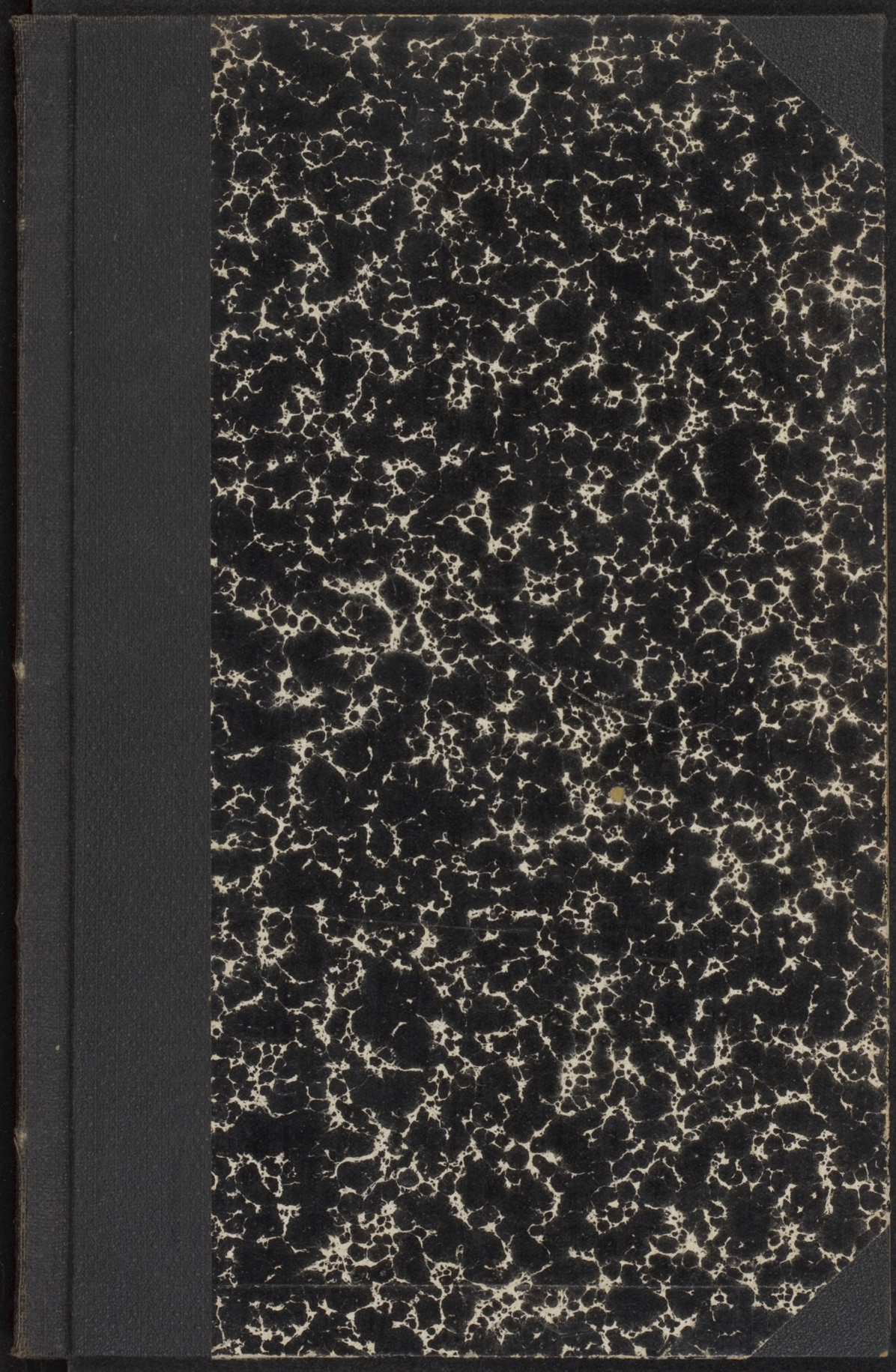


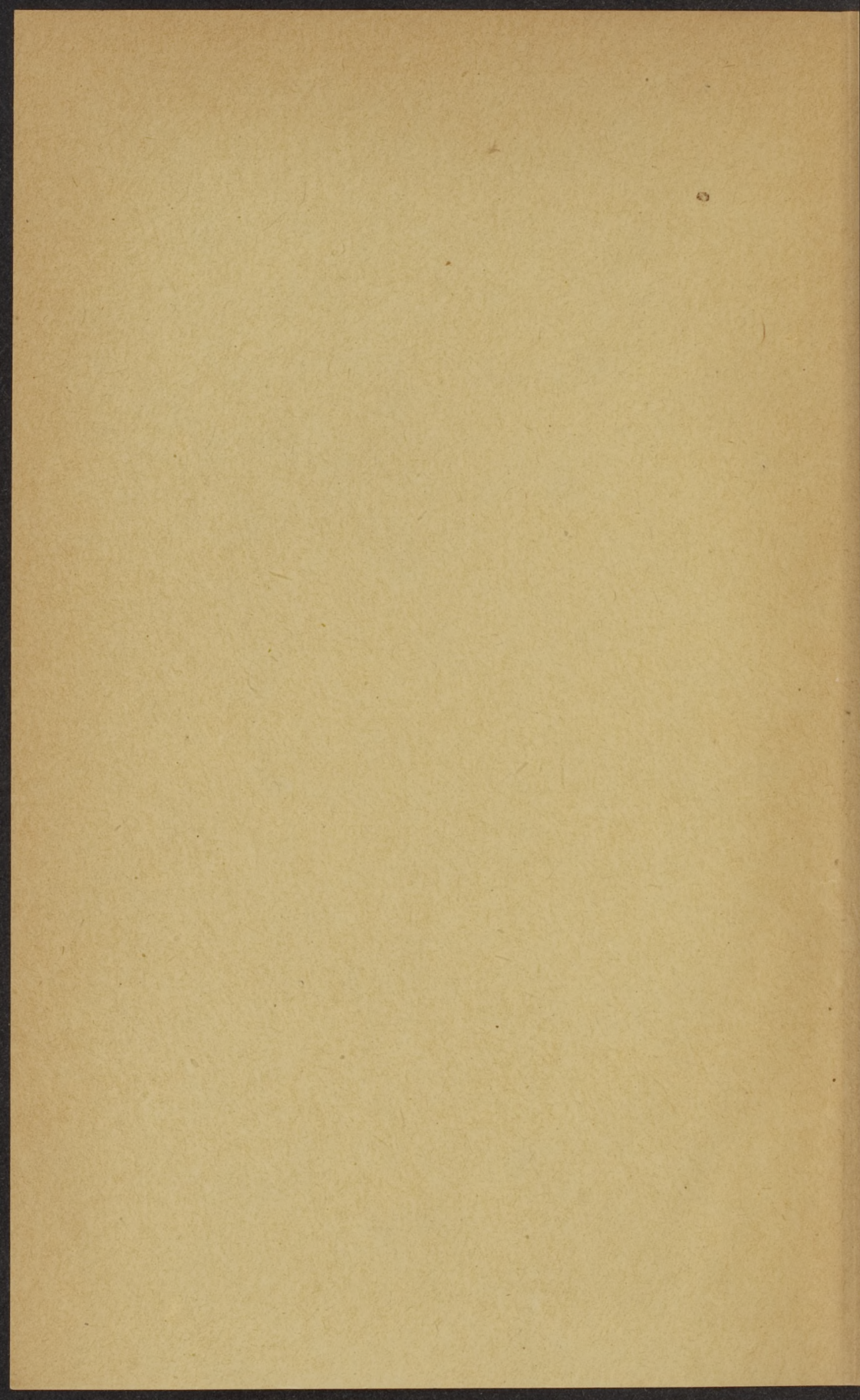


Universiteit Leiden

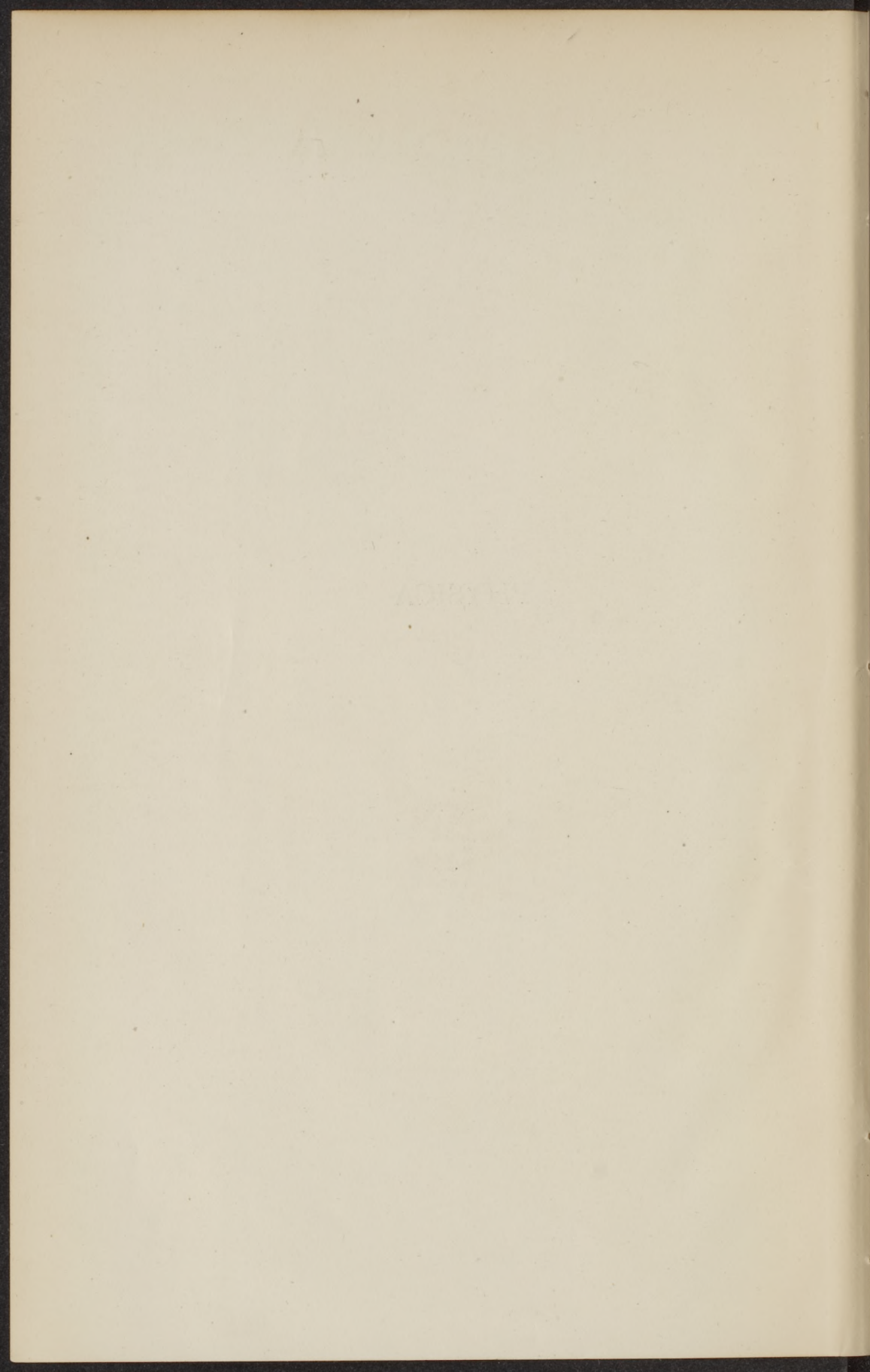


2 039 942 9

A. E. van Arkel



PHYSICA



PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT
VOOR NATUURKUNDE

REDACTIE

A. D. FOKKER, E. OOSTERHUIS,
BALTH. VAN DER POL

NEGENDE JAARGANG



'S-GRAVENHAGE
MARTINUS NIJHOFF
1929

THE HISTORY OF THE

REPUBLIC OF THE UNITED STATES

OF AMERICA

BY

JOHN F. JOHNSON
OF THE
OFFICE OF THE
SECRETARY OF THE
TREASURY
OF THE
UNITED STATES
OF AMERICA



INHOUD

VERHANDELINGEN

Blz.

Bos, H. G., De geleidbaarheid van isoleerende vloeistoffen en de E. M. K. van galvanische ketens met die vloeistoffen, bepaald volgens een electrostatische methode	128
Clausing, P., Over de stationnaire strooming van zeer verdunde gassen	65
Clay, J., Het kortgolvige einde van de reeks der electromagnetische trillingen	353
Dieke, G. H., De beteekenis der spectroscopie voor de moderne natuurkunde	15
Fokker, A. D., Wederkeerigheid in de werking van geladen deeltjes	33
Groot, W. de, Enkele opmerkingen over de analogie tusschen mechanische en golfuitbreidingsproblemen	175
Groot, W. de, Kritische opmerkingen over concentratiebepalingen van atomen en ionen door lichtabsorptie	263
Haas, M. de, Prof. Dr. L. H. Siertsema, met portret	257
Horst, H. van der, Metingen betreffende den spanningscoëfficiënt van Helium, ten behoeve van de bepaling van de ligging van het absolute nulpunt	331
Ittmann, George P., De rotatie van symetrische moleculen	305
Keesom, W. H., Over de experimenteele basis, waarop de internationale temperatuurschaal berust, voorzoover het lage temperaturen betreft	385
Kolkmeyer, N. H., Over het bewijs van de invariantie der vergelijkingen van Hamilton in Sommerfeld's Atombau und Spektrallinien	123

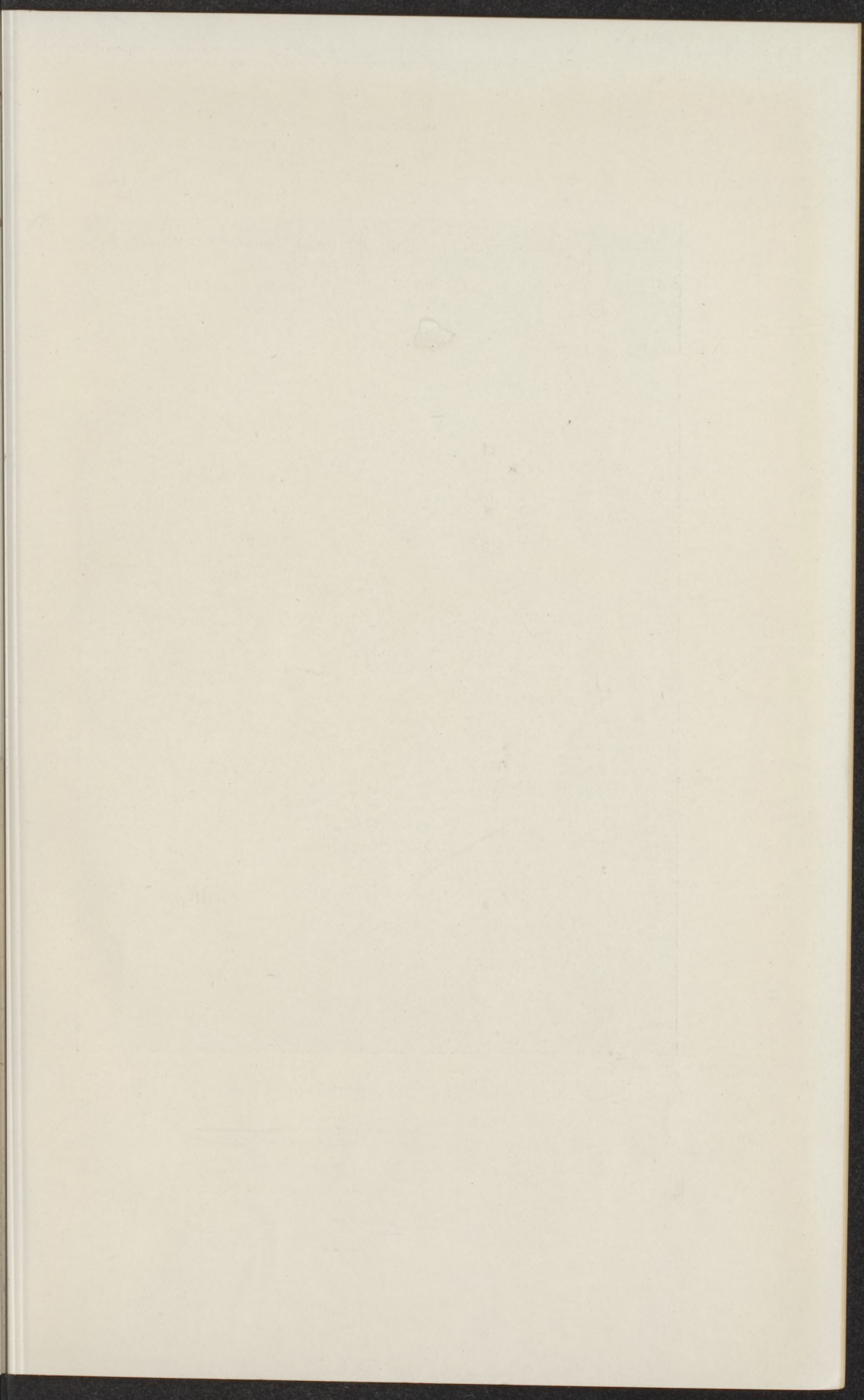
Kronig, R. De L., Nieuwe resultaten van de theorie der bandenspectra	81
Lakeman, C., en J. Th. Groosmuller, Demonstratieproef voor de draaiing van het polarisatievlak	315
Lely, U. Ph., Een schoolproef met de balans	9
Mededeelingen	
Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wijsbegeerte	414
Programma van het 22ste Nederl. Natuur- en Geneeskundig Congres	95
Tweede Studiecommissie der Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging	383
Michels, A. M. J. F., De ontwikkeling der warmteleer door middel van hoge drukken	223
Mogendorff, E. E., Eenige mededeelingen over practische oefeningen in de natuurkunde	235
Nuyens, M., Kracht en koppel bij de versnelling van een draaienden ring	181
Oploo, F. W. van, Iets over de methode van Duane-Compton	119
Penning, P. M., en M. C. Teves, De verhouding van ionisatie en aanslag bij de beweging van electronen door Neon	97
Planck, Max, Zwanzig Jahre Arbeit am physikalischen Weltbild.	193
Schut, P., Een poging tot hervorming van het natuurkunde-onderwijs	51
Sizoo, G. J., Enkele metingen over het Barkhausen-effect	43
Smedt, J. de, Röntgen-analyse van vaste zwavelkoolstof	5
Soest, J. L. van, Richtingshooren bij sinusvormige geluidstrillingen.	271
Soest, J. L. van, en P. D. Groot, Stereoacoustische geluidsbeelden en kleinst waarneembare tijdsverschillen	111
Strutt, M. J. O., Over het probleem der damping in de mathematische physica	161
Terenin, A., Ueber die optische Bestimmung der Dissoziationswärme von Salzdämpfen, Bemerkung zur Arbeit von G. Visser: Optische bepaling van de dissociatiewarmte van zoutdampen	283

