekige, n.l. $B_1 B_3 A_2$, dat tevens

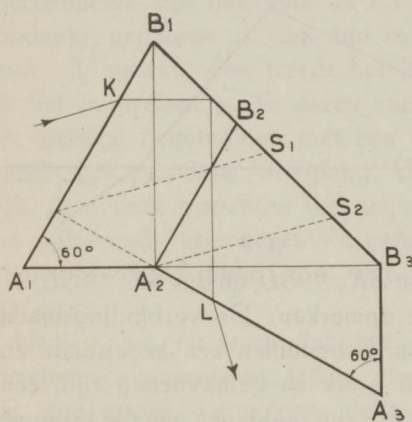


Fig. 4.

gelijkbeenig is en uit $A_1 A_2 B_1$ en $A_2 A_3 B_3$, die elk een hoek van 60° hebben, n.l. bij A_1 en A_3 . Wanneer het punt K zich eenparig beweegt van A_1 naar B_1 , zal L eveneens eenparig bewegen van A_3 naar A_2 . De gebroken en gereflecteerde stralen lopen binnen het prisma respectievelijk evenwijdig aan $A_1 B_3$ en $A_2 B_1$. Het draaipunt S_1 vinden we hier, door $A_2 A_3$ te snijden met $A_2 B_1$ en dezen hoek midden door te deelen.

Het aequivalente driezijdige prisma vinden we door te spiegelen ten opzichte van $B_1 B_3$; we krijgen dan een prisma met een brekende hoek van 60° .

Gewoonlijk wordt gebruikt het prisma van Pellin en Broca, dat we onmiddellijk uit dat van Abbe kunnen afleiden door $A_2 B_2$ evenwijdig aan $A_1 B_1$ te trekken. Het punt S_1 gaat dan naar S_2 . Ook hier vinden we het aequivalente driezijdige prisma door spiegeling ten opzichte van $B_2 B_3$. Het heeft weer een brekende hoek van 60° .

In het prisma van Pellin en Broca beantwoordt $A_2 B_2$ slechts aan een deel van $A_2 A_3$, terwijl in dat van Abbe ieder punt van $A_2 A_3$ toegevoegd is aan het overeenkomstige van $A_1 B_1$.

Het draaipunt S , waarom het prisma moet geroteerd worden, opdat aan de gestelde eisch voldaan wordt, is hier bepaald voor alle mogelijke waarden van den draaiingshoek. In de praktijk echter wordt het prisma slechts over kleine hoeken gedraaid en

men kan dan, zooals Yvon en Bruhat ¹⁾ aangetoond hebben, ook andere rotatie-centra gebruiken. Daar ter aangegeven plaatse deze kwestie duidelijk wordt uiteengezet, kunnen we hier volstaan met daarnaar te verwijzen.

Summary.

In constant deviation prisms the incident and emergent rays strike the prism surfaces AB and AB_1 at points K and L ; the corresponding series of points K and L are congruent. By a simple reasoning it is shown that when the prism is rotated round the centre S , the incident and emergent rays do not alter their position; S being the point of intersection of the bisector of the angle A and the reflecting surface BA_1 .

The straight lines joining corresponding points K and L envelop a parabola; S is its focus, AS the axis.

Abbe's and Pellin and Broca's constant deviation prisms are discussed somewhat more in detail.

Eindhoven, Augustus 1921.

LABORATORIUM DER
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

VERSLAGEN.

PROFESSOR JOFFE OVER ENKELE KRISTALEIGENSCHAPPEN.

In de tweede helft van Juli heeft Professor Joffe, uit Petersburg, voor een kleinen kring van bevriende physici te Leiden een en ander verteld over enkele onlangs door hem gedane onderzoekingen. Wij willen trachten daarvan iets weer te geven, en wel hetgeen hij zei over de *plasticiteit van klipzout* en over het *elektrisch geleidingsvermogen* van kristallen.

Gedurende meer dan drie jaren waren de physici ginds geheel verstoken van eenige communicatie met de vakgenooten in het westen, geen publicatie drong tot hen door. Veel van het werk, dat zij deden, moest daardoor fragmentarisch blijven; veel werd ook tezelfdertijd door anderen gedaan —.

Klipzoutkristallen zijn nogal plastisch. Dicht onder het smeltpunt kan men ze als was kneden. Reeds lang geleden trachtte Prof. Joffe daar iets meer van te weten te komen, uitgaande van de gedachte, dat een gekristalliseerde stof zuiver regelmatige reversibele eigenschappen moest hebben, en dat zij geenerlei nawerking behoorde te vertoonen, indien er geen thermodynamische, misschien piëzo-elektrische werkingen in het spel waren. Wat te denken

¹⁾ G. Bruhat, Journ. de Phys. série 6, 2, 115, 1921.

van een rondgebogen kristal, helder doorzichtig, en waarin van inwendige spanningen niets te merken is? Dat hoort toch in het geheel niet bij een kristal als exempel van symmetrische structuur! — Thans is het Prof. Joffe gelukt met behulp van Röntgenogrammen opheldering te krijgen, van wat er gebeurt.

Een bundel Röntgenstralen viel door een kristal van NaCl , en de buigingsfiguur van Laue werd bekeken op een fluoresceerend scherm. Wanneer nu het kristal gedeformeerd wordt, dan is er, zolang de elasticiteitsgrens niet overschreden wordt, niets te zien dan een kleine verplaatsing van de vlekjes in de figuur van Laue. Het passeeren van de elasticiteitsgrens echter merkt men dadelijk hieraan, dat bijna alle vlekjes uiteengerekte worden tot strepen. Op de foto, die daarvan gemaakt werd, ziet men dat elk van die strepen eigenlijk bestaat uit een reeks van afzonderlijk herkenbare vlekjes. Het merkwaardige daarbij is, dat er één vlek is, die niet onderhevig is aan deze verstreping. Dit is de vlek die afkomstig is van de terugkaatsing der Röntgenstralen door een der rhombendodekaëder-vlakken. *) Hoe moet men dit opvatten?

Prof. Joffe geeft de volgende interpretatie. Bij de *plastische deformatie* van het klipzout gaan een groot aantal kleine stukjes kristal over elkander glijden, en wel langs de rhombendodekaëder-vlakken; bij de glijding draaien zij om assen loodrecht op deze (110)-vlakken, over verschillende hoeken. Deze draaiingen worden in de Laue-figuur gezien als een uitrekking tot één streep van alle vlekjes, die geen terugkaatsingen beteekenen aan juist dat vlak (110), hetwelk bij de glijdingen onveranderd blijft. Deze (110)-vlek blijft op haar plaats. Op enkele foto's waren de discontinuïteiten in de strepen scherp genoeg om ze te tellen, en daaruit schattenderwijz de grootte te bepalen van de kristalstukjes die bij het glijden één geheel gebleven waren. Deze was van de orde van 0.01 mm.

Er werd in de discussie opgemerkt, dat bij het trekken van wolframdraad iets dergelijks plaats moet grijpen. Wolfram heeft dezelfde kristalstructuur als klipzout. Bij een nog niet gepubliceerd onderzoek met de methode Debye-Scherrer bleken alle mikroskopische wolframkristalletjes met een (110)-vlak loodrecht op de draadrichting georiënteerd te zijn.

De reden voor glijding langs deze vlakken zal wel gezocht

*) Dit zijn de vlakken, die door twee overstaande ribben van den kubus der splijtingsvlakken gaan. Kristallographisch: de (110)-vlakken.

moeten worden in een bijzondere oriëntering van de chemische krachtwerkingen, die in het kristal de atomen bijeenhouden.

Hiermee hangt nog een bijzonderheid samen van de *vastheid* van klipzout. Het was reeds lang bekend, dat indien men twee prisma's van vierkante doorsnee maakt, het eene met de splijtingsvlakken (010) als zijdelingsche begrenzing, en het andere met vlakken welke 45° in oriëntering daarvan verschillen, dat dan het laatste prisma een ongeveer twee maal grooteren druk per cm^2 . uithouden kan dan het eerste, alvorens in stukken te breken. Voigt meende te moeten aannemen, dat de capillaire oppervlakteenergie, die voor de tweeërlei verschillend georiënteerde vlakken zeer verschillend kan zijn, hier een rol speelt. In dat geval zou echter het effect sterk afhankelijk moeten zijn van den omtrek der doorsnede, en dit schijnt niet zoo te wezen. Ook kan men de zijvlakken van het volgens splijtingsvlakken gesneden prisma zóó invijlen, dat de zijvlakjes der ontstaande rechthoekige ribbels onder 45° met de oorspronkelijke begrenzing staan. Dit verhoogt echter de vastheid niet. In de plaats van de verklaring in oppervlakte-energie te zoeken, doet men beter aan de glijdingsvlakken te denken. Immers, bij samendrukking van zoo'n prisma komt er een zijwaartsche uitbuiging, en deze is het sterkst in de richting loodrecht op de zijvlakken. In die richtingen ontstaan de grootste elastische afschuivingen. Is nu het prisma begrensd volgens de kubische splijtingsvlakken, dan zijn het juist (110)-vlakken, waarlangs de afschuiving het grootst is; aangezien dit glijdingsvlakken zijn, kan het wel niet anders, of zoo'n prisma is veel minder tegen druk bestand dan een ander, waar nu niet precies de grootste afschuivingen langs de glijdingsvlakken ontstaan.

Een ander thema was het *elektrisch geleidingsvermogen* van kristallen. Het gaat hier om verschijnselen die meestal zonder nadere opheldering als anomalieën worden aangeduid. Aan de uiteinden van een balkje van kalkspaat legt men een spanning aan: er ontstaat een, uiterst zwakke, stroom, die in verloop van tijd gestadig afneemt. Heft men de spanning op, dan ontstaat er dadelijk een stroom in andere richting, die eveneens gedurig afneemt. Het is alsof er gaandeweg een sterke polarisatie in het kalkspaat ontstaat, die bij het afzetten der spanning weer terug gaat; maar langzaam, als nawerking.

Prof. Joffe ging met sonden na, hoe de potentiaal langs het

kalkspaatbalkje verliep. Dit verloop bleek mettertijd sterk te veranderen. Onmiddellijk na het aanleggen der spanning was het over de heele lengte lineair. Al spoedig echter bleek er een potentiaalsprong te ontstaan vlak bij de negatieve electrode. Deze sprong werd grooter en grooter. Hij bleef geconcentreerd in een uiterst dun laagje, dat een dikte had van 4μ ongeveer. Voor de rest bleef het potentiaalverloop lineair, met een gedurig kleiner wordend verval. Bracht men den potentiaalsprong in mindering van het aangelegde potentiaalverschil, dan bleek de overblijvende spanning evenredig te zijn met de stroomsterkte: dat is dus de wet van Ohm.

Prof. Joffe vermoedde dat er positieve ionen door het kalkspaat heengetrokken werden naar de negatieve electrode, en, het kristal daar om een of andere reden niet kunnende verlaten, zich ophoopten en door hun aanwezigheid den potentiaalsprong veroorzaakten.

Men kan een spanning aanzetten, iets kleiner dan de doorslagspanning van kalkspaat. Wacht men een poos, zoodat de potentiaalsprong zich aan de kathode geconcentreerd heeft, dan kan men nog eens dezelfde voltage er bovenop zetten. Wacht men weer een poos dan kan men dat herhalen. Indien men de ionen tijd laat voor hun verplaatsing door het kristal, is het dus mogelijk, dat dit ten leste veel grootere spanning uithoudt dan de gewone doorslagspanning.

Het beschreven gedrag der kristallen bleek sterk beïnvloed te worden door de aanwezigheid van onzuivere bijmengsels. Door herhaalde gefractioneerde kristallisatie van een kristal als van Na NO_3 bijv. bleek echter dat het geleidingsvermogen bij de zuivering naar een bepaalde waarde convergeerde.

Het probleem dat nu volgde was, of men niet opzettelijk een onzuiverheid, d.w.z. positieve ionen van een ander metaal, door het kristal heen kon laten gaan? Prof. Joffe beproefde het met lithium-ionen. die hij door een natriumnitraat-kristal heen wilde sturen. Als elektroden gebruikte hij aan den negatieven kant natriumamalgam, aan den positieven kant een gesmolten mengsel van Na NO_3 en Li NO_3 , in de eutektische verhouding, hetwelk bij 208°C . smelt, en dan zoowel met vast Na NO_3 als met vast Li NO_3 in evenwicht is. Het smeltpunt van Na NO_3 ligt bij 254°C . Experimenteele finesses van de opstelling laten wij ter bekorting weg. Het was nu duidelijk te zien, dat in verloop van

ongeveer een uur het geleidingsvermogen toenam van de waarde, die het voor het zuivere natriumnitraat had, tot een waarde, ongeveer $2\frac{1}{2}$ maal zoo groot, en dan daarna constant bleef. Zoo lang duurde het dus, tot de lithium-ionen door het heele kristal heen getrokken waren en op volle kracht aan de geleiding mede deden.

Dat de *Li*-ionen er aan den anderen kant uitkwamen, kon ook in het spektrum van het amalgaan worden aangetoond.

Een poging om koper-ionen door een natriumnitraatkristal te laten gaan mislukte. Tenslotte konden de koper-ionen door voldoend groote spanning wel er doorheen gesleurd worden, maar dan werd het kristal ondoorzichtig: blijkbaar werd dan de structuur geheel en al in de war gebracht.

In de discussie werd gevraagd, of de reden voor dit mislukken niet hierin lag, dat koper- en natriumnitraat niet isomorph zijn, terwijl dit voor *Li NO₃* en *Na NO₃* wel het geval is? Met zekerheid is hier nog geen antwoord op te geven, ofschoon het waarschijnlijk is, dat eerder zooiets als de grootte der ionen de geleiding-al-of-niet door een kristal bepaalt. Ook met kwarts werden proeven genomen, bij een temperatuur van 300° C. en met amalgaam-elektroden. Van kwarts is de structuur goed bekend. Prof. Joffe vond, dat hij in de richting der as gemakkelijk lithium- en natrium-ionen kon doorsturen, maar geen kalium- of koper-ionen. In een richting loodrecht op de as konden echter ook de natrium-ionen er niet meer door. Nu liggen de atomen in het kwarts dichter opeengepakt in de richting van de as dan in richtingen dwars daarop, zoodat er in de asrichting bredere straten door het kristal loopen dan dwars. Het ziet er dus naar uit alsof werkelijk de grootte der respectieve ionen bepaalt of zij in een gegeven richting door het kwarts heen kunnen of niet.

Waarschijnlijk heeft men alleen bij de geleiding door kristallen te maken met zuivere ionen. In de electrolyten hebben de ionen altijd eenige geassocieerde watermoleculen om zich heen. F.

BOEKBESPREKING.

E. E. Mogendorff. Natuurkunde voor het voorbereidend hooger onderwijs. Eerste deel. 204 blz., 197 fig. — Noordhoff, Groningen, 1920; prijs f 3.90.

Het veranderde programma voor het onderwijs in de natuurkunde op de gymnasia, doet de behoefte gevoelen aan een leerboek,

dat zich daarbij aanpast. Al wordt het door den schrijver niet uitdrukkelijk vermeld, uit den titel mag worden opgemaakt dat het boek van den heer Mogendorff aan die behoefte zijn ontstaan te danken heeft. Het thans verschenen eerste deel, blijkens het „voorwoord” bestemd voor behandeling in de derde klasse, bevat „na eene inleiding, de hoofdzaken van de statica van vaste lichamen, vloeistoffen en gassen; de thermometrie; de calorimetrie en de eerste beginselen van de moleculair-theorie”.

Het werkje wijkt niet veel af van het gewone genre schoolboeken, al blijkt — om een paar voorbeelden te noemen — uit de behandeling van onderwerpen als nonius, micrometer, schroef, schuifpasser, een uitvoeriger bespreking van de balans, dan men gewoonlijk aantreft, maar vooral uit de in den tekst ingelaschte vraagstukken, het streven van den schrijver om de leerlingen door eigen aanschouwing de hulpmiddelen en methoden der experimenteele physica te leeren kennen. Een gedeelte van den beschikbaren tijd kan bestemd worden voor praktische oefeningen — heet het in het leerplan. — Zal het nog eens daartoe komen? Wie het leerboek van den heer Mogendorff gebruikt, zal daarin aanknoopingspunten genoeg vinden, om zijn onderwijs in die richting te sturen.

Bij het aandachtig doorlezen van het leerboek vallen heel wat kantteekeningen te maken, zoowel over de volgorde als de wijze van behandeling der leerstof. Wij willen ons hier echter bepalen tot enkele opmerkingen van o.i. principiëel belang. Wij missen ten eenenmale de behandeling van het begrip massa, al definieert schrijver kracht, als „elke oorzaak, welke in den bewegingtoestand van een lichaam verandering kan brengen” (blz. 21; terloops zij opgemerkt, dat ook het woord versnelling blijkbaar met opzet vermeden is); evenmin treffen wij iets aan over arbeid en arbeidsvermogen, of is dit voor een volgend deel bewaard? Ook ontbreekt het humanistisch of laten we zeggen het historisch element te veel, wat toch bij het onderwijs in de natuurkunde, in het bijzonder op het gymnasium, o.i. zoo'n groote beteekenis heeft. Slechts hier en daar een greep en dan niet altijd even gelukkig te pas gebracht (zie bijv. blz. 130).

Summa Summarum, een zeer bruikbaar leerboek, waarmee we den schrijver gaarne succes wenschen.

G.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

1e JAARGANG

OCTOBER 1921

NUMMER 7

VAN DE REDACTIE.

Naar wij vernemen, zal het den 17den October a.s. vijfentwintig jaar geleden zijn, dat Prof. Dr. W. H. Julius te Utrecht als hoogleeraar zijne intrede deed met eene rede over „Kritiek in de Natuurkunde”. Zonder groote ruchtbaarheid zal dit feit in kleinen kring herdacht worden. Wij wenschen het echter niet te laten voorbijgaan zonder onzerzijds te dezer plaatse den hooggeschatten jubilaris met gevoelens van hoogachting onze oprechte gelukwenschen aan te bieden. Talrijk zijn de physici in den lande, die aan hem hunne wetenschappelijke vorming te danken hebben. Ook onder onze redactie tellen wij er een, die het altijd als een voorrecht zal blijven beschouwen tot de leerlingen van Prof. Julius te hebben behoord. Belangrijk zijn de onderzoekingen geweest, die Prof. Julius aan de zoo ingewikkelde verschijnselen der zonsatmosfeer heeft gewijd. Met de door hem op den voorgrond gestelde effecten der anomale dispersie zal elke zonstheorie rekening hebben te houden.

Het wil ons voorkomen, dat Prof. Julius reden heeft om op de achter hem liggende periode zijner werkzaamheid met voldoening terug te zien. Wij hopen vurig dat hem gezondheid en werkkraft zullen geschonken worden om nog vele jaren zich aan de problemen zijner voorliefde te wijden en dat, laat het ons maar bekennen, wij ons nog lang erover zullen mogen verheugen hem onder onze medewerkers te rekenen.

HET ZWAARTEKRACHTSVELD VAN EEN BOLVORMIG ELEKTRON

door H. L. VANDERLINDEN.

Meermaals is er reeds naar gestreefd het veld van een bolvormig elektron te berekenen. G. Nordström ⁽¹⁾ was de eerste het veld *buiten* het elektron te bepalen door gebruik te maken van poolcoördinaten. Kort nadien geraakte ook C. Longo ⁽²⁾ tot de oplossing van hetzelfde probleem, met behulp van de methode van T. Levi-Civita, en nog in de laatste tijden J. B. Jeffery ⁽³⁾ door de methode van Eddington nauw te volgen. Op benaderende wijze werd onlangs door W. Van den Berg ⁽⁴⁾ het zwaarteveld zoowel *binnen* als *buiten* het elektron bepaald, mits in de gravitatiepotentialen de grootheden van de orde boven de eerste te verwaarloozen. Wij hebben dan het probleem hervat en getracht het op de meest strenge wijze op te lossen ⁽⁵⁾. Wij zijn er in geslaagd door eene methode te volgen die K. Schwarzschild toegepast heeft bij de berekening van het veld van eenen bol bestaande uit eene onsamendrukbare vloeistof. Laat ons er bijvoegen dat de rekeningswijze juist dezelfde is *binnen* en *buiten* het elektron.

1. **Het veld met bolsymmetrie.** Wij bedenken dus, dat het veld is teweeggebracht door eenen bol met straal $r = a$, over het oppervlak waarvan eene elektrostatische lading is uitgespreid. Het middelpunt van het elektron kiezen we als oorsprong. Het te berekenen veld zal eveneens bolsymmetrie rond den oorsprong vertoonen en we zullen verder aannemen dat het ook *stationnair* is. In poolcoördinaten r, ϑ, φ is het alzoo gekenschetst door een oneindig klein element:

$$\delta s^2 = A \delta r^2 + B (\delta \vartheta^2 + \sin^2 \vartheta \delta \varphi^2) + C \delta t^2 \quad (1)$$

waarin A, B, C enkel functies van r beduiden.

De algemeene veldvergelijkingen blijven invariant t.o. elke wille-

(1) G. Nordström, Verslag Amsterdam, deel XXIV, 2de gedeelte, blz. 1201. (1918).

(2) C. Longo, Il Nuovo Cimento, Serie VI, Vol. XV, blz. 191. (1918).

(3) J. B. Jeffery, Proceedings of the Royal Society, Series A, Vol. 99, No. A 697, blz. 123. (1921).

(4) W. Van den Berg, Vraagstukken uit Einstein's Gravitatietheorie, Haarlem 1920, blz. 57.

(5) H. Vanderlinden, Bulletin Acad roy. de Belgique, Mei 1921.

(6) K. Schwarzschild, Berliner Berichte, Februari 1916.

keurige coördinatentransformatie, dus ook t.o. de transformatie van Schwarzschild:

$$x_1 = \frac{r^3}{3}, \quad x_2 = -\cos \vartheta, \quad x_3 = \varphi, \quad x_4 = t \quad (2)$$

Maakt men van deze nieuwe variabelen gebruik, dan laat de ruimtemaat (1) zich omvormen als volgt:

$$\delta s^2 = -f_1 \delta x_1^2 - f_2 \frac{\delta x_2^2}{1-x_2^2} - f_2 (1-x_2^2) \delta x_3^2 + f_4 \delta t^2 \quad (3)$$

De variable r kan altijd zóó gekozen worden, dat men heeft

$$-g = f_1 f_2^2 f_4 = c^2. \quad (4)$$

In deze formules zijn f_1, f_2, f_4 enkel functies van x_1 , en c is de lichtsnelheid in de ledige ruimte.

Het probleem komt alsdan hierop neêr de grootheden f_1, f_2, f_4 te bepalen door middel van de veldvergelijkingen van Einstein. De uitvoerige berekeningen zijn reeds in de Bulletins der konk. Belgische Akademie (Mei 11.) verschenen. We zullen hier enkel den gedachtengang van de methode weergeven.

2. De veldvergelijkingen. De tien veldvergelijkingen luiden algemeen in onze schrijfwijze ⁽¹⁾:

$$kcG_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} T, \quad (5)$$

waarin k eene konstante is.

De grootheden $G_{\alpha\beta}$ worden op volgende wijze gedefiniëerd:

$$G_{\alpha\beta} = \sum_{\sigma} \left[-\frac{\partial}{\partial x_{\sigma}} \left(\frac{a\beta}{\sigma} \right) + \sum_{\tau} \left(\frac{\beta\tau}{\sigma} \right) \left(\frac{a\sigma}{\tau} \right) \right] = G_{\beta\alpha}; \quad (6)$$

de symbolen van Christoffel beteekenen:

$$\left(\frac{a\beta}{\sigma} \right) = \frac{1}{2} \sum_{\tau} g^{\sigma\tau} \left(g_{a\tau, \beta} + g_{\beta\tau, a} - g_{a\beta, \tau} \right). \quad (7)$$

⁽¹⁾ Th. De Donder. Bull. Acad. roy. de Belgique 1919. blz. 469.

De $g^{\sigma\tau}$ ($\sigma, \tau = 1, 2, 3, 4$) zijn de algebraïsche onderdeterminanten der $g_{\sigma\tau}$, gedeeld door g , en de $g_{\alpha\beta, \tau}$ zijn de eerste afgeleiden der $g_{\alpha\beta}$ naar x_τ .

Laat ons de zooeven gemelde algemeenheden toepassen op het veld van het elektron. Door berekening der accoladen van Christoffel (7) voor de potentialen die in formule (3) voorkomen, en deze dan te substitueeren in (6), vindt men gemakkelijk de waarden der $G_{\alpha\beta}$; daarin dient opgemerkt, dat men wegens symmetrie de berekeningen tot het vlak $x_2 = 0$ kan beperken. Men krijgt:

$$\left. \begin{aligned} G_{11} &= -\frac{1}{2} \frac{d}{dx_1} \left(\frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \right) + \frac{1}{4} \frac{1}{f_1^2} \left(\frac{df_1}{dx_1} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{f_2^2} \left(\frac{df_2}{dx_1} \right)^2 + \\ &\quad + \frac{1}{4} \frac{1}{f_4^2} \left(\frac{df_4}{dx_1} \right)^2 \\ G_{22} = G_{33} &= \frac{1}{2} \frac{d}{dx_1} \left(\frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dx_1} \right) - 1 - \frac{1}{2} \frac{1}{f_1 f_2} \left(\frac{df_2}{dx_1} \right)^2 \\ G_{44} &= -\frac{1}{2} \frac{d}{dx_1} \left(\frac{1}{f_1} \frac{df_4}{dx_1} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{f_1 f_4} \left(\frac{df_4}{dx_1} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Alle andere $G_{\alpha\beta}$ zijn nul.

We gaan nu over tot de bepaling der waarden van de symmetrische elektromagnetische spanningen $T_{\alpha\beta}$ en den skalaar T .

Het elektron brengt tevens een elektromagnetisch veld teweeg; dit is bepaald door de vier algemeene elektromagnetische potentialen Φ_α ($\alpha = 1, 2, 3, 4$). Is het veld stationnair en zijn alle elektrische ladingen in rust, dan heeft men:

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = 0;$$

$$\text{wij stellen} \quad \Phi_4 = \Phi. \quad (9)$$

Φ geeft dan den elektrostatischen potentiaal aan, en is enkel eene functie van x_1 (of r). De algemeene elektromagnetische spanningen van Maxwell geven dan:

$$\overset{e}{T}_1^1 = -\overset{e}{T}_2^2 = -\overset{e}{T}_3^3 = \overset{e}{T}_4^4 = \frac{1}{2c} f_2^2 \left(\frac{d\Phi}{dx_1} \right)^2; \quad (10)$$

alle andere componenten van T_{β}^{α} zijn nul. Daaruit volgt onmiddellijk

$$\overset{e}{T}_i = \sum_{\alpha} \overset{e}{T}_{\alpha}^{\alpha} = 0. \quad (11)$$

Ten gevolge der vergelijkingen van het elektromagnetische veld ⁽¹⁾ (die hier op eene enkele vergelijking neerkomen) staat de potentiaal Φ in eng verband met de dichtheid ϱ der electriciteit, en dienvolgens ook met de totale lading van het elektron. Men vindt dadelijk:

$$\frac{d\Phi}{dx_1} = -c \frac{e(r)}{4\pi f_2^2}, \quad (12)$$

waarin $e(r)$ de lading in een bol met straal r aangeeft.

Buiten den bol $r = a$, d.i. wanneer $r \geq a$, is $e(r)$ konstant en gelijk aan de totale lading e van den bol; dan geeft (12):

$$\left(\frac{d\Phi}{dx_1}\right)_{r \geq a} = -c \frac{e}{4\pi f_2^2}. \quad (13)$$

Leidt men uit (10) de waarden af der kovariante spanningen $T_{\alpha\beta}$ en houdt men rekening met (12), dan krijgt men:

$$\left. \begin{aligned} \overset{e}{T}_{11} &= -c \frac{f_1}{f_2^2} \frac{e^2(r)}{32\pi^2} \\ \overset{e}{T}_{22} &= \overset{e}{T}_{33} = c \frac{1}{f_2} \frac{e^2(r)}{32\pi^2} \\ \overset{e}{T}_{44} &= c \frac{f_4}{f_2^2} \frac{e^2(r)}{32\pi^2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Met (8), (11) en (14) zijn al de waarden die in de veldvergelijkingen voorkomen bepaald.

3. Het veld buiten het elektron. Wij stellen:

$$\varepsilon^2(r) = -\frac{e^2(r)}{32\pi^2 k}.$$

Buiten het elektron, $r \geq a$, stellen wij:

$$e(r) = e, \quad \varepsilon(r) = \varepsilon.$$

⁽¹⁾ Th. De Donder, Archives du Musée Teyler. Haarlem 1917, blz. 12.

De veldvergelijkingen zijn nu.

$$\left. \begin{aligned} G_{11} &= \frac{f_1}{f_2^2} \varepsilon^2 \\ G_{22} &= G_{33} = -\frac{1}{f_2} \varepsilon^2 \\ G_{44} &= -\frac{f_4}{f_2^2} \varepsilon^2 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Door eene zorgvuldige combinatie dezer vergelijkingen, en rekening te houden met voorwaarde (4), krijgt men onmiddellijk:

$$f_2 = (3x_1 + \beta)^{2/3} = R^2, \quad (16)$$

waarin β eene integratiekonstante is.

Om tot de waarden van f_1 en f_4 te gelangen, maken we gebruik van de transformatie:

$$f_2 = \eta^{2/3}, \quad f_4 = c^2 \zeta \eta^{-1/3}, \quad f_1 = \frac{1}{\zeta \eta}. \quad (17)$$

Dan levert de oplossing van het probleem *buiten* het elektron:

$$\left. \begin{aligned} f_2 &= R^2 \\ f_4 &= c^2 \left(1 - \frac{a}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2} \right) \\ f_1 &= \frac{1}{R^4 \left(1 - \frac{a}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2} \right)} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

waarin a eene nieuwe integratiekonstante beduidt.

Voeren wij deze waarden in uitdrukking (3) van δs^2 , en gaan we nu over tot poolcoördinaten R, ϑ, φ (2), dan is het veld *buiten* het elektron gegeven door:

$$\begin{aligned} \delta s^2 = & -\frac{\delta R^2}{1 - \frac{a}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2}} - R^2 (\delta \vartheta^2 + \sin^2 \vartheta \delta \varphi^2) + \\ & + c^2 \left(1 - \frac{a}{R} + \frac{\varepsilon^2}{R^2} \right) \delta t^2. \end{aligned} \quad (19)$$

Zijn er geen elektrische ladingen in of over den bol verspreid,

d.w.z. is $\varepsilon = 0$, dan vindt men weer het buitenveld door een materieelen bol teweeggebracht.

4. **Het veld binnen het elektron.** Wij stellen ons het elektron voor als een holle bol over het oppervlak waarvan eene oneindig dunne laag elektriciteit is verspreid. *Buiten* het elektron oefenen alleen de algemeene spanningen van Maxwell (10) invloed uit. *Binnen* het elektron worden de algemeene spanningen van Poincaré toegepast. Deze geven:

$$T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = T_4^4 = \frac{c e^2}{32 \pi^2 f_2^2} \quad (20)$$

Die toepassing dient natuurlijk hier enkel als eene loutere hypothese beschouwd. Men merkt dadelijk op, dat de spanningen van Poincaré binnen aan het oppervlak dezelfde waarden hebben, op het teeken van T_2^2 en T_3^3 na, als de spanningen van Maxwell (10) aan het buitenste oppervlak; zoo ontstaat er evenwicht aan het oppervlak. Uit (20) vloeit onmiddellijk voort:

$$T = \sum_a T_a^a = \frac{c e^2}{8 \pi^2 f_2^2}. \quad (21)$$

Eene kleine opmerking hier. In geval het veld wordt teweeggebracht door eene vloeistof waarin geen inwendige spanningen heerschen, geeft de skalaar T de waarde der algemeene „dichtheid” van de vloeistof. Het feit, dat T nu niet meer nul is, zooals buiten het elektron, komt dus daarmee overeen aan het elektron eene „dichtheid” toe te kennen van bovengemelde waarde (21).

Uit (20) leidt men gemakkelijk de waarden der kovariante spanningen $T_{11}^a, T_{22}^a = T_{33}^a, T_{44}^a$ af.

De veldvergelijkingen laten zich nu schrijven als volgt:

$$\left. \begin{aligned} G_{11} &= -\frac{f_1}{f_2^2} \varepsilon^2 \\ G_{22} &= G_{33} = -\frac{1}{f_2} \varepsilon^2 \\ G_{44} &= \frac{f_4}{f_2^2} \varepsilon^2 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

De G_{44} worden ditmaal nog gegeven door de uitdrukkingen (8).

Het dient hier opgemerkt, dat buiten en binnen het elektron

van Poincaré de evenwichtsvergelijkingen vervuld zijn. Deze toonen aan, dat binnen het elektron de spanningen T_a^a van Poincaré konstante waarden moeten hebben, n.l. dezelfde als aan het oppervlak.

De oplossing van vergelijkingen (22) geschiedt nu op dezelfde wijze als buiten het elektron, en zij wordt zóó bepaald, dat binnen het elektron geen singulariteiten voorkomen en de grootheden f_1, f_2, f_4 aan het oppervlak doorlopend zijn; men vindt dan ook dat hunne eerste afgeleiden daar doorlopend zijn.

De integratie levert onmiddellijk, dat f_2 binnen dezelfde waarde aanneemt als buiten het elektron. Houdt men overigens nog rekening met de continuïteitsvoorwaarde in den oorsprong, dan wordt $\beta = 0$ en bijgevolg: $R = r$. (23)

De in (18) voorkomende konstante a , kan berekend worden door de continuïteitsvoorwaarde aan het oppervlak, men krijgt dadelijk:

$$a = \frac{4}{3} \frac{\varepsilon^2}{a}.$$

De volledige oplossing van het probleem luidt dus als volgt:

Buiten het elektron van Poincaré, is het gravitatieveld gegeven door:

$$\delta s^2 = - \frac{\delta r^2}{1 - \frac{4}{3} \frac{\varepsilon^2}{ar} + \frac{\varepsilon^2}{r^2}} - r^2 (\delta \vartheta^2 + \sin^2 \vartheta \delta \varphi^2) + c^2 \left(1 - \frac{4}{3} \frac{\varepsilon^2}{ar} + \frac{\varepsilon^2}{r^2} \right) \delta t^2. \quad (24)$$

Binnen het elektron is het gravitatieveld gegeven door:

$$\delta s^2 = - \frac{\delta r^2}{1 - \frac{\varepsilon^2 r^2}{3 a^4}} - r^2 (\delta \vartheta^2 + \sin^2 \vartheta \delta \varphi^2) + c^2 \left(1 - \frac{\varepsilon^2 r^2}{3 a^4} \right) \delta t^2. \quad (25)$$

Aan het oppervlak komen beide uitdrukkingen overeen uit.

Het is dan ook merkwaardig, dat deze oplossing welke uit strenge berekening voortvloeit, dezelfde is als diegene welke door Van den Berg op benaderende wijze is bepaald.

Ten slotte nog eene opmerking: daar volgens (16 en 23) $f_2 = r^2$.

en (2), $x_1 = r^3/3$, krijgt men voor (13) volgende betrekking:

$$-\frac{d\Phi}{dr} = c \frac{e^2}{4\pi r^2},$$

die ons de *wet van Coulomb* levert.

Ukkel, Konk. Sterrewacht van België

Juni 1921.

DE ABSOLUTE HELDERHEID DER VERANDERLIJKE STERREN VAN HET MIRA CETI TYPE

door ADRIAAN VAN MAANEN.

Velen der Nederlandsche sterrekundigen hebben zich bezig gehouden met de waarneming van veranderlijke sterren; vooral de Utrechtsche sterrewacht heeft een aanzienlijk materiaal verzameld van helderheidsschattingen dezer objecten. Voor een paar groepen van veranderlijke sterren, n.l. de Algolsterren en de Cepheïden, zijn vrij goede verklaringen gegeven voor hunne lichtwisselingen; voor de groep, van welke Mira Ceti de vertegenwoordigster is, verkeert men nog in het duister aangaande de oorzaken harer veranderlijkheid.

Deze lang-periodieke veranderlijken kenmerken zich door de onregelmatigheid in hun gedrag; de gemiddelde periode is ongeveer 300 dagen, maar zij is voor enkele objecten 120, voor andere ruim 600 dagen; de amplitude der lichtwisseling is gemiddeld 4.95 grootteklassen; voor enkele sterren is zij nauwelijks eene volle grootteklasse, voor andere gaat zij tot zelfs negen magnituden; deze laatsten zenden dus in hun maximum 4000 maal zooveel licht uit als in hun minimum; verder zijn voor elk dezer sterren noch de periode, noch de amplitude constant.

Zij behooren alle tot de latere spectraalklassen; de meesten zijn van het type *Md* en zeer rood; hunne radiëele snelheden zijn groot: voor 83 objecten vond Merrill gemiddeld 31 km. per secunde, maar zij bereikt voor enkele hunner 115 km. per secunde. Aangaande de snelheden loodrecht op de gezichtslijn is nog betrekkelijk weinig bekend; Gyllenberg ¹⁾ geeft de eigen-bewe-

¹⁾ Arkiv för Mat., Astr. och Fysik. 14. No. 5. 1918.

gingen voor een 40-tal, maar de data zijn nog vrij onzeker; hij heeft nu echter eenige honderden dezer objecten onder observatie met den meridiaancirkel. Uit het in 1918 aanwezige materiaal leidde hij eene voorloopige absolute helderheid bij maximum helderheid af en wel

$$\overline{M} = -0.65.$$

In December 1919 begon ik eene serie opnamen van een vijftiental dezer sterren met den 60-inch reflector ter bepaling hunner parallaxen; de gebruikte focaallengte is 80 voet; van vijf sterren zijn nu resultaten voorhanden; bovendien waren voor Mira Ceti 3 parallaxbepalingen bekend, n.l. door Russell, Kostinsky en Mitchell. Het nu bekende materiaal is verzameld in de volgende tabel.

Object	α 1900	δ 1900	π	$m_{max.}$	$m_{min.}$	Ampl.
<i>T</i> Cassiopeiae	0 ^h 18 ^m	+ 55° 14'	+ 0".027	7.7	11.6	3.9
Mira Ceti	2 14	— 3 26	+ 0.047	3.4	9.1	5.7
<i>R</i> Trianguli	2 31	+ 33 50	+ 0.005	6.2	11.5	5.3
<i>R</i> Virginis	12 33	+ 7 32	+ 0.010	7.0	11.1	4.1
<i>R</i> Can. Venat.	13 45	+ 40 2	— 0.010	7.6	12.2	4.6
<i>X</i> Ophiuchi	18 34	+ 8 44	0.000	6.7	8.9	2.2

De waarden der helderheden zijn ontleend aan Harvard Annals, 57, 202; die voor *R* Trianguli en *X* Ophiuchi werden mij door den Heer Leon Campbell verstrekt.

Door het geringe bedrag der parallaxen is het duidelijk, dat men uit dit materiaal geen vertrouwbare waarden kan verkrijgen, indien men voor elke ster afzonderlijk de absolute helderheid bepaalt. Neemt men echter eene gelijke absolute helderheid voor de verschillende objecten aan, dan kan men toch nog eene waardevolle absolute helderheid afleiden; hiertoe kan men verschillende formules gebruiken; de eenvoudigste is

$$\overline{M} = \overline{m} + 5 + 5 \log \overline{\pi}.$$

Past men deze op de zes parallaxen van de tabel toe, dan vindt men:

$$\overline{M}_{max.} = + 2.0.$$

Eene andere, reeds vroeger door mij gebruikte formule ¹⁾, is:

$$\overline{M} = 5 \log \left(\sum \pi 10^{-0.2(m+5)} \right) - 5 \log \left(\sum 10^{-0.4(m+5)} \right)$$

Met deze formule vindt men $\overline{M} = + 1.6$,

Men kan ook alle sterren tot een zelfde schijnbare herderheid herleiden; leidt men daarna de gemiddelde absolute helderheid af, dan vindt men: $\overline{M} = + 1.5$.

Het is welbekend dat de eerst gebruikte formule te zwakke helderheden oplevert; de tweede is van dien aard, dat Mira Ceti de overwegende rol speelt; uit de gegeven waarden kan men echter afleiden, dat de gemiddelde helderheid per maximum ongeveer $+ 1.7$ moet zijn. Het verschil met het resultaat door Gyllenberg afgeleid schijnt aanzienlijk. Reduceert men echter ook de door Gyllenberg gebruikte helderheden tot die van Harvard Amals, 57, 202, dan reduceert zich de door hem uit de eigen-bewegingen afgeleide absolute helderheid tot $+ 0.2$; de overeenkomst is nu zoo goed als men van het geringe materiaal mag verwachten.

Ongetwijfeld zijn dus in de lang-periodieke veranderlijken objecten van groote helderheden in hun maximum, ongeveer $+ 1.0$; in hun minimum zijn zij ongeveer $+ 6.0$.

MT WILSON OBSERVATORY.

Pasadena, Juli 1920.

¹⁾ Contr. from the Mt Wilson Observatory, No. 158, 5. 1918.

OEFENINGEN IN DE ELEKTRONENTHEORIE. II. KRACHT EN ENERGIESTROOM *).

door A. D. FOKKER.

8. **Veld binnen en vlak om een elektron.** Indien wij ons tot de onmiddellijke omgeving van het elektron beperken, dan hebben wij, tezelfdertijd t als het elektron ons gegeven is (dus voor $R = 0$), volgens de in § 6 (p. 138) afgeleide formules te maken met de potentialen: *buiten het elektron*:

*) Vervolg van pag. 140, afl. 5.

$$\varphi = \frac{e}{4\pi} \left[\frac{1}{l} + \frac{1}{2c^2} \left(\frac{v^2 - (\mathbf{l} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{l} \left[1 - \frac{1}{3} \frac{s^2}{l^2} \right] - \frac{(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})^2}{l^3} \left[1 - \frac{s^2}{l^2} \right] \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{6c^3} \left(2 (\mathbf{l} \cdot \ddot{\mathbf{v}}) - 6 (\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}}) \right) \dots \right],$$

$$\mathbf{a} = \frac{e}{4\pi c} \left[\frac{\mathbf{v}}{l} - \frac{\dot{\mathbf{v}}}{c} \dots \right],$$

en binnen het elektron:

$$\varphi = \frac{e}{4\pi} \left[\frac{1}{s} + \frac{1}{3c^2} \frac{v^2 - (\mathbf{l} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{s} + \frac{1}{3c^3} \left((\mathbf{l} \cdot \ddot{\mathbf{v}}) - 3 (\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}}) \right) \dots \right],$$

$$\mathbf{a} = \frac{e}{4\pi c} \left[\frac{\mathbf{v}}{s} - \frac{\dot{\mathbf{v}}}{c} \dots \right].$$

Hierin stelt l voor de lengte van den vector $\mathbf{l}$, die van het middelpunt van het elektron naar het gestelde punt wijst, en welks kentallen wij X, Y, Z noemen zullen; s de straal van de geladen bolschil.

Uit deze potentialen volgt, door de formules

$$\mathbf{d} = -\text{grad } \varphi - \frac{1}{c} \dot{\mathbf{a}}, \text{ en } \mathbf{h} = \text{rot } \mathbf{a},$$

voor het veld binnen het elektron:

$$\mathbf{d}_x = \frac{e}{4\pi} \left[-\frac{2}{3c^2} \frac{\dot{v}_x}{s} + \frac{2}{3c^3} \ddot{v}_x \dots \right], \text{ (cycl.)},$$

$$\mathbf{h}_x = \frac{e}{4\pi c} \left[0 + \frac{0}{c} + \dots \right].$$

en voor het veld buiten het elektron:

$$\mathbf{d}_x = \frac{e}{4\pi} \left[\frac{X}{l^3} + \frac{0}{c} + \frac{1}{2c^2} \left(\frac{X (\mathbf{l} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{l^2} (-1 + \frac{s^2}{l^2}) + \frac{\dot{v}_x}{l} (-1 - \frac{1}{3} \frac{s^2}{l^2}) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{X}{l^3} v^2 (1 - \frac{s^2}{l^2}) - \frac{X (\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})^2}{l^3 l^2} (-3 + 5 \frac{s^2}{l^2}) - \frac{v_x (\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})}{l^2 l} \frac{2 s^2}{l^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{2}{3c^3} \ddot{v}_x + \dots \right],$$

$$\mathbf{h}_z = \frac{e}{4\pi c} \left[\frac{v_x Y - v_y X}{l^3} + \frac{0}{c} + \dots \right], \text{ (cycl.)}.$$

9. **Kracht op het elektron.** Om de resulterende kracht te berekenen die het elektron in zijn eigen veld ondervindt, mogen wij rekenen alsof *in* de bolschil die de lading bevat, een veldsterkte heerschte die het gemiddelde is van de veldsterkten binnen en buiten het elektron. Wij moeten daar $l = s$ nemen en krijgen dus te maken met

$$\frac{1}{2} (\mathbf{d}_i + \mathbf{d})_x = \frac{e}{4\pi} \left[\frac{1}{2} \frac{X}{s^3} + \frac{1}{2c^2} \left(-\frac{4}{3} \frac{\dot{v}_x}{s} + \frac{X(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})^2}{s^3 l^2} - v_x \frac{(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})}{l} \right) + \right. \\ \left. + \frac{2}{3c^3} \ddot{v}_x \dots \right], \text{ (cycl.)}$$

$$\frac{1}{2} (\mathbf{h}_i + \mathbf{h}_u)_x = \frac{e}{4\pi c} \cdot \frac{v_y Z - v_z Y}{s^3}.$$

Daar nu het gemiddelde van X/s en van $(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})/l$ over den bol niets oplevert, blijft er als *resulterende op zichzelf geïnduceerde kracht* over

$$\mathbf{f} = \frac{e^2}{4\pi} \left[-\frac{2}{3c^2 s} \dot{\mathbf{v}} + \frac{2}{3c^3} \ddot{\mathbf{v}} \right].$$

Dit is een bekend resultaat. De eerste term is een weerstand tegen versnelling, zooals die beantwoorden zou aan een *traagheidsmassa* $e^2 / 6\pi c^2 s$; de tweede term is de *stralingsweerstand*.

10. **Energiestroom.** Laat ons thans nagaan hoe het ten tijde t (dus $R = 0$), gesteld is met den energiestroom door een bol met straal l . Wij zullen te maken krijgen met den component van den energiestroomvector van Poynting die normaal staat op het boloppervlak, en, daar de richtingscosinussen van de normaal op den bol zijn X/l , Y/l , en Z/l , en de vector van Poynting is $c[\mathbf{d} \cdot \mathbf{h}]$, moeten wij dus uitrekenen

$$\sum \frac{X}{l} c [\mathbf{d}_y \mathbf{h}_z - \mathbf{d}_z \mathbf{h}_y],$$

waarbij met het teeken Σ bedoeld is, dat bijeengeteld moet worden hetgeen men door cyclische verwisseling van X , Y , Z uit het opgeschrevene krijgen kan.

Het is echter duidelijk dat een stuk van $\mathbf{d}$, dat zelf loodrecht op het boloppervlak staat, nooit iets zal kunnen bijdragen tot den normalen component van den energiestroom, omdat immers de energiestroom loodrecht staat op de twee veldsterkten. Er hoeft

dus geen acht geslagen te worden op de termen die, in $\mathbf{d}_y$ bijv., Y/l bevatten.

Laten wij de termen met $1/c^4$ en verder weg, dan krijgen wij dus te maken met

$$\frac{e^2}{16\pi^2} \sum \frac{X}{l} \left[\frac{\dot{v}_y(v_x Y - v_y X) - \dot{v}_z(v_z X - v_x Z)}{2c^2 l^4} \left(-1 - \frac{1}{3} \frac{s^2}{l^2}\right) - \frac{[\mathbf{v} \cdot [\mathbf{v} \cdot \mathbf{l}]]_x (\mathbf{l} \cdot \mathbf{v}) s^2}{c^2 l^4} + \frac{2}{3c^3} \frac{\ddot{v}_y(v_x Y - v_y X) - \ddot{v}_z(v_z X - v_x Z)}{l^3} \dots \right].$$

Dit moeten wij over het boloppervlak integreeren, ofwel, wij kunnen met $4\pi l^2$ vermenigvuldigen en voor de verschillende termen hun gemiddelde nemen.

Het gemiddelde van X^2/l^2 is $\frac{1}{3}$, dat van XY , XZ , enz. valt weg. Ook het gemiddelde van een product van drie, XXY of XYZ bijv. valt weg.

Zoodat er voor den *totalen energiestroom* door den bol overblijft

$$\frac{e^2}{4\pi} \left[\frac{1}{3c^2} \frac{(\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{l} \left(1 + \frac{1}{3} \frac{s^2}{l^2}\right) - \frac{4}{9c^3} (\mathbf{v} \cdot \ddot{\mathbf{v}}) \dots \right].$$

Het verdient de aandacht, dat volgens deze formule de energie die er door een bol stroomt, dien wij vlak om het elektron heen leggen, dus voor $l=s$, de energiestroom wordt

$$\frac{e^2}{9\pi} \left[\frac{(\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{c^2 s} - \frac{(\mathbf{v} \cdot \ddot{\mathbf{v}})}{c^3} \right],$$

en dit is *niet hetzelfde* als de arbeid, die er per tijdseenheid op het elektron gedaan wordt tegen de in de vorige § afgeleide kracht nl.:

$$-(\mathbf{f} \cdot \mathbf{v}) = \frac{e^2}{6\pi} \left[\frac{(\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{c^2 s} - \frac{(\mathbf{v} \cdot \ddot{\mathbf{v}})}{c^3} \right].$$

11. Energie. De energie in het veld bedraagt per volumeneenheid

$$\frac{1}{2} \mathbf{h}^2 + \frac{1}{2} \mathbf{d}^2.$$

Indien wij bij de berekening weer ophouden na de termen met $1/c^3$, hebben wij, bij de magnetische energie, slechts te maken met den eersten term der reeksontwikkeling. Bij $\mathbf{d}^2$ echter moeten wij rekening houden met het dubbele product van den hoofdterm met de volgende. Dan vinden wij

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \mathbf{h}^2 + \frac{1}{2} \mathbf{d}^2 = & \frac{e^2}{32\pi^2} \left[\frac{1}{l^4} + \frac{1}{c^2} \left(\sum \frac{v_x^2 (Y^2 + Z^2)}{l^4 \cdot l^2} + \sum 2 \frac{v_x v_y YZ}{l^6} + \right. \right. \\ & + \frac{v^2}{l^4} \left(1 - \frac{s^2}{l^2} \right) + \frac{1}{l^4} \frac{(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})^2}{l^2} \left(-3 + 3 \frac{s^2}{l^2} \right) + \frac{1}{l^3} \frac{(\mathbf{l} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{l} \left(-2 + \frac{2}{3} \frac{s^2}{l^2} \right) \Big) + \\ & \left. \left. + \frac{4}{3} \frac{1}{c^3} \frac{(\mathbf{l} \cdot \ddot{\mathbf{v}})}{l^2} \dots \dots \right] \right] \end{aligned}$$

Gaan wij na hoeveel energie zich in een bolschil ter dikte dl bevindt, dan kunnen wij dit doen door het volumen van die schil, $4\pi l^2 dl$, te vermenigvuldigen met het gemiddelde van de verschillende termen over het boloppervlak. Daarbij is $(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})/l$ de projectie van $\mathbf{v}$ op den voerstraal, en dus is het gemiddelde van $(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})^2/l^2$ gelijk aan $\frac{1}{3} v^2$.

De bolschil dl blijkt nu te bevatten een energie

$$\frac{e^2}{8\pi} dl \left[\frac{1}{l^2} + \frac{2}{3} \frac{v^2}{c^2 l^2} + \frac{0}{c^3} + \dots \right].$$

Indien het elektron zich langzaam beweegt, zoodat de „golf-lengte” heel groot is, en onze reeksontwikkelingen geldig blijven tot op een afstand L , die zeer groot is in vergelijking met s , zoodat $1/L$ bij $1/s$ mag weggelaten worden, dan is er geen bezwaar, om deze uitdrukking te integreeren van $l = s$ tot $l = L$, en voor L in de plaats te schrijven ∞ . Men vindt dan voor de veldenergie van het elektron

$$\frac{e^2}{8\pi s} + \frac{e^2}{12\pi c^2 s} v^2,$$

hetgeen men vervolgens kan opvatten als de som van de elektrostatische energie en van de kinetische energie. Deze laatste heeft een bedrag dat weer beantwoordt aan een elektromagnetische traagheidsmassa van $e^2/6\pi c^2 s$, in goede overeenstemming met de door het elektron op zichzelf geïnduceerde kracht die wij in § 9 gevonden hebben.

12. Energiebalans in het elektron. Wij kunnen nu nauwkeuriger onder de oogen zien, waaruit het verschil voortkomt, hetwelk wij vonden tusschen den arbeid dien wij per tijdseenheid op het elektron bij zijn beweging moeten doen, en den energiestroom door een boloppervlak dat het elektron net omsluit. Want het kan niet anders of wat wij meer aan arbeid doen dan er door

genoemden energiestroom wordt weggevoerd, moet gebruikt zijn om ergens energie van het veld te vergrooten.

In het inwendige van het elektron is de energie zoo gering, — de eerste term van de uitdrukking die wij ervoor kunnen vinden, bevat al c^4 in den noemer, — dat wij ze bij onze berekeningen geheel verwaarloozen mogen.

Maar dan moet ons toch opvallen, dat het elektron aan zijn voorzijde, aan den kant waar het zich heen beweegt, het veld om zoo te zeggen opslorpt, met de energie die erin aanwezig is, en aan den achterkant telkens als een fijn schilletje een stukje nieuw veld produceert. Indien bij geval de op deze manier opgeslorpte energie minder blijkt te bedragen dan de afgescheiden energie, dan moet natuurlijk een deel van den verrichten arbeid daarvoor verbruikt worden!

Hoe dik zijn de schilletjes van het veld, die per tijdseenheid door het elektron overschoven worden, resp. vrijkomen? Deze dikte wordt bepaald door de component der snelheid volgens de normaal op het oppervlak; zij bedraagt dus $(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v}) / l$.

Dus moeten wij de in de vorige § gevonden waarde van de energie met dit bedrag vermenigvuldigen, over het oppervlak integreeren, en hierbij $l = s$ stellen.

Het gemiddelde van

$$\frac{(\mathbf{l} \cdot \mathbf{v})}{l} \frac{(\mathbf{l} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{l} \quad \text{is} \quad \frac{1}{3} (\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}});$$

nemen wij van elken term dien wij in het genoemde product krijgen het gemiddelde, en vermenigvuldigen wij met $4\pi s^2$, het oppervlak van het elektron, dan houden wij slechts over, als opgeslorpte, en dus voor den energiestroom beschikbaar komende energie, per tijdseenheid

$$\frac{e^2}{8\pi} \left[0 - \frac{4}{9c^2} \frac{(\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{s} + \frac{4}{9c^3} (\mathbf{v} \cdot \ddot{\mathbf{v}}) \right].$$

Een vergelijking met de uitkomsten van § 10 doet ons zien, dat inderdaad dit energiebedrag, geteld bij hetgeen aan arbeid op het elektron gedaan, precies opweegt tegen wat de energiestroom wegvoert.

Ja, de verificatie van de energiebalans kan zelfs nauwkeuriger geschieden. Indien men de in § 10 gegeven waarde van den energiestroom op den keper beschouwt, dan blijkt, dat er

door elk oppervlakteëlement een hoeveelheid energie stroomt, gelijk aan den op de lading van dat element verrichten arbeid, maar vermeerderd of verminderd met de energie die uit het verdwijnende of in het nieuw ontstaande veld daar ter plaatse resp. vrijkomt of opgestapeld wordt. Dit nader te verifiëren laten wij aan den lezer over.

13. **Energiebalans in het veld, nabij het elektron.** Wij zullen nu de verandering der energie met den tijd gaan beschouwen, die wij krijgen in een bolschilletje, tusschen l en $l + dl$. Hetgeen wij vinden zal gelijk moeten zijn aan hetgeen als energiestroom meer van binnen opgenomen wordt dan naar buiten afgeleid.

Bij het differentiëren van de formule van § 11 naar den tijd moeten wij, zooals ook vroeger reeds werd opgemerkt, eraan denken dat niet alleen de afgeleiden van v , $\dot{v}$, $\ddot{v}$, zijn $\dot{v}$, $\ddot{v}$, $\dddot{v}$, maar dat ook de vector l een afgeleide heeft:

$$\dot{l} = -v, \quad \text{en} \quad \ddot{l} = -\frac{(l.v)}{l}.$$

De *toeneming der energie per tijdseenheid* blijkt aldus te bedragen

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} h^2 + \frac{1}{2} d^2 \right) = & \frac{e^2}{32 \pi^2} \left[4 \frac{(l.v)}{l^6} + \frac{1}{c^2} \left(\frac{1}{l^3} \frac{(l.\ddot{v})}{l} \left(-2 + \frac{2 s^2}{3 l^2} \right) + \right. \right. \\ & + \frac{1}{l^4} \left[(v.\dot{v}) \left(4 - \frac{8 s^2}{3 l^2} \right) + \frac{(l.v)(l.\dot{v})}{l^2} \left(-14 + 10 \frac{s^2}{l^2} \right) \right] + \\ & + \frac{1}{l^4} \left[\sum 2 v_x \dot{v}_x \frac{Y^2 + Z^2}{l^2} + \right. \\ & + \sum 6 \frac{v_x^2}{l} \frac{(l.v)}{l} \frac{Y^2 + Z^2}{l^2} - \sum 2 v_x^2 \frac{v_y}{l^2} \frac{Y + v_z Z}{l^2} \left. \right] + \\ & + \frac{1}{l^5} \left[v^2 \frac{(l.v)}{l} \left(10 - 10 \frac{s^2}{l^2} \right) + \frac{(l.v)^3}{l^3} \left(-18 + 24 \frac{s^2}{l^2} \right) \right] + \\ & \left. + \frac{1}{c^3} \left(-\frac{4}{3} \frac{(v.\ddot{v})}{l^3} + 4 \frac{(l.v)(l.\ddot{v})}{l^5} + \frac{4}{3} \frac{(l.\ddot{v})}{l^3} \right) \dots \right]. \end{aligned}$$

Nemen wij wederom van elken term het gemiddelde, en vermenigvuldigen wij met $4 \pi l^2 dl$ dan krijgen wij voor de *toeneming der energie in de bolschil per tijdseenheid*,

$$\frac{e^2}{8\pi} dl \left[0 + 0 + \frac{1}{c^2} \frac{(v.\dot{v})}{l^2} \left(\frac{2}{3} + \frac{2 s^2}{3 l^2} \right) + \frac{0}{c^4} \dots \right].$$

Vroeger (§ 10) vonden wij voor den energiestroom door een bol met straal l :

$$\frac{e^2}{4\pi} \left[\frac{(\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{c^2} \left(\frac{1}{3l} + \frac{s^2}{9l^3} \right) - \frac{4}{9c^3} (\mathbf{v} \cdot \ddot{\mathbf{v}}) \right].$$

Men ziet dat de negatieve differentiaal van deze uitdrukking naar l , dus hetgeen er in de bolschil wordt achtergelaten, werkelijk overeenstemt met de toeneming der energie in de bolschil.

14. Energiebalans in het veld op groote afstanden. Wij zullen ons vergenoegen met alleen de uitkomsten te geven van hetgeen de berekeningen leeren over de energiebalans in het veld op grooten afstand. Want de berekeningen zijn te lang om hier in extemso weer te geven.

De gang der berekening is dezelfde als hierboven werd gevolgd. Uit de formules voor de potentialen leiden wij het veld af op den tijd $t + R/c$, op een afstand l van de plaats dien het elektron ten tijde t innam. Daarbij wordt het verschil van R en l ondersteld zeer klein te zijn, vergeleken bij de „golfengte”.

Vervolgens berekenen wij den energiestroom, de energie in het veld, en de verandering van de veldenergie per tijdseenheid. Ten slotte vergelijken wij de toeneming der energie in een bolschil met de afneming van den energiestroom door bollen van toenemende grootte.

Bij het aangeven der uitkomsten bepalen wij ons, voor elk der stukken met $1/c$, $1/c^2$, $1/c^3$, tot den term, die in den noemer de laagste macht van l heeft, tot den grootsten term dus. De afmeting van het elektron, dat is s , valt geheel in het niet bij den grooten afstand.

Nu vond ik, voor den energiestroom, ten tijde $t + R/c$, door een boloppervlak met straal l :

$$\begin{aligned} & \frac{e^2}{4\pi} \left[\frac{2}{3c} \frac{R v^2}{l^3} + \frac{1}{c^2} \left(\frac{(\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{3l} + \frac{R^2 (\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}})}{l^3} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{6c^3} \left((\mathbf{v} \cdot \ddot{\mathbf{v}}) \left(-\frac{8}{3} + \frac{8R^3}{3l^3} \right) + (\dot{\mathbf{v}} \cdot \dot{\mathbf{v}}) \left(2 \frac{R}{l} + 2 \frac{R^3}{l^3} \right) \right) \dots \right]. \end{aligned}$$

Aan den anderen kant, voor de toeneming der energie per

tijdseenheid, ten tijde $t + R/c$, in de schil tusschen de bollen l en $l + dl$:

$$\frac{e^2}{4\pi} dl \left[\frac{2}{c} \frac{R v^2}{l^4} + \frac{(v.\dot{v})}{c^2 l^2} \left(\frac{1}{3} + 3 \frac{R^2}{l^2} \right) + \frac{1}{6 c^3} \left(\frac{8 (v.\ddot{v}) R^3}{l^4} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\dot{v}^2}{l} \left(2 \frac{R}{l} + 6 \frac{R^3}{l^3} \right) \right) \dots \right].$$

Men ziet dat deze toeneming de negatieve differentiaal is van den energiestroom, zooals het ook moet zijn.

In de inleiding wezen wij op een paradox, die zich bij oppervlakkige beschouwing voordeed bij een elektron dat een eenparig versnelde beweging zou bezitten. De zgn. „stralingsweerstand” $e^2 \ddot{v} / 6 \pi c^3$ zou ontbreken en niettemin zou er door een grooten bol energie uitgestraald worden ten bedrage van $e^2 \dot{v}^2 / 6 \pi c^3$!

In de nu gegeven formules ligt de oplossing van deze tegenstrijdigheid. In het veld van een eenparig versneld elektron bevindt zich een energie, die, in een reeksontwikkeling, termen vertoont evenredig met $(v.\dot{v})$. Uit deze veldenergie wordt het noodige geput om den energiestroom der gewone straling te voeden. Men moet zich niet in de war laten brengen door den met het oog op periodieke trillingen gekozen naam van „stralingsweerstand”. Bij deze trillingen komt het uit dat de tegen den „stralingsweerstand” te verrichten arbeid juist den verbruikten voorraad van $(v.\dot{v})$ -energie van het veld aanvult in dezelfde mate als er door de straling energie aan wordt ontleend. Maar dit behoeft niet altijd het geval te zijn.

Zusammenfassung.

In dieser Fortsetzung einer früheren Arbeit (S. 140) werden die dort gewonnenen Formeln für die retardierten Potentiale im Felde eines Elektrons verwendet um die Frage der Energiebilanz im Elektron, im nahen und im entfernten Felde genauer zu studieren. Es wird gezeigt, dass einige bei oberflächlicher Betrachtung paradoxalen Diskrepanzen sich befriedigend beseitigen lassen. Es stellt sich heraus dass die Energie der Strahlung in erster Linie aus gewissen Energievorräten des Feldes geschöpft wird. In Fällen wo der sogenannte „Strahlungswiderstand” fehlt, braucht also die Strahlung nicht aufzuhören (gleichförmig beschleunigtes Elektron).

DE ONTWIKKELING VAN HET ONDERWIJS IN DE NATUURKUNDE. REALISME EN FORMALISME

door E. E. MOGENDORFF.

De natuurkunde is in de eerste plaats een experimenteele wetenschap, al heeft waarschijnlijk de theoretische physica vooral in deze eeuw het leeuwendeel in de vorderingen, die er gemaakt zijn. In elk geval grijpen theorie en experiment op zoodanige wijze in en door elkander, dat zij feitelijk onafscheidelijk verbonden zijn; inderdaad krijgt elke theorie haar waarde naar de mate van experimenteele bevestiging; maar ook is het juist, dat menig experimenteel natuurkundig onderzoek wordt opgezet, als een uitvloeisel van en ter bevestiging van vooropgestelde hypothesen.

De nieuwe groote theorieën, de quantum-theorie van Planck en de relativiteits-theorie van Einstein (groot zoowel wegens hun omvattingvermogen, als wegens hun revolutionair karakter) hebben in twintig jaren tijds de theoretische natuurkunde een geheel ander aanzien gegeven.

De theoretische physicus werkt thans na de invoering van het energie-quantum van Planck met een geheel ander beeld van de werkelijkheid, dan voorheen. In het bijzonder geldt dit voor het atoom-beeld van Bohr en Sommerfeld, wier beschouwingen op verrassende wijze experimenteele bevestiging hebben gevonden en zoo buitengewoon goede quantitative overeenstemming gaven, als zelden in de ontwikkeling der natuurwetenschappen is gezien. Reeds nemen deze nieuwe theorieën een groote plaats in bij het Academisch onderwijs.

Zal het nieuwe beeld van de stoffelijke wereld invloed uitoefenen op de ontwikkeling van het onderwijs in de natuurkunde? Wij spreken van ontwikkeling, omdat ook het onderwijs iets is, dat leeft en voortdurend, niet geleidelijk, doch sprongsgewijze langzaam verandert. De invloed zal m.i. op den duur zich openbaren als een gevolg van de academische vorming der nieuwe docenten; en ook op den langen duur zal eerst kunnen blijken, of de nieuwe theorieën zich kunnen handhaven. Indien dit laatste het geval is, en de groote resultaten, die nu reeds verkregen zijn wijzen wel op een langen-, wellicht blijvenden duur der nieuwe beschouwingen, dan zal ongetwijfeld een *directe* invloed óók op het voorbereidend

hooger onderwijs niet uitblijven. Het zou echter voorbarig zijn om ons nu reeds te verdiepen in de vraag, hoe het onderwijs in de natuurkunde er zou uitzien, wanneer de nieuwe theorieën gemeen goed beginnen te worden.