	Blz.
Tuyn, W., Proeven over persisterende stroomen	145
Uitterdijk, W., Een slingervraagstuk	295
Verschaffelt, J. E., W. H. Keesom 25 jaar doctor, met portret	1
Visser, G. H., Optische bepaling van de dissociatiewarmte van zoutdampen	115
Visser, G. H., Optische Dissoziation von Salzdämpfen (Antwort auf die vorgehende Bemerkung des Herrn A. Terenin)	285
Wageningen, G. van, Over katodestralen	337
Zwicker, C., De electronen-emissie van metaalopper- vlakken	321
Zwicker, C., en P. J. Bouma, Over monopool- en dipool- karakter van eenige geluidsbronnen.	289
Zuylen, J. van, Intensiteitsverdeeling in de brandvlek van een Röntgenbuis	367
REGISTER	415

BOEKBESPREKINGEN

Blüh, O., en N. Stark, Die Adsorption ,	286
Boerman, J. W., M. Hellingman en K. M. Kuip, Nieuw leerboek der Physica, dl. III, geluid en licht	142
Bouwman, Z. P., en W. Ph. Lindner, Beknopt Leerboek der Natuurkunde, deel I en II	247
Campbell, Norman Robert, An account of the principles of measurement and calculation	253
Couvert, H., Praktische Oefeningen in Natuurkunde	351
Darrow, K. K., Elementare Einführung in die Wellenmechanik	351
Debye, P., Probleme der modernen Physik	318
Eddington, A. S., The nature of the physical world	248
Engl, J., Der tönende Film	142
Fokker, A. D., Inleiding tot de golvings- en quantummechanica	412
Fowler, R. H., Statistical Mechanics. The Theory of the Properties of Matter in Equilibrium	379
Groot, H., Grepen uit de Sterrekunde, ten dienste van het Middel- baar en Gymnasiaal Onderwijs	252
Gulik, D. van, Warmte en hiermee samenhangende verschijnselen Het Onderwijs in de Natuurkunde aan Gymnasia, Hoogere Burger- scholen en Lycea	61

	Blz.
Holleman, A. F., Leerboek der anorganische chemie	250
Huygens, Christiaan, zijn geboortedag, 300 jaar geleden, herdacht	377
Institut International de Chimie Solvay, troisième Conseil de Chimie	382
Lenard, Philipp, Grosse Naturforscher, eine Geschichte der Naturforschung in Lebensbeschreibungen	319
Lorentz, H. A., Lessen over theoretische natuurkunde, aan de rijks- universiteit te Leiden gegeven, deel IV. Thermodynamica	411
Modderman, J. G., Adsorptiewarmte in verband met de theorieën over gasadsorptie	251
Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik, 1er Band, 3ter Teil	380
Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik, Band V, II, Physik der Erde	62
Nieuwkamp, P. J., Licht- en Warmtetheorieën	373
Quint Gzn., N., Natuurkundige Vraagstukken	191
Rabinowitsch, Dr. E., Die Elemente der achten Gruppe des periodischen Systems, Teil I	378
Rawlins, F. I. G., and A. M. Taylor, Infrared analysis of mole- cular structure	319
Reindersma, W., en T. van Lohuizen, Nieuw Leerboek der Natuurkunde voor H. B. S.-en met 5 j. c., Lycea en Gymnasia, deel I	373
Schmauss, A., und A. Wigand, Die Atmosphäre als Kolloid	381
Study, E., Denken und Darstellung in Mathematik und Natur- wissenschaften	142
Tommasina, Thomas, La physique de la gravitation et la dynamique de l'univers	287
Valentiner, Siegfried, Physikalische Probleme im Aufberei- tungswesen des Bergbaus	378
Wibaut, J. P., Practicum der organische chemie	247
Wien-Harms, Handbuch der Experimentalphysik, Bd. 9, I	377
Wigersma, Ir. B., De „Vrijheid” van de Natuur en „Onvrijheid” van de natuurwetenschap	189





Prof. Dr. W. H. KEESOM

W. H. KEESOM 25 JAAR DOCTOR.

Het Leidsch Natuurkundig laboratorium viert weer een herdenkingsdag. Den 19en dezer maand herdenkt het den dag waarop, nu 25 jaren geleden, een zijner directeuren, Prof. Dr. W. H. K e e s o m tot doctor in de Wis- en Natuurkunde werd bevorderd. Bij dezen mijlpaal van zijn wetenschappelijke loopbaan wachten wij den jubilaris op, om hem een welgemeend heil toe te roepen.

Gedurende dit laatste kwart eeuw is K e e s o m bijna onafgebroken aan het Leidsche laboratorium verbonden geweest, eerst als assistent, daarna als conservator ten slotte als directeur. Enkele jaren slechts, van 1917 tot 1923, is hij van dit laboratorium verwijderd geweest, nadat hij belast werd met het onderwijs der natuurkunde en physische scheikunde aan de Veeartsenijkundige Hoogeschool te Utrecht. Daar heeft hij in korten tijd een bloeiende school weten te stichten, die echter opgeheven werd, toen het natuurkundig onderwijs aan de Veeartsenijkundige Hoogeschool met dat aan de Utrechtsche Universiteit werd versmolten. Na den dood van K u e n e n werd K e e s o m naar Leiden teruggeroepen, om hem als hoogleeraar in de natuurkunde op te volgen. Maar weldra ontstond aan de Leidsche Universiteit en haar kryogeen laboratorium een nieuwe vacature, toen Professor K a m e r l i n g h O n n e s, de stichter en directeur van dat laboratorium, den leeftijd van 70 jaren had bereikt. Gelukkig echter had O n n e s voor zijn wetenschappelijke nalatenschap gezorgd door hem waardige leerlingen te vormen en aan K e e s o m die zoovele jaren de medewerker van den grooten geleerde was geweest, viel de groote eer, maar tevens de zware last te beurt, voor de helft althans het bestuur van het Leidsche kryogeen laboratorium te mogen overnemen. Van den daaraan verbonden plicht, den naam van het aan zijn zorgen toevertrouwd laboratorium hoog te houden, heeft hij zich tot algemeene voldoening gekweten en onder zijn bestuur heeft het nieuwe lauweren geplukt.

Niet alleen als directeur van het Leidsch kryogeen laboratorium trad Keesom in de plaats van Kamerlingh Onnes, ook diens plaats in de internationale wetenschappelijke wereld moest hij trachten te vervullen, toen hij tot voorzitter werd verkozen van de eerste commissie van het Institut International du Froid, welke commissie in vereerende herinnering aan haar voormaligen voorzitter den naam van Kamerlingh-Onnes-Commissie heeft gekregen. En toen op het 5e Koudecongres, dat het vorige jaar te Rone bijeenkwam, de algemeene voorzitter verhinderd werd aan dat Congres deel te nemen, was het ook Keesom, die aangewezen werd om als dienstdoende voorzitter te fungeeren. Overigens, reeds voor dien tijd was hij als plaatsvervanger van Kamerlingh Onnes opgetreden, toen deze in 1924 door ongesteldheid verhinderd werd het 4e Solvay-Congres voor Natuurkunde te Brussel bij te wonen; toen is het Keesom geweest die het door Onnes opgestelde rapport over suprageleiding voordroeg.

Van Keesom's werkkraft en talent getuigen de mededeelingen van het Leidsch kryogeen laboratorium en ook de onder zijn leiding uitgegeven Mededeelingen van het laboratorium voor natuurkunde en physische scheikunde der Veeartsenijkundige Hoogeschool te Utrecht.

Keesom is een leerling van Van der Waals; hij is een van die gelukkigen, die het bezielend woord van den meester uit eigen mond hebben mogen vernemen en deze omstandigheid heeft, zooals voor vele anderen voor en na hem, over zijn wetenschappelijke richting beslist: het is op het gebied der moleculaire natuurkunde dat hij werkzaam wilde zijn. Na het baanbrekende experimenteele werk van Kuennen is hij een der eersten geweest om Van der Waals' moleculaire theorie der mengsels aan het experiment te toetsen door onderzoekingen van mengsels van zuurstof en koolstofdioxide. In het bijzonder vestigt hij daarbij de aandacht op den invloed van het zwaarteveld in het kritische gebied, waar de stof zulk een hoogen graad van samendrukbaarheid bezit, en in samenwerking met Kamerlingh Onnes bestudeerde hij de stoornissen die ten gevolge daarvan in de nabijheid van den kritischen toestand van een zuivere stof moeten optreden; dit gaf aanleiding tot een mooi proefondervindelijk onderzoek over het verschijnsel der kritische opalescentie. Ook in samenwerking met

Kamerlingh Onnes onderzocht hij de omstandigheden waarin bij een mengsel van twee stoffen het door Onnes ontdekte barotropisch verschijnsel plaats heeft, hierin bestaand dat de gasphase zwaarder wordt dan de vloeistofphase en in deze zinkt.

Deze samenwerking van Keesom met zijn leermeester voerde tot de samenstelling van een standaardwerk, het boek over de toestandsvergelijking, dat als deel van de „Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften” verscheen. In dat boek is in gecondenseerden vorm alles te vinden wat tot op dat oogenblik (in 1912) op het gebied der toestandsvergelijking en daarmee samenhangende vraagstukken bekend was. Zijne overdenkingen daaromtrent brachten Keesom er toe zich ook met de theorie der toestandsvergelijking bezig te houden en, uitgaande van de voorstelling dat de moleculen vaste lichaampjes zijn waartusschen cohaesiekrachten werken (v. d. Waals-krachten) welke functie zijn van den afstand, of elektrische krachten indien de moleculen electrisch gepolariseerd zijn, berekende hij den tweeden en derden viriaalcoëfficiënt der toestandsvergelijking van Kamerlingh Onnes. Toen de gedachte werd geopperd, dat ook moleculaire bewegingen aan quanta-voorwaarden gebonden moeten zijn, paste hij de quantaleer op de toestandsvergelijking toe en dit bracht hem op het gebied van de electriteitsgeleiding en van het magnetisme, waar soortgelijke problemen voorkomen.

Dezelfde quantaleer, volgens welke de soortelijke warmte van vaste lichamen met de absolute temperatuur tot nul nadert, gaf aanleiding tot bepalingen van soortelijke warmten van metalen en vastgemaakte gassen bij lage temperaturen, alweer in samenwerking met Kamerlingh Onnes ondernomen. Ook bij de bepalingen van soortelijke warmten van vloeibare gassen, dampspanningen, verdampingswarmten en smeltwarmten, die in hoofdzaak dienden om nieuwe gegevens bij lage temperatuur te verstrekken, werd het theoretische belang voor de toestandsvergelijking en de quantaleer niet over het hoofd gezien.

De toepassing van de Röntgenstralen op het onderzoek van den bouw der stof opende ook voor Keesom een nieuw arbeidsveld, en met Dr. J. De Smedt, thans hoogleeraar te Leuven, onderzocht hij de kristalstructuur van vastgemaakte gassen.

Met Kamerlingh Onnes werkte Keesom aan het steeds nauwkeuriger maken der temperatuurmeting bij lage tem-

peratuur en aan het vastleggen der temperatuurschaal in dat gebied. Rapporten daarover werden herhaaldelijk gepubliceerd.

Dat na het overlijden van Kamerlingh Onnes het bestuur van het kryogeen laboratorium in goede handen was overgegaan bewees wel het feit, dat Keesom nog in hetzelfde jaar, waarop hij dat bestuur overnam, er in slaagde helium in den vasten toestand te krijgen en wel door druk, waar het door enkele afkoeling van de vloeistof in aanraking met haar damp niet was gelukt dit resultaat te bereiken. Door de bepaling van de smeltlijn van het vaste helium maakte Keesom dan ook waarschijnlijk, dat helium, in tegenstelling met alle andere stoffen, geen tripelpunt vertoont.

In de vier jaren dat Keesom aan het hoofd staat van zijn afdeling in het kryogeen laboratorium zijn onder zijn leiding door vele leerlingen en buitenlandsche medewerkers talrijke onderzoekingen gedaan op allerlei gebied; het zou te ver voeren daarover in bijzonderheden te treden. Ik zal alleen nog doen opmerken, dat hij als trouw medewerker van het Institut International du Froid aan de koude-industrie groote diensten heeft bewezen en nog bewijst, door het verstrekken van voor de nijverheid noodige inlichtingen; in het bijzonder heeft hij in samenwerking met den ingenieur Houthoff entropiediagrammen ontworpen van voor de koude-techniek belangrijke gassen: ethyleen, methaan, waterstof en helium.

En nu ten slotte na de hulde aan den geleerde, een woord aan den mensch. Ik heb het voorrecht Keesom tot vriend te hebben. Als echte zoon van het Noorden heeft hij geen uitbundige natuur, maar onder de stugge oppervlakte woont een trouw hart. Toen ik in het begin van den oorlog in Leiden een veilige werkplaats vond, was Keesom een der velen, die mij met groote hartelijkheid ontving, en ik zal steeds een dankbare herinnering bewaren, dat ik in den bestaanden vriendenkring, waarvan Keesom ook deel uitmaakte, werd opgenomen. Ik heb zijn talrijk kroost zien opgroeien, ik heb met hem medegevoeld in droeve en zware tijden, zoowel als in blijde dagen, en ik stelde het dan ook ten zeerste op prijs, toen de redactie van Physica mij verzocht ter gelegenheid van zijn 25-jarig doctoraat een herdenkingswoord te schrijven bij zijn portret.

Gent, 12 Januari 1929.

J. E. VERSCHAFFELT.

RÖNTGEN-ANALYSE VAN VASTE ZWAVEL- KOOLSTOF

door J. DE SMEDT

Bij middel van een vroeger beschreven toestel (I), waarmede de Debye—Scherrer methode kan aangewend worden voor stoffen, die eerst bij lage temperaturen vast worden, zijn twee scherpe kristalogrammen bekomen van vaste zwavelkoolstof, bevroren op ca.-185° en bestraald met de $K\alpha$ lijn van koper.

Tabel I bevat, in de drie eerste kolommen de op de filmen gemeten gegevens; t.w., in de volgorde der kolommen: de stralen a der diffractieringen, hunne op het zicht geschatte intensiteiten en de waarden van $10^3 \sin^2 \frac{\Theta}{2}$ van den hoek gevormd tusschen de invallende en de weerkaatste stralen.