Er is echter een andere factor, die invloed zou kunnen oefenen op de ontwikkeling van het onderwijs in de natuurkunde, een factor, die wij een indirecte invloed zouden kunnen noemen van de verandering in de academische vorming der aanstaande leeraren.

Meer dan vroeger houdt men zich thans bezig met abstracte beschouwingen, en men werkt met grootheden (o.a. het energie-quantum), waarvan tot dusverre, voor zoover ons bekend, niemand eene physische voorstelling zich heeft kunnen vormen. Zij, die hierin voldoening vinden, zullen wellicht bij het doceeren van de natuurkunde meer dan voorheen reeds het geval was, het quantitatief-mathematische naar voren schuiven en zich steeds meer verwijderen van het reële. „Maar de realiteit kent gij toch niet!” Wij hooren deze opmerking reeds van alle zijden. Het gaat hier echter niet om een wijsgeerig probleem; het is een vraag van psychologischen en didactischen aard: *„hoe moeten wij het onderwijs in de natuurkunde inrichten, om de leerlingen tot natuurkundig inzicht en wetenschappelijk denken te brengen?”*

Daarvoor moet m.i. bij het voorbereidend hooger onderwijs een anderen weg worden ingeslagen, dan die door het hooger onderwijs wordt gevolgd. De vraag, waar het hier over gaat, is uit den aard der zaak niet nieuw. In het bekende Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht ^{*1)} vindt men een voor leeraren in de natuurkunde belangwekkende discussie tusschen de Heeren Volkmann en Poske, „Zur physikalischen Didaktik und zur physikalischen Philosophie”, terwijl naar aanleiding daarvan Dr. Bavink in hetzelfde tijdschrift later een artikel schreef: „Formalistisches und realistisches Definitions verfahren in der Physik”.

F. Poske volgt bij het invoeren van het begrip electriche weerstand en de wet van Ohm een weg, die waarschijnlijk door zeer vele leeraren in de natuurkunde gevolgd wordt en die ik ook de laatste jaren steeds heb toegepast, een methode, die m.i.

^{*2)} Zeitschr. f. d. Phys. und Chem. Unt. XXXI, 1e Afl. Jan. 1918, pag. 1—9. 2e Afl. pag. 37—46. Dr. B. Bavink 5e Afl. 1918, pag. 161—172.

voor de leerlingen het meest voor de hand ligt: In een keten met onveranderlijke electromotorische kracht, waarin een demonstratie ampère-meter of verticaal-galvanometer is opgenomen, schakelt men achtereenvolgens een korte en een langere draad van gelijke dikte, een dunne en een dikke draad van gelijke lengte, en ten slotte draden van verschillend metaal even lang en even dik. Mijn ervaring is, dat vele leerlingen daarna, zonder ooit vooraf de een of andere definitie te hebben gehoord, spontaan tot het besluit komen, dat een lange draad meer weerstand biedt, dan een korte enz. Ook is het meermalen voorgekomen, dat leerlingen na deze proeven uit eigen beweging concludeerden, dat koperdraad de electriciteit beter geleidt, dan ijzerdraad.

Dr. Volkmann heeft tegen deze wijze van doen ernstig bezwaar; hij verwijt Poske, dat deze methode niet meer in overeenstemming is met de vorderingen van de wetenschap en dat hierdoor bij de leerlingen het beeld wordt gevormd van een „gewone” weerstand, hetgeen weer tot onjuiste voorstellingen kan leiden. Volkmann wenscht den weerstand te definieeren als de reciproke waarde van den evenredigheidsfactor in de wet van Ohm. De juistheid van de wet van Ohm wordt experimenteel bevestigd door aan te toonen, dat bij behoud van denzelfden sluitdraad het potentiaalverschil (E) en stroomsterkte (i) evenredig veranderen. De Heer Volkmann meent, dat slechts het stellen van i en E als onafhankelijk veranderlijken en van w als afgeleide grootheid wetenschappelijk juist is, Poske daarentegen beschouwt E en w als onafhankelijk veranderlijken en i als afhankelijk variabel; hiervoor is m.i. het meeste te zeggen. Men kan weliswaar in de uitdrukking voor de wet van Ohm met de daarin voorkomende grootheden op allerlei wijze manipuleeren, maar dit is een kwestie van mathematica en niet van physica. Het gaat bij het voorbereidend onderwijs om het vastleggen van de grondbegrippen en om de wijze, waarop dit geschiedt. Uit didactisch oogpunt acht ik de methode van Poske verre te verkiezen boven die van Volkmann. Wij zijn het dan ook met Poske eens, wanneer deze opmerkt ¹⁾, dat weliswaar de Ohm, de eenheid van weerstand een afgeleide eenheid is, doch in waarheid het begrip weerstand zelf een grondbegrip is. Men zal toch evenmin beweren, dat het krachtsbegrip een afgeleid begrip is,

¹⁾ L. c. pag. 5.

omdat de dyne een afgeleide eenheid is in het dynamische stelsel! In de betrekking $K = Ma$ is de versnelling de afhankelijk veranderlijke en zoo is in de formule $i = E/w$ de stroomsterkte de afhankelijk variabele grootheid.

De specifieke weerstand van een stof is een voor die stof karakteristieke natuurconstante, evenzo goed als het soortelijk gewicht, de soortelijke warmte e.z.a. Dat het begrip weerstand slechts gevormd zou worden door de constante verhouding E/i is evenmin in overeenstemming met verschillende methoden volgens welke een weerstand bepaald kan worden.

Het realistische standpunt van Poske moge dus in elk geval, uit didactisch oogpunt te verkiezen zijn boven het formalistische van Volkmann, tot een streng logische experimenteele synthese van de wet van Ohm kan men op deze wijze niet komen. Wel is waar kan men aantoonen, dat de weerstand afhankelijk is van de lengte en de dikte en van den aard der stof, en ook is het plausibel, dat de weerstand recht evenredig is met de lengte van den draad (vele leerlingen vinden dit „vanzelf” sprekend!), tot de betrekking $w = fl/d$ komt men op deze wijze niet. Er is echter volstrekt geen bezwaar tegen, in tegendeel, het is zelfs gewenscht op het juiste oogenblik de bakens te verzetten. Hiervoor schijnt mij de volgende redeneering aangewezen: „Wij hebben nu gezien, dat de weerstand van een draad afhankelijk is van de lengte, de dikte en den aard der stof. De weerstand van de lengte eenheid van een draad met de oppervlakte eenheid tot dikte, noemen wij de *specifieke weerstand* van de draad. Wij zullen in het volgende trachten den weerstand als een bepaalde grootheid te definiëren; daarna zullen wij methoden bespreken om den weerstand te meten.

Daartoe meten wij de stroomsterkte in een draad en het potentiaal verschil aan de uiteinden van den draad; bij verandering van het potentiaal verschil verandert de stroomsterkte. Het blijkt nu, dat de verhouding E/i constant blijft voor een bepaalden draad. Voor een anderen draad vindt men voor E/i een andere waarde. Blijkbaar is de stroomsterkte niet alleen afhankelijk van het potentiaal verschil aan de uiteinden van den draad, maar óók van den aard van de draad. Het ligt nu voor de hand de waarde van E/i den weerstand te noemen; wij schrijven dus $E/i = w$.

Ohm ontdekte de constante verhouding van E/i voor elken draad; naar Ohm noemt men de betrekking $i = E/w$, de wet van Ohm. Door een aantal eenvoudige proeven vindt men nu,

dat $w = f l / d$. Men voert op de bekende wijze de eenheid van weerstand in „" enz.

De factor f is de specifieke weerstand uitgedrukt in Ohms. Men wijst er op, dat de eenheid van weerstand een afgeleide eenheid is en dat de getalwaarde van f afhankelijk is van de keuze der eenheid. Voor eenige achter elkander geschakelde weerstanden toont men aan, dat $E/i = w_1 + w_2 + \dots$. Daarna gaan wij over tot de behandeling van de wet van Ohm voor een gesloten keten, enz. —

Bij het voorbereidend hooger onderwijs in de natuurkunde moet het realistische element overwegen; alvorens men de leerlingen met quantitative grootheden laat werken, moeten zij in de gelegenheid zijn geweest zich de dingen, waarom het gaat, aan-schouwelijk voor te stellen. Zoo zouden wij bij de bespreking van de refractie niet gaarne verzuimen, om met een duidelijke demonstratie proef te beginnen, waarbij een lichtbundel gebroken wordt in verschillende media.¹⁾ De tweede wet van Snellius $\sin i / \sin r = n$ wordt daarna bijv. voor water experimenteel bevestigd en, indien de tijd het toelaat, eveneens voor eenige andere middenstoffen. In elk geval eischt m.i. de didactiek, dat men de realistische richting volgt totdat de wetenschappelijke logica het formalistische element vereischt. Men trekke echter deze richtlijn niet te ver door: er zijn begrippen, die men beter dadelijk formalistisch invoert bijv. arbeid en arbeidsvermogen. Hier speelt dan ook al onmiddellijk het quantitative een rol, wanneer men, om aan-schouwelijk te beginnen, spreekt over het optillen van een zwaar voorwerp e.d. en óók, zoodra men er op wijst, dat een bewegend lichaam arbeid kan verrichten. Hierover is men het vrijwel algemeen eens. Toch zal men bij minder ontwikkelde leerlingen (aan avond-scholen en ambachtsscholen) zeer voorzichtig met het begrip arbeid moeten zijn; formalistisch ingevoerd komt het daar niet tot zijn recht, wanneer men niet onmiddellijk het begrip aan de eenvoudigste werktuigen demonstreert.

Zolang de studie van de didactiek voor de aanstaande leer-aren in de natuurkunde niet verzorgd is, blijft het bezwaar bestaan, dat het hooger onderwijs met zijn sterk uitgesproken formalistisch karakter de studenten van het realisme afleidt. En toch zullen

1) Meestal was het tot nu toe gebruikelijk de breking van het licht in één bepaald medium te demonstreeren b.v. in water of in glas. Door bij eenzelfde hoek van inval verschillende media te kiezen wekt men bij de leerlingen al dadelijk den indruk van een karakteristieke eigenschap; de optische dichtheid.

verreweg de meeste studeerenden in de wis- en natuurkunde voor het lëeraarsambt zijn aangewezen; voor hen is vooral het resultaat van hunne eerste lessen van zooveel invloed op hun enthousiasme en op de ambitie, waarmede zij den taak aanvaarden.

De richting, die in dit opstel wordt voorgestaan en die door practische oefeningen ten zeerste wordt bevorderd, zal zeker het meest geschikt zijn, om de belangstelling van de leerlingen op te wekken en gaande te houden. Deze methode brengt met zich mede, dat de leeraar bij de voorbereiding van zijne lessen zich ter dege rekenschap geeft van de werkelijk waarneembare elementen in het onderwerp, dat hij zal bespreken en dat hij deze werkelijke elementen zooveel mogelijk naar voren brengt met uitbuiting van alle hulpmiddelen uit zijn instrumentenkamer.

Zeer bevorderlijk voor het natuurkundig inzicht zijn proeven, waardoor de overeenkomst bij verschijnselen op verschillend gebied wordt aangetoond: bijv. de demonstratie van de regelmatige verandering in druk met behulp van manometers bij de strooming van water door een overal even wijde buis; de regelmatige daling van de temperatuur langs een ijzeren staaf, waarvan het eene einde in kokend water en het andere einde in smeltend ijs wordt gehouden; de gelijkmatige daling van de potentiaal, aangewezen door de uitwijking van de blaadjes van een electroscoop, langs een halfgeleider tusschen de polen van een Wimshurst en evenzeer de lineaire verandering van de potentiaal langs een homogene draad, waar een electrische stroom doorgaat. Deze analoge proeven kunnen gepaard worden aan een wiskundige formuleering, welke, achteraf gegeven, de aanschouwelijk gevonden analogie in beknotten vorm vastlegt.

Quantitatieve proeven zijn in den regel zeer tijdroovend; toch moet de docent een aantal physische constanten tijdens de les bepalen: De ervaring heeft ons geleerd, dat de aldus gevonden getalwaarden veel meer indruk maken en dientengevolge beter tot een blijvend bezit worden, dan de getallen, die men eenvoudig mededeelt. Voor dit doel kunnen ook de practische oefeningen in de natuurkunde de resultaten van de lessen bevorderen.

Met deze wijze van behandeling, hangt ook ten nauwste het stellen van problemen samen: De leerlingen moeten er toe worden gebracht, om na de waarneming zelve tot de formuleering van het probleem te komen. Bijv. wanneer men bij de demonstratie van de breking van het licht de richting van den invallenden

bundel eenige malen heeft gewijzigd, vraagt men de leerlingen welke grootheden hier gemeten dienen te worden en met welk doel.

Er is nog iets, dat zeker van niet minder belang is en dat verband houdt met de realistische methode: het is de volgorde van de leerstof. Wij moeten er naar streven de leerlingen niet al te spoedig te plaatsen voor grootheden, die voor de onmiddellijke waarneming niet toegankelijk zijn. Het begrip versnelling is mathematisch zeer goed te formuleeren, het is echter veel te moeilijk voor de eerste lessen in de natuurkunde. Zoo is het ook gesteld met het massa begrip.

Ook de onderwerpen arbeid en arbeidsvermogen komen beter tot hun recht, wanneer zij veel later worden behandeld en in onmiddelijk verband daarmee de eerste beginselen van de mechanische warmte-theorie besproken worden. ¹⁾

Wij kunnen ons niet voorstellen, dat iemand het doelmatig zou vinden aan eerstbeginnenden abstracte definities uit de mathematische physica voor te zetten. Psychologisch en didactisch is het juist het onderwijs zóó in te kleeden, dat de grootheden, waarover gesproken wordt, bekend zijn door de waarneming. Inmiddels kan dit standpunt niet altijd worden gehandhaafd, hetzij door gemis van de noodige hulpmiddelen, hetzij door het tijdroovende karakter, noodzakelijk gevolg van de consequente doorvoering van deze methode. In elk geval streve men bij het elementaire onderwijs in de natuurkunde naar een zoo groot mogelijke mate van aanschouwelijkheid.

Enschede, September 1921.

¹⁾ Het is dan ook geen toeval, en nog veel minder een verzuim, wanneer in het eerste deel van mijn Natuurkunde voor het Voorbereidend Hooger Onderwijs, van versnelling, massa, arbeid en arbeidsvermogen niet gesproken wordt. Deze onderwerpen komen in het tweede deel, dat in bewerking is, aan de orde.

DE STRUCTUUR VAN GETROKKEN WOLFRAAMDRADEN

door H. C. BURGER,

Het ruimterooster van wolfram is een gecentreerde kubus met een ribbe van 3.18×10^{-8} cm. ¹⁾ Het is echter mogelijk, dat het rooster bij het trekken van het metaal wordt gewijzigd of zelfs geheel vernietigd. Het trekken van metalen beteekent een zoo krachtig ingrijpen in de structuur, dat het laatste à priori niet geheel is uit te sluiten.

¹⁾ P. Debye, Phys. Zeitschr. 18, 483, 1917.

Het is echter gebleken dat het rooster der kleine kristallen, die in de getrokken draad voorkomen, volkomen normaal is. De onderzoeken zijn op de volgende wijze uitgevoerd. Een parallelle bundel van homogene röntgenstralen S valt op één of meerdere evenwijdige stukken van een dunne getrokken wolframdraad D . Deze draadstukken staan loodrecht op de stralenbundel. Achter de draden bevindt zich een photographische plaat P , loodrecht op de stralen (fig. 1).

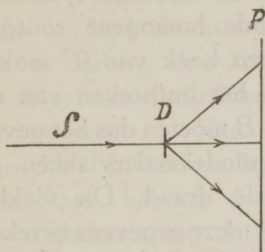


Fig. 1.

Op de plaat beelden zich nu, behalve de centrale vlek van de direct doorge laten stralen, ringen van gereflecteerd röntgenlicht af, die correspondeeren met de verschillende kristalvlakken van wolfram. Daar gewerkt is met de α -straling van koper, die een vrij groote golflengte heeft, zijn slechts twee ringen verkregen, die correspondeeren met de vlakken (110) en (200). Deze ringen hebben dezelfde middellijn als die, welke men onder dezelfde omstandigheden waarneemt bij wolfram in poedervorm. Ook vertoonen zij niet de minste verbreeding. Hieruit blijkt, dat de kristallen, waaruit een getrokken wolframdraad bestaat, hetzelfde ruimterooster hebben als die, welke zich in wolframpoeder bevinden, terwijl het ontbreken van een merkbare verbreeding der ringen bewijst, dat deze elementaire kristallen nog uit een zeer groot aantal atomen bestaan.

Intusschen toont zich toch de invloed van het trekken op zeer duidelijke wijze in het röntgenbeeld. De ringen hebben nl. niet

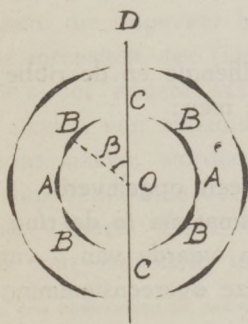


Fig. 2.

overal dezelfde intensiteit, maar deze vertoont zeer duidelijk maxima en minima, die wijzen op een anisotropie van de getrokken draad. In fig. 2 zijn deze maxima schematisch aangegeven.

De maxima A in de binnenste ring liggen op een lijn door het centrum O loodrecht op de richting van de draad. De maxima B zijn symmetrisch ten opzichte van deze lijn en de lijn door O evenwijdig aan de draad gelegen. Voor de hoek β is een gemiddelde waarde van $57^{\circ},2$ gevonden.

Bij het interpreteren van de verkregen figuur kan men in de eerste plaats opmerken, dat de maxima bij A er op wijzen dat veel rhombendodekaedervlakken (110) reflecteeren in een richting loodrecht op de draad, welke vlakken dus zelf evenwijdig met de draadas zijn. Het is dus zeer waarschijnlijk dat de kristallen zoo geplaatst zijn dat een zône van (110)-vlakken evenwijdig aan de draadas gericht is. Hierbij staan dus twee tegenoverstaande (110)-vlakken loodrecht op deze as. Daar de invallende homogene röntgenstralen met de laatst genoemde vlakken een hoek van 0° maken, worden zij niet gereflecteerd. Hiermee is het ontbreken van een zwarting bij C verklaard. De maxima bij B moeten dus het gevolg zijn van reflectie op de overige rhombendodekaedervlakken, die grenzen aan de vlakken loodrecht op de draad. Die vlakken maken met de draad hoeken van 30° . Uit deze gegevens berekent

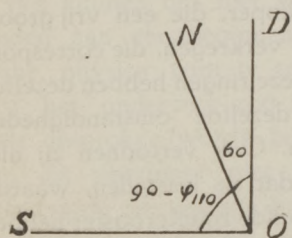


Fig. 3.

men de hoek β . Zij S (fig. 3) de bundel van invallende röntgenstralen, N de normaal van een reflecteërend (110)-vlak en D de draadas, dan is:

$$\text{hoek } NOD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\text{hoek } NOS = 90^\circ - \varphi_{110},$$

als φ_{110} de hoek tusschen röntgenstralen en kristalvlak is, waarbij reflectie optreedt. Daar OD loodrecht op OS staat is de figuur volkomen vastgelegd

en kan men daarin alle verdere hoeken berekenen, Zooals men zal inzien, is de gevraagde hoek β de hoek tusschen de vlakken SOD en SON . Hiervoor vindt men:

$$\cos \beta = \frac{\cos 60^\circ}{\cos \varphi_{110}}.$$

Berekent men φ_{110} uit de bekende golflengte en de ribbe der kubus van het wolframrooster, dan vindt men:

$$\beta = 57^\circ,7,$$

terwijl de meting een waarde van $57^\circ,2$ heeft opgeleverd.

Bedenkt men hierbij, dat de intensiteitsmaxima in de ring vrij vlak zijn, waardoor de fout in de gemeten waarde van β van de orde van een graad is, dan kan men deze overeenstemming als zeer voldoende beschouwen.

De plaats der maxima op de tweede ring, veroorzaakt door reflecties van de tweede orde aan kubusvlakken, komen ook

goed overeen met de berekening. De afwijking van waargenomen en berekende plaats is hier 2° .

Het dient hier echter opgemerkt te worden, dat de intensiteitsmaxima in de ringen vrij vlak zijn. Dit beteekent, dat de kristallen niet alle exact met de rhombendodekaedervlakken loodrecht op de draadas gericht zijn. Deze stand komt wel relatief veel voor, maar ook daarvan afwijkende oriëntatie's zijn min of meer vertegenwoordigd. Is men in staat intensiteiten van het gereflecteerde licht te meten, dan kan men daaruit een frequentiewet afleiden, die de relatieve talrijkheid van kristallen van verschillende oriëntatie aangeeft ¹⁾. Een zoodanige intensiteitsbepaling is nog niet uitgevoerd. In zoover het mogelijk is de intensiteiten op het oog te schatten, hebben deze waarden, die in overeenstemming zijn met de onderstelling, dat de rhombendodekaedervlakken met een vrij kleine strooiing loodrecht op de draadas staan. ²⁾

Men kan dit resultaat ook nog op de volgende wijze bevestigen. Men bestraalt eenige parallele stukken van een dunne, getrokken wolframdraad met heterogene röntgenstralen. De draden staan weer, zooals bij de vorige opnamen, loodrecht op de stralenbundel. Er ontstaan dan op een plaat, die geplaatst is als in fig. 1 is aangegeven, geen ringen, maar een continue zwarting waarvan de intensiteit van het midden, waar zich de centrale vlek bevindt, naar de randen afneemt. De zwarting is echter niet radiaalsymmetrisch, maar vertoont een duidelijk stralige structuur, die bewijst dat de draden niet isotroop zijn. De stralen van maximum intensiteit loopen evenwijdig met de draadas en in richtingen die daarmee hoeken van 57° maken. De band van grootere intensiteit, die evenwijdig met de draadas is, wordt veroorzaakt door de (110)-vlakken, die ongeveer loodrecht op de draadas staan.

De intensiteit der (110)-vlakken overweegt sterk, zoodat de reflectie's der andere vlakken geen zeer groote rol zullen spelen. De stralen van maximum intensiteit, die hoeken van 57° met de draadas maken, worden in hoofdzaak veroorzaakt door de reflectie op rhombendodekaedervlakken, die een hoek van 30° met de draad vormen. Daar echter de kubusvlakken ook een radiale band van maximale intensiteit geven, die zich op de band der

¹⁾ Bij deze onderzoeking zal men een correctie voor de absorbtie moeten aanbrengen, daar stralen, die in verschillende richtingen gereflecteerd worden, ongelijke wegen door de draad doorloopen hebben, en daarom in verschillende mate door absorbtie verzwakt worden.

²⁾ Behalve met wolfram zijn de waarnemingen ook met molybdeen uitgevoerd. De hierbij verkregen resultaten zijn volkomen identiek met die, welke bij wolfram verkregen zijn.

(110)-vlakken superponeert, is de plaats der intensiteitsmaxima moeilijk met eenige nauwkeurigheid te berekenen, maar stemt in ieder geval kwalitatief overeen met wat men verwachten kan.

De experimenten met heterogeen licht zijn daarom van belang, omdat de stralen, die hierbij een rol spelen veel harder zijn, dan koperstraling en diengevolge de invloed der absorbtie bijna geheel ontbreken moet, wanneer men slechts voldoende dunne draden gebruikt. De dunste draden waren 10μ en lieten de hardere der heterogene stralen practisch volkomen door. De ster-vormige structuur kan dus zeker niet door absorbtie veroorzaakt worden, maar moet een gevolg zijn van de anisotropie van de draad ¹⁾.

Onderzoekt men op de laatst genoemde wijze d.i. met heterogene stralen, een op hooge temperatuur gegloeide draad, dan lost zich de continue zwarting in een groot aantal vlekken op. Dit verschijnsel wordt veroorzaakt door het rekristalliseeren van de draad, waarbij de gemiddelde kristalgrootte toeneemt. De talrijkheid der vlekken is echter niet radiaalsymmetrisch maar vertoont in bepaalde richtingen maxima. De gerichtheid der kristallen blijft na het gloeien dus nog, hoewel in mindere mate dan in de niet gegloeide draad bestaan. Een juiste beoordeeling van de verdeeling der vlekken is echter moeilijk, omdat het toeval hierbij een groote rol speelt ²⁾.

Summary.

The structure of drawn tungsten wires has been studied by Röntgenray-analysis. Homogeneous as well as heterogeneous rays were used, both methods giving concordant results. The space lattice of tungsten is not altered by drawing, but in a drawn wire the crystals are directed in such a way, that the (110)-planes are by preference perpendicular to the axis of the wire. After annealing at high temperature this orientation partly persists.

Eindhoven, Sept. 1921.

NAT. LABORATORIUM DER
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

1) De plaats der maxima, die met koperstraling verkregen zijn, hangt niet merkbaar van de dikte der draden af. De absorbtie schijnt deze plaats dus weinig te beïnvloeden.

2) Na het verkrijgen van bovenstaande resultaten is mij door mondelinge mededeeling van Dr. Polányi bekend geworden, dat dergelijke onderzoekingen ook door hem en zijn medewerkers zijn uitgevoerd, die een analoog resultaat gehad hebben als de mijne.

BOEKBESPREKING.

Aufgaben aus der Theoretischen Physik, in Verbindung mit *F. Henning* und *R. v. Mises* herausgegeben von *R. Seeliger*; 154 bldz., Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1921. Prijs ing. M. 20., geb. M. 24. + valuta vereffening.

De verschijning van deze mooie verzameling vragen en vraagstukken uit de theoretische natuurkunde zal ongetwijfeld in ruimen kring met ingenomenheid worden begroet.

Natuurkundige vraagstukken ten gebruike bij het middelbaar onderwijs zijn te kust en te keur en in verschillende talen beschikbaar. Doch op het gebied van het hooger onderwijs is dit soort studiemateriaal schaarsch of wel moeilijk toegankelijk, waar het verspreid voorkomt in University Calendars, Examination papers of in de Annales van verschillende examens, aan Fransche universiteiten gehouden.

In deze lacune wordt op zeer gelukkige wijze voorzien door dit werkje. Het bevat in het geheel 532 vraagstukken, waarvan 110 over Vektorrechnung, 100 over Mechanik, 174 over Elektrizität und Magnetismus, 70 over Wärmelehre en 78 over Optik.

Ongeveer de helft van het boek wordt gevuld door de opgaven zelf; de tweede helft bevat de oplossingen, die door de drie schrijvers in verschillenden vorm gegeven zijn. Terwijl Von Mises (Mechanik) eenigszins uitvoerig ook den gang van de berekening vermeldt, geeft Seeliger (Elektrizität und Magnetismus, Optik) niet veel meer dan het eindresultaat en kiest Henning (Vektorrechnung, Wärmelehre) een middenweg.

Wat Seeliger in de voorrede zegt, nl. dat het o.a. zijn bedoeling was „die physikalische Fragestellung gegenüber einer mehr mathematischen und formalen tunlichst in den Vordergrund zu stellen” is niet alleen hem, maar ook aan Henning in de Wärmelehre en aan v. Mises in de Mechanik ten volle gelukt.

Den studenten aan de universiteiten, die zich voorbereiden voor het doctorale examen in Natuurkunde kan het gebruik van deze verzameling ten zeerste worden aanbevolen. De bestudeering van dergelijke problemen draagt veel bij tot verheldering van het theoretische inzicht, of wel, geeft aanleiding tot het ontdekken van leemten in de kennis, die nader aanvulling behoeven.

Ten opzichte van de eischen voor de propaedeutische examens aan de Technische Hoogeschool gaan vele van de opgaven over

Elektrizität und Magnetismus en van die over Optik te ver; die over Vektorrechnung en over Wärmelehre sluiten er volkomen bij aan, terwijl de rubrieken Mechanik, Elektrizität und Magnetismus zeer goed passen bij de eischen voor verschillende der candidaatsexamens. Alles te zamen genomen levert deze verzameling dus ook voor de a.s. ingenieurs een zeer waardevolle studiebron.

Bij het uitwerken van verschillende der opgaven, bij wijze van monster hier en daar er uitgekozen, heb ik er mij van kunnen overtuigen, dat de opgaven hoewel kort, toch duidelijk en on-dubbelzinnig gesteld zijn. Niet alle getallen voor de konstanten, die bij de oplossing der vraagstukken een rol spelen, zijn gegeven. Zoo ontbreekt b.v. in een opgave, waarbij uit de solarkonstante de dichtheid van de energie der zonnestralen in water moet worden berekend, het getal voor de diëlectriciteitskonstante van water. Misschien zijn zulke getallen wel met opzet weggelaten om niet a priori de aandacht op de betreffende grootheid te vestigen.

Dat er enkele onjuistheden (vergissingen of drukfouten) in de oplossingen voorkomen, spreekt bij de eerste uitgave van een werkje als dit wel haast van zelf. Afgezien er van, dat zij voor den student-gebruiker van het boek van nut kunnen zijn, zullen zij bij een tweeden druk, die wel spoedig volgen zal, gemakkelijk kunnen worden verbeterd, vooral als iedere belangstellende daartoe medewerkt.

M. d. H.

F. Rinne. Die Kristalle als Vorbilder des feinbaulichen Wesens der Materie, 101 blz. 100 fig., 5 pl. — Gebr. Borntraeger, Berlin. 1921. Prijs M. 25.—

Op populaire wijze zet de schrijver uiteen, hoe de studie van de reflectie van röntgenstralen door kristallen heeft geleid tot de kennis van den bouw van hun ruimterooster. Ook de rol der electronen, als bouwstenen van het kristal, wordt genoemd. Talrijke fysische en chemische eigenschappen der kristallen worden besproken en verklaard, resp. toegelicht, met behulp van hun atomistische structuur. Alle uiteenzettingen zijn kwalitatief en worden door talrijke figuren verduidelijkt; mathematische formules ontbreken volkomen.

Zooals ook uit den titel blijkt, tracht de schrijver uit de eigenschappen der kristallen conclusies te trekken omtrent den bouw van atomen en moleculen. Hij wijst op interessante analogieën

tusschen processen, die zich afspelen in het molecuul en die zich als macroscopische verschijnselen voordoen bij kristallen.

De schrijver hecht meer waarde aan de nomenclatuur van zijn onderwerp dan de meeste lezers waarschijnlijk zullen doen.

H. C. B.

P. Schreiber. Grundzüge einer Flächen-nomographie, 85 blz., 19 fig. en 3 uitsl. platen. — Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1921.

Prijs M. 14.— + valuta-vereffening (ingen.).

De schrijver van dit boekje, meteoroloog en „Direktor der Sächsischen Landeswetterwarte in Dresden”, is, zoo vertelt hij ons in de inleiding, 72 jaar oud en een langdurig gebruik van de rekenliniaal heeft volgens zijn ervaring een zeer ongunstige invloed op de oogen: „Der Rechenschieber schadet den Augen und damit der Erhaltung der Arbeitskraft mehr, als man das wohl glaubt; ich möchte wünschen, dasz die Herren Augenärzte einmal dieser Sache annähmen”. Hij wenscht de verschillende „linearpapiere, exponential papiere und logarithmenpapiere” de rekenliniaal althans voor een deel te laten vervangen.

Na in de inleiding een korte beschouwing gegeven te hebben over de interessante nomographie van d'Ocagne die de schrijver „Skalennomographie” noemt, breekt hij een lans voor de „Flächen-nomographie”, dat zijn de grafische rekenmethoden met behulp van de op bovengenoemde wijze verdeelde coördinatenstelsels. Het eerste hoofdstuk bevat een kort overzicht „über das ganze Arbeitsgebiet” en voorts een bespreking van de door schrijver „veranlasste Marken” van logarithmenpapieren. Het tweede hoofdstuk behandelt op elementaire wijze de grafische voorstellingen, het derde brengt een overzicht over de enkelvoudige en dubbele logarithmenpapieren. Het vermenigvuldigen kan bijvoorbeeld volgens schrijver eenvoudig geschieden met een passer die de schuif van een rekenliniaal zou moeten vervangen. Ofschoon in principe het vermenigvuldigen met een passer en logarithmenpapier op hetzelfde neerkomt als het gewone gebruik van een rekenliniaal, komt het ons toch voor, dat de rekenliniaal het in nauwkeurigheid en snelheid wint.

Het vierde hoofdstuk bevat een beschouwing van de tegenstelling „Flächennomographie oder Skalennomographie”. Terecht merkt de schrijver daarbij op dat als voordeel der „Skalennomographie” het beter weergeven van „den Funktionsverlauf” mag gelden. „Die

praktische Anwendung wird bei beider Verfahren wohl nahezu gleich bequem oder unbequem sein".

In het laatste hoofdstuk wordt nog een beschouwing gegeven over de „trigonometrische papiere" en worden eenige „Zukunfts-gedanken" ontwikkeld.

Met tal van voorbeelden uit de meteorologie en natuurkunde licht de schrijver zijn methoden toe en het is wel merkwaardig hoe betrekkelijk gecompliceerde functies eenvoudig op de genoemde schaalverdeelingen kunnen worden uitgezet. Als stimulus tot het meerdere gebruik van deze grafische rekenmethoden is het boekje zeker op zijn plaats. Daar echter de schrijver zich ook wendt tot beginners in het graphisch rekenen ware het wellicht beter geweest, wanneer hij bij het construeeren der grafieken, in plaats van, zooals hij consequent deed, telkens tusschen de berekende punten eenvoudig rechte lijnen te trekken, zoodat gebroken lijnen aldus de bedoelde functies weergeven, deze punten door vloeiend verlopende krommen had verbonden.

P.

H. Ollivier. Cours de physique générale, Tome I, 2e druk, 749 blz., 408 fig., 3 pl. — Hermann, Paris 1921. Prijs 45 frs.

Het is een werk, dat zeer de aandacht verdient, het vormt een handboek, bestemd om gebruikt te worden bij de universitaire colleges, en kan worden aanbevolen aan ieder, die zich in de theorie van de genoemde onderwerpen wil inwerken. De schrijver weet in een oorspronkelijken, aangenaam leesbaren vorm voor- eerst die deelen van de oudere physica, die tegenwoordig nog hun volle waarde behouden hebben, duidelijk en grondig te behandelen; hij geeft telkens tal van belangrijke toepassingen en voorbeelden zonder in groote uitvoerigheid te vervallen.

De theorie waarbij van de gewone differentiaal- en integraal-rekening gebruik wordt gemaakt, vormt hoofdzaak, echter worden ook vele instrumenten besproken en wel weer voornamelijk de theorie daarvan, zonder op de technische uitvoeringen diep in te gaan. Daarop worden de nieuwere theoretische en experimenteele onderzoekingen behandeld en ook hier alle hoofdzaken duidelijk en beknopt besproken.

Als inleiding wordt een hoofdstuk over eenheden gegeven met een opgave van de nu in Frankrijk geldende wettelijke bepalingen en de leer der dimensies. Dan volgt als eerste gedeelte de alge-

meene aantrekkingskracht, metingen over de konstante daarvan, potentiaaltheorie en de zwaartekracht aan het aardoppervlak.

Het tweede gedeelte omvat de electrostatica, waarbij wordt uitgegaan van de wet van Coulomb, en verder de Maxwellsche theorie wordt gevolgd. Men vindt hier o.a. beschrijvingen van nieuwere Fransche electrometers van Bichat en Blondlot, een van Blondlot en Curie, en uitvoerige theorie van den kwadrantelectrometer.

In het volgende derde gedeelte over het magnetisme wordt eveneens met de wet van Coulomb begonnen, en nadruk gelegd op de analogie met de electrostatische verschijnselen. De krachten, die een magneet in een veld ondervindt, en zijn potentieele energie worden afgeleid door invoering van een vlakke loodrecht op het midden van den magneet van de grootte van het magnetisch moment. Dan volgt het aardmagnetisme, het geïnduceerde magnetisme met de hysteresisverschijnselen, para- en diamagnetisme, en magnetische dubbelvlakken als inleiding tot elektrische stroomen.

Het vierde gedeelte handelt over elektrische stroomen met afzonderlijke hoofdstukken over het magnetisch veld, over galvanometers, electrodynamica, arbeidsvermogen, inductiewerkingen, relatieve en absolute weerstandsmetingen en andere metingen en eenheden, wisselstroomen en galvanische elementen.

Dan volgt een vijfde gedeelte over electronen en ionen waarin van de electronentheorie, met alle nieuwere onderzoekingen, over atoomtheorieën, geleiding in gassen, kathodenstralen en andere in de vacuumbuis, Röntgenstralen, radioactieve stoffen, photo-electrische verschijnselen en magnetisatietheorieën een uitvoerig overzicht wordt gegeven.

Het boek besluit met een zesde gedeelte over symmetrieën van stelsels en verschijnselen volgens de onderzoekingen van Curie.
S.

MEDEDEELINGEN.

BATE UIT HET PIETER LANGERHUIZEN LAMBERTUSZOOM-FONDS.

Het Dagelijksch Bestuur van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen heeft besloten de bate van vermoedelijk f. 4500, die in 1922 door de Maatschappij uit het Pieter Langerhuizen Lambertuszoon-Fonds zal worden verleend, te besteden tot bevordering van de studie der *natuurkunde* (inclusief *sterrekunde*).

Tot het ontvangen der bate komen in aanmerking leden der Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen, zoo voor zichzelf als ten behoeve van derden, zoo personen als instellingen (al of niet rechtspersoon).

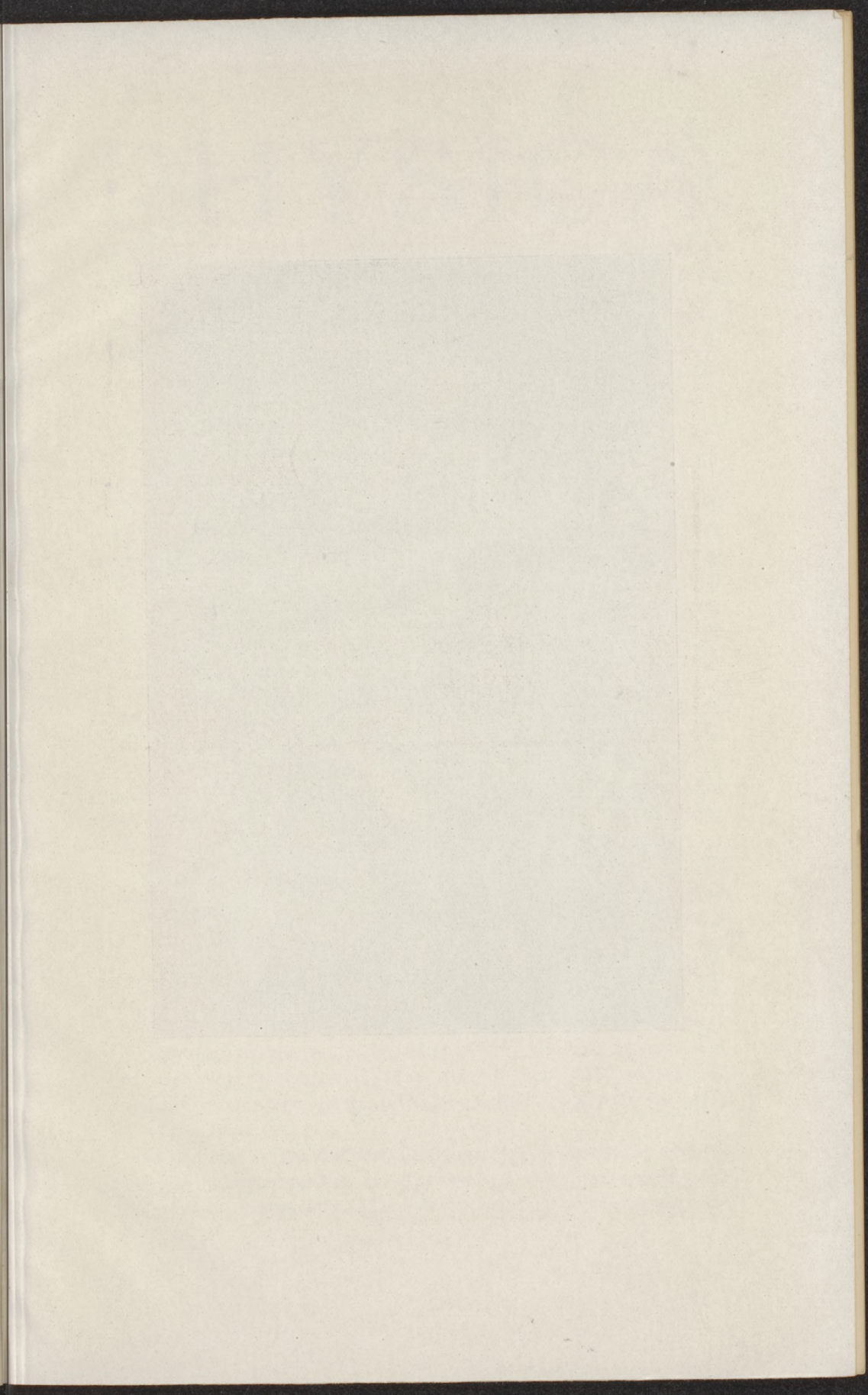
Aanvragen tot het verkrijgen der bate moeten, in afwijking van den bestaanden regel, vóór 1 December 1921 aan den Secretaris der Maatschappij worden gezonden, met inachtneming van het volgende:

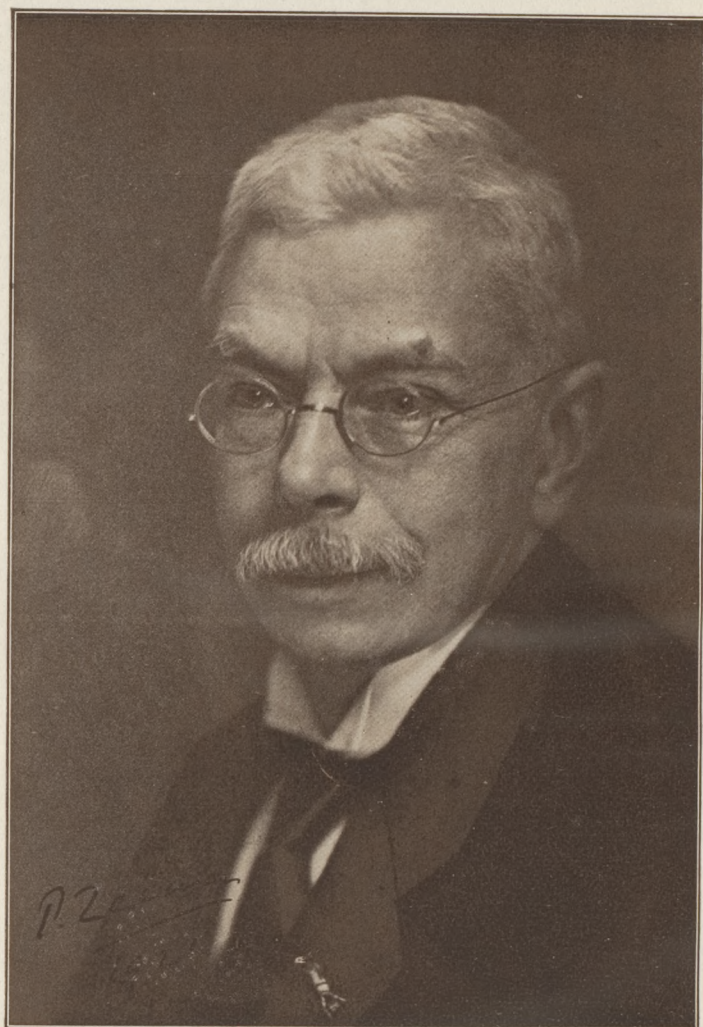
De aanvraag geschiedt schriftelijk en moet behelzen:

- a. den naam, voornamen, woonplaats en werkkring van den aanvrager, en zoo de aanvraag niet ten behoeve van den aanvrager zelf is, wanneer deze geschiedt ten behoeve van een fysiek persoon, dezelfde opgave omtrent deze; wanneer het betreft eene instelling, eene duidelijke aanduiding dier instelling;
- b. het doel, waartoe de bate zal worden besteed;
- c. zoo nauwkeurig mogelijk een begrooting of berekening der kosten;
- d. al datgene, wat de reden van de aanvraag, zoowel als de omstandigheden waaronder de aanvraag geschiedt, nader kan in het licht stellen of aannemelijk maken;
- e. eene verklaring door den aanvrager, respectievelijk van den-
gene te wiens behoeve de aanvraag geschiedt, dat bij toe-
kenning der bate de resultaten van het onderzoek, waartoe
de bate strekt, aan de Maatschappij ter opname in hare
werken zullen worden aangeboden en in geen geval binnen
zes maanden na de aanbieding zonder toestemming der Maat-
schappij zullen worden in het licht gegeven; een en ander
ten ware de bate zij verstrekt in samenwerking met eenig
ander lichaam of genootschap en omtrent die uitgave met
zulk een lichaam of genootschap eenige andere regeling is
getroffen.

De Secretaris van de Hollandsche
Maatschappij der Wetenschappen.

H. A. LORENTZ.





PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

1e JAARGANG

31 OCTOBER 1921 NUMMER 8, 9 en 10

P. ZEEMAN.

Hoe duidelijk staat mij nog voor oogen mijn eerste ontmoeting met den jubilaris van heden. Het is nu bijna vijfentwintig jaar geleden, ik was candidaat en „gedetacheerd” naar het Scheikundig Lab. om onder leiding van Ernst Cohen aan een onderzoek over het Weston normaalelement te werken. Maar ik kwam toch telkens eens aanloopen op „het Physisch”, en voelde mij dan natuurlijk als een veteraan, die daar echt thuis was. Zoo stond ik dan in 't voorjaar van '97 eens te praten met Nolke, die assistent was, toen een heel jong, heel slank, heel blond en naar me toescheen heel bedeesd ventje binnenkwam, dat ik zoo op 't eerste gezicht schatte op een eerste of tweedejaars, dien ik nog niet kende. Ik dacht juist bij mezelf, dat die toch wel het eerst met mij kennis kon maken, toen ik Nolke's stem hoorde „mag ik je even voorstellen aan onzen nieuwen lector”.

Waarom ik dat hier ophaal? Och, de blonde haren zijn wit geworden en de gelaatstrekken, die zoo lang jong bleven, hebben hun jeugd verloren; de pas benoemde lector is de beroemde Nobelprijswinner geworden en het lid van zooveel geleerde genootschappen, maar gebleven zijn als een van de meest karakteristieke en mij liefste wezenstrekken van Pieter Zeeman die groote bescheidenheid, dat wars zijn van alle vertoon en pralerij. En daarom, al zijn er in die vijfentwintig jaar buiten de vacaties niet veel weken verlopen, dat ik hem niet gezien heb, staat hij voor mijn geest toch nog altijd zooals ik hem toen het eerste zag.

En nu voel ik wel dat juist die eigenschap bij uitstek het schrijven van een jubileumsartikel, en nog wel een over den persoon van den jubilaris, bemoeilijkt. Maar ik wil mij heden over die aarzeling

heenzetten, want ik schrijf nu niet voor hem, maar voor de lezers van dit tijdschrift, waaronder er zeker velen zijn, die slechts kennen den vermaarden ontdekker van het Zeeman-effekt, die niet het voorrecht hebben genoten van te leeren kennen wat toch nog dieper waarde heeft dan alle wetenschap, den echten en beminnelijken mensch.

De bescheiden geleerde, ziedaar de karakteristiek waarin ik zou samenvatten, wat mij telkens het meest in Zeeman heeft getroffen, wanneer ik het in twee woorden moest doen. Naast en na de soberheid en eenvoud waarvan ik reeds sprak, en nauw daarmede samenhangend de zachtheid en vriendelijkheid van zijn wezen: de groote scherpzinnigheid en helderheid van zijn uiteenzettingen. Hoe spoedig leerde ik die kennen, maar ook de onverbidelijke nauwkeurigheid en veeleischendheid van den scrupuleuzen waarnemer en experimentator, toen ik kort na die eerste ontmoeting voor een reeks ijkingen en bepalingen in absolute maat het eerst onder zijn leiding kwam te werken. Hoe veel heb ik er sedert van mogen leeren, niet slechts op experimenteel gebied, bij het werk voor mijn proefschrift, later bij het ontwerpen en uitvoeren van de hooge-druk-apparatuur in ons laboratorium, maar vooral ook als hij, in onze praat-uurtjes na afloop van mijn colleges, op de hem eigen heldere en bondige wijze een nieuw probleem dat hij in de literatuur of in eigen arbeid was tegen gekomen mij voorlegde, een nieuwe oplossing voor mij schetste. Juist in zulk een uiteenzetting, die zich beperkt tot een enkelen of enkele hoorders ligt zijn kracht; dan weet hij de ingewikkeldste toestellen en vraagstukken door een korte beschrijving, toegelicht met een hoogst simpel schetsje kristalhelder te maken; het huiselijke en onopgesmukte dat in zulk een onderhoud ligt, past veel meer bij zijn ganschen aard dan het spreken tot een groot publiek.

Voeg daarbij een fijnen geest, die vaak met treffende juistheid het moment weet te karakteriseeren, het woord weet te vinden, dat getuigt van zijn fijn meevoelen en meeleven. Laat mij een voorbeeld noemen. Boltzmann vierde een jubileum; het was in den tijd dat zijn werk het heftigst werd aangevallen door de voorstanders der energetiek, niet lang nadat Ostwald had verklaard dat juist het werk van Boltzmann de volkomen onvruchtbaarheid der kinetische theorie en alle atomistiek had geleerd. Kort ook nadat Boltzmann in de voorrede van zijn Gastheorie verklaard had wel te weten dat de enkeling tegen tijdstroomingen

niets vermag, en dat hij slechts daarom dit boek had geschreven opdat tal van vondsten die hij gedaan had, niet opnieuw behoeften ontdekt te worden als eenmaal het getij zou keeren. Er werd gedelibereerd, hoe wij Boltzmann het best van onze sympathie en onzen eerbied konden verzekeren, naar het juiste woord gezocht. Toen stelde Zeeman voor naar Weenen een hulde te seinen aan den man, „der uns gelehrt hat, *wie mächtig der Einzelne über Zeitströmungen ist*”.

Voorts een man, die de dingen in hun ware proporties ziet, die het groote groot en het kleine als onbelangrijk weet te beschouwen. Ik heb het in lange praktijk ervaren. Het was juist op deze eigenschap, het geheim van alle samenwerking, bouwende dat ik in mijn intreerede de verwachting uitsprak, dat onze arbeid in het Amsterdamsche laboratorium, onder Zeeman's leiding nooit tot moeilijkheden bij de afweging van toch vaak tegenstrijdige belangen aanleiding zou geven. En die verwachting is niet beschaamd in de dertien jaren, die sedert zijn verloopen.

En eindelijk de mensch, die hoezeer ook natuuronderzoeker met zijn gansche hart, zich niet begraaft in zijn vak, maar zijn belangstelling laat gaan, over al wat menschelijk is. Over hoeveel hebben wij niet gepraat in die Dinsdag- en Donderdaguren, waarvan ik zooveen reeds sprak: Von Gott, der Welt und was sich drin bewegt, om met den Faust te spreken. En toen ik nu voor twee jaren, door den toevloed van chemici na de wet-Limburg, mijn oude collegekamer moest verlaten en buiten het Natuurkundig Laboratorium mijn heil moest zoeken, heb ik die uurtjes vaak gemist. Want hoe velerlei en uiteenlopend de onderwerpen ook waren, waarmede mijn wisselende arbeid mij in al die jaren in aanraking bracht, nooit ben ik er een tegengekomen, dat geheel buiten Zeeman's sfeer van belangstelling lag; steeds weer was het een genoeg en een verheldering ze met hem te bespreken. Zoo zie ik dan Zeeman's beeld voor me: Den scherpzinnigen geleerde, den genialen experimentator, den man van fijnen geest, bezonken en bezonnen oordeel en wijde belangstelling. Maar vóór alles als den zachten en beminnelijken mensch van grooten eenvoud.

PH. KOHNSTAMM.

DE THEORETISCHE BETEKENIS VAN HET ZEEMAN-EFFECT

door H. A. LORENTZ.

De ontwikkeling der natuurkunde in de laatste kwart eeuw is zoo rijk en veelzijdig geweest, dat het eenige moeite kost, ons te verplaatsen in den toestand die er, wat kennis van feiten en theoretisch inzicht betreft, bestond toen Zeeman de ontdekking deed, die wij thans herdenken. Terwijl in de electriciteitsleer de theorie van Maxwell het pleit had gewonnen, en, vooral na de proeven van Hertz, algemeen erkend werd dat het licht een electromagnetisch verschijnsel is, had men van het wezen der electrische werkingen in het inwendige der materie, van de voortplanting van het licht in ponderabele lichamen en van het mechanisme der uitstraling nog slechts algemeene, weinig uitgewerkte voorstellingen. Wel hadden de verschijnselen der electrolyse de natuurkundigen vertrouwd gemaakt met het denkbeeld van positieve en negatieve „ionen”, en lag het reeds voor de hand, de om evenwichtsstanden trillende deeltjes die men zich in de lichtbronnen voorstelde, van electrische ladingen te voorzien, ten einde ze in staat te stellen, electromagnetische golven op te wekken, maar van „electronen” wist men nog niet. Of de trillende deeltjes positief of negatief zijn en hoe groot hun lading in verhouding tot de massa is, lag in het duister.

Het is de groote verdienste van Zeeman geweest, al aanstonds met zijne eerste proeven, genomen met hulpmiddelen, niet meer dan even toereikend voor de waarneming van het nieuwe verschijnsel, het antwoord op deze vragen te hebben gegeven.

Men kent de „elementaire” theorie van het Zeeman-effect. Een deeltje met de lading e en de massa m is met een kracht evenredig aan de uitwijking, een „quasi-elastische” kracht, aan een evenwichtsstand gebonden; het kan diensgevolge, als er geen andere invloeden op werken, enkelvoudige trillingen met het trillingsgetal ν uitvoeren. De meest algemeene beweging die het in een magnetisch veld van de sterkte H kan hebben, kan dan worden ontbonden in een rechtlijnige trilling langs een krachtlijn met de onveranderde frequentie ν , en twee cirkelvormige trillingen van tegengestelde omloopsrichting in een vlak loodrecht op de krachtlijn, met de frequenties $\nu + \Delta \nu$ en $\nu - \Delta \nu$, waarbij, als men e en

H . in de gebruikelijke electromagnetische eenheden uitdrukt, het kleine verschil $\Delta \nu$ bepaald wordt door

$$\Delta \nu = \frac{e}{4 \pi m} H. \quad (1)$$

Van daar, bij het door een lichtbron „longitudinaal”, in de richting der krachtlijnen uitgezonden licht, splitsing van de spectraallijn in een doublet van tegengesteld circulair gepolariseerde componenten, die de trillingsgetallen $\nu + \Delta \nu$ en $\nu - \Delta \nu$ hebben, en bij waarneming „transversaal”, d. i. loodrecht op de krachtlijn, splitsing in een triplet met de frequenties $\nu + \Delta \nu$, ν en $\nu - \Delta \nu$; de componenten zijn rechtlijnig gepolariseerd, de middelste met de electriche trillingen langs de krachtlijn, de buitenste met de trillingen loodrecht daarop.

Meting van den afstand der componenten leert $\Delta \nu$ kennen en daarmee de verhouding e/m . Of de lading positief of negatief is, kan worden uitgemaakt door na te gaan of het, bij waarneming langs de krachtlijnen, de rechts, dan wel de links circulair gepolariseerde component is, die de hoogste frequentie heeft.

Is, zooals bij Zeeman's eerste proeven, de magnetische splitsing $\Delta \nu$ niet groot genoeg om de componenten geheel van elkander te scheiden, zoodat het bij een verbreeding der lijn blijft, dan kan toch nog uit het bedrag der verbreeding een schatting van e/m worden afgeleid en uit den polarisatietoestand der randen tot het teeken worden besloten.

Zeeman vond al spoedig dat de lading der trillende deeltjes negatief moest zijn. Voor e/m gaf hij als eerste schatting in October 1896 op grond van de verbreeding der natriumlijnen 10^7 in C. G. S. eenheden. In den loop van het volgende jaar leidde hij uit de waarnemingen met een natriumvlam de waarde $1,6 \cdot 10^7$ af en uit die op de cadmiumlijn 4800, bij welke hij er het eerst in slaagde de componenten van elkaar te scheiden, de waarde $2,4 \cdot 10^7$.

Deze bepalingen vielen in den tijd toen men ook de waarde van e/m voor de deeltjes der kathodestralen leerde kennen. In October 1897 maakte J. J. Thomson zijne eerste metingen hieromtrent bekend, die tot uitkomsten van de orde van grootte 10^7 leidden. Weldra volgde een dergelijke bepaling van Wiechert ¹⁾ en zoo kon men

¹⁾ In 1890 had Schuster uit zijne proeven over kathodestralen als een bovenste grens voor e/m afgeleid $0,11 \cdot 10^7$.

reeds toen op het denkbeeld komen van de identiteit der geladen deeltjes in de kathodestralen en in de onderzochte lichtbronnen, een identiteit die later onderzoek boven allen twijfel heeft verheven en tot de electronen der β -stralen heeft uitgebreid. Onze zekerheid hieromtrent berust op het feit dat, ofschoon de magneto-optische verschijnselen veel ingewikkelder bleken dan men eerst kon denken, toch vele spectraallijnen overeenkomstig verg. (1) met steeds dezelfde waarde van e/m in een triplet worden gesplitst; dit geval doet zich voor bij de spectraalreeksen van enkele, niet dubbele of drie-voudige lijnen.

Ziehier een paar voorbeelden van de bij zulke „normale” tripletten voor e/m verkregen uitkomsten. Lohmann vond $1,77 \cdot 10^7$ als gemiddelde voor een negental heliumlijnen; Paschen $1,76 \cdot 10^7$ bij de cadmiumlijn 2289 en $1,77 \cdot 10^7$ bij de kwiklijnen 4916 en 4108; Royds $1,76 \cdot 10^7$ bij de cadmiumlijn 6437; $1,77 \cdot 10^7$ bij de zinklijn 6363; $1,72 \cdot 10^7$ bij magnesium 5529 en $1,67 \cdot 10^7$ bij magnesium 4703.

Aan den anderen kant kwam voor kathodestralen Kaufmann reeds in 1898 tot de uitkomst $1,77$ tot $1,8 \cdot 10^7$; later werd voor deze stralen door Classen $1,773 \cdot 10^7$ en voor β -stralen door Wolz en Neumann resp. $1,767 \cdot 10^7$ en $1,765 \cdot 10^7$ gevonden.

Deze getallen doen zien hoe de opvatting dat alle electronen aan elkaar gelijk zijn, die een der grondslagen van de tegenwoordige hypothesen over de structuur der atomen is geworden, in het Zeeman-effect krachtigen steun heeft gevonden.

Zeeman's in 1913 verschenen samenvattend werk „Researches in magneto-optics” geeft een levendigen indruk van de toewijding en de nauwgezetheid waarmede hij, in latere jaren door verdienstelijke leerlingen bijgestaan, voortging de verschijnselen tot in de kleinste bijzonderheden te bestudeeren, en het litteratuur-overzicht aan het slot van het boek toont tot hoe groote werkzaamheid de ontdekking de natuurkundigen allerwege had geprikkeld. Ongelukkigigerwijze kon echter de theorie het experiment niet in zijne vlucht volgen en was de vreugde over haar eerste succes van korten duur geweest.

In 1898 vond Cornu — men kon het eerst nauwelijks gelooven — dat de lijn D_1 in een quartet wordt gesplitst, en weldra werden nog vrij wat ingewikkelder splittingsen waargenomen. Daartegenover kon de theorie slechts eenige uitbreiding van hare

eerste beschouwingen tot trillende stelsels van willekeurige structuur maar nog steeds met quasi-elastische krachten stellen. Het gelukte haar niet, daardoor ook maar eenigermate rekenschap te geven van de regelmatigheden die bij de „anomale” splitsing van de lijnen der dubbele en meervoudige reeksen door verschillende onderzoekers werden opgemerkt.

Dank zij de theorie der spectraallijnen die door Bohr werd ontwikkeld, en die in de handen van hem zelf en van natuurkundigen als Sommerfeld en Epstein reeds tal van schitterende uitkomsten heeft opgeleverd, staan wij nu minder hopeloos tegenover het vraagstuk. Niet omdat de theorie der quanta in de volledige verklaring der splitsingen reeds veel verder dan het normale triplet zou zijn gekomen, maar omdat de zooeven genoemde regelmatigheden kunnen worden uitgedrukt in een vorm die volkomen in de quanta-theorie past en de verwachting wettigt dat zij eenmaal uit die theorie zullen kunnen worden afgeleid.

De volgende korte beschouwing moge dit nader in het licht stellen.

De grondgedachte van Bohr's theorie is dat het electron of de electronen die in een atoom onder den invloed van de aantrekking naar de positief geladen kern om deze rondloopen, in werkelijkheid niet elke beweging die volgens de regels der mechanica mogelijk zou zijn, kunnen uitvoeren. Door zekere „quanta-voorwaarden”, in welke steeds de constante h van Planck een rol speelt, worden de, zooals Bohr ze noemt, „stationaire” bewegingen aangewezen, die uitsluitend voorkomen. Uitstraling van licht heeft eerst plaats bij den overgang van een stationaire bewegingstoestand P naar een anderen P' van kleinere energie, en om de frequentie ν van de stralen te vinden moet men het energiever verschil $E - E'$ door de ook reeds bij het „quantiseeren” gebruikte constante h deelen.

Het trillingsgetal van het uitgezonden licht wordt daarbij geheel verschillend van de frequenties die in de lichtbron voorkomen, die van de bewegingen P en P' ; het is volstrekt niet meer, zooals vroeger, een aanwijzing van zekere de trillingen in de atomen beheerschende krachten, maar alleen van het bestaan van stationaire bewegingstoestanden met een bepaald energiever verschil. Bij deze opvatting, die het onmiddellijk duidelijk maakt dat in alle spectraalformules, van die van Balmer af, het trillingsgetal als een verschil van twee termen wordt voorgesteld, wil een grooter

of kleiner aantal spectraallijnen zeggen: een grootere of kleinere verscheidenheid van mogelijke bewegingen.

Ten einde de nieuwe beschouwingswijze op het Zeeman-effect toe te passen, moet men zich voorstellen dat ook in een atoom dat aan een magnetische kracht onderworpen is, slechts enkele bepaalde stationaire bewegingswijzen mogelijk zijn, en dat zoowel in de voorwaarden waardoor deze worden vastgesteld als in de waarden van de energie het magnetisch veld zich doet gevoelen. Daar nu blijkens de ervaring het veld maar een zwakken invloed heeft — in dien zin dat de frequentieveranderingen die het teweeg brengt zeer klein zijn in vergelijking met de frequentie zelf — mogen wij aannemen dat aan elke stationaire beweging in het veld een slechts weinig daarvan verschillende stationaire beweging buiten het veld beantwoordt.

Stel nu dat P en P' twee stationaire bewegingstoestanden in het veld zijn, $P^{(o)}$ en $P'^{(o)}$ de daarmede corresponderende stationaire toestanden buiten het veld, en laat E , E' , $E^{(o)}$ en $E'^{(o)}$ de waarden der energie van het atoom in die vier toestanden zijn. Geschiedt dan de uitstraling van licht in het eene geval bij den overgang van $P^{(o)}$ naar $P'^{(o)}$ en in het andere bij den overgang van P naar P' , dan is de frequentie buiten het veld

$$\nu^{(o)} = \frac{E^{(o)} - E'^{(o)}}{h}$$

en onder den invloed der magnetische kracht

$$\nu = \frac{E - E'}{h}.$$

Voor de magnetische frequentieverandering $\Delta \nu = \nu - \nu^{(o)}$ kan men schrijven

$$\Delta \nu = \frac{\Delta E - \Delta E'}{h},$$

als

$$\Delta E = E - E^{(o)} \quad \text{en} \quad \Delta E' = E' - E'^{(o)}$$

gesteld wordt. Elk dezer grootheden is het energiever verschil tusschen een stationairen bewegingstoestand in het veld en den daarmede corresponderenden toestand buiten het veld.

Was er nu van elk der beschouwde toestanden $P^{(o)}$, P , $P'^{(o)}$ en P' maar één, dan zou er ook maar één waarde van $\nu^{(o)}$ en één van

ν zijn; de spectraallijn zou verschoven, doch niet gesplitst worden. Tot het uiteenvallen van een lijn kan men komen als men aanneemt dat er in het veld een aantal een weinig van elkaar verschillende stationaire bewegingswijzen $P_1, P_2, P_3, \dots$ zijn, met min of meer verschillende waarden $E_1, E_2, E_3, \dots$ van de energie, terwijl de daarmede corresponderende bewegingen $P_1^{(o)}, P_2^{(o)}, P_3^{(o)}, \dots$, en misschien nog wel andere stationaire bewegingen buiten het veld, alle dezelfde energie $E^{(o)}$ hebben. Dan is er niet één energieverschil ΔE , maar moet men onderscheiden de verschillen $\Delta_1 E = E_1 - E^{(o)}, \Delta_2 E = E_2 - E^{(o)}, \dots$, in het algemeen

$$\Delta_k E = E_k - E^{(o)}.$$

Ook wat de bewegingswijzen P' en $P'^{(o)}$ betreft, kan men iets dergelijks aannemen. Hebben de bewegingen $P'_1, P'_2, \dots$ de energie $E'_1, E'_2, \dots$, dan zijn er ook een aantal verschillen $\Delta E'$, in het algemeen voor te stellen door

$$\Delta_l E' = E'_l - E'^{(o)}.$$

Het is nu duidelijk dat de spectraallijn die ontstaat door het overspringen van P_k naar P'_l de frequentie $\nu^{(o)} + \Delta_{kl} \nu$ zal hebben, als

$$\Delta_{kl} \nu = \frac{\Delta_k E - \Delta_l E'}{h}$$

is. Hier kunnen verschillende waarden van den index k met verschillende waarden van l worden gecombineerd; is er in dit opzicht verscheidenheid genoeg, dan is er gelegenheid voor een splitsing, niet slechts in drie, maar ook in een grooter aantal componenten. Vooral moet hierbij worden opgemerkt dat, evenals de oorspronkelijke frequentie in de spectraalformule als een verschil van twee termen wordt voorgesteld, dit ook van de magnetische verandering $\Delta \nu$ geldt. Men kan dit uitdrukken door te zeggen dat elke term van de spectraalformule op zich zelf een Zeeman-effect vertoont.