De afstand van het film tot het middelpunt van het kristalbusje was 27.3 mm; de straal van het kristalcylinder meet 1 mm. De aangegeven waarden van $\sin^2 \frac{\Theta}{2}$ zijn berekend uit die van a , nadat deze eene correctie ondergaan hebben $-\tau \cos \Theta/2$. Deze correctie-term kan gebruikt worden voor een kristal met groot absorptievermogen, zooals het geval is met CS_2 , ingezien zijn betrekkelijk hoog soortelijk gewicht en het atoomnummer 16 van zwavel.

In de litteratuur heb ik geen kristallographische gegevens gevonden, die het ontcijferen der filmen konden leiden. Ook de figuren van Hull en Davey (2) leverden geene aanduidingen op, aangaande de symmetrie van het kristal. Eindelijk is eene rekenmethode van E. Runge (3) mij zeer behulpzaam geweest in het systematisch opzoeken der parameters van het kristalrooster.

De 4e kolom geeft de berekende waarden aan van $10^3 \sin^2 \frac{\Theta}{2}$, voor een kwadratisch net met assen $a = b = 8.12 \text{ \AA}$; $c = 3.77 \text{ \AA}$. In de 5e kolom zijn geschreven de Miller-parameters der corresponderende vlakken.

TABEL I

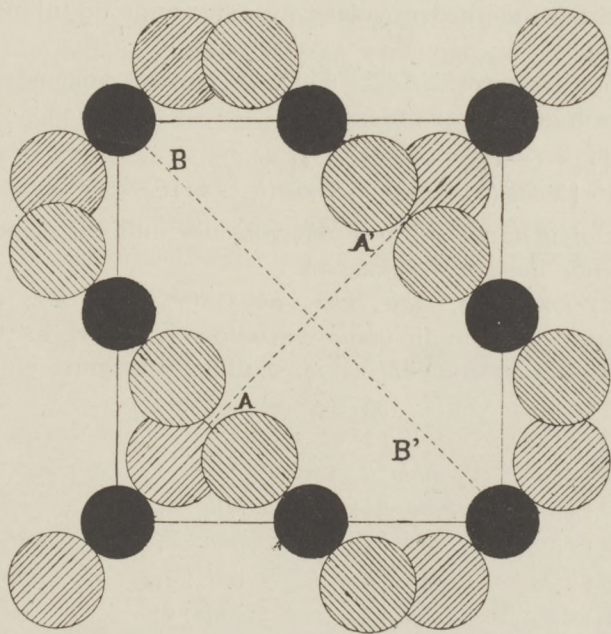
Straal in mm.	Int. waargen.	$10^3 \sin^2 \frac{\theta}{2}$		h k l.	Int. berekend.
		waargen.	berekend.		
—	—	—	9	100	432
—	—	—	18	110	1857
11.3	zw	36	36	200	80
12.2	st	43	{ 43	001	112
			{ 45	210	187
13.4	m	51	52	101	149
14.9	z st.	64	61	111	600
15.5	z zw.	73	72	220	178
16.1	zw.	81	{ 79	201	7
			{ 81	300	57
17.0	zw.	87	{ 88	211	189
			{ 90	310	154
20.0	z zw.	116	{ 115	221	787
			{ 117	320	4
—	—	—	124	301	74
21.5	m.	134	133	311	246
22.1	zw.	144	144	400	112
—	—	—	153	410	38
24.0	z zw.	159	{ 160	231	65
			{ 162	330	54
—	—	—	172	002	15
25.0	st.	185	{ 180	420	185
			{ 181	102	43
			{ 187	401	19
25.6	m.	193	{ 190	112	354
			{ 196	411	60
26.6	st.	205	{ 205	331	839
			{ 208	202	29
—	—	—	217	122	78
27.2	m.	226	{ 223	241	535
			{ 225	500	6
			{ 226	430	48
27.5	zw.	235	234	510	162
27.8	z zw.	244	244	222	136
—	—	—	253	302	38
29.9	z zw.	259	{ 260	520	54
			{ 261	312	32

De overeenkomst tusschen berekende en waargenomen waarden valt binnen de benadering van 2 à 3 %, welke aan de gemeten waarden van $10^3 \sin^2 \frac{\Theta}{2}$ moet toegeschreven worden.

Het soortelijk gewicht van CS_2 is 1.5539 volgens eene meting van Koerber (4) bij het vriespunt -115.7° . Uit de opgegeven structuur wordt afgeleid, door

$$\delta = \frac{xM}{VN},$$

de dichtheid 1.51, wanneer x gelijk 3 gesteld wordt. (x , aantal mole-



culen per elementaircel; V , volume der cel; M , moleculair gewicht van CS_2 ; N , getal van Avogadro).

In een kwadratische cel kunnen 3 C atomen maar op ééne manier geplaatst worden: in de toppunten en in de middelpunten der 4 gelijke zijvlakken. Zij hebben dus als coördinaten: $0, 0, 0; \frac{1}{2}a, 0, \frac{1}{2}c; 0, \frac{1}{2}a, \frac{1}{2}c$.

De plaats der S atomen is dan als volgt vast te leggen: door de C atomen in de toppunten trekken wij evenwijdige lijnen aan de diagonaal AA' ; door de C atomen in de zijvlakken evenwijdige lijnen aan de diagonaal BB' . De S atomen liggen op die lijnen aan

beide kanten der C op gelijke afstanden. De coördinaten der S atomen hangen van één parameter p af, welke de afstand $C-S$ bepaalt:

$$\begin{array}{lll} p, p, 0; & -p, & -p, 0; \quad \frac{a}{2} + p, \quad -p, \quad \frac{c}{2}; \\ \frac{a}{2} - p, p, \frac{c}{2}; & p, \frac{a}{2} - p, \frac{c}{2}; & -p, \frac{a}{2} + p, \frac{c}{2}. \end{array}$$

Deze structuur, met parameter $p = 0.157 \times a$, heeft de in de 6e kolom berekende intensiteiten gegeven. Voor $p = 0.157a$ is trouwens het systeem „close packed”.

Enkele bijzonderheden volgen nu aangaande de intensiteitsberekeningen.

De structuurfactor $\sum A e^{2\pi i(h\rho + k\sigma + l\tau)}$ kan tot volgende eenvoudigere vorm gebracht worden:

$$6 \{ \cos 0 [1 + (-1)^{h+l} + (-1)^{k+l}] \} + \\ + 16 \{ 2 \cos (h+k)p + 2 \cos (h-k)[(-1)^{h+l} + (-1)^{k+l}] \}.$$

Het is nuttig aan te stippen, dat volgende indices groepen onder, verschillende hoeken weerkaatsen:

$h00, 00h; h0h, h0h; hkh, kkh; hk0, k0h, 0hk; hkl, k!h, l!k.$

Het aantal vlakken die onder denzelfden hoek weerkaatsen, zijn voor alle indicesgroepen die een verschillende structuurfactor hebben hieronder aangegeven:

$h00 : 2;$	$00h : 1;$		
$hhh : 2;$	$\bar{h}hh : 2;$		
$hh0 : 1;$	$\bar{h}h0 : 1;$	$h0h : 4;$	
$hkk : 4;$	$kkh : 2;$	$\bar{k}kh : 2;$	$\bar{h}kk : 4;$
$hk0 : 2;$	$k0h : 4;$	$0hk : 4;$	$\bar{h}k0 : 2;$
$hkl : 4;$	$k.h : 4;$	$lhk : 4;$	
$\bar{h}kl : 4;$	$\bar{k}lh : 4;$	$\bar{l}hk : 4.$	

- 1) Proceedings Kon. Akad. Amsterdam 27, 839, 1924. Leiden Comm. Suppl. No. 53a.
- 2) A. W. Hull en W. P. Davey. Phys. Rev. 17, 549, 1921.
- 3) E. Runge. Phys. Zeitschr. 18, 509, 1917.
- 4) Ann. Physik. 37, 101, 1910.

EEN SCHOOLPROEF MET DE BALANS

door U. PH. LELY

De schooljongen beschouwt een balans als een instrument, dat goed is zonder meer. Hij beseft niet, waarin het betere of het slechtere van een balans kan bestaan, en weet niet, dat een balans een echt fysisch-technisch instrument is, waarbij men een compromis sloot tusschen allerlei eischen, die tegen elkaar indruischen. Daarom is het goed proeven te doen, welke ten doel hebben de qualiteit van de balans te onderzoeken; en om de zaken duidelijk naar voren te brengen, experimenteere men met een balans, welke grove fouten heeft. Bovendien zij de balans zoo groot, dat een geheele schoolklas alles duidelijk zien kan.

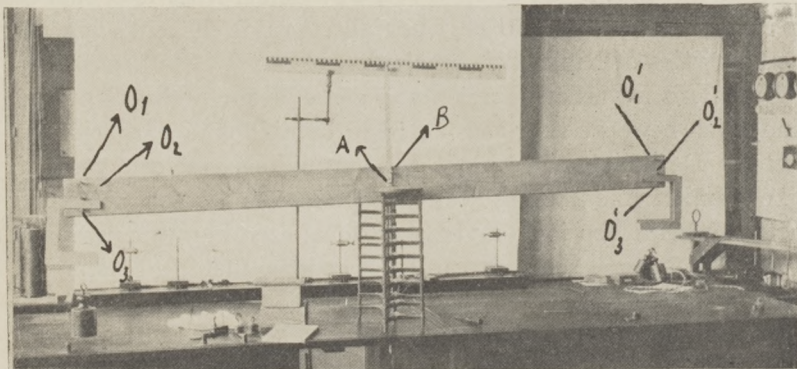


Fig. 1. Opstelling van de balans, belast met 2×5 K.G.

Men neme een plank van ± 2 cm dik, ± 20 cm hoog en ± 2 à 3 meter lang. Deze plank wordt op zijn smallen kant gesteld en doet dan dienst als balans. Boor een gat in de plank in de buurt van het zwaartepunt. Sla hierdoorheen een stuk staafijzer (A) van ± 1 dm lengte en 1 cm in 't vierkant; een oude spanjolet, door den

amanuensis listiglijk bewaard, deed hiervoor goed dienst. De benedenste ribbe dient nu als draaiingsas. Zorg er voor, dat het zwaartepunt iets *boven* de draaiingsas komt te liggen, zoodat de balans iets instabiel is. Een tweede steunas *B* wordt bovendien flink wat boyen het zwaartepunt aangebracht. Deze as is wat langer, opdat bij de opstelling met deze as als draaiingsas geen hinder van de as *A* worde ondervonden.

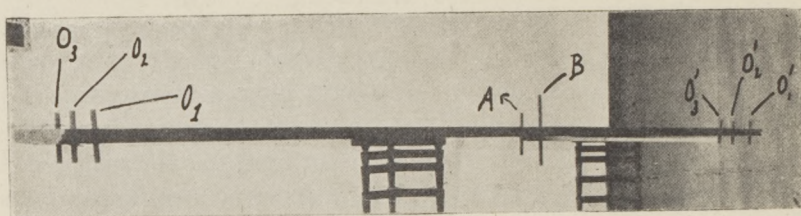


Fig. 2. De balans van boven gezien.

Soortgelijke assen worden aangebracht voor het dragen der schalen, welke bestaan uit een paar ruw getimmerde houten haken. Er zijn er drie stellen: De assen O^1 en $O^{1'}$, welke met de as *B* in één vlak liggen; de assen O^2 en $O^{2'}$, welke met de as *A* in een vlak liggen, en eindelijk in de assen O^3 en $O^{3'}$, welker vlak zich ongeveer op 3,2 cm afstand van de as *A* bevindt. Aan de schalen hangt men met touwtjes of haakjes de gewichten.

De balans is verder voorzien van een evenaar, welks puntig uiteinde zich beweegt voor een meterlat, onmiddellijk daarachter opgesteld. De aflezing geschiedt ter vermindering van een veranderlijke parallax met behulp van een kleinen kijker op ongeveer 4 meter afstand. Een jongen verzorgt dit aflezen in mm nauwkeurig.

De hieronder beschreven proef is gedaan met de balans in *A* ondersteund, terwijl de schalen aan de assen O^3 en $O^{3'}$ zijn gehangen. We stellen nu een onderzoek in naar de stabiliteit in afhankelijkheid van de belasting, waarbij dan de stabiliteit wordt gedefinieerd als het aantal grammen overwicht op het uiteinde der balans per schaaldeel doorslag van den wijzer. Dat hier de stabiliteit en niet de gevoeligheid (het omgekeerde van de stabiliteit) wordt onderzocht heeft zijn motiveering in het ongeveer lineaire verband tusschen de stabiliteit en de belasting; bovendien is de stabiliteit altijd eindig en kan onder gegeven omstandigheden de waarde nul bereiken; de gevoeligheid daarentegen (het aantal schaaldeelen

doorslag per gram overwicht) kan in sommige gevallen oneindig groot worden; de functie, welke het verband aangeeft van de gevoeligheid en de belasting heeft een hyperbolisch karakter.

Het spreekt van zelf, dat bij een gelijke belasting der schalen geen evenwicht aanwezig is, daar de hefboomsarmen ongelijk zijn. Door een loopgewicht van 50 gram op de balans als ruiter wordt het evenwicht telkens verkregen. De ongelijkheid der armen zou kunnen worden afgeleid uit de wijze, waarop de plaats van het loopgewicht afhankelijk is van de belasting; maar thans interesseert ons de stabiliteit en hiertoe bepalen we ons.

De metingen geschieden geheel volgens de regelen der kunst. De balans wordt in schommeling gebracht; opeenvolgende standen worden afgelezen; de invloed der damping wordt geëlimeerd door het gemiddelde van een oneven aantal linker uitslagen te combineren met het gemiddelde van daar tusschen in liggende rechter uitslagen, waarvan het aantal even is. De slinging van de balans is gedempt, hoewel zeer gering; een wat grootere damping dan die, welke de beschreven balans heeft, zou didactisch van waarde zijn; zij was bij de proef wel te constateeren, maar wat klein om erg in 't oog te vallen.

Belast werd met een bepaalde belasting; de evenwichtstand werd bepaald. Een overwicht van 5 of 1 gram, al naar omstandigheden werd aangebracht en de stabiliteit als quotient van overwicht en doorslag berekend. Hieronder zijn de waarnemingen, de linker gedaan in één lesuur in de ééne parallelklas, de rechter in de andere.

Klas I.		Klas II.	
Belasting van	Stabiliteit	Belasting	Stabiliteit
iedere schaal			
5 kg	6,1 gram/cm schaal	5 kg	5,9 gram/cm schaal
2 kg	1,78 gram/cm schaal	3 kg	2,95 gram/cm schaal
1 kg	0,53 gram/cm schaal	2 kg	1,8 gram/cm schaal

Hiervan maakten we een grafische voorstelling; als ordinaten zijn de stabiliteiten, als abscissen de belastingen uitgezet. De waarnemingen leveren punten, die ongeveer op een rechte liggen, welke bij zoowat 0,55 kg de abscissenas snijdt. Dit kunnen we nu fraai interpreteren: Bij 0,55 kg belasting wordt de balans indifferent; bij nog kleinere belasting instabiel.

Dit indifferente werd afzonderlijk gecontroleerd. Bij een over-

wicht ter grootte van een fractie van een gram tuimelde de balans volledig, totdat de belastende gewichten stootten op de tafel. En bij een belasting van bijvoorbeeld 0,4 kg bleek er geen evenwicht mogelijk te zijn: de balans sloeg òf naar links òf naar rechts volledig door.

De lijn in de grafiek is iets naar boven gekromd; d. w. z. de stabiliteit neemt met stijgende belasting sneller toe dan lineair. Doorbuiging van de balans is bij deze balans hiervan niet de oorzaak. De grafiek zou een doorbuiging doen vermoeden, welke ongeveer

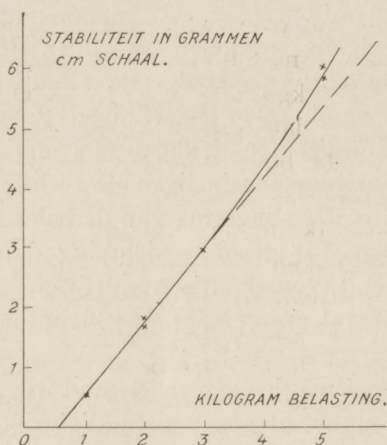


Fig. 3.

gelijk was aan $\frac{1}{10}$ van den afstand van het steunpunt tot het vlak door de schalenassen, dat is ongeveer 0,3 cm. Een rechtstreeksche meting echter gaf hiervoor een bedrag minder dan 0,1 cm bij een belasting van 2×5 kg. De stijging van de stabiliteit sterker dan lineair met de belasting is waarschijnlijk een gevolg van vormveranderingen van het hout der haken, die de schalen vormen, ter plaatse van de ondersteuning. Hout is dan ook geen bij uitstek geschikt materiaal voor dit doel.

De steunas van de balans zelf was opgelegd op gietijzeren platen, waarvan de vormveranderingen klein zijn.