Bohr, Debye en Sommerfeld hebben doen zien hoe men het quantiseeren moet aanleggen om een normaal triplet te krijgen. Bij de uiteenzetting daarvan kan men zich met vrucht bedienen van een stelling die vele jaren geleden door Larmor is bewezen en die geldt voor elk systeem waarin om een kern die wegens zijn groote massa als stilstaand kan worden beschouwd, electronen rondloopen, die alle dezelfde lading e en dezelfde massa m hebben.

Wij drukken dit theorema als volgt uit.

Laat het magnetisch veld H de richting der z -as van een stilstaand coördinatenstelsel met den oorsprong in de kern hebben, en laten wij verder een tweede coördinatenstelsel invoeren, dat de z -as met het eerste gemeen heeft en om die as met de hoeksnelheid

$$\omega = - \frac{e}{2m} H \quad (2)$$

wentelt. Als dan bij afwezigheid van het veld de electronen zich op zekere wijze ten opzichte van de stilstaande assen kunnen bewegen, kunnen zij in het veld dezelfde beweging met betrekking tot de wentelende assen hebben. Dat hierbij termen met ω^2 , dus van de orde H^2 zijn verwaarloosd geeft bij de kleine effecten waarmede wij steeds te doen hebben, geen bezwaar.¹⁾

Door de stelling van Larmor worden een beweging in het magnetisch veld en een beweging daarbuiten aan elkaar toegevoegd, en het ligt nu voor de hand te onderstellen dat aan de stationaire bewegingen in het veld *juist op deze wijze* stationaire bewegingen buiten het veld beantwoorden. Als dat zoo is, wordt de snelheid met betrekking tot de stilstaande assen, die een electron op zeker oogenblik heeft bij de beweging die wij P noemden, verkregen door de snelheid bij de beweging $P^{(0)}$ samen te stellen met de snelheid die het electron ten gevolge van de hoeksnelheid ω om de door de kern gaande krachtlijn heeft. Is de eerste snelheid v , de tweede w , en verwaarloozen wij termen met w^2 , als zijnde van de orde ω^2 , dan wordt het verschil van het halve snelheids-kwadraat in de twee gevallen door het scalaire product

$$(v, w)$$

gegeven. Daaruit volgt — aangezien de potentieele energie in beide gevallen hetzelfde is — voor een atoom met slechts één electron (waterstoftype)

$$\Delta E = m (v, w) .$$

Door de beteekenis van w in aanmerking te nemen vindt men gemakkelijk dat $m (v, w)$ het product is van de hoeksnelheid ω met het moment der hoeveelheid van beweging van het electron ten opzichte van de z -as bij de beweging $P^{(0)}$, zoodat ΔE door dit moment bepaald wordt. Daar wij termen met ω^2 verwaarloozen kunnen wij hier even goed van het moment bij de beweging P spreken.

¹⁾ Er is ook afgezien van de kracht die het eene electron ondervindt van het magnetische veld dat door het andere wordt opgewekt.

De geschikte quanta-voorwaarde is nu dat dit moment een veelvoud van

$$\frac{h}{2\pi}$$

zal zijn. Hieruit volgt

$$\Delta_k E = k \frac{h \omega}{2\pi}, \quad (3)$$

waarin k een geheel getal is. De verschillende bewegingen die wij $P_1, P_2, \dots$ noemden, zullen zich door de waarden van dezen coëfficiënt van elkaar onderscheiden.

Nadrukkelijk moet hierbij worden opgemerkt dat de quanta-voorwaarde niet geheel willekeurig uit de lucht wordt gegrepen; in de theorie van het waterstofspectrum had men reeds het moment der hoeveelheid van beweging ten opzichte van de kern met hetzelfde bedrag $h/2\pi$ gequantiseerd.

Er blijft nog over te laten zien hoe de energie bij al de bewegingen $P^{(0)}$ hetzelfde kan zijn. Daartoe bedenken wij dat bij het quantiseeren bij afwezigheid van het veld alleen van de beweging van het electron in het baanvlak sprake behoeft te zijn, terwijl de stand van het vlak onbepaald blijft. Stel nu dat men door dit quantiseeren een groep van stationaire bewegingen heeft gevonden, die alle eenzelfde energie $E^{(0)}$ hebben. Bij elke dier bewegingen heeft het moment der hoeveelheid van beweging ten opzichte van de kern, welk moment door een vector loodrecht op het baanvlak kan worden voorgesteld, een bepaalde grootte, en men kan nu de baan zoodanigen stand geven, dat de projectie van dien vector op de krachtlijn juist $k h/2\pi$ wordt; alleen moeten daarbij te groote waarden van k worden uitgesloten. Neemt men de aldus gevonden beweging voor $P^{(0)}$ en laat men daarbij op de in het theorema van Larmor aangegeven wijze een beweging P in het veld passen, dan zal bij de bepaalde energie $E^{(0)}$ het verschil ΔE de waarde (3) hebben.

Op dezelfde wijze kan men voor een andere groep van stationaire bewegingen buiten het veld, alle met de energie $E'^{(0)}$, stationaire bewegingen in het veld aangeven, bij welke de energie met een bedrag

$$\Delta_l E' = l \frac{h \omega}{2\pi}$$

van $E'^{(o)}$ verschilt. Verder kan worden besloten dat de oorspronkelijke spectraallijn met de frequentie

$$\frac{E^{(o)} - E'^{(o)}}{h}$$

gesplitst wordt in componenten waarvan men de ligging vindt door in

$$\Delta \nu = \frac{\Delta_k E - \Delta_l E'}{h} = (k - l) \frac{\omega}{2\pi}$$

aan de geheele getallen k en l verschillende waarden te geven.

De waarden $k - l = -1, 0, +1$ leiden tot een triplet met den door

$$\Delta \nu = \pm \frac{\omega}{2\pi}$$

bepaalden afstand der buitenste componenten tot de middelste. Daar men hiervoor blijkens (2) kan schrijven

$$\Delta \nu = \pm \frac{e}{4\pi m} H,$$

is dit juist het gezochte normale triplet.

Het voorgaande zou moeten worden aangevuld met het bewijs dat, ondanks de beperking waaraan, zooals werd opgemerkt, de waarde van k , en natuurlijk evenzoo die van l , moet worden onderworpen, er toch voor deze „quanta-getallen” speling genoeg overblijft om de gevallen $k - l = -1, 0$ en $+1$ mogelijk te maken. Dit is inderdaad het geval.

Mochten met de toelaatbare waarden van k en l grotere waarden dan de zoeven genoemde voor het verschil $k - l$ mogelijk zijn, dan kunnen wij die buiten werking stellen door aan te nemen dat de veranderingen van bewegingstoestand die daaraan zouden beantwoorden, om een of andere reden niet voorkomen. Aan een dergelijke uitsluiting van bepaalde „quanta-sprongen” is men in de theorie der spectra reeds gewend en er zijn goed beproefde regels voor opgesteld, waarover echter hier niet kan worden gesproken. Ook de regels waarmede men, zoowel bij het Zeeman- als bij het Stark-effect, den polarisatietoestand der componenten kan aangeven, moet ik laten rusten, ofschoon zij juist wat het Zeeman-effect betreft met behulp van de grondstellingen der mechanica aannemelijk kunnen worden gemaakt.

Het verdient zeer de aandacht dat de constante van Planck uit de eindformules is weggevallen. Daardoor alleen is het mogelijk dat men dezelfde uitkomst krijgt als bij de oude theorie, die van geen quanta en geen constante h wist. Hier is een tegenstelling tusschen het Zeeman- en het Stark-effect; in de door Epstein voor dit laatste afgeleide formules komt h voor en het is dus uitgesloten dat men die formules zonder quanta-theorie zou afleiden.

Hoe het overigens komt dat op twee geheel verschillende wijzen dezelfde formule voor het normale triplet is gevonden kan nog eenigszins worden toegelicht als men, zooals inderdaad geoorloofd is, het theorema van Larmor ook op het trillende electron van de oude theorie toepast. Kan dit onder den invloed van de quasi-elastische kracht buiten het veld met de hoeksnelheid $\pm 2 \pi \nu$ in een cirkel loodrecht op de krachtlijnen rondloopen, dan kan het dat volgens het theorema in het veld met de hoeksnelheid $\pm 2 \pi \nu + \omega$ doen, zoodat de frequentie dan $\nu \pm \omega / 2 \pi$ bedraagt, in overeenstemming met wat zoo even uit de quanta-theorie werd afgeleid.

Van de vele bijzonderheden en regelmatigheden in het Zeeman-effect, die zich bij de uit dubbele of drievoudige lijnen bestaande spectraalreeksen voordoen, heeft van Lohuizen in een belangrijke, eenige jaren geleden verschenen verhandeling, thans door een artikel in dit feestnummer aangevuld, een uitvoerig overzicht gegeven. Daarbij stelt hij in het licht dat de zuiverheid der numerieke betrekkingen en overeenstemmingen tusschen de magnetische splitsingen in menig geval door een invloed dien naburige lijnen bij het Zeeman-effect op elkaar kunnen hebben, gestoord wordt. Ziet men hiervan af, dan kan men zeggen dat dank zij de door van Lohuizen genoemde natuurkundigen, niet alleen voor elke lijn de magnetische splitsing kan worden bepaald, maar dat ook kan worden aangewezen, welk deel elk der termen van de spectraalformule in de splitsing heeft. In de taal der quanta-theorie wil dit zeggen dat men de grootte der energiever verschillen die wij door $\Delta_k E$ en $\Delta_l E'$ voorstelden, voor ieder geval kent. Men is er in geslaagd, dit alles in een goed geordend schema te vereenigen, dat, aangevuld met de regels voor den polarisatietoestand der componenten, een zeer bevredigenden blik geeft op de vele vormen waarin het Zeeman-effect zich bij de nu beschouwde spectraalreeksen vertoont, onder

welke vormen er zijn met niet minder dan 12 of 14 componenten.

Het merkwaardigste hierbij is dat de waarden der energiever-
schillen $\Delta_k E$ en $\Delta_l E'$ in eenvoudige meetbare verhoudingen
staan tot de waarde die in de theorie van het normale triplet te
pas komt, zoodat zij kunnen worden voorgesteld door uitdruk-
kingen als

$$\frac{q}{r} \frac{e}{4 \pi m} h H ,$$

waarin q en r kleine geheele getallen zijn.

Bij de verklaring van het normale triplet in de quanta-theorie
valt het op dat men het quantiseeren, zooals het bij afwezigheid
van het veld moet gedaan worden, alleen behoeft aan te vullen,
maar er niets aan behoeft te veranderen. De bewegingstoestanden
van het electron worden onafhankelijk van de magnetische kracht
vastgesteld en met deze laatste wordt vervolgens rekening ge-
houden door met behulp van nieuwe quanta-voorwaarden voor te
schrijven hoe de atomen met die bewegingswijzen in het veld
georiënteerd worden, terwijl het theorema van Larmor ons verder
leert met welke wenteling om de krachtlijn de beweging moet
worden samengesteld. De theorie valt dus in twee stappen uiteen,
zoodat het mogelijk zou zijn geweest, het triplet te verklaren, al
had men de bewegingen buiten het veld niet kunnen quantiseeren,
en dus de formule van Balmer niet kunnen afleiden.

Nu men ook in andere gevallen met magnetische energie-
veranderingen te doen heeft die, al zijn ze niet gelijk aan die bij
het normale triplet, daarmede toch op uiterst eenvoudige wijze
samenhangen, komt de gedachte op, dat men misschien ook voor
atomen, minder eenvoudig van bouw, denzelfden weg zal kunnen
volgen als voor die van het waterstoftype, en ook nu weer de
magnetische quantiseering van de quantiseering bij afwezigheid van
het veld zal kunnen scheiden. Dit is inderdaad mogelijk, maar onge-
lukkigerwijze stuit men op moeilijkheden als men andere afstanden
der componenten dan bij het normale triplet voorkomen wil verklaren.

Wat over de magnetische splitsing bij een atoom van het water-
stoftype gezegd werd, is nl. met geringe wijziging van toepassing
op atomen met een willekeurig aantal electronen. Alleen moeten
wij, om het energiever-
schil $E - E^{(0)}$ of $E' - E'^{(0)}$ te berekenen,
de uitdrukking $m(v, w)$ voor elk electron opmaken en dan over

al die deeltjes sommeeren. Daarbij krijgt men juist, afgezien van den factor ω , het gezamenlijke moment der hoeveelheid van beweging ten opzichte van de door de kern gaande krachtlijn voor alle electronen; deze uitkomst is onafhankelijk van de bijzondere structuur van het atoom, als maar de positieve lading in een stilstaande kern geconcentreerd is.

Men ziet gemakkelijk dat ook nu weer, nadat het quantiseeren buiten het veld heeft plaats gehad, een atoom met een stationaire beweging van bepaalde energie $E^{(0)}$ zoo kan worden georiënteerd dat het totale moment van hoeveelheid van beweging ten opzichte van de door de kern gaande krachtlijn een voorgeschreven, mits niet te groote waarde heeft. Stelt men den eisch dat het een veelvoud van $h/2\pi$ moet zijn, dan komt men tot het normale triplet terug.

Om de splitsingen te krijgen waarvan nu sprake is, zou men dit laatste quantiseeren met een r maal kleiner bedrag moeten doen; men zou, wat wel vreemd schijnt, de toebedeeling van het meer-malen genoemde moment aan een zeker aantal electronen alle te zamen met kleinerere porties moeten doen dan aan één enkel electron.

Hier ligt een voorshands onoplosbaar raadsel. Trouwens, bevredigd zullen wij eerst zijn als wij inzicht hebben gekregen in den eigenlijken grond der quanta-voorwaarden, en als daardoor alle onzekerheid en willekeur bij het opstellen daarvan is weggenomen.

Van dit ideaal zijn wij misschien nog ver verwijderd, maar wij kunnen thans reeds zeggen dat het Zeeman-effect, nu het ook in zijn „anomale” vormen aan zoo eenvoudige regels gebonden is, ons van veel dienst zal kunnen zijn bij het doorgronden van ingewikkelde atoomstructuren. Men vergete niet dat de wetten der spectraalreeksen gelden voor elementen als magnesium, cadmium en kwik, die 12, 48 en 80 electronen in het atoom bevatten en bij welke aan een exacte afleiding van spectraalformules niet te denken valt. Bij zulke elementen is het Zeeman-effect in de reeksen het eenvoudigste spectraalverschijnsel dat wij kennen.

In de moderne theorie der spectra is niets overgebleven van de vibratoren met quasi-elastische krachten, die men zich vroeger voorstelde. Toch mag de vraag gesteld worden of niet ook in die oude opvatting een kern van waarheid lag en of niet de

mogelijkheid bestaat dat zij nog eens, zij het in vernieuwden vorm, haar plaats in het beeld der verschijnselen herneemt. In elk geval is er veel dat wij zonder die vroegere denkbeelden moeilijk kunnen begrijpen. Op zulke verschijnselen die nog niet goed anders dan op de „klassieke” wijze kunnen worden behandeld, heeft een groot deel van Zeeman's onderzoekingen betrekking.

Reeds in zijn eerste mededeeling kon hij verklaren dat het magneetveld de absorptielijnen op dezelfde wijze als de emissielijnen verandert, het „inverse” Zeeman-effect. Dit is het uitgangspunt geweest voor de uitgebreide en belangrijke onderzoekingen die wij aan Voigt te danken hebben. Volgens een methode die zich ervan onthield, diep in het mechanisme door te dringen, maar juist daardoor veel kon omvatten, wist deze natuurkundige over de bijzonderheden van het omgekeerde effect en over den samenhang daarvan met andere verschijnselen licht te verspreiden.

Het zou niet in den geest van Zeeman zijn als bij deze gelegenheid geen hulde werd gebracht aan het werk van Voigt, waarmede dat van het Amsterdamsche laboratorium jaren lang in vruchtbare wisselwerking heeft gestaan. Tot de onderzoekingen die ik hier op het oog heb, behooren die over de dissymmetrie van sommige tripletten, over de magnetische draaiing van het polarisatievlak in en nabij een absorptieband, over de magnetische dubbele breking en over het Zeeman-effect in een richting die scheef staat met betrekking tot de krachtlijnen; dit laatste in verband met het Zeeman-effect in de zonnevlekken.

De theorie van Voigt bereikte haar glanspunt in de behandeling van een in 1912 door Paschen en Back bij enge dubletten en tripletten ontdekt verschijnsel. Eerst, als het magnetisch veld nog zwak is, vertoont elke component op zich zelf een Zeeman-effect. Zoodra echter de magnetische splitsingen vergelijkbaar worden met den onderlingen afstand der oorspronkelijke lijnen doet een wederkeerige invloed der gesplitste lijnen zich gevoelen. Op de daardoor teweeggebrachte complicatie kan echter bij verdere toeneming van de magnetische kracht een vereenvoudiging volgen. Sommige componenten nemen in intensiteit af en het kan voorkomen dat ten slotte, in een zeer sterk veld, van het geheele stelsel niet anders overblijft dan een triplet, en wel een normaal triplet.

Ofschoon het ons moeilijk valt, vooral bij onze tegenwoordige opvattingen, ons van de „magnetische koppelingen” tusschen verschillende lijnen die Voigt in zijne theorie aanneemt, een voorstelling te vormen, moet erkend worden dat de loop dezer merkwaardige transformatie door zijne vergelijkingen zeer goed wordt weergegeven.

Onafhankelijk van elke bijzondere theorie kan men uit het verschijnsel van Paschen en Back afleiden dat de oorzaken die reeds buiten het veld een klein frequentieverschil teweeg brengen, overstemd worden door die welke de magnetische splitsing bewerken, in die mate dat eindelijk van de oorspronkelijke splitsing niets meer te zien is. Wel een bewijs dat het magnetisme een zeer diep gaanden invloed op de bewegingen in het atoom kan hebben.

Met dit verschijnsel van Paschen en Back hangen de storingen in het Zeeman-effect der spectraalreeksen samen, waarop, zooals reeds gezegd werd, van Lohuizen de aandacht heeft gevestigd en zeker ook wel een nieuw verschijnsel, kort geleden door Paschen en Back ontdekt en waarover men in dit nummer van „Physica” de eerste mededeeling vindt. De quanta-theorie kan eruit besluiten dat somwijlen in het magnetisch veld overgangen van den eenen stationairen toestand tot den anderen kunnen plaats hebben, ook dan wanneer de overeenkomstige overgangen bij afwezigheid van het veld zijn uitgesloten.

Zoo brengt ons het onderzoek op het door Zeeman ontsloten gebied nog telkens weer nieuwe uitkomsten van hooge waarde.

ZEEMAN'S ONTDEKKING VAN HET NAAR HEM GENOEMDE EFFECT.

door H. KAMERLINGH ONNES.

Schoon Zeeman eerst heden voor 25 jaren door Mededeeling aan onze Akademie den invloed van het magneetveld op den aard van het door een daarin geplaatste lichtbron uitgezonden licht bekend maakte, dagteekent zijne eerste waarneming van dit effect reeds van het einde van Augustus 1896. Wat hem tot de proef leidde was allermintst eene invallende gedachte. Het denkbeeld er van was jaren te voren bij hem ontkiemd op den bodem van zijn onderzoek van de weerkaatsing van het licht door spiegelende

magneten. De magnetische componenten van het gereflecteerde licht moest daarbij afgeleid worden door het combineeren van nauwkeurige instellingen bepaald door grootheden tot welke zij zelve slechts eene nauw merkbare bijdrage levert. Reeds om voor een enkel geval de gezochte componenten te bepalen waren een paar honderd instellingen noodig terwijl men haar voor Zeeman's doel in tal van gevallen moest kennen.

Alleen door een onverdroten voortzetten van de langdurige en moeilijke metingen was dit te bereiken. Nu is het voor de wetenschap een geluk, dat werk van dezen aard, vooral wanneer het een verschijnsel betreft, omtrent het mechanisme waarvan men nog slechts eene in 't algemeene blijvende voorstelling heeft, bij uitstek geschikt is om dengene, die er zich geheel aan geeft, voeling met de natuur te doen krijgen. Aan Zeeman viel voor zijne toewijding wel een bijzondere rijke belooning te beurt, toen hij bij het opperen en overwegen van allerlei mogelijkheden tot de vraag kwam of de magneetkracht behalve op de voortplanting en de weerkaatsing van het licht ook invloed kan hebben op den trillingsduur er van. Die vraag leidde hem wel niet terstond, maar toch later tot zijne ontdekking.

Hij verraste mij met die vraag toen wij op een morgen, staande bij den spectrometer met polarisatie toestellen, waarmede Sissingh, hijzelf en Wind in de zelfde kamer aan de „Lorentz serie” van Leidsche metingen hebben gewerkt, het een en ander betreffende de metingen hadden overlegd. Het onmiddellijk door Zeeman ter beslissing ondernomen spectroscopisch onderzoek van een in het magneetveld gebrachte natriumvlam had hem een negatief resultaat geleverd. De zaak bleef toen rusten. Al had de mogelijkheid, dat de onderstelde wijziging van de D lijnen met een gevoeliger spectroscop dan de zijne misschien toch aantoonbaar zou zijn, hem niet zonder tweestrijd gelaten, zoo had toch bij hem de overweging de overhand behouden, dat omtrent den aard en de grootte van het verschijnsel niets te voorspellen viel en het opsporen er van dus een nieuw, weinig begreemd onderzoek zou vragen, dat het voltooiën van de metingen waarmede hij bezig was in de waagschaal zou stellen. Hij had zich niet verder van de lijn van zijn werk verwijderd dan bij een redelijke opoffering van tijd met gereedstaande hulpmiddelen aangewezen was geweest, en had vastgehouden aan zijn op goede gronden ondernomen onderzoek, dat hem dan ook een positief antwoord op bepaalde, zij het ook bescheidener vragen had gegeven.

Teruggekeerd van zijn tijdelijk verblijf in Straatsburg, waar hij als medewerker van Cohn proeven over de voortplanting van elektrische trillingen door vloeistoffen had gedaan, wendde hij zich te Leiden weder tot het Kerr effect, in 't bijzonder tot het geval der polaire terugkaatsing, later ook tot de bevestiging van Wind's voorspelling, doch wisselde dit af met eene voortzetting en voltooiing van het onderzoek over de voortplanting der elektrische trillingen in vloeistoffen. Het overwinnen van de laatste daaraan verbonden moeilijkheden had hem nog in dezelfde maand, waarin hij tot zijn ontdekking zou komen, zoozeer vervuld, dat hij mij een uitvoerig bericht er over naar Reichenhall had gezonden.

Intusschen was ongemerkt de verwezenlijking van zijn denkbeeld om de spectraallijnen te magnetiseeren een stap naderbij gekomen. Het was gelukt voor het Leidsche laboratorium een voortreffelijk concaaf tralie van Rowland met 48000 strepen te verkrijgen, waardoor het gemis aan een spectroscopisch hulpmiddel van groot vermogen, dat zich bij Zeeman's eerste poging zoozeer had doen gevoelen, verholpen was. En wat het denkbeeld zelf betreft, dit had bij het voortgaan met het Kerr-onderzoek niet weinig in kracht gewonnen sinds Zeeman, dank zij zijn belangstelling in de levensgeschiedenis van de meesters in zijn vak, in Maxwell's schets over Faraday gelezen had, dat diens laatste werk eveneens door den wensch eene wijziging der spectraallijnen door het magneetveld te vinden, bezield was geweest. Het herhalen van zijn proef was daardoor in een nieuw licht komen te staan, te meer daar Maxwell, de eigen grondvester der electromagnetische lichttheorie, zijne bewering, dat geen kracht ter wereld de trillingsduur van het licht zou kunnen wijzigen, misschien op grond van de negatieve uitkomst van Faraday's proef had uitgesproken. Waar de „ziener", dien Zeeman als „den grootsten experimentator van alle tijden" vereerde, dezelfde proef had ondernomen als die, waarbij ook hij een negatief resultaat had verkregen, mocht eene nieuwe herhaling met betere hulpmiddelen niet achterwege blijven, al was het alleen maar, om in het ongunstigste geval uit te maken, dat ook met het Rowland tralie nog een negatief resultaat zou worden verkregen. In de laatste helft van Augustus besloot Zeeman tot deze herhaling. Weinige dagen later was hij, als in den aanhef vermeld, op het spoor van een der schoonste ontdekkingen van den nieuweren tijd.

Hij was toen nog maar even in de dertig.* 25 Mei 1865 te

Zonnemaire geboren, waar zijn vader predikant was, had hij de H. B. S. te Zierikzee doorlopen en daarna te Delft het gymnasium gevolgd. Voor Dr. Lely, bij wien hij daar leiding en huisvesting vond, had het al spoedig vast gestaan, dat uit Zeeman iets bijzonders zou groeien. Ook zijn eveneens hoogleeraar geworden mede-leerling Grijns, bij wien hij zich in vriendschap aansloot, en wien hij om maar een herinnering te noemen, vroeg rookwolkjes voor hem te blazen, waaraan hij de eigenschappen van wervelingen kon nagaan, kreeg reeds toen den indruk van zijne bijzondere begaafdheid. Wie met Zeeman in aanraking is gekomen weet, dat, al is hem zijne groote bescheidenheid eigen gebleven, er nimmer van teruggetrokkenheid sprake is, wanneer iets goeds en edels zijne medewerking vraagt. Wat dit ook zij, het kan op zijne sympathie en toewijding rekenen. Voor wie hij zijn hart opent, straalt bij het gesprek zijn geheele wezen van warm en krachtig innerlijk leven. Het weldadig gevoel daarvan genoot ik reeds toen een gelukkig toeval mij den achttienjarigen scholier als geleider bij eene wandeling op de Raaphorst gaf. Aldra kwam ons gesprek van het veelsoortige natuurschoon in Leidens onmiddellijke omgeving op ons vak. Ik bemerkte met verbazing, dat Zeeman reeds werken als Maxwell's Heat kende en veel uit dergelijke literatuur tot zijn geestelijk eigendom gemaakt had. Zijn groot verlangen was te gaan experimenteeren. Innig gelukkig met het vooruitzicht zulk een leerling te mogen leiden, vond ik mij verantwoord hem ten zeerste aan te moedigen zijne roeping te volgen. Ik meende hem met zekerheid te mogen voorspellen, dat een leven van toewijding aan de wetenschap hem gelukkig zou maken. Later heb ik herhaaldelijk als hij mij beslissingen mededeelde in gevallen, waar hij voor moeilijker keuzen stond dan die in de eerste jeugd, en bij welke hij zich door hetzelfde idialisme, dat hem toen reeds bezielde, had laten leiden, aan dit eerste gesprek gedacht.

Zijne studien te Leiden hadden beantwoord aan den roep van iets bijzonders te zijn, die hem was vooruitgegaan. Als medewerker van Sissingh in nauwkeurigheidswerk ingewijd bleek zijn aanleg daarvoor al spoedig zijn liefde te evenaren. Met zijn in 't bijzonder op de Sissingh'sche phase bij nikkel en cobalt gericht onderzoek had hij den prijs van de Holl. Mij. der Wetenschappen behaald. Hij was op hetzelfde onderwerp gepromoveerd en had daarna eenigen tijd Leiden met Straatsburg verwisseld. Van daar teruggekeerd was hij, met Mej. Johanna Lebreton gehuwd, als privaat-

docent en assistent weder een belangrijke kracht voor Leiden — ik behoef slechts te herinneren aan zijne nauwe vriendschap met wijlen Schroeder van der Kolk — en van het laboratorium geworden. Om slechts van een paar belangen buiten het wetenschappelijk onderzoek te spreken, zij gewezen op het regelen met wijlen Dr. Campert van den eersten vacantie-cursus, en op het hoogst bereidwillig verleen van hulp aan instrumentmakers-leerlingen, die om vooruit te komen de electriciteitsleer beoefenden. Onlangs nog liet een van hen mij een opteekenboekje zien met allerlei verklaringen en opmerkingen van de hand van Zeeman. Op het gebied van het wetenschappelijk onderzoek was zijne fijne opmerkingsgave gebleken door het vinden van een aan de figuren van Purkinje verwant physiologisch optisch verschijnsel, al zijne metingen getuigden er van, dat hij niet rustte voor hij een diep inzicht in de door hem bestudeerde verschijnselen verkregen had. Zoo was Zeeman, hoe jong ook, reeds iemand van wetenschappelijke beteekenis toen hij de proef ging ondernemen, die hem beroemd zou maken.

Zien wij hem thans daarbij aan het werk. Veel voorbereiding was niet meer noodig. Een uiterst nauwkeurig afgewerkte spleet, die fijn genoeg gesteld kon worden om het oplossend vermogen van het Rowlandtralie tot zijn recht te brengen was door den instrumentmaker van het laboratorium* als proefstuk in zijn vak bewerkt. Een loupe van Fresnel om het beeld te bezien was bij de hand. Het onwrikbaar onderling verband van de deelen van den spectroscop was te verkrijgen door ze op te stellen op den grooten, op geheide slieten afzonderlijk gefundeerden gemetselden monolith, die bij het inrichten van de vroegere vestibule van het gebouw op de Kleine Ruïne tot werkzaal daar was opgetrokken en zich onder de geheele vloer van de zaal uitstrekte. Deze zaal kon door eenige klepschermen gemakkelijk donker gemaakt worden. Het voorste deel links was beschikbaar voor den spectroscop. Voor de spleet ervan werd een natriumvlam gebracht, geplaatst in het ongeveer 10 Kilogauss sterke veld van een electromagneet van het gewone model van Ruhmkorff. De natriumvlam werd verkregen door een stukje met keukenzout oplossing gedrenkt asbest te brengen, in de eerste dagen in een gewone Bunsenvlam, later in een vlam gevoed met een mengsel van lichtgas en zuurstof. Bij de eerste proeven werd het transversale effect waargenomen, het tralie bevond zich in een punt van de lijn loodrecht op de as van de

magneet. De loupe werd scherp ingesteld op de dubbele D lijn. Bij het aanzetten van het veld werd een verbreeding van elke streep tot een bedrag van $\frac{1}{40}$ van den afstand der beide D lijnen waargenomen.

Maar was deze verandering enkel een secundair verschijnsel, gevolg van dichtheids- en temperatuursveranderingen in de vlam of wel een nieuw verschijnsel, en dan niet minder dan het bewijs van een onmiddellijken invloed van de magneetkracht op de deeltjes, die het licht uitstralen, bij deze uitstraling zelf, waardoor iets hoogere en iets lagere frequenties naast de oorspronkelijke optraden? Het was een opwindend streven om eene beslissing voor deze vraag te krijgen en dit van nabij gevolgd te hebben is eene schoone herinnering. In weinige weken gelukte het Zeeman door eene doeltreffende experimenteele kritiek zijne ontdekking te ontdoen van den sluier, die haar bij zijne eerste veelbelovende waarneming nog omgaf. In 't bijzonder droeg daartoe bij eene vernuftige proef, waarbij de absorptiestrepen werden waargenomen, welke natriumdamp, door verhitting met een sterke vlam in een horizontale, om hare as draaiende, met door water gekoelde glazen afgesloten en tusschen de polen van den magneet geplaatste porceleinen buis ontwikkeld, gaf in het spectrum van door de buis gezonden electrisch licht. Eerst nadat hij zich zodoende eene voldoende zekerheid had verschaft achtte Zeeman zich gerechtigd bekend te maken, dat hij eene specifieke werking van het magnetisme op de emissie van het licht had gevonden. Een naast het Faraday en het Kerr effect te stellen magnetooptisch verschijnsel, het Zeeman effect was ontdekt. Een nieuw veld van onderzoek was geopend.

Wat ik van het bovenvermelde, nog voor Zeeman zijne kritiek had voltooid, aan Van der Waals kon vertellen, maakte een diepen indruk op hem. Hij bereidde spoedig daarop Zeeman te Amsterdam de plaats, welke dezen inderdaad het geluk heeft geschonken, dat beide er zich van hebben voorgesteld.

De geschiedenis van Zeeman's ontdekking wordt echter in schoonheid nog overtroffen door die van de samenwerking van theorie en experiment, welke nu tot stand kwam.

Zeeman toch, overtuigd, dat de theorie van Lorentz het door hem waargenomene zou kunnen verklaren, ging de hulp dezer theorie bij de ontginning van het door hem ontsloten gebied „aan de bron zelf” zoeken. In een gesprek, dat hij met Lorentz had, werd de verklaring van de verbreeding en de voorspelling

van den polarisatie toestand der spectraalstreep gevonden. Dit alles en de bevestiging van Lorentz's voorspelling door Zeeman vormt met de oorspronkelijke ontdekking een geheel van zeldzame schoonheid. Terecht deed zij Voigt Zeeman te Dusseldorff begroeten met de woorden „gij hebt een ware parel gevonden”.

Was Zeeman op het denkbeeld van zijn proef gekomen bij moeilijke en langdurige metingen, Lorentz steunde bij zijne verklaring op denkbeelden die hij ontwikkeld had door een niet minder moeilijk en langdurig, met mathematische hulpmiddelen gevoerd onderzoek. Het denkbeeld, dat het licht uitgezonden en geabsorbeerd wordt door kleine, elk met een electrolytische elementaire lading geladen massa's, toen nog lichtionen genoemd, had reeds in 1880 zijn werk over de breking van het licht beheerscht. In een magneetveld gebracht ondergaan de uiterst kleine Hertz'sche vibratoren, waarmee hij de stof gevuld ziet, volgens hem de werking van eene kracht, welke in den grond der zaak die is, waarvan de werking het eerst door Oersted is opgemerkt. Zij staat loodrecht op de bewegingsrichting van het lichtion en op het magnetische veld. Beschouwen wij de uitstraling langs de krachtlijnen en vestigen wij de aandacht op een lichtion, dat zich in een cirkel loodrecht op de kracht beweegt dan zal de omloopstijd er van verkort of verlengd worden al naarmate het links of rechts rondloopt. Gewoon licht kan men in links en rechts gepolariseerd licht van denzelfden trillingsduur ontbinden. Wordt in het beschouwde geval van het longitudinale Zeeman effect het veld aangezet dan zullen, zoo voorspelde Lorentz, in plaats van de oorspronkelijke enkele spectraalstreep van gewoon licht twee komen, vanwelke de eene links en de andere rechts gepolariseerd is. Is de streep niet fijn genoeg dan kunnen beiden gedeeltelijk over elkaar vallen. Wat van de twee lijnen gezegd is zal dan voor de randen van de streep gelden.

Zeeman stelde deze voorspelling onmiddellijk op de proef, een geschikte analysator had hij nog van zijn Kerr-werk bij de hand. De bevestiging was treffend. Wanneer het veld werd aangezet zag men in de loupe de streep duidelijk verspringen. Elke twijfel aan het bestaan van het nieuwe effect was daarmee uitgesloten. Uit het bedrag van het verspringen volgde volgens Lorentz al dadelijk, dat de massa van een lichtion van de orde van $\frac{1}{1000}^e$ van een waterstofatoom moest zijn.

Het was, gelijk reeds 28 November aan de Akademie kon worden medegedeeld, niet alleen gelukt licht te verkrijgen, dat in

gepolariseerden toestand door de atomen werd uitgezonden, het was ook zoo goed als zeker gebleken, dat dit licht uitgezonden wordt door deeltjes, zelf veel kleiner dan het atoom, die nu voor het experiment toegankelijk waren geworden. Verrijkende gevolgtrekkingen waren daaraan vast te knopen. De weg was geopend om door te dringen in den bouw der atomen.

Wierp de theorie hier het volle licht op de beteekenis van de experimenteele gegevens, die op het nieuw ontsloten, onafzienbare gebied verkregen konden worden, het Zeeman effect deed anderszijds door de verklaring, die het in Lorentz's theorie vond, de macht van deze in het oog vallen. Van dit tijdstip af begint dan ook de versnelde ontwikkeling der electronen-theorie, die thans in het grootste deel der natuurkunde is doorgedrongen. Hoe gering in dien tijd de experimenteele gegevens omtrent de electronen nog waren, blijkt wel daaruit, dat de lichten eerst nog eenige maanden voor positief geladen deeltjes hebben kunnen worden gehouden, gevolg waarschijnlijk daarvan, dat Zeeman onder zijn metingen, ter wille der lichtsterkte, het door hem op de ligging der as gecontroleerde plaatje van de Senarmont vervangen had door een mica-plaatje, waarop de merklijn loodrecht op die as getrokken was. Had men toen reeds eenigermate de massa van de corpuscula der kathodenstralen gekend, zoo zou de nadere contrôle van dit plaatje niet achterwege gebleven zijn. Nu vond Zeeman het juiste teeken van de lading eerst toen hij, verhuisd naar Amsterdam, daar zijn metingen kon herhalen. Dit teeken werd van overwegend belang, doordat juist in die dagen Wiechert en Thomson de kennis van de massa der corpuscula in de kathodestralen een belangrijke stap verder brachten. De overeenstemming van de verhouding van massa tot lading, die Thomson door zijne bepaling voor de corpuscula vond, met die, welke door Zeeman bij de lichten verkregen was, mocht reeds doen aannemen, dat het dezelfde deelen der atomen, de electronen, zijn, die in de kathodestralen weggeslingerd worden en die door hunne trillingen het licht teweeg brengen.

Het is zeker hoogst merkwaardig, dat men later, toen inzicht verkregen werd in de wijze waarop het atoom mede uit electronen is opgebouwd, de verklaring van het Zeeman effect, met welke zoovele schitterende resultaten verkregen waren, moest opgeven. Een bewijs te meer van de waarde, die theorieën, ook wanneer zij bij hunne verklaringen het innerlijke der natuur nog niet geheel treffen, voor het leiden van nieuwe proeven hebben, indien zij beheerscht worden

door denkbeelden, die geschikte symbolen der natuur vormen. De moeilijkheid om eene theorie streng aan te sluiten bij al het bekende is het analogon van die, om langs experimenteelen weg een nauwkeurig en volledig beeld van een verschijnsel te verkrijgen. Het is of in den strijd tegen die moeilijkheden op beide wegen de resonnantie als 't ware van den menschelijken geest met de natuur tot stand komt, welke nieuwe verschijnselen doet ontdekken en juiste beelden doet scheppen. De helderheid, welke voor Lorentz het beeld verkregen had van elk om een punt geconcentreerde, met massa bezwaarde ladingen, die zich vrij door den rustenden ether bewegen terwijl hun electro-magnetisch veld met dat in den ether in wisselwerking is, eene helderheid, welke hem in staat stelde zijne geniaal eenvoudige verklaring van de magnetische splitsing der spectraallijnen te geven, was geboren in een jarenlangen strijd tegen de ontzettende moeilijkheden, die hij te overwinnen had om de aberratie-verschijnselen op te nemen in de door hem ontworpen volledige electromagnetische theorie van het licht. Ook hier als bij Zeeman was het de toewijding aan een weinig de algemeene aandacht trekkend, doch den onderzoeker bovenal boeiend en geen rust latend vraagstuk, die heerlijke vruchten afwierp.

Ongetwijfeld zou Zeeman bij het verder nagaan van het door hem ontdekte verschijnsel der verbreeding enkel langs experimenteelen weg de zuivere doubletten en tripletten hebben moeten vinden, en zou hij na het lezen van Faradays laatste opteekening in Mei 1862 ook den polarisatie-toestand van de componenten hebben nagegaan. Maar hoevele toevallige omstandigheden hadden het bereiken van dit resultaat kunnen vertragen, dat nu in eens in volle schoonheid te voorschijn trad door eene samenwerking van theorie en experiment, voor het laboratorium, waar zij verkregen werd zoo heugelijk, dat ter plaatse van de ontdekking daaraan wel, gelijk het geval zal zijn, een gedenkteeken mag worden gewijd. En hoeveel waarde heeft niet de zekerheid, die het onderzoek van den polarisatie-toestand aan het vooral in den aanvang zoo moeilijke onderzoek gaf, voor eene snelle ontwikkeling daarvan gehad. Thans zal harerzijds de theorie wanneer zij zich bij het doorgronden der moeilijkheden, die de quanten verschijnselen opleveren, tot het Zeeman effect wendt, het voordeel hebben, op vele harer vragen o. middellijk antwoord te kunnen vinden in het omvangrijke materiaal, dat door het experimenteel onderzoek van

dit verschijnsel reeds is opgehoopt. De optelling alleen van de titels van de verhandelingen er over zou den omvang van meer dan een vel van dit feestnummer hebben, terwijl het feit, dat van het spectrum van ijzer 393 triplekken, 118 sextupletten, 179 quadrupletten, en een negentigtal meer gecompliceerde splitsingen zijn gemeten, een denkbeeld van den rijkdom er van kan geven.

In 't begin moet echter de voldoening van Zeeman over de kracht en voortvarendheid met welke onder algemeene belangstelling de ontginning van het door hem ontsloten terrein van alle zijden werd aangevat, wel gemengd zijn geweest met eene zekere teleurstelling, dat hij zelf, vervuld van vragen als hij was, toen onder ongunstige omstandigheden moest werken, en hem te Amsterdam eerst na vele jaren eene geschikte vaste opstelling kon worden verschaft. Zijn buitengewone experimenteele gaven blijken wel daaruit, dat het hem desnietteenstaande toch gelukte door gebruik te maken van de indigo cadmiumlijn het eerst zuivere doubletten en triplekken te verkrijgen, dus het eerst de magnetische splitsing der spectraallijnen in haar eenvoudigsten vorm te zien.

Doch reeds zou ik treden buiten het kader van de taak, die ik het voorrecht had bij het samenstellen van dit feestnummer te mogen vervullen. Het zij mij alleen nog vergund mijne bewondering uit te spreken voor het verdere werk van Zeeman, dat steeds den stempel is blijven dragen van het experimenteele genie, waaraan deze regelen hulde hebben willen brengen.

SOME ASTROPHYSICAL ASPECTS OF THE ZEEMAN EFFECT.

by GEORGE E. HALE.

Of all the instruments of science the spectroscope is the most versatile and most powerful, and of all the phenomena of spectroscopy none is more striking or more fundamentally significant than the Zeeman effect. Such, at least, was my feeling when I first learned of Professor Zeeman's great discovery; and subsequent events, including the accurate determination of stellar distances by the spectroscope and the many fruitful applications of the Zeeman effect, have not tended to weaken it.

This conviction, in each of its aspects, has had a determining

influence on certain phases of the research policy of the Mount Wilson Observatory. In the first place, it led to the realization that the spectroscope should not always serve in astronomy of the telescope. Sometimes it may be advantageous to reverse the roles: to design the spectroscope without regard to former limitations and to adapt the telescope for use as its necessary auxiliary. Hence the tower telescope, which has proved indispensable in the study of solar magnetism. As for the Zeeman effect, my admiration of it was so great that I was thereby led into a fortunate venture.

Twenty-five years ago the physical laboratory was but little appreciated as a branch of an astronomical observatory. Huggins, indeed, had not forgotten its possibilities in his work at Tulse Hill, and Lockyer had made considerable use of laboratory facilities at South Kensington. But the belief that a well-equipped laboratory should form an organic part of every large astrophysical observatory was by no means established then, and it must be admitted that it is not widely held today. However, this belief had at least one ardent advocate at the period in question, and time has permitted the partial realization of his hopes.

When the Mount Wilson Observatory was initiated in 1904, the funds available were very limited, and the possibilities of future financial support were much less promising than subsequent events demonstrated. A physical laboratory was regarded as a vital part of the Observatory establishment, but it was felt that apparatus obviously applicable to the interpretation of astronomical phenomena should be chosen for its equipment. One exception, however, was made. Although no indications of the Zeeman effect had been found or even suspected in celestial objects, the fascinating nature of the phenomenon and the possibility that it might at least prove useful in the classification of spectrum lines led me to order a Du Bois magnet and suitable polarizing apparatus. These had not been much used prior to 1908, but they were fortunately available the moment they were needed in that year to substantiate the existence of magnetic fields in sun-spots.

In the first detection of these fields, and in our present daily observations of the polarity and field-strength of every spot visible on a 40 centimeter solar image, a prime peculiarity of the Zeeman effect is of special importance. I refer to the circular or elliptical polarization of the π -components of lines split by the magnetic field. It is this feature which gives the Zeeman effect precedence over

other phenomena of spectroscopy, because of the certainty of the test for magnetic fields thus rendered possible and the ease of detecting even very weak fields in minute sources such as the smallest sun-spots. A line shift toward red or violet, controllable at will by reversing a quarter-wave plate, is easily seen with our large spectrograph in spots where the field does not exceed 200 gauss, and can be measured in cases where it is far weaker. If no circular or elliptical polarization had characterized the n-components, it would have been impossible to detect the general magnetic field of the sun. As it is, the extremely small displacements caused by this field, which amount to only one-thousandth of an ångström at their maximum near $\pm 45^\circ$ heliographic latitude, can be measured with certainty, especially by one who through long practice has acquired the special skill of Dr. van Maanen. In fact, by using a large number of photographs, and taking advantage of the reversal of the sign of displacement in the northern and southern hemispheres, the varying shift from equator to pole, and even the second order effect due to the small inclination of the magnetic axis to the axis of rotation, can be definitely determined. The proof that the sun's polarity is the same as that of the earth, and that the law of solar storms (direction of whirl in sun-spot vortices) is similar to that of terrestrial cyclones (though more complex), hangs upon this invaluable peculiarity of elliptical polarization.

Our only hope (which is slight enough) of detecting magnetic fields in stars or nebulae also depends upon this same characteristic. The difficulties to the feeble light of a star, sadly limiting the possible dispersion of the spectrograph, and the concentration of this light in a point, are serious obstacles. Yet if the general magnetic field increases with the mass, and if the star selected is so oriented that we may look at one of its poles, it may ultimately become possible to detect small shifts, reversible with a quarter-wave plate and proportional in magnitude (after allowance for the effect of level) to the known laboratory displacements of the lines in question. The 100-inch telescope has been designed with such work in view, and it is hoped that its large aperture, and its special spectrograph, mounted on a massive pier in a constant temperature laboratory in such a position as to receive the stellar image through the hollow polar axis, may permit the test to be applied to some of the brighter stars.

Our experience with the Zeeman effect has intensified the belief, expressed in the policy of the *Astrophysical Journal* since its initial number, that the progress of both astronomy and physics will be hastened by cultivating them in close union. At present we are materially strengthening the laboratory equipment of the Mount Wilson Observatory, and our plans call for further additions in the future. A 500 kilowatt direct-current generator set was installed last year, and this has permitted us to operate a special solenoid magnet for the Zeeman effect, which gives a uniform field of 32000 gauss within a tubular opening, 5 cm. in diameter, through the center. An electric furnace can be placed in this opening, giving the direct or inverse Zeeman effect for any element at furnace temperatures. The magnet has also served admirably for some experiments I am making on the combined effect of magnetic and electrostatic fields on radiation, primarily for the purpose of disposing of the question whether electrostatic fields can be detected in sun-spots, but also, of course, with more fundamental phenomena of radiation in view. The special quartz vacuum tube used for this work is placed within the solenoid magnet, so that the radiation is subjected to the combined influence of the electrostatic and magnetic fields. *

The co-operation of physicists in observatory work should by no means be confined to the task of interpreting astronomical phenomena by laboratory experiments. The vast variety of conditions under which matter is presented to us in celestial objects affords means for the solution of some of the most fundamental problems of physics and chemistry. It is therefore a satisfaction to say that an arrangement has just been completed by which a joint investigation of the nature of radiation and the constitution of matter will be undertaken by the California Institute of Technology and the Mount Wilson Observatory. Professor Robert A. Millikan, now of the University of Chicago, has accepted the directorship of the Norman Bridge Physical Laboratory of the California Institute, and will begin his work in Pasadena in the near future. The Bridge Laboratory, which is nearing completion, will be equipped with the most powerful apparatus obtainable for the continuation of his investigations on the structure of the atom and other related questions. The chemical aspects of the general problem in view

* A preliminary note on the first results for hydrogen may be found in the *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* for April, 1921.

will be studied by Professor Arthur A. Noyes, formerly Director of the Research Laboratory of Physical Chemistry of the Massachusetts Institute of Technology, now Director of the Gates Chemical Laboratory of the California Institute. Strong staffs of investigators are in process of organization in both of these laboratories. The facilities of the Mount Wilson Observatory for dealing with the astronomical aspects of the general problem are being strengthened, and the additions to its laboratory equipment are being chosen so as to supplement as effectively as possible those of the California Institute. It is believed that this attempt to break down more completely the barriers that formerly separated the physicist, the chemist, and the astronomer, and to unite their efforts in the study of a common problem will be productive of useful results.

In closing I wish to express hearty congratulations to Professor Zeeman, to whom we of the Mount Wilson Observatory owe one of our most powerful aids to research. More than five thousand lines in the sun-spot spectrum show the effect of the magnetic field, and the task of interpreting these complex phenomena, and those of the general field of the sun, is hardly more than begun. Professor Zeeman has made it possible to enter this new department of astrophysics, and we are deeply indebted to him for starting us on our way and for helping us materially in overcoming the difficulties of the advance.

UEBER EIN NEUES BANDENSPECTRUM DES SAUERSTOFFS

von C. RUNGE.

Die Bandenspectren haben erneutes Interesse gewonnen, seit Karl Schwarzschild ¹⁾ zeigte, dass sie ganz ähnlich zu erklären seien, wie die Serienspectren von Niels Bohr erklärt worden sind, nur dass in dem Ausdruck für die Energie die Rotation des Moleküls eine wesentliche Rolle spielt.

Allerdings ist man noch nicht so weit, aus den spectroscopisch bestimmten Constanten die Gestalt und die Eigenschaften des Moleküls erschliessen zu können. Nur der Ansatz dazu ist gemacht.

¹⁾ K. Schwarzschild, Zur Quantenhypothese. Sitzungsberichte der preussischen Akademie der Wissenschaften vom 4. Mai 1916. S. 564.

Um weiter zu kommen, erscheint es lohnend, besonders solche Bandenspectren zu studieren, bei denen die Linien hinreichend weit auseinandergerückt sind, um sich nirgend derartig zu häufen, dass sie in einander fließen. Ein Beispiel dafür bietet das Bandenspectrum des Sauerstoffs, das man erhält, wenn man einen hochgespannten Gleichstromlichtbogen in Sauerstoff brennen lässt. Der Bogen und die Electroden werden dabei in eine Röhre eingeschlossen, in die man den Sauerstoff an dem unteren Ende tangential hineinbläst, sodass im Rohr ein schraubenförmig aufsteigender Wirbel entsteht, in dessen Mitte der Bogen ruhig brennt. Herr W. Grotrian und der Verfasser ¹⁾ haben diesen von Schönherr entdeckten und bei der Fabrication des Luftsalpeters gebrauchten Kunstgriff zur spectroscopischen Untersuchung von Stickstoff, Kohlensäure, Wasserdampf und Sauerstoff verwendet und dabei dieses, so viel mir bekannt ist, neue Bandenspectrum gefunden. Es reicht vom Ultraviolett bei 2200 Å. bis 4900 Å. und giebt dem Bogen eine blaue Farbe. Die einzelnen Banden haben ihre Köpfe nach der Seite der kleineren Wellenlängen. An den Enden des Spectrums d.h. im Ultraviolett und im Blau häufen sich die Banden derart, dass es mühsam wird, die einzelnen gesetzmässig gelagerten Reihen von Linien herauszufinden. In der Mitte aber von etwa 2980 Å. bis 3900 Å. zeigt sich die gesetzmässige Linienverteilung ohne Weiteres schon in der ersten Ordnung eines grossen Rowlandschen Concavgitters. Wir haben die Aufnahme auch in der zweiten Ordnung gemacht, d. h. mit einer Dispersion bei der auf eine Angströmsche Einheit etwa ein Millimeter kommt und Linien noch getrennt werden können, die erheblich weniger als ein Zehntel einer Angströmschen Einheit von einander abweichen.

Das Interessante ist die Anordnung der Linien in den einzelnen Banden und die Verteilung der Banden. Der Abstand zwischen den einzelnen Linien derselben Reihe ist selbst am Kopf der Bande so gross, dass jede Linie von der benachbarten noch weit getrennt ist. Jede Bande hebt am Kopf mit einer schwachen Linie an, die folgenden werden fortgesetzt stärker und etwa von der sechsten Linie an ist die Zunahme nicht mehr wesentlich, wenn sie überhaupt vorhanden ist. Neben die Reihe dieser Linien legt sich eine zweite Reihe ebenfalls mit einer schwachen Linie beginnend und wie die

1) W. Grotrian und C. Runge. Die sogenannten Cyanbanden. Physikalische Zeitschrift, Bd. 15, S. 545. 1914.

erste Reihe an Intensität zunehmend. Die erste Linie der zweiten Reihe liegt in der Nähe der dritten oder vierten Linie der ersten Reihe. Die Schwingungszahlen bilden in beiden Fällen arithmetische Reihen zweiter Ordnung, so dass sie in der Form

$$a + bn + cn^2$$

darstellbar sind, wo n die Reihe der ganzen positiven Zahlen durchläuft.

Als Beispiel von der Genauigkeit, mit der die ersten Linien einer Reihe durch die Formel dargestellt werden, will ich die Schwingungszahlen der Reihe angeben, deren erste Linie die Wellenlänge 3516,375 besitzt *)

$$f(n) = 28438,37 - 2,259 n - 1,5598 n^2$$

Ordnungszahl	Beobachtete Schw.	$f(n)$	Diff.
0	28438,37	28438,37	0,00
1	28434,52	28434,55	— 0,03
2	28427,81	28427,61	+ 0,20
3	28417,50	28417,55	— 0,05
4	28404,44	28404,38	+ 0,06
5	28388,08	28388,08	0,00
6	28368,71	28368,66	+ 0,05
7	28346,14	28346,13	+ 0,01
8	28320,47	28320,47	0,00
9	28291,69	28291,70	— 0,01
10	28259,80	28259,80	0,00
11	28224,73	28224,78	— 0,05
12	28186,64	28186,65	— 0,01

Die grössere Abweichung bei der dritten Linie erklärt sich wohl dadurch, dass hier dicht dabei eine Linie der vorhergehenden Bande liegt, die mit der fraglichen Linie zusammenfliesst. Für grössere Werte von n bis etwa $n = 24$ bleiben die Abweichungen von der Formel klein, dann wachsen sie über die Beobachtungsfehler hinaus und beweisen, dass die Formel nicht die richtige Gestalt hat d.h. nicht etwa durch Aenderung der Constanten mit den Beobachtungen in Einklang gebracht werden kann.

*) Die Wellenlängen sind vorläufige. Die Eisennormalen, auf die sie bezogen sind, befriedigen noch nicht. Die Schwingungszahlen sind deshalb auch nicht auf das Vacuum reduziert. Die Werte haben jedoch relativ zu einander gute Genauigkeit.

Die zweite Reihe lässt sich nun in ihren ersten Linien durch dieselbe Formel darstellen, wenn man in ihr dem n Werte giebt, die sich zwar um ganze Zahlen unterscheiden, aber selbst nicht ganze Zahlen sind. Wir setzen sie gleich $-4,52$; $-5,52$; $-6,52$ u. s. w. In der folgenden Tabelle sind die Formelwerte und die beobachteten Schwingungszahlen der zweiten Reihe zusammengestellt.

n	Beobachtete Schw.	$f(n)$	Diff.
$-4,52$	28416,89	28416,71	+ 0,18
$-5,52$	28403,16	28403,31	- 0,15
$-6,52$	28386,78	28386,79	- 0,01
$-7,52$	28367,06	28367,15	- 0,09
$-8,52$	28344,42	28344,38	+ 0,04
$-9,52$	28318,49	28318,51	- 0,02
$-10,52$	28289,44	28289,51	- 0,07
$-11,52$	28257,37	28257,39	- 0,02
$-12,52$	28222,14	28222,16	- 0,02
$-13,52$	28183,85	28183,79	+ 0,06

Linien, die Werten von n zwischen 0 und $-4,52$ zuzuordnen wären, sind nicht wahrgenommen worden. Eine Linie $n = -1$ sollte von $n = 0$ noch zu trennen sein und eine Linie $n = -2$ müsste ganz frei liegen. Eine Linie $-3,52$ ist vielleicht von $n = 2$ und eine Linie $-2,52$ von $n = 1$ nicht mehr zu trennen. Nach der Analogie der von Heuerlinger bei den Stickstoff- und Wasserbanden beobachteten Gesetzmässigkeiten empfiehlt es sich, die fehlende Linie $n = -2$ mit dem Index 0 zu bezeichnen und demgemäss den beobachteten Linien der ersten Reihe die Indices 2, 3, 4 u.s.w. und den beobachteten Linien der zweiten Reihe die Indices $-2,52$, $-3,52$, $-4,52$ u.s.w. zu geben. Dies entspricht ihren Intensitäten, in so fern die Linie $-2,52$ ungefähr die Intensität der Linie $+2$ und $-3,52$ ungefähr die der Linie $+3$ besitzt und so fort. Würde man die erste Reihe mit der Nummer 3 und demgemäss die zweite mit der Nummer $-1,52$ beginnen, so würden die Werte der Indices weniger gut den Intensitäten entsprechen, und noch weniger würden sie es tun, wenn man die

erste Reihe mit der Nummer 1, die zweite demgemäss mit der Nummer $-3,52$ anheben liesse.

Noch ein zweiter Grund lässt sich angeben, weshalb es richtig ist, die Indices der Linien so zu wählen. Bei den Linien, die jetzt mit $+7$ und mit $-7,52$ bezeichnet sind, sieht man zum ersten Mal, dass sich auf der Seite der kleineren Wellenlängen bei beiden ein Begleiter abspaltet. Er ist zunächst schwach, nimmt aber mit wachsendem Index zu und zugleich wächst sein Abstand von der zugehörigen Hauptlinie, deren Intensität aber immer wesentlich grösser bleibt. Die Begleiter der Linien $+7$ und $-7,52$ sind, so weit sich entscheiden lässt, gleich stark und gleich weit von ihren Hauptlinien entfernt, ebenso die Begleiter von $+8$ und $-8,52$; von $+9$ und $-9,52$ u.s.w.

Um dies zu zeigen sind in der folgenden Tabelle die Schwingungsdifferenzen der ersten Hauptlinien mit ihren Begleitern zusammengestellt.

Erste Reihe		Zweite Reihe	
n	Schwingungsdiff.	n	Schwingungsdiff.
$+7$	0,68	$-7,52$	0,70
$+8$	0,81	$-8,52$	0,75
$+9$	0,95	$-9,52$	0,93
$+10$	1,03	$-10,52$	1,04
$+11$	1,14	$-11,52$	1,07
$+12$	1,14	$-12,52$	1,11
$+13$	1,28	$-13,52$	1,25
$+14$	1,29	$-14,52$	1,20

Die im Spectrum einander benachbarten Linien der ersten und zweiten Reihe gehören also nicht zusammen. $-7,52$ zum Beispiel liegt dicht neben $+10$, $-8,52$ dicht neben $+11$ und so fort. Dadurch gewährt das Spectrum das Bild einer Reihe von Quadrupeln und die wahre Symmetrie wird verhüllt.

In der folgenden Tabelle sind die vorläufig berechneten Formeln von 7 gemessenen Banden zusammengestellt.

1.)	33518,07	+ 4,152 n	— 1,815 n^2
2.)	32214,07	+ 4,139 n	— 1,751 n^2
3.)	30931,75	+ 3,974 n	— 1,681 n^2
4.)	29673,19	+ 3,990 n	— 1,623 n^2
5.)	28436,65	+ 3,980 n	— 1,560 n^2
6.)	27223,74	+ 3,980 n	— 1,505 n^2
7.)	26034,55	+ 3,824 n	— 1,431 n^2

Die Constanten sind aus der Linienreihe berechnet mit der die Bande anfängt. Die Schwingungszahlen der zweiten Reihe erhält man durch Einsetzen der negativen Werte

1. Bande: — n — 0,5
2. Bande: — n — 0,487
3. Bande: — n — 0,554
4. Bande: — n — 0,542
5. Bande: — n — 0,520
6. Bande: — n — 0,516
7. Bande: — n — 0,583

wo n die Reihe der positiven ganzen Zahlen 1, 2, 3, . . . durchläuft.

Die vierte Bande spielt eine besondere Rolle, insofern als hier die erste und die zweite Reihe so nahe zusammenfallen, dass erst bei der Linie $n = + 16$ ein Auseinandertreten erkennbar wird. Die Formel ist nur für die niedrigeren Werte berechnet und die Constante — 0,542 ist so bestimmt, dass $f(-n - 0,542)$ für alle ganzzahligen Werte von n dieselben Werte liefert wie $f(n)$.

Schreibt man nämlich die ganze Function zweiten Grades

$$f(n) = a + b n + c n^2$$

in der Form

$$f(n) = a - b^2/4c + c(n + b/2c)^2$$

und wählt zwei Zahlen m und n so, dass

$$n + \frac{b}{2c} = -(m + \frac{b}{2c})$$

oder

$$n + m = -b/c$$

so erhält, dass $f(n) = f(m)$. Nun ist für die vierte Formel — $b/c = 2,458 = 3 - 0,542$. Wir setzen daher

$$m = -(n - 3) - 0,542.$$

Während für die vierte Bande die beiden Reihen zusammenfallen, ist bei den ersten drei Banden die zweite Reihe nach der Seite der grösseren Schwingungszahlen, bei den letzten drei Banden dagegen nach der Seite der kleineren Schwingungszahlen verschoben. In allen sieben Fällen aber liegen die negativen Werte, die wir für n einzusetzen haben, um die Schwingungszahlen der zweiten Reihe zu erhalten, nahe bei $-1,5$; $-2,5$; $-3,5$ u.s.w. Ich sollte glauben, dass diese Tatsache auf ein theoretisches Gesetz hinweist.

Eine weitere Gesetzmässigkeit zeigt sich in der Verteilung der sieben Banden. Die Werte der sieben Formeln für $n = 0$ bilden sehr nahe eine arithmetische Reihe zweiter Ordnung, wie man aus der folgenden Tabelle sieht, in der die sieben Werte mit den Werten der ganzen Function zweiten Grades:

$$29672,90 - 1247,368 m + 11,49 m^2$$

für $m = -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$ zusammengestellt sind.

m	beobachtet	berechnet	Diff.
-3	33518,07	33518,42	$-0,35$
-2	32214,07	32213,60	$+0,47$
-1	30931,75	30931,76	$-0,01$
0	29673,19	29672,90	$+0,29$
$+1$	28436,65	28437,02	$-0,37$
$+2$	27223,74	27224,12	$-0,38$
$+3$	26034,55	26034,20	$+0,35$

Es ist nicht unmöglich, dass ein wesentlicher Teil der Abweichungen von der Formel auf Rechnung der noch mangelhaften Wellenlängenbestimmungen zu setzen ist.

Der Coefficient von n in den sieben Bandenformeln hängt nach der Theorie von Lenz ¹⁾ mit dem Trägheitsmoment des Moleküls senkrecht zu seiner Symmetrieachse zusammen. Die von Lenz entwickelte Theorie trifft zwar hier nicht zu, da Lenz den Index alle positiven und alle negativen ganzzahligen Werte durchlaufen lässt. Immerhin ist es aber befriedigend zu bemerken, dass der

¹⁾ W. Lenz. Zur Theorie der Bandenspectren. Verhandlungen der deutschen physikalischen Gesellschaft. 1919. S. 632.

Wert dieses Coefficienten sehr nahe mit dem aus den Stickstoffbanden (den sogenannten Cyanbanden) für das Stickstoffmolekül folgenden Werte übereinstimmt, obgleich die Stickstoffbanden eine völlig andere Sructur haben als die betrachteten Sauerstoffbanden.

LINIENGRUPPEN MAGNETISCH VERVOLLSTÄNDIGT

von F. PASCHEN und E. BACK.

Es darf als feststehende Thatsache gelten, dass eine einfache Spectral-Linie denjenigen Zeeman-Effect zeigt, welcher von H. A. Lorentz sogleich nach der Entdeckung Zeeman's theoretisch abgeleitet wurde, und der als „normales Triplet“ bezeichnet wird. Wenn eine Linie einen davon abweichenden Zeeman-Typus zeigt, ist sie nicht eine einfache Linie sondern ein Theil eines Liniengebildes, wie solche z. B. als Dublets oder Triplets bekannt geworden sind. Diese Feststellung konnte gemacht werden, als Serien einfacher Linien mit Sicherheit bewiesen waren (bei Zn , Cd , Hg , Mg) deren Linien sämtlich durch die normale magnetische Aufspaltung gekennzeichnet sind. Sie wurde weiter gestützt durch den von den Verf.¹⁾ an einigen Beispielen verfolgten Effect, der sehr enge Dublets und Triplets betrifft, und der darin besteht, dass ein derartiges Gebilde in einem starken Magnetfeld ein einziges scharfes normales Triplet, in einem schwachen aber die einzelnen anomalen Typen seiner einzelnen Linien zeigt. Wir schlossen, dass das Magnetfeld eine Umwandlung des Liniengebildes in eine einzige einfache Linie hervor bringt.

Wir beschreiben hier einen neuen Effect eines Magnetfeldes auf die Liniengebilde der zusammengesetzten Dublets und Triplets der I. N. S., bei denen es sich um Liniengebilde von doppelter Term-Differenzirung handelt. Sie werden verstanden als Combinationen der Terme $n p_i$ mit den Termen $m d_j$ welche beide bei Dublets zweifache (i resp. $j = 1, 2$) bei Triplets dreifache (i resp. $j = 1, 2, 3$) Mannigfaltigkeit besitzen. Ihre Linien $\nu = (n p_i) - (m d_j)$

¹⁾ F. Paschen u. E. Back, Ann. d. Phys. 39, p. 897, 1912 u. 40, p. 959, 1913.

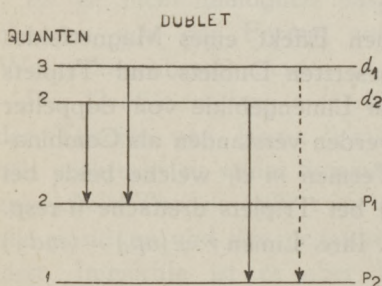
bilden eine Gruppe, bei Doublets von 3, bei Triplets von 6 Linien-
 Componenten, deren Ordnung von Rydberg gegeben wurde:

Doublet	Triplet
$n p_1 - m d_1 \quad (n p_2 - m d_1)$	$n p_1 - m d_1 \quad (n p_2 - m d_1) \quad ((n p_3 - m d_1))$
$n p_1 - m d_2 \quad n p_2 - m d_2$	$n p_1 - m d_2 \quad n p_2 - m d_2 \quad (n p_3 - m d_2)$
	$n p_1 - m d_3 \quad n p_2 - m d_3 \quad n p_3 - m d_3$

Wenn in diesen Gebilden die Differenzen $\Delta (m d_j)$ klein sind gegen diejenigen $\Delta (m p_i)$ und klein auch gegenüber der magnetischen Aufspaltung überhaupt, ist mit wachsendem Felde zunächst eine magnetische Verwandlung der d_j -Terme in den undifferenzierten d -Term zu erwarten, indem die Differenzierung d_j vernichtet wird. Als Endeffect dieser ersten Verwandlung müssten die magnetischen Typen $(p_i d)$ entstehen, welche bei dem Natrium-Doublet 5688, 5683 und dem Magnesium-Triplet 3838, 3832, 3830 vorliegen. Erst ein hohes Feld mit Aufspaltungen grösser als $\Delta (m p_i)$ würde die Verwandlung in ein einziges normales Triplet geben.

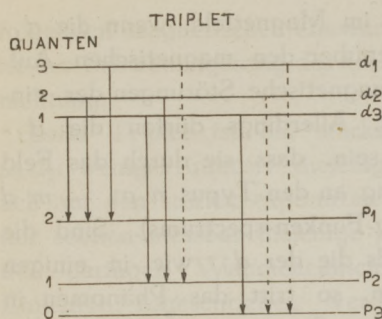
Es ist nicht einer dieser Effecte, den wir hier behandeln werden, sondern eine unerwartete Erscheinung, welche das Gebilde darbietet, sobald merkliche magnetische Störungen in den Zeeman-Typen der Linien eines I. N. S.-Gebildes die beginnende Verwandlung der d_j -Terme anzeigen.

Die Thatsache, dass die eingeklammerten Combinationen obigen Schema's gewöhnlich nicht existiren, ist von A. Sommerfeld ¹⁾ der Wirkung des Auswahlprincipes auf „innere Quanten“ zugeschrieben. Den d_j -Termen der Doublets werden die inneren Quantenzahlen 3, 2, den p_i -Termen 2, 1 zugeordnet. Der Quantensprung 3-1 von d_1 auf p_2 ist ausgeschlossen. Die Skizze der Niveaus von Sommerfeld verdeutlicht es.



Aehnlich zeigt die von Sommerfeld für Triplets angenommene Quantelung, dass die Quantensprünge von d_1 nach p_2 gleich $3 - 1$ gleich 2 d_2 „ p_3 „ $2 - 0$ „ 2 d_1 „ p_3 „ $3 - 0$ „ 3 grösser als 1 und daher den geltenden Auswahlregeln gemäss auszuschliessen sind.

¹⁾ A. Sommerfeld Ann. d. Phys. IV. 63, p. 231, 1920.



Die gestrichelten Pfeile in den Niveau-Skizzen entsprechen den eingeklammerten Combinationen.

Sommerfeld „erwartet ein Sichtbarwerden der sonst ausfallenden Linien, allgemein gesprochen eine Abänderung der Intensitätsvertheilung über das Liniengebilde bei Kondensator-entladungen“ (starken electrischen

Feldern) und den Uebergang in „vervollständigte“ Dublets mit 4 und Triplets mit 9 Componenten.

Es ist Thatsache, dass von keinem Spectroskopiker, welcher die Linien solcher Gebilde im Funken registriert hat, die fehlenden Linien angegeben sind. Auch auf hiesigen unmagnetischen Aufnahmen condensirter Funken ist keine Andeutung derselben. Wenn man mit Sommerfeld annimmt, dass in solchem Falle starke electrische Felder wirksam sind, so würde Sommerfeld's Erwartung nicht erfüllt sein. Unter Versuchs-Bedingungen, unter denen ein nicht unbeträchtliches electrisches Feld durch Stark-Effecte nachgewiesen wird, nämlich in der I. Kathodenschicht und im Beginne des Crookes'schen Dunkelraumes einer Gasentladung zeigte sich in dem starken Gebilde des Aluminium Dublets keine Spur der verbotenen Linie 3082,026. Dabei ist dies ein Glied einer I. N. S., deren Linien erhebliche Stark-Effecte erleiden, die daher nachweislich von den äusseren electrischen Feldern erreicht werden. Die „inneren Quanten“ Sommerfelds sind demnach anderer Art als die gewöhnlichen Quanten Bohr's. Der Leuchtprocess, durch den ein Dublet, Triplet oder allgemeine Term-Differenzirung entsteht, ist nicht durch electrische Felder wandelbar. Electrische Empfindlichkeit besitzt nur die allgemeine Serienanordnung, insofern Combinationen verbotener Art durch electrische Felder erzwungen werden können. Dagegen ist die Term-Differenzirung durch magnetische Kräfte zu beeinflussen, wie die Anomalie der Zeeman-Typen und das magnetische Verwandlungs-Phänomen beweisen. Es sind weiter auch magnetische Kräfte, welche die nach Sommerfeld's Auffassung verbotenen Linien der I. N. S.-Gebilde hervorrufen, sobald sie stark genug sind, um die Grundlagen des Gebildes zu erschüttern. Es erschienen nämlich die verbotenen Linien in einem niedrig gespannten Bogen

(ohne erhebliche elektrische Felder) im Magnetfeld, wenn die d_j -Differenzen hinreichend klein gegenüber den magnetischen Aufspaltungen sind, sodass merkliche magnetische Störungen der einzelnen Zeeman-Typen auftreten. Allerdings dürfen die d_j -Differenzen noch nicht so klein sein, dass sie durch das Feld vernichtet werden unter Annäherung an den Typus $n p_i - m d$ (Beispiel 2790 und 2798 des *Mg*-Funkenspektrums). Sind die Differenzen der Werte p_i kleiner als die der d_j , wie in einigen von S. Popow entdeckten Fällen, so tritt das Phänomen in gleicher Weise auf, sobald merkliche Störungerscheinungen die beginnende Verwandlung der p_i -Terme in den p -Term anzeigen. Doch wird in dieser Abhandlung ein solcher Fall nicht behandelt werden.¹⁾

Beobachtet und genauer erforscht wurden die „verbotenen Linie.“ in Feldern bis zu 40000 Gauss im Falle des Aluminium-Bogen-Dublets 3092 und 3082, sowie im soeben noch messbaren Falle des Funken-Dublets des Calcium; ferner im Falle je des stärksten *I. N. S.* Triplets der Bogenspectra von Zn, Ca, Cd. Das Phänomen konnte nicht bemerkt werden im Falle der *I. N. S.*-Dublets oder Triplets grösserer d_j -Differenz (Dublets von *Tl* und *Ba*, Triplets von *Ba*, *Hg* sowie einiger von S. Popow entdeckter derartiger Triplets).

Diese Vervollständigung der Rydberg'schen „zusammengesetzten“ Dublets und Triplets tritt also dann ein, wenn die Differenzierung des d_j -Gebildes durch das Magnetfeld merklich erschüttert wird. Denn die neuen Linien sind bei 40000 Gauss am stärksten im Falle des Al-Dublets und der Triplets von Zn und Ca, hier aber schon erheblich magnetisch gestört in der Lage, dem symmetrischen Bau ihrer Zeeman-Typen und der Intensität der Zeeman-Componenten, ebenso wie die Zeeman-Typen der nicht „verbotenen“ Linien der zugehörigen Gebilde. Sie treten schwächer auf und sind weniger gestört in einem schwächeren Feld. Die verbotenen Linien sind im starken Feld schwächer und weniger gestört bei grösseren d_j -Differenzen, nämlich beim Ca-Dublet 3181-3159 und Cd-Triplet. Die verbotenen Linien leuchten auf, wenn die d_j -Differenzen magnetisch erschüttert werden, werden mit wachsender magnetischer Störung heller, um in der dann

¹⁾ Untersucht im Falle des Triplets $3 d_j - 3 p_i$ des Calciums (5261 bis 5270 Å⁰E) vgl. S. Popow, Ann. d. Phys. 45 p. 159, 1914. Die 3 verbotenen Linien traten auf.

folgenden magnetischen Umwandlung mit unter zu gehen. Der Effect ist der Schwanengesang des Gebildes vor seiner magnetischen Vernichtung.

Beim Triplet ist am stärksten vertreten die verbotene Linie $p_3 d_2$, weniger intensiv diejenige $p_2 d_1$ und am schwächsten, nämlich auf den stärkst exponirten Aufnahmen des *Zn* und *Ca*-Triplets nur soeben messbar diejenige $p_3 d_1$. Die Schwäche der letzten darf der geringen Wahrscheinlichkeit der Quantenänderung um 3 Einheiten zugeschrieben werden. Das Ueberwiegen von $p_3 d_2$ gegen $p_2 d_1$ unter unseren Versuchsbedingungen dürfte von der stärkeren magnetischen Erschütterung des d_2 -Terms oder sogar von einer beginnenden Erschütterung des p_3 -Terms herrühren.

Die neuen Linien sind auf allen genügend exponirten Aufnahmen des magnetisirten Funkens oder Bogens zu sehen. Selbst die vor vielen Jahren gemachten Aufnahmen des Luft-Funkens zeigen sie. Aber um sie deutlich und ihren Zeeman-Typus in Schärfe zu erlangen, ist die von Hrn. Back heraus gearbeitete Lichtquelle eines Abreiss-Bogens parallel den Kraftlinien im Vacuum oder besser in einer verdünnten Wasserstoff-Atmosphäre sehr nützlich. Die feine Structur des Zeeman-Typs der Tripletlinie ($p_2 d_1$) kam nur bei dieser Lichtquelle klar zum Vorschein (bei *Zn*, *Ca*, *Cd*). Während die neuen Linien früher in Folge ihrer Unschärfe unbeachtet geblieben sind, fielen sie unter den neuen experimentellen Bedingungen unmittelbar in die Augen und zeigten durch die beginnende Störung ihrer Zeeman-Typen ihre Zugehörigkeit zum Triplet-Gebilde.

Ihre Lage relativ zum übrigen Gebilde, sowie schliesslich auch ihr vom Element unabhängiger Zeeman-Typus entschieden über die richtige Deutung.

A. Landé ¹⁾ giebt Regeln an, nach denen die anomalen Zeeman-Effecte einzelner Combinationen berechnet werden. Die Typen, welche man nach diesen Regeln für die neuen verbotenen Linien berechnet, sind genau diejenigen, welche wir vor Kenntnis der Landé'schen Regeln für diese Typen gefunden hatten: ein Beweis für die Richtigkeit der Landé'schen Regeln und unserer Schlüsse.

Landé's Vorschriften führen für die Fälle unserer Versuche zu folgenden magnetischen Aufspaltungen in Bruchtheilen der Normalaufspaltung a :

1) A. Landé, Zeitsch. f. Physik Bd 5. p. 231, 1921 und Physik. Zeitsch. 22. p 417, 1921.

Dublets $p_2 \ d_1$

$$\begin{array}{c}
 p_2 \\
 \begin{array}{ccccccc}
 & & & -\frac{1}{3} & +\frac{1}{3} & & \\
 & \swarrow & & \downarrow & \downarrow & \searrow & \\
 d_1 & -\frac{15}{5} & -\frac{9}{5} & -\frac{3}{5} & +\frac{3}{5} & +\frac{9}{5} & +\frac{15}{5}
 \end{array} \\
 \hline
 p_2 - d_1 \quad \text{parallel} \pm \frac{4}{15} \quad \text{senkr.} \pm \frac{14}{15}, \quad \frac{22}{15}
 \end{array}$$

Triplets

$p_3 \ d_2$

$$\begin{array}{c}
 p_3 \\
 \begin{array}{ccccc}
 & & 0 & & \\
 & \swarrow & \downarrow & \searrow & \\
 d_2 & -\frac{14}{6} & -\frac{7}{6} & 0 & +\frac{7}{6} & +\frac{14}{6}
 \end{array} \\
 \hline
 p_3 - d_2 \quad \text{parallel } 0 \quad \text{senkr.} \pm \frac{7}{6}
 \end{array}$$

$p_3 \ d_1$

$$\begin{array}{c}
 p_3 \\
 \begin{array}{ccccccc}
 & & & 0 & & & \\
 & \swarrow & & \downarrow & \searrow & & \\
 d_1 & -\frac{12}{3} & -\frac{8}{3} & -\frac{4}{3} & 0 & +\frac{4}{3} & +\frac{8}{3} & +\frac{12}{3}
 \end{array} \\
 \hline
 p_3 - d_1 \quad \text{parallel } 0 \quad \text{senkr.} \pm \frac{4}{3}
 \end{array}$$

$p_2 \ d_1$

$$\begin{array}{c}
 p_2 \\
 \begin{array}{ccccccc}
 & & & -\frac{3}{2} & 0 & +\frac{3}{2} & \\
 & \swarrow & & \downarrow & \downarrow & \searrow & \\
 d_1 & -\frac{12}{3} & -\frac{8}{3} & -\frac{4}{3} & 0 & +\frac{4}{3} & +\frac{8}{3} & +\frac{12}{3}
 \end{array} \\
 \hline
 p_2 - d_1 \quad \text{parallel } 0, \pm \frac{1}{6} \quad \text{senkr.} \pm \frac{7}{6}, \frac{8}{6}, \frac{9}{6}
 \end{array}$$

Ausgezogene Pfeile geben parallel, gestrichelte Pfeile senkrecht schwingende Componenten.

Die folgenden Mess-Resultate sind aus Aufnahmen folgender Art gewonnen: Man beobachtete senkrecht zur Feldrichtung: Aufnahme 1) unmagnetisch; 2) magnetisch beide Componenten; 3) allein die senkrecht, 4) allein die parallel dem Felde schwingenden Componenten; 5) über die senkrecht schwingenden Componenten wurden die unmagnetischen Linien projicirt. Es ist ersichtlich, dass man mit Hülfe dieser Aufnahmen jede Veränderung des Gebildes messend verfolgen kann. Die angegebenen Zahlenwerte sind Mittelwerte von Messreihen, welche an verschiedenen derartigen Aufnahmen der ersten 4 Ordnungen des grössten Concavgitters angestellt wurden. Gut definierte Linien oder Componenten sind bis auf

$1/1000 A^\circ E.$ genau festgelegt. Allgemein ist zu betonen, dass die neuen Zeeman-Typen magnetisch wenig gestört nur schwach auftreten, und dass sie um so stärker in der Intensität, relativen Lage ihrer Komponenten und in der Lage ihrer Mitte gestört erscheinen, je intensiver sie auftreten, wie aus dem Vorstehenden verständlich ist. Die Verzerrungen und Lagenänderungen sind solche, wie sie allgemein im Beginne der magnetischen Verwandlung irgend welcher Gebilde beobachtet werden. Hr. Back wird über allgemeine dafür gültige Regeln besonders berichten.

Das Dublet $2 p_i - 3 d_j$ des Aluminiums.

		$2 p_1$	$2 p_2$
$- 3 d_1$	λ_{Luft}	3092.710	(3082.026)
	ν	32324.74	(32436.79)
$- 3 d_2$	λ_{Luft}	3092.836	3082.152
	ν	32323.42	42435.47

Zahlen nach eigenen Messungen. Die Differenz $3 d_2 - 3 d_1 = 1.32 \pm 0.02 \text{ cm}^{-1}$ ($0.126 \pm 0.003 A^\circ E.$) ist genauer als die absoluten Werte.

Bei diesem Gebilde wurde zuerst das Auftreten einer neuen dazu gehörigen Linie erkannt. Herr stud. R. Götze erhielt den Auftrag, dieses Phänomen experimentell zu untersuchen. Seine sorgfältigen Versuche und genauen Messungen ermöglichten die richtige Deutung, welche dann zur Auffindung des analogen Phänomens bei anderen Dublets und Triplets führte. Das für Aluminium hier gegebene Zahlen- und Skizzen-Material ist eine Zusammenfassung der Resultate Götze's.

$$H = 21900 \text{ Gauss.}$$

$$2p_2 - 3d_1$$

		ber.	beob.		
			λ	Int.	ϑ
$\perp$	$+ 22 a_{/15}$	3082.169	2.148	2.5	$- .021$
	$+ 14 a_{/15}$	2.117			
$\parallel$	$+ 4 a_{/15}$	2.052	2.029	3	$- .023$
	$- 4 a_{/15}$	2.000	1.977	3.5	$- .023$
$\perp$	$- 14 a_{/15}$	1.935	1.912	1	$- .023$
	$- 22 a_{/15}$	1.883	1.861	1.5	$- 0.22$

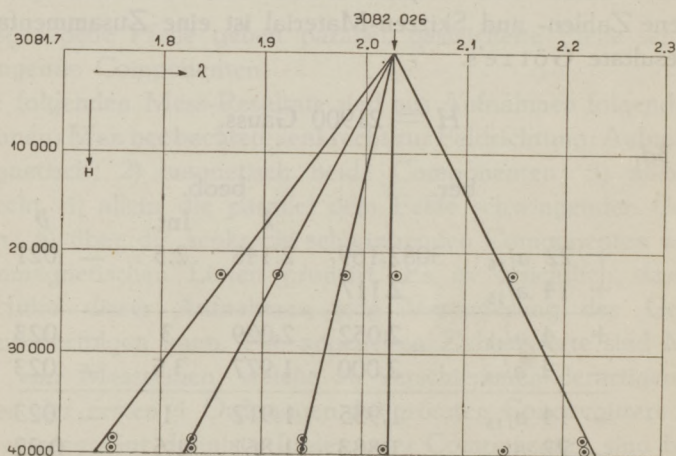
$H = 39000 \text{ G.}$

$\perp$	+ 22 a_{15}	3082.281	2.227	10	— .054
	+ 14 a_{15}	2.188			
$\parallel$	+ 4 a_{15}	2.072			
	— 4 a_{15}	1.980	1.938	8	— .042
$\perp$	— 14 a_{15}	1.864	1.829	3	— .035
	— 22 a_{15}	1.771	1.748	2	— .023

 $H = 39700 \text{ G.}$

$\perp$	+ 22 a_{15}	3082.286	2.228	10	— .058
	+ 14 a_{15}	2.191	2.140	1	— .051
$\parallel$	+ 4 a_{15}	2.073	2.023	10	— .050
	— 4 a_{15}	1.979	1.937	8	— .042
$\perp$	— 14 a_{15}	1.861	1.829	3	— .032
	— 22 a_{15}	1.766	1.750	2	— .016

Bei $H = 21900 \text{ G.}$ sind die Aufspaltungsweiten angenähert die theoretischen, welche von Götze empirisch vor der Kenntnis der Landé'schen Arbeit gefunden wurden. Aber das Gebilde ist als Ganzes noch um etwa $\nu = 0.022 \text{ A}^\circ\text{E}$ nach kleinen λ verschoben. Mit wachsendem Felde rückt die Mitte des Zeeman-Typus nämlich von ihrer theoretischen Lage 3082.026 nach kleinen Wellenlängen (von $p_2 d_2$ fort). Die Figur, in welcher obige Messresultate dargestellt sind, zeigt neben der wachsenden Verzerrung,



dass dieses Abrücken nahe proportional der Feldstärke stattfindet. Die Störungen der Intensitäten der Componenten bei verschiedenen Feldern lassen darauf schliessen, dass die äusseren ($22 a / 15$) der senkrechten Componenten im störungsfreien Falle die stärkeren wären.

Ein Dublet des Calcium-Funkenspectrum $2 p_i - 4 d_j$.

	$2 p_1$	$2 p_2$
	3179.325	(3156.941)
$- 4 d_1$	31444.13	(31667.07)
	3181.268	3158.856
$- 4 d_2$	31424.94	31647.88

$2 p_1 - 4 d_1 \lambda = 3179.325$ angenommen. Die Differenzen $2 p_2 - 2 p_1 = 222.94$ und $4 d_2 - 4 d_1 = 19.19$ gemessen.

$2 p_2 - 4 d_1$		$H = 36870 \text{ G.}$			
$\perp$	$+ \frac{22 a}{15}$	3157.194	7.188	.5	$- 0.006$
	$+ \frac{14 a}{15}$	7.102	7.109	0	$+ .007$
$\parallel$	$+ \frac{4 a}{15}$	6.987	6.978	1	$- .009$
	$- \frac{4 a}{15}$	6.895	6.879	.5	$- .016$
$\perp$	$- \frac{14 a}{15}$	6.780	6.757	0	$- .023$
	$- \frac{22 a}{15}$	6.688	6.668	0	$- .022$

Das Triplet $2 p_i - 3 d_j$ des Zinks.

	$2 p_1$	$2 p_2$	$2 p_3$	
$- 3 d_1$	λ_L 3344.964	(3301.996)	((3281.395))	$A^\circ E.$
	ν 29887.10	(30276.01)	((30466.11))	cm^{-1}
$- 3 d_2$	λ_L 3345.518	3302.535	(3281.927)	$A^\circ E.$
	ν 29882.16	30271.07	(30461.17)	cm^{-1}
$- 3 d_3$	λ_L 3345.885	3302.893	3282.280	$A^\circ E.$
	ν 29878.88	30267.79	30457.89	cm^{-1}

$p_3 d_3 \lambda = 3282.280$ angenommen. Die Differenzen $2 p_2 - 2 p_1 = 388.91$ und $2 p_3 - 2 p_2 = 190.10$ dem Grundtriplet 4810.535, 4722.164, 4680.138 entnommen. Die Differenzen $3 d_2 - 3 d_1 = 4.94$ und $3 d_3 - 3 d_2 = 3.28$ gemessen.

$$H = 39340 \text{ G.}$$

1) $2 p_3 - 3 d_2$

		berechn.	beob.	Int.	ϑ
$\perp$	$+ \frac{7}{6}a$	3282.159	2.116	5	— .043
$\parallel$	0	3281.927	1.893	9	— .034
$\perp$	$- \frac{7}{6}a$	3281.695	1.679	4	— .016

2) $2 p_2 - 3 d_1$

	$+ \frac{9}{6}a$	3302.298	¹⁾		
$\perp$	$+ \frac{8}{6}a$	2.264	2.239	2	— .025
	$+ \frac{7}{6}a$	2.231	¹⁾		
	$+ \frac{1}{6}a$	2.030	2.001	2	— .029
$\parallel$	0	1.996	1.962	3	— .034
	$- \frac{1}{6}a$	1.963	1.929	1	— .034
	$- \frac{7}{6}a$	1.761	1.744	1.5	— .017
$\perp$	$- \frac{8}{6}a$	1.728	1.699	1	— .029
	$- \frac{9}{6}a$	1.694	1.661	5	— .043

¹⁾ beide Componenten fallen auf die kurzwelligen senkrechten der starken Linie $2 p_2 - 3 d_2$. Die angegebene war in III. Ordnung zwischen 2 solchen zu messen.

3) $2 p_3 - 3 d_1$

$+ \frac{4}{3}a$	3281.660	1.623	0	— .037
0	1.395	1.351	.5	— .044
$- \frac{4}{3}a$	81.130	spurenweise sichtbar nicht messbar.		

Das Triplet $2 p_i - 4 d_j$ des Calcium.

	$2 p_1$	$2 p_2$	$2 p_3$
$- 4 d_1$	4454.782 22441.49	(4433.856 22547.40)	((4423.627 22599.54))
$- 4 d_2$	4455.890 22435.91	4434.955 22541.82	(4424.720 22593.96)
$- 4 d_3$	4456.623 22432.23	4435.679 22538.14	4425.440 22590.28

Angenommen $p_3 d_3 \lambda_{\text{Luft}} = 4425.440$ und $2 p_3 - 2 p_2 = 52.14$
 $2 p_2 - 2 p_1 = 105.91$ nach Messungen von Kayser und Runge,
 Rowland und Eder und Valenta, gemessen $4 d_3 - 4 d_2 = 3.68$
 $4 d_2 - 4 d_1 = 5.58$.

$$H = 36650 \text{ G.}$$

1) $2 p_3 - 4 d_2$

		berechn.	beob.	Int.	ϑ
$\perp$	$+ \frac{7}{6}a$	4425.113	5.054	5	— .059
$\parallel$	0	24.720	4.677	7	— .053
$\perp$	$- \frac{7}{6}a$	24.327	4.299	3	— .028

2) $2 p_2 - 4 d_1$

$\perp$	$+ \frac{9}{6}a$	4434.362	4.308	1	— .054
	$+ \frac{8}{6}a$	4.306	4.277	2	— .029
	$+ \frac{7}{6}a$	4.250	4.230	1	— .020
$\parallel$	$+ \frac{1}{6}a$	3.912	3.882	2	— .030
	0	3.856	3.827	4	— .029
	$- \frac{1}{6}a$	3.800	3.768	2	— .032
$\perp$	$- \frac{7}{6}a$	3.462	3.437	2	— .025
	$- \frac{8}{6}a$	3.406	3.378	1	— .028
	$- \frac{9}{6}a$	3.350	3.303	5	— .047

3) $2 p_3 - 4 d_1$

	$+ \frac{4}{3}a$	4424.076	4.021	0	— .055
	0	23.627	3.559	5	— .068
	$- \frac{4}{3}a$	23.178	0.173?	0	— .005

Das Triplet $2 p_1 - 3 d_j$ des Cadmium.

	$2 p_1$	$2 p_2$	$2 p_3$
$- 3 d_1$	3610.448	(3463.965)	((3400.101))
	27689.51	(28860.39)	((29402.47))
$- 3 d_2$	3612.812	3466.141	(3402.196)
	27671.40	28842.28	(29384.36)
$- 3 d_3$	3614.394	3467.598	3403.600
	27659.28	28830.16	29372.24

$2 p_3 - 3 d_3 \lambda_{\text{Luft}} = 3403.600$ angenommen. Aus $2 p_i - 1.5 s$
 $5085.824, 4799.911, 4678.152$ (Michelson) entnommen $2 p_3 - 2 p_2$
 $= 542.08$ $2 p_2 - 2 p_1 = 1170.88$

Gemessen: $3 d_3 - 3 d_2 = 12.12$ $3 d_2 - 3 d_1 = 18.11$.

$$H = 40880 \text{ G.}$$

$$2 p_3 - 3 d_2$$

		berechn.	beob.	Int.	ϑ
$\perp$	$+ \frac{7}{6}a$	3402.455	2.438	4	— .017
$\parallel$	0	2.196	2.179	6	— .017
$\perp$	$- \frac{7}{6}a$	1.937	1.927	3	— .010

$$2 p_2 - 3 d_1$$

$\perp$	$+ \frac{9}{6}a$	3464.310	4.299	0.5	— .011
	$+ \frac{8}{6}a$	4.272	4.261	1	— .011
	$+ \frac{7}{6}a$	4.234	4.225	1	— .009
$\parallel$	$+ \frac{1}{6}a$	4.003	4.000	1.5	— .003
	0	3.965	3.959	2	— .006
	$- \frac{1}{6}a$	3.927	3.916	1	— .011
$\perp$	$- \frac{7}{6}a$	3.696	3.688	1	— .008
	$- \frac{8}{6}a$	3.658	3.650	0.5	— .008
	$- \frac{9}{6}a$	3.620	3.607	0	— 0.13

Im störungsfreien Falle wären die innersten ($\frac{7}{6}a$) der senkrechten Componenten die stärksten.

Die Verzerrungen der Gebilde im Beginne der magnetischen Umwandlung sind bedingt durch das Verhältnis der magnetischen Aufspaltung zur feldlosen Schwingungsdifferenz der Linien. Die in den Beispielen verfolgte Verschiebung ϑ ist diesem Verhältnis nahe proportional. Die Proportionalität mit dem Felde (magnetische Aufspaltung) folgt aus der Frg. p. 268. Die umgekehrte Proportionalität zur Schwingungsdifferenz Δd_j ergibt folgende Tabelle, in der nach der angenommenen Beziehung $\vartheta^1) = E H / \Delta d_j$ die als Constante betrachtete spezifische Verschiebung E berechnet ist.

1) ϑ gemessen nach Wellenzahlen cm^{-1} .

Triplets.

$\vartheta p_2 d_1$					
	$\overset{mi}{\Delta d_j}$	H	$A^\circ E$	cm^{-1}	E
Cd	15.1	40880	.008	0.07	2.6×10
Ca	4.6	36670	.033	.16	2.0
Zn	4.1	39340	.030	.28	2.9

$\vartheta p_3 d_2$			$\vartheta p_3 d_1$		
$A^\circ E$	cm^{-1}	E	$A^\circ E$	cm^{-1}	E
Cd	.017	.14	5.2×10^{-5}		
Ca	.050	.26	3.3		
Zn	.034	.32	3.3		

$\vartheta p_2 d_1$					
	Δd_j	H	$A^\circ E$	cm^{-1}	E
Al	1.32	31700	.05	.53	1.8×10^{-5}
		21500	.022	.23	1.4×10^{-5}
Ca	19.2	36870	.01	.10	5×10^{-5}

Dublets

$\vartheta p_2 d_1$					
	Δd_j	H	$A^\circ E$	cm^{-1}	E
Al	1.32	31700	.05	.53	1.8×10^{-5}
		21500	.022	.23	1.4×10^{-5}
Ca	19.2	36870	.01	.10	5×10^{-5}

Die spezifische Verschiebung $E = \frac{\vartheta}{H/\Delta d_j}$ ist von gleicher Grössenordnung in allen Fällen, woraus mit Rücksicht auf den Beweis bei Al folgt, dass die Verschiebung von der theoretisch berechneten Lage der verbotenen Linie an thatsächlich erfolgte, dass also die verbotenen Linien feldlos die theoretische Lage haben. Die Verschiebung ist grösser für $p_3 d_1$ als für $p_3 d_2$ und am kleinsten für $p_2 d_1$, noch kleiner im Falle $p_2 d_1$ des Dublets. Es kann aber besonders im Falle des Ca-Dublets und Cd-Triplets eigentlich nur die Grössenordnung von E verwertet werden.

Die Verschiebung geschieht in jedem Falle im Sinne eines Fortrückens von der benachbarten starken Linie, die ihrerseits ebenfalls abgestossen wird und nach grösseren Wellenlänge rückt. Auch dies Phänomen gilt allgemein.

SUR LA MÉTHODE DE MICHELSON POUR L'ÉTUDE DES SURFACES OPTIQUES ET SUR UN PROCÉDÉ RAPIDE D'EXAMEN DES INSTRUMENTS,

par M. A. COTTON, Professeur à la Sorbonne,
Délégué à l'École Normale Supérieure.

A. Michelson a publié dans l'*Astrophysical Journal* (Juin 1918) une Note où il décrit brièvement une nouvelle méthode d'étude des surfaces optiques. J'ai eu récemment l'occasion d'essayer cette méthode: quelques remarques que j'ai faites au cours de ces essais intéresseront peut-être les physiciens qui désireraient appliquer ce nouveau procédé. J'indiquerai d'autre part comment il me paraît possible, en variant légèrement la technique employée par Michelson, de résoudre la question suivante qui se pose fréquemment, et qui est distincte de celle qu'il a étudiée dans sa Note: Étant donné un instrument d'optique *complet*, juger rapidement de ses qualités, en l'examinant dans les conditions mêmes de son emploi.

I.

Je rappellerai d'abord le principe de la méthode d'étude de Michelson: c'est une application nouvelle de ces *franges de deux fentes* qui ont déjà servi à tant de beaux travaux, et que Michelson utilise actuellement à la mesure du diamètre apparent des étoiles. Plaçons-nous d'abord dans le cas particulier où il s'agit d'étudier non pas un miroir, mais un objectif, et supposons que l'on dispose, pour l'étudier, d'une source lumineuse linéaire à l'infini: on aura par exemple un collimateur *parfait*, et

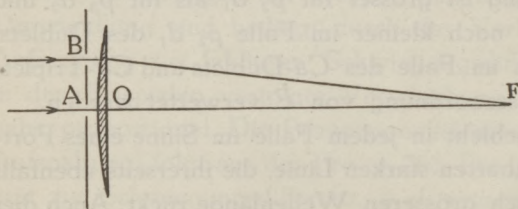


Fig. 1.

exactement réglé, et dont l'objectif sera au moins aussi grand que l'objectif à étudier. Cet objectif O (fig. 1) donne de la fente à l'infini, perpendiculaire au plan de la figure, une image *F* dans son plan focal.

J'appellerai *R* la distance focale de l'objectif: *R* est le rayon de l'onde sphérique qui converge en *F* si l'objectif est parfait. Si on

place devant l'objectif une fente de largeur s parallèle à la source, on obtient dans le plan focal, comme on sait, une tache de diffraction de largeur $2 R \lambda/s$ entourée de franges d'intervalle $R \lambda/s$. Si au lieu d'une fente unique on a deux fentes parallèles, de même largeur s , et dont les milieux sont à une distance e , (fentes placées dans un plan parallèle à l'onde plane incidente normale au plan de la figure), on voit un système de franges d'interférence plus brillantes et plus fines, dont l'intervalle est $d = R \lambda/e$. La frange centrale, brillante, de ce système observé en lumière blanche indique le point où les rayons provenant des deux fentes arrivent en accord. Si l'objectif est parfait, et si on observe exactement dans le plan focal, cette frange centrale reste en F lorsqu'on fait varier la distance e . Michelson laisse une des fentes fixe au milieu de l'objectif et repère — nous verrons dans un moment par quel procédé — la position de la frange centrale pour diverses positions de la fente mobile. Si, la mise au point ayant été faite le mieux possible, on voit la frange centrale changer de position lorsque e varie, c'est que l'objectif n'est pas corrigé exactement. Le sens du déplacement indique si les rayons venant de la fente mobile arrivent en retard ou en avance, sa grandeur, mesurée pour chaque valeur de e en prenant comme unité la valeur actuelle de l'interfrange d , donne la grandeur absolue du retard parasite évalué en longueur d'onde.

On peut ainsi explorer d'abord un diamètre LM d'un objectif, puis les autres diamètres : on pourra alors dresser la carte de l'objectif en marquant en chaque point, la valeur du retard à corriger ; cette méthode a donc l'avantage qu'elle fournit ainsi directement les valeurs numériques des irrégularités locales, et ces données numériques facilitent le travail de la retouche.

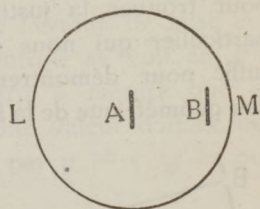


Fig. 2

Nous avons supposé qu'on étudiait un objectif et qu'on disposait d'un collimateur parfait. En réalité si on suit la marche habituellement employée pour la retouche méthodique des surfaces, c'est d'abord un miroir concave que l'on aura à étudier (à son centre, ou plus exactement au voisinage immédiat de celui-ci). Avec ce miroir concave, on retouchera un grand miroir plan et celui-ci servira à étudier (par autocollimation) un miroir parabolique, ou un objectif. Pour l'étude d'un miroir concave, Michelson procède exactement de même. Lorsqu'on place contre la surface réfléchissante un

écran plan portant les deux fentes écartées de e , il se forme encore les mêmes franges d'interférence, et Michelson donne la même formule pour la valeur de l'interfrange d :

$$d = \frac{R \lambda}{e} \quad (1)$$

où R désigne cette fois le rayon de courbure du miroir.

II.

Voici quelques remarques au sujet de la méthode dont je viens de rappeler le principe.

Sur la mise au point. — La formule (1) est rigoureuse dans le cas où les deux fentes sont dans un même plan parallèle à une onde incidente *plane*, elle est suffisamment approchée lorsque le plan des deux fentes étant placé sur un faisceau convergent, e est petit vis-à-vis de R , c'est à dire lorsque l'angle $AFB = 2\omega$ est petit, de sorte que les deux fentes sont voisines d'une même surface d'onde. Lord Rayleigh, dans son article *Wave Theory* de l'*Encyclopédie Britannique*, a fait la théorie des phénomènes de diffraction dans une lunette en supposant les écrans diffringents sur l'onde sphérique convergente, après l'objectif: on pourra s'y reporter pour trouver la justification de la formule (1). Mais dans le cas particulier qui nous occupe, le raisonnement très simple qui suit suffit pour démontrer cette formule et nous donnera en outre le lieu géométrique de la frange centrale en dehors du plan de l'image F :

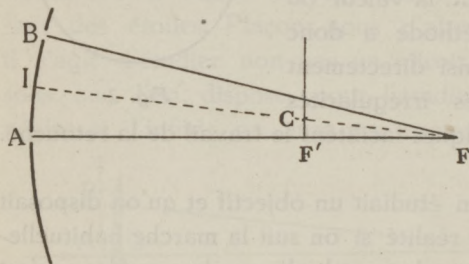


Fig. 3

Supposons les deux fentes A et B très petites et assimilons les à deux sources ponctuelles. Au voisinage du point F éloigné où on observe les franges, on peut assimiler les ondes secondaires de Huygens émises de ces points à deux ondes planes qui font

entre elles l'angle 2ω . Par suite les surfaces d'interférence (lieu des points d'égal retard) sont des plans parallèles et équidistants parallèles à la bissectrice de l'angle des deux directions AF et BF et normaux au plan de la figure. L'intervalle entre deux plans consécutifs est :

$$d_o = \frac{\lambda}{2 \sin \omega} . \quad (2)$$

Cette formule donne aussi la distance des franges observées sur un écran normal à la bissectrice de l'angle AFB et au plan de la figure. Sur un écran normal comme on l'a supposé, au rayon AF , la distance entre les franges est

$$d = \frac{\lambda}{\sin 2 \omega} . \quad (3)$$

On retrouve bien la formule (1) si l'angle 2ω est petit et si A et B sont sensiblement à la même distance de F . Mais on voit en outre que si on déplace l'écran sur lequel on observe une frange F , cette frange se déplace, son lieu géométrique dans le plan de la figure étant la bissectrice FI de l'angle des deux rayons AF, BF .

Appliquons ce résultat à la frange de retard nul (pour toutes les couleurs) que l'on observe en étudiant un miroir par la méthode de Michelson. Si l'épreuve par cette méthode montre que cette frange centrale est immobile, c'est que le miroir est parfait et que le plan de visée est bien celui de l'image F . Si la frange se déplace, c'est ou bien que le miroir est mal taillé, ou bien qu'on s'en sert mal en visant dans un plan F^1 différent de F (fig. 3).

Soit ε la petite distance F^1F qui mesure l'erreur de mise au point. Si l'instrument est parfait la frange centrale se voit en F^1 lorsque B est tout près de A ; elle s'en écarte à mesure que ε augmente et son déplacement F^1C , pour une valeur donnée de ε , évalué en unités de longueur, est donné par $y = \varepsilon \operatorname{tg} \omega$ ou sensiblement

$$y = \frac{\varepsilon e}{2 R} . \quad (4)$$

Évalué en prenant comme unité l'interfrange d , ce déplacement a pour expression y / d , ce qui donne sensiblement $2 \varepsilon \omega^2 / \lambda$ ou encore

$$\frac{e^2}{2 R^2} \frac{\varepsilon}{\lambda} .$$

Si on ignorait qu'on a commis une erreur de mise au point ε on en conclurait à tort qu'au point B le miroir est défectueux et introduit en B un retard parasite δ tel que

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{e^2}{2 R^2} \frac{\varepsilon}{\lambda} .$$

On retrouve une formule à laquelle Michelson arrive par

une autre voie, et qui montre que la mise au point dans sa méthode doit être d'autant plus soignée que l'instrument à étudier est plus „ouvert”.

La formule (4) montre comment on pourra reconnaître qu'il s'agit d'un instrument bien corrigé, mais mal mis au point: les déplacements de la frange mesurés avec une vis micrométrique, évalués en divisions du tambour par exemple, varieront proportionnellement à $\tan \omega$, ou, sensiblement, à la distance e des fentes.

La même formule montre comment on pourra calculer cette erreur et la corriger lorsque l'on est en état de mesurer les déplacements ε du plan sur lequel on observe les franges.

Sur l'appareil servant à observer les franges. — Les formules (1) ou (3) montrent que les franges utilisées par Michelson deviennent très serrées lorsque la fente mobile se rapproche des bords de l'objectif: on ne peut mesurer leurs déplacements qu'avec un grossissement suffisant. Michelson se sert d'un microscope (avec oculaire micrométrique). L'emploi de ce microscope auxiliaire soulève une objection: Lorsqu'on fait changer la place des fentes, on utilise des portions différentes des lentilles de cet instrument, particulièrement de l'objectif qui joue le rôle le plus important. Il semble donc nécessaire de s'assurer que le microscope n'introduit pas lui-même des erreurs que l'on attribuerait à tort à l'instrument à étudier.

Bien que cette objection soit fondée en principe, il ne faut pas s'exagérer son importance. Sauf dans des cas exceptionnels, l'angle ω est petit, il ne dépasse pas quelques degrés: il atteignait environ 2° par exemple dans le cas d'un miroir que j'ai étudié (miroir de 196 de rayon, étudié jusqu'à 7 cm. du centre). L'objectif du microscope travaille alors dans d'excellentes conditions et un objectif de bonne marque ne peut pas introduire d'erreurs considérables. Celui que j'ai employé (apochromat, destiné à travailler sans couvre-objet, de 8 mm. de distance focale) ayant une ouverture numérique égale à 0,75 utilise normalement des rayons beaucoup plus inclinés sur l'axe pour la formation des images, faisant des angles avec l'axe atteignant 45° . L'oculaire et l'oeil de l'observateur sont traversés par des pinceaux encore plus voisins et ils sont placés au delà du réticule, auquel on rapporte la position des franges.

On pourrait d'ailleurs lever complètement l'objection en question: Un premier procédé consiste à photographier les franges directement en plaçant dans le plan F lui-même une plaque sensible à grains fins. Ou photographierait les franges en même temps qu'un repère

et on étudierait ensuite à loisir, au microscope, le cliché : je n'insiste pas sur les détails techniques, sur la façon notamment dont on pourrait juxtaposer, sur un même cliché, les documents nécessaires ; je me borne à indiquer que même en utilisant des plaques du commerce (plaques Ilford *a* pour positifs) j'ai pu photographier des franges distantes de quelques microns seulement, ce qui montre que le procédé proposé est utilisable : il serait particulièrement indiqué si l'appareil à étudier devait servir lui-même à faire des photographies.

Un autre procédé consiste à étudier au préalable le microscope soit en l'associant à un miroir déjà éprouvé, soit en l'étudiant directement par la méthode de Michelson elle-même. On place au dessus de l'objectif du microscope deux fentes et on observe les franges après avoir mis au point sur une droite lumineuse. Celle-ci doit être alors très fine : on voit sans peine que dans la méthode de Michelson, l'image de la source linéaire donnée par l'instrument à étudier, doit être petite vis à vis de l'interfrange pour que les franges soient bien nettes. Nous avons autrefois, Mouton et moi (Les ultramicroscopes et les objets ultramicroscopiques, p. 61) observé ces franges, l'objet étant une strie ultramicroscopique à la surface d'une lame de verre, ou un petit objet ultramicroscopique vivement éclairé.

Enfin, si l'instrument que l'on cherche à étudier et à corriger devra par la suite servir avec un oculaire (objectif de lunette, miroir parabolique par exemple), c'est l'ensemble de l'objectif et de l'oculaire qu'il conviendra, autant que possible, d'étudier et de corriger ⁽¹⁾, bien que la remarque rappelée plus haut montre qu'il ne faut pas s'exagérer l'importance des défauts de l'oculaire. Un calcul simple montre que si une lunette a le grossissement normal (anneau oculaire égal à la pupille de l'oeil), les franges les plus serrées que l'on puisse avoir à observer en étudiant l'objectif par la méthode de Michelson sont vues sous un angle de quelques minutes. En utilisant les oculaires les plus puissants, on les voit en effet sans difficulté. En augmentant le grossissement par un instrument auxiliaire placé au delà de l'oculaire, on pourrait non seulement les voir, mais mesurer leurs déplacements.

Sur l'installation du dispositif de Michelson. — Je n'entrerais

(1) C'est ce que conseillait déjà Foucault. J'ai eu l'occasion en étudiant un petit télescope très ouvert qu'il avait construit pour M. de Romilly, de remarquer qu'il avait corrigé l'ensemble du miroir et des deux premiers verres de l'oculaire qui restaient les mêmes pour les divers grossissements.

pas ici dans des détails techniques relatifs à cette installation, mais il y a une précaution indispensable que je tiens à signaler : toute cette installation doit être très stable, et faite dans un local de température bien uniforme. Je n'ai réussi à étudier par exemple le miroir auquel j'ai fait allusion plus haut qu'en opérant dans une cave. Dans des conditions moins bonnes les franges fines correspondant aux grandes valeurs de e deviennent tout à fait invisibles ; tout au moins leurs trépidations continuelles rendent impossible tout pointé.

Il est évident en effet que l'observation de franges distantes de quelques microns, produits par un appareil éloigné du microscope avec lequel on les observe avec un grossissement de quelques centaines de fois, exige des appareils bien immobiles. D'autre part, tous les milieux optiques traversés par les rayons interférents, et en particulier l'air interposé, exercent leur influence. Lorsque les fentes et par suite les faisceaux interférents, sont à des distances notables, le défaut d'homogénéité de l'air variable d'un point à l'autre et d'un instant à l'autre, saute aux yeux. Cette influence, comme le savent ceux qui ont appliqué les méthodes de Foucault, n'est pas particulière à la méthode de Michelson, mais celle-ci en montre, en vraie grandeur, l'importance d'une façon saisissante. Il est bien évident qu'un excellent instrument, assez bon pour qu'on puisse lui appliquer une méthode de contrôle aussi délicate, exigera lors du contrôle comme au moment de l'emploi, une installation digne de lui.

III

Un procédé rapide d'examen d'un instrument. — Dans bien des cas on ne se propose pas d'étudier complètement et de retoucher un miroir (ou un objectif), mais de juger rapidement de ses qualités. Ou a souvent d'autre part, à examiner dans les conditions d'emploi, un instrument complet : Je prendrai comme exemple *l'ensemble d'un collimateur et d'une lunette* : c'est l'appareil sur le quel j'ai fait des essais, mais les remarques suivantes s'appliqueront également, par exemple, à un spectroscope ordinaire ou à autocollimation. Ou pourra aussi étudier une lunette, en l'associant à un collimateur bien étudié, ou bien en utilisant comme source, dans de bonnes conditions atmosphériques, une fente lumineuse éloignée.

Pour faire rapidement cet examen il est commode d'utiliser la

variante suivante de la méthode de Michelson: Au lieu de faire varier systématiquement la distance des deux fentes, on les laisse à une distance petite et invariable e_0 . C'est alors l'ensemble de ces deux fentes, portées par un large écran opaque, que l'on déplace d'un mouvement continu normalement à l'axe de l'instrument (fig. 4). Comme précédemment, si l'instrument est bien corrigé et exactement mis au point, la frange centrale reste, pendant l'opération, exactement à la même place, ce dont on s'assurera par des observations visuelles ou par des photographies. Si le déplacement des fentes se fait d'une façon continue, ou pourra observer les franges en lumière monochromatique.

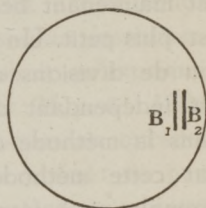


Fig. 4.

L'intervalle qui sépare les franges garde maintenant pendant le déplacement des fentes, une valeur constante, égale à $R \lambda / e_0$. Si e_0 est petit cet intervalle sera toujours assez grand pour qu'on puisse observer les franges sans microscope.

Il ne sera pas nécessaire d'employer des oculaires plus puissants qui servent habituellement avec l'instrument. Il résulte de cet emploi de franges larges que la fente qui sert de source n'est plus nécessairement très fine, et que les précautions nécessaires pour l'installation du procédé de Michelson ne sont plus indispensables: les faisceaux interférents restent toujours voisins l'un de l'autre.

En revanche, si ce procédé d'examen est très facile à installer, il ne peut rivaliser en sensibilité avec la méthode même de Michelson et ne fournit pas les mêmes données: Supposons que le milieu des deux fentes se trouve en B , à l'endroit où se trouvait la fente

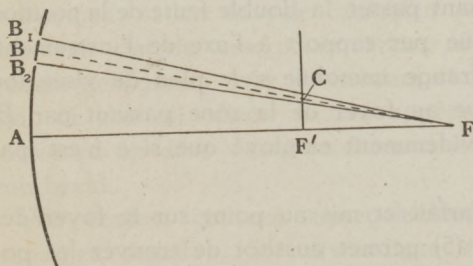


Fig. 5.

mobile de tout à l'heure, et appelons encore 2ω l'angle AFB . La méthode de Michelson donne directement la différence de marche δ entre les rayons AF et B_1F ; la variante proposée indique la différence de marche entre les deux rayons, beaucoup

plus voisins, B_1F et B_2F : on aura donc presque toujours à mesurer un nombre de longueurs d'onde beaucoup plus petit. Il faut remarquer toutefois que la quantité que l'on observe et que l'on mesure, c'est à dire le

déplacement de la frange, évalué en unités de longueur, restera du même ordre de grandeur et sera même souvent plus grande que dans la méthode de Michelson. En effet le déplacement correspondant à un retard d'une longueur d'onde, c'est à dire l'interfrange, est maintenant beaucoup plus grand, et cela d'autant plus que e_0 est plus petit. Un calcul simple montre que le nombre de millimètres (ou de divisions du tambour) que l'on mesurera en un point B est indépendant de e_0 (supposé petit) et qu'il est plus grand que dans la méthode de Michelson si la quantité δ que l'on mesure par cette méthode varie rapidement avec e : il est double par exemple si δ (évalué en longueur d'onde) est de la forme $k e^2$. La sensibilité des deux procédés ne pourrait être comparée que si on connaît la loi de variation de δ avec e et si on sait avec quelle précision on peut mesurer les positions des franges de diverses largeurs.

Si l'instrument n'a pas de défauts sensibles, mais si on l'a mal mis au point, en observant en F^1 à une distance ε du foyer F , on s'en apercevra encore par un déplacement y de la frange centrale proportionnel à e . Évalué en unités de longueur, ce déplacement y est double de celui qu'on observe dans la méthode de Michelson. Le lieu de la frange centrale, qui est la bissectrice de l'angle $B_1 F B_2$ se confond en effet avec $B F$ et on a cette fois à mesurer

$$y = F^1 C = \varepsilon \operatorname{tg} 2\omega = \frac{\varepsilon e}{R} \quad (5)$$

Pour mettre au point un instrument bien corrigé on pourra utiliser cette relation en profitant de ce que y change de signe avec e , c'est à dire en faisant passer la double fente de la position B à la position symétrique par rapport à l'axe de l'instrument. Cette opération laisse la frange immobile si le plan de visée (ou la plaque sensible) se trouve au foyer de la zone passant par B . Le procédé ne peut être évidemment employé que si e n'est pas trop petit vis à vis de R .

Si un instrument est imparfait et mis au point sur le foyer des rayons centraux, la formule (5) permet aussitôt de trouver les positions des foyers des zones successives, pourvu que e ait une valeur suffisante; ce sont les écarts entre ces foyers qu'on atteint directement par cette méthode.

Il serait intéressant — mais cela nous entrainerait trop loin — de comparer ce procédé avec la méthode purement géométrique

de Hartmann: Hartmann, comme on sait, étudie la marche des pinceaux lumineux en observant leurs intersections avec le plan d'observation, que l'on déplace systématiquement de quantités mesurées. Les deux méthodes (que l'on pourrait associer) ont, je crois, des sensibilités comparables. Elles peuvent servir toutes deux à caractériser par un nombre les qualités d'un instrument dans les conditions où il est employé. Le souhait qu'exprimait à cet égard Hartmann lui-même (Zeits. f. Instr. 24, p. 41; 1904) mérite d'être renouvelé. Au fond, les deux méthodes en question ne diffèrent pas autant qu'il semble au premier abord: on peut chercher une image soit en cherchant où les rayons se croisent, soit en cherchant où les ondes de Huygens arrivent en concordance de phase.

OVER STROOMEN IN SUPRAGELEIDERS

door J. D. VAN DER WAALS Jr.

Het is bekend, dat volmaakte geleiders ¹⁾ zich verzetten tegen het binnendringen zoowel van electriche als van magnetische krachten. Daaruit volgt, dat, als er aanvankelijk geen stroom is in een volmaakten geleider, er ook geen stroom in kan ontstaan. Alle veranderingen van den electriche of magnetischen toestand van de omgeving brengen in het oppervlak ervan oppervlakte-stroommen teweeg, die de van buiten komende storingen compenseren, zoodat het electriche evenwicht binnenin niet gestoord wordt. De zoo hoogst merkwaardige suprageleidende toestand, waarin het Kamerlingh Onnes gelukt is verschillende metalen te brengen, nadert in vele opzichten zoozeer tot die der volmaakte geleiders, dat de vraag kan rijzen, of de stroommen, die erin optreden, gelijkmatig over het lichaam van de suprageleiders verdeeld zijn, of dat zij alleen in het oppervlak zetelen. Wij zullen het antwoord op deze vraag trachten te vinden voor een eenvoudig voorbeeld.

Wij denken ons een suprageleidenden hollen cylinder met inwendigen straal r_1 en uitwendigen straal r_2 , waarbij ondersteld wordt $r_2 - r_1 = \Delta$ klein vergeleken bij r_1 of r_2 . Parallel aan de as van den cylinder is een homogeen magnetisch krachtenveld

1) Onder volmaakte geleiders versta ik geleiders, waarvan de Ohmsche weerstand nul is, en waarbij bovendien geen term in aanmerking behoeft genomen te worden van den vorm van den tweeden term van het rechterlid van vergelijking (1 a) (zie beneden), zoodat deze vergelijking den vorm aanneemt: $E = 0$.

H_0 , ook *in* het lichaam van den suprageleider. Het veld buiten den cylinder wordt nu plotseling opgeheven. Gevraagd: hoe verloopt de stroom in den cylinder. Het geval, dat wij denken, is dus een eenigszins schematische voorstelling van de proeven, waardoor Kamerlingh Onnes de Ampèresche stroomen nabootste.

Daar de aard van suprageleiders nog niet geheel bekend is, zullen wij nader moeten aangeven, welke onderstellingen wij daaromtrent aannemen. Wij zullen dan onderstellen, dat zij een — zij het ook *zeer* geringe — restweerstand bezitten, zoolang de stroomdichtheid σ een zekere grens-dichtheid σ_g niet overtreft. Overtreft hij deze wèl, dan treedt plotseling een zeer vele malen grooter weerstand op, dien ik normalen weerstand zal noemen. Ik zal aannemen, dat dit optreden niet door eenige temperatuurstijging wordt veroorzaakt, doch direct een gevolg is van de grootere stroomdichtheid. Zoodra de stroom weer beneden de grensdichtheid daalt, daalt ook de weerstand tot het restweerstand bedrag. Bovendien zal ik aannemen, dat in den suprageleider, zooals trouwens in iederen geleider, de vergelijking voor de stroombeweging niet eenvoudig luidt

$$E = \varrho \sigma \quad (1)$$

waarin ϱ den specifieke weerstand voorstelt, maar door

$$E = \varrho \sigma + n \frac{m}{e} \frac{dv}{dt} = \varrho \sigma + \frac{m}{e^2} \frac{d\sigma}{dt} \quad (1a)$$

waarin n het aantal electronen per volumeenheid, m de massa en e de lading van een electron voorstelt. Bij gewone geleiders is de tweede term van het rechterlid steeds zeer klein vergeleken bij de eerste. Het is de vraag of dit bij suprageleiders ook het geval is.

Indien wij alles streng mathematisch wilden nagaan, zouden wij nader moeten aangeven, hoe het uitwendig veld gesupprimeerd wordt. Wij zullen ons echter met een meer kwalitatieve beschouwing vergenoegen, waarbij het voldoende zal zijn aan te nemen, dat het uitwendig veld nagenoeg momentaan verdwijnt, althans in een zeer kleine fractie van een seconde, terwijl het veld binnen den cylinder in uren slechts weinig verandert.

In het vervolg zal ik het gebied binnen den binnensten cylinder I noemen, dat in het lichaam van den geleider II, terwijl de ruimte buiten den cylinder door III zal worden aangegeven. Bleef het

veld in II nu H_0 , dan zou er een oppervlaktestroom in het buitenoppervlak van den cylinder moeten ontstaan. Bij een volmaakt geleider zou dat ook werkelijk het geval zijn.

Wij zullen nu nagaan hoe dit wordt bij een suprageleider. Daarbij zullen wij eerst aannemen, dat deze wel een restweerstand en bij te groote σ een normalen weerstand vertoont, terwijl wij van den tweeden term van vergelijking (1 a) nog zullen afzien. Voor zulk een geleider zal de stroomdichtheid in de oppervlakte laag slechts tot σ_g stijgen. Daarna treedt de normale weerstand op en in dien toestand kunnen electriche en magnetische krachten zich met groote snelheid in het medium voortplanten. Het gevolg zal zijn, dat bijna momentaan een toestand zal optreden, waarbij:

$$\text{in I heerscht } H = H_0$$

$$\text{in III „ } H = 0$$

terwijl II in twee lagen is te verdeelen. In de buitenste laag heerscht de stroomdichtheid σ_g . Deze laag, die ik de laag δ zal noemen heeft een dikte bepaald door de vergelijking:

$$4 \pi \sigma_g \delta = H_0$$

De magnetische kracht daalt in deze laag lineair van H_0 tot 0. In de tweede laag ¹⁾ van II zijn E en σ nog 0 terwijl H er nog het bedrag H_0 vertoont.

De tijd, waarin deze veranderingen optreden, zullen wij de 1e periode noemen. Gedurende deze periode zullen de veranderingen snel van stapel loopen. Deze veranderingen zijn beheerscht door de energievoortplanting in het vacuum in III en door den normalen weerstand in laag δ . De veranderingen, die in de nu volgende 2e periode optreden, worden beheerscht door het bedrag van den restweerstand in den suprageleider. Zij verloopen veel langzamer. Was de restweerstand nul dan zou de toestand blijven, zooals hij was aan het eind der 1e periode. Tengevolge van den restweerstand zal een warmte-ontwikkeling in δ optreden ten koste van energie, die er van uit de laag $\Delta - \delta$ heen stroomt. Hier moet nu dus ook een electriche kracht zijn opgetreden. De krachtlijnen hiervan zijn cirkels. In verband met de gedaante der differentiaalvergelijking voor E mag men verwachten, dat de intensiteit dezer kracht vanaf de laag δ naar de as exponentieel zal afnemen. Aanvankelijk zal de warmte-ontwikkeling dus nagenoeg geheel plaats

¹⁾ Hierbij is ondersteld, dat $\delta < \Delta$. Bij sommige proeven van Kamerlingh Onnes was dit niet het geval.

hebben ten koste van energie, die zeer dicht bij δ zetelt, dus nog in den suprageleider. Tegelijk zal de stroom zich meer en meer gelijkelijk over het geheele lichaam van den suprageleider verdeelen, terwijl $\int \sigma dr$ met groote benadering gelijk $\frac{1}{4\pi} H_0$ blijft.

Na deze 2e periode zal een 3e periode volgen, gedurende welke ook de magnetische kracht in I afneemt. De perioden 2 en 3 zullen natuurlijk niet scherp gescheiden zijn. Als wij voorloopig echter eens een scheiding aannemen, zouden wij van den tijdsduur het volgende kunnen zeggen: De energie, die tijdens de 2e periode in warmte wordt omgezet is $\frac{1}{8\pi} H_0^2 \cdot 2 \pi r_1 (\Delta - \delta)$ en die tijdens de 3e periode $\frac{1}{8\pi} H_0^2 \pi r_1^2$. Tevens is de warmte-ontwikkeling per seconde gedurende de 2e periode grooter dan gedurende de 3e en dat om twee redenen. In de eerste plaats zal bij constante $\int \sigma dr$ de warmteontwikkeling kleiner zijn naarmate de stroom zich meer gelijkelijk over het gebied verdeelt, en ten tweede zal in de 3e periode $\int \sigma dr$ geleidelijk van de waarde $\frac{1}{4\pi} H_0$ tot 0 dalen.

Indien men het magnetisch moment van de solenoïde zéér nauwkeurig als functie van den tijd kon bepalen, zou uit den vorm der kromme het verschil tusschen 2e en 3e periode aan te toonen moeten zijn. Maar — zoo ooit — voorloopig is een dergelijke nauwkeurigheid niet te verwachten.

Eenigszins anders wordt de gang der stroomverdeeling, als men den tweeden term in vergelijking (1a) in aanmerking neemt. De met het eerste optreden van een elektrische kracht gepaard gaande stroom is dan veel kleiner, dan volgens (1). Dit heeft tengevolge, dat bij een optredende $\text{Rot } H$ de dE/dt veel grooter is en dat dan ook een grooter E wordt bereikt. Een gevolg is dat de storing van buiten aanvankelijk veel sneller naar binnen kan doordringen. Het is nu lang niet zoo waarschijnlijk, dat de stroom eerst in een laag van dikte δ opgehoopt zal zijn, en zelfs kunnen wij, zeker zeggen, dat hij dat niet zal zijn, wanneer

$$\frac{1}{2} \sigma_g^2 \frac{m}{e^2} > \frac{1}{8\pi} H_0^2.$$

Wanneer echter de eerste snel verloopende periode is afgelopen en zich een nagenoeg stationaire toestand heeft gevestigd, dan zal verder het voortplanten naar binnen van E sneller, maar van σ minder snel kunnen geschieden dan volgens vergelijking (1). Men zal dit tenminste kunnen verwachten, daar de 2e term van (1a) tengevolge heeft, dat in de vergelijking

$$c \operatorname{Rot} H = \frac{dE}{dt} + 4\pi\sigma$$

de σ kleiner en de dE/dt groter wordt. De σ blijft achter bij de waarde van E . Het zal van de waarde van nm afhangen of de stroomdichtheid voortdurend bijna de waarde E/e heeft of dat zij daar veel beneden blijft.

Om dit na te gaan zullen wij ons denken, dat de H in I door de geheele doorsnee nagenoeg gelijk is en met een snelheid dH/dt daalt. Daar wij Δ klein hebben gedacht vergeleken bij r_1 , en de dH/dt in II niet groot is vergeleken bij die in I (wij zullen dit althans aannemen) is in II overal E bij benadering $\frac{r_1}{2} \frac{dH}{dt}$.

Verder is

$$\sigma = \frac{ne}{m} \int \frac{dmv}{dt} dt = \frac{ne^2}{m} \int E dt = \frac{ne^2}{m} \frac{r_1}{2} (H_2 - H_1)$$

Neemt men nu aan dat n gelijk is aan het aantal atomen per cm^3 en neemt men voor r één cm en voor σ de waarde $\sigma_g = 500$ C. G. S. eenheden, dan vindt men $H_2 - H_1$ van de orde 10^{-9} Gauss. Dat wil dus zeggen, dat wanneer er geen restweerstand was, dat dan de stroom van 0 tot de waarde σ_g zou toenemen, in den tijd dat het veld met 10^{-9} Gauss afnam.

Men zal dus wel mogen aannemen, dat de stroom zich tengevolge van den 2en term van (1a) niet zeer ver verwijdt van de waarde, die uit (1) zou volgen, en dat de suprageleiders bij de proeven van Kamerlingh Onnes, wanneer hij een solenoïde gebruikte bestaande uit één laag dunne draad, zich hoofdzakelijk bevonden in de langste 3e periode, waarbij de stroom door den geheelen geleider gelijkelijk verdeeld is. Bij het gebruik van een ring daarentegen, waarbij Δ van dezelfde grootte-orde als r_1 wordt, was hij waarschijnlijk in een overgang tusschen 2e en 3e periode, waarbij wel overal in den geleider een stroom loopt, maar waarbij de stroomdichtheid in het „schorsgedeelte” toch merkbaar groter is dan binnenin.

Zooals men ziet zijn al mijn beschouwingen kwalitatief en hebben zij soms zelfs slechts het karakter van gissingen. De publicatie is misschien wat prematuur. Dat ik er toch toe ben overgegaan, komt, omdat ik zeer ongaarne zou willen ontbreken in een bundel uitgegeven ter viering van het 25-jarig jubileum van Zeeman's groote ontdekking.

HET ANOMALE ZEEMAN-EFFECT

door T. VAN LOHUIZEN.