Uit de indifferentie-belasting ($2 \times 0,55$ kg), de gewichten der schalen (0,5 kg), den afstand van het steunpunt tot het vlak gaande door de schalen assen (3,2 cm) en het gewicht van de balans (3,8 kg) berekenen we den afstand x van het steunpunt tot het zwaartepunt. We hebben hiervoor de betrekking $3,2 \text{ cm} \times (2 \times 0,55 \text{ kg} + 0,5 \text{ kg}) = x \times 3,8 \text{ kg}$ of $x = 1,35 \text{ cm}$. Een rechtstreeksche meting zonder ruiter gaf echter $x = 1,45 \text{ cm}$; met den ruiter van 50 gr op 9 cm afstand van het zwaartepunt wordt dit 1,57 cm. Dit interpreteren we met de bewering, dat de belasting een grooteren stabiliseerenden invloed heeft, dan alleen zou volgen uit de beweging van het zwaartepunt der belasting tengevolge van de kanteling der balans met de daarmee gepaard gaande verschuiving van het midden der verbindingslijn der steunassen. Hierover straks meer.

Ook langs anderen weg is er een contrôle te maken op de uitkomsten der meting. Bij de belasting van 2×5 kg bijvoorbeeld is er het gedeelte $2 \times 0,55$ kg, dat de instabiliteit der balans neutraliseert; de eigenlijke stabiliteit wordt door de resteerende 8,9 kg veroorzaakt. De stabiliteit was 6 g per schaaldeel van 1 cm. De wijzer was 49 cm lang. 1 cm wijzer verschuiving correspondeert dus met $\frac{3,2}{49} \times 1 \text{ cm} = 0,065 \text{ cm}$ horizontale verschuiving van het zwaartepunt van de stabiliseerende belasting van 8,9 kg ten opzichte van het steunpunt. De hefboomsarm van het overwicht (0,006 kg) is 121 cm. Volgens de momentenstelling zou nu $8,9 \text{ kg} \times 0,65 \text{ cm} = 0,58 \text{ kgcm}$ gelijk moeten zijn aan $0,006 \text{ kg} \times 121 \text{ cm} = 0,73 \text{ kgcm}$. Blijkbaar is de balans meer stabiel dan uit de verplaatsing van het zwaartepunt der belasting met bovenstaande veronderstelling volgt.

Zoekt men de stabiliseerende oorzaak in het verschuiven van het ondersteuningspunt der schalenhaken bij het kantelen der balans ten gevolge van een gering rollen van de schalenhaken over een geringe afronding van de scherpe kam van het steunende prisma en wel bij de dalende schaal met de grootere belasting naar het midden van de balans bij de rijzende schaal in omgekeerden zin, dan zou deze verschuiving een orde van grootte moeten hebben van $\frac{0,73 \text{ kgcm} - 0,58 \text{ kgcm}}{8,9 \text{ kg}} = 0,017 \text{ cm}$ bij een verschuiving van

den wijzer van 1 cm, hetgeen niet onaannemelijk is.

Dezelfde rekeningen doorvoerende voor de andere belastingen vinden we voor de rollende verplaatsing bij een wijzerdoorslag van 1 cm bij 2×3 kg belasting 0,008 cm, bij 2×2 kg belasting 0,010 cm, bij 2×1 kg belasting 0,055 cm. De laatste uitkomst wijkt nog al erg van de andere af; de andere wijzen er echter op, dat dit rollen aannemelijk is; bij de grootere belasting van 2×5 kg kan de vormverandering het grootere van de verschuiving door dit rollen verklaren.

Ook heeft dit rollen zijn invloed bij de bepaling van het zwaartepunt. Uit het verschil in uitkomst van de berekende en rechtstreeks gemeten ligging van het zwaartepunt, waarbij de invloed van den ruiter van 50 gram ook in rekening werd gebracht, komt men tot een rolverplaatsing van ongeveer 0,011 cm, een bedrag, dat met de uitkomsten bij de belastingen van 2×2 kg en 2×3

kg merkwaardig goed overeenstemt. Waarschijnlijk is de meting van de stabiliteit bij 2×1 kg eenige procenten fout; zij is te hoog.

De berekeningen van het zwaartepunt en het daarna volgende werden niet met de klas gedaan, daar het inzicht in de werking van de balans reeds voldoende gevormd was door de bepaling van de indifferentie-belasting. Hier werden zij echter gegeven om te doen zien, hoe men met een ruw gemaakt toestel, dat slechts enkele kwartjes kost, met waarnemingen, door een derde-klasser verricht, een diepgaand onderzoek naar tamelijk geraffineerde qualiteiten kan doen; dit meer uitgebreide onderzoek is voor een leerling der hoogste klassen echter wel geschikt en kan zijn inzicht bevorderen.

Men kan echter verder gaan en de volgende proeven doen:

1° met een goede balans, waarbij het vlak der schalen-assen gaat door de steunas en waarbij het zwaartepunt ligt beneden de steunas (schalenassen O^1 en $O^{1'}$ en steunas B); hierbij is de stabiliteit betrekkelijk onafhankelijk van de belasting.

2° met een balans, waarbij het vlak der schalen assen gaat door de steunas, en waarbij het zwaartepunt ook ligt op de steunas. Men neme daartoe de schalen assen O^2 en $O^{2'}$ en de steunas A en verplaatst het zwaartepunt door het opspijkeren van een latje met schuifgewicht naar de steunas. Ook deze balans zal in geringe mate stabiel zijn; de stabiliteit zal echter afhankelijk zijn van de belasting; en een ander als gevolg van het rollen bovengenoemd. Ook andere varianten der proef zijn mogelijk, maar we zouden dan gaan overdrijven.

De beschreven proef is echter voldoende; de physische belangstelling voor de balans is bij de leerlingen (en niet minder bij den leeraar) gewekt. Lesgeven in Natuurkunde is toch animeerend en heerlijk werk!

Christ. Gymn., den Haag, Nov. 1928.

DE BETEKENIS DER SPECTROSCOPIE VOOR DE MODERNE NATUURKUNDE ¹⁾

door G. H. DIEKE

Als men zich wil duidelijk maken, welke plaats de spectroscopie in de tegenwoordige physica inneemt, doet men goed, na te gaan, welke wijzigingen de physica sinds de ontdekking der spectroscopie in 1860 door Bunsen en Kirchhoff heeft ondergaan. Men zal dan zien, dat de opbloei der spectroscopie samenvalt met de ontwikkeling der atomistische voorstellingen. Eerst echter schenen deze twee gebieden zich onafhankelijk van elkaar te ontwikkelen, en niettegenstaande de pogingen van vele natuurkundigen slaagde men er niet in, het groote materiaal, dat de spectroscopie al verzameld had, te gebruiken om een beter inzicht in de structuur der atomen en moleculen te verkrijgen. Het was aan Niels Bohr vergund de twee gebieden te vereenigen, en de geboortedag van Bohrs atoomtheorie is tegelijk de geboortedag der moderne spectroscopie. Beide, atoomtheorie en spectroscopie waren hierbij evenveel gebaat.

Maar laat ons eerst weer terugkeeren tot de kinderjaren der spectroscopie. Omstreeks 1860, in welk jaar Bunsen en Kirchhoff ontdekten, dat elk element een karakteristiek spectrum bezit, waren de groote physische theorieën, die in de eerste helft der vorige eeuw met zooveel succes ontwikkeld waren, tot op zekere hoogte voltooid. De mechanica was bijna volmaakt, de lichtverschijnselen werden door de nieuwe golftheorie schitterend verklaard, in de wiskundige behandeling van gebieden als warmtegeleiding en hydrodynamica had men het ver gebracht, en ook de theorie van de electromagnetische verschijnselen vormde een afgesloten geheel, ofschoon de oplossing der nog overblijvende moeilijkheden door Maxwell pas een tiental jaren later gebeurde. Al deze theorieën hebben gemeen, dat zij de materie als continu verdeeld aannemen of heelemaal geen veronderstellingen over de bouw van de stof behoeven te maken. Het groote succes van deze theorieën verleidde de meeste physici, de atomen en moleculen, die zich in de chemie al onmisbaar hadden gemaakt, eenvoudig te negeren.

1) Openbare les, bij de intrede als privaat-docent te Groningen, 6 Febr. 1929.

Maar in deze toestand zou spoedig verandering komen. In hetzelfde jaar, dat de ontdekking van Bunsen en Kirchhoff werd gedaan, leidde Maxwell de naar hem genoemde wet der snelheidsverdeling van de moleculen in een gas voor het eerst af en gaf daardoor aan de kinetische gastheorie een wetenschappelijke basis. De kinetische gastheorie maakte toen snelle vorderingen en haar resultaten hadden tegen het eind van de vorige eeuw vrijwel alle physici van de realiteit der atomen overtuigd. Tegen die tijd leerde men ook, dat het atoom geen ondeelbaar geheel is, maar een vrij gecompliceerde structuur moet bezitten, en dat het electron altijd een deel van het atoom uitmaakt. Men vond, vooral met behulp van de stralen der radioactieve stoffen, meer en meer bijzonderheden aangaande de atomen, zonder echter nog in staat te zijn zich een duidelijk beeld van hun bouw te vormen, totdat Rutherford in 1912 er in slaagde, met behulp van α -deeltjes aan te toonen, dat het atoom moet bestaan uit een positief geladen kern van zeer kleine afmetingen vergeleken met de grootte van het geheele atoom, omgeven door een aantal negatieve electronen. Zoo schiep hij de basis, waarop Bohr verder kon bouwen.

De spectroscopie had in dezelfde tijd eveneens groote vorderingen gemaakt. De constructie van het concaaftralie en van interferentietoestellen had metingen mogelijk gemaakt met een nauwkeurigheid, die op andere gebieden der wetenschap nergens bereikt kon worden. Om het uitgebreide spectroscopische waarnemingsmateriaal, dat in de loop der jaren verzameld was, van eenig theoretisch nut te doen worden, was het noodig regelmatigheden in de rangschikking der lijnen op te sporen. Balmer vond reeds in 1885, dat de frequenties der lijnen van het waterstofspectrum aan een uiterst eenvoudige formule voldoen. Andere eenvoudige spectra konden eveneens geanalyseerd worden en formules, waaraan de trillingsgetallen van hun lijnen voldoen, konden opgesteld worden. Men denkt hier in de eerste plaats aan de namen van Rydberg en Ritz. Van uiterst groot belang was de ontdekking van Ritz, dat de trillingsgetallen van alle spectraallijnen kunnen opgevat worden als het verschil van twee termen. Kent men de „termen” van een spectrum, dan kan men onmiddellijk alle lijnen door aftrekken berekenen. Het doel van het spectraalonderzoek is sinds die tijd voornamelijk geweest, deze spectroscopische termen uit de waargenomen lijnen te berekenen. Elk spectrum heeft een zeker

aantal termreeksen, waarin de opeenvolgende termen volgens een zekere wet, in het algemeen volgens de formule van R y d b e r g—R i t z zijn gerangschikt. Waterstof heeft slechts één van deze termreeksen, en bovendien heeft deze een bijzonder eenvoudige structuur, nl. R/n^2 (R universeele constante = 109700×3.10^{10} , $n = 1, 2, 3 \dots$). Onder alle spectra is het waterstofspectrum dus het eenvoudigste.

Het was van meet af aan duidelijk, dat de structuur der spectra in nauwe samenhang moest staan met de bouw der atomen. Reeds R y d b e r g vermoedde, dat de spectraallijnen ons veel meer over de structuur van het atoom zouden kunnen vertellen, dan wij langs eenige andere weg zouden kunnen te weten komen. Wij moeten slechts leeren hun taal te verstaan. Het was ook duidelijk, dat als men eerst het eenvoudigste van alle spectra, het waterstofspectrum, zou hebben begrepen, het begripen der meer ingewikkelde spectra spoedig zou volgen. Maar niettegenstaande vele pogingen bleef het waterstofspectrum een raadsel. Elastisch gebonden electronen — en die hield men er in die tijd alleen voor in staat spectraallijnen te emitteeren — gaven onder alle omstandigheden een andere verdeling der spectraallijnen. Dit neemt niet weg, dat toch enkele verschijnselen in de spectra, die van de speciale voorstelling over de structuur der atomen betrekkelijk onafhankelijk zijn door de oudere theorie een bevredigende verklaring vonden. Een instructief voorbeeld daarvoor is de mooie interpretatie, die L o r e n t z van het Z e e m a n-effect gaf.

Ook bij de bandenspectra, die van moleculen afkomstig zijn, in tegenstelling met de lijnspectra, die hun oorsprong in de atomen vinden, had men empirische regelmatigheden gevonden, wier beteekenis men echter evenmin begreep, als bij de atoomspectra.

De toestand van de spectroscopie direct voor het opkomen der theorie van B o h r kan dus kort als volgt samengevat worden: Dank zij de wonderbaarlijke nauwkeurigheid en vruchtbaarheid der spectroscopische methodes, was een rijk waarnemingsmateriaal verzameld. Men had reeds met bewonderenswaardige speurzin een aantal regelmatigheden ontdekt, was echter totaal niet bij machte ze in verband te brengen met de structuur der materie. Ofschoon men wist, dat men in het spectroscopische materiaal de sleutel voor de kennis van de bouw der atomen in handen had, was men niet in staat dien te gebruiken, en moest zich beperken tot de uitbrei-

ding van het waarnemingsmateriaal en het opsporen en verder uitwerken van de empirische regelmatigheden.

Zooals ik reeds in de aanhef zeide was het aan B o h r vergund, de spectroscopie in een heel nieuw stadium te brengen. Door zijn eerste postulaat, nl. dat in een atoom van alle denkbare mechanische bewegingen een aantal volgens zekere regels uitgekozen, „gequantiseerde” bewegingen alleen mogelijk zijn, is hij in staat de bewegingen van de electronen in een atoom uit te rekenen. Zijn tweede postulaat is: „Alleen bij een overgang tusschen twee stationaire bewegingswijzen wordt straling uitgezonden en wel is — als E_1 en E_2 de energieën van deze toestanden zijn — de frequentie gegeven door

$$h\nu = E_1 - E_2,$$

(h , constante van P l a n c k, $6,54 \times 10^{-27}$ erg sec.) Dit postulaat legt nu een vaste band tusschen atoombouw en spectroscopie. Want hierdoor worden de empirische termen der spectroscopie direct — op een factor h na — geïdentificeerd met de energiewaarden die een atoom of molecuul kan aannemen. Men wist nu, wat het spectroscopische materiaal beteekende. De spectroscopisten hadden sinds de tijd van R y d b e r g onbewust de energiewaarden der atomen bepaald.

Is men dus in staat, de bewegingen in een atoom uit te rekenen, dan kan men zijn spectrum ook volledig voorspellen, en B o h r was direct in staat, de vruchtbaarheid van zijn methode te bewijzen door voor de eerste keer de B a l m e r-formule van het waterstofspectrum theoretisch af te leiden en tegelijk in groote trekken een verklaring te geven van de nieuw ontdekte Röntgenspectra.

De weg, de bewegingstoestanden en daarmee alle eigenschappen van het atoom direct uit het model te berekenen, was wegens de te groote wiskundige moeilijkheden niet dan in de allereenvoudigste gevallen begaanbaar. Men moest dus omgekeerd van de spectra en de empirische energiewaarden, die daaruit direct kunnen gevonden worden, uitgaan en trachten, uit de regelmatigheden in hun rangschikking de eigenschappen van het atoom en de algemeene wetten, die de atoombouw, beheerschen af te leiden. Deze weg werd met steeds groeiend succes door B o h r en vele andere onderzoekers betreden, en sinds dien tijd is haast elke vooruitgang in de

kennis van het atoom te danken aan een vooruitgang in het inzicht der spectra.

Het zou verkeerd zijn, hieruit de gevolgtrekking te maken, dat de andere takken der physica voor de kennis van het atoom zonder belang geworden zouden zijn. Integendeel, vele belangrijke en fundamenteele questies konden alleen door niet spectroscopische proeven worden aangetoond. Ik herinner slechts aan de beroemde experimenten van Rutherford, waardoor de theorie van Bohr pas mogelijk gemaakt werd, of aan de proeven van Franck en Hertz, die zoo direct mogelijk de juistheid der grondpostulaten van Bohr aantoonen of de proeven van Stern en Gerlach, waardoor de magnetische eigenschappen van het atoom, die men uit de spectra had afgeleid direct bevestigd werden, of de nog meer recente experimenten, die de golvingseigenschappen van het electron aantoonen. Vergelijkt men echter het karakter dezer niet-spectroscopische experimenten met wat men uit de spectra kan leeren, dan ziet men, dat de eerste meestal een zoo direct mogelijk antwoord trachten te geven op een bepaalde questie van fundamenteel belang, maar tevens groote experimenteele vaardigheid vergen, en slechts meer of min kwalitatieve uitkomsten geven. (Ik spreek hier alleen over de atoomphysica in beperkte zin, niet b.v. over de kernphysica waar spectroscopische methoden niet meer kunnen toegepast worden).