Toen mij gevraagd werd, als mijn bijdrage voor dit feestnummer een stuk over het Anomale Zeeman-effect te schrijven, heb ik gemeend, het meest in den geest van ons tijdschrift te handelen, als ik trachtte van dit verschijnsel een beknopt, doch duidelijk beeld te ontwerpen en na een kort historisch overzicht voornamelijk stil te staan bij hetgeen experiment en theorie ons op 't oogenblik van dit verschijnsel hebben doen kennen.

Om goed te begrijpen wat te verstaan is onder het Anomale Zeeman-effect, dienen we eerst even in herinnering te roepen wat men onder het normale Zeeman-effect verstaat.

Toen 25 jaar geleden Zeeman zijn eerste resultaten publiceerde ¹⁾ hadden deze betrekking op de splitsing van een spectraallijn in twee of drie componenten door een magnetisch veld. Bij longitudinale waarneming (d.w.z. in de richting der magnetische krachtlijnen), ontstonden twee componenten, links en rechts circulair gepolariseerd, terwijl bij transversale waarneming (dus loodrecht op de krachtlijnen) deze beide componenten zich vertoonden lineair gepolariseerd $\perp$ krachtlijnen, terwijl daartusschen op de plaats van de oorspronkelijke lijn een evenwijdig met de krachtlijnen lineair gepolariseerde component kan worden waargenomen. Dit verschijnsel bleek geheel in overeenstemming met de door Lorentz opgestelde theorie ²⁾, die voor de splitsing geeft:

$$d\lambda = \frac{H}{4\pi c} \frac{e}{m} \lambda^2 \quad (1)$$

waarin λ = golflengte der oorspronkelijke spectraallijn.

H = magnetische kracht.

c = snelheid licht.

e = lading electron.

m = massa electron.

De intensiteiten I_1 , I_2 , I_3 der componenten moeten volgens de theorie voldoen aan:

$$I_1 = \frac{1}{2} I_2 = I_3 . \quad (2)$$

¹⁾ P. Zeeman. Over den invloed eener magnetisatie op den aard van het door een stof uitgezonden licht: K. Ak. A'dam. 31 Oct. en 28 Nov. 1896.

²⁾ H. A. Lorentz. Versuch einer Theorie der electrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. Leiden 1895.

Wanneer nu een spectraallijn in een magneetveld bij transversale waarneming een triplet vertoont, met den boven aangegeven polarisatietoestand, waarvan de afstanden der componenten gehoorzamen aan (1) en hunne intensiteiten aan (2), dan spreekt men van een normaal Zeeman-effect. In alle andere gevallen is het Zeeman-effect anomaal.

Uit de experimenten van Zeeman en anderen¹⁾ bleek al spoedig, dat het normale Zeeman-effect slechts betrekkelijk zelden wordt waargenomen en dat het veel meer als een bijzonder geval of ook als grensgeval optreedt.

Want hoeveel mogelijkheden van afwijkingen kunnen zich niet voor doen en doen zich ook werkelijk voor, bijv.: niet voldoen aan verg. (1), niet voldoen aan verg. (2), onvolkomen circulaire polarisatie enz.

Maar nog op een geheel andere manier treden afwijkingen op. Het bleek n.l. al heel spoedig, dat een spectraallijn zich in een magneetveld wel in meer dan drie componenten kon splitsen, (Preston²⁾, Cornu³⁾, Michelson⁴⁾), een aantal, dat zelfs tot 17 of 19 kan aangroeien (wolfraam).

Al zal dit artikel verder hoofdzakelijk aan deze laatste soort van anomaliteit worden gewijd, toch willen we eerst even stilstaan bij de andere afwijkingen, die zoo veelvuldig optreden en waaraan Zeeman vooral een bijzondere aandacht heeft gewijd.

Er kunnen bijv. afwijkingen in de intensiteit der componenten voorkomen, zoo zelfs, dat de beide uiterste $\perp$ componenten, sterker te voorschijn komen dan de $\parallel$ middelste. Zeeman⁵⁾ heeft aangetoond hoe vele van deze verschijnselen kunnen worden toegeschreven aan het tralie en aan de spleet.

Een ander punt, dat ook met het oog op de theoretische verklaring van belang was, diende experimenteel te worden uitgemaakt n.l. in hoeverre de circulaire polarisatie van de componenten al dan niet volkomen was. Ook hierover heeft Zeeman een uit-

1) Zie hiervoor de literatuuropgaven achter in: P. Zeeman. *Researches in Magneto-Optics*. Macmillan, London, 1913.

2) Preston. On the modification of the spectra of iron and other substances radiating in a strong magnetic field. *Proc. Roy. Soc.* 20 Jun. 1898.

3) Cornu. Sur quelques résultats nouveaux relatifs au phénomène découvert par M. Zeeman. *C. R.* 181. 17 Jan. 1898.

4) Michelson. Radiation in a magnetic field. *Astroph. J.* 7. p. 131. 1898.

5) P. Zeeman. The Intensities of the Components of Spectrumlines divided by Magnetism. *Proc. Amst. Ak. Oct.* 1907 en P. Zeeman. On the polarisation impressed upon Light by traversing the slit of a spectroscope. *Proc. Amst. Ak. Oct.* 1912.

voorig onderzoek ingesteld, waarvoor ik, met het oog op de plaatsruimte naar het origineele stuk ¹⁾ moet verwijzen.

Andere anomaliteiten, die de triplets kunnen vertoonen (als asymmetrie en verschuivingen van de componenten), komen ook veelvuldig voor, zijn reeds door Zeeman ²⁾, Gmelin ³⁾ e.a. experimenteel onderzocht en door Voigt ⁴⁾ theoretisch verklaard.

Nog sterker dan bij het directe Zeeman-effect, treden deze anomaliteiten op bij het z.g. inverse effect, waarbij de in het magnetisch veld geplaatste stof doorschenen wordt en dus het licht absorbeert. Op de groote verscheidenheid van anomaliteiten, die dan optreden kunnen, vooral als men als absorbeerende stof kristallen gebruikt, kan ik hier niet ingaan, en mag ik zeker wel verwijzen naar mijn artikel daarover in Stark's Jahrbuch ⁵⁾, waar men ook uitvoerige literatuuropgave kan vinden en een overzicht over de verschillende anomalieën, die zich bij bandenspectra in het magneetveld kunnen voordoen.

Na dit korte overzicht over dit soort van anomalieën wil ik nu iets uitvoeriger stilstaan bij het boven reeds even genoemde geval, n.l. dat er meer dan drie componenten kunnen optreden of m.a.w. dat er verschillende typen van Zeeman-effecten zijn.

Tot beter begrip van hetgeen volgt dien ik er eerst even op te wijzen, dat deze typen ten nauwste samenhangen met de z.g. spectraalreeksen, die in de spectra van een groot aantal elementen zijn gevonden. De eenvoudigste van deze spectraalreeksen is in 1885 door Balmer ⁶⁾ in het spectrum van waterstof ontdekt en kan zoo weergegeven worden:

$$\nu = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{k^2} \right) \quad k = 3. 4. 5 \dots$$

waarin: $\nu = 1/\lambda$ = aantal golflengten per cm.

R = Rydberg's constante.

1) P. Zeeman. The Degree of Completeness of the Circular Polarisation of magnetically divided lines. Proc. Amst. Ak. Oct. 1909.

2) P. Zeeman. Verandering van golflengte van de middelste lijn van tripletten in een magnetisch veld. Versl. K. Ak. 29 Feb. 1908.

3) Gmelin. Über die unsymmetrische Zerlegung der gelben Quecksilberlinie 5790 im magnetischen Felde. Phys. Zs. 9, p. 212. 1908.

4) W. Voigt. Über eine Dissymmetrie des Zeeman'schen normalen Triplets. Ann. d. Phys. 1. p. 376. 1900.

5) T. van Lohuizen. Der Zeeman-Effekt in Bandenspektren. Jahrbuch 'der Radioaktivität und Elektronik XII, p. 296—325. 1915.

6) J. J. Balmer. Notiz über die Spektrallinien des Wasserstoffs. Wied. Ann. 25, p. 80. 1885.

Meer algemeen kunnen de spectraalreeksen worden weergegeven door formules van de vorm:

$$\nu = \Psi(i) - \varphi(k) \left\{ \begin{array}{l} i = 1. 2. 3 \dots\dots \\ k = 2. 3. 4 \dots\dots \end{array} \right.$$

waarvan de eenvoudigste gedaante is:

$$\Psi(i) = \frac{R}{i^2} \quad \varphi(k) = \frac{R}{k^2}$$

maar die in 't algemeen een meer ongewikkelde vorm hebben ¹⁾.

We kunnen dus zeggen, dat het trillingsgetal van een spectraal-lijn kan worden voorgesteld als het verschil van twee functies, z.g. „sequensen”.

Zoolang men φ en Ψ onveranderd laat krijgt men voor $i = 1$ $k = 2. 3. 4 \dots\dots$ een aantal lijnen, die een spectraalreeks vormen; voor $i = 2$ $k = 3. 4 \dots\dots$ een tweede spectraal-reeks, die met de eerste in nauw verband staat (z.g. translatiereeks). De geheele verzameling van al deze translatiereeksen (door achtereenvolgens $i = 3. 4. 5$ enz. te nemen) heet een complex. Doordat er verschillende waarden van φ en Ψ zijn, bestaan er dus verschillende sequensen, die aanleiding geven tot verschillende complexen. Naarmate de reeksen enkelvoudig, dubbel of drievoudig zijn, kan men de functies φ en Ψ als volgt onderscheiden:

Enkelvoudig	<i>s</i>			<i>p</i>			<i>d</i>			<i>f</i>		
Dubbel	<i>S</i>		<i>S'</i>	<i>P</i>		<i>P'</i>	<i>D</i>		<i>D'</i>	<i>F</i>		<i>F'</i>
Drievoudig	<i>Σ</i>	<i>Σ'</i>	<i>Σ''</i>	<i>Π</i>	<i>Π'</i>	<i>Π''</i>	<i>Δ</i>	<i>Δ'</i>	<i>Δ''</i>	<i>Φ</i>	<i>Φ'</i>	<i>Φ''</i>

Het symbool $\Pi \Sigma$ is dan een korte schrijfwijze voor:

$$\nu = \Pi(i) - \Sigma(k) \left\{ \begin{array}{l} i = 2. 3. 4 \dots\dots \\ k = 1. 2. 3 \dots\dots \end{array} \right.$$

¹⁾ Vergelijk voor uitvoeriger kennismaking hiervoor:

P. Zeeman. Researches in Magneto Optics, p. 62 en v. 1913.

E. E. Mogendorff. Spectraalreeksen. Proefschrift A'dam 1906.

T. van Lohuizen. Bijdrage tot de kennis van lijnenspectra. Proefschrift A'dam 1912.

H. Konen. Das Leuchten der Gase und Dämpfe. p. 65-199. 1913.

een complex waartoe o.a. behooren de z.g. 2e Nevenreeks en de Hoofdreëks van een der componenten der tripletseries.

Na deze uitwijding, die noodig was, voor beter begrip van hetgeen volgt, kunnen we nu weer tot ons eigenlijke onderwerp terugkeeren.

Er zijn dus tal van typen van Anomale Zeeman-effecten waarvan ik verderop een overzicht zal geven. Degene die het eerst is begonnen, in deze verscheidenheid orde te brengen, was Preston ¹⁾, die vond, dat lijnen, welke tot eenzelfde spectraalreeks behooren, hetzelfde Zeeman-effect vertoonen en bovendien, dat overeenkomstige lijnen van verschillende elementen ook precies hetzelfde type vertoonen. Waren deze resultaten slechts uit een betrekkelijk klein materiaal verkregen, eenige jaren later kwamen Runge en Paschen ²⁾ met de resultaten van een onderzoek voor den dag, die de door Preston gegeven regels volkomen bevestigden.

Bij het aangroeien van het waarnemingsmateriaal schenen er uitzonderingen op Preston's regels te komen. Schrijver dezes heeft toen een uitvoerig onderzoek ingesteld naar het verband tusschen Zeeman-effect en spectraalreeksen ³⁾, om na te gaan in hoeverre Preston's regels juist waren en is daarbij op grond van al het toen ter tijde beschikbare materiaal, tot het resultaat gekomen:

Alle spectraallijnen van alle elementen, die tot eenzelfde complex behooren, vertoonen in aequivalente magneetvelden kwalitatief, en na reductie op eenzelfde magneetveld ook quantitatief hetzelfde Zeeman-effect, mits men rekening houde met den invloed van verwante naburige lijnen, welke lijnen wijzigingen kunnen veroorzaken, die in 't algemeen voeren tot een vereenvoudiging van het splitsingstype, ten slotte zelfs tot het normale Zeeman-effect. De hier bedoelde invloed van verwante naburige spectraallijnen op elkaar is het eerst ontdekt en onderzocht door Paschen en Back. ⁴⁾

Door de kennis van dit verschijnsel was het mogelijk de hin-

1) Th. Preston. Radiation Phenomena in the Magnetic Field. Nature 59, p. 224. 1899.

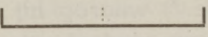
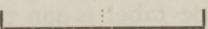
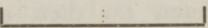
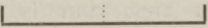
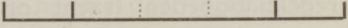
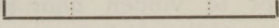
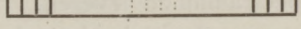
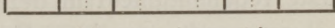
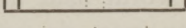
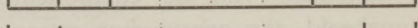
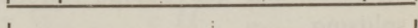
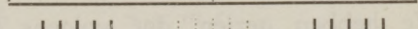
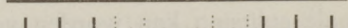
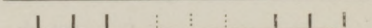
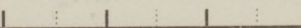
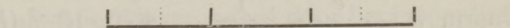
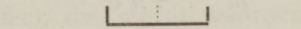
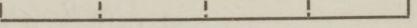
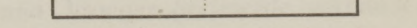
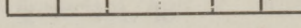
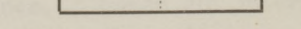
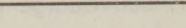
2) C. Runge en F. Paschen. Über die Strahlung des Quecksilbers im Magnetischen Felde. Abh. Berl. Akad. (Anh. 1) 1902 en C. Runge en F. Paschen. Über die Zerlegung einander entsprechenden Serien linien im Magnetischen Felde. Abh. Berl. Akad. p. 380. 720. 1902.

3) T. van Lohuizen. Le phénomène de Zeeman et les séries spectrales. Arch. Musée Teyler (III) 2, p. 165. 1914.

4) F. Paschen en E. Back. Normale und Anomale Zeeman-effekte. Ann. d. Phys. 39, p. 897. 1912.

dernissen, die aan de algemeene geldigheid van de wet van Preston in den weg stonden, op te ruimen en tevens kon de wet worden uitgebreid van de spectraalreeks tot het spectraalcomplex.

Terwijl ik voor nadere bijzonderheden naar de verhandeling zelf verwijs, zoo wil ik hier toch van de voornaamste complexen de splitsingstypen in een graphische voorstelling bijvoegen, omdat ik daarop verder nog vaak moet terugkomen.

Naam v/h complex	Notatie Paschen c. s.	r	Voorstelling Zeeman-effect volgens Cotton ¹⁾ normaal  triplet
$p s$	$P S$	1	
$p d$	$P D$	1	
$p f$	$P B$	1	
$P S$	$\left. \begin{matrix} p_1 s^2 \\ p_2 s \end{matrix} \right\}$	3	
$P' S$	$p_2 s$	3	
$P D$	$p_1 d_1$	15	
$P D'$	$p_1 d_2$	15	
$P' D'$	$p_2 d_2$	15	
$\Pi \Sigma$	$p_1 s$	2	
$\Pi' \Sigma$	$p_2 s$	2	
$\Pi'' \Sigma$	$p_3 s$	2	
$\Pi \Delta$	$p_1 d_1$	6	
$\Pi \Delta'$	$p_1 d_2$	6	
$\Pi' \Delta'$	$p_2 d_2$	6	
$\Pi \Delta''$	$p_1 d_3$	2	
$\Pi' \Delta''$	$p_2 d_3$	2	
$\Pi'' \Delta''$	$p_3 d_3$	2	
$\Pi' \Delta$	$p_2 d_1$	2	
$\Pi'' \Delta$	$p_3 d_1$	1	
$\Pi' s$	$p_2 S$	2	
$\Pi' d$	$p_2 D$	2	
$\Pi'' d$	$p_3 D$	1	

Hierin stelt voor:

-  component $\perp$ krachtlijnen gepolariseerd.
 component $\parallel$ krachtlijnen gepolariseerd.
 component met onvolledige polarisatie.

¹⁾ A. Cotton. Mesures sur le phénomène de Zeeman. Le Radium 8, p. 38. 1911.

²⁾ Deze vet gedrukte symbolen behooren eigenlijk met Deutsche letters te worden aangegeven.

De notatie van Paschen c.s. heb ik bijgevoegd om vergelijking met andere literatuur ¹⁾ gemakkelijker te maken.

Op de getallen in de kolom r , kom ik spoedig terug.

De tabel leert ons dus direct bij ieder complex het bijbehorende splitsingstype kennen.

Vergelijking met een dergelijke tabel in mijn stuk over „Le Phénomène de Zeeman et les Séries spectrales”, zal doen zien dat enkele typen anders zijn opgegeven. Indertijd was voor mij nog niet beschikbaar het materiaal, door Back verzameld voor zijn dissertatie ²⁾ waarop hij in 1913 promoveerde, doch, die door de oorlogsomstandigheden eerst 1921 in druk is verschenen. De hierbijgevoegde tabel is aan zijn nieuwere waarnemingen aangepast.

Wanneer men nu dien schoonen regelmatig bouw van die splitsingstypen ziet, dan is het wel begrijpelijk, dat men daarin allerlei regelmatigheden tracht op te sporen en tevens hier een poort hoopt te vinden naar het inwendige van de atomen, die ons die spectraallijnen leveren.

De eerste regelmatigheid in deze splitsingstypen is ontdekt door Runge ³⁾ en wordt naar hem *Runge's Regel* genoemd.

De afstanden van de componenten tot het midden van het splitsingsbeeld zijn eenvoudige rationale breukdeelen van de normale splitsing.

We hebben gezien, dat volgens de theorie van Lorentz ⁴⁾ de normale splitsing kan worden voorgesteld door;

$$\Delta \nu_n = \pm a H,$$

$$\text{waarin } a = \frac{e}{m} \times \frac{1}{4 \pi c} = 4,70 \cdot 10^{-5} \text{ (E.M.C.G.S.)}.$$

Nu zegt Runge's regel:

$$\Delta \nu = \frac{q}{r} \Delta \nu_n$$

$$\text{of } \Delta \nu = \pm \frac{q}{r} a H, \quad (3)$$

waarin q en r , eenvoudige geheele getallen zijn. Het getal r (de noemer van Runge) is voor elk splitsingstype in de derde kolom van de tabel aangegeven. De getallen q kan men gemakkelijk uit de figuren aflezen.

1) Bijv. B. Duns. Unsere Kenntnisse von den Seriensetzen der Linienspectren. Hirzel. Leipzig 1911.

2) E. Back. Zur Preston'schen Regel. Diss. Tübingen, eerst verschenen 1921.

3) C. Runge. Über die Zerlegung von Spektrallinien im magnetischen Felde. Phys. Zs. 8, p. 232. 1907.

4) Lc.

Het is te begrijpen, dat waar hier die eenvoudige geheele getallen optreden, de quantumtheoreticus zal trachten hieruit de geheimen van den atoombouw en van het anomale Zeeman-effect te voorschijn te halen.

Met het atoommodel van Bohr het anomale Zeeman-effect te verklaren, leverde aanvankelijk vele moeilijkheden op.

Eerst kon alleen het normale Lorentz-triplet verklaard worden, vaak nog met vele overtollige componenten, die echter in de theorie van Rubinowicz ¹⁾ verdwenen zijn.

Men kon echter beproeven een onderdeel van het probleem tot oplossing te brengen en zoo heeft schrijver dezes ²⁾ zich de vraag gesteld:

Hangt de magnetische splitsing uitsluitend af van de begin- en eindbaan, waarop het electron zich beweegt of speelt de overgang van de eene baan naar de andere daarbij een rol?

Wat men ook aldus kan formuleeren:

Geldt bij aanwezigheid van een magnetisch veld nog:

$$\nu = \frac{W_1 - W_2}{h}.$$

of moet deze vervangen worden door:

$$\nu = \frac{W_1 - W_2}{h} \pm \frac{e H}{4 \pi m c} \quad ^3)$$

(W_1 (resp. W_2) zijn de energieën van begin- en eindbaan, h = constante van Planck).

Of nog anders geformuleerd:

Wordt iedere sequens afzonderlijk veranderd door het magnetisch veld en is dus het Zeeman-effect, dat wordt waargenomen het resultaat van de verandering van beide sequensen samen? m.a.w. Geldt hier ook het combinatiebeginsel?

Op grond van het in mijn vroeger geciteerde verhandeling, (Le Phénomène etc.) verzamelde materiaal, kon ik, uitgaande van de hypothese, dat elk der Π banen, Σ banen etc. in een bepaald aantal banen door het magneetveld werd gesplitst, aantoonen, dat men de waargenomen splitsingstypen kon verklaren, als het re-

¹⁾ A. Rubinowicz. Bohr'sche Frequenzbedingung und Erhaltung des Impulsmomentes. Phys. Zs. 19, p. 441 en 465, 1918.

²⁾ T. van Lohuizen. Het Anomale Zeeman-effect. Versl. Kon. Akad. A'dam. 31 Mei 1919.

³⁾ N. Bohr. Phil. mag. 27. p. 506. 1914. Dit is echter niet meer Bohr's tegenwoordige opvatting. Zie Bohr. Quantum Theory of Line Spectra, II, uitg. d. Kgl. Danske Videnskabernes Selskab, en: über die Serienspectra der Elemente, Zschr. f. Phys., II, p. 23, 1920.

sultaat van de electronensprongen tusschen de aldus veranderde begin- en eindbanen. m.a.w.:

Voor het anomale Zeeman-effect geldt het combinatie-beginsel.

Voor de nadere bijzonderheden moet ik naar de geciteerde verhandeling verwijzen.

Had ik indertijd de beschikking gehad over de waarnemingen van Back ¹⁾ dan had ik dit onderzoek nog vollediger kunnen uitvoeren. Nu moest ik echter ervaren hoe Sommerfeld ²⁾, wien het materiaal ter inzage was gegeven, het geheim daardoor verder kon ontsluiëren.

Nu de geldigheid van het combinatie-beginsel voor het anomale Zeeman-effect door mij was aangetoond, kon men gemakkelijk verg. (3) voor beide banen opschrijven:

$$\Delta \nu_1 = \frac{q_1}{r_1} a H \quad \text{en} \quad \Delta \nu_2 = \frac{q_2}{r_2} a H.$$

Dan is volgens het combinatie-beginsel:

$$\Delta \nu = \Delta \nu_1 - \Delta \nu_2 = \left(\frac{q_1}{r_1} - \frac{q_2}{r_2} \right) a H = \frac{q_1 r_2 - q_2 r_1}{r_1 r_2} a H. \quad (4)$$

Door gelijkstelling van (3) met (4) volgt:

$$\frac{q}{r} = \frac{q_1 r_2 - q_2 r_1}{r_1 r_2} \quad (5)$$

waaruit als r_1 en r_2 geen gemeenschappelijke factoren hebben volgt:

$$r = r_1 r_2 \quad (6)$$

of in woorden luidt Sommerfeld's *magneto-optische Splittingsregel*:

Runge's noemer voor een splittingsstype is het product van de noemers van Runge voor elk der beide sequensen.

Het is nu uit de gegeven tabel gemakkelijk af te leiden, welke noemers van Runge men aan ieder der sequensen moet geven, om den onder r opgegeven noemer van Runge voor het geheele splittingsstype te verkrijgen. ³⁾ Dit geeft:

$s = 1$	$p = 1$	$d = 1$	$f = 1$
$S = 1$	$P = 3$	$D = 5$	$F = 7$
$\Sigma = 1$	$\Pi = 2$	$\Delta = 3$	$\Phi = 4.$

Voor meer regelmatige opvolging zou men moeten nemen:

¹⁾ E. Back. l. c.

²⁾ A. Sommerfeld. Ein Zahlenmysterium in der Theorie des Zeeman-Effektes. Naturwissenschaften 8. p. 61, 1920. en A. Sommerfeld. Allgemeine spektroskopische Gesetze insbesondere ein magneto-optischer Zerlegungssatz. Ann. d. Phys. 63. p. 121, 1920.

³⁾ Zie verder A. Sommerfeld. Atombau und Spektrallinien, 2e druk. Vieweg. 1921. p. 538. e.v. en l.c.

Enkelvoudige, Drievoudige en dan Dubbele reeksen ($s \Sigma S$).

Men kan nu nagaan, gegeven Runge's noemers, welke waarden men in de verschillende splitsingstypen moet geven aan de q 's om de waargenomen componenten te krijgen en zien of deze letters, in verband gebracht met den polarisatietoestand, nieuwe geheimen kunnen ontsluiëren.

Een stap in deze richting is gedaan door E. Back ¹⁾ waarbij ook gelet wordt op de indices der symbolen, die een complex voorstellen en wel op hun som. Back komt dan tot de volgende *indexregels*:

I. Voor ieder soort reeksen is de som van de parallelcomponenten + som van de indices een constant getal.

II. Voor de dubbele reeksen wordt deze regel:

De halve som van de loodrecht-componenten + som van de indices is constant.

In verband met een door Back in zijn stuk aangehaalde *regel van Paschen*: „In alle splitsingstypen is het aantal loodrecht-componenten $2 \times$ het aantal parallel-componenten behalve bij $P' S$ en $P D''$ heb ik bij mijn bezoek aan Tübingen dezen zomer Back er op gewezen, dat deze regel van Paschen, juist met zijn uitzonderingen kon gebruikt worden om zijn beide indexregels tot één regel terug te brengen n.l.:

Zonder uitzondering is voor iedere soort reeksen de halve som van de loodrecht-componenten + som der indices constant.

In een volgend stuk ²⁾ heeft Back nog nader dit „Zahlenmysterium” uitgewerkt. Ik mag daarnaar wel verwijzen.

Ongeveer gelijktijdig werd ook getracht door toepassing der quantatheorie de verschillende splitsingstypen van het anomale Zeeman-effect uit het atoommodel van Bohr te verklaren en het is Landé ³⁾ gelukt de oplossing van dit probleem een goed eind vooruit te brengen, zoodat men niet alleen de juiste ligging der componenten krijgt, maar ook hun polarisatietoestand juist wordt weergegeven en zelfs over de intensiteit der componenten iets te zeggen valt.

Ik wil trachten zoo duidelijk mogelijk van dit mooie stuk werk

1) E. Back. Ein weiteres Zahlenmysterium in der Theorie des Zeeman-effektes. Naturwissenschaften 9. Heft 12. 1921.

2) E. Back. Naturwissenschaften. Aug. 1921.

3) A. Landé. Über den Anomalen Zeeman-effect. Zs. f. Physik. 5. p. 231. 1921.

een overzicht te geven, al zal ik voor de détails naar het stuk zelf moeten verwijzen.

We willen daarvoor vastknoopen aan de theorie van Debye¹⁾ en Sommerfeld²⁾ voor het normale Zeeman-effect. Behalve de azimuthale quantengetallen n en de z.g. inwendige quantengetallen k , wier waarden voor de verschillende sequensen in onderstaande tabel zijn gegeven:

Sequens	S	P	P'	D	D'	Σ	Π	Π'	Π''	Δ	Δ'	Δ''
n	1	2	2	3	3	1	2	2	2	3	3	3
k	1	2	1	3	2	1	2	1	0	3	2	1

wordt ook nog een aequatoriaal quantengetal m ingevoerd gedefinieerd door:

$$m = n \cos \vartheta = \text{geheel getal} \quad |m| \leq n$$

waarin ϑ de hoek voorstelt, die de as van het atoom met de veldrichting H kan maken. De hierbij behorende magnetische storingsenergie is dan:

$$E = m h \frac{e}{\mu} \frac{H}{4 \pi c}$$

of als men $h \frac{e}{\mu} \frac{H}{4 \pi c}$ als eenheid voor energiemaat neemt, kan men dit eenvoudig schrijven

$$W = m. g. \text{ waarin } g = 1. \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm n.$$

Nu zou men op deze wijze door het verschil van de energiewaarden voor begin- en eindbaan te nemen de verschillende splittingstypen moeten krijgen, maar om nu niet te veel komponenten te bekomen, zijn deze quantengetallen aan verschillende voorwaarden (Auswahlprinzipiën) gebonden, bijv.

A. Slechts die sequensen worden gecombineerd, waarvan de azimuthale quantengetallen slechts 1 verschillen of: $n - n' = +1, -1$.

B. Slechts die sequensen worden gecombineerd, waarvan de inwendige quantengetallen gelijk zijn of slechts 1 verschillen, dus:

$$k - k' = 0, +1, -1.$$

1) Debye. Göttinger Nachrichten, Juni 1916 en Phys. Zs. 17. p. 507. 1916.

2) A. Sommerfeld. Phys. Zs. 17. p. 491. 1916.

C. Het aequatoriale quantagetel blijft gelijk of verandert slechts ± 1 ; als het gelijk blijft, zijn de componenten $\parallel$ met H gepolariseerd (π componenten), verandert het ± 1 dan zijn de componenten $\perp H$ gepolariseerd (σ componenten).

$$\begin{aligned} \text{Dus kort: } m - m' &= 0 \quad (\pi \text{ componenten}) \\ m - m' &= \pm 1 \quad (\sigma \text{ componenten}) \end{aligned}$$

C. is de *Uitsluitings- en Polarisatieregels* van Bohr en Rubinowicz.

Past men dit nu op een eenvoudig voorbeeld toe bijv.: het Zeeman-effect te vinden van het complex $p\ s$, dan is dus:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Voor de } s \text{ sequens: } n=1 \text{ dus } m & & -1 & 0 & +1 & & \\ & & \uparrow & \uparrow & \uparrow & & \\ \text{" " } p \text{ sequens: } n=2 \text{ dus } m & -2 & -1 & 0 & +1 & +2 & \end{array}$$

Volgens C zijn dus alleen geoorloofd de overgangen door $\uparrow$ aangegeven (π componenten) en die door $\nearrow$ of $\searrow$ aangeduid (σ componenten).

Wanneer we nu de magnetische storingsenergieverschillen $W_p - W_s$ opschrijven, dan worden deze voor alle $\uparrow$ overgangen $= 0$ en voor alle $\nearrow$ en $\searrow$ overgangen ± 1 .

We krijgen hier dus het normale Lorentz-triplet te voorschijn wat voor het complex $p\ s$ ook werkelijk optreedt.

Het is nu, na dit enkele voorbeeld gemakkelijk in te zien, dat men op deze wijze voor ieder complex het normale triplet er uit zou halen.

Hoe komen we nu tot het anomale Zeeman-effect?

Het is nu de verdienste van Landé¹⁾ hier een uitweg te hebben gewezen.

Landé gaat er n.l. toe over de inwendige quantengetallen k te beschouwen als de azimuthale quantengetallen van het atoom als geheel en nu het aequatoriale quantengetal m te binden aan de voorwaarde:

$$|m| \leq k$$

Voor m worden hier radicale breuken toegelaten (zooals hij in een volgende nog niet verschenen verhandeling zal motiveeren, doch wat hij mij dezen zomer in Frankfort reeds heeft getoond), die echter omdat zij aan C moeten voldoen, in afstanden ± 1 op elkaar moeten volgen en dus wegens symmetrie niet anders kunnen zijn dan:

1) A. Landé l.c. p. 234. e. v.

$$m = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2} \dots \dots \pm \frac{2k-1}{2} \quad (7)$$

naast natuurlijk de andere rij:

$$m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \dots \pm k, \quad (8)$$

waarvan (7) optreedt bij de complexen van dubbele reeksen en (8) bij de complexen van drievoudige reeksen.

Ik wil nu alleen aan de dubbele reeksen verder Landé's methode verklaren (bij de drievoudige complexen is de zaak weer wat ingewikkelder).

Aangetoond wordt, dat nu voor de dubbele reeksen in de boven aangehaalde uitdrukking voor de energie:

$$W = m g$$

niet meer kan worden volstaan met $g = 1$, maar dat nu:

$$g = \frac{2k}{2n-1};$$

dus voor de verschillende sequensen geeft dit:

sequens	S	P	P'	D	D'
n	1	2	2	3	3
k	2	2	1	3	2
g	2	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{4}{5}$
m	W				
$\pm \frac{1}{2}$	± 1	$\pm \frac{2}{3}$	$\pm \frac{1}{3}$	$\pm \frac{3}{5}$	$\pm \frac{2}{5}$
$\pm \frac{3}{2}$		± 2		$\pm \frac{9}{5}$	$\pm \frac{6}{5}$
$\pm \frac{5}{2}$				± 3	

Uit deze tabel kan men nu alle anomale Zeeman-effecten der dubbele complexen opschrijven.

Een paar voorbeelden tot verduidelijking mogen hier volgen:

Welk splitsingstype heeft het complex $P S$?

$$\begin{array}{rcccc}
 W_P & -2 & -\frac{2}{3} & +\frac{2}{3} & +2 \\
 W_S & & -1 & +1 & \\
 \hline
 W_P - W_S (\pi \text{ comp.}) & & +\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \\
 (\sigma \text{ comp.}) - \frac{5}{3} & -1 & & +1 & +\frac{5}{3} \\
 \hline
 \text{Dus samen gevat:} & -5(\sigma) & -3(\sigma) & -1(\pi) & +1(\pi) + 3(\sigma) + 5(\sigma) \\
 & & & & 3
 \end{array}$$

hetgeen geheel overeenstemt met het vroeger gegeven type.

Willen we nu nog eens het meer ingewikkelde complex $P D'$ nemen:

$$\begin{array}{rcccc}
 W_P & -2 & -\frac{2}{3} & +\frac{2}{3} & +2 \\
 W_{D'} & -\frac{6}{5} & -\frac{2}{5} & +\frac{2}{5} & +\frac{6}{5} \\
 \hline
 W_P - W_{D'} (\pi \text{ comp.}) & -\frac{4}{5} & -\frac{4}{15} & +\frac{4}{15} & +\frac{4}{5} \\
 (\sigma \text{ comp.}) & -\frac{8}{5} & -\frac{16}{15} & -\frac{8}{15} & +\frac{8}{15} + \frac{16}{15} + \frac{8}{5} \\
 \hline
 \text{of samengevat:} & -24(\sigma) & -16(\sigma) & -12(\pi) & -8(\sigma) - 4(\pi) + 4(\pi) + 8(\sigma) + 12(\pi) + 16(\sigma) + 24(\sigma) \\
 & & & & 15
 \end{array}$$

geheel in overeenstemming met het splitsings-type van $P D'$. Ik geloof met deze voorbeelden te mogen volstaan en hoop hiermede een indruk te hebben gegeven, hoe Landé er in geslaagd is in deze rijke wereld van anomale Zeeman-effecten een sleutel te vinden voor het ontsluiten van deze op het eerste oog zeer ingewikkelde splitsingstypen.

Moge het voor velen een aanleiding zijn om de oorspronkelijke verhandeling van Landé zelf ter hand te nemen en te bestudeeren. Wellicht zal menigeen dan ook wel den indruk krijgen, die ik zelf in zoo sterke mate heb ondervonden, dat, al is hier een sleutel gevonden, die past, — de geheimen van het slot, waarin hij past kennen wij nog op lange na niet. Want al moge de quantentheorie hier haar schoonste triomfen vieren, voor mij blijft zij nog steeds veel geheimzinnigs behouden (denk b.v. aan die z.g. inwendige quantengetallen).

Maar moge dit niet de laatste indruk zijn dien ik hier weergeef. Laat ons veeleer dankbaar terugzien en bedenken, hoe uit Zeeman's ontdekking voor 25 jaar geleden zich in die 25 jaar een tak der spectroscopie zoo sterk ontwikkeld heeft, die vooral in de anomale effecten, die zij ons heeft doen kennen, ons een rijke bron heeft geopend voor onze kennis van de structuur der materie. Den Haag, 29-VIII-'21.

HET ZEEMAN-VERSCHIJNSEL OP DE ZON,

door A. VAN MAANEN.

In zijn bekende boek: „Researches in Magneto-Optics” ¹⁾ vangt Zeeman het achtste hoofdstuk aan met de volgende woorden: „In discoveries of optics we may always cherish the hope that they will lead eventually to applications to astronomy”.

Met het Zeeman-effect is deze hoop reeds spoedig vervuld geworden, al blijven ook nu nog de toepassingen beperkt tot verschijnselen op de zon. Wel zijn ook in enkele andere hemellichamen verdubbelingen van spektraallijnen waargenomen, welke mogelijk aan een magnetisch veld konden worden toegeschreven: Wright ²⁾ trachtte polarisatie te ontdekken in de samengestelde heldere lijnen in het spektrum van α Ceti; Adams en Kohlschütter ³⁾ deden het zelfde met de heldere waterstoflijnen in Nova Geminorum No. 2; in geen van beide gevallen konden zij echter het karakter der lijnen door een magnetisch veld verklaren. In N. G. C. 1952, de zoogenaamde „Crabnebula”, vond Slipher ⁴⁾ de heldere lijnen N_1 , N_2 , N_3 , H_β en H_γ dubbel met een maximum afstand van 40 Ångström-eenheden. Campbell en Moore ⁵⁾ vermelden voor tien planeetvormige nevels verdubbelingen der nebulium- en waterstoflijnen; daar deze echter althans voor het helderste dier objecten, N. G. C. 7662, geen polarisatie vertoonen, houden zij de mogelijkheid, dat deze verdubbelingen aan een Zeeman-effect zijn toe te schrijven, voor onwaarschijnlijk.

Op de zon daarentegen is het Zeeman-effect in vele gevallen met zekerheid waargenomen. Hale's voor de astrophysica zoo gewichtige ontdekking van magnetische velden in zonnevlekken werd echter eerst gedaan, nadat de invoering van Wallace's ⁶⁾ roodgevoelige photographische platen de wervelstructuur der H_α -floculi aan het licht had gebracht. Vóór dien had de spektroheliograaf, onafhankelijk door Hale en Deslandres uitgevonden, in staat gesteld, beelden van de zon te photographeeren in het licht van eene bepaalde spektraallijn. Gebruikte men hiervoor

1) Macmillan and Co., London, 1913.

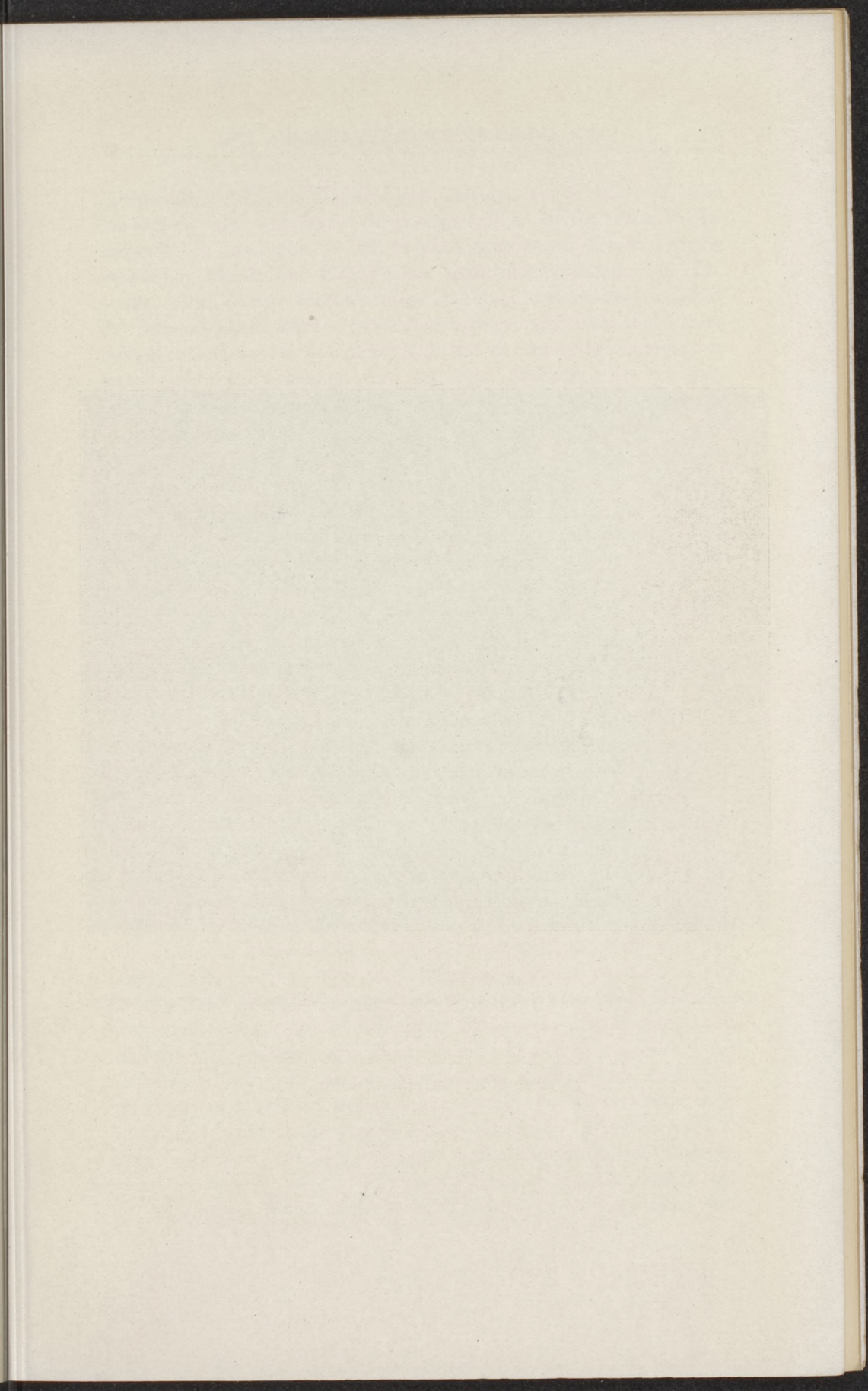
2) Lick Observatory Bulletin, No. 183, 1910.

3) Mt Wilson Contribution, No. 62, 1912.

4) Nature, 95, 185, 1915.

5) Publ. of the Lick Observatory, 13, 178, 1918.

6) Astroph. Journal, 26, 299, 1907.



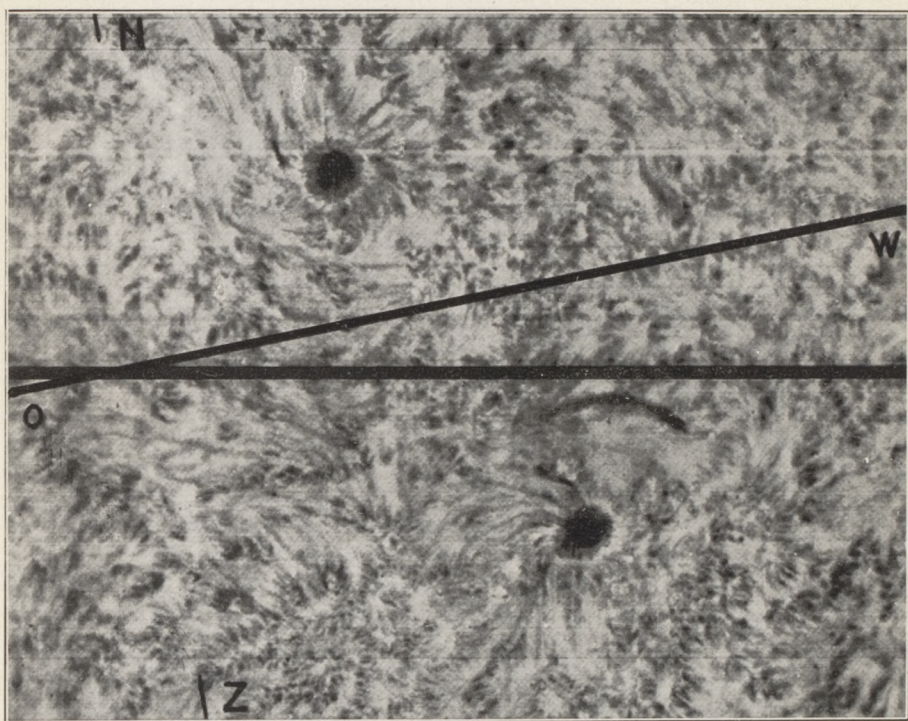


Fig. 1.

Zonnevlekken en flocculi in H_{α} , welke eene rechtsche en linksche wervelbeweging toonen;
October 7, 1908.

gewoonlijk de H - en K -lijnen van Calcium, en de H_δ -, H_γ - en H_β -lijnen van waterstof, de roodgevoelige platen maakten het mogelijk de zon ook in H_α te fotografheeren. Reeds spoedig verkregen Hale en Ellerman spektroheliogrammen in H_α welke eene uiterst merkwaardige structuur aantoonde; rondom de zonnevlekken waren geweldige vortices zichtbaar (fig. 1); zij gaven aanleiding tot het denkbeeld, dat de wervelbewegingen, in deze spektroheliogrammen aan het licht gebracht, het resultaat waren van verstoringen in den zonneatmosfeer, analoog met de tornado's in onzen dampkring. Dit idee werd nog versterkt, toen zij niet lang daarna eene groote massa waterstof, welke verscheidene dagen aan den rand van eene groote zonnevlek had gehangen, plotseling met eene snelheid van ongeveer 100 km. per seconde in de zonnevlek als het ware opgezogen zagen worden.

Het was reeds bekend, dat gloeiende lichamen electronen uitzenden; in een lichaam met zoo hooge temperatuur als de zon moesten dus wel vrije electronen aanwezig zijn. Geraakten deze in eene vortexbeweging, dan moesten zij een magnetisch veld veroorzaken en de spektraallijnen in zulk een veld zouden een Zeeman-effect moeten vertoonen. Hier was dus een mogelijkheid om de vortextheorie der zonnevlekken aan de waarnemingen te toetsen. Reeds in 1886 had Lockyer gezien dat enkele lijnen in het zonnevlekken-spektrum verbreed schenen te zijn; Young en W. M. Mitchell hadden zelfs reeds de verdubbeling van enkele lijnen waargenomen; het vereischte echter de groote dispersie van den 1908 op Mount Wilson gebouwden torentelekoop van 60 voet met den bijbehorenden spektrograaf om de polarisatie in de componenten der dubbele lijnen aan te toonen. 25 Juni 1908 werden door Hale spektra verkregen van eene zonnevlek, niet ver van het midden der zon gelegen. Boven de spleet van den spektrograaf waren een parallelpipetum van Fresnel en een prisma van Nicol geplaatst: de spektra vertoonden duidelijk eene omkeering van de relatieve intensiteit der componenten wanneer het prisma van Nicol over een hoek van 90° werd gedraaid; lijnen die geene verdubbeling doch slechts eene verbredening vertoonden, werden een weinig verplaatst door eene draaiing van het prisma over een hoek van 90° . Deze verplaatsingen stemden overeen met die welke Zeeman had waargenomen indien de magnetische krachtlijnen evenwijdig waren aan de gezichtslijn. Kort daarop vond Hale voor vlekken nabij den

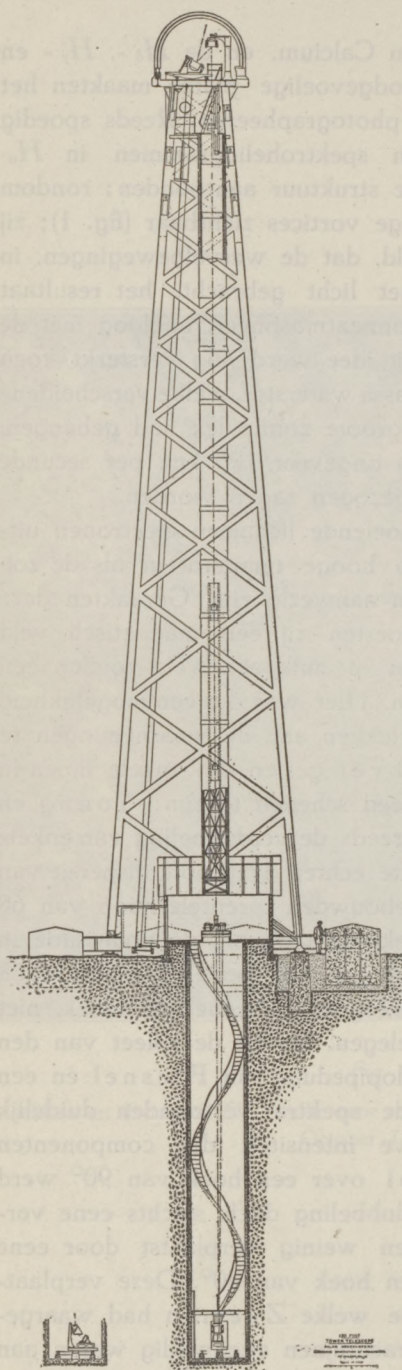


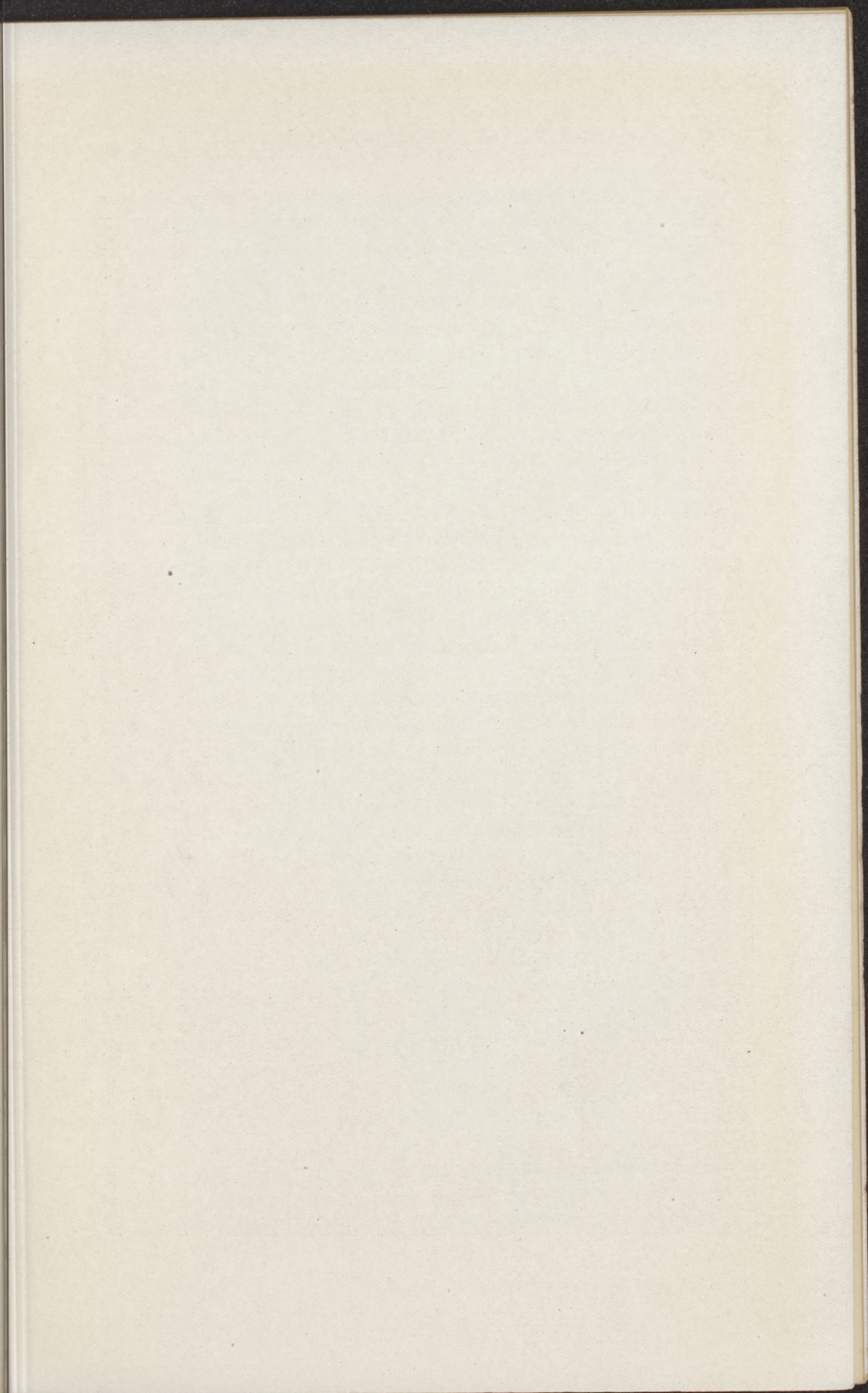
Fig. 2.

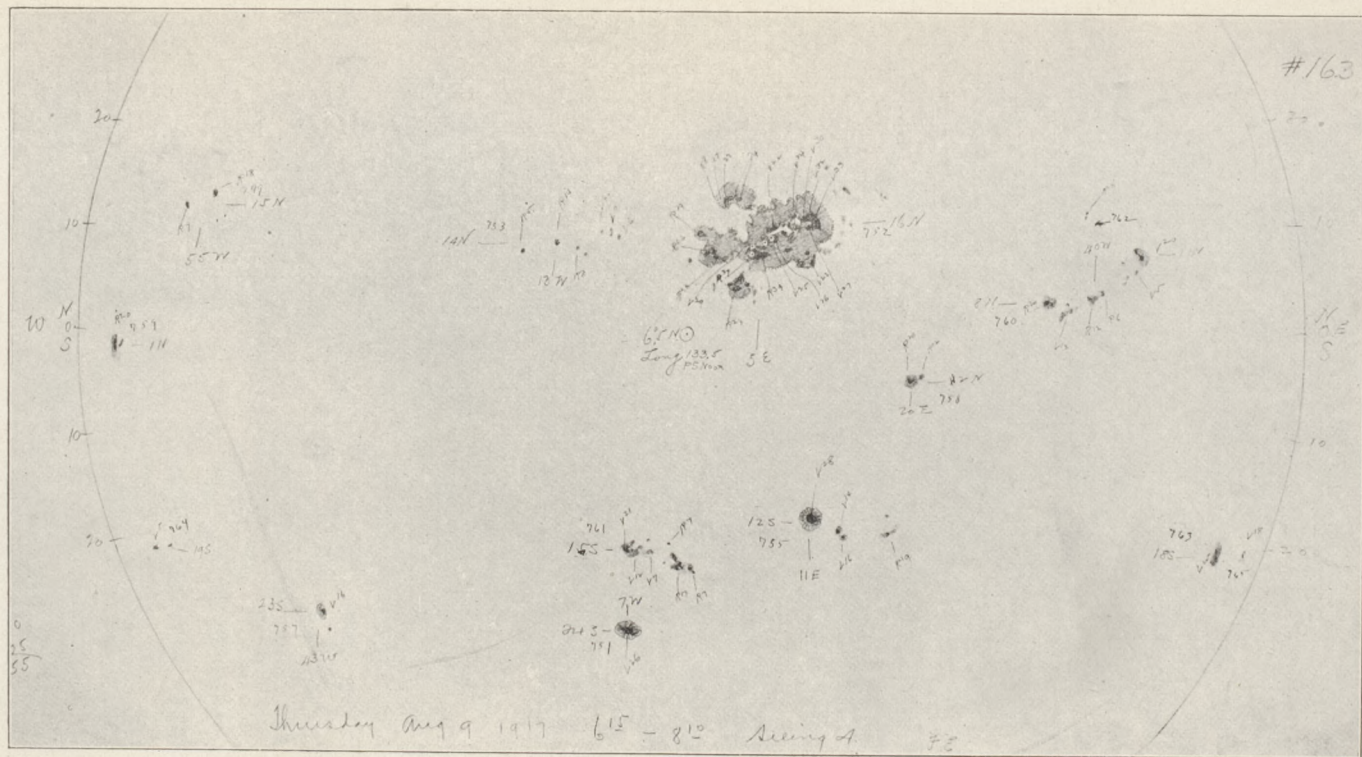
Doorsnede van den 150 voet
torentelescoop op Mt Wilson.

zonnerand een effect overeenkomende met Zeeman's waarnemingen loodrecht op de krachtlijnen van een magnetisch veld. Men mocht dus besluiten dat in zonnevlekken magnetische velden aanwezig waren en dat de krachtlijnen ongeveer radieel waren gericht. Uit eene vergelijking der waargenomen splitsing van enkele lijnen met die welke zij bij eene bekende veldsterkte in het laboratorium vertoonden kon Hale de intensiteit der magnetische velden in de zonnevlekken bepalen; in enkele gevallen bereikt deze 4500 Gauss.

Sedert het gereedkomen van den torentelescoop van 150 voet (ongeveer 46 meter) focaal lengte, (Fig. 2), wordt dit instrument dagelijks gebruikt om de polarisatie-verschijnselen waar te nemen in elke zonnevlek of groep van vlekken.

Op den top van den toren bevinden zich een coelostaat en eene lens met een diameter van 30 cm. en een brandpuntsafstand van 150 voet, welke aan den voet van den toren een beeld van de zon vormt met een diameter van 43 cm. Elk gedeelte van dit beeld kan men op de spleet van den spektrograaf laten vallen. Het licht, dat de spleet passeert, daalt in een put neer van ongeveer 80 voet diepte. Op den bodem hiervan bevinden zich eene collimatorlens met een





diameter van 15 cm. en een brandpuntsafstand van 75 voet (23 meter), en daaronder een tralie van Michelson; dit tralie bevat 622 lijnen per mm. over een oppervlak van 67×126 mm. Na op het tralie gevallen te zijn, keert het licht door de collimatorlens terug, welke een spektrum vormt naast de spleet van den spektrograaf. Door motoren kan men van af de plaats van den waarnemer bij de spleet den koepel draaien, de spiegels op den top van den toren bewegen en de lens daar focusseeren. Van af dezelfde plaats kan men de spleet roteeren, de collimatorlens focusseeren, het tralie zoodanig draaien, dat de lijnen ervan evenwijdig zijn aan de spleet, en tevens zoodanig wentelen, dat men elk gedeelte van elke orde van het spektrum kan brengen op de plaats, waar het oculair of de gevoelige plaat zich bevinden.

Voor de zonnevlekken gebruikt men gewoonlijk de tweede orde van het tralie ($1 \text{ \AA. E.} = 3 \text{ mm.}$), voor het later te bespreken algemeen magnetische veld op de zon gebruikt men de derde orde.

Om de polarisatie-verschijnselen te onderzoeken is boven de spleet van den spektrograaf een prisma van Nicol aangebracht en daarboven een samengesteld $\lambda/4$ -plaatje; dit bestaat uit streepjes mica van 2 mm. breedte waarvan de successievelijke assen loodrecht op elkaar staan en hoeken van 45° maken met de spleet. Dagelijks worden hiermee de polariteit en de sterkte van het magnetische veld in elke zonnevlek gemeten; de waarnemer teekent een kaart van het zonnebeeld met alle zichtbare vlekken (Fig. 3). De polariteit van elke vlek wordt aangegeven door een *V* of een *R*, naarmate de violette of de roode component van de lijn λ 6173,553 door een bepaald streepje van het micaplaatje wordt doorgelaten. De sterkte van het veld wordt daarna gemeten met behulp van een micrometer, bestaande uit een glasplaatje met evenwijdige zijden, 2 mm. breed, dat om een as zoodanig gedraaid kan worden, dat de violette component in het eene streepje samenvalt met den rooden component van het naastgelegen streepje. De stand van den micrometer wordt op een graadboogje afgelezen. Daar voor λ 6173 één graad ongeveer 100 Gauss vertegenwoordigt, wordt bij elke vlek naast de letters *V* en *R* een cijfer geplaatst, dat de sterkte in 100 Gauss aangeeft.

De bepaling van de polariteit van honderden zonnevlekken heeft Hale en Nicholson in staat gesteld de vlekken te verdeelen in drie hoofdafdeelingen, n.l. unipolaire, bipolaire en multipolaire

vlekken. Het zou te ver voeren alle bijzonderheden van dit onderzoek te bespreken, maar enkele der voornaamste resultaten mogen hier toch in het kort worden gemeld. Ruim 60 % der vlekken zijn bipolair, terwijl ook de unipolaire vlekken dikwijls karakteristieke eigenaardigheden vertoonen, die doen vermoeden dat zij oorspronkelijk bipolair zijn.

De beide vlekken of groepen van vlekken in een bipolaire groep hebben tegengestelde polariteit; verder hebben voorgaande zoowel als volgende vlekken tegengestelde polariteit, naarmate zij in het noordelijk of het zuidelijk halfrond van de zon zijn gelegen.

Vóór het laatste minimum van zonnevlekken in 1913 was de polariteit voor unipolaire vlekken en voor de Westelijke leden der bipolaire vlekken positief in het zuidelijk en negatief in het noordelijk halfrond. Sedert dat minimum zijn de teekens omgekeerd. Voor deze merkwaardige verandering is nog geene verklaring gegeven.

Met den torenteleskoop van 150 voet is verder, met gebruikmaking van hetzelfde polarisatietoestel een zonnevlekken spectrum vervaardigd van $\lambda = 3900$ tot $\lambda = 6600$; de kaarten zijn gereproduceerd op eene schaal van $1 \text{ \AA. E.} = 1 \text{ cm.}$ Ruim 5000 lijnen zijn gevonden die den invloed toonen van een magnetisch veld.

De ontdekking van het magnetisch veld in de vlekken bracht Hale op het denkbeeld of ook de zon als een geheel niet een magnetisch veld bezat? De structuur van de corona, gedurende totale zoneclipsen waargenomen, duidt reeds in deze richting. Bigelow ¹⁾ had al in 1889 de groote overeenkomst aangetoond tusschen de coronastralen en de krachtlijnen van een bolvormige magneet. Eene poging om een dergelijk algemeen magnetisch veld op de zon aan te toonen met behulp van den torenteleskoop van 60 voet werd niet met succes bekroond; in 1912 echter werd het onderzoek voortgezet met den teleskoop van 150 voet. A priori moest men een zwak veld verwachten; de spektraallijnen zullen dan geene splitsing doch slechts eene verbreding vertoonen.

De voor dit onderzoek noodige formules werden door Seares ²⁾ afgeleid:

Van een normaal Zeeman-triplet zal het polarisatietoestel in de even streepjes van het samengestelde $\lambda/4$ -plaatje licht van de componenten doorlaten in de verhouding:

¹⁾ Bigelow, „The Solar Corona”, Smithsonian Institution, 1889.

²⁾ Mt Wilson Contributions, No. 72, 1913.

(1) $R = \frac{1}{4} (1 + \cos \gamma)^2$; $M = \frac{1}{2} \sin^2 \gamma$; $V = \frac{1}{4} (1 - \cos \gamma)^2$;
in de oneven streepjes:

(2) $R' = \frac{1}{4} (1 - \cos \gamma)^2$; $M' = \frac{1}{2} \sin^2 \gamma$; $V' = \frac{1}{4} (1 + \cos \gamma)^2$,
waarin γ de hoek is tusschen de gezichtslijn en de magnetische
krachtlijnen. Voor $\gamma = 0$ wordt $R = V'$ en $M = V = R' = M' = 0$;
men heeft dan derhalve eene maximumverplaatsing der lijnen in
twee opvolgende micastreepjes. Voor $\gamma = 90^\circ$ is de intensiteits-
verdeeling symmetrisch en gelijk in alle micastreepjes.

Noemt men H de veldsterkte in Gauss en C den afstand der
buitenste componenten voor eene veldsterkte van 1 Gauss, dan
zijn de te meten verplaatsingen in de opvolgende micastreepjes:

$$(3) \quad \Delta = C H \cos \gamma.$$

Neemt men voorloopig aan, dat de zon een homogeen magne-
tische bol is met den waarnemer in den magnetischen equator, dan
heeft men voor punten op den centralen meridiaan

$$(4) \quad k \Delta = 3 \sin 2 \varphi,$$

waar φ de breedte voorstelt ten opzichte van den magnetischen
equator en waar $k = 4/C H_p$, en H_p de veldsterkte aan de magne-
tische pool is.

De kromme, die de verplaatsingen voorstelt langs den meridiaan
is dus eene sinusoïde met een maximum en minimum voor 45° breedte.

De eerste spectra door Hale en Ellerman genomen, werden
door Miss Lasby uitgemeten; van de 30 onderzochte lijnen toon-
den slechts 3 eene meetbare verplaatsing, n.l. λ 5812,139 (Fe, 0),
 λ 5828,097 (? , 0) en λ 5929,898 (Fe, 2). In een groot aantal spectra
werden daarna deze drie lijnen door den schrijver gemeten; de
overeenkomst met de theoretische kromme is zeer bevredigend,
vooral indien men in aanmerking neemt, dat de maximumver-
plaatsingen slechts 0.001 Å. E. of 0.005 mm. zijn. (Figuur 4).

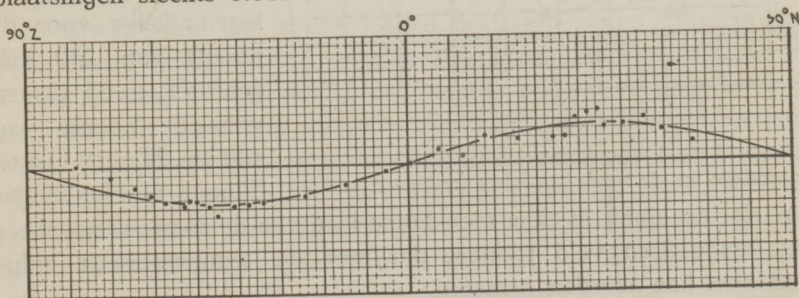


Fig. 4.

Gemiddelde kromme uit drie seriën metingen der lijnen λ 5812,139; λ 5828,097 en
 λ 5929,898 afgeleid. De verticale schaal is: 1 deeltje = 0.001 mm.

Het bestaan van een algemeen magnetisch veld op de zon was hiermee vrij zeker bewezen; het was nu noodig een onderzoek in te stellen naar andere lijnen, die dergelijke verplaatsingen geven. Hiertoe werden zulke lijnen uitgekozen, die hetzij in het laboratorium, hetzij in de zonnevlekken een aanzienlijk Zeeman-effect vertoonden. Wegens de moeilijkheid in het meten, moesten lijnen met intensiteiten groter dan 5 en kleiner dan 0 uitgesloten worden. Van de 46 onderzochte lijnen werden voor 30 verplaatsingen gevonden, overeenstemmende met een algemeen magnetisch veld. Over de verschillende elementen zijn deze als volgt verdeeld: Fe 11; Cr 8; Ni 4; V 5; Ti 1, terwijl ééne lijn niet geïdentificeerd kon worden. Deze, zoowel als de later te bespreken metingen ter bepaling van de positie der magnetische polen werden alle door den schrijver verricht.

De waarden van de veldsterkte, afgeleid uit de voor de 30 lijnen gemeten verplaatsingen, vertoonen voor de verschillende elementen eene sterke afhankelijkheid van de intensiteit der lijnen; daar nu deze wederom in het algemeen eene aanwijzing is voor de hoogte in de fotosfeer, werden de resultaten onderzocht op eene afhankelijkheid van veldsterkte en hoogte. Om de intensiteiten der lijnen van verschillende elementen in hoogten in de fotosfeer om te zetten, werd gebruik gemaakt van A. S. Mitchell's ¹⁾ metingen van de omkeerende laag. Construeert men daarna eene figuur, waarbij de ordinaten de hoogten aangeven en de abscissae de veldsterkten, dan blijkt, dat, met uitzondering van

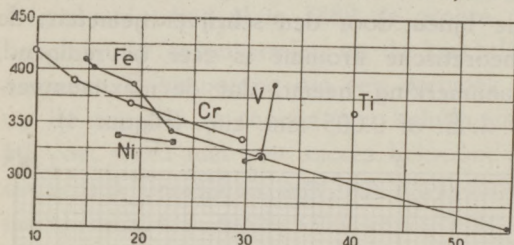


Fig. 5.

Afhankelijkheid van veldsterkte (abscissae in Gauss) en hoogte in de zonne-atmosfeer (ordinaten in km.)

dat slechts lijnen in eene zeer dunne laag van de zonne-atmosfeer een magnetisch veld toonen, dat met de tegenwoordige hulpmiddelen kan worden gemeten.

ééne titaniumlijn ééne vanadiumlijn, alle punten vrijwel op eene kromme lijn zijn gelegen, welke voor de hoogte van 250 km. geeft $H_p = 55$ Gauss, voor de hoogte van 420 km. $H_p = 10$ Gauss. (Figuur 5). Het schijnt

¹⁾ Publ. of the Mc Cormick Observatory, 2, Part 2, 1913.

Ten slotte werd eene poging aangewend om de positie der magnetische polen te bepalen; uit de geringe asymmetrie der tot nu toe verkregen sinusoïden ten opzichte van het centrum der zon, was het reeds duidelijk, dat de magnetische polen niet ver van de polen der zonnerotatie verwijderd konden zijn.

Voor dit onderzoek werden drie lijnen gekozen, die door hunne intensiteit goed meetbaar waren en tevens vrij groote verplaatsingen hadden gegeven, n.l. λ 5247,737 (Cr. 2); λ 5300,929 (Cr. 2) en λ 5329,329 (Cr. 3). Voor een dergelijk onderzoek moet vergelijking (4) vervangen worden door:

$$(5) \quad \begin{cases} k \Delta = A \cos i + B \sin i \cos \lambda, \\ A = 3 \sin (2\varphi - D) + \sin D; B = 3 \cos (2\varphi - D) + \cos D. \end{cases}$$

Hierin is φ de heliographische breedte; λ de lengte van de magnetische noordpool; i de inclinatie van de magnetische as en de rotatie-as en D de hoek tusschen den zonneaequator en de gezichtslijn. Ellerman verkreeg voor dit onderzoek eene bijna ononderbroken serie platen van 1914 Juni 8 tot 1914 September 25, waarbij dagelijks 6 platen werden genomen van 50° N tot 50° Z. Het door Seares hieruit afgeleide resultaat is:

$$\begin{aligned} i &= 6^\circ,0 \pm 0^\circ,4, \\ P &= 31,52 \pm 0,28 \text{ dagen,} \\ t_0 &= 1914, \text{ Juni } 25,38 \pm 0,42 \text{ dagen.} \end{aligned}$$

Eene tweede serie platen, van 2 tot 29 September 1916 genomen, duiden aan dat de gevonden periode reeds vrij nabij de waarheid moet zijn; wel zijn de resultaten dezer serie nog niet definitief herleid, maar een voorloopig onderzoek toont aan, dat het verschil voor de 26 perioden gelegen tusschen de 1914- en de 1916-seriën, kleiner is dan 3 dagen of minder dan 0.12 dag per periode.

De afwezigheid van zonnevlekken heeft ten slotte Ellerman, Nicholson en Benioff in staat gesteld eene derde serie spektra te nemen van 1 Juli tot 22 September 1920. Deze serie is nog niet gemeten, maar zal zeker in staat stellen de periode, indien constant, met eene groote nauwkeurigheid vast te stellen.

Uit het bovenstaande moge blijken van hoeveel belang Zeeman's ontdekking der splitsing van spectraallijnen in een magnetisch veld reeds is geweest voor de physica van de zon. Dat zijne ontdekking vroeger of later ook toepassingen zal vinden op andere hemellichamen is nauwelijks aan twijfel onderhevig.

MT. WILSON OBSERVATORY.

Pasadena, Sept. 1921.

SPECTRAALREEKSEN

door E. E. MOGENDORFF.

De ontdekking van de magnetische splitsing der spectraallijn en de vernuftige, door haar eenvoud en schoonheid indrukwekkende verklaring van Lorentz van het normale Zeeman-verschijnsel, was voor alle studenten in de Natuurkunde aan het einde van de vorige, en in het begin van deze eeuw van groote en integreerende betekenis.

Daardoor werd de toch reeds levendige belangstelling in de licht-emissie en het verlangen naar de kennis van den bouw van het atoom opgewekt. Met de ontdekking van Zeeman en met de eenvoudige hypothese van Lorentz werden de poorten geopend voor tal van experimenten, het geheele uitgebreide gebied van onderzoek naar de magnetische splitsing der talrijke spectraallijnen en voor vruchtbare hypothesen omtrent de samenstelling van het atoom.

Bijna overweldigend is het concert van lichttrillingen door gloeiende gasen en dampen uitgezonden; de onderlinge ligging der vele spectraallijnen van een bepaald element schijnt, oppervlakkig beschouwd, niet voor een mathematische formuleering vatbaar. Toch ontdekte Balmer in 1885 een zeer merkwaardig verband voor de lijnen van het waterstofspectrum:

$$n = N \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{q^2} \right)$$

waarin $q = 3, 4, 5$ enz.

De spectraalformule van Balmer werd weldra gevolgd door de formule van Rydberg (1888).

$$n = A - \frac{N}{(q + \mu)^2}$$

en door de formule van Kayser en Runge

$$n = A + \frac{B}{q^2} + \frac{C}{q^4},$$

welke beide formules als een uitbreiding van die van Balmer werden beschouwd.

Ritz gaf de formule

$$n = A - \frac{N}{\left(q + a + \frac{b}{q^2} \right)}.$$

In mijn proefschrift ¹⁾ wordt aangetoond, dat de formule

$$n = A - \frac{N}{\left(q + a' + \frac{b'}{q}\right)}$$

een iets betere aansluiting geeft. Hicks ²⁾ komt later tot dezelfde conclusie. Van Lohuizen ³⁾ behandelde het vraagstuk volgens de graphische methode en hij vond reeksen voor tin en antimonium. Ook het proefschrift van Paulson ⁴⁾ verdient hier vermelding. Deze formules waren alle empirisch gevonden; de formule van Balmer gaf de uiterst nauwkeurig waargenomen waterstoflijnen op zóó juiste wijze aan, dat aan een bijzondere beteekenis van die formule en vooral van de daarin voorkomende constante N niet getwijfeld kon worden. In mijn proefschrift (1906) heb ik de vraag trachten te beantwoorden, of de N uit de formule van Balmer in de spectra van alle elementen, waarvoor overeenkomstige reeksen waren waargenomen, als eene universeele constante mocht beschouwd worden. Daarmede hangt dan samen, of de formule van Rydberg met behoud van deze universeele constante zoo gewijzigd zou kunnen worden, dat een preciese aansluiting óók voor de spectraallijnen van de andere elementen zou kunnen worden verkregen.

Terwijl wij in 1906 konden schrijven: „De verklaring van het werkelijke wezen van het spectraal verschijnsel, van het ontstaan der spectraalreeksen in het bijzonder, is volstrekt nog niet zoover gevorderd, om aan het optreden van eene universeele constante in de spectraalformule eene duidelijke physische beteekenis te hechten”, staat het probleem er nu anders voor. Uit de hypothesen van Bohr volgt, dat

$$N_{\infty} = \frac{2 \pi^2 m e^4}{h^3 c},$$

waarin m en e resp. de massa en de lading van een electron voorstellen, c de snelheid van het licht en h de raadselachtige, tevens echter zoo belangrijke, constante van Planck.

¹⁾ Acad. Proefschrift, A'dam, December 1906, Promotor Prof. Dr. P. Zeeman.

²⁾ Phil. Transact. of the R. S. of London, Series A Vol. 212, p. 34, r. 8. v. o.

³⁾ Acad. Proefschrift, A'dam, Juli 1912, Promotor Prof. Dr. P. Zeeman.

⁴⁾ Lunds Universitets Årsskrift 1914, N. F. Afd. 2, Bd. 10, Nr. 12: Emil Paulson, „Beiträge zur Kenntnis der Linienspektren”.

Volgens de theorie van Bohr treedt in de spectraalformule voor een bepaalde reeks als constante op

$$N = \frac{N_{\infty}}{1 + m/M},$$

waarin M de massa van de positieve kern van het atoom voorstelt. Volgens de theorie van Bohr en Sommerfeld luidt de spectraalformule:

$$n = N \left(\frac{E}{e} \right)^2 \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2} \right) \left(1 + \frac{\alpha^2}{4} \left(\frac{E}{e} \right)^2 \left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} \right) \right)$$

p en q zijn geheele getallen.

Hierin is E de lading van de positieve kern van het atoom; $\alpha = 2\pi e^2 / hc$ is een constante factor, welke in den tusschen accoladen geplaatsten vorm voorkomt. Deze vorm is de correctie volgens de relativiteitstheorie, welke in acht moet worden genomen, omdat de snelheid der voortvliegende electronen in het atoom van dezelfde orde van grootte is, als de voortplantingssnelheid van het licht. Laatstgenoemde uitdrukking voor n (de reciproke waarde van de golflengte in cm.) is de straling tengevolge van een merkwaardigen sprong van een electron van den q^{en} op den p^{en} kring. Bij dezen sprong wordt een zeker quantum energie uitgestraald, terwijl het electron geen energie uitstraalt zoolang het in een bepaalden kring van voorkeur blijft!

In het nieuwe atoombeeld culmineeren alle nieuwe, koene en revolutionaire, tegelijkertijd echter de buitengewoon vruchtbare gedachten, die de theoretische natuurkunde in deze eeuw een geheel veranderd aanzien hebben gegeven. Opvallend groot is het verschil tusschen dit moderne atoombeeld en het eenvoudige model in 1896 door den vader van de electronen-theorie ontworpen, in overeenstemming met de electromagnetische theorie van het licht. Volgens de theorie van Bohr is de microkosmos vol geheimzinnigheden; maar wij moeten deze aanvaarden. Immers hypothesen als die van Planck, Bohr en Sommerfeld, die leiden tot een zoo opvallende quantitative overeenstemming met de in de spectraalformule optredende universeele constante, die een zoo treffende verklaring geven van het optreden van reeksen, van de fijnere structuur der spectraallijnen en zelfs van de Röntgen-spectra, moeten wel een kern van waarheid, zij het voor ons onbegrepen waarheid in zich dragen.

Het is nu de vraag, of ook de overeenkomstig gebouwde reeksen van de andere elementen (andere, dan die van waterstof en helium) door de nieuwe theorie een voldoende quantitatieve verklaring zullen vinden. Het vroeger verkregen zuiver empirische materiaal, behoeft niet geheel waardeloos te blijven. Zoo b.v. de uitkomsten voor Rydberg's constante verkregen voor de hoofdreeksen der alkaliën; het is bij onze berekeningen in 1906 gebleken, dat met stijgend atoomgewicht de verschillen met de constante in de formule van Balmer toenemen. Verklaring wordt ook gevraagd voor die reeksen, waarbij een onverwacht groote afwijking voor Rydberg's constante te voorschijn komt, wanneer deze constante berekend wordt uit drie van de meest nauwkeurig waargenomen lijnen, die blijkens hare ligging, hare overeenkomstige magnetische splitsing en hare intensiteit in een zelfde reeksverband behooren.

De verklaring van de zeer gecompliceerde magnetische splitsingen en van abnormaliteiten zal zeker niet minder inspanning vorderen. Wel is waar is de magnetoopische splitsingswet van Sommerfeld zeer geschikt voor een systematisch overzicht in overeenstemming met de regels van Runge en Preston, van eene verklaring is nog in het geheel geen sprake. Het is te verwachten, dat onze uitgebreide kennis van de magnetische splitsing der spectraallijnen een kostbaar materiaal zal zijn, om dieper door te dringen in het geheimzinnige wezen van het atoombeeld en het is te hopen, dat veel van het mystieke, dat hierin gelegen is, zal verdwijnen.

Enschede, September 1921.

EENIGE OPMERKINGEN OVER DEN INTERFEROMETER VAN MICHELSON

door A. SNETHLAGE.

Het is bekend, dat een belangrijk probleem uit de optica het volgende is: hoe verandert de snelheid van het licht, wanneer men een wijziging aanbrengt in de media, die het doorloopt? Om dit na te gaan laat men een lichtstraal interfereeren met een anderen, ermee coherenten, die echter de media ongewijzigd of anders gewijzigd doorloopt. Het hiervoor gebruikte toestel noemen we een interferometer en van de verschillende soorten interferometers

is die van Michelson zeker wel een der allermooiste. Dit toestel is in allerlei gedaanten gebruikt, aangepast aan het onderzoek, waartoe het dienen moest. Een der vormen, oorspronkelijk door Michelson en Morley gebezigd ter bepaling van den meesleepingscoëfficiënt van Fresnel voor wit licht in water, is in de laatste jaren door Prof. Zeeman weer toegepast, eerst om den meesleepingscoëfficiënt in water nauwkeuriger te bepalen (proef van Fizeau), voor licht van verschillende golflengten, later voor het meten van dien coëfficiënt in bewegende vaste stoffen.

Het groote voordeel van dezen interferometer is, dat de twee interfereerende bundels niet alleen aequivalente, maar bijna identieke wegen doorloopen, zoodat storingen, bijv. die van luchtstroomingen en temperatuurverschillen, beide stralen bijna gelijkelijk beïnvloeden, waardoor de storingen aanzienlijk geringer, zooal niet geheel opgeheven, worden. Ieder, die wel eens met dit of een dergelijk toestel gewerkt heeft, weet, hoe gevoelig het is en hoe men eerst door de ervaring zijn verschillende eigenaardigheden

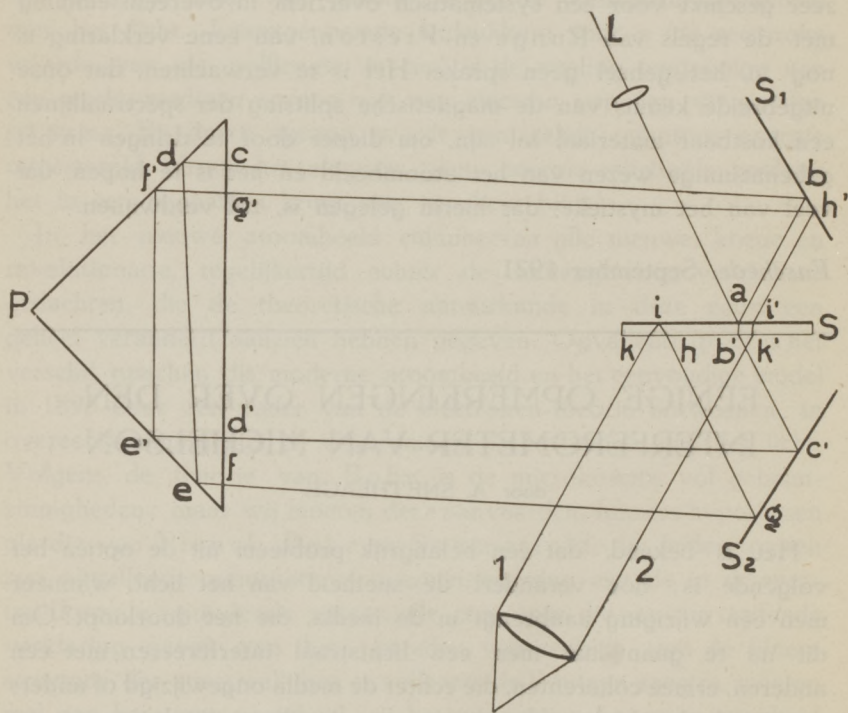


Fig. 1.

leert kennen en het leert beheerschen. De theorie van den interferometer in dezen vorm is nog niet geheel uitgewerkt en leidt tot lange becijferingen. Ik wil hier heel in het kort, zonder veel berekeningen, aangeven, hoe de methode van Silberstein zich leent tot een eenvoudige behandeling van het vraagstuk. Daartoe zal het noodig zijn, dat ik eerst even het beginsel van den interferometer in herinnering breng.

Een bundel licht L valt (fig 1) op den half verzilverden spiegel S , waar iedere straal gesplitst wordt in 2 andere, die we in het vervolg 1 en 2 zullen noemen. De spiegels S_1 en S_2 , ongeveer symmetrisch t.o.v. S , staan bij benadering loodrecht op het vlak van teekening, evenals S en de ribbe van het prisma P . Dit is een zeer zorgvuldig afgewerkt rechthoekig prisma.

Straal 1 volgt nu den weg $abcdefghik$, straal 2 den weg $ab'c'd'e'f'g'h'i'k'$. Indien beide evenwijdig uittreden kunnen ze verenigd worden in het brandvlak van een lens; gelukt dit voor alle invallende stralen te gelijk, dan komt ieder punt van het brandvlak overeen met 2 uittredende bundels, waarvan de stralen paarsgewijs coherent zijn, zoodat ze in het brandvlak kunnen interfereeren. Brengt men nu bijv. in den lichtweg bc en $g'h'$ een naar links bewegende balk, dan zal straal 1 deze in de richting der snelheid doorloopen, straal 2 tegen de snelheid in. De stralen krijgen een fazeverschil, dat zich uit in een verandering der interferentiefiguur.

Wil men het toestel geheel kennen, dan moet men bepalen:

1. Hoe moet de stand der spiegels zijn opdat steeds 1 en 2 evenwijdig uittreden.
2. Welke is dan de interferentiefiguur zonder en met de aan-gebrachte wijziging in den lichtweg.

Het zou ons veel te ver voeren beide vragen nauwkeurig te bestudeeren; ik wil alleen op vraag 1 verder ingaan. Hiervoor is blijkbaar alleen noodig, dat we ons met de richting der stralen bezig houden, terwijl we voor vraag 2 het fazeverschil, dus de lengte der doorloopen wegen moeten kennen.

Een door Silberstein ¹⁾ uitgedachte methode leidt gemakkelijk tot de beantwoording van vraag 1. In het kort zal ik deze methode aangeven voor zoover we er hier gebruik van zullen maken. In het vervolg duiden we vectoren aan door letters met een streepje eronder, eenheidsvectoren door vet gedrukte letters,

¹⁾ L. Silberstein. *Simplified Method of Tracing Rays through any Optical System*. London 1918.

terwijl $(\underline{a} \underline{b})$ het cosinusproduct der vectoren $\underline{a}$ en $\underline{b}$ voorstelt, dus $(\underline{a} \underline{b}) = a b \cos \vartheta$, wanneer ϑ de hoek tusschen $\underline{a}$ en $\underline{b}$ is. Hieruit volgt $(\underline{a}^2) = a^2$ en $(\underline{a}^2) = 1$, terwijl $(\underline{a} + \underline{b}, \underline{c} + \underline{d})$ geschreven kan worden als de som der producten $(\underline{a} \underline{c})$, $(\underline{a} \underline{d})$, $(\underline{b} \underline{c})$ en $(\underline{b} \underline{d})$,

Zij nu $\underline{r}$ een straal, die op een spiegel met normaal $\underline{n}$ invalt, dan bestaat tusschen $\underline{r}$ en den teruggekaatste straal $\underline{r}'$ de volgende betrekking:

$$\underline{r}' = \underline{r} - 2 \underline{n} (\underline{n} \underline{r}) \quad (1)$$

zooals dadelijk uit fig. 2a te zien is.

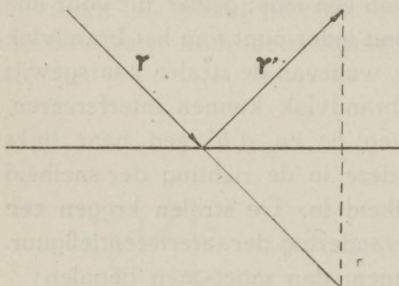


Fig. 2a.

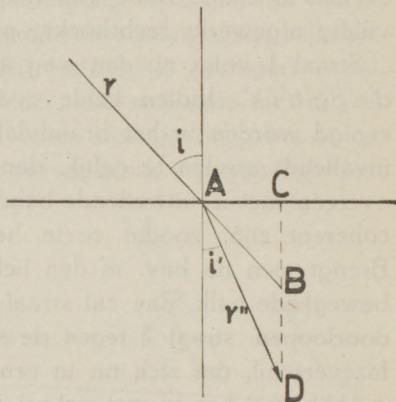


Fig. 2b.

Iets dergelijks geldt bij breking van een medium met brekings-index μ in een ander met index μ' . We kunnen schrijven (fig. 2b)

$$\underline{r}'' = \underline{AB} + \underline{CD} - \underline{CB}$$

en, daar $\mu \sin i = \mu' \sin i'$,

$$\underline{r}'' = \frac{\mu}{\mu'} \underline{r} + \underline{n} \left\{ (\underline{r}'' \underline{n}) - \frac{\mu}{\mu'} (\underline{r} \underline{n}) \right\},$$

wat we zullen schrijven

$$\mu' \underline{r}'' = \mu \underline{r} + g \underline{n}, \quad (2)$$

waar

$$g = \mu' (\underline{r}'' \underline{n}) - \mu (\underline{r} \underline{n}).$$

Het is zoowel voor (1) als voor (2) onverschillig in welken zin we den normaal rekenen.

Deze formules zijn de eenige, welke we noodig hebben.

Noemen we den invallenden straal r en splitst deze zich bij S in straal 1, waarvan we de richting achtereenvolgens voorstellen door $r_1, r_2, \dots, r_9, r'$ en straal 2 met richtingen $l_1, l_2, \dots, l_9, l'$, dan kunnen we 2 reeksen betrekkingen opschrijven, waardoor met hulp van de vergelijkingen (1) en (2) iedere volgende richting uitgedrukt wordt in de vorige en den normaal van het laatste spiegelende of brekende oppervlak. Zoo vinden we o.a.:

$$\begin{aligned} r_2 &= r_1 - 2 n_1 (n_1 r_1); & l_4 &= \frac{1}{\mu} (l_3 + g h), & g &= \mu (l_4 h) - (l_3 h) \\ r' &= r_7 - 2 n (n r_7); & l' &= l_8 \\ &\text{enz.} & &\text{enz.} \end{aligned}$$

waar n, n', h de normalen zijn resp. op S, S_1 en het voorvlak van het prisma, terwijl μ de brekingsindex van het prisma is. Ten slotte worden dus zoowel r' als l' uitgedrukt in r en de verschillende normalen.

Het verdient hierbij aanbeveling even afzonderlijk den gang der lichtstralen door het prisma na te gaan. Een eenvoudige berekening leert, dat voor een invallenden straal r_2 de na 2 brekingen en 2 terugkaatsingen uittredende straal voorgesteld kan worden door

$$r_6 = -r_2 + 2(p r_2)p$$

wanneer p de richting der ribbe is. Laten we aannemen, dat p en de normaal n van S loodrecht op elkaar staan; dan kunnen deze 2 richtingen met nog een derde n' loodrecht op beide, als coördinatenstelsel dienen.

De normaal op S_1 kan dan aangegeven worden door

$$n_1 = a n + b n' + \varepsilon p,$$

die op S_2 door

$$n_2 = a' n + b' n' + \varepsilon' p,$$

waarbij a, b en ε de grootte der componenten van n_1 in de 3 coördinatenrichtingen aangeven, a', b' en ε' die van n_2 .

Daar de stand van S_1 en S_2 heel weinig zal afwijken van den symmetrischen t.o.v. S , daar anders heel gauw een der stralen den tweeden spiegel niet meer treft, mogen we stellen:

$$\begin{aligned} a' &= -a + \delta \\ b' &= b + \delta' \\ \varepsilon' &= \varepsilon + \delta'' \end{aligned}$$

waarbij $\delta, \delta', \delta'', \varepsilon$ en ε' kleine grootheden zijn.

Voeren we dit in de formules in, dan vereenvoudigen deze zich aanzienlijk. Er zullen bijv. producten voorkomen van den vorm $(\mathbf{n} \mathbf{n}_1)$, wat dadelijk herleid kan worden tot a , immers $(\mathbf{n} \mathbf{n}')$ en $(\mathbf{n} \mathbf{p})$ zijn beide nul, $(\mathbf{n}^2) = 1$. Voor $(\mathbf{n} \mathbf{n}_1) + (\mathbf{n} \mathbf{n}_2)$ kunnen we schrijven $a + a' = \delta$.

De berekeningen uitvoerend vinden we voor $\mathbf{r}'$ een uitdrukking van den vorm

$$\mathbf{n} (A(\mathbf{n} \mathbf{r})) + B(\mathbf{n}' \mathbf{r}) + C(\mathbf{p} \mathbf{r}) + \mathbf{n}' (A'(\mathbf{n} \mathbf{r}) + B'(\mathbf{n}' \mathbf{r}) + C'(\mathbf{p} \mathbf{r})) + \\ + \mathbf{p} (A''(\mathbf{n} \mathbf{r}) + B''(\mathbf{n}' \mathbf{r}) + C''(\mathbf{p} \mathbf{r})),$$

waar $A, B, C, \dots, C''$ functies zijn van $a, b, \varepsilon, a', b', \varepsilon'$; voor $\mathbf{l}'$ een dergelijke uitdrukking.

Zullen $\mathbf{r}'$ en $\mathbf{l}'$ evenwijdig zijn, dan moet $\mathbf{r}' - \mathbf{l}' = 0$ zijn.

Nu vinden we:

$$\mathbf{r}' - \mathbf{l}' = -4 \mathbf{n} (R(\mathbf{n}' \mathbf{r}) - S(\mathbf{p} \mathbf{r})) - 4 \mathbf{n}' (R(\mathbf{n} \mathbf{r}) + T(\mathbf{p} \mathbf{r})) + \\ + 4 \mathbf{p} (S(\mathbf{n} \mathbf{r}) + T(\mathbf{n}' \mathbf{r}))$$

waar

$$R = (a' \varepsilon + a \varepsilon') (b' \varepsilon + b \varepsilon') \\ S = (a' \varepsilon + a \varepsilon') (a a' + b b' - \varepsilon \varepsilon') \\ T = (a' \varepsilon + a \varepsilon') (a b' - a' b).$$

De vorm zal alleen dan nul zijn voor iedere waarde van $\mathbf{r}$, wanneer elk der coëfficiënten nul is en dat is alleen het geval wanneer

$$R = S = T = 0,$$

wat neerkomt op

$$a' \varepsilon + a \varepsilon' = 0 \quad \text{of} \quad a \delta'' + \varepsilon \delta = 0.$$

Het is niet mogelijk, dat de 3 tweede factoren van R, S en T tegelijk nul zijn. Immers, we kunnen schrijven

$$a a' + b b' - \varepsilon \varepsilon' = -a^2 + b^2 - \varepsilon^2 + a \delta + b \delta' - \varepsilon \delta''$$

en

$$a b' - a' b = 2 a b + a \delta' - b \delta.$$

Zal de eerste uitdrukking nul zijn, dan moet $-a^2 + b^2$ heel klein zijn, dus ongeveer $a = \pm b$, d.w.z. de spiegels S_1 en S_2 staan ongeveer onder een hoek van 45° met S . De tweede uitdrukking $= 0$ beteekent echter juist, dat $a b$ heel klein is, dus of a of b klein, d.w.z. de spiegels staan of bijna loodrecht op S of evenwijdig aan S . Aan de beide voorwaarden te gelijk kan niet voldaan zijn. De eenige oplossing is dus blijkbaar

$$a' \varepsilon + a \varepsilon' = 0.$$

Wat beteekent dit? In de eerste plaats zien we dadelijk, dat wanneer de 3 spiegels verticaal staan, dus $\varepsilon = \varepsilon' = 0$, voor iederen stand der spiegels aan de voorwaarde voldaan is. Anders is het, wanneer bijv. S_1 iets helt, dus ε een kleine van nul verschillende waarde heeft. Dan moet δ'' van de tweede orde zijn, daar zoowel ε als δ klein zijn, a niet. We kunnen nu voor S_1 een willekeurigen stand kiezen en vragen: welke vrijheid blijft er nu over voor S_2 ?

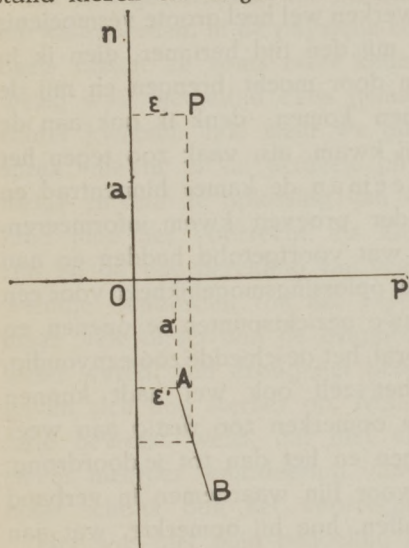


Fig. 3

iederem stand van S_1 vindt men zoo'n kegel.

Hiermee is vraag 1 beantwoord in de veronderstelling, dat de ribbe van het prisma evenwijdig is aan S . Dezelfde methode kan ons nu ook verder brengen, wanneer we deze voorwaarde laten vallen en tevens voor de beantwoording van vraag 2, maar dan loopt alles veel minder eenvoudig. We zullen er hier niet verder op ingaan.

HERINNERING AAN HET LABORATORIUM VAN PROF. ZEEMAN

door H. R. WOLTJER.

In zijn voorrede tot de verzamelde werken van Walther Ritz zegt Weiss, als hij beschrijft, hoe Ritz uit Parijs, waar hij bij Cotton vertoefd had, vertrok o.a.: „lorsque, fatigué par une

Om dit na te gaan slaan we om O een bol met straal 1 en stellen door p de projectie voor van het uiteinde van n_1 op het np vlak. Het is duidelijk, dat nu de projectie van het uiteinde van n_2 gevonden wordt in een klein stukje van de lijn AB , voorgesteld door $a\delta'' + \varepsilon\delta = 0$. n_2 kan dus een kegel beschrijven met als richtkromme de doorsnijding van het vlak door AB loodrecht op het vlak van tekening met den eenheidsbol en daarvan alleen een klein stukje, daar δ enz. klein moeten blijven. Voor

journée de lutte contre les difficultés matérielles de l'expérience, il ne tenait aucun resultat positif, il cherchait à dissiper l'impression de temps perdu en suivant sans mesure son penchant pour les spéculations abstraites". Ieder, die in een laboratorium werkt, zal die vermoeidheid van de worsteling met de materieele moeilijkheden der proeven wel kennen, al zal niet iedereen er zooveel onder geleden hebben, als Ritz, wiens uitermate zwakke gezondheid hem bij het experimenteele werken wel heel groote vermoeienis bereid zal hebben. Maar, als ik mij den tijd herinner, dien ik in het Amsterdamsche laboratorium door mocht brengen en mij de dagen van vermoeienis te binnen komen, denk ik ook aan de rustgevende sensatie, die over mij kwam, als, vaak zoo tegen het einde van den middag, Prof. Zeeman de kamer binnentrad en belangstellend naar den stand der proeven kwam informeerden. Hoe wist hij, wanneer we zelf wat voortgetobd hadden en aan het einde gekomen waren van de oplossingsmogelijkheid voor een of andere moeilijkheid, weer nieuwe gezichtspunten te openen en den moed te vernieuwen, en vooral het geschiedde zóó eenvoudig, dat je het gevoel hadt, alsof je het zelf ook wel hadt kunnen vinden. En als hij je denken en opmerken zoo rustig aan weer in het rechte spoor wist te brengen en het dan tot je doordrong, hoe het met zijn eigen gaven voor fijn waarnemen in verband stond, dat hij raad wist te schaffen, hoe hij opmerkte, wat aan een ander ontging en verdacht was op mogelijkheden, die ons ontsnapten, steeg onze bewondering voor den beroemden experimentator, misschien nog wel het meeste door de liefde voor onderzoek en waarnemen, die je bespeurde. Zeeman achter een kijker te zien zitten, was een genot op zich zelf.

Eigenlijk eerst na het candidaatsexamen kwamen we meer met hem in aanraking. Voor dien tijd, als we in de gang ons gereed maakten, om met de medische studenten, de collegezaal van Prof. Sissingh binnen te gaan (de oud-Amsterdammers zullen het zich nog wel herinneren) hadt je hem wel eens gezien, zich een weg banende door de studentenmenigte, die, hem niet kennende, niet op zij ging, maar je wist toch ternauwernood, dat dat nu de beroemde Zeeman was. En wat hem zelven betreft, zou je dat ook nooit te weten komen. We vroegen ons wel eens af, als we Voigt's „Magneto-Optik" bestudeerden en je zag dan pagina aan pagina met het opschrift: „Der Zeeman-effekt", wat voor sensaties dat bij den betrokkene zou opleveren, hoe zoo'n beroemd-

heid zich daarbij te moede moest voelen, maar aan Prof. Zeeman zelf bemerkte je daarvan niets. De uitdrukking „Zeeman-effect” werd tegenover hem trouwens zooveel mogelijk vermeden, meestal bood de door Prof. Zeeman zelf gebruikte uitdrukking: „magnetische splitsing der spectraallijnen” of kortweg: „magnetische splitsing” een voldoende substituut.

De colleges leidden ons in, meer dan wij toen wel altijd wisten en waardeerden, in de *physique contemporaine*. Ze waren, grootendeels omdat ze soms meer kennis bij ons onderstelden dan aanwezig was, niet altijd even gemakkelijk te volgen. Hoe verder wij echter kwamen, hoe meer we gingen inzien, dat iemand tot ons sprak, die in al de actuele physische vraagstukken intens meeleefde en aan de oplossing van vele zoo'n werkzaam aandeel nam. Had men het voorrecht, als Zeeman's assistent behulpzaam te zijn bij de voorbereiding van veelsoortige collegeproeven, waarvan weinige behoorden tot het repertoire der „Vorlesungsversuche”, maar vele direct aan de origineele experimenteele litteratuur ontleend waren, dan drong het besef van zijn groote en eigenaardige gaven zich nog sterker op. Maar vooral de tijd, waarin de dissertatie bewerkt werd, gaf niet alleen ruimschoots gelegenheid tot steeds meerder waardeering van Zeeman als natuuronderzoeker, maar schonk ook het voorrecht van zijn beminnelijken omgang.

Het was niet mijn bedoeling in dit korte persoonlijke woord een waardeering te geven van Zeeman's wetenschappelijke verdiensten en experimenteele bekwaamheden. Gaarne laat ik dat aan meer bevoegden over. Veel meer wenschte ik iets tot uiting te brengen van wat hij voor zijn leerlingen was. Moge het Professor Zeeman geschonken worden, niet alleen nog vele belangrijke en scherpzinnige onderzoekingen te verrichten, maar ook bij vele leerlingen een dankbaren indruk achter te laten daarvoor, dat zij met hem in aanraking gekomen zijn.

VAN DE REDACTIE.

Op heden, den 31en October, is het vijftientig jaar geleden, dat door prof. Kamerlingh Onnes aan de Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam werd aangeboden de verhandeling, getiteld: „Over den invloed eener magnetisatie op den aard van het door een stof uitgestraalde licht”, waarin dr. P. Zeeman de ontdekking mededeelde eener verbreeding der spectraallijnen

van natriumdamp in een magnetisch veld. Deze gebeurtenis, thans voor de natuurkunde van historische beteekenis, zal te Amsterdam worden herdacht, waar men aan prof. Zeeman een uitgave zal aanbieden der gezamenlijke publicaties van zijne hand betreffende de magnetische splitsing der spektraallijnen.

In nauwe, en zeer gewaardeerde samenwerking met de commissie die het initiatief tot deze herdenking genomen heeft, meenden wij dat het de moeite waard zou zijn om de leermeesters, vrienden, en leerlingen van prof. Zeeman, — drie categorieën, die niet uit elkander te houden zijn, — uit te noodigen in „Physica” het woord te nemen om onze lezers te doen medeleven in de viering van dezen dag. Wij bedoelden niet bepaaldelijk een feest-album samen te stellen. Dit zou onzen krachten te boven gegaan zijn. Wij wilden een uiting geven aan de hartelijke gevoelens die in den intiemeren kring der Nederlandsche vakgenooten gekoesterd worden. Vandaar dat van de buitenlanders ook slechts enkele nadere vrienden van prof. Zeeman door de commissie werden uitgenoodigd in ons midden door een bijdrage vertegenwoordigd te zijn.

Met erkentelijkheid mogen wij vaststellen, dat de verwachtingen, welke wij koesterden, door de ondervonden medewerking verre overtroffen zijn. Deze bundel heeft een omvang aangenomen, driemaal zoo groot als van een gewoon nummer. Dit is een treffend getuigenis van de beteekenis zoo van de ontdekking als van de persoon van Prof. Zeeman. Wij zouden aan dit getuigenis nauwelijks iets toe weten te voegen hetwelk die beteekenis scherper in het licht stelt. Prof. Zeeman vergunne ons echter dat wij bij deze gelegenheid onze hartelijke gelukwensen uitspreken, en hem verzoeken te gelooven, dat de keeren, die wij met hem in aanraking mochten komen, ons vervulden met gevoelens van genegenheid voor den rustig vriendelijken man, sieraad der Amsterdamsche Universiteit, wiens naam aan de rij onzer medewerkers zijn luister bijzet. Moge hij dit bijzonder nummer als blijk onzer hulde en hoogachting goedgunstig aanvaarden.

Verbetering op blz. 242, regel 13 en 14 van onderen: in plaats van: *had hem een negatief resultaat geleverd*, leze men: *leverde hem een negatief resultaat*.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 van de Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

1e JAARGANG

NOVEMBER 1921

NUMMER 11.

VAN DE REDACTIE.

Op Zaterdag 29 October is in het Natuurkundig Laboratorium op de Plantage Muidergracht te Amsterdam de eerste vergadering gehouden van de Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging. Zij werd bezocht door circa vijftig leden. Stellig zullen de aanwezigen de moeite niet betreurd hebben, die zij genomen hadden van te komen. Er wachtte hun n.l. een groote verrassing. Den dag van te voren was Dr. Langmuir onverwacht in het land gekomen, en hij had zich laten overreden om als gast in de Natuurkundige Vereeniging ons iets te vertellen van zijn inzichten omtrent de krachten van adhesie en van binding, waarmede verschillende gassen zich aan de oppervlakken van metalen, koolstof, glas enz. hechten, en over de experimenteele onderzoekingen, die hem tot die inzichten geleid hadden. Het genot van Dr. Langmuir te volgen in zijn voordracht van zijn hoogst concrete voorstellingen en in de zekerheid waarmee hij de experimenteele uitkomsten interpreteerde, was de inspanning van het luisteren overwaard. Een verslag van het belangrijkste uit de voordracht vindt men elders in dit nummer.

Ter vergadering is door den voorzitter der Vereeniging reeds medegedeeld, dat „Physica” ter wille van deze bijeenkomsten in plaats van in de eerste dagen der maand, voortaan zal verschijnen omstreeks de helft der maand. Bij dezen wenschen wij dit te bevestigen, en er onzen abonneés kennis van te geven. De bedoeling van dezen maatregel is, dat in „Physica” opgenomen zal kunnen worden het verslag der vorige vergadering en de aankondiging en agenda der eerstvolgende; in elke aflevering zullen door ons omstreeks acht bladzijden beschikbaar worden gehouden voor deze verslagen en mededeelingen die ons vanwege de Vereeniging verstrekt zullen worden.

Wij twijfelen er niet aan, dat deze samenwerking tusschen de Natuurkundige Vereeniging en „Physica”, voor alle partijen, vruchtbaar zal blijken.

DE DISPERSIETHEORIE DER ZONNE- VERSCIJNSELEN.

(Ter gelegenheid van het 25-jarig jubileum van Prof. Dr. W. H. Julius.)

door M. MINNAERT.

Omtrent het jaar 1900 bevond men zich met de verklaring der zonneverschijnselen erg in verlegenheid. Uit de energieverdeeling in het spectrum was gebleken dat de temperatuur in de zonnemassa minstens 6000° bedraagt, en er was dus alle reden om te besluiten dat de zon in haar geheel gasvormig moet wezen. Waarom echter vertoonde zij zich dan niet als een uitvloeiend neveltje? Hoe kon zij scherp begrensd zijn? A. Schmidt, op het spoor van vroegere theoretici, had beproefd den zonsrand te verklaren als optische illusie, ontstaan tengevolge van de breking der lichtstralen in de massa; een oogenblik had deze vernuftige onderstelling verrast, maar bij nadere overweging bleek aldaar dat de lichtstralen op dergelijke lange, gekromde banen een zóó sterke verzwakking zouden ondergaan, dat het onmogelijk scheen hun een merkbaar aandeel toe te schrijven in het tot stand komen van het tafereel. Daarenboven was de verklaring van de protuberanties enz. slechts door nevenonderstellingen mogelijk.

Het was op dat oogenblik dat Prof. W. H. Julius een reeks oorspronkelijke denkbeelden opperde, die voor het zonneonderzoek nieuwe wegen openden.

De onderstelling der onregelmatige dichtheidsgradiënten in de zonne-atmosfeer liet toe haar schijnbaar scherpe grens uit te leggen, en vermeed daarbij het bezwaar der lange lichtwegen en der hiermee gepaard gaande lichtverzwakking.

De studie der anomale kleurschifting in gassen wettigde de onderstelling dat de lichtstralen in de buurt van Fraunhofer lijnen bijzonder sterke krommingen zouden ondergaan; hieruit volgde een heldere, inslaande verklaring van protuberanties, chromosfeer, en flitspectrum.

De theorie der anomale verstrooiing in de zonne-atmosfeer sloot daarbij aan, werd aanleiding tot opvatting der Fraunhofer lijnen als „dispersielijnen” en tot een nadere studie van hunne eigenaardigheden.

De stelselmatige dichtheidsgradiënten rond gaswervels leverden de verklaring van de lichtverdeling in zonnevlekken.

Geen dezer nieuwe verklaringsgronden kan men „ad hoc” ingevoerd noemen: zij volgen noodwendig uit vrijwel algemeen aangenomen voorstellingen over den bouw der zon, en uit de toepassing der klassieke natuurkundige wetten. Door echter die eenvoudige beschouwingen onderling te verbinden, verkrijgt men een grooten rijkdom van gevolgen die òf getoetst zijn geworden aan vroeger bekende ervaringen, òf aanleiding gaven tot nieuw en vruchtbaar proefondervindelijk onderzoek.

Den opbouw na te gaan van een dergelijke groote astrophysische theorie is voor den natuurkundige hoogst belangwekkend. Hij is gewoon te streven naar een evenwichtige samenwerking van *proof* en *beredeneering*; maar in de astrophysica vindt hij een derde element: de *waarneming* in engeren zin, d. i. het nagaan van verschijnselen aan welker verloop wij willekeurig niets kunnen veranderen. Deze sterrekundige waarneming is het, welke nu de stof voor het onderzoek levert; de astrophysische laboratorium-proef ontwerpt van die hemelverschijnselen als het ware een aardsch model, waar de natuurkundige theorie dan kan aangrijpen en een houvast vindt.

Aldus, stap voor stap, in ononderbroken arbeid, is een gebouw opgetrokken dat men met recht een *theorie* mag noemen. Geen zonnetheorie nochtans! Nooit heeft Prof. Julius zich voorgesteld een „zonnetheorie” te ontwerpen! Hijzelf beschouwt zijn werk slechts als een vóórstudie, een poging om uit de lichtverdeeling die wij op de zonneschijf waarnemen, de daar heerschende stofverdeeling af te leiden. Eerst *daarna* kan men met vrucht beproeven de gevonden stofverdeeling door mechanische en thermodynamische schema's te verklaren.

Zulk een standpunt moge velen te bescheiden schijnen. Men voelt zich echter wel zeer tot bescheidenheid genoopt, wanneer men bedenkt hoe eigenlijk alle, alle lichtstralen, die de zon ons toestraalt, duizenden kilometers hebben afgelegd door gloeiende gasmassa's heen, en op dien weg op de zonderlingste wijze gekromd of verstrooid kunnen zijn. Zoodat een protuberantie, die wij meenden te zien omhooglaaien als een reusachtige vlam met een snelheid van honderden km. in de seconde, nu blijkt een geringe verdichting te zijn, die zich voortplant als de roering van het schuim langs een golf, en die een weinig licht van de zonnekern naar ons oog breekt. Alles wordt dus schijnbeeld, „optische illusie”, en men zou haast geneigd zijn het zonneonderzoek als

hopeloos te beschouwen, ware het niet dat Prof. Julius algemeene wetten heeft kunnen aangeven, die de regelmatige gevolgen van deze onregelmatige breking en verstrooiing samenvatten, en die den veiligen weg wijzen bij het ontcijferen der zonneverschijnselen.

Een oude vergelijking komt mij voor den geest, de beroemde vergelijking waarmede Plato het zevende boek aanvangt van zijn verhandeling over den Staat. — Menschen bevinden zich in een grot, van kindsbeen af vastgeketend, niets kunnende aanschouwen dan een rotswand vóór hen, verlicht door een vuur achter hen; wanneer hunne wachters heen en weer loopen achter een laag muurtje, voorwerpen dragend en die boven het muurtje uitstekend, dan zien de gekluisterden de schaduwen dier voorwerpen heen en weer bewegen op den rotswand. Deze schaduwen zijn het eenige wat zij te merken krijgen van de uitwendige wereld; door de gewoonte zijn zij ertoe gekomen de vormen der schaduwen te herkennen, hun namen te geven, een bepaalde regelmaat te vinden in de bewegingen en de opeenvolging. En zij stellen zich voor, dat die schaduwen ook werkelijk uit zichzelf bewegen en het essentiële in de verschijnselen uitmaken.

Is het niet merkwaardig, hoe treffend Plato de betrekkelijkheid onzer zintuigelijke indrukken door dit beeld weergeeft? En is het niet eigenaardig dat hij zijn vergelijking juist ontleent aan de optica, waar de begoochelingen zoo veelvuldig en bedrieglijk kunnen zijn? — De waarnemers die de duizenden zonnevlekken tellen en catalogiseeren, die hardnekkig protuberanties teekenen en dagelijks spectroheliogrammen maken, zij zijn onvermijdelijk geneigd de door hen „zienderoogen” waargenomen vormen als stofbegrenzungen op de zon te beschouwen; en vanzelf vinden wij allen ook de opvattingen der dispersietheorie wel eens onaangenaam, daar het veel moeilijker is zijn weg te vinden in den nieuwen nog ongewonen gedachtengang, dan de empirische regeltjes van vroeger te blijven bewaren.

Vertelt ook niet Plato van de gekluisterden, hoe zij verblind worden door het daglicht, wanneer zij eenmaal er toe gebracht worden om te kijken, hoe de oogen hun pijn doen, en hoe zij veel liever terug zouden keeren in de duistere grot?

Maar hij vertelt ook, hoe zij langzamerhand erin slagen eerst de weerspiegelingen, dan de zwak verlichte voorwerpen zelf waar te nemen, daarna bij daglicht rond te kijken, tenslotte de heldere

zon te aanschouwen, „niet eenige verschijning ervan, maar de zon zelve, op de plaats waar ze is, en zooals ze is.” — Deze vrome wensch kunnen de heliophysici wel letterlijk overnemen! De woorden van den wijsgeer bevatten echter ook een diepen troost voor al wie wanhopen mocht over de aarzelingen, de onzekerheid waarin de nog jonge zonnephysica zich bevindt: door allen twijfel heen, trots omwegen en hindernissen, toch gaan we stap voor stap vooruit. Aan alles geschiedt recht, langzamerhand vallen verouderde theorieën af, de juiste standpunten blijven bewaard. Geen deugdelijk werk gaat verloren.

Ja, zoo is het!

En dan kan de dispersietheorie zeker met vertrouwen de toekomst tegemoet zien.

REFERATEN.

OVER DEN VORM VAN VRIJE TRIODETRILLINGEN.

door BALTH. VAN DER POL, Jr.

Referaat van „On the Form of free Triode vibrations” door

E. V. APPLETON en BALTH. VAN DER POL, Jr.;

Phil. Mag. XLII, 201 (1921).

Daar de triode thans de standaard wisselstroombron is voor laboratorium-doeleinden wanneer het een klein vermogen betreft, is het van belang, 1^o oscillographisch den wisselstroomvorm na te gaan, en 2^o de verkregen stroomvormen te verklaren uit de fysieke eigenschappen van het instrument.

Zooals bekend is zijn er tallooze schakelingen in gebruik waarbij een triode wisselstroom kan genereeren, doch zij komen fysisch grootendeels op hetzelfde neer. Onderzocht werden de trillingen

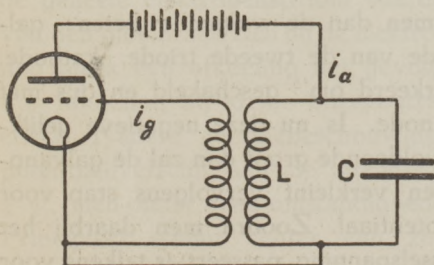


Fig. 1.

in de verschillende takken van figuur 1 en het bleek (voor frequenties van 450 tot 600 per seconde) dat de wisselstroom die circuleert in de keten $L C$ niet van een zuivere sinusöide kan onderscheiden worden, wat in 't algemeen ook wel kon worden

verwacht. Echter wijken de roosterstroom i_g en de anode-stroom i_a onder "omstandigheden aanmerkelijk van den sinusoidalen vorm af. Deze afwijkingen hangen natuurlijk ten nauwste samen met de karakteristieken van het instrument, dat zijn de oppervlakken

$$i_g = f_1(v_a, v_g)$$

$$i_a = f_2(v_a, v_g)$$

waarin zoowel de roosterspanning v_g als de anodespanning v_a gemeten gedacht zijn met betrekking tot de kathode. Voorts kan men met behulp van de wetten van Kirchhoff twee andere betrekkingen tusschen de vier variabelen i_g , i_a , v_g , v_a en den tijd aangeven, zoodat vier simultane differentiaalvergelijkingen met den tijd als onafhankelijk veranderlijke de vier grootheden i_g , i_a , v_g en v_a als functies van den tijd bepalen. Zonder nu in details te treden aangaande den vorm der beide karakteristieken i_g en i_a die, naar metingen, in gips werden uitgevoerd en in dezen vorm belangrijk kunnen bijdragen tot het inzicht in de elektronenbewegingen in de triode, spreekt het zonder meer reeds vanzelf dat bijv. geen elektronen door het rooster kunnen worden opgenomen gedurende het gedeelte van de trillingsperiode dat deze elektrode negatief is ten opzichte van de kathode. Alleen gedurende de positieve phase van het rooster kan in een goed geëvacueerde triode een roosterstroom ontstaan. Men kan derhalve asymmetrieën verwachten die dan ook experimenteel werden gevonden. Het bleek bijv. dat de maximum positieve potentiaal die het rooster bereikt gedurende de positieve phase kleiner is dan de minimum negatieve potentiaal gedurende de negatieve roosterphase.

Een dergelijke maximum waarde kan zeer eenvoudig gemeten worden met behulp van een tweede triode, waarbij het rooster direct verbonden is met de anode. Als meetinstrument zou dus ook een twee-elektrodenbuis gebruikt kunnen worden. Tusschen de punten waartusschen we de „peak voltage” van de wisselspanning willen meten brengt men dan de volgende keten: galvanometer, anodebatterij, anode van de tweede triode, kathode. Maar de anode batterij is „verkeerd om” geschakeld en dus met de negatieve pool aan de anode. Is nu deze negatieve gelijkspanning aan de anode maar voldoende groot dan zal de galvanometer geen uitslag geven. Men verkleint vervolgens stap voor stap deze „verkeerde” anodepotentiaal. Zoodra men daarbij het maximum van de te meten wisselspanning passeert is telkens voor een kort moment de anode van de meettriode even positief ten

opzichte van de kathode, en het resultaat is, dat een kleine gemiddelde stroom door den galvanometer wordt aangewezen. Zoodra deze dus juist waarneembaar wordt, is de „verkeerde” gelijkpotentiaal gelijk aan het maximum van de te meten wisselspanning.

Maar er is ook nog een andere oorzaak die de symmetrie der wisselstroomen in een gewone triodegenerator kan verstoren. Deze hangt nauw samen met periodieke variaties in de temperatuur der kathode. Stel men heeft een twee-elektroden-buis of diode met een heete kathode en een koude anode. De anode is via een anode-batterij (thans „goed” geschakeld) en een sleutel verbonden met de kathode. Vraag: hoe verandert de gloeitemperatuur wanneer, door het sluiten van den sleutel de electronen, die zich eerst in een statistisch evenwicht in de buis bevonden (evenveel keeren daarbij per secunde naar de gloeidraad terug als daaruit ontwijken) van de kathode weg naar de anode worden getrokken, en daar aanleiding geven tot een stroom door de uitwendige anodeketen? Het antwoord hangt van de omstandigheden af. Want nemen we aan dat de kinetische energie van een elektron, op het moment dat het de gloeidraad verlaat, verwaarloosd mag worden ten opzichte van de potentieele energie $e\varphi$ die het elektron verkrijgt wanneer het door de oppervlakte van de kathode daarbuiten wordt gebracht (e is de lading van het elektron en φ voor wolfram is ongeveer 4,6 Volt), dan zou tengevolge van dit energieverlies de temperatuur van de gloeidraad moeten dalen. Maar aan den anderen kant gaan de elektronen na door de anode verzameld te zijn, in hun kringloop ook weer door de gloeidraad en ondersteunen daar den gloeistroom of werken dezen tegen in de gewone Joule-verwarming al naar de anodeketen aan het negatieve dan wel aan het positieve einde van den gloeidraad verbonden is. Maar zelfs wanneer de inrichting zoo getroffen was dat practisch de geheele elektronenstroom van de anode aan het negatieve einde van den gloeidraad zich bij de elektronen der gloeistroom voegde, dan nog bleek een afkoeling het gevolg te zijn, een bewijs dus dat de $e\varphi$ afkoeling bij kleine ontvangtriodes domineert over het Joule-effect. Nadere energiebeschouwingen doen zien, dat, tenzij het potentiaalverschil aan de uiteinden der gloeidraad grooter is dan $\frac{1}{2}\varphi$, men onder geen omstandigheden verwarming kan verwachten. Principieel schijnt echter een zelfstandige ontlading door een vacuum waarbij de thermische elektronenstroom zelf de kathode op temperatuur houdt, niet uitgesloten te zijn.

De kleine gemiddelde afkoeling van de gloeidraad door het wegtrekken der elektronen uit de direkte omgeving der heete kathode, die vergeleken kan worden met de afkoeling door verdamping, werd geconstateerd door middel van den anodestroom zelf. Volgens de bekende wet van Richardson loopt de verzadigingsstroom zeer snel op met de temperatuur, zoodat deze verzadigingsstroom een bijzonder scherpe indikatie vormt voor de temperatuur.

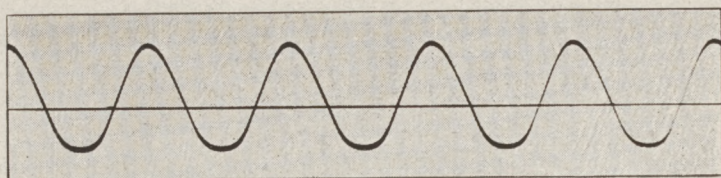
In de anodeketen van een triode waarbij anode en rooster samen verbonden waren, werd een snaargalvanometer geplaatst en de anodestroom werd fotografisch geregistreerd direkt na het sluiten van de anodeketen. Plaat X^b van de oorspronkelijk verhandeling geeft een dergelijke foto die hier echter niet gereproduceerd is. (Aan Professor Einthoven zij hier onzen dank gebracht voor de welwillendheid waarmee hij ons toestond deze opname in zijn laboratorium te maken.) Het blijkt uit deze foto, dat, onmiddellijk na het sluiten van de anodeketen, de anodestroom 14 % grooter was dan de stationaire waarde die kort daarop bereikt werd. De eindige tijd die, dank zij de thermische capaciteit van den gloeidraad, noodig is om een evenwichts-toestand te bereiken, kon aldus worden benut om de afkoeling van den gloeidraad te demonstreeren.

Uit een benaderde theorie van de te verwachten periodieke temperatuurveranderingen van de kathode in een oscilleerende triode kon worden besloten, dat deze temperatuurschommelingen bij een frequentie van 600 per secunde niet meer dan 0,2 graden Celsius bedraagt. Voor lagere frequenties, bijv. 10 per secunde konden merkbare temperatuursveranderingen worden verwacht en deze werden inderdaad ook bij een oscilleerende triode geconstateerd. Bij nog lagere frequenties als bijv. 2 trillingen per secunde zijn deze temperatuur-variaties zonder twijfel zeer geprononceerd.

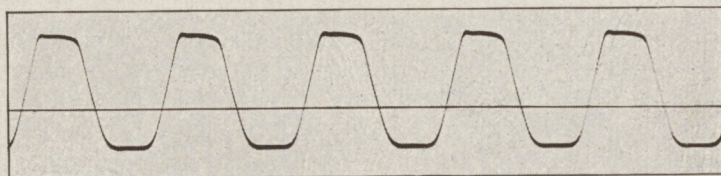
De bijgaande plaat geeft een serie oscillogrammen weer, verkregen met een snaargalvanometer, voor de stroomen in verschillende ketens van een triode met een frequentie 16 per secunde. Verschillende eigenschappen der triodetrillingen die nauw verband houden met de inwendige elektronenbewegingen komen hierbij aan het licht.

A, B, C en D stellen voor de anodestroomen die verkregen worden, wanneer de retroactie van de anodeketen op de roosterketen (de „terugkoppeling”) met stappen vergroot wordt: A werd verkregen met een terugkoppeling die juist voldoende was, om het

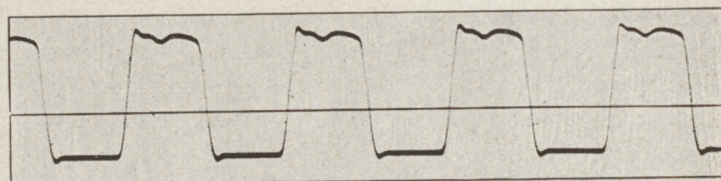
A



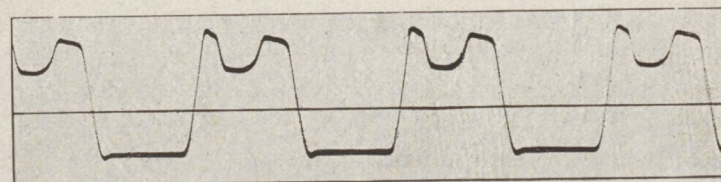
B



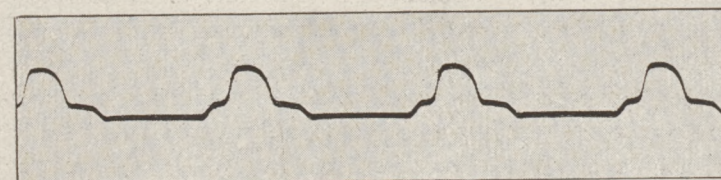
C



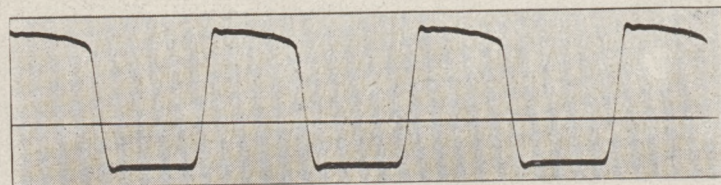
D



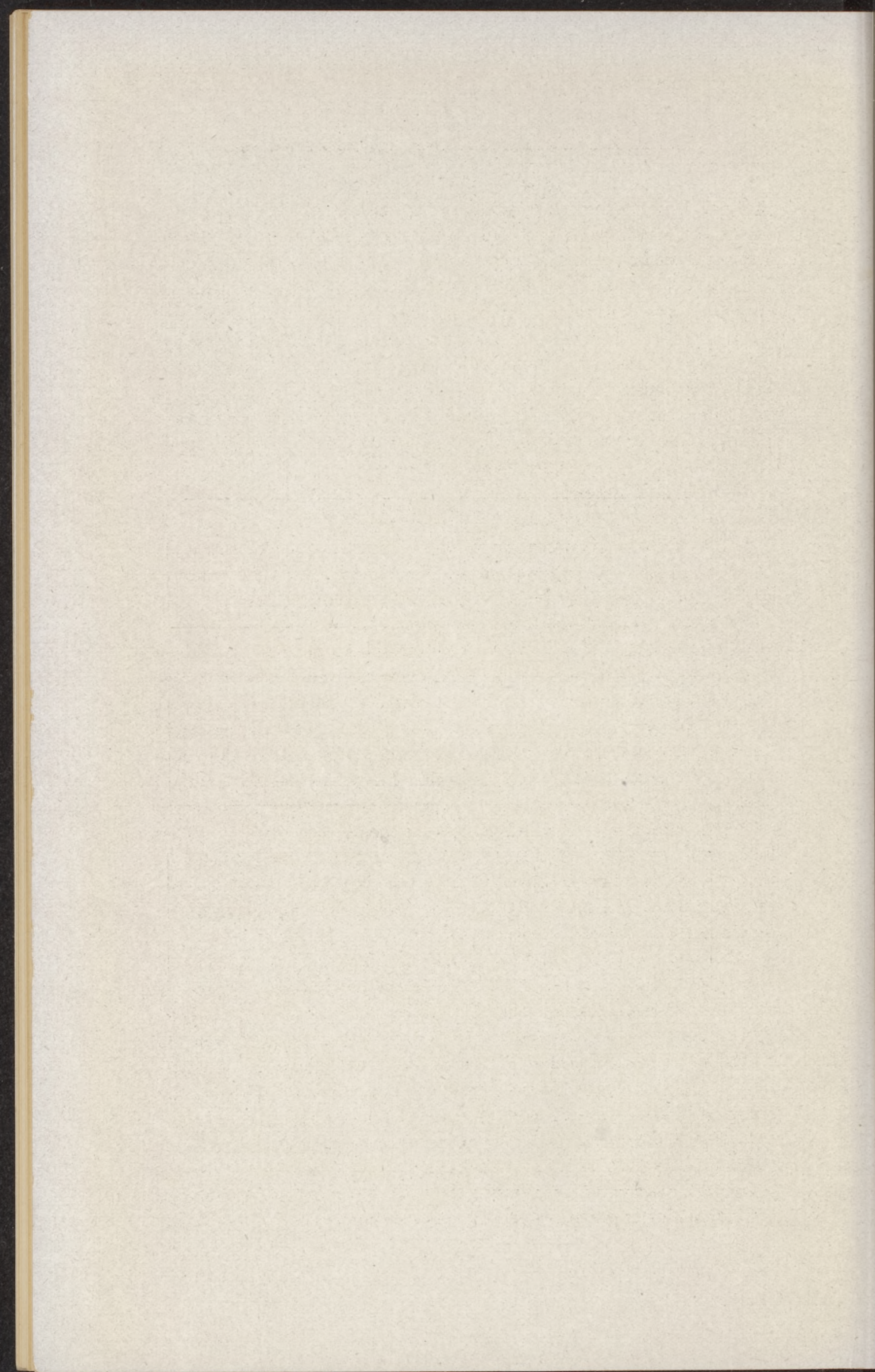
E



F



By kind permission of the Proprietors of the Philosophical Magazine.



systeem aan het trillen te houden, en men ziet, dat onder deze omstandigheden nagenoeg een sinusoidale stroom in de anodeketen optreedt. Vergroot men de retroactie een weinig (figuur *B*), dan blijkt de anodestroom vrij plotseling te springen van nul tot de verzadigingswaarde, zoodat de vorm van een trapezium verkregen wordt. (De horizontale lijn in de diagrammen geeft de anodestroom aan voor niet-oscilleerende triode.) Wordt de retroactie nog meer vergroot, dan springt de anodestroom (*C*) nog meer steil tusschen nul en verzadiging, maar gedurende de verzadigingsperiode ontstaat een kleine inzinking, die bij zeer sterke retroactie (*D*) in afmeting toeneemt.