Daar staat tegenover, dat de spectroscopische gegevens niet altijd gemakkelijk te interpreteren zijn. Maar men kan zonder groote moeilijkheden een reeks spectroscopische opnamen verkrijgen, waarop misschien 1000 lijnen van een bepaald atoom staan. Daarin vertelt het atoom ons alles, wat wij aangaande zijn structuur wenschen te weten, indien wij maar zijn taal verstaan. De frequenties der lijnen kunnen zonder veel moeite met een nauwkeurigheid gemeten worden, die in geen enkele andere tak der wetenschap kan bereikt worden, en daardoor verkrijgen wij niet één, maar direct duizend nauwkeurige gegevens over het atoom. Maar niet slechts de frequenties der lijnen zijn voor ons van belang, ook uit de intensiteiten kunnen wij verdere conclusies trekken. Verder leert ons het gedrag der lijnen in een magnetisch of electrisch veld of wanneer zij onder bijzondere omstandigheden geëxciteerd worden meer bijzonderheden over het atoom. Men kan zonder overdrijving zeggen, dat zoodra het spectrum van een atoom volledig bekend en begre-

pen zal zijn, alle eigenschappen van dit atoom daaruit afgeleid kunnen worden.

Het spectrum, dat wij direct kunnen zien, is zooals U weet, slechts een klein gedeelte van het heele spectrum der electromagnetische golven. In de loop der jaren zijn vele andere soorten van stralen ontdekt, die ofschoon in karakter en werking soms van het zichtbare licht zeer verschillend, in werkelijkheid toch dezelfde electromagnetische trillingen zijn, aan dezelfde wetten gehoorzamen en slechts in golflengte verschillen. Het is leerzaam dit geheele spectrum der electromagnetische golven eens in gedachten de revue te laten passeeren en te kijken, wat wij met behulp van de stralen van verschillende golflengte kunnen leeren. Laten wij beginnen bij de langste golven. Deze hebben een golflengte van vele kilometers tot onderdeelen van een millimeter. Velen onder U zullen daarmee misschien beter vertrouwd zijn, dan met de golven waarmee de spectroscopicus in het algemeen heeft te maken. Strikt genomen beoefent ook de radio-amateur de spectroscopie, maar met behulp van deze golven kan men niet veel nieuws over het atoom te weten komen. Zij zijn soms wel heel aardig, voor de ontspanning en noodzakelijk voor het verkeer, maar zelfs de ultrakorte golven zijn nog veel te grof, om zulke fijne dingen als atomen en moleculen er mee te kunnen onderzoeken. Dat komt, omdat de zenders, waardoor zij worden voortgebracht zulke grove dingen zijn vergeleken met een atoom. Maakt men de zenders kleiner en kleiner dan neemt ook de golflengte steeds meer en meer af. Dergelijke golven zijn ook voor de techniek onbruikbaar, aangezien zij zich niet meer zooals hun langere broeders, over groote afstanden door de atmosfeer kunnen voortplanten. Komen wij tenslotte tot mikroskopische afmetingen van de zender, dan zijn de golven, die daardoor uitgezonden worden, identiek met de warmtestralen van de langste golflengte. Het geheele golflengtegebied van de kortste radiogolven tot het zichtbare licht is bekend onder de naam van ultrarode straling en wordt door ons als warmtestraling gevoeld. In dit gebied vallen de eigen-trillingen van de kristallen, de straling die bij de rotatie van moleculen wordt uitgezonden en de straling die aan de trillingen van de afzonderlijke atomen in een molecuul te danken zijn. De zenders zijn veel kleiner geworden, en uit de studie van dit gebied kan men al zeer veel aangaande de structuur der moleculen

leeren. Maar de onderzoeksmethoden in het ultra-roode gebied zijn omslachtig en moeilijk en zijn niet in staat, resultaten met een dergelijke nauwkeurigheid te leveren, als dit in het verder naar korte golven gelegen zichtbare en ultraviolette gebied mogelijk is. De hoofdrede hiervoor is dat behalve ons oog, dat ons gevoeligste zintuig is, ook de photographische plaat voor de ultrarode stralen niet meer gevoelig is. Een andere moeilijkheid is, dat de ruimte waarin wij moeten werken altijd met warmtestralen gevuld is. Zelfs al zouden wij een instrument hebben dat zeer gevoelig is voor de warmtestralen zou ons dit in de meeste gevallen toch nog niet veel helpen. Wij zouden dezelfde moeilijkheid hebben, die wij ontdekken, als wij trachten een photographische plaat bij gewoon daglicht te ontwikkelen.

Het is een gelukkige omstandigheid voor de spectroscopie, dat men van het zichtbare gedeelte (eigenlijk al van het laatste gedeelte van het ultrarood) tot het gebied van de heel korte golven, de stralen kan photografeeren en daardoor de golflengte heel nauwkeurig kan bepalen. Het zichtbare gebied van het rood tot het violet heeft een golflengte van ongeveer 8000 tot 4000 Ångström eenheden (één Å-E is 10^{-8} cm) en beslaat dus inderdaad een heel klein golflengtegebied. De stralen in het zichtbare en het direkt daaraan aansluitende ultraviolette gebied hebben voor een groot gedeelte, en dit gedeelte interesseert den physicus vooral, hun ontstaan te danken aan de beweging der electronen in het atoom of molecuul en wel aan de electronen die het minst vast gebonden zijn. Dat zijn juist de electronen, die ook voor de chemische eigenschappen der atomen aansprakelijk zijn, en daardoor wordt duidelijk, dat de studie van dit gedeelte van het spectrum ons opheldering kan geven over de peripherie van het atoom en de voor den chemicus belangrijke eigenschappen. Hoe verder men naar het ultraviolet komt, des te vaster zijn de emitteerende electronen gebonden en tenslotte kunnen zij niet meer met chemische middelen beïnvloed worden. Ook de spectra der geïoniseerde atomen liggen voor het grootste gedeelte ver in het ultraviolet.

De onderzoeksmethoden in het ultraviolet zijn dezelfde als in het zichtbare, alleen nemen de experimenteele moeilijkheden toe, naarmate men verder naar kortere golflengte doordringt. De glas-

prisma's en lenzen die in het zichtbare gebied gebruikt kunnen worden, worden al heel gauw ondoorzichtig. Men neemt dan kwarts inplaats van glas. Bij ongeveer 2200 Å-E begint de gelatine van de photographische platen te absorbeeren en dezen worden daardoor voor licht van kortere golflengte onbruikbaar. Schumann vindt photographische platen zonder gelatine uit, die in het gebied tusschen ongeveer 2200 en 10 Å-E gebruikt worden. Voor nog kortere golflengten kan men weer gewone platen nemen. Beneden 1900 Å begint de lucht te absorbeeren en lichtbron en spectrograaf moeten in vacuum geplaatst worden. Bij 1850 Å-E wordt ook kwarts ondoorzichtig. Het kan wel tot bijna 1200 Å-E door fluoriet vervangen worden, maar veel beter is voor dit gebied uitsluitend het concaaftralie te gebruiken waarbij geen prisma's en lenzen noodig zijn. Voor golflengten kleiner dan 1200 Å-E is dit trouwens de eenige mogelijkheid, aangezien geen stof bekend is, die licht van deze golflengte nog doorlaat. Er mag dan dus ook niets tusschen lichtbron en spectrograaf zijn. Men heeft echter deze en nog andere moeilijkheden kunnen overwinnen en is op deze wijze tot golflengten van ongeveer 100 Å-E gekomen. Het gebied tusschen 100 en 20 Å-E is in vele opzichten het moeilijkste van het geheele spectrum en heeft lange tijd aan alle pogingen om het meester te worden weerstand geboden. De reden hiervan is vooral te zoeken in het feit, dat het reflectievermogen der metalen voor deze stralen zoo klein is en de golflengte zoo kort, dat de kleinste onregelmatigheden in het tralie, die bij de vervaardiging ervan niet te vermijden zijn, het resultaat bederven. Ook nu nog zijn de resultaten, die in dit gebied zijn verkregen schaarsch en minder nauwkeurig dan in de andere deelen van het spectrum. Het gebied is echter interessant omdat het juist de overgang vormt tusschen de gewone ultraviolette stralen, en de Röntgenstralen.

In het gebied der Röntgenstralen kunnen de onderzoekingsmethoden van het zichtbare en ultraviolette gebied niet meer toegepast worden, omdat het niet mogelijk is tralies te maken met een lijnafstand, die voor deze korte golflengten klein genoeg is. Aangezien deze stralen ook practisch niet gebroken worden, komen prisma's heelemaal niet in aanmerking. De natuur heeft echter gelukkig zelf ervoor gezorgd, dat wij roosters hebben om de Röntgen-

stralen te onderzoeken, door de atomen in de kristallen op een buitengewoon regelmatige manier te rangschikken. Deze natuurlijke tralies kan men op een soortgelijke wijze als in het optische gebied de gewone tralies gebruiken en daarmee de golflengte nauwkeurig meten. Gaat men tot Röntgenstralen van kortere golflengte over, dan worden de onderzoekingsmethoden weer eenvoudiger. Men kan weer gewone photographische platen in plaats van de lastig te hanteeren Schumann-platen gebruiken en beneden 2 Å-E wordt ook de lucht weer doorzichtig en men behoeft dus niet meer in vacuum te werken, wat de zaak zeer vereenvoudigt. Met behulp van de Röntgenspectra leeren wij de inwendige gedeelten van het atoom kennen. Aangezien de bewegingen der binnenste electronen veel meer door de direkte inwerking van de kern geregeld worden en niet door toevallige omstandigheden gestoord worden, zooals dit bij de buitenste electronen het geval is, is het Röntgenspectrum veel eenvoudiger en gemakkelijker te analyseeren, dan het optische spectrum. De Röntgenspectroscopie heeft buitendien nog het groote voordeel gehad, dat zij sinds haar ontstaan in 1913 altijd de theorie van Bohr tot leidster heeft gehad.

Gaat men tot nog kortere golflengte over, dan komt men tot Röntgenstralen, die uit de onmiddellijke nabijheid van de kernen der zware elementen komen. Zij dringen door alle bekende stoffen heen en storen zich niet veel meer aan de atomen van het kristaltralie. Zij worden dus slechts weinig afgebogen. Hier komt nog bij, dat voor dergelijke stralen, die een golflengte van ongeveer 0.2 Å-E hebben, de tralieconstante, dat is de onderlinge afstand van naburige atomen, zeer groot is vergeleken met hun golflengte, waardoor nauwkeurige golflengtemetingen moeilijker worden.

Hetzelfde geldt voor de γ -stralen der radioactieve stoffen. Zij sluiten zich direct bij de Röntgenstralen naar kortere golflengte aan en komen direct uit de kern van het atoom. Hun golflengte wordt bepaald door de energie der electronen te meten, die zij uit een atoom los maken. Bij de harde γ -stralen dat wil zeggen de γ -stralen met een kleine golflengte en derhalve een groot door-dringsvermogen kan men de golflengte slechts heel ruw uit hun absorptievermogen bepalen. Dat geldt in nog sterkere mate voor de zich daaraan naar korter golflengten aansluitende stralen van een golflengte kleiner dan 10^{-3} Å-E. Ofschoon zij in de laatste jaren

zich in de belangstelling van vele physici verheugden, is hun natuur nog niet volkomen opgehelderd. Het staat echter vast, dat zij niet van de aarde afkomstig zijn, maar waarschijnlijk aan een kosmisch proces hun ontstaan te danken hebben. Wij zien dus, dat deze inderdaad ultrakorte golven en de zich in de gunst van het breede publiek verheugende radiogolven, een groot gebied bevindt, waarvan de natuurkundige uit elk deel iets over een bepaald stuk van het atoom kan leren. Hoe verder wij naar de korte golflengten komen, hoe dieper wij in het binnenste van het atoom indringen.

Wij willen na dit uitstapje weer tot de theorie van B o h r terugkeeren. Het bleek in de loop der jaren, dat de speciale regels, volgens welke B o h r in de eenvoudige gevallen de stationaire banen had bepaald, in de meer gecompliceerde gevallen tot moeilijkheden voerden, en wel kwam men hoe langer hoe meer tot de overtuiging, dat de bekende mechanische wetten binnen in het atoom niet meer toegepast kunnen worden. Dit inzicht drong hoe langer hoe meer door, naarmate de theorie trachtte meer en meer quantitatief reenschap te geven van de in de meer ingewikkelde spectra gevonden regelmatigheden en leidde tenslotte in het najaar van 1925 tot de quantummechanica. De nieuwe theorie legt een nog hechter band tusschen de leer van de atoombouw en de spectroscopie, dan al in de theorie van B o h r het geval was. Volgens de oudere theorie van B o h r voerden de electronen bewegingen uit met een zekere frequentie, en deze frequentie van de mechanische beweging was in het algemeen anders als de frequentie der uitgezonden spectraallijn, die immers uit de formule $h\nu = E_1 - E_2$ gevonden wordt. Ook de intensiteit der spectraallijnen stond alleen door het correspondentieprincipe in tamelijk los verband met de amplitude der bewegingen van het electron. Beide, frequentie en amplitude der mechanische beweging waren grootheden, waarvan men nooit kon hopen, ze direct uit de waarnemingen te bepalen. Bij de nieuwe quantummechanica is dit geheel anders. De frequentie der spectraallijnen is identiek met de bewegingsfrequenties in het atoom, en de amplitude daarvan bepaalt direct en eenduidig de intensiteit van het geëmitteerde licht. Daardoor treden in de bewegingsvergelijkingen van het atoom alleen grootheden op, die direct uit de spectra bepaald kunnen worden. Het is moeilijk zich voor te stellen, hoe men

zonder de hulp der spectroscopie ooit tot de quantummechanica zou gekomen zijn.

Heeft dus de atoomtheorie veel te danken aan de spectroscopie, zoo heeft omgekeerd ook de spectroscopie op zichzelf beschouwd buitengewoon veel nut van de onderlinge wisselwerking gehad. Zoo kwam het b.v. voor de invloed der denkbeelden van B o h r in de spectroscopie nu en dan voor, dat er oneenigheid tusschen de verschillende onderzoekers bestond, welke van twee formules de voorkeur zou verdienen, als beide de waarnemingen ongeveer even goed weergaven. Het bleek nu, dat zulke vragen absoluut zonder belang waren en niets met het wezen der zaak te maken hadden. Weliswaar was een stagnatie in het spectroscopische werk nog niet direct te vreezen wegens de uitgestrektheid van het gebied, dat slechts gedeeltelijk bewerkt was, maar het was moeilijk, nieuwe gezichtspunten te vinden, volgens welke het werk zou moeten worden voortgezet.

In de eerste jaren der theorie van B o h r was de invloed der theoretische denkbeelden op de practische spectroscopie nog betrekkelijk gering. Misschien het eerste groote succes in die richting was, dat B o h r op grond van zijn theorie, wat men tot nog toe de nevenseries van waterstof genoemd had, tegen het advies der spectroscopisten in, aan geïoniseerd helium toeschreef en daarna F o w l e r en later P a s c h e n experimenteel aantoonde, dat B o h r gelijk had. Aan het feit, dat de theorie van B o h r een zoo gemakkelijke en natuurlijke verklaring gaf voor de eigenschappen der spectra van atomen in verschillende graden van ionisatie, was het grootendeels te danken, dat het onderzoek in deze richting groote vorderingen maakte. De onderzoekingen van M i l l i k a n en zijn medewerkers geven hiervan een mooi voorbeeld.

De grootste rijkdom van uitkomsten werd door de wisselwerking tusschen quantumtheorie en spectroscopie aan den dag gebracht, nadat in 1921 door C a t a l a n voor het eerst multiplets ontdekt werden. De daarbij optredende regelmatigheden konden met behulp der quantumtheorie op zeer eenvoudige wijze beschreven worden en gaven de richtlijnen voor het nu volgend onderzoek der meer ingewikkelde spectra, waarbij experiment en theorie op een tot dusver ongekende wijze hand in hand werkten. Dat de theorie in werkelijkheid geen theorie was, maar slechts een onbegrijpelijke,

formeele beschrijving der verschijnselen, gegrond op een analogie met wat men theoretisch verwachtte, doet aan haar waarde voor de spectroscopie geen afbreuk. Juist door dit samenwerken van theorie en experiment leerde men de tekortkomingen van de eerste hoe langer hoe beter kennen, en men zag tenslotte, waar de wijzigingen zouden moeten worden aangebracht. Door het magnetisch electron van Uhlenbeck en Goudsmit en de nieuwe quantummechanica werden toen de bestaande moeilijkheden uit den weg geruimd.