Voor geheel dezelfde elektrische parameters als bij *D* werd de bijbehorende roosterstroom (*E*) opgenomen. Daarbij springt in 't oog dat de indeukingen in de anodestroom *D* juist corresponderen met de uitbochtungen in de roosterstroom *E*. De opname *F* dan ook, waarbij de galvanometer zoo geschakeld was dat deze de momenteele som van den anodestroom *D* en den roosterstroom *E* registreerde, vertoont een eenvoudig springen van den stroom tusschen de nulwaarde en verzadiging, en de heuvels van *E* passen derhalve juist in de dalen van *D*. Maar de som van rooster- en anodestroom is noodzakelijkerwijze gelijk aan de totale elektronenstroom die de gloeidraad verlaat, en het is dus deze stroom die door *F* wordt voorgesteld. De vorm van *F* is echter niet een zuiver trapezium, want tijdens de verzadigingsphase neemt de verzadigingsstroom in elke periode geleidelijk iets af. Deze fluctuaties van den verzadigingsstroom nu zijn te danken aan de bovenbesproken periodische afkoeling van de gloeidraad als gevolg van de „verdampingsverwarmte” der elektronen die bij het uit treden uit de kathode verbruikt wordt.

Maar ook op een ander verschijnsel moge ten slotte nog de aandacht worden gevestigd. De roosterstroom *E* bestaat gedurende de positieve phase, zoo toont de figuur duidelijk, uit twee deelen. Eerst ontstaat een geleidelijke toeneming (van ongeveer 2 mm. in de figuur) en aan het eind der positieve phase wordt deze weer als afneming teruggevonden. Maar in het midden der positieve phase vertoont zich nog een groote uitbochting naar boven (van ongeveer 5 millimeter) die juist past in de reeds genoemde inzinking van den anodestroom *D*. Deze beide verschijnselen kunnen teruggevonden worden in de gipsmodellen der karakteristieke vlakken, en moeten als volgt worden geïnterpreteerd. Het twee-millimeter-deel

deel van den roosterstroom E wordt eenvoudig gevormd door de elektronen die, wanneer het rooster positief is, direct *van den gloeidraad* ten koste van den anodestroom naar het positieve rooster worden getrokken. Maar, zoo leert een meer gedetailleerde beschouwing van de trillingsfasen, er bestaat een phaseverschil van ongeveer 180° tusschen de anode- en rooster-potentiaal. Ofschoon de roosterpotentiaal bij het oscilleeren negatieve waarden krijgt is dit in het algemeen voor de anodepotentiaal niet het geval, daar gewoonlijk de amplitude van de anodepotentiaal niet groot genoeg is om de positieve gelijkpotentiaal van de anode te overwinnen. Wel kan echter voor een kort deel van elke periode het rooster meer positief zijn dan de anode en het volgende verschijnsel doet zich daarbij dan voor. De primaire elektronen van de gloeidraad bereiken de anode die steeds nog positief is met een zekere snelheid, die, bij een te verwaarloozen beginsnelheid, bepaald wordt door de anodepotentiaal. De anode emitteert daarbij secundaire elektronen (de δ -stralen van J. J. Thomson) die dan door het rooster, met zijn hoogere positieve potentiaal dan de anode, worden aangetrokken. Behalve de elektronen die het rooster direct uit de eerste hand van de gloeidraad ontvangt (het twee-millimeterdeel) krijgt het nu dus ook secundaire elektronen door de anode uitgezonden, en het zijn deze secundaire elektronen die de vijfmillimeter-heuvels in het oscillogram E vormen. We mogen dus besluiten dat wanneer een triode vrije trillingen uitvoert met de gebruikelijke schakelwijzen, het bij sterke retroactie voorkomt dat gedurende een deel van elke periode het rooster meer secundaire elektronen krijgt van de anode, dan het primaire elektronen ontvangt van den gloeidraad.

SAMENVATTENDE OVERZICHTEN.

NIEUWE RESULTATEN DER RÖNTGENSPECTROSCOPIE

door D. COSTER.

Zooals bekend is, berust de Röntgenspectroscopie in hoofdzaak op de reflectie aan kristalvlakken. Daarbij geldt de bekende wet van Bragg: $n\lambda = 2d \sin \varphi$. Hierin is λ de golflengte der Röntgenstralen, n is een geheel getal en d een konstante van het kristal, n.l. de afstand der onderling evenwijdige vlakken, die men

door de atomen van het kristal kan aanbrengen; φ is het complement van den invalshoek. Als aan deze betrekking voldaan is, is de naar de gewone reflectieregels teruggekaatste straal van merkbare intensiteit; hoewel deze ook dan nog gering is ten opzichte van die van den invallenden straal. De betrekking van Bragg stelt ons dus instaat uit een kristalkonstante de golflengte der Röntgenstralen te bepalen of omgekeerd; één van deze beide moet ons dus langs anderen weg bekend zijn. Nu kent men sedert de onderzoekingen der Bragg's de wijze waarop de atomen in het klipzoutkristal gelegen zijn zeer nauwkeurig; uit de dichtheid van klipzout en het getal van Avogadro heeft Moseley den afstand d kunnen berekenen. Hij vond $2,814 \cdot 10^{-8}$ cm. In deze waarde zit een tamelijk groote fout, daar het getal van Avogadro niet zeer nauwkeurig bekend is. De nauwkeurigheid waarmee we tegenwoordig verschillende golflengten of verschillende kristalkonstanten met elkaar vergelijken kunnen, is veel grooter. Nu gaat het niet aan, om telkens — als op grond van metingen op een ander gebied het getal van Avogadro met groote nauwkeurigheid bekend is geworden —, al de tabellen uit de Röntgenoptica te corrigeeren. Op voorstel van Siegbahn is Moseley's waarde $d = 2,814 \cdot 10^{-8}$ cm. voor klipzout als standaardwaarde aangenomen, waarnaar alle golflengten en kristalkonstanten berekend zijn, welken dus allen dezelfde procentueele fout aankleeft. Het is te verwachten, dat eens een verder ontwikkelde theorie der Röntgenspectra ons in staat zal stellen juist omgekeerd uit deze het getal van Avogadro buitengewoon nauwkeurig te bepalen.

De gereflecteerde straal kan door zijn werking op een *fotografische* plaat of door zijn *ioniseerenden* invloed geconstateerd worden. De eerste methode is het verst door Siegbahn ontwikkeld, de tweede door Duane. We zullen hier alleen een korte bespreking van de eerste methode geven. Door De Broglie werd een gewichtige bijdrage tot de practische Röntgenspectroscopie gegeven door zijn methode met draaiend kristal. Deze wordt in het laboratorium van Prof. Siegbahn algemeen toegepast.

Wanneer de afstand spleet-draaiïngsas van kristal gelijk is aan den afstand draaiïngsas-fotografische plaat, dan is — zooals uit een eenvoudige geometrische overweging blijkt (zie fig. 1) — de plaats van het beeld van de spleet op de fotografische plaat onafhankelijk van den stand van het kristal.

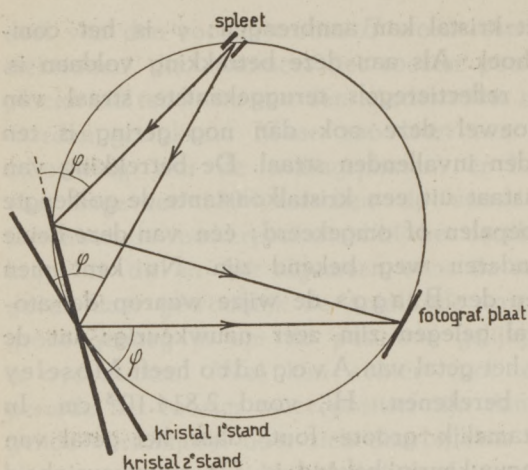


Fig. 1.

ëlimineerd. Het laatste kan van het grootste belang zijn bij het opnemen van zwakke absorptieranden.

Volgens de z.g. præcisie-methode van Prof. Siegbahn gaat men nu aldus te werk. Een bepaalde monochromatische bundel Röntgenlicht geeft een beeld van de spleet op de plaat, als $n\lambda = 2d \sin \varphi$. (Zie fig. 2). Nadat dit beeld opgenomen is, worden het kristal en de fotografische plaat gedraaid, zoodat nu de gereflecteerde straal (stippellijn) weer de fotografische plaat treft. Was nu de laatste precies over een hoek 4φ gedraaid, dan zou het tweede beeld met het eerste samenval- len. Het is nu juist de bedoeling, dat de twee beelden op kleinen afstand van elkaar vallen. Uit den onder het microscop gemeten afstand kristal draai- ingsas - fotografische plaat kan men nu een correctie voor den interferentiehoek φ

De methode met draaiend kristal, welke hierin bestaat, dat men tijdens de opname van een spectrum het kristal over een uit den aard der zaak klein hoek- gebied draait, heeft de volgende voordeelen :
1°. men kan op dezelfde plaat een grooter hoek- gebied (golflengtenge- gebied) opnemen,
2°. structuurfouten van het kristal worden ge-

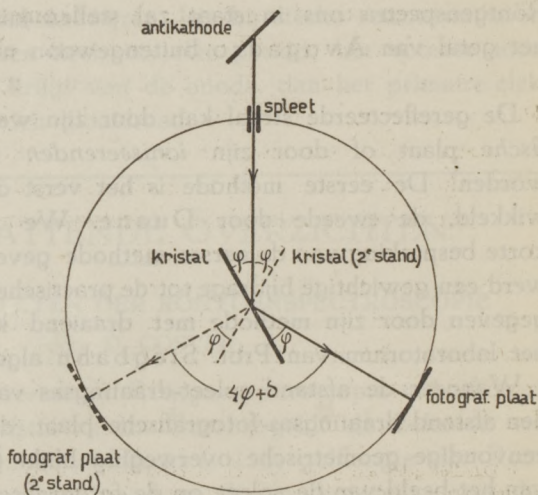


Fig. 2.

berekenen. De stand der cassette der fotografische plaat wordt met behulp van præcisiecirkel en microscoop afgelezen. Hierbij kan men zich van aflezingsfouten op zeer eenvoudige wijze zoo goed als geheel vrijmaken door de binnen zekere grenzen vrij te kiezen standen der cassette zóó te nemen, dat het snijpunt der kruisdraden van het aflezingsmicroscoop met het midden eener deelstreep van den præcisiecirkel samenvalt. Het is door deze methode mogelijk geworden, een interferentiehoek met een nauwkeurigheid van eenige seconden te meten, hetgeen beteekent dat, als men met klipzout- of kalkspaahtkristal werkt, de fout in de golflengte niet veel grooter is dan 10^{-12} cm.

Het Röntgenlicht, dat door een bepaald antikathodemateriaal in een Röntgenbuis uitgezonden wordt is tweeledig:

- 1^o. het heterogene of continue spectrum (het „witte” licht).
- 2^o. het karakteristieke spectrum (lijnspectrum).

Het karakter van het eerste is onafhankelijk van het gebruikte antikathode-materiaal; het wordt op de volgende wijze bepaald door de spanning aan de buis:

$$h \nu_g = e V;$$

hierin is ν_g de grensfrequentie: de grootste frequentie die in het spectrum voorkomt; h is de konstante van Planck; e is de lading van het elektron; V de spanning aan de buis, beide in abs. eenh. gemeten. eV is dus de kinetische energie waarmee de electronen aan de antikathode aankomen.

Wat het karakteristieke spectrum betreft: elk element, dat bestanddeel uitmaakt van de antikathode, zendt zijn eigen karakteristieke Röntgenspectrum uit, waaraan het dan ook feilloos te herkennen is, hoewel die verschillende „karakteristieke spectra” op dezelfde wijze zijn opgebouwd. Deze *emissiespectra* zijn onafhankelijk van den chemischen of physischen toestand van het element; zij zijn dus een zuivere atoomeigenschap. ¹⁾

Reeds voordat de Röntgenstralenanalyse door middel van het kristal bekend was, heeft Barkla door absorptieproeven kunnen aantoonen, dat het karakteristieke spectrum uit 2 goed te onderscheiden bestanddeelen bestaat, door hem *K*- en *L*-straling genoemd.²⁾ De *L*-straling wordt bij doorgang door de materie aanmerkelijk

¹⁾ Ditzelfde geldt niet geheel voor de absorptie-spectra. In den laatsten tijd heeft men n.l. in het laboratorium te Lund hier kleine verschillen kunnen konstateeren.

²⁾ Deze benaming werd door Barkla zoo gekozen, omdat hij de mogelijkheid open wou laten deze verdeeling naar beide zijden voort te zetten.

sterker geabsorbeerd dan de K -straling. Moseley is toen in 1913 erin geslaagd door middel van de kristalanalyse aan te toonen, dat het verschil in doordringingsvermogen der Röntgenstralen op een verschil in golflengte berust; de „hardere” K -straling heeft aanmerkelijk kortere golflengte dan de „zachtere” L -straling. Tevens konstateerde hij, dat de K - en L -straling zelf weer samengesteld zijn en uit verschillende spectraallijnen bestaan.

Voor de frequentie dezer spectraallijnen vond hij de volgende eenvoudige betrekking:

$$r = a(N - b)^2$$

Hierin zijn a en b voor een bepaalde lijn konstanten (b is voor een lijn in het K -spectrum ongeveer 1, voor een lijn in het L -spectrum ongeveer 3,5), terwijl N het atoomnummer van het stralende element is.¹⁾ We hebben reden aan te nemen, dat deze Röntgenspectra in het binnenste van het atoom hun oorsprong vinden. Dat zulk een eenvoudige betrekking voor de frequentie der lijnen geldt, wijst er wel op, dat het inwendige der atomen voor de verschillende elementen analoog opgebouwd is. De betrekking van Moseley bewijst nog immer goede diensten bij het identificeeren der Röntgenspectra en vooral bij het zoeken van nieuwe lijnen. Het is n.l. niet altijd gemakkelijk op het eerste gezicht te zeggen, welke der bij de verschillende elementen opgenomen lijnen bij elkaar behooren, vooral niet omdat ook bijmengsels van het te onderzoeken element hun spectrum geven.

Later heeft dan Siegbahn voor de zwaarste elementen een derde gebied, het M -gebied, van veel grooter golflengte dan het L -gebied, kunnen aantoonen en uitmeten. In het N -gebied is men tot dusver niet kunnen doordringen, hoewel zijn bestaan wel waarschijnlijk is. De J -straling volgens Barkla, welke harder zou zijn dan de K -straling, schijnt niet te bestaan. Voorloopig schijnt het L -gebied het rijkst aan lijnen te zijn. Voor de zwaarste elementen zijn in dit gebied te Lund 20 lijnen uitgemeten. Deze lijnen worden door Siegbahn naar de golflengte in hoofdzaak in drie groepen verdeeld, naar afnemende golflengte: α , β en γ groep. Binnen elke groep worden de lijnen naar afnemende intensiteit genummerd; men heeft zoo α_1 en α_2 , β_1 tot β_{10} en γ_1 tot γ_6 . Buitendien zijn er nog twee lijnen, welke niet in zoo'n groep

¹⁾ Van een periodiciteit in eigenschappen, welke zoo mooi in de tabel van Mendelejeff tot uitdrukking komt, is in het Röntgengebied niets te bespeuren.

thuis hooren. Zij zijn door Siegbahn l en η genoemd. De verdeling is zuiver formeel en heeft niets te maken met een andere verdeling der L -lijnen in die groepen waarover later gesproken zal worden. Toch is deze formeele indeeling naar Siegbahn van veel nut voor de practische Röntgenspectroscopie, daar zij de identificatie der lijnen zeer vergemakkelijkt. Naar hetzelfde principe zijn ook de lijnen in het K - en M -gebied benoemd.

Het karakteristieke *absorptiespectrum* vertoont een geheel anderen aanblik dan het emissiespectrum. In het algemeen hangt de absorptie van Röntgenstralen in de materie af van de golflengte der stralen en het atoomgewicht, of liever het atoomnummer¹⁾ van het absorbeerende element. Merkwaardigerwijze toonen de elementen in het geheel geen selectieve absorptie voor die stralen, welke zij zelf in staat zijn uit te zenden. Het K -gebied b.v. bestaat in hoofdzaak uit 4 lijnen, naar afnemende golflengte gerangschikt: α_2 , α_1 , β_1 en β_2 . De $K\alpha_1$ lijn van platina nu wordt in platina niet merkbaar sterker geabsorbeerd, dan het onmiddellijk aangrenzende golflengte-gebied. Eene plotselinge stijging in de absorptie wordt evenwel waargenomen voor een golflengte welke iets *kleiner* is dan de golflengte der hardste²⁾ K -lijn: de $K\beta_2$. Op de fotografische plaat komt dit tot uiting in een plotselinge verandering der helderheid: absorptierand. Nauwkeurige waarnemingen in het laboratorium te Lund en later ook elders hebben geleerd, dat hier op de fotografische plaat op de grens der helderheidsverandering een witte absorptielijn aanwezig is, welke naar kleinere golflengte door een gebied van groote absorptie begrensd wordt. In het L -gebied heeft men iets dergelijks, hoewel hier de zaak gecompliceerder is. Er zijn hier n.l. drie absorptieranden gekonstateerd. Men heeft reden aan te nemen, dat de emissielijnen zich nu ook in 3 groepen laten verdeelen, welke elk met een bepaalden absorptierand „gekoppeld” zijn. De golflengte van de hardste lijn van elken groep is iets grooter dan die van den „bijbehorenden” absorptierand.

Hiermee schijnt samen te hangen het volgende verschijnsel: Zooals we gezien hebben, treedt in het heterogene („witte”) licht een bepaalde frequentie ν op wanneer de spanning aan de Röntgenbuis minstens gelijk is aan $h\nu/e$; men zou dus kunnen zeggen:

1) De absorptie schijnt ongeveer evenredig met de vierde macht van het atoomnummer te zijn.

2) Met „harde” lijn wordt gemeend een lijn van kleine golflengte of groote frequentie, „zacht” zijn de lijnen van groote golflengte.

voor een bepaalde frequentie ν is de kritische spanning $h\nu/e$. Ditzelfde geldt evenwel niet voor het karakteristieke spectrum. Hier treden de lijnen, die tot een bepaalde groep behooren of liever die met een bepaalden absorptierand gekoppeld zijn, eerst op, als de spanning grooter is dan $h\nu_a/e$, waarin ν_a de frequentie van den absorptierand is. De relatieve intensiteit der lijnen eener zelfde groep is onafhankelijk van de spanning; het is dus bijv. niet mogelijk de $K\alpha_1$ -lijn te verkrijgen, zonder dat tevens de hardere $K\beta_1$ -lijn ontstaat. Daarentegen is het zeer eenvoudig bijv. een Röntgenbuis met wolfram-antikathode met zoodanige spanning in bedrijf te houden dat wèl de $L\beta_2$ -lijn en niet de $L\beta_1$ -lijn, die grootere golflengte heeft en bij hoogere spanning intensiever is, ontstaat. Daarbij is slechts noodig de spanning te kiezen tusschen de grenzen $h\nu_{L_1}/e$ en $h\nu_{L_2}/e$ waarin ν_{L_1} de frequentie van den eersten absorptierand in het L -gebied en ν_{L_2} die van den tweeden is. $L\beta_2$ schijnt dus met den eersten rand L_1 gekoppeld te zijn, $L\beta_1$ met den tweeden L_2 .

Van deze verschijnselen geeft de theorie van Kossel een eenvoudige en mooie verklaring.¹⁾ Kossel gaat uit van de theorie van Bohr. Het atoom bestaat uit een positief geladen kern, waaromheen zich negatieve electronen bewegen. Het aantal ladings-eenheden per kern, tevens het aantal negatieve electronen in het atoom, is gelijk aan het rangnummer van het element in de tabel van Mendelejeff. Volgens de klassieke elektrodynamica zou dit systeem niet stabiel kunnen zijn, daar het voortdurend energie zou moeten uitstralen. We moeten dus aannemen, dat de electrodynamica voor een systeem van de dimensies van het atoom niet geldt. Volgens Bohr bestaan er voor elk atoom een reeks van bepaalde toestanden, „stationnaire toestanden”, waarin het eenigen tijd zonder uitstralen van energie verblijven kan; het kan evenwel van één dezer stationnaire toestanden overgaan in een toestand met minder energie op niet nader bekende wijze²⁾; bij dezen overgang wordt de vrijkomende energie uitgestraald in den vorm van een electromagnetische trilling van de frequentie

$$\nu = \frac{E_1 - E_2}{h},$$

1) *Valenzkräfte und Röntgenspektren*. Berlín. J. Springer, 1921.

2) Het zal dit in den regel ook doen, tot de stationnaire toestand met minimumenergie bereikt is.

waarin E_1 de energie in den begintoestand, E_2 die in den eindtoestand is, terwijl h weer de konstante van Planck is.

Volgens Kossel nu moeten we aannemen, dat de electronen, welke zich om de kern bewegen, niet alle een gelijkwaardige positie innemen; maar veeleer in bepaalde groepen of „schalen” om de kern zitten. Het dichtst bij de kern bevindt zich de K -schaal, daarna komt van binnen naar buiten gerekend: de L -schaal en vervolgens M -, N - enz. -schaal. Elk dezer schalen heeft een bepaald aantal electronen, de K -schaal bijv. 2 electronen, de L -schaal 8. Bij de lichtere elementen zijn natuurlijk de buitenste schalen afwezig.

Het merkwaardige is nu, dat, als een bepaalde schaal „verzadigd” is (d. i. haar normale aantal electronen bevat), zij ook niet meer electronen kan opnemen. Een der beide K -electronen kan bijv. niet door energieabsorptie naar de L -schaal verhuizen, als de laatste reeds voltallig bezet is. Een K -electron kan men dus slechts uit de K -schaal verwijderen, door het zooveel energie in eens te doen absorbeeren, dat het geheel aan den buitenkant van het atoom komt. Het kan deze energie opnemen: 1°. wanneer een van buiten komend negatief electron met voldoende groote snelheid (kathodestraal) in het atoom indringt, (dit gebeurt in de Röntgenbuis); 2°. door absorptie van een electro-magnetische golf (Röntgenstraal) van een frequentie ν , zoo groot, dat $h \times \nu$ minstens gelijk is aan de energie, welke noodig is om het electron geheel naar den buitenkant van het atoom te brengen.

Is een electron uit de K -schaal verwijderd, dan vindt er van binnen in het atoom een opschuiving plaats. Het kan dan gebeuren, dat een electron uit de L -schaal naar de K -schaal overgaat. Het verliest daarbij aan energie, welke in den vorm van Röntgenlicht uitgestraald wordt. De frequentie van dit licht wordt gevonden door het energieverlies van het electron te deelen door de konstante van Planck. We krijgen zoo een monochromatische Röntgenlijn uit het K -spectrum. De L -schaal is nu onverzadigd, deze kan weer door een electron uit de M -schaal aangevuld worden, waarbij een bepaalde lijn uit het L -spectrum ontstaat. Dit gaat zoo door tot eindelijk een electron van buiten het atoom weer neutraal maakt. Het behoeft evenwel niet noodgedwongen een L -electron te zijn, dat de ledige plaats in de K -schaal inneemt. Het kan ook een electron uit de M - of een nog meer naar buiten gelegen schaal van het atoom zijn. (Zie fig. 3.) Zoo ontstaan de verschillende

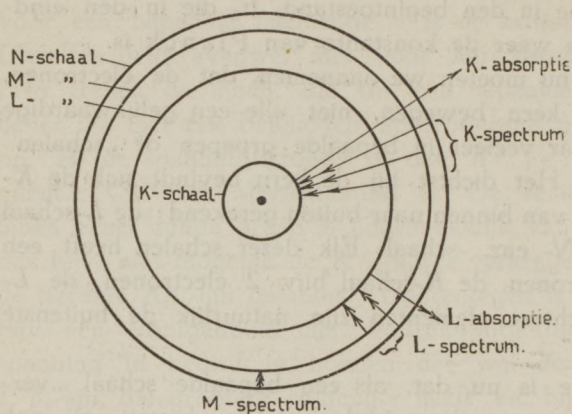


Fig. 3.

het *L*-spectrum optreedt; het omgekeerde kan evenwel zeer goed plaats vinden. Daarvoor is noodig, dat de spanning aan de Röntgenbuis zóó gekozen wordt, dat wel een electron uit de *L*-schaal uit het atoom verwijderd kan worden, niet evenwel één uit de dieper gelegen *K*-schaal.

De energie, welke noodig is om een electron uit de *L*-schaal te verwijderen, schijnt niet altijd even groot te zijn, zooals blijkt uit het optreden van niet één, maar drie absorptieranden in het *L*-gebied. Nieuwe metingen in het Lundsche instituut hebben verder aangetoond, dat er 5 absorptieranden in het *M*-gebied zijn. Om een electron uit de *M*-schaal naar den buitenomtrek van het atoom te verwijderen kunnen dus naar gelang der omstandigheden 5 verschillende energie-hoeveelheden gebruikt worden.

Om ons niet onmiddellijk vast te leggen op een bepaalde verklaring van dit verschijnsel, kunnen we het begrip „energieniveau” invoeren. Een monochromatische Röntgenstraal ontstaat, als een electron van een bepaald niveau naar een dieper gelegen niveau „valt”. De frequentie van dezen straal wordt dan gegeven door de bekende relatie van Bohr

$$\nu = \frac{E_1 - E_2}{h},$$

waarin E_1 de energie van het eerste niveau, E_2 die van het eindniveau is. Het diepste niveau is het *K*-niveau, daarna komen 3 *L*-niveaus, 5 *M*-niveaus. Over het aantal der volgende niveaus is nog geen zekerheid verkregen, mogelijk zijn er 7 *N*-niveaus voor de zwaarste elementen.

K-lijnen; de relatieve intensiteit dezer lijnen geeft de mate van waarschijnlijkheid van den betrokken overgang aan.

Uit het voorgaande is nu wel duidelijk dat het *K*-spectrum nooit ontstaat, zonder dat tegelijkertijd

Het is nu de vraag of we in staat zijn uit dergelijke energieniveaus het geheele Röntgenspectrum op te bouwen. Een energieniveau is bepaald door zijn energieverschil met het niveau in het oneindige. Dit energieverschil wordt nu juist gegeven door de frequentie van den bijbehorenden absorptierand. We moeten dus verwachten dat elke lijnfrequentie zich laat voorstellen als het verschil van twee absorptiefrequenties. Fig. 4¹⁾ geeft een

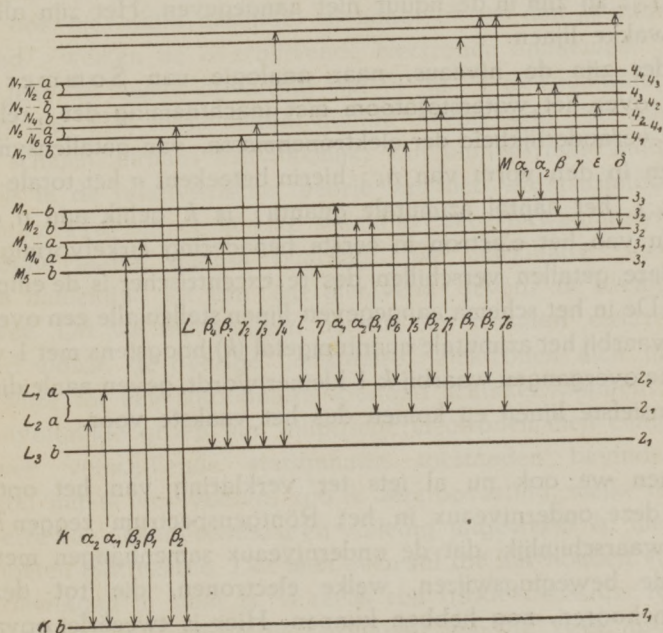


Fig. 4.

schematische voorstelling van het geheele Röntgenspectrum der zwaarste elementen. De horizontale lijnen geven de niveaus aan (de afstanden zijn *niet* evenredig met de energieverschillen), het niveau voor het oneindige valt ongeveer met het bovenste niveau samen. Uit dit schema kunnen we onmiddellijk allerlei additiebetrekkingen afleiden, bijv. (de absorptieranden worden door dezelfde teekens aangegeven als de niveaus zelf; verder worden overal de frequenties bedoeld):

$$K \alpha_1 = K - L_1$$

$$K \alpha_2 = K - L_2$$

$$L \alpha_1 = L_1 - M_1$$

$$L \beta_1 = L_2 - M_2$$

$$L \beta_3 = L_3 - M_3$$

1) Deze figuur is overgenomen uit een artikel in de Z.S. f. Physik.

Tot nog toe klopt dit alles zeer mooi met de ervaring. Er zijn nog verschillende regelmatigheden in het schema op te merken. Men kan de niveaus in twee groepen verdeelen welke in de tekening met a en b zijn aangegeven. Een emissielijn stelt in den regel een overgang $a \rightarrow b$ of $b \rightarrow a$ voor; overgangen $a \rightarrow a$ komen in het geheel niet voor, terwijl van de overgangen $b \rightarrow b$ slechts enkele voorbeelden bekend zijn. Deze zijn $L_3 \rightarrow K$, $M_1 \rightarrow L_3$, $M_2 \rightarrow L_3$; zij zijn in de figuur niet aangegeven. Het zijn alle drie zeer zwakke lijnen.

Verder zijn de niveaus, naar analogie van Sommerfeld's theorie over het waterstofatoom met inachtneming der „relativistische” veranderlijkheid der elektronenmassa, van getallensymbolen voorzien in den vorm van n_k ; hierin beteekent n het totale aantal quanta, k het aantal azimuthale quanta; is k gelijk aan n dan is de baan van het electron in eerste benadering cirkelvormig; hoe meer deze getallen verschillen des te excentrischer is de elliptische baan.¹⁾ De in het schema aangegeven lijnen stellen alle een overgang voor, waarbij het azimuthale quantumgetal (k) hoogstens met 1 verandert. Die overgangen waarbij k 1 kleiner wordt, geven aanleiding tot de intensiefste lijnen en komen dus het vaakste voor.

Kunnen we ook nu al iets ter verklaring van het optreden van al deze onderniveaus in het Röntgenspectrum zeggen? Het is wel waarschijnlijk, dat de onderniveaus samenhangen met verschillende bewegingswijzen, welke electronen, die tot dezelfde schaal behooren, nog hebben kunnen. Hier is tweeërlei opvatting mogelijk:

1^o. Aan elk niveau in het Röntgenspectrum beantwoordt een bepaalde bewegingswijze der electronen in het ongestoorde atoom. Evenals er drie L -niveaus zijn: L_1 , L_2 en L_3 , zijn er ook drie soorten van L -electronen. Men moet zich dan voorstellen, dat deze soorten in elk atoom naast elkander voorkomen,²⁾ daar men zich moeilijk anders kan denken, dan dat alle (ongestoorde) atomen van hetzelfde element denzelfden energie-inhoud hebben.

2^o. Een bepaalde bewegingswijze der electronen in een of andere schaal kan tot meer dan één energieniveau aanleiding geven. Er

1) Deze quantumgetallen bepalen de bewegingsgrootheden, welke de „stationnaire” toestanden vast leggen. Voor meer bijzonderheden kan ik naar het boek van Sommerfeld „Atombau und Spectrallinien” verwijzen.

2) De opvatting, dat er verschillende atoomsoorten zouden bestaan met b.v. of alleen L_1 -electronen of alleen L_2 -electronen, welke tot voor kort door Sommerfeld werd verdedigd, is nu ook door hem verlaten.

zijn dus in 't algemeen meer niveaus dan verschillende bewegingswijzen. Dit is de opvatting van Bohr. Volgens Bohr moet men n.l. verwachten, dat, als één der electronen uit een bepaalde groep verwijderd is, de overigen zich in 't algemeen tot meer dan één „stationnair toestand” arrangeeren kunnen. De energie, welke noodig is, om het electron er uit te halen, of welke beschikbaar komt, als het elektron in een naar binnen gelegen schaal „valt”, is dus ook niet altijd dezelfde, zij hangt af van den „stationnair toestand”, welken de overblijvende electronen aannemen.

Volgens de laatste opvatting zijn in fig. 4 de quantumgetallen aangegeven. Het totale aantal quanta neemt voor de opeenvolgende schalen, althans aanvankelijk, van binnen naar buiten toe. Evenals in de relativistische theorie van het waterstofatoom van Sommerfeld zijn er in elke schaal evenveel bewegingswijzen als het totale aantal quanta bedraagt. De „cirkulaire” electronen zouden aanleiding tot één energieniveau geven, de „elliptische” tot twee. Dit wil dus zeggen, dat als één cirkulair electron verwijderd wordt, de overige „cirkulaire” elektronen zich maar op ééne wijze tot een stationnaire toestand schikken kunnen; terwijl een onvoltallige groep van elliptische electronen zich eenigen tijd in twee verschillende stationnaire toestanden bevinden kan. Het zou mij te ver voeren, zoo ik deze opvatting, welke trouwens nog verre van onaanvechtbaar en volledig uitgewerkt is, hier nader zou moeten motiveeren. Dat men evenwel tot het houden van zulke beschouwingen in staat is, is reeds een groot succes der Röntgenspectroscopie. Een physische verklaring van de twee groepen *a* en *b* waarin we de niveaus hebben ingedeeld, laat zich voorloopig niet geven. Op te merken valt evenwel, dat één elliptische bewegingswijze der electronen in het ongestoorde atoom aanleiding geeft tot zoowel een *a*- als een *b*-niveau. Dat in het algemeen een electron slechts van een *a*- naar een *b*-niveau over kan gaan of omgekeerd, zou er op kunnen wijzen, dat bij de uitzending van Röntgenenergie „iets” in het atoom (bijv. het moment van hoeveelheid van beweging) moet veranderen.

LUND, September 1921.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 29 October 1921 in het natuurkundig laboratorium der Universiteit te Amsterdam.

Na een kort openingswoord van den voorzitter en het bespreken van enkele huishoudelijke zaken houdt Dr. Langmuir uit Schenectady, die ter wille van een bezoek aan het Philips-laboratorium te Eindhoven, in ons land was, een voordracht over: *de structuur van geadsorbeerde dunne laagjes en hun invloed op heterogene chemische reacties.*

Voert men in een wolfraam-vacuümlamp een kleine hoeveelheid gas, bv. zuurstof of waterstof of een mengsel van beide, dan blijkt dit gas na korten tijd branden te verdwijnen. Dit verschijnsel heeft Dr. Langmuir nader onderzocht. Bij zuurstof blijkt de gasdruk p op zoodanige wijze met den tijd t te veranderen, dat $\log p$ lineair in t is, zoodat $p = p_0 \cdot e^{-at}$. a blijkt een temperatuur-functie te zijn; bij hoogere temperatuur vindt het verdwijnen sneller plaats. Het blijkt, dat aan den draad WO_3 gevormd wordt, hetwelk zich als een wit beslag op den ballonwand afzet. Dat men met WO_3 te doen heeft, volgt behalve uit de kleur ook uit de gewichtsverhouding van de verdwenen wolfraam en zuurstof. Uit de snelheid, waarmede de zuurstof verdwijnt, blijkt dat b.v. bij een draadtemperatuur van 3000°K . 50 % der zuurstof-moleculen, die den draad treffen, reageeren, onder vorming van WO_3 . De kans, dat twee zuurstofmoleculen tegelijkertijd met een zelfde wolfraam-atoom samentreffen is zeer klein, zoodat de vorming van WO_3 alleen dan verklaard kan worden, wanneer men aanneemt, dat aan het oppervlak van den draad reeds zuurstof aanwezig was. Volgens Langmuir moet een groot deel van het oppervlak met een laagje zuurstof bedekt zijn. Dit laagje moet bijzonder stabiel zijn, daar het bij een temperatuur van 3000°K . en een gasdruk van 0.001 mm. langen tijd op den draad kan blijven. Verder zou men, wanneer niet reeds een deel der zuurstof op den draad aanwezig was, dp/dt evenredig p^2 verwacht hebben en niet evenredig met p , zooals uit het experiment blijkt.

Bij waterstof vindt men heel andere verschijnselen. Ook hier verdwijnt het gas in den beginne; er treedt echter een vermoeienis-

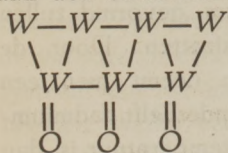
effect op. Bij toevoeging van meer waterstof verdwijnt deze ten slotte niet meer, ook niet wanneer men een tweeden, in denzelfden ballon aanwezigen, gloeidraad op hooge temperatuur brengt. Een groot deel der verdwenen waterstof komt echter weer terug, wanneer men de ballon verhit. De waterstof schijnt dus door den ballonwand geadsorbeerd te worden. Het vermoeieniseffect moet bij den ballon gezocht worden. Het schijnt dat deze zich met waterstofatomen bedekt en dat het verdwijnen van de waterstof ophoudt, zoodra er een één-atoomdik laagje gevormd is. Dit wordt aannemelijk gemaakt door de volgende feiten. Wanneer waterstof den draad treft, dissocieert het en de atomen vliegen naar den wand. Dat inderdaad dissociatie optreedt, blijkt b.v. uit de reductie van verschillende stoffen, zooals CuO of ZnO , (die men in een zijbuisje aan den ballon kan brengen), welke normaliter bij kamertemperatuur niet door H_2 worden gereduceerd. Een verder bewijs voor de dissociatie van H_2 is de groote warmteafleiding van den gloeienden draad, die vele malen grooter is dan men uit de warmtegeleiding bij lagere temperatuur kan extrapoleren.

Het ophouden van het verdwijnen van de waterstof, zoodra een één-atoomdik laagje gevormd is, is dan duidelijk. Elk erbij komend atoom vormt met het reeds aanwezige een molecuul, zoodat H_2 wordt teruggevormd.

In overeenstemming hiermede is het feit, dat vermoeienis niet optreedt, wanneer de glaswand met een stof als WO_3 bedekt is.

Experimenten met mengsels van H_2 en O_2 leveren verrassende resultaten. Eerst verdwijnt de zuurstof alsof er geen waterstof aanwezig was. Pas als de zuurstof opgebruikt is, begint plotseling de waterstof te verdwijnen. Blijkbaar heeft zich op den draad weer een geadsorbeerd zuurstoflaagje afgezet, waardoor de dissociatie van de waterstof aan den draad verhinderd wordt. Ook met de zuurstof op den draad reageert de waterstof klaarblijkelijk niet; het geadsorbeerde laagje heeft dus wel zeer bijzondere eigenschappen.

Langmuir denkt zich nu, dat de zuurstof verbonden wordt aan den buitenkant van het draadoppervlak en deel uit gaat maken van het wolframtralie, ongeveer zooals hiernaast schematisch is voorgesteld. Dat op een dergelijke wijze gebonden zuurstof niet met waterstof reageert, behoeft ons niet te verwonderen.



Proeven met draden uit koolstof wijzen ook op dergelijke geadsorbeerde zuurstoflaagjes van één atoom dik.

Dat telkens laagjes van één atoom dik optreden, is volgens Langmuir daaraan te danken, dat het krachtveld van een atoom slechts op zeer korten afstand werkzaam is en reeds op afstanden van enkele tiende Ångströmeenheden te verwaarloozen wordt. Slechts wanneer polarisatie van de atomen in het eerste laagje optreedt, kan de kracht over grooter afstand worden overgebracht, zoodat dikkere lagen zich kunnen vormen.

Dr. Langmuir bespreekt nu verder zijn opvattingen over wat er gebeurt, wanneer een gasmolecuul het oppervlak van een vast lichaam of een vloeistof treft. De tijd, waarin zulk een molecuul in thermisch evenwicht komt met het vaste lichaam is van de orde 10^{-14} sec. en veel korter dan de duur van de botsing. Daarom neemt Langmuir aan, dat een gasmolecuul altijd op een vast lichaam condenseert, om er later eventueel weer van af te verdampen. De botsing is dus steeds volkomen *onelastisch* en niet, zooals gewoonlijk wordt aangenomen, gedeeltelijk elastisch.

Nemen we als voorbeeld het geval van argon en een glasoppervlak; de argonatomen, die op het glas condenseeren, zullen er slechts langzaam af verdampen; is echter reeds een laagje argon aanwezig, dan verdampen de nieuw aankomende moleculen dadelijk weer, daar de krachten tusschen *Ar* en *Ar* kleiner zijn dan tusschen glas en *Ar*. Het is dan te verwachten, dat de adsorbtie van *Ar* aan glas hoogstens zal leiden tot een laag van één atoom dik.

Experimenten hebben getoond, dat dit inderdaad het geval is: slechts wanneer men in de buurt van verzadigde damp komt, waar de krachten tusschen de argonatomen onderling groot zijn, treden dikkere lagen op.

Hebben we met stoffen als cadmium (of kwik) te doen, waar de band tusschen de condenseerende atomen onderling grooter is dan tusschen deze en het glas, dan treden andere verschijnselen op; het cadmium verdampt gemakkelijker van glas dan van cadmium zelf, zoodat er kernen van cadmium gevormd zullen worden, waaraan de cadmiumatomen zich afzetten. Door de volgende proef wordt dit duidelijk gemaakt: neemt men een glasballon, waarin men door verhitting van de onderhelft cadmiumdamp ontwikkelt, terwijl de bovenhelft op kamertemperatuur is, dan

zet zich geen cadmiumbeslag in de ballon af. Koelt men een gedeelte van de bovenhelft met vloeibare lucht, dan zal daar een dun, voorloopig nog onzichtbaar, laagje cadmium neerslaan. Neemt men de koeling weg en verhit men het cadmium sterker, zoodat de dampspanning hooger wordt, dan komt op de plek, die afgekoeld was, een cadmiumspiegel te voorschijn. Dit laat zich aldus verklaren: bij de afkoeling is een laagje van cadmium van meerdere atomen dik gecondenseerd, bij het brengen op kamertemperatuur verdampt dit niet. Laat men de koeling van de bovenhelft achterwege, dan ontstaat bij sterke verhitte van het cadmium toch een beslag op den wand, dat nu echter geen spiegel is, doch uit een aantal afzonderlijke aggregaten bestaat; er zijn nu kernen ontstaan, die ten koste van de tusschen liggende gedeelten aangroeien. Het optreden van zulke kernen bij hoogere dampspanning is daaraan te danken, dat de kans, dat twee molekulen gelijktijdig op dezelfde plaats treffen, evenredig met p^2 toeneemt.

Tenslotte roerde Dr. Langmuir nog in 't kort de toepassing van zijn ideeën op capillaire verschijnselen, toestandsvergelijking en daarmee samenhangende fenomenen aan.

De discussie, waaraan door Prof. Ornstein en Dr. Fokker werd deelgenomen, werd des avonds in engeren kring in Trianon voortgezet.

BOEKBESPREKING.

E. Study. Denken und Darstellung, 43 blz. — Sammlung Vieweg, no. 59, Braunschweig, 1921. Prijs M. 4,80 + valutaverrekening.

Dit is een polemische brochure, waarin de heer Study zich tegen een boekje keert van den heer Pasch, en de opvatting verdedigt dat men het genre ennuyant dient te vermijden, waarin alle wiskundige afleidingen uitgeplozen worden tot aaneenrijgingen van simpele syllogismen. Gesteund door citaten van Poincaré betoogt hij, dat het voor den scheppenden wiskundige minstens evenzeer op intuïtie en phantasie aankomt als op logistiek. Wat de voordracht eener leer betreft, verlangt hij behalve het logistische systeem ook de mededeeling van den ontwikkelingsgang der denkbeelden, welke veel zal bijdragen tot de overtuigingskracht van het voorgedragene. Niet slechts het gebouw, gereed en af, (op de

wijze van Euclides' werk), moet de lezer te zien krijgen, maar ook de bouwsteigers, die den bouw mogelijk maakten (vgl. Galilei's Discorsi).

F.

V. Geilen. *Mathematik und Baukunst als Grundlagen abendländischer Kultur. — Wiedergeburt der Mathematik aus dem Geiste Kants.* — Samml. Vieweg. Heft 53. 94 blz. 1921.

Prijs M. 6,— + 100 % + valuta-vereffening.

De heer G. gaat bij het schrijven dezer verhandelingen uit van twee zeer verschillende motieven. Het eerste (dat in de tweede verhandeling nader toegelicht wordt) is van mathematischen aard; hij wenschte voor de reeks (Folge) een nieuw symbool in te voeren, n.l. een gestileerde f : immers schrijft men

(in plaats van $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$) $f \frac{n}{n+1} \rightarrow 1$ („Folge $\frac{n}{n+1}$ strebt

nach 1") zoo laat men in het midden of die grens werkelijk bereikt wordt, zoodat men bij de vraag naar het „philosophisch bestaan" van de grenswaarde op neutralen bodem blijft. In de tweede plaats wenschte hij een oordeel uit te spreken over de zeer algemeene en zeer interessante beschouwingen over den geest der wiskunde (of liever der wiskunden van verschillende tijdperken) die voorkomen in O. Spenglers beroemd boek „Der Untergang des Abendlandes", welk werk hij eerst heeft leeren kennen nadat hij besloten had bedoeld f -symbool (dat voor velerlei variatie vatbaar is en zich goed aansluit bij het f -teeken) te gebruiken. Het verband dat hij tusschen zijne twee onderwerpen legt is dit, dat hij bij het weerleggen van Spenglers pessimistische beschouwing over de toekomst der West-Europeesche cultuur, tevens wil aangeven, welke wijziging de wiskundigen in hunne idealen zullen moeten brengen om de W.-E.-cultuur op de been te houden, en dat deze wijziging juist hierop neerkomt dat zij moeten afzien van het „aktual Unendliche", zooals dit in de „Mengenlehre" voorkomt; alles moet „der Anschauung zugänglich gemacht werden"; het f -symbool o.a. moet daartoe dienen. Niet slechts van het oneindige, ook van het abstrakte moet zooveel mogelijk afgezien worden. Dit beteekent een groote verandering van richting. Immers, in overeenstemming met Spengler, zegt G.: „Die Gesamtentwicklungslinie der Mathematik des 19 Jahrhunderts zeigt

die Tendenz zu immer höherer Abstraktion." Sp. wijst er op dat Kant (in tegenstelling met Leibniz) geen wiskundigen aanleg toont; over lagere wiskunde spreekt hij soms, maar nooit over hogere; G. echter meent: „Folgen wir dem Kant, der gelehrt hat, dass das blossе Denken nicht ungestraft die Grenzen des Endlichen überschreiten darf." Bepaalt de wiskunde zich tot het aanschouwelijke, zoo blijft zij daardoor in nauwer aanraking met de natuurkunde en tevens met de bouwkunde (eerste verhandeling). „Gewiss wird niemand den dahineilenden Flug abstrakt mathematischen Denkens auf Schritt und Tritt hemmen wollen", maar het moet er toch van komen. „Letzte Instanz aller exakten Wissenschaft kann nur die Anschauung sein, ein Analogon des Kantischen Begriffes der Erfahrung."

Ik vermoed dat groote wiskundigen van deze uitspraak geen notitie zullen nemen. Zij zullen niet met G. willen zeggen: „Mit der Anwendung auf die Erkenntnis der Natur hat die Mathematik ihren höchsten Zweck erreicht." Mogelijk is het intusschen dat (zooals Sp. denkt) de periode der groote W.-Europeesche wiskundigen voorbij is, dat derhalve zij voor wie wiskunde een hulpwetenschap is den boventoon zullen gaan voeren; maar daarin zou dan juist (evenals in het ontbreken van gróóte artisten) de achteruitgang der W.-E.-cultuur liggen. Sp. gaat zoover dat hij den raad geeft aan hen die zich op Erkenntnistheorie of kunst zouden willen toeleggen, liever politici of technici te worden, daar dit *in deze phase der cultuur* vermoedelijk het eenige is wat zij nog zullen kunnen bereiken.

Leerzaam is de wijze waarop Sp. betoogt hoe de Grieksche oudheid het oneindige en het abstrakte vermijdt, niet slechts in de wiskunde, maar in de geheele cultuur; de beeldhouwkunst, de bouwkunst sluiten zich min of meer aan bij den geest der Euclidische meetkunde. In West-Europa, waar de „Faustische Seele" leeft, speelt daarentegen het gevoel voor het oneindige en abstrakte in de kunst (muziek), godsdienst, wiskunde een zóó groote rol, dat men de W.-E.-cultuur daarvan niet kan berooven zonder haar zelve te vernietigen.

Kortom, Geilen's leuze: „Zurück zur Anschauung, hin zur Natur!" (waarbij hij ons intusschen niet zoozeer Grieksche als Germaansche idealen voorhoudt) is een wijze raad voor de meesten onzer, en zeer zeker van toepassing op het *onderwijs*; maar laten wij niet denken dat wij daarbij (ons sierende met den naam Kant) tevens als wiskundigen op het hoogste standpunt staan.

Ik ben het met G. eens waar hij zegt dat Sp. niet genoeg wijst op de *bruggen* die de eene cultuur met de andere verbinden. De *continuïteit* speelt gelukkig ook nog een rol. Dit strekke ons tot troost, zoo wij in W.-Europa onverhoopt een periode van verval tegemoet mochten gaan.

Wat het symbool *f* betreft moet nog opgemerkt worden, dat dit, hoewel op zichzelf naar het mij voorkomt niet kwaad, weinig kans heeft algemeen aangenomen te worden, als zijnde ontleend aan de Duitsche taal.

J. A. V.

MEDEDEELINGEN.

Professor Lorentz, die uitgenoodigd werd in Pasadena en Chicago lezingen te houden, hoopt half December naar Amerika te vertrekken en na ongeveer vier maanden weer terug te zijn.

Door de Commissie, gevormd ter herdenking van het 25-jarig jubileum der ontdekking van het „Zeeman-effect” is een boek uitgegeven, getiteld „*Verhandelingen van Dr. P. Zeeman over magneto-optische verschijnselen.*” Het boek bevat 340 bladzijden, met een portret van Zeeman. De verhandelingen zijn in het Engelsch gegeven, behalve de eerste die in 4 talen is afgedrukt. Het werk wordt aan ieder die dit wenscht toegezonden na inzending van een bedrag van f 5.— aan den secretaris der Commissie, Dr. J. J. Hallo, Antonie Duyckstraat 91, 's-Gravenhage, Postgirorekening No. 1382.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Algemeene Vergadering op Zaterdag 26 November, des namiddags te 4 uur, in de collegezaal van het Fysisch Laboratorium der Gemeentelijke Universiteit te Amsterdam, Plantage Muidergracht.

Agenda: Statuten en Huishoudelijk Reglement.

F. Zernike: „Het richten van vloeistofmolekulen door uitwendige velden.”

G. Holst: „Demonstratie.”

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 van de Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

1e JAARGANG

DECEMBER 1921

NUMMER 12.

VAN DE REDACTIE.

Het is niet meer dan gepast, zoo wij bij het verschijnen van het laatste nummer van den eersten jaargang van „*Physica*” een oogenblik terugzien op hetgeen achter ons ligt, en ons rekenschap geven van de ontwikkeling van ons tijdschrift in de verstreken periode.

De eerste aflevering verscheen, toen het jaar al drie maanden oud was. Dat die achterstand thans ingehaald is, hebben wij te danken aan de gelukkige omstandigheid, dat Professor Zeeman, 25 jaar geleden, zulk iets moois ontdekte, dat onlangs bij de herdenking daarvan vele aderen zich openden en de kopij toestroomde tot er op eens drie afleveringen mede gevuld werden. Zeer zeker zullen de lezers er niets op tegen hebben gehad, dat op deze wijze een blijvend phase-verschil tusschen jaargang en kalenderjaar voorkomen werd.

Over het aantal onzer vaste lezers valt niet te klagen. Reeds vóór het verschijnen van het eerste nummer toonden een aanzienlijk aantal vakgenooten hun sympathie voor onze plannen door zich al dadelijk als abonnée op te geven; en het geheele jaar door is dit aantal blijven groeien, soms in een zeer verblijdend tempo. Toch zal de kring der abonnées zich nog belangrijk moeten uitbreiden, om op den duur de uitgave van „*Physica*” ook finantieel te doen slagen.

Dat zulks voor het eerste jaar nog niet geheel het geval zou zijn, was te voorzien en niet voor niets bereikte een verzoek het Natuur- en Geneeskundig congres om gedurende de moeilijke oprichtingsjaren ons tijdschrift moreel en finantieel te steunen.

Tot ons leedwezen mocht deze poging niet slagen, maar gelukkig heeft de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen zich bereid verklaard, in het risico te deelen, zoodat wij thans, aangemoedigd door de stijgende belangstelling voor „*Physica*”, die zoowel binnen als buiten Nederland zich openbaart, onbezwaard

en met frisschen moed den nieuwen jaargang tegemoet kunnen zien.

Van tijd tot tijd bereiken ons uit den lezerskring stemmen, — en wij stellen het op prijs dat wij ze te hooren krijgen, — die om de opneming van artikelen over bijzondere onderwerpen of in bijzonderen vorm vragen. Zoo werd niet zelden het verlangen geuit naar meer oriënteerende overzichten. Anderen drongen weer aan op geregelde publikatie van voor het onderwijs geschikte demonstratieproeven. Wij stellen ons voor in den komenden jaargang aan deze wenschen zoo veel mogelijk tegemoet te komen. Maar men gunne ons daartoe eenigen tijd.

Reeds konden uitingen van ontwakende productieve belangstelling worden vastgesteld en het gewenschte contact tusschen de producenten en consumenten der kolommen van „*Physica*” vertoont een steeds kleineren overgangsweerstand. Ten behoeve der gemeene zaak, die wij voorstaan, moeten en zullen steeds meerderen in actie komen om in opgemerkte lacunes te voorzien.

Het zou snood zijn, indien wij bij deze gelegenheid niet een warm woord van erkentelijkheid wijdden aan de hulp van de vele, en daaronder trouwe, medewerkers, die den inhoud van den eersten jaargang zoo rijk gemaakt hebben als hij geworden is, en niet het minst aan onze medewerkers buiten de rijksgrenzen en overzee. Wij achten het een gelukkig ding, zoo wij met hen, en zij door „*Physica*” met het vaderland, in aanraking blijven, en hopen vurig, dat het net van Nederlandsche natuurkundige verstandhouding, zoo binnen onze landspalen als daarbuiten, door „*Physica*” geknoopt, moge verstevigd, en over steeds ruimer kring uitgebreid worden.

PROEVE EENER THEORIE VAN DE RANGSCHIKKING EN DE BEWEGING VAN HET GROOTE STERRENSTELSEL

door J. C. KAPTEIJN.

In een opstel, gepubliceerd in de „Contributions of the Mnt. Wilson Observatory” No. 188, werd gevonden dat als men als eerste benadering aanneemt, dat het sterrenstelsel een omwentelingslichaam vormt, met de zon als centrum en de as van het Melkwegvlak als as, zich de sterddichtheid (aantal sterren per volumeneenheid) laat bepalen tot op aanzienlijken afstand.

Voor de equidensiteits-oppervlakken werden vlakken gevonden die, voor de kleinere waarden van de densiteit, een instulping vertoonen in de omgeving van de pool.

Latere studie heeft aangetoond dat men de waarnemingen ook nog dragelijk goed voorstelt als men deze instulping verwaarloost en voor de equidensiteitsvlakken gelijkvormige concentrische ellipsoiden neemt, wier groote assen 5.10 maal grooter zijn dan de kleine assen, die samenvallen met de omwentelingsas. Het is verder gebleken dat de bepaling dezer equidensiteitsvlakken met redelijke zekerheid mogelijk zal zijn tot aan de ellipsoid, die X genoemd moge worden, voor welke de dichtheid één honderdste deel is van die in de nabijheid van de zon, zoodra de in uitzicht staande tellingen der sterren tot de 17de grootte (visueel) beschikbaar zullen zijn. Eenige reeds nu bewerkte brokstukken van de Mnt. Wilson „Selected Areas” maken het waarschijnlijk dat een op dit oogenblik gemaakte extrapolatie tot aan die ellipsoid X , vermoedelijk niet veel van de waarheid zal afwijken. Uitgegaan is daarom van de veronderstelling dat de dichtheidsverdeeling voor het geheele gebied binnen X reeds nu geheel bekend is.

Als de vorm van de equidensiteitsvlakken buiten X ook maar benaderd dezelfde is als daarbinnen, moet men verwachten dat de totaal aantrekking van alle stof buiten X op een punt daarbinnen zeer gering is. Dit als gevolg van het feit, dat de aantrekking van een schil van constante densiteit, besloten tusschen twee gelijkvormige ellipsoiden, op een inwendig punt nul is. Verwaarloost men die, zoo laat zich de aantrekking van het heele stelsel op een willekeurig punt binnen X berekenen, zoodra de gemiddelde massa eener ster bekend is.

Een stelsel als het geschetste kan, als het in rust is en overgelaten aan zijn eigen attractie, klaarblijkelijk niet in evenwicht zijn. Neemt men aan dat de toestand waarin het stelsel verkeert, een blijvende is, zoo kan het dus niet in rust zijn. Inderdaad weet men reeds uit de waarneming dat dit ook niet het geval is. De sterren bewegen zich in twee sterstroomen evenwijdig met het vlak van den melkweg. Dit feit, te samen met den boven gevonden bouw van het stelsel, voert haast als van zelf tot de veronderstelling dat het heele stelsel een soort rotatiebeweging heeft om de as naar den Pool van den Melkweg.

I. Neemt men dit aan en beschouwen we allereerst de sterren in de onmiddellijke nabijheid van de as. Voor dezen is de rotatiebeweging nul. Ze hebben geen andere beweging dan de peculiaire. Onderzoek, zoowel der radieele als der transversale eigenbeweging, (grootendeels ongepubliceerd) heeft aangetoond dat de peculiaire bewegingen, althans benaderd, de Maxwell'sche verdeeling hebben. De sterren langs de as verkeerden dus vrijwel in denzelfden toestand als de moleculen van de lucht in de aardatmosfeer. Slechts treedt bij de sterren de attractie van het heele stelsel in de plaats van de aardattractie en laat het zich verder aantonen dat bij de sterren ontmoetingen oneindig veel zeldzamer zijn.

Laat men zich niet daardoor afschrikken om de wetten der kinetische gastheorie (in het bijzonder de barometrische formule bij constante temperatuur) toe te passen, zoo zal men uit de bekende densiteit de totaalcracht voor verschillenden afstand van het centrum kunnen berekenen. Deze gelijkstellend aan de boven reeds gevonden kracht, die nog slechts als onbekende de gemiddelde massa van een ster bevatte, vindt men de waarde dezer gemiddelde massa.

De uitkomst is als volgt:

Afstand tot centrum	Gemiddelde massa in zonsmassa's
198 parsec.	2.2
413 „	2.0
717 „	1.7
1114 „	1.5
1660 „	1.4

De toename der massa met afnemenden afstand tot centrum is in overeenstemming met de theorie.¹⁾ De gemiddelde massa is in uitnemende overeenstemming met wat Jackson en Furner onlangs uit een omvangrijk onderzoek van dubbelsterren afleidden nl.:

gem. massa som der 2 componenten = 1.6 zonsmassa.

Aangezien de kracht afgeleid in het eerste deel van dit opstel slechts rekening houdt met de lichtende sterren, terwijl de barometrische formule de totaalcracht, inclusief de attractie van alle eventueele donkere stof in het stelsel geeft, bewijst de gevonden overeenstemming dat de totaal massa der aanwezige donkere stof klein moet zijn vergeleken met de massa der lichtende stof.

¹⁾ Jeans. Problems of Cosmogony and Stellar Dynamics (1919) p. 239.

II. Wanneer men, voor een oogenblik afziende van de rotatiebeweging, de sterren in 't vlak van den melkweg geheel zoo behandelt als die langs de poolas, vindt men waarden voor de gemiddelde stermassa, die maar ongeveer de helft zijn van de zooeven gevondene. Het ligt voor de hand aan te nemen, dat die massa's inderdaad gelijk zijn en dat het gevonden verschil geheel aan de beweging moet worden toegeschreven. Immers als totaal werkzame kracht is hier te beschouwen: gravitatiekracht — middelpuntvliedende kracht. Bepalen we die totaal werkzame kracht zóó, dat de massa's (in punten van gelijke densiteit op poolas en in Melkweg) gelijk worden, zoo wordt daardoor de middelpunt-vliedende kracht bepaald en aangezien de massa's reeds bekend zijn, de voor elk punt aan te nemen snelheid. Voor de lineaire snelheid wordt op deze wijze gevonden:

Afstand tot centrum	Lineaire snelheid
1010 parsec.	13.0 km. p.sec.
2106 „	19.5 „
3657 „	20.1 „
5675 „	19.4 „
8465 „	18.6 „

Voor punten noch in de poolas, noch in 't vlak van den Melkweg, laat zich ook gemakkelijk de middelpunt-vliedende kracht, derhalve de snelheid, berekenen uit de voorwaarde, dat de resultante van de gravitatie en middelpunt-vliedende kracht loodrecht moet zijn op de niveauvlakken, althans als aangenomen wordt dat de densiteit langs deze vlakken constant is.

Blijft men echter staan bij de snelheden in het vlak van den melkweg, die het best bepaald zijn, dan treft het, dat deze voor het overgrootste deel van het gebied bijna constant

$$= 19.5 \text{ km. per sec.}$$

is. Die snelheid kan natuurlijk evengoed in den éénen als in den juist tegengestelden zin zijn. Neemt men aan dat in beide richtingen sterren gaan, zoo zullen deze twee groepen van sterren dus een relatieve snelheid hebben van

$$39 \text{ km. per sec.}$$

Deze snelheid komt met verrassende nauwkeurigheid overeen met de snelheid, gevonden voor de relatieve beweging der sterstroomen. Men wordt aldus als vanzelf tot de verklaring der sterstroomen geleid, welke niet anders moet zijn dan de hier afgeleide rotatiebeweging.

Dat de stroombeweging in deze theorie gekromd is, terwijl de waarneming tot nog toe geen kromming verraden heeft, is geen ernstig bezwaar, omdat deze waarneming zich over een zoo gering gebied uitstrekt dat daarbinnen de kromming onmerkbaar moet zijn.

Intusschen blijkt dat we in deze theorie niet langer behooren uit te gaan van een centrale positie voor de zon. De zon moet overgebracht worden naar het gebied waar de snelheid niet al te veel verschilt van 20 km. per sec.

Een of meer verdere benaderingen zijn dringend geëischt.

Leiden, 14 Nov. 1921.

EEN OPMERKING BETREFFENDE EEN OPLOSSING VAN EEN MECHANISCH VRAAGSTUK, ZOOALS DIE VOORKOMT IN MACH: „DIE MECHANIK IN IHRER ENTWICKLUNG“, ¹⁾

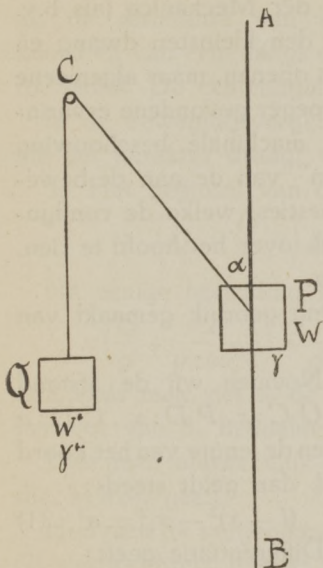
door J. F. DE VRIES.

1. Naar aanleiding van de bespreking van het principe van d'Alembert geeft Mach eenige voorbeelden, waarin hij genoemd beginsel toepast, doch tevens de opmerking maakt, dat de oplossing in de behandelde gevallen zeer eenvoudig voor den dag te brengen is door aanwending der begrippen statisch moment en traagheidsmoment, zij het, zooals in het geval, dat wij hier op het oog hebben, „in etwas verallgemeinerter Form“.

Halen wij even aan hoe t. a. p. het bedoelde vraagstuk gesteld en behandeld wordt.

„Der folgende Fall diene als zweites Beispiel. Ein Gewicht P ist auf einer verticalen Geraden AB beweglich und durch einen Faden, der über eine Rolle C führt, mit einem Gewicht Q verbunden. Der Faden bildet mit AB den veränderlichen Winkel α . Die Bewegung kan hier keine gleichförmig beschleunigte sein. Wenn wir aber nur verticale Bewegungen betrachten, so können wir für jeden Werth von α die augenblickliche

¹⁾ Leipzig, 1908; blz. 380 en 381. Ook in de uitgave van 1921 onveranderd opgenomen; blz. 338.



Beschleunigung γ und γ' von P und Q sehr leicht angeben. Indem wir ganz wie im vorigen Fall verfahren, finden wir

$$P = W + V, \quad 2)$$

$$Q = W' + V', \text{ ferner}$$

$$V' \cos \alpha = V, \text{ oder, weil } \gamma' = -\gamma \cos \alpha,$$

$$\left(Q + \frac{Q}{g} \cos \alpha \cdot \gamma \right) \cos \alpha = P - \frac{P\gamma}{g},$$

und hieraus

$$\gamma = \frac{P - Q \cos \alpha}{Q \cos^2 \alpha + P} g,$$

$$\gamma' = -\frac{P - Q \cos \alpha}{Q \cos^2 \alpha + P} \cos \alpha \cdot g,$$

Mann kan dasselbe Resultat wieder sehr leicht gewinnen, wenn man die Begriffe statisches Moment und Trägheitsmoment in etwas verallgemeinerter

Form verwendet, was durch das Folgende sofort verständlich wird. Die Kraft, oder das statische Moment, welches auf P wirkt ist $P - Q \cos \alpha$. Das Gewicht Q bewegt sich aber $\cos \alpha$ mal so schnell als P , demnach ist seine Masse $\cos^2 \alpha$ mal zu rechnen. Die Beschleunigung, welche P erhält, ist also

$$\gamma = \frac{P - Q \cos \alpha}{\frac{Q}{g} \cos^2 \alpha + \frac{P}{g}} = \frac{P - Q \cos \alpha}{Q \cos^2 \alpha + P} g.$$

Ebenso ergibt sich der entsprechende Ausdruck für γ' . Es liegt diesem Verfahren die einfache Bemerkung zu Grunde, dass bei der Bewegung der Massen die Kreisbahn unwesentlich, dagegen das Geschwindigkeits- oder Verschiebungsverhältnis der Massen wesentlich ist. Die hier angedeutete Erweiterung des Begriffes Trägheitsmoment kann oft mit Vorteil verwendet werden."