De theorie is tegenwoordig zoo ver gevorderd, dat het mogelijk schijnt, in principe alle bij de atoomspectra optredende bijzonderheden a priori te berekenen. Wij zijn er echter nog ver van verwijderd, dat het geheele materiaal ook maar tennaaste bij geordend en verklaard is, en veel theoretisch en experimenteel werk moet nog worden gedaan, voor het zoover is. Moeilijkheden van principiële aard schijnen er echter niet meer te zijn, en wij kunnen ook van de kant der lijn- of atoomspectra geen groote verrassingen meer verwachten.

Bij de banden- of molecuulspectra is de toestand nog geheel anders. Hier hebben wij theoretisch en experimenteel veel grootere moeilijkheden. Weliswaar heeft ook hier de theorie van Bohr een verklaring van de algemeene trekken der spectra kunnen geven en werd daardoor ook de experimenteele studie der bandenspectra in nieuwe banen geleid, maar de bouw van zelfs een eenvoudig molecuul is zooveel gecompliceerder dan die van een atoom, dat een werkelijke berekening der energieniveau's en der overige eigenschappen van het molecuul direct uit het model, nog te grootte moeilijkheden oplevert. Maar ook hier heeft de nieuwe quantummechanica al veelbelovende vorderingen te boeken en wij kunnen hopen, dat wij tenslotte een even volledige theorie van het molecuul zullen bezitten als thans van het atoom. Het tijdstip waarop dit verwezenlijkt zal worden schijnt op het oogenblik al heel dicht bij te zijn.

In de tusschentijd moet men er zich in hoofdzaak toe bepalen, die dingen, die men niet direct uit het model berekenen kan, uit de spectra af te lezen. Uit de aard der zaak zullen vele van deze gegevens ook voor de chemicus van groot belang zijn. De grootte van een molecuul kan zonder meer uit de spectra worden bepaald,

evenals de vastheid en aard der binding van de verschillende atomen onder elkaar. In vele gevallen kan ook de dissociatiewarmte met een vrij groote nauwkeurigheid bepaald worden, zelfs in gevallen, waarin aan een chemische bepaling er van niet te denken valt. Helaas zijn de experimenteele moeilijkheden bij de bandenspectra zeer groot in vergelijking met die bij de atoomspectra, zoodat eenigszins betrouwbaar materiaal alleen voor eenvoudige moleculen aanwezig is. Alleen voor zóó lichte moleculen als het waterstof- en heliummolecuul kunnen wij verwachten, een volledig stel electronentermen te verkrijgen.

Het is wel eigenaardig, dat de structuur van een molecuul, wiens existentie de chemicus het minst zou verwachten, nl. het tweeatomige heliummolecuul nu het best bekend is. Dit is tot nog toe het eenige geval, waarbij men bijzonderheden over de electronenconfiguratie is te weten gekomen. Dergelijke pathologische moleculen, die aan den chemicus volkomen onbekend zijn, ontmoet men vaker bij de studie der bandenspectra.

Voor de meer ingewikkelde moleculen, in het bijzonder de organische stoffen, lijkt de situatie op het eerste gezicht hopeloos. Het groote aantal van dicht op elkaar vallende lijnen maakt een overzicht over het spectrum onmogelijk en verdoezelt alle regelmatigheden. Bij de absorptiespectra ligt de zaak echter minder door elkaar, en door zich in hoofdzaak tot deze te bepalen, heeft men ook hier al resultaten bereikt, die laten hopen, dat men in de toekomst uit een systematische studie der spectra van dergelijke ingewikkelde moleculen nog veel over hun bouw zal kunnen leeren, zoodat het hoe langer hoe meer mogelijk zal zijn, wat de chemie erover leert, aan te vullen en te bevestigen. Hier ligt nog een wijd, zij het dan ook moeilijk veld voor onderzoek open.

Nog minder dan over de gasvormige moleculen bekend is, weet men over de spectra der kristallen. Hier hebben wij natuurlijk alleen te doen met absorptie- en eventueel nog fluorescentiespectra. Het probleem is hier, uit de eigenschappen van de individueële atomen, alle eigenschappen van het kristal af te leiden. Men moet hier niet alleen rekening houden met de wisselwerking van een atoom op een naburig atoom als bij de gasvormige moleculen maar ook met de beïnvloeding door alle andere atomen van het kristal, en men begrijpt, dat dit een veel lastiger probleem is. Kent

men eenmaal deze wisselwerking tusschen de individuëele atomen, dan kan men daaruit met behulp van de theorie der kristalroosters, die vooral door B o r n werd ontwikkeld, de makroskopische eigenschappen van het kristal afleiden. De vraag is dus in de eerste plaats de wisselwerking tusschen de individuëele atomen te weten te komen. Later zal de theorie van het atoom misschien zoover gevorderd zijn, dat alles direct uit het model berekend kan worden. Willen wij echter nu al iets daarover te weten komen, dan moeten wij er ons mede tevreden stellen, deze dingen empirisch te bepalen. De atomen, die een kristal vormen, zijn dezelfde atomen, die wij ook in vrije toestand kunnen bestudeeren, alleen hun peripherie zal veranderd kunnen zijn. Nu komen juist de eigenschappen der peripherie in het optische spectrum tot uitdrukking en aan de andere kant is ook de peripherie aansprakelijk voor de wisselwerking met de andere atomen. Uit een studie der absorptiespectra van kristallen, kan men dus verwachten de verandering, die de peripherie van het atoom bij de kristalvorming heeft ondergaan, te leeren kennen. Verder zullen de elastische trillingen, die de atomen om hun evenwichtsstand kunnen uitvoeren, en die afhankelijk zijn van de sterkte, waarmee de atomen gebonden zijn, in het algemeen in het spectrum tot uitdrukking komen.

Dat de resultaten, die het spectroscopisch onderzoek voor de theorie der kristallen gegeven heeft, nog zoo betrekkelijk weinige zijn, is weer te wijten aan de groote experimenteele moeilijkheden, die men hier ontmoet. Bij gewone temperaturen voeren de atomen sterke trillingen tengevolge van hunne warmtebeweging uit, en de frequenties van deze trillingen worden op de frequenties der electronenbeweging gesuperponeerd. Daardoor ontstaat een continu verlopend absorptiespectrum met breede wazige banden, waarmede niets te beginnen valt. Bij lage temperaturen trekken zich deze breede, elkaar gedeeltelijk overdekkende banden in vele gevallen tot smalle lijnen samen, die goed meetbaar zijn, en waardoor de verschillende electronenniveaus en molecuuloscellaties bepaald kunnen worden. Het feit dat het onderzoek moet gebeuren bij de temperaturen van vloeibare lucht of nog beter vloeibaar waterstof of helium is wel een groot nadeel, maar daar staat tegenover, dat in de kristallen de moleculen niet in staat zijn te roteeren. Daardoor wordt het spectrum sterk vereenvoudigd en bruikbare resultaten kunnen ook bij ingewikkelde moleculen verkregen worden.

De frequenties der eigentrillingen van de atomen in het kristal zijn van zulk een grootte, dat de daarmee overeenkomende spectraallijnen, waarbij dus de electronenconfiguratie onveranderd blijft, in het ultrarood liggen, waar men niet meer die scheiding der lijnen en nauwkeurigheid der metingen kan bereiken, als in het zichtbaar en ultraviolet. Het minder dan een jaar geleden ontdekte Raman-effect, waardoor dit geheele ultrarode spectrum naar het zichtbare kan verplaatst worden, geeft een andere mogelijkheid, de trillingen in een kristal beter dan tot dusver te kunnen bestudeeren.

Uit het voorafgaande hebt U misschien een idee ervan kunnen krijgen, dat de spectroscopie voor de studie der atomen en moleculen onmisbaar is. Nu neemt de atoomphysica tegenwoordig een steeds belangrijker plaats onder de verschillende hoofdstukken der natuurkunde in. Immers alle fysische eigenschappen, die wij bestudeeren, moeten tot eigenschappen der atomen terug te brengen zijn, en bij alle natuurkundige verschijnselen komen atomen te pas. Zoolang men nog niet voldoende van de eigenschappen der atomen op de hoogte was, moest men zich vaak met meer of min fenomenologische theorieën tevreden stellen, voor elk gebied der physica een andere theorie. Aangezien de wereld der natuurkundige verschijnselen buitengewoon rijk is, zou men zeer veel in zijn geheugen moeten vasthouden, wil men eenigszins een overzicht houden over het geheele gebied. Er zijn duizende van verschillende stoffen, alle met verschillende eigenschappen, die de oude physicus en chemicus alle moest onthouden, en voor hun beschrijving is een groote bibliotheek nodig. Er kunnen echter slechts 92 verschillende atomen zijn. Diegene die alle eigenschappen der materie uit de eigenschappen dezer 92 atomen kan afleiden, heeft het dus veel eenvoudiger, en kan zijn kennis uit een enkel boek met 92 korte hoofdstukken halen. Nu bestaat elk atoom uit electronen en protonen. Kent men eenmaal de wetten volgens welke de atomen uit deze twee kleinste bouwstenen zijn opgebouwd, dan kan men ook dit boek weggooien en volstaan met een tabel van het periodiek systeem, en natuurlijk de kennis der wetten, die echter, daarvan is ieder physicus overtuigd, zeer eenvoudig zullen zijn.

Stel eens iemand komt op het idee dat voor een zeker doel Hafniumoxyde een geschikte stof is en hij wil nu weten, of bij 1300°

Hafniumoxyde wel als isolator kan gebruikt worden, en hoe groot bij deze temperatuur de vastheid en de soortelijke warmte is. Hij gaat dan eerst een tabel raadplegen, waarin de vastheden der stoffen opgegeven zijn, en vindt tenslotte, als hij geluk heeft, de vastheid van Hafniumoxyde. Dan kijkt hij uit naar een tabel van de specifieke weerstanden en vindt na veel zoeken tenslotte één die nieuw genoeg is, zoodat de naam Hafnium er „überhaupt” in voor komt. Maar niemand was nog voor hem op het idee gekomen Hafniumoxyde als isolator te gebruiken en hij vindt dus geen gegevens en zeker niet voor deze temperatuur. Nadat hij zich overtuigd heeft, dat ook niemand van zijn vrienden het weet, moet hij de dingen, die hij wil weten, zelf meten en na vele moeilijkheden zal hij na een jaar misschien zoo ver zijn, de data bij elkaar te hebben, als hij niet tenminste in de tusschentijd de moed heeft opgegeven en een ander beroep heeft gekozen.

Als men eenmaal zoover is, dat men de wetten van de atoombouw zal kennen, zal dezelfde man op zijn tabel kijken en zien: Zuurstof is nummer 8 en Hafnium 72. Van beide atomen kan ik alle eigenschappen berekenen en dus ook van hun verbinding. Na een paar berekeningen uitgevoerd te hebben, weet hij dan precies wat hij weten wilde.

Het is meer dan twijfelachtig of wij ooit zoover zullen komen. Maar al kan dit doel ook nooit bereikt worden, dan is de physica nu toch op weg, om deze toestand zooveel mogelijk te benaderen. Daarbij is de spectroscopie één van de voornaamste en meest onmisbare hulpmiddelen.

Ik wil niet eindigen, alvorens nog met een enkel woord de verhouding van de spectroscopie tot de astronomie aan te stippen. Van een atoom tot een ster is wel een groote sprong. Bij de studie der atomen moeten wij onze toevlucht tot de spectroscopie nemen, omdat de atomen te klein zijn. De sterren zijn te ver weg en buitendien te heet, zoodat de astrofysicus bijna zijn heele kennis van de toestand der sterren uit hun spectra moet putten. Daardoor is eigenlijk al voldoende de waarde van de spectroscopie voor de astronoom gekenmerkt. De mogelijkheid om uit de spectra iets over de sterren te weten te komen, is reeds vroeg een sterke aansporing voor het onderzoek der spectra geweest en deze wisselwerking heeft ook voor de spectroscopie zelf vele mooie vruchten

gedragen. Eerst gebruikte men de spectra in hoofdzaak slechts om uit de aanwezigheid van bepaalde lijnen het voorkomen van de verschillende elementen op de sterren te bepalen. Maar later leerde men uit het karakter der spectra conclusies te trekken aangaande de physische eigenschappen der steratmosfeer en vooral nadat de theorie van B o h r het verband gelegd had tusschen de structuur der spectra en de eigenschappen van het atoom, maakte men er groote vorderingen in. Hoe ook gedeelten van de spectroscopie die oogenschijnlijk niets met de astronomie te maken hebben kunnen leiden tot de oplossing van een probleem dat de astronomen lang had bezig gehouden toont de geschiedenis van het Nebulium. Men had in de spectra van astronomische nevels lijnen gevonden, die met de lijnen van geen enkel bekend element overeenkwamen en men dacht dus een nieuwe stof ontdekt te hebben, die men Nebulium noemde. Later kreeg men echter moeilijkheden ermee, want er bleek geen plaats voor dit element in het periodiek systeem te zijn.

B o w e n loste tenslotte ongeveer anderhalf jaar geleden de moeilijkheid op door de studie der spectra in het uiterste ultraviolet. Vroeger zou men niet ingezien hebben hoe dit gedeelte van het spectrum ooit voor de astronomie van waarde zou kunnen zijn, aangezien deze stralen door de absorptie van onze atmosfeer ons nooit kunnen bereiken. B o w e n echter bestudeerde met behulp van deze spectra de atomen van verschillende gassen en vond, dat zij toestanden hebben, zoogenaamde metastabile toestanden die de Nebuliumlijnen kunnen uitzenden als het gas slechts voldoende verdund is. Een dergelijke verdunning is in het laboratorium nooit te bereiken, vandaar dat de lijnen nooit op de aarde konden worden gevonden, maar in de astronomische nevels zijn de gassen in die mate verdund. Op deze wijze kon B o w e n aantoonen, dat het zoo mysterieuse Nebulium heelemaal niet bestaat, en dat de lijnen die men daaraan had toegeschreven in werkelijkheid afkomstig zijn van de aan iedereen bekende gassen zuurstof en stikstof.

Zoo kan men nog vele astronomische problemen noemen, die door de spectroscopie zijn opgelost, of ten minste dichter bij een oplossing zijn gebracht. Al deze questies zijn niet alleen voor den astronoom van belang of voor den daarbij betrokken spectroscopicus, maar voor ieder physicus. De sterren zijn namelijk reusachtige laboratoria, waar veelal onder condities gewerkt wordt, die op aarde ook in de verste verte niet kunnen benaderd worden. Wil men b.v.

iets over het gedrag der stoffen bij zeer hooge temperaturen weten of van uiterst ijle gassen, dan moet men zijne oogen richten tot de sterren. Maakt men daarbij gebruik van de resultaten der spectroscopie, dan valt uit wat de sterren ons vertellen, ook voor den physicus nog buitengewoon veel te leeren.

STRIKVRAGEN

Vraag XXXVIII. Op een vijver drijven vischdobbers. Golfkringen van een steenplons brengen die in op en neer gaande trilling. Zullen zij, op de manier van dispersie-elektronen in een lichtgolving, secundaire golfjes uitzenden, die de primaire kunnen beïnvloeden?

Antwoorden en nieuwe vragen in te zenden bij de Redactie.

WEDERKEERIGHEID IN DE WERKING VAN GELADEN DEELTJES ¹⁾

door A. D. FOKKER

Summary.

It is shown that a certain reciprocity in the *mutual interaction of two charged particles* can be obtained by assuming that the motion of particle 1 is guided by *retarded* potentials from particle 2, the motion of 2 being guided by *advanced* potentials from 1. Indeed, if in the integrals of the *variation principle*

$$0 = \delta \left[\int -m_1 c ds_1 + \int -m_2 c ds_2 + \int -\frac{e_1 e_2}{4\pi c} \frac{(dx \cdot dy)}{(R \cdot dx)} \right],$$

the elements dx^i and dy^i ($i = 0, 1, 2, 3$) of the first, resp. second particle's track are connected by $(1+3)$ -dimensional radii R , of magnitude $R^2 = 0$, so that $(R \cdot dx) = (R \cdot dy)$, then the interaction part in this principle does not change by interchanging dx^i and dy^i .

From this variation principle it follows that the system has the *energy and momentum integrals* ($i = 0, 1, 2, 3$):

$$m_1 c \frac{dx_i}{ds_1} + \frac{e_1 e_2}{4\pi c} \frac{dy_i}{(R \cdot dy)} + m_2 c \frac{dy_i}{ds_2} + \frac{e_1 e_2}{4\pi c} \frac{dx_i}{(R \cdot dx)} - \frac{e_1 e_2}{4\pi c} R_i \frac{(dx \cdot dy)}{(R \cdot dx)(R \cdot dy)},$$

the last term not being attributable to either particle in particular. These equations are in no way connected with any consideration of a field.

In de klassieke mechanica vat men de bewegingsvergelijkingen samen in een variatiestelling. Om de beweging van een deeltje in een krachtveld te beschrijven, vormt men uit de kinetische energie T en uit de potentieele energie U de zoogenaamde functie van Lagrange,

$$L = T - U,$$

en neemt vervolgens, langs een door het deeltje uitgevoerde beweging, tusschen twee bepaalde punttijdstippen, den integraal

$$\int_1^2 L dt,$$

de „principal function” van Hamilton.

1) Gedeeltelijk voorgedragen in de Nederl. Natuurk. Vereeniging, 24 November 1928.
Physica IX.

De beweging wordt gevarieerd, doordat wij elk punttjdstip, t, x, y, z over een klein tijdsverloop δt uitstellen naar een over $\delta x, \delta y, \delta z$ verschoven punt. De variaties $\delta t, \delta x, \delta y, \delta z$ zullen willekeurige functies zijn van een parameter, die de plaats in de beweging aanduidt, bijv. van den tijd. Indien deze variaties aan begin en einde der beweging nul worden, dan zal, indien die beweging een natuurlijke geweest is, de principale functie door de variatie niet veranderd zijn. De uitwerking der variatie, waarbij een partieele integratie te pas komt, levert

$$\delta \int L dt = \int dt \left\{ \frac{\partial L}{\partial t} - \frac{d}{dt} \left(L - \sum_{cycl.} \dot{x} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) \right\} \delta t + \sum_{cycl.} \int dt \left\{ \frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right\} \delta x.$$

De punten beteekenen een afgeleide naar den tijd.

De eisch dat dit nul zal zijn, welke variaties men ook kiezen moge, leidt tot de vergelijkingen van *L a g r a n g e*:

$$\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = 0, \text{ cycl.},$$

en tot een vergelijking, die ook reeds als gevolg in de vorige besloten is:

$$\frac{\partial L}{\partial t} - \frac{d}{dt} \left(L - \sum_{cycl.} \dot{x} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = 0,$$

en die de verandering der energie $(-L + \sum \dot{x} \partial L / \partial \dot{x})$ bepaalt bij een veranderlijk krachtenveld.

De principale functie van *H a m i l t o n* is gedefinieerd voor onverschillig welke coördinaten men gebruiken wil om de beweging te beschrijven. Heeft men meer dan één deeltje, dan kunnen als coördinaten, inplaats van de cartesische, ook genomen worden de onderlinge afstanden en de richtingshoeken der verbindingslijnen.

De coördinaten zullen vanzelf voorkomen in de potentieele energie U , die bij definitie ondersteld wordt niet van de snelheden af te hangen. Echter kan ook in de kinetische energie T de functie van *L a g r a n g e* afhangen van de coördinaten.

Indien er verscheidene deeltjes zijn die op elkander inwerken, dan voegt de klassieke theorie hun aller kinetische energieën samen, en er is een gemeenschappelijke potentieele energie waarin zij alle deelen. Reciprociteit, wederkeerigheid in de wisselwerking tusschen

twee deeltjes is er, wanneer de potentieele energie op volkomen dezelfde manier afhangt van hun coördinaten.

Bij de wederzijdsche gravitatie is de potentieele energie van twee deeltjes $\alpha m_1 m_2 / r$, als r hun afstand is. Inderdaad is r een volkomen symmetrische functie van x_1, y_1, z_1 en x_2, y_2, z_2 , zoodat $\partial L / \partial x_1 = -\partial L / \partial x_2$. Indien men zich echter moest voorstellen dat inplaats van r stond een andere functie ϱ , bijv.:

$$\varrho^2 = (\beta x_1 - \gamma x_2)^2 + (\beta y_1 - \gamma y_2)^2 + (\beta z_1 - \gamma z_2)^2,$$

dan zou de reciprociteit gestoord zijn.

In de relativiteitstheorie kan men in de plaats van het kinetische stuk, Tdt , van den integrand der principale functie schrijven

$$-mc^2 \sqrt{1 - v^2/c^2} dt = -mc \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2},$$

hetgeen bij kleine waarden der snelheid overgaat in hetgeen de klassieke theorie stelt, op een additieve constante na in den factor waarmede dt vermenigvuldigd staat.

In de plaats van het potentieele stuk, $-Udt$, moet men in den integrand een differentiaal schrijven, die scalair is, en men kan dit doen door te schrijven

$$-Udt + A_x dx + A_y dy + A_z dz.$$

Dit beteekent de invoering van een *potentieele hoeveelheid van beweging* naast de potentieele energie. Immers, schrijft men de aldus gecorrigeerde principale functie:

$$\int \left\{ -mc \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} - Udt + \sum_{cycl.} A_x dx \right\},$$

weer in den vorm $\int Ldt$, dan vindt men voor de hoeveelheid van beweging in de X-richting

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \frac{mv_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + A_x, \text{ enz.}$$

Wij willen hier aanstonds opmerken, dat het niet in den geest der theorie meer is, om voor den parameter, die den loop der beweging aangeeft, de tijdvariabele te nemen. Laat deze parameter u heeten, en schrijf

$$\frac{dt}{du} = t', \quad \frac{dx}{du} = x', \quad \frac{dy}{du} = y', \quad \frac{dz}{du} = z',$$

dan vinden wij in volkomen (1+3)-tallige harmonie, indien wij schrijven

$$Ldt = Mdu,$$

voor de energie:

$$\frac{\partial M}{\partial t'} = \frac{mc^3 dt}{(c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2)^{\frac{1}{2}}} + U,$$

voor de hoeveelheid van beweging:

$$\frac{\partial M}{\partial x'} = \frac{mcdx}{(c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2)^{\frac{1}{2}}} + A_x,$$

met U en A_x als potentieele energie resp. potentieele hoeveelheid van beweging.

Indien het de beweging geldt van een electrisch deeltje, met een lading e , en indien de scalaire potentiaal in het veld waarin het zich beweegt is φ , en de vectorpotentiaal is $\mathbf{a}_x, \mathbf{a}_y, \mathbf{a}_z$, dan weten wij dat voor de potentieele energie genomen moet worden

$$U = e\varphi,$$

en voor de potentieele hoeveelheid van beweging

$$A_x = \frac{e}{c} \mathbf{a}_x, \quad A_y = \frac{e}{c} \mathbf{a}_y, \quad A_z = \frac{e}{c} \mathbf{a}_z.$$

De potentialen φ en $\mathbf{a}$ in de omgeving van een geladen deeltje vinden wij volgens de formules van Liénard en Wiechert.

Indien de loop van zoo'n deeltje gegeven is langs l , en wij wenschen de potentialen in P (zie fig. 1), dan moeten wij eerst het voor P z.g. effectieve punttijdstip Q' opzoeken, zoodanig, dat een licht-sigitaal Q' en P kan verbinden. Q' en P zijn dan verbonden door een interval nul. Wij zullen zeggen dat er seincontact tusschen beide is. Het tijdsverschil τ , en de coördinatenverschillen ξ, η, ζ tusschen P en Q' ,

$$t_P - t_{Q'} = \tau, \quad x_P - x_{Q'} = \xi, \text{ enz.},$$

moeten daartoe aan de betrekking voldoen

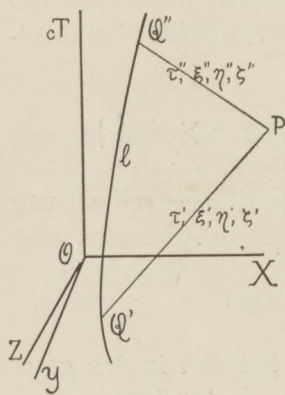


Fig. 1.

$$c^2\tau^2 - \xi^2 - \eta^2 - \zeta^2 = 0.$$

Heeft men dit voor P effectieve punttijdstip Q' gevonden, dan zijn, bij een snelheid $\mathbf{v}$ der lading e , de potentialen

$$\varphi = \frac{1}{4\pi r} \frac{e}{(1 - v_r/c)_q}, \quad a_x = \frac{1}{4\pi c r} \frac{e v_{xq}}{(1 - v_r/c)_q}, \text{ enz.}$$

Bedenkende dat $r = c\tau$, en $rv_r = (\xi dx + \eta dy + \zeta dz)/dt$, krijgen wij daaruit

$$\varphi = \frac{ec}{4\pi c^2\tau dt - \xi dx - \eta dy - \zeta dz},$$

$$a_x = \frac{e}{4\pi c^2\tau dt - \xi dx - \eta dy - \zeta dz}, \text{ enz.}$$

In de noemers staat wat men het scalaire product noemt van de (1+3)-tallige vectoren ds , het bewegingselement van 's deeltjes loop, en R , den contactstraal van Q naar P .

Hierboven staan de vertraagde potentialen. Even goed kan men nemen de vervroegde potentialen. Daartoe moet men een punttijdstip Q'' opzoeken van het deeltje, waarmee P seincontact heeft maar dat na P komt. Duiden wij alle overeenkomstige grootheden met accenten aan, dan krijgen wij (met $\tau'' = -r''/c$)

$$\varphi'' = -\frac{ec}{4\pi c^2\tau'' dt'' - \xi'' dx'' - \eta'' dy'' - \zeta'' dz''},$$

$$a''_x = -\frac{e}{4\pi c^2\tau'' dt'' - \xi'' dx'' - \eta'' dy'' - \zeta'' dz''}.$$

Wij willen die potentialen gebruiken om de principale functie op te stellen voor de beweging van een geladen deeltje m_1, e_1 , in het veld dat door een voorgeschreven beweging van een tweede deeltje m_2, e_2 wordt teweeg gebracht.

Wij willen daarbij denken aan de vertraagde potentialen.

Indien wij de beweging van het eerste deeltje in elementen verdeelen

$$dt_1, dx_1, dy_1, dz_1,$$

dan moeten wij voor de uiteinden dier elementen opzoeken de seincontacten met

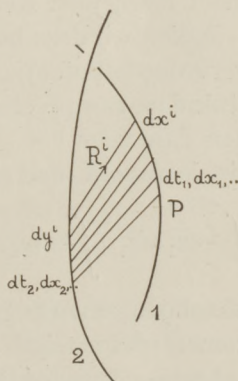


Fig. 2.

den loop van het tweede deeltje. De elementen waarin daardoor deze loop verdeeld wordt (zie fig. 2), noemen wij

$$dt_2, dx_2, dy_2, dz_2.$$

De contactstraal hebbe componenten τ, ξ, η, ζ .

Welnu, de zoo juist gevonden potentialen substitueerende in de voor de principale functie gegeven formuleering, vinden wij

$$\begin{aligned} & \int \left\{ -mc ds_1 - e_1 \varphi dt_1 + \frac{e_1}{c} (a_x dx_1 + a_y dy_1 + a_z dz_1) \right\} = \\ & = \int \left\{ -mc ds_1 - \frac{e_1 e_2}{4\pi c} \frac{c^2 dt_2 dt_1 - dx_2 dx_1 - dy_2 dy_1 - dz_2 dz_1}{c^2 \tau dt_2 - \xi dx_2 - \eta dy_2 - \zeta dz_2} \right\}. \end{aligned}$$

In deze integraal staan louter elementen die invariant zijn bij willekeurige bewegingstransformaties. Hier is ds_1 geschreven voor den vroegeren wortelvorm. De noemer kan ook anders geschreven worden. Immers, daar alle bijeenhoorende elementen in sein-contact staan ($R = 0$), is

$$0 = dR^2 = c^2 \tau (dt_1 - dt_2) - \xi (dx_1 - dx_2) - \eta (dy_1 - dy_2) - \zeta (dz_1 - dz_2),$$

zoodat die noemer is

$$c^2 \tau dt_2 - \xi dx_2 - \eta dy_2 - \zeta dz_2 = c^2 \tau dt_1 - \xi dx_1 - \eta dy_1 - \zeta dz_1.$$

Het maakt dus in het tweede stuk van den integraal geen verschil of wij de indices 1 en 2 met elkander verwisselen.

Teneinde, bij een voorgeschreven beweging van de lading 1, omgekeerd de bewegingsvergelijking te vinden van het tweede deeltje, moeten wij juist zoo'n principale functie opstellen.

Indien wij deze beweging laten geschieden onder de werking der vervroegde potentialen van de lading 1, wordt het niet-kinetische stuk daarvan precies gelijk aan het zooeven besprokene. Wij kunnen dan voor het stelsel der twee gezamenlijke deeltjes de principale functie neerschrijven

$$\int -m_1 c ds_1 + \int -m_2 c ds_2 - \int \frac{e_1 e_2}{4\pi c} \frac{c^2 dt_1 dt_2 - dx_1 dx_2 - dy_1 dy_2 - dz_1 dz_2}{c^2 \tau dt_2 - \xi dx_2 - \eta dy_2 - \zeta dz_2},$$

waarbij opgemerkt verdient te worden, dat de laatste integraal volkomen symmetrisch is in de bewegingselementen der beide deeltjes, aangezien verwisseling van 1 en 2 dien integraal niet verandert. De contactstraal τ, ξ, η, ζ is hier genomen van 2 naar 1.

Op deze manier handelende, vinden wij een zekere wederkeerigheid in de bewegingsvergelijkingen terug. Die wederkeerigheid eischt dat wij bij de wisselwerking aan elken vertraagden potentiaal die, van lading 2 afkomstig, de beweging van lading 1 bestuurt, laten beantwoorden een vervroegden potentiaal, van lading 1 afkomstig, die de beweging van lading 2 bestuurt.

Wij hebben daarbij aan elkander toe te voegen wederzijdsche bewegingselementen die in seincontact staan. Dit is ook een invariante coördinatie van de twee bewegingen, die een oplossing geeft aan een vraag waarvoor men door de relativiteitstheorie gesteld wordt bij de behandeling van een stelsel van meer dan één deeltje.

Men zou nu nog bezwaar kunnen maken tegen de asymmetrie in de besturing van het eene deeltje door vertraagde, en van het andere deeltje door vervroegde potentialen. Dit kan verholpen worden, door in de principale functie de halve som te nemen van de bijdragen der vervroegde en vertraagde potentialen, dus

$$\int -m_1 c ds_1 + \int -m_2 c ds_2 - \int \frac{e_1 e_2}{8\pi c} \frac{c^2 dt_1 dt_2' - dx_1 dx_2' - dy_1 dy_2' - dz_1 dz_2'}{c^2 \tau' dt_2' - \xi' dx_2' - \eta' dy_2' - \zeta' dz_2'} - \\ - \int \frac{e_1 e_2}{8\pi c} \frac{c^2 dt_1 dt_2'' - dx_1 dx_2'' - dy_1 dy_2'' - dz_1 dz_2''}{c^2 \tau'' dt_2'' - \xi'' dx_2'' - \eta'' dy_2'' - \zeta'' dz_2''}.$$

Een blik op de figuur 3 zal de beteekenis der teekens verduidelijken. De kentallen τ'' , ξ'' , η'' , ζ'' vormen den contactstraal R'' , die van ds_1 naar ds_2'' loopt. Dit in tegenstelling tot hun beteekenis in een vorige formule.

Het zal duidelijk zijn dat de som der integralen er niet van afhangt, of men als integratieparameter het interval langs den loop van het eene of van het andere deeltje neemt.

In het volgende willen wij echter een stelling over het behoud van energie en hoeveelheid van beweging afleiden voor het eenvoudige geval van één enkelen term in de principale functie voor de wisselwerking.

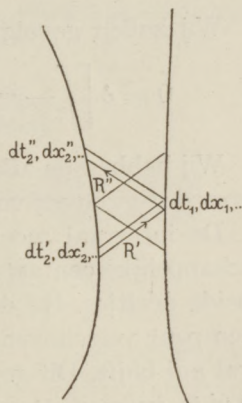


Fig. 3.

Wij vatten als één stelsel samen het deeltje 1 in het punttijdstip $t, x, y, z (=) x^0, x^1, x^2, x^3$, het andere deeltje 2 in het punttijdstip $t, x, y, z (=) y^0, y^1, y^2, y^3$, verbonden door den contactstraal

$$R^i = x^i - y^i,$$

met $R^2 = 0$.

Wij zullen gevolgtrekkingen maken uit de variatiestelling

$$0 = \delta \left[\int -m_1 c ds_1 + \int -m_2 c ds_2 + \int -\frac{e_1 e_2 (dx \cdot dy)}{4\pi c (R \cdot dy)} \right].$$

Wij hebben de afkortende notaties $(dx \cdot dy)$ en $(R \cdot dy)$ gebruikt voor de hierboven voluitgeschreven vormen der scalaire producten.