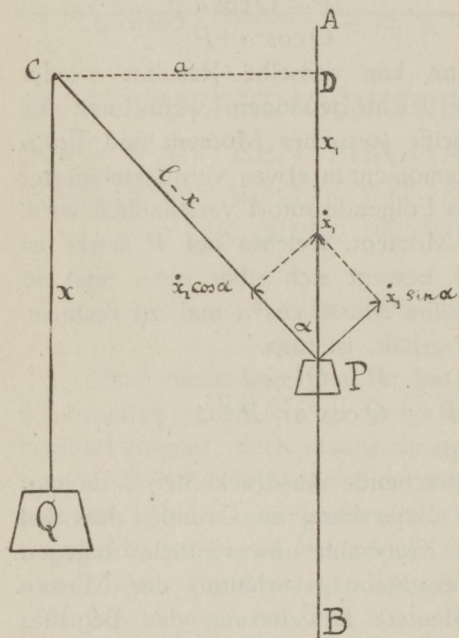
2. Het komt mij voor, dat men bij het toepassen van de hier bedoelde „verruimde" begrippen traagheidsmoment en statisch moment uiterst voorzichtig moet zijn en dat in het onderhavige geval de gegeven oplossing (op beide wijzen) onjuist is, zooals hieronder zal worden aangetoond.

Echter worde hierbij de opmerking geplaatst, dat niets af te dingen valt op de „verruiming" der genoemde begrippen, waardoor weder — gelijk zoo vaak in Mach's werk — naar voren

²⁾ Mach duidt de verbindingskrachten aan door V , de krachten, die de werkelijke beweging te voorschijn roepen door W . (l. c. bldz. 377.)

gebracht wordt, hoe de groote principes der Mechanica (als b.v. het principe van d'Alembert, dat van den kleinsten dwang en andere) meest geen nieuwe gezichtspunten openen, maar algemeene samenvattingen zijn van afzonderlijke, vroeger gevondene ervaringen. Men loopt evenwel gevaar, bij een machinale beschouwing van „slechts de verhouding der snelheden” van de aan de beweging deelnemende materiele punten, quaesties, welke de configuratie van het systeem met zich meebrengt, over het hoofd te zien, zooals ook hierbij door Mach is gedaan.

3. Er werd in bovenvermelde oplossing gebruik gemaakt van $\gamma' = -\gamma \cos \alpha$. Dit is onjuist.



Noemen wij de afstand $QC : x$, $PD : x_1$, $CD : a$ en de lengte van het koord l , dan geldt steeds:

$$(l-x)^2 - x_1^2 = a^2 \quad (1)$$

Differentiatie geeft:

$$-(l-x) \dot{x} = x_1 \dot{x}_1,$$

waaruit volgt

$$\dot{x} = -\dot{x}_1 \cos \alpha. \quad (2)$$

Een tweede differentiatie van (1) geeft:

$$-(l-x) \ddot{x} + \dot{x}^2 = x_1 \ddot{x}_1 + \dot{x}_1^2 \quad (3).$$

Het blijkt dus, dat in het algemeen *niet* voldaan is aan $\ddot{x} = -\ddot{x}_1 \cos \alpha$, maar dat in de betrekking (3) tusschen de oogenblikkelijke versnellingen van P

en Q hunne resp. oogenblikkelijke snelheden optreden.

Bij gegeven a dus (waardoor de stand van het stelsel *volledig* is bepaald) zullen de versnellingen nog afhangen van de snelheden der punten P en Q op dat oogenblik, terwijl tusschen laatstgenoemde de betrekking (2) bestaat.

Dat dit zoo zijn moet volgt uit de figuur. Men kan n.l. $\dot{x}_1$ ontbinden in de aangegeven componenten $\dot{x}_1 \cos \alpha$ (in de richting van het koord) en $\dot{x}_1 \sin \alpha$ (loodrecht op het koord,) m. a. w. men kan een oneindig kleine verplaatsing van P langs AB opvatten

als de resultante van een verplaatsing in de richting van het koord en van eene langs een cirkel met C tot middelpunt en $l - x$ tot straal. De centrifugale kracht nu hangt af van $\dot{x}_1$.

In de bewegingsvergelijking kan men dus een term verwachten die het karakter draagt van een centrifugale kracht.

4. Het beginsel van d'Alembert geeft nu:

$$\left(Q - \frac{Q}{g} \ddot{x}\right) \delta x + \left(P - \frac{P}{g} \ddot{x}_1\right) \cdot -\frac{\delta x}{\cos \alpha} = 0.$$

Na eenige herleiding komt, gebruik makende van (2) en (3)

$$\ddot{x} \left(\frac{Q}{g} + \frac{P}{g \cos^2 \alpha} \right) + \frac{P}{g \cos^2 \alpha} \cdot \frac{\dot{x}_1^2 \sin^2 \alpha}{(l-x)} = Q - \frac{P}{\cos \alpha}. \quad (4)$$

Zooals men ziet is de 2e term van het 1e lid van (4) de aan het slot van 3. bedoelde.

Laat men abusievelijk deze term weg, dan vindt men de uitkomst die Mach geeft.

Had men de vergelijking van Lagrange gebruikt, dan had men (2) slechts direct nodig gehad voor de bepaling van de levende kracht, doch was (3) door de voor de opstelling van die vergelijking noodige differentiatie er implicite in gekomen.

Rotterdam, Nov. '21.

EEN AARDIG GEVAL VAN HERHAALDE SPIEGELING

door H. P. BERLAGE Jr.

Stel we bezitten een holle, ellipsoidale, van binnen spiegelende ruimte (fig. 1.) Plaatsen we een puntvormige lichtbron L in een der brandpunten, dan gaat een door L uitgezonden lichtstraal na eenmalige reflectie door het andere brandpunt, na herhaalde reflectie weer door L , enz. Men zal nu opmerken, dat de hoek, dien de lichtstraal, hoe ook zijn oorspron-

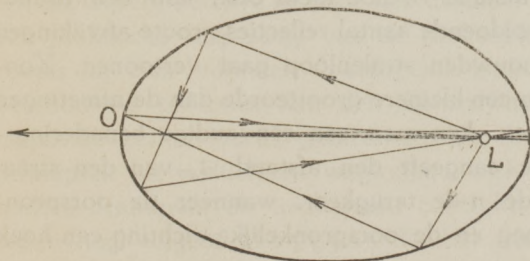


Fig. 1

punt, na herhaalde reflectie weer door L , enz. Men zal nu opmerken, dat de hoek, dien de lichtstraal, hoe ook zijn oorspron-

kelijke richting geweest moge zijn, met de lange as van het (omwentelings)ellipsoid maakt, per slot tot nul nadert. D. w. z. maken we in O een oneindig kleine opening, dan treden daardoor alle door L uitgezonden lichtstralen naar buiten en aldus zou het ons gelukt zijn een lichtbundel van oneindig kleine doorsnede samen te stellen.

Een praktische uitvoering van den toestel zouden we ons kunnen denken in den vorm dien figuur 2 laat zien. Als puntvormige lichtbron zou b.v. het beeld van een uitwendige puntvormige lichtbron genomen kunnen worden, door een lens in den focus van het ellipsoid ontworpen. — Men denke b.v. aan het beeld van een ster.

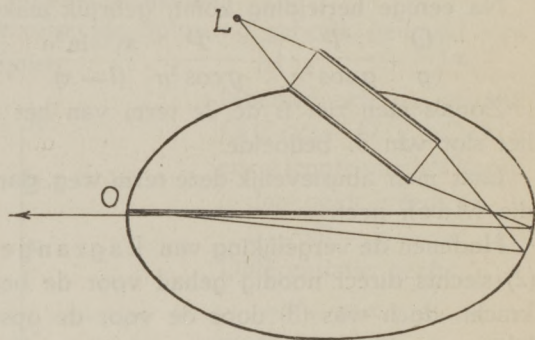


Fig. 2.

En men overtuigt zich gemakkelijk van de onverwacht snelle toenadering aller lichtstralen tot de as, nu deze lichtstralen reeds in een voor deze toenadering gunstige richting binnen het ellipsoid treden.

Omdat wij in de praktijk aan de opening O een eindige afmeting moeten geven, zegge b.v. 0,3 mm., treden bij een ellipsoid welks assen 100 en 60 cm. lang gedacht worden, alle lichtstralen, voor zoover men dat ruwweg kan nagaan, reeds na 3 keer spiegeling daardoor naar buiten,

Daar staat echter tegenover dat, zooals men kan nagaan, een lichtstraal, die op zekeren afstand Δ , hoe klein ook, aan een brandpunt voorbijgaat, na voldoende aantal reflecties groote afwijkingen van den zoeven beschouwden stralenloop gaat vertoonen. Zoolang de afwijkingen van een kleinere grootteorde dan de afmetingen van het ellipsoid blijven, kan men een eenvoudige benaderingsformule ontwikkelen, die aangeeft den afstand Δ_n van den straal tot een brandpunt na de n -de terugkeer, wanneer de oorspronkelijke afstand Δ bedroeg en de oorspronkelijke richting een hoek φ met de as insloot.

Men vindt :

$$A_n = \frac{\Delta}{(1-\varepsilon^2)^{2n}} \left\{ \left(C_{4n}^0 + C_{4n}^2 \varepsilon^2 + C_{4n}^4 \varepsilon^4 + \dots + C_{4n}^{4n} \varepsilon^{4n} \right) + \right. \\ \left. + \left(C_{4n}^1 \varepsilon + C_{4n}^3 \varepsilon^3 + \dots + C_{4n}^{4n-1} \varepsilon^{4n-1} \right) \cos \varphi \right\}$$

wanneer ε de excentriciteit van het ellipsoid, de C 's de gebruikelijke symbolen uit de leer der combinaties voorstellen. Men ziet hieruit, hetgeen ook reeds uit een direkte beschouwing der figuur blijkt, hoe A_n na een grooter of kleiner aantal reflecties wel kleiner dan Δ kan geworden zijn, maar na een voldoende groot aantal spiegelingen altijd van eindige groote wordt, waarna de betreffende straal voor ons doel verloren is. Het samenvallen met de as na een voldoende aantal spiegelingen is dus een singulier verschijnsel voor die stralen, die theoretisch zuiver door de brandpunten gaan, te vergelijken met gevallen van labiel evenwicht. Praktisch beantwoordt dus geen enkele lichtstraal streng aan ons doel.

Aangezien de opening O toch van eindige afmeting is, is ook een zekere afwijking in den gang der lichtstralen geoorloofd. Zoo zou in ons voorbeeld, waarbij de middellijn van de opening op 0,3 mm. gesteld was, de lichtbundel bij den eersten doorgang door den eersten focus een doorsnede van ongeveer $0,3 \mu$ mogen hebben wanneer alle stralen door O naar buiten zullen treden. Misschien zou de toestel, met deze geoorloofde speling, dus toch nog eenige praktische beteekenis kunnen hebben.

Den Haag, Oktober 1921.

Bijschrift der Redactie. Het zij ons vergund, aan de opmerkingen van onzen geachten inzender, die in de door hem getrokken consequentie tot zulk een treffende paradox aanleiding geven, een enkele kanteekening toe te voegen, die nog eenige andere redenen wil aanwijzen, behalve de door den inzender zelf genoemde, waarom een praktische toepassing van de herhaalde spiegeling in den zin zooals hij zich voorstelt, onmogelijk moet zijn. Immers, bij de beschouwde reflecties aan den binnenwand van de spiegelende ellipsoïde zullen steeds golfvronten, die bolvormig van het eene brandpunt als middelpunt wegllopen, zich ook bolvormig om het andere brandpunt als middelpunt contraheeren. Een dergelijke beschouwing volgens Huygens doet al aanstonds het paradoxale vervliegen. Mocht het al voorkomen, dat twee naburige „lichtstralen” na herhaalde reflectie met elkander en met de as der ellipsoïde voortdurend kleinere hoeken maken, dan zal toch de

door deze stralen meegevoerde energie (indien deze zegswijze geoorloofd is) niet hetzelfde bedrag blijven houden van de energie die aanvankelijk in het deel van het golffront tusschen deze twee stralen aanwezig was.

Maar bovendien is de stralenloop van het licht strikt omkeerbaar, zoodat aan elke twee stralen uit een brandpunt, die bij de reflecties tot elkander naderen, twee andere beantwoorden, uit hetzelfde brandpunt, die bij verdere reflectie uit elkaar gaan loopen. Indien men dus op de aangegeven manier lichtstralen zou willen concentreeren, dan moet men deze dilateerende stralen uitsluiten, d. w. z. men zal niet meer kunnen werken met gesloten bolvormige golffronten. Maar in dat geval zal men onvermijdelijk telkens in de buurt van een brandpunt in hevige mate last krijgen van diffractie. Zoodra het golffront zich samengetrokken heeft tot een oppervlak van de orde van grootte van eenige vierkante golfengten zal men buigingsmaxima en minima, anomale voortplantingssnelheid der phase krijgen, en het is volstrekt niet zeker of de energiestroom zich houden zou binnen de door de gewone „stralen” aangegeven banen; integendeel. Het is, ook bij een ideale perfectie van de in de figuur 2 aangegeven opstelling, uit dien hoofde uitgesloten een lichtbundel te concentreeren binnen een doorsnee van ongeveer $0,3 \mu$ diameter, zooals aan het slot de heer Berlage als voorwaarde voor de uitvoerbaarheid der lichtconcentratie stelt.

Dit alles neemt niet weg, dat de geachte inzender een vraag opgeworpen heeft die nog niet aanstonds gemakkelijk te beantwoorden valt. Hoe zit het eigenlijk precies met den energiestroom en de stralen? Waarom schijnt, ook in het geval van gesloten golffronten, de energiestroom niet den weg te volgen van de stralen? Van welken aard is het singuliere samentreffen van de golf in het brandpunt? De oplossing van deze problemen kan nog wel eenig hoofdbreken kosten.

CORRESPONDENTIE.

ADSORPTIE AAN GELEIDENDE OPPERVLAGKEN.

Aan de Redactie van „Physica”.

Uw verslag over de Vergadering van de Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging, gehouden op Zaterdag 29 Oktober, geeft mij aanleiding tot eenige opmerkingen, die ik tot nu toe alleen bij wijze van gesprek heb kunnen maken.

Maakt men een elektron vrij uit een metaal, dan is daartoe noodig een potentiaal van de orde van grootte 1 Volt. Het is lang reeds bekend, dat de met deze potentiaal overeenkomende arbeid kan worden berekend als zijnde het arbeidsvermogen van plaats, dat een elektron heeft ten opzichte van een metalen oppervlak, waarvan het een afstand heeft ongeveer gelijk aan de doorsnede van een molekuul. Daarbij rekent men zóó, alsof ook op zulk een kleine afstand nog niets te merken is van de atomistische structuur van het metaal en berekent dienovereenkomstig het gezochte arbeidsvermogen als potentieele energie tusschen het elektron zelf en zijn spiegelbeeld in het metalen oppervlak; zooals bekend een methode die aan de grondvergelijkingen van de electrostatica voldoet.

Bestaan nu de molekulen uit een systeem van electriche ladingen, dan mag men verwachten dat, ook al zijn zij, in het geheel genomen, niet geladen, het toch mogelijk zal zijn ook hun arbeidsvermogen van plaats ten opzichte van een metalen oppervlak langs analogen weg en tenminste ongeveer te kunnen vinden. Ook een systeem van ladingen wordt door een metalen oppervlak zóó beïnvloed, alsof zijn electricch spiegelbeeld achter het metalen oppervlak zou liggen. Dientengevolge kan men gemakkelijk het volgende berekenen. Is het molekuul een dipoolmolekuul (water, ammoniak, enz.) en is zijn dipoolmoment μ , dan vindt men voor de grootste waarde der gezochte potentieele energie het bedrag $2\mu^2/r^3$, indien r de kleinst mogelijke afstand is van het „middelpunt” van het molekuul tot aan het metaalvlak, d. w. z. r is de halve doorsnede van het molekuul.

Voor het daarop volgende geval, dat het molekuul een quadrupoolmolekuul is (waterstof, zuurstof, enz.) met een quadrupoolmoment Θ , berekent men voor de potentieele energie de waarde $6\Theta^2/r^5$.

Uit metingen over de diëlectriciteitsconstante van gassen van het eerste soort volgen voor μ gemiddeld getallen van de orde van grootte van $1 \cdot 10^{-18}$. Uit een verklaring der volgens van der Waals ingevoerde moleculaire attractie als gevolg van de electriche krachten, die de molekulen op elkaar uitoefenen, berekent men gemiddeld $\Theta = 3 \cdot 10^{-26}$.

De opgegeven getallen zijn natuurlijk slechts ongeveer juist en variëren van molekuulsoort tot molekuulsoort.

Substitueert men nu deze waarden in de boven gegeven uitdrukkingen voor de energie, dan vindt men:

$$2 \frac{\mu^2}{r^3} = 25 \cdot 10^{-14} \text{ erg} \quad \text{en} \quad 6 \frac{\Theta^2}{r^5} = 170 \cdot 10^{-14} \text{ erg},$$

indien men voor r als gemiddelde waarde $2 \cdot 10^{-8}$ cm. neemt. Vraagt men ten slotte voor welke temperatuur T de kinetische energie der zwaartepuntsbeweging van een molekuul gelijk wordt aan de zooeven uitgerekende potentieele energie, die wij w willen noemen, zoo volgt deze temperatuur uit de vergelijking

$$w = \frac{3}{2} k T,$$

waarbij men voor de constante van Boltzmann

$$k = 1,37 \cdot 10^{-16} \text{ erg}$$

substitueeren moet. In de beide gevallen volgt langs dezen weg

$$T = 1200$$

en

$$T = 8400.$$

Men ziet hoe groot de krachten zijn die tusschen gewone niet geladen molekulen en een electrischen geleider optreden (eigenlijk als gevolg van de enorme lading van een electron) en is dus genoodzaakt de gevolgtrekking te maken, dat onder gewone omstandigheden ieder metaal met een sterk gecondenseerd laagje van het omgevende gas bedekt is. Verder moet men verwachten, dat het vermogen zulk een laagje te vormen des te sterker is narmate de electrische constanten van het gasmolekuul μ of Θ grooter zijn. Ook voor electrische isolators kan men, natuurlijk iets anders als boven geschied, w schatten; ook in dit geval vindt men zeer groote waarden.

Het zou, dunkt mij, een dankbaar vraagstuk zijn de bovenstaande losse opmerkingen tot een behoorlijke theorie te verwerken. De weg daartoe is voorgeschreven en zeker.

Met vriendelijken groet,

Uw dw.

P. DEBYE.

Zürich, 25-11-'21.

SAMENVATTENDE OVERZICHTEN

OVER BANDENSPECTRA

door ERIK HULTHÉN (Lund)¹⁾

Gedurende de jaren 1916-1920 is in het natuurkundig laboratorium te Lund naast professor Siegbahn's belangrijke onderzoekingen op Röntgenstraalgebied, tevens een andere tak der spectroscopie: die der bandenspectra, voorwerp van onderzoek geweest. Deze onderzoekingen zijn uitgevoerd door dr. Torsten Heurlinger en zijn medewerkers. Door de nieuwe gezichtspunten, welke Heurlinger voor ons geopend heeft, mag zijn werk als een groote vooruitgang in de richting van een verklaring der bandenspectra beschouwd worden.

I.

Het mag nu wel als zeker worden aangenomen, dat lijnenspectra, zelfs de meest gecompliceerde, aan atomen toegeschreven moeten worden, terwijl bandenspectra bij moleculen of complexen daarvan behooren. De lijnenspectra hebben ten deele hun verklaring gevonden in het atoommodel van Rutherford-Bohr. Ofschoon wij voor het molecuul nog geen bevredigend model bezitten, kan de theorie van Bohr ons ook hier den weg wijzen. Een atoom of molecuul kan in bepaalde toestanden: „stationnaire toestanden” verkeerden. In deze toestanden wordt geen energie uitgestraald. Dit geschiedt pas als het atoom of molecuul van één stationnaire toestand in een anderen met minder energie overgaat. De frequentie van het uitgezonden licht wordt bepaald door de vergelijking van Bohr:

$$h\nu = E_1 - E_2, \quad (1)$$

waarin h de constante van Planck voorstelt, E_1 de totale energie onmiddellijk vóór en E_2 onmiddellijk na de emissie.

Indien alle a priori mogelijke overgangen tusschen de stationnaire toestanden ook werkelijk voorkwamen, zouden we evenveel spectraallijnen krijgen als het aantal combinaties van twee toestanden

¹⁾ Door bemiddeling van onzen correspondent in Zweden, zijn wij zoo gelukkig onzen lezers hierbij een vertaling te kunnen aanbieden van een referaat over het belangrijke werk, dat door Heurlinger op het gebied der bandenspectra is verricht. Dit werk is helaas door Heurlinger's ziekte onderbroken en heeft daardoor misschien niet die bekendheid en waardeering gevonden, welke het anders stellig te beurt zou zijn gevallen. Onderstaand artikel werd door Hulthén, een medewerker van Heurlinger, in het eerste nummer van „Kosmos”, orgaan van „Svenska Fysikersamfundet” gepubliceerd. Wij zijn overtuigd dat de kennismaking met dit stuk Zweedsch natuurkundig werk onzen lezers bijzonder welkom zijn zal. Red.

bedraagt. Aldus is het geval evenwel niet gelegen. De overgangsmogelijkheid wordt geregeld door een algemeenen regel, waarvan wij de beteekenis in eenige bijzondere gevallen nader zullen bespreken.

Welke verschillende soorten van veranderingen kunnen nu voorkomen in de moleculen? De kinetische gastheorie leert ons, dat een deel van de warmteënergie van een gas wordt overgebracht op de rotatie der moleculen. Maar overeenkomstig de quantumtheorie kunnen hun hoeksnelheden slechts bepaalde waarden aannemen. We duiden ze aan met ω_m , waarbij $m=1, 2, 3 \dots$. Deze hoeksnelheden worden nu zóó bepaald, dat het moment van hoeveelheid van beweging van het molecuul gelijk is aan een geheel veelvoud van Planck's constante, gedeeld door 2π , dus:

$$\omega_m I = \frac{m h}{2\pi}. \quad (2)$$

Hierin beteekent I het traagheidsmoment om de betrokken rotatie-as. In eenige oudere verhandelingen wordt bij de behandeling van dit probleem de rotatieënergie „gequantiseerd.” De algemeene ontwikkeling der theorie heeft ons evenwel doen inzien dat het beter is bij het vastleggen der stationnaire toestanden in de eerste plaats het impulsmoment te beschouwen. Onderzoekingen in het gebied der bandenspectra zoowel als over de specifieke warmte pleiten tegen het voorkomen der waarde $m=0$, alzoo tegen de algeheele afwezigheid van rotatie. Uit (2) en de algemeene uitdrukking voor rotatieënergie:

$$E_m = \frac{\omega_m^2 I}{2},$$

vinden we voor de laatste:

$$E_m = \frac{h^2}{8\pi^2 I} m^2.$$

Bij den overgang van het molecuul uit den energietoestand E_m naar een anderen, die wij aanduiden door $E_{m'}$, verkrijgt men dan volgens (1) voor de frequentie:

$$\nu = A (m^2 - m'^2), \quad (3)$$

waarin $A = h^2 / 8\pi^2 I$. De experimenteele resultaten wijzen er op, dat de verandering der rotatie gebonden is aan de volgende voorwaarde¹⁾: $m' = m \pm 1$; of $m' = m$, d. w. z. geen rotatieverandering. Door toepassing van (3) vinden we nu:

$$\nu_m = A (\pm 2m - 1). \quad (4)$$

1) Deze voorwaarde zal later „selectieregel” genoemd worden

Deze uitdrukking stelt een serie æquidistante spectraallijnen voor, welke, indien onze berekeningen voor de orde van groote van het traagheidsmoment van het molecuul juist zijn, ver in het ultra-roode spectrum, ongeveer bij 100μ , behooren te liggen. Dergelijke, — weliswaar niet in lijnen verbijzonderde rotatiebanden, — zijn dan ook waargenomen o.a. door Rubens en Eva v. Bahr.

Men zou kunnen aannemen dat de atomen binnen het molecuul zijn gebonden door middel van quasi-elastische krachten. Deze onderstelling impliceert de mogelijkheid dat de atoomkernen zich bevinden in een onderlingen trillingstoestand. Ook deze toestanden worden door quanta-voorwaarden bepaald. Het is denkbaar, dat bij een plotselinge rotatieverandering van het heele molecuul eveneens de trillingstoestand van de atoomkernen verandert.

Had de laatste verandering alleen plaats, dan werd volgens (1) licht van een bepaalde frequentie uitgezonden. Wij duiden deze frequentie aan door ν_a . Deze wordt nu gesommeerd met de tegelijkertijd optredende ν_m en vormt een meer samengestelde frequentie

$$\nu = \nu_a + A(\pm 2m - 1), \quad (5)$$

een dubbele band van æquidistante lijnen, symmetrisch gerangschikt ten opzichte van een „nul-lijn” $\nu_a - A$. Figuur 1 toont het intensiteitsverloop in een dubbele band, afkomstig van het HCl -molecuul. Wij zien uit de tekening dat de „nullijn” hier ontbreekt, hetgeen beteekent dat de waarde $m=0$ (alzoos geen rotatie) niet

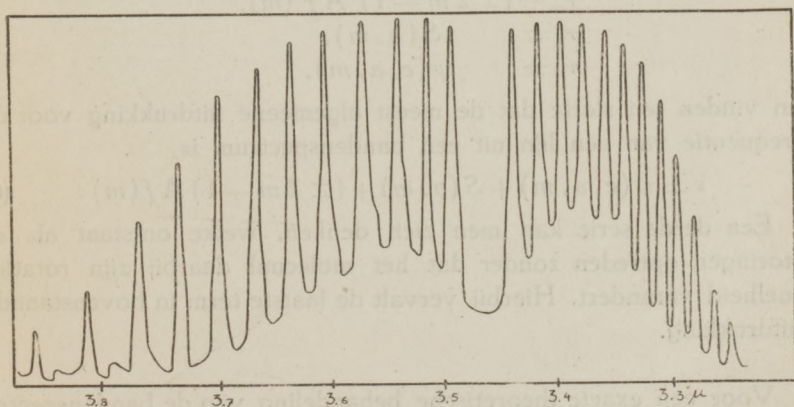


Fig. 1.

Dubbele band uit het spectrum van HCl , ontleend aan het werk van Imes.

voorkomt. Verder bemerken wij een duidelijk verloop in den afstand tusschen de lijnen, die afneemt met omtrent $2,4\%$ voor elken sprong. De formule (5) geldt aldus alleen voor kleine rotatiesnelheden, d.w.z. voor de lijnen, die zich het dichtst bij de nullijn bevinden. De verklaring hiervan kunnen wij daarin vinden dat de kernslingeringen geenszins onafhankelijk zijn van de rotatie, en dus ν_a een ingewikkelde functie van m is.

Laten wij nog een derde soort veranderingen in den energietoestand van het molecuul beschouwen, welke wellicht de oorzaak zou kunnen wezen der eigenlijke bandenspectra, die voor het grootste deel binnen het zichtbare deel van het spectrum gelegen zijn. Het molecuul roteert, de atoomkernen bevinden zich in trillingstoestand en de electronen draaien om het systeem in stationnaire banen. Het is duidelijk dat een verandering in den trillingstoestand der kernen licht een overeenkomstige verandering in de electronenbanen veroorzaakt, aanleiding gevende tot een nieuwe frequentie ν_e . Wij krijgen aldus een nog meer gecompliceerde frequentie, samengesteld uit drie partieele frequenties:

$$\nu = \nu_e + \nu_a + \nu_m,$$

een dubbele band, bestaande uit twee series die uitgaan van een gezamenlijke nullijn. Evenals ν_a bleek beïnvloed te worden door de rotatie kunnen wij hier verwachten, dat de electronbanen worden gedeformeerd zoowel door de rotatie als door de kernslingeringen.

Symbolisch drukken wij dit aldus uit:

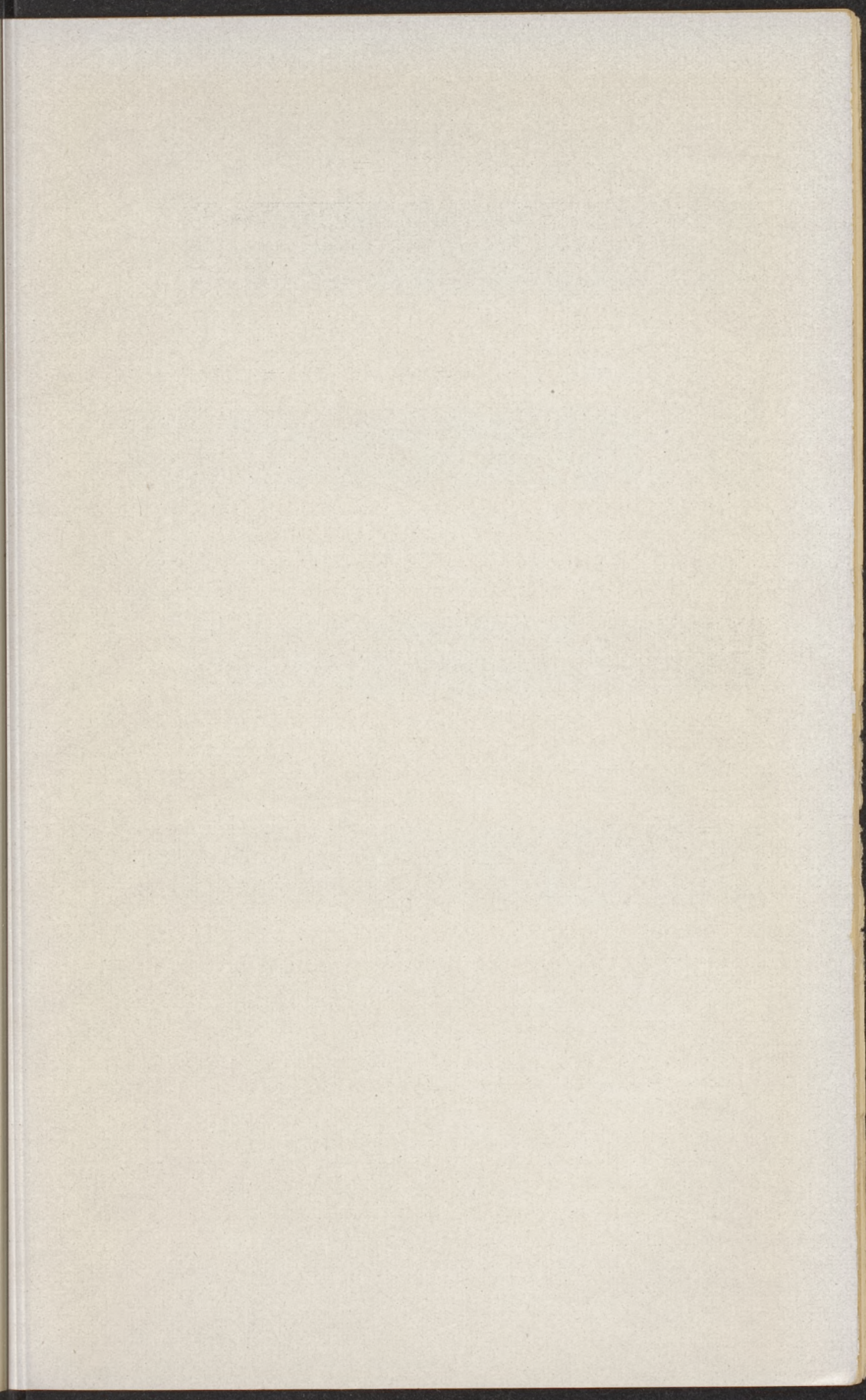
$$\begin{aligned}\nu_m &= (\pm 2m - 1) Af(m), \\ \nu_a &= S(a, m), \\ \nu_e &= \psi(e, a, m),\end{aligned}$$

en vinden ten slotte dat de meest algemeene uitdrukking voor de frequentie van een lijn uit een bandenspectrum is

$$\nu = \psi(e, a, m) + S(a, m) + (\pm 2m - 1) Af(m). \quad (6)$$

Een derde serie kan men zich denken, welke ontstaat als er storingen optreden zonder dat het molecuul daarbij zijn rotatiesnelheid verandert. Hierbij vervalt de laatste term in bovenstaande uitdrukking.

Voor een exacte theoretische behandeling van de bandenspectra zou het noodig zijn: 1e, het hier optredende mechanische probleem (de beweging der kernen en electronen) op te lossen; 2e, op een



Groep van banden. $CN; \lambda = 4216$

I



Een enkele Band dezer Groep. $CN; \lambda = 4216$

II

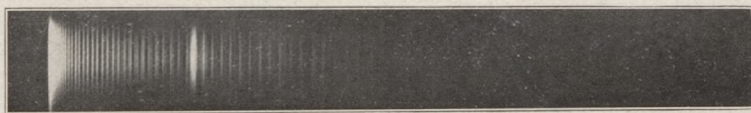


5165



Acetylenevlam. $C; \lambda = 5165$

III

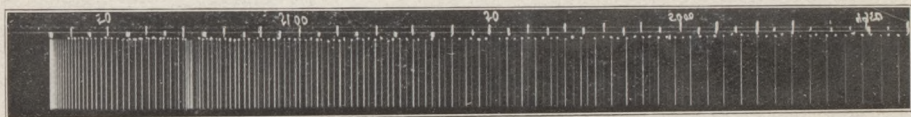


5165



Electrische Boog tusschen Koolspitsen. $C; \lambda = 5165$

IV



Van de (niet aanwezige) nullijn, door de pijl bij II aangegeven, gaan de beide takken der serie uit: één met positieve waarde van m onmiddellijk naar violet, (rechts), de hiertoe behorende lijnen zijn aanvankelijk zeer zwak (door een punt in het midden kenbaar gemaakt) maar nemen snel toe in intensiteit; de andere tak voor m negatief gaat eerst naar rood tot aan den kant en dan ook naar violet. Ook hier zijn de lijnen eerst zeer zwak en nemen snel in intensiteit toe; als ze zich weer van den kant verwijderen zijn het de intensiefste lijnen op de afbeelding.

In III en IV ziet men den invloed der temperatuur op de intensiteit der lijnen. Lijnen, in de acetylenevlam nauwelijks zichtbaar, zijn in de boog intensief. Het maximum van intensiteit heeft zich verschoven van de lijnen $m = \pm 8$ naar de lijnen $m = \pm 27$. Vgl. den tekst blz. 573.

Fig. 2.

of andere wijze de „stationnaire” toestanden vast te leggen. Voorloopig valt aan een oplossing in die richting niet te denken. Toch kan men reeds nu door een aandachtige beschouwing van het empirische materiaal verschillende regelmatigheden in de bandenspectra begrijpen en wij gaan er nu toe over het een en ander van dit materiaal te bespreken.

II.

Met eenige weinige woorden uiterlijk en structuur der bandenspectra te karakteriseeren is niet mogelijk. De litteratuur van 30 jaar is vol van speciale onderzoekingen en metingen van zeer varieerende banden, en de moeilijkheid ligt juist in het doorvoeren van een klassificatie. Waneeer men het zuiver uiterlijke, en niet de structuur, als criterium aanneemt, zou een indeeling aldus kunnen worden gemaakt:

1) *Kantspectra*: banden waarin lijnen opeengehoopt worden tot intensieve kanten, sommige gecanneleerd aan de roode, andere aan de violette zijde;

2) *Pseudokantspectra*: kanten komen voor, maar door hun zwakke intensiteit karakteriseeren zij den band niet;

3) *Diffuse banden*: kanten ontbreken, het intensiteitsverloop is min of meer golvend,

Een dergelijke indeeling heeft alleen waarde voor de overzichtelijkheid, want omtrent de structuur zegt ze niets.

Het meerendeel der lijnen in bandenspectra onderscheidt zich door een buitengewone scherppte, de scherppte der lijnenspectra verre overtreffende. Zij worden bijna niet beïnvloed door druk, door een magnetisch veld (*Zeeman-effect*) of door een electrisch veld (*Stark-effect*). Het intensiteitsverloop in een serie is gelijkmatig met een meer of minder geprononceerd maximum, welks ligging afhankelijk is van de temperatuur in de lichtbron. Dikwijls treft men lijnen aan die een klein eindje afwijken van de plaats in de serie waar men ze zou verwachten. Wij noemen dergelijke gevallen storingen of anomalieën.

Figuur 2 toont de fotografie van een typisch en welbekend kantspectrum uit de z.g. cyanbanden, welke evenwel met groote waarschijnlijkheid bij het stikstofmolecuul behooren. Van de aan de roode zijde gecanneleerde kanten gaan heldere series uit, welke, nadat de eerste kanten gepasseerd zijn, een wirwar van lijnen vormen, die langzaam uitsterven in het violet. Indien wij, met de

$$\nu = f(n^2 p^2) \cdot m^2 + a n^2 + S(p^2). \quad (10)$$

Wij herkennen hier een uitdrukking lijkende op die waartoe wij kwamen in (6).

III.

Wij zullen nu onze opmerkzaamheid richten op een kleine eigenaardigheid, welke ons onverwacht een dieper inzicht in het probleem der bandenspectra gegeven heeft.

Bij nader beschouwen van de fotografie der cyaanbanden vinden wij bij den pijl tusschen den eersten en tweeden kant een leegte in een zwakke serie¹⁾ alsof daar een lijn ontbreekt. Vanaf dit punt neemt de intensiteit der serie naar beide zijden toe. Deze eigenaardigheid komt in vele spectra voor en vormt het uitgangspunt van de onderzoekingen van Heurlinger. Uitgaande van de niet-aanwezige lijn, „het spectrum van het rustende molecuul” stelt hij de serie voor als bestaande uit twee takken, één met positieve rangnummers, gaande naar het violet, en een met negatieve, gaande naar de kant. Beide takken worden voorgesteld door de formule

$$\nu = a + b m + c m^2. \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \pm 3 \dots) \quad (10)$$

Wat den negatieven tak aangaat zien we dat de lijnen zich moeten verdichten, de serie moet „om de kant draaien”, om met toenemende componentsafstand weer voort te gaan naar violet. De ligging van de kant ten opzichte van de nullijn kan berekend worden uit (10). Men vindt die bij $d\nu/dm = 0$, d. w. z. voor het rangnummer $-m = b/2c$.

Hetzelfde geldt voor alle series die tot een systeem van kanten behooren. De kanten zijn dus meer een product van toevalligheden dan dat zij een bijzondere beteekenis hebben. Hierdoor wordt ook hun uiterst varieerend uiterlijk in de verschillende bandenspectra verklaard. Later werden de onderzoekingen uitgestrekt over meerdere verschillende kantspectra. Het bleek toen dat men een aanzienlijk betere overeenstemming met de ervaring krijgt als men de wetten van Deslandres toepast op nullijnen inplaats van op kanten. Ook de structuur van andere bandentypen, waarop deze wetten niet toegepast hadden kunnen worden, werd verklaard.

Om niet te vermoeien met een gedetailleerd relaas van deze

¹ Deze serie is ter verduidelijking aangestipt.

omvangrijke structuuronderzoekingen wordt de lezer verwezen naar een grafische voorstelling in fig. 4 van de groep $\lambda 4216 \text{ \AA. E.}$ van de cyaanbanden.

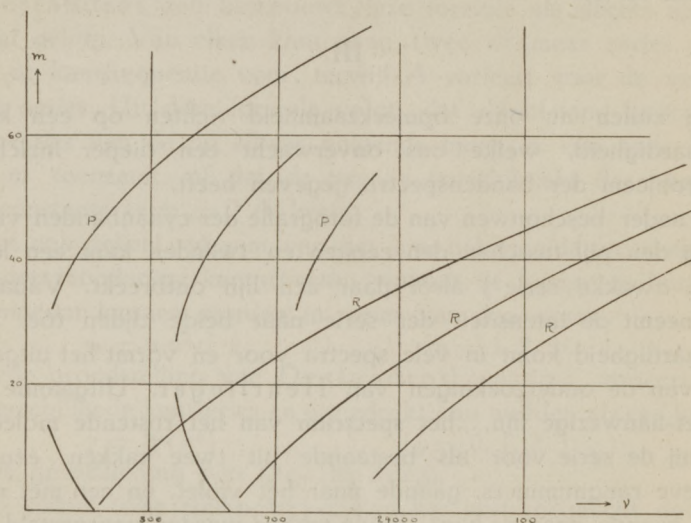


Fig. 4.

Hier zoowel als in de volgende afbeelding representeert de abscis de frequentie gedeeld door het getal $3 \cdot 10^{10}$, de ordinaat het rangnummer m . De positieve serietakken noemen we met Heurlinger R -series, de negatieve P -series. Het ontstaan van de kanten wordt duidelijk als men de verschillende discrete punten in het diagram, die elk een lijn in het spectrum voorstellen op de abscis projecteert (in de figuur zijn deze punten duidelijkshalve niet aangegeven; ze liggen ongeveer op gelijken afstand van elkaar op de gebogen lijnen). Doordat de lijnen bij de kanten dicht opeengehoopt zijn en niet ontward konden worden zijn de leemten in de P -series ontstaan.

De grafische voorstelling heeft echter een gebrek: de intensiteitsverhoudingen in de verschillende series zijn er niet aanschouwelijk in gemaakt. Wanneer we uitgaan van de nullijn vertoonen deze echter hetzelfde verloop als in de ultrarode dubbele banden (fig. 1). Van nature zijn zij dan ook volkomen identisch. Evenals in de dubbele banden verschuiven de beide symmetrisch ten opzichte van de nullijn gelegen intensiteitsmaxima naar lijnen met hoger rangnummer, wanneer de temperatuur in de lichtbron stijgt. Zoo vond schrijver dezes, met fotometrische metingen, de intensiteits-

maxima van de koolbanden in de accetylene-gasvlam (temperatuur 2000°) bij $m = \pm 8$, maar in de elektrische lichtboog (temperatuur 4000°) bij $m = \pm 27$. Deze getallen zijn, vanwege de vlakheid der intensiteitstoppen, zeer onzeker. Maar een verschuiving is geconstateerd, en de verklaring daarvan ligt natuurlijk hierin, dat de gemiddelde waarde van m , zijnde een maat voor de rotatiesnelheid, toenemen moet met de temperatuur. Het aspect van zoo'n band bij $\lambda = 5165$ onder de bedoelde omstandigheden vindt men in de foto's van fig. 2: III en IV.

Uit vergelijking (4) voor de ultrarode banden vinden wij de theoretische waarde van den rotatieterm $2 A m$. Voor bandenspectra wordt deze vervangen door de meer gecompliceerde uitdrukking $b m + c m^2$, waarin b dan in eerste benadering vergeleken mag worden met $2 A$. Zetten wij dus

$$b = 2 A = \frac{h^2}{4 \pi^2 I} \quad (11),$$

dan kunnen wij uit de waarde van b het traagheidsmoment I van het emitterende molecuul berekenen. In onderstaande tabel zijn de constanten a , b en c berekend voor het cyaanbandensysteem. De verschillende groepen worden als gewoonlijk aangegeven door de golflengte van de eerste erin voorkomende kant.

Tabel der constanten van de violette cyaanbanden.

I, II en III beteekenen de eerste drie kanten in elke groep.

Bandengr.	a			b			c		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III
3590		27921,4	27962,8		3,88	3,80		4,5	4,1
3883	25797,95	25879,1	25945,4	3,84	3,81	3,88	6,8	6,4	5,6
4216	23755,55	23863,1	23956,6	3,83	3,80	3,78	8,5	8,2	7,6
4606	21739,64	21873,5		3,85	3,82		10,1	9,7	

Voor alle seriën neemt b hier bijna dezelfde waarde aan. Dit duidt erop dat het systeem wordt geëmitteerd door moleculen met hetzelfde traagheidsmoment. Wanneer dit wordt berekend uit (11), met gebruik van de waarden $b = 3,8$; $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$ krijgen wij voor het stikstofmolecuul

$$I = 1,4 \cdot 10^{-39} \text{ gr. cm}^2.$$

Voor 't geval dat, het stikstofmolecuul het uiterlijk van een

dipool heeft, en als voor de massa van elk der atomen wordt aangenomen $14.1,6 \cdot 10^{-24}$ gr. dan krijgt men voor den afstand van dezen een getal van de orde van grootte van 10^{-8} cm, hetgeen zeer wel aansluit bij onze algemeene voorstellingen over de afmetingen van het molecuul. Van belang is het dat ook een ander systeem, de zgn. negatieve stikstofbanden, dezelfde waarden voor de constante b geeft.

De hooger genoemde anomalieën die voorkomen in een aantal bandenspectra heeft Heurlinger in 't bijzonder grondig bestudeerd. Als een algemeen geldige regel vond hij daarbij dat een storing in het m^{de} individu van de R -serie beantwoordt aan een even groote en naar denzelfden kant gerichte storing in het $(m-1)^{\text{de}}$ individu van de P -serie. De storingen zijn zeer onaanzienlijk en het vereischt uiterst nauwkeurige metingen om ze te kunnen vaststellen. Het rijke materiaal hiervoor, dat Heurlinger vond in de cyaanbanden, berust op een jarenlang minutieus metingwerk, die in het instituut alhier is uitgevoerd door den heer Östner. Eenige theoretische verklaring van de natuur der storingen bestaat nog niet. Een belangrijke wegwijzer zou wellicht hun Zeeman-effect kunnen wezen. In tegenstelling met de andere bandenlijnen vertoonen de storingen dit n.l. in hooge mate. Deze lijnen hebben bij toenemende magnetische veldsterkte de tendenz een „normaal” uiterlijk aan te nemen. Hun praktische beteekenis ligt in de hulp die zij leveren bij het bepalen der nullijnen.

De volgende stap die gedaan werd was Heurlingers ontdekking van bandsystemen, die ook nog een derde, tusschen de P - en R -takken gelegen serie bevatten. Hij noemde deze de Q -serie. Dit is juist die serie die wij op het eind onzer algemeene beschouwing over bandenspectra voorspelden en die verklaard werd als de emissie van een molecuul zonder rotatieveranderingen. De lijnen worden echter ook hier geordend volgens het aantal rotatiequanta m , waarmede het molecuul optreedt en het intensiteitsverloop wordt aldus hetzelfde als in de beide overige.

Figuur 5 is een grafische voorstelling van een zoodanig uit twee groepen bestaand systeem, toegeschreven aan het emissiespectrum van waterdamp en het volledigst opgemeten door Grebe en Holst in Göttingen. De structuur van dit gecompliceerde spectrum scheen langen tijd een spectroscopische doolhof. Het is

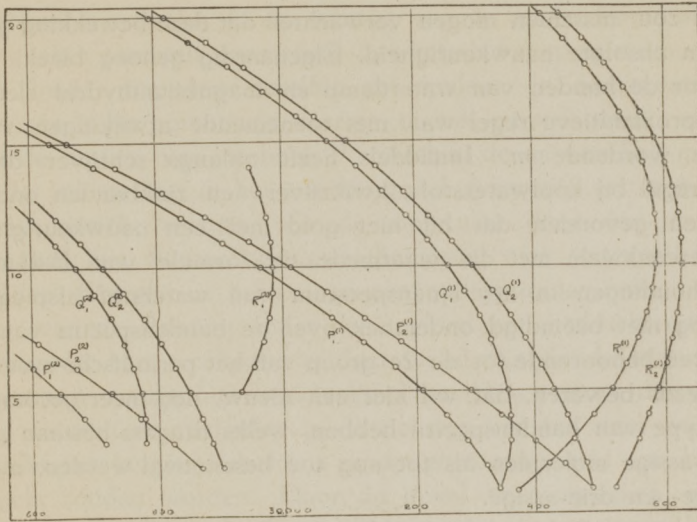


Fig. 5.

Heurlinger gelukt ook daarin den weg te vinden. Het is hier niet de plaats voor een diepgaande behandeling van de interessante conclusies die kunnen getrokken worden uit het bestaan van een dergelijk systeem en die inzicht geven in de mechanica van het molecuul. Wij zullen slechts den eenvoudigen vorm beschrijven waarin Heurlinger deze series heeft weten te kleeden. Uitgaande van de frequentievoorwaarde van Bohr (1) en den selectieregel stelt hij de seriefrequenties voor als verschillen tusschen de volgende energietoestanden:

$$P(m) = F(m) - f(m+1)$$

$$Q(m) = F(m) - f(m)$$

$$R(m) = F(m) - f(m-1)$$

waarin $P(m)$, $Q(m)$ en $R(m)$ de frequentie beteekenen voor de m^{de} lijn in de respectieve seriën. $F(m)$ beteekent dus de energietoestand (gedeeld door h) vóór, $f(m)$ hetzelfde na de emissie, m geeft het aantal rotatiequanta aan. Door de twee verschillende functieteeekens (F, f) wordt rekening gehouden met andere veranderingen in het molecuul, (trillingstoestand der kernen, energie der electronen).

Uit deze formules volgt nu onmiddellijk de volgende interessante vergelijking

$$R(m) - Q(m) = Q(m-1) - P(m-1).$$

Men zou misschien mogen verwachten dat deze betrekking gold met een absolute nauwkeurigheid. Eigenaardig genoeg bleek, dat het voor de banden van waterdamp en magnesiumhydrid slechts een approximatieve regel was, met toenemende afwijkingen voor grooter wordende m . Inmiddels heeft onlangs schrijver dezes dezen regel bij koolwaterstof-, kwikzilver- en zinkbanden onderzocht en gevonden dat hij hier gold met een nauwkeurigheid die overeenkwam met die waarmede de formule van Balmer de verhoudingen in het lijnenspectrum van waterstof afspiegelt. Een nog niet beëindigd onderzoek over de bandenspectra van de elementen behorende tot de 2e groep van het periodische systeem heeft reeds bewezen, dat wij hier een nieuw, nog meer gecompliceerd type van bandenspectra hebben, welks dragers bestaan niet uit één-assige moleculen als tot nog toe beschouwd werden, maar uit twee- en drie-assige.

Ten slotte wil ik nog vermelden dat dank zij de bemoeiingen van professor Siegbahn de middelen ter beschikking zijn gesteld voor het onderzoek van het omvangrijke en veelbelovende materiaal dat schuilt in de bandenspectra van verdunde gassen, welk onderzoek reeds ten deele begonnen is door den heer Hallenborg.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 26 November 1921, in het natuurkundig laboratorium der Universiteit te Amsterdam.

Prof. Zernike houdt een voordracht over:

„Het richten van vloeistofmoleculen door uitwendige velden.”

Achtereenvolgens worden besproken: 1^o. de wijze waarop het richten tot stand komt; 2^o. de zichtbare gevolgen van het richten.

Er zijn twee principieel verschillende oorzaken waardoor vloeistofmoleculen onder invloed van een electrisch of magnetisch veld gericht kunnen worden. Bij de magnetische werking is de voorstelling het gemakkelijkst: in het eerste geval zijn de moleculen vergelijkbaar met permanente magneetjes, in het tweede geval met weekijzeren staafjes. De magneetjes hebben de neiging, zich

met hun noordpolen in de richting van de veldsterkte te plaatsen, de staafjes trachten evenwijdig aan het veld te gaan staan, waarbij hun beide uiteinden dezelfde rol spelen. In overeenstemming daarmee is de potentieele energie in het eerste geval evenredig met de cosinus van de hoek ϑ tusschen de as van het molecuul en de veldsterkte, in het tweede geval evenredig met $\cos^2 \vartheta$.

Het gericht worden van de moleculen door één van beide oorzaken kan wegens de warmtebeweging niet *statisch* berekend worden. Evenmin is echter een eenvoudige *dynamische* beschouwing van de draaiïng onder den invloed van het richtend koppel voldoende. Het resultaat zou daarvan n.l. zijn, dat de moleculen in den stand waarin hun hoeksnelheid het kleinst is — dus bijv. in dien waarbij de zuidpolen in de richting van het veld wijzen — relatief het langst verkeerren, zoodat ze tegengesteld aan het veld gericht zouden worden. Door dit geval te vergelijken met dat van een gas onder invloed van de zwaartekracht wordt het duidelijk, welke fout bij deze redeneering gemaakt is, en dat het vraagstuk *statistisch* behandeld moet worden. Terloops wordt slechts vermeld, dat Langevin dit in 1905 heeft uitgevoerd, aangezien zijn formule voor 't volgende niet noodig is.

Het magnetisch veld heeft slechts een zeer zwakke invloed op de meeste moleculen, in tegenstelling met het electrisch veld, waarin de uit electronen en positieve deeltjes opgebouwde moleculen sterke krachten ondervinden. Analoog met het eerste geval is hier, dat de moleculen electrisch gepolariseerd, dus *dipolen* zijn, met het tweede geval dat de moleculen in verschillende richtingen verschillend *polariseerbaar* zijn.

Bij de gevolgen van het gericht worden van de moleculen kan men onderscheid maken tusschen directe en indirecte gevolgen. Bij de eerste heeft men het voor de hand liggende *groote* effect: de stof wordt gemagnetiseerd, resp. gepolariseerd. Voor zwakke velden is volgens Langevin in het eerste geval — permanente magneten resp. dipolen — dit effect omgekeerd evenredig met de absolute temperatuur. Voor paramagnetische stoffen toonen de waarnemingen, ook bij zeer lage temperaturen, overtuigend aan dat men met dit geval te doen heeft. Debye heeft geleerd analoog uit de verandering van de diëlectrische constante met de temperatuur de sterkte van moleculaire dipolen te bepalen. In het tweede geval, waarin de moleculen door het veld zelf gepolariseerd moeten worden, is het richtend koppel evenredig met het kwadraat

van de veldsterkte en dientengevolge is in zwakke velden geen effect van het richten merkbaar.

Een *klein* effect, met het voorgaande samenhangend, vindt men in de afwijking van de evenredigheid met de veldsterkte. In zeer sterke magneetvelden bijv. zal een paramagnetische stof naderen tot de verzadigingstoestand, waarbij alle moleculen gericht staan. Bij de sterkste bereikbare velden uit zich dit alleen door een iets minder snel aangroeien van de magnetisatie, m. a. w. door een kleine vermindering van de permeabiliteit. Evenzoo heeft men in den laatsten tijd getracht een geringe afname van de diëlectrische constante in sterke velden aan te toonen. In ons tweede geval zal dit effect omgekeerd zijn: de moleculen plaatsen zich des te meer in den stand waarin ze het gemakkelijkste polariseerbaar zijn, naarmate het veld sterker is. De diëlectrische constante zal daardoor toenemen.

Uitvoeriger worden de *indirecte* gevolgen besproken. Men kan *optisch* bemerken dat de moleculen gericht worden, indien slechts hun optische eigenschappen in verschillende richtingen verschillend zijn. Dat schijnt bijna steeds het geval te zijn. Het eenvoudige beeld volgens hetwelk een „dispersie-electron” door de lichtgolven in beweging gebracht wordt, kan hier dienst doen. Het is voor de berekening voldoende, het uitsluitend langs één bepaalde as in het molecuul bewegelijk te denken. Laat de richting van die as voor één molecuul bepaald worden door de hoek ϑ met de Z -as van een coördiatenstelsel en het azimuth φ . Noem de hoek met de X -as ψ . Aan de optische behandeling worde nu alleen ontleend, dat de invloed van het dispersie-electron op de voortplanting van een lichtbundel evenwijdig aan de Y -as evenredig is met $\cos^2 \vartheta$, wanneer de elektrische trilling in de Z -richting loopt, evenzoo met $\cos^2 \psi$, als het licht loodrecht daarop gepolariseerd is. Uit

$$\cos \psi = \sin \vartheta \cos \varphi$$

volgt dan voor de gemiddelde invloed van een groot aantal moleculen op de twee verschillend gepolariseerde lichtbundels

$$\overline{\cos^2 \vartheta} \quad \text{resp.} \quad \overline{\cos^2 \psi} = \overline{\sin^2 \vartheta} \quad \overline{\cos^2 \varphi} = \frac{1}{2} (1 - \overline{\cos^2 \vartheta}) \quad (1)$$

het laatste in de onderstelling dat de hoeken φ gelijkmatig over de geheele omtrek verdeeld liggen. Dit zal het geval zijn ook al brengen we een richtend veld in de Z -richting aan. Zonder dat veld is $\overline{\cos^2 \vartheta} = \frac{1}{3}$ en daarmee ook $\overline{\cos^2 \psi} = \frac{1}{3}$. Door een richtend veld zal nu het gemiddelde van $\cos^2 \vartheta$ grooter dan $\frac{1}{3}$ worden. Men ziet dat de beide grootheden in (1) daarbij zullen

veranderen in tegengestelde richting, in de verhouding 2 tot -1 .

Het gemakkelijkst waar te nemen gevolg is, dat de stof dubbelbrekend wordt, aangezien de indices van de polarisatietoestand van het licht afhangen. Deze verklaring van het reeds lang bekende Kerr-effekt is door Langevin gegeven. Men kan haar op de proef stellen door de *beide* veranderingen van de brekingsindex tengevolge van een electrisch veld afzonderlijk te meten. Na veel onbevredigende pogingen door vroegere onderzoekers is dit gelukt aan Pauthenier (Journal de Physique, Juni 1921.) Ten slotte worden de merkwaardige electrische opstelling van dien onderzoeker besproken en zijn resultaten vermeld, die een volkomen bevestiging van de berekende verhouding 2 tot -1 leveren voor verschillende vloeistoffen.

Daarna demonstreert Dr. Holst een *nieuw type wolfraambooglampje*, dat in het laboratorium van Philips' Gloeilampenfabrieken door hem in samenwerking met de heeren Bruynes en Oosterhuis is uitgewerkt.

Het bestaat uit twee op korten afstand van elkander geplaatste bolletjes van wolfraam, welke door een daartusschen optredende boogontlading op hoge temperatuur worden gebracht. De lamp kan onder voorschakeling van een passenden weerstand, condensator of zelfinductie direct aan een wisselstroomnet van 220 Volt worden aangesloten. De gasvulling bestaat uit een mengsel van edelgasen; de doorslagspanning is hierin zoo laag, dat na het inschakelen een glimontlading tusschen de bolletjes optreedt, die daarna in een boog ontaardt. Om de glimontlading met grootere zekerheid te doen optreden, is in het lampje nog een derde electrode aangebracht; deze eindigt in een stukje magnesium, dat als een ringetje om de toeleiding naar een der beide wolfraambolletjes is gebogen. Bij het inschakelen treedt hier de eerste doorslag op, onmiddellijk gevolgd door de glimontlading tusschen de hoofdelectroden. Een hulpapparaat, die de ontsteking moet bewerkstelligen, is hier dus niet aanwezig.

De oppervlaktehelderheid der bolletjes is hoog, ongeveer 15 kaarsen van 1 mm^2 .

Het lampje zal overal, waar een puntvormige lichtbron gewenscht is, toepassing kunnen vinden en zal ongetwijfeld in het laboratorium goede diensten kunnen bewijzen. Het heeft tegenover de kool-

booglampen het voordeel, dat het geen bediening vereischt en zeer constant is.

De levensduur dezer lampen wordt eenerzijds bepaald door de verdamping, anderzijds door de verstuiwing der wolfraambolletjes. Is de temperatuur der bolletjes te laag, dan treedt heftige verstuiwing van de kathode op. Worden echter, bij branden op wisselstroom, de electroden gedurende den tijd, dat zij als anode fuctioneeren, door electronenbombardement zoo hoog verwarmd, dat zij in de volgende halve periode nog voldoende electronen uitzenden, zonder dat hiervoor bombardement met positieve ionen noodig is, dan wordt de verstuiwing gering.

Het gedemonstreerde lampje brandt normaal bij een stroomsterkte van 1 Ampère; de bolletjes hebben een diameter van ruim 1 mm; de spanning op den boog is ongeveer 25 Volt.

BOEKBESPREKING.

Wolfgang Köhler. Die physischen Gestalten in Ruhe und im stationären Zustand. Eine naturphilosophische Untersuchung. 263 blz., 5 fig. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1920. Prijs M. 26.— + valuta-vereffening.

Het uitgangspunt van den schrijver ligt op het gebied der experimenteele electro-physiologie. Het is bekend dat in een „somatisch veld” gebieden waarop een prikkel werkt electrisch negatief zijn ten opzichte van andere waarop geen prikkel werkt. In de dissertatie van de Haas „Lichtprikkel en retinastroom” Leiden 1903, wordt b.v. aangetoond dat de zoo ontstaande electromotorische krachten binnen zekere grenzen evenredig zijn met de logarithme der stralingsintensiteit. Men mag zeggen: „Erregungen somatischer Felder bei konstanten äusseren Bedingungen sind quasi-stationäre chemische Reaktionen in verdünnten Lösungen, an welchen Ionen teilnehmen. Deshalb ist der Erregungszustand jederzeit hinreichend bestimmt durch ihm entsprechende Konzentrationen der reagierenden Molekülarten mit Einschluss der Ionen.” In gebieden van verschillende reactie bestaan verschillende ionenconcentraties; zoodoende is er bij de grenslijn een potentiaalsprong.

De schrijver meent (niet op direct aan het experiment ontleende

gronden) dat de prikkel van een bepaald punt der retina naar de hersenen niet steeds één bepaalde baan volgt: „In der Theorie physischer Raumgestalten geht ein Stromfaden, welcher auf bestimmten Retinaelementen beginnt, durchaus nicht notwendig und immer zu ein für allemal bestimmten Sehrindenstellen, für die Gestalttheorie besteht Freizügigkeit der Stromfäden innerhalb des homogenen Leitungssystems, und auch, wo einer von ihnen in zentrale Felder mündet, bestimmt sich in jedem Falle nach den gesamten Systembedingungen." Er bestaat dus volgens hem (en hierbij komt hij in tegenspraak met wat hij noemt „die alte Denkweise") geen „punktmässige Zuordnung von Sinnesfläche und zentralerem Feld durch verbindende Leitung".

Met „Gestalttheorie" of „Theorie physischer Raumgestalten" bedoelt hij hierbij het volgende. In een gas is de beweging der deeltjes niet afhankelijk van die van alle overige deeltjes. Daarentegen is in een electrostatisch stelsel de ladingsdichtheid overal op bepaalde wijze afhankelijk van den vorm der geleiders en diëlectrica en van de totale lading. Een electrostatisch stelsel heeft, of is dus een „gestalte" in tegenstelling tot een gasmassa. Een electrostatisch stelsel is geen „Undverbindung" maar een „physikalisches System". — Evenzoo wordt een gestalte of systeem gevormd door een net van geleidende draden met gegeven stroomgevers; ook als er b.v. wisselstroom is. Het bestaan van zoodanige gestalten, waarin het geheel den toestand der deelen beheerscht, mag men dus ook in de physiologie of psycho-physiologie aannemen, zonder dat men daarom iets invoert wat niet van zuiver physischen aard zou zijn. De schrijver acht het aannemen van zulke gestalten in zintuigen, zenuwen enz. juister dan de theorie volgens welke de afzonderlijke prikkels slechts tot „Undverbindungen" zouden kunnen leiden en door een „intellektuellen Produktionsvorgang" tot geheelen zouden worden samengevat. — Het grootste gedeelte van het werk bestaat in een uiterst breedvoerige bespreking van electrostatische stelsels en andere physische gestalten. De schrijver zegt: „Wir (philosophen en biologen) lernen etwas Experimentalphysik, kennen dagegen nicht mehr, wie einst unsere wissenschaftliche Vorfahren in der Philosophie, auch die mathematische Physik"; blijkbaar heeft hijzelf met ijver de theorie der electrostatica etc. bestudeerd en is zijn boek, wat dit gedeelte betreft, voor filosofen en biologen geschreven. Het „gestalteprobleem" op physiologisch gebied werd opgeworpen door v. Ehrenfels e. a. Men krijgt

den indruk dat de biologische voorstanders dezer leer, om haar ingang te doen vinden, niet slechts hare *mogelijkheid* zullen moeten bepleiten, maar (indien dit uitvoerbaar is) ook hare *superioriteit* boven de theorie van de „Undverbindungen” en den „intellektuellen Produktionsvorgang” bepaald zullen moeten aantoonen.

J. A. V.

Walther Gerlach, Die experimentellen Grundlagen der Quantentheorie. — Sammlung Vieweg, Heft 58. 1921.

Dit werkje kan opgevat worden als een vervolg op of als een aanvulling van de beide, bij denzelfden uitgever verschenen monographieën van S. Valentiner, Die Grundlagen der Quantentheorie in elementarer Darstellung (Heft 15) en Anwendungen der Quantenhypothesen in der kinetischen Theorie der festen Körper und der Gase; in elementarer Darstellung (Heft 16).

Bij de behandeling der theorieën en verschijnselen heeft de schrijver zich — zooals tegenwoordig wel vanzelf spreekt — op het standpunt van Bohr's atoomtheorie gesteld. De stof, die besproken wordt is zeer omvangrijk (Quantenbeziehung der Resonanz- und Ionisierungsenergie, Quantenmässige Anregung von Spektralserien und Bohr's Atommodell, Erregung des kontinuierlichen Röntgenspektrums, Absorptions- und Anregungsgrenzen, Quantengesetz des lichtelektrischen Effektes, Photochemie) en wordt in gedrongen vorm voorgedragen. Niet opgenomen is de Quantentheorie der spectraal-series en der elektro- en magneto-optische verschijnselen, aangezien deze in het bekende boek van Sommerfeld behandeld zijn. Het komt mij voor, dat dit werkje, vooral ook door zijn nagenoeg volledige litteratuur-opgaven, als gids bij de studie der besproken verschijnselen, voortreffelijke diensten zal kunnen bewijzen.

C. A. C.

MEDEDEELINGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Algemeene Vergadering op Vrijdag 23 December, des namiddags te 4 uur, in de collegezaal van het Fysisch Laboratorium der Gemeentelijke Universiteit te Amsterdam, Plantage Muidergracht.

Agenda:

J. M. Burgers: „Strooming van een vloeistof langs een vasten wand.”

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze, overeenkomstig Art. 15 van de Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden.