De integraal moet genomen worden over twee door gemeenschappelijke contactstralen begrensde stukken der bewegingen van beide deeltjes. Bij de variatie moet gezorgd worden dat tusschen een paar verschoven bij elkander behoorende elementen het interval nul blijft. Dit geschiedt door, uit willekeurige variaties $\delta_1 x^i$ en $\delta_2 y^i$ te vormen de variatie

$$\delta x^i = \delta_1 x^i + \frac{dx^i}{(R \cdot dx)} (R \cdot \delta_2 y),$$

$$\delta y^i = \frac{dy^i}{(R \cdot dy)} (R \cdot \delta_1 x) + \delta_2 y^i.$$

Men overtuigt zich gemakkelijk dat hiermede

$$\delta R^2 = (R \cdot \delta x) - (R \cdot \delta y) = 0.$$

Steeds is, en bij de variatie blijft $(R \cdot dy) = (R \cdot dx)$, en wij zullen daarvan gebruik maken om, voor zoover wij de van $\delta_1 x^i$ afhangelijke variatie uitvoeren, in den noemer te varieeren $(R \cdot dx)$, en voor zoover het $\delta_2 y^i$ betreft te rekenen met $\delta (R \cdot dy)$.

De kinetische stukken van de integraal leveren, na een partieele integratie:

$$\begin{aligned} \delta \int (-m_1 c ds_1 - m_2 c ds_2) = & \int \sum (i) \delta_1 x^i \frac{d}{ds_1} \left(m_1 c \frac{dx_i}{ds_1} \right) + \\ & + \int \sum \delta_2 y^i \frac{d}{ds_2} \left(m_2 c \frac{dy_i}{ds_2} \right). \end{aligned}$$

Het wisselwerkingsstuk levert

$$\delta \int -\frac{e_1 e_2}{4\pi c} \frac{(dx \cdot dy)}{(R \cdot dy)} = -\frac{e_1 e_2}{4\pi} \int \left[\frac{(dy \cdot d\delta x) + (dx \cdot d\delta y)}{(R \cdot dx)} - \frac{(dx \cdot dy)}{(R \cdot dx)(R \cdot dy)} \{ \delta_1 (R \cdot dx) + \delta_2 (R \cdot dy) \} \right].$$

Bij de uitwerking moeten er enkele partieele integraties worden uitgevoerd, en men vindt tenslotte.

$$\begin{aligned} &= \frac{e_1 e_2}{4\pi c} \int \sum_{(i,j)} \delta_1 x^i \left\{ d \frac{dy^i}{(R \cdot dy)} + R_i \frac{dy^i}{(R \cdot dy)} d \frac{dx_j}{(R \cdot dx)} + \right. \\ &+ dx_i \frac{(dx \cdot dy)}{(R \cdot dx)(R \cdot dy)} - \frac{R_i}{(R \cdot dx)} \frac{(dx \cdot dy)}{(R \cdot dx)(R \cdot dy)} - d \frac{R_i (dx \cdot dy)}{(R \cdot dx)(R \cdot dy)} \left. \right\} + \\ &+ \sum_{(i,j)} \delta_2 y^i \left\{ d \frac{dx_i}{(R \cdot dx)} + R_i \frac{dx^i}{(R \cdot dx)} d \frac{dy_j}{(R \cdot dy)} - \right. \\ &- dy_i \frac{(dx \cdot dy)}{(R \cdot dx)(R \cdot dy)} + \frac{R_i}{(R \cdot dy)} \frac{(dx \cdot dy)}{(R \cdot dx)(R \cdot dy)} - d \frac{R_i (dx \cdot dy)}{(R \cdot dx)(R \cdot dy)} \left. \right\}. \end{aligned}$$

Deze variatie heeft men te voegen bij de variatie der kinetische stukken. Teneinde vervolgens de volledige variatie te doen verdwijnen moeten de acht veeltermen waarmede de $\delta_1 x^i$ en de $\delta_2 y^i$ vermenigvuldigd staan, alle nul worden.

Deelt men die vervolgens door de elementen ds_1 , resp. ds_2 , dan heeft men de bewegingsvergelijkingen voor de beide deeltjes.

De door d aangegeven aangroeiingen hebben, voor de beide deeltjes, *niet* betrekking op gelijke tijdselementen, maar op twee elementen met door contactstralen verbonden einden.

Wij kunnen de veeltermen, die met $\delta_1 x^i$, resp. met $\delta_2 y^i$ vermenigvuldigd staan, en elk op zichzelf nul zijn, bij elkander optellen. Daarbij laten zich vier termen tot een volledige differentiaal samenvoegen, en men krijgt

$$0 = d \left\{ m_1 c \frac{dx_i}{ds_1} + \frac{e_1 e_2}{4\pi c} \frac{dy_i}{(R \cdot dy)} + m_2 c \frac{dy_i}{ds_2} + \frac{e_1 e_2}{4\pi c} \frac{dx_i}{(R \cdot dy)} - \frac{e_1 e_2}{4\pi c} R_i \frac{(dx \cdot dy)}{(R \cdot dx)(R \cdot dy)} \right\}.$$

Dit beteekent het bestaan van vier bewegingsintegralen ($i = 0, 1, 2, 3$) voor ons systeem. Er is een *behoud van energie*

en van *hoeveelheid van beweging*. Merkwaardig is het optreden van den laatsten term. Terwijl men geneigd zou zijn, het eerste resp. tweede paar termen te interpreteren als kinetische en potentieele energie (of impuls) van het eerste, resp. tweede deeltje, zien wij in den laatsten term, dat er nog een energie (en impuls) van het stelsel als geheel is, die niet zonder meer in het eerste noch in het tweede deeltje gelocaliseerd kan worden.

Blijkens het voorgaande is het mogelijk tot een puntdynamica te komen van discrete deeltjes, die in overeenstemming is met de eischen der relativiteitstheorie en die zich niet bedient van beschouwingen aangaande een veld. In zulk een puntdynamica wordt geen energie of hoeveelheid van beweging uitgestraald of ontleend aan een veld. De twee deeltjes zijn daarbij de eenige deelnemers in het spel der wisselwerkingen.

Wij hebben reeds opgemerkt, dat om volledige symmetrie te krijgen, wij de helft zouden moeten nemen van de hierboven gegeven uitdrukkingen met betrekking op den contactstraal R' van 2 naar 1 (zie fig. 3) en nog eens de helft met den contactstraal R'' van 1 naar 2. Kiest men den parameter langs ds_1 , dan komt men ertoe, de in fig. 3 met dubbele lijnen aangegeven combinatie op de genoemde manier te behandelen en als „het systeem” op te vatten. Kiest men den parameter langs de beweging van het andere deeltje, dan neemt men als „systeem” de in fig. 3 met enkele lijnen geteekende combinatie. Voor beide gevallen kan men een energie- en impuls integraal opschrijven, al is die niet in de twee gevallen dezelfde.

TEYLERS STICHTING,
Haarlem, Dec. 1928.

ENKELE METINGEN OVER HET BARKHAUSEN-EFFECT

door G. J. SIZOO

§ 1. De discontinuïteiten, welke bij de magnetisatie van ijzer en andere magnetische materialen optreden, zijn o.a. onderzocht door Barkhausen¹⁾, vander Pol²⁾, Gerlach en Lertes³⁾, Weiss en Ribaud⁴⁾, Zschiesche⁵⁾, Williams⁶⁾ en Tyndall⁷⁾.

Barkhausen en vander Pol beschouwen het effect als een gevolg van de plotselinge her-orientatie („omklappen”) van grotere groepen of ketens van elementairmagneetjes. Gerlach, Lertes en Zschiesche meenen, dat het effect samenhangt met de mechanische spanningen welke tengevolge der magnetostrictie-verschijnselen bij het magnetiseeren op kunnen treden. Deze opvatting vindt echter in de proeven der andere genoemde onderzoekers⁸⁾ weinig of geen steun.

Tusschen de verschillende auteurs bestaat overeenstemming wat betreft de bewering, dat het B.E. het sterkst wordt waargenomen op de steile gedeelten der hysteresekrommen. Een nadere bepaling wordt echter door geen van hen gegeven. In het bijzonder ontbreekt nog het antwoord op de interessante vraag of ook op de maagdelijke kromme het B.E. aanwezig is. Men zou zich zeer goed kunnen denken, dat dit niet het geval is, maar dat het verband, dat de groepen van elementairmagneetjes tot een magnetische eenheid maakt, pas gevormd wordt door de orientatie, die door de magnetisatie wordt teweeggebracht. Blijkt deze onder-

1) H. Barkhausen, Phys. ZS. 20, 401, 1919.

2) B. v. d. Pol, Verslagen Kon. Acad. 29, 341, 1920; 29, 750, 1920.

3) W. Gerlach en P. Lertes, ZS. f. Phys. 4, 383, 1921.

4) P. Weiss en G. Ribaud, Journ. d. Phys. et le Rad. (6), 3, 74, 1922.

5) K. Zschiesche, ZS. f. Phys. 11, 201, 1922.

6) S. R. Williams, Phys. Rev., (2), 22, 526, 1923.

7) P. T. Tyndall, Phys. Rev., (2), 24, 439, 1924.

Zie noot 7, en ook Tyndall en Kellog, Phys. Rev., (2) 30,, 354, 1927.

stelling onjuist te zijn, dan wil dit zeggen dat ook bij volledig ontmagnetiseerd materiaal reeds groepen van elementair magneetjes aanwezig zijn, welke een zoodanigen magnetischen samenhang hebben, dat ze allen gelijktijdig zich zullen oriënteeren volgens het magnetische veld en daardoor aanleiding geven tot een plotselinge verandering in de inductie ¹⁾.

Men kan zich voorts afvragen of deze verbanden van elementairmagneetjes gevormd worden door de kristallieten waaruit het materiaal is opgebouwd. Is dit het geval, dan zal het aantal en de grootte der discontinuïteiten welke op een gedeelte der hysteresekromme worden waargenomen direct moeten samenhangen met het aantal en de grootte der kristallen waaruit het materiaal bestaat. Door Van der Pol werd deze overeenstemming wat grootte-orde betreft in één geval nagegaan en bevestigd gevonden. Daar echter slechts materiaal van één kristalgrootte werd onderzocht, bewijst dit den samenhang nog geenszins. Inderdaad werd ze door Tyndall bij een stuk silicium-ijzer met groote kristallen niet bevestigd gevonden.

In verband met bovengenoemde kwesties werden eenige proeven gedaan, waarvan de resultaten hier worden medegedeeld.

§ 2. Om na te gaan op welke deelen van de hysteresefiguur het B. E. al of niet aanwezig is, werd de volgende proef ingericht:

Een draad van electrolytisch ijzer (lang 20 cm., diameter 1 mm.; gedurende ± 5 uur in vacuum gegloeid op een temperatuur van 900° C.) werd geplaatst in een 40 cm lange magnetiseeringsklos. Om deze klos liggen 3 wikkelingen, n.l. één van 8 lagen (W_1) en twee van één laag (W_2 en W_3). De magnetische velden welke veroorzaakt worden door een stroom van 1 ampère door de drie wikkelingen zijn door ijking bepaald en bedroegen resp. 93.7, 11.5, en 11.5 gauss. De homogeniteit over een afstand van 10 cm aan weerskanten van het midden der klos werd gecontroleerd en bleek voldoende. De stroom door W_1 diende als magnetiseeringsstroom en leverde het hoofdveld. De stroom door W_2 leverde het additieve veld, waardoor het hoofdveld met een zeker bedrag kon worden vermeerderd of verminderd. Daar deze verandering volkomen continu moest kunnen geschieden, werd voor dezen stroom gebruikt de anodestroom van drie

1) Voor deze laatste opvatting pleit ook het feit, door Van der Pol reeds gevonden (Kon. Acad. 29, 344, 1920), dat een versch uitgegloeide ijzerdraad bij heen en weer buigen het karakteristieke geruis van het B. E. vertoont.

parallel geschakelde trioden met indirecte verhitting van de kathode. (Philips *F* 215). Bij inschakeling van den gloeistroom dezer trioden (de drie gloeidraden staan in serie) neemt de anodestroom van nul af langzaam en zeer continu toe. De snelheid kon men binnen tamelijk ruime grenzen regelen door middel van den weerstand in den gloeistroomketen. De anodestroom bedroeg maximaal ongeveer 25 mA, zoodat het additieve veld ongeveer 0.29 gauss bedroeg. Bij inschakelen duurde het ongeveer 30 sec. eer de maximale waarde van den stroom bereikt werd, bij uitschakelen daalde de stroom in ongeveer 10 seconden tot nul. Door de wikkeling W_3 werd een afzonderlijke stroom gestuurd, die de horizontale componenten van het aardveld in de richting van de klos nauwkeurig compenseerde. Om deze compensatie te kunnen verkrijgen, werd W_1 verbonden met een ballistische galvanometer. De klos werd nu snel 180° gedraaid om een verticale as door het midden van de klos. De uitslag van den galvanometer is een maat voor het aardveld in de richting van de klos. De stroom door W_3 wordt nu zoo groot gekozen, dat bij commuteeren precies dezelfde uitslag in den galvanometer verkregen wordt als zooeven bij omdraaien van de klos.

Om den ijzerdraad wordt een secundair klosje geschoven, dat 12000 windingen bevat. De uiteinden hiervan worden verbonden met tralie en gloeidraad van de eerste lamp van een weerstands-4-lamps-versterker. De anodestroom van de laatste lamp hiervan wordt door een luidspreker gezonden.

De gang van de proef is nu als volgt:

De draad wordt eerst volledig ontmagnetiseerd. Dit gebeurt met het ontmagnetiseeringsapparaat volgens Gumlich en Rogowski¹⁾. Nu wordt I_2 (stroom door W_2) ingeschakeld, zoodat het veld langzaam van nul tot 0,29 gauss toeneemt. Aanvankelijk werd daarbij *geen* B. E. gehoord. Pas toen de stroom een waarde van ± 21 mA. bereikt had, dus het veld 0,25 gauss bedroeg, trad plotseling duidelijk het B. E. op. Dit kon willekeurig vaak worden herhaald. Bij uitschakelen van den stroom trad eveneens *geen* B. E. op. Hieruit volgt dus dat voor het ommagnetiseeren van een cohaerente-groep van elementairmagneetjes een zekere minimale veldsterkte vereischt is, die in het geval van zuiver ijzer circa 0,24 gauss bedraagt.

Nu werd de stroom door W_1 (I_1) ingeschakeld, zoodat deze een

1) W. Gumlich en W. Rogowski, Ann. d. Physik 34, 235, 1911.

veld van ± 0.3 gauss teweegbracht. Bij inschakelen van I_2 zoodanig, dat het totale veld van $\pm 0,3$ tot $0,6$ gauss toenam werd het B. E. duidelijk waargenomen. Dit werd herhaald voor grotere waarden I_1 , zoodat op de geheele maagdelijke kromme en daarna ook op de beide takken van de hysteresefiguur kon worden nagegaan waar het B. E. al of niet aanwezig was. Hierbij werd steeds aan het additieve veld een zoodanige richting gegeven, dat het op de neergaande tak een vermindering, op de opgaande tak een vermeerdering van de inductie tengevolge had. Het resultaat van deze meting wordt weergegeven in fig. 1,

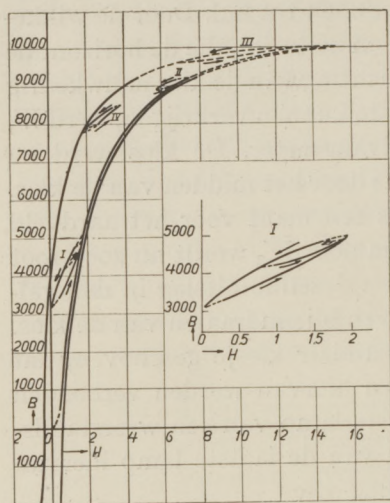


Fig. 1.

— B. E. aanwezig.
 B. E. afwezig.

waar de stippellijnen de gedeelten der hysteresefiguur weergeven, waar geen B. E. de getrokken lijnen die waar wel B. E. aanwezig is. Om deze kromme te kunnen teekenen was het noodig de hysteresefiguur te bepalen. Dit geschiedde volgens de gewone ballistische „stap voor stap” methode, waarbij om den draad een nauwsluitend spoeltje van 300 windingen geschoven was. Men leest uit de figuur ¹⁾ af:

a) op de maagdelijke kromme is alleen Barkhausen-effect aanwezig van $B = 200$ tot $B = 9200$;

b) op de twee hysteresetakken is alleen Barkhausen-effect aanwezig tusschen $B = + 9200$ en $B = - 9200$.

Nadat dit was vastgesteld werd de draad weergeheel ontmagnetiseerd. Nu werd een tweede proef gedaan op de volgende wijze. Nadat met behulp van I_1 een bepaald punt van de hysteresefiguur was bereikt, werd I_2 ingeschakeld echter juist in tegenover gestelde richting als bij de eerste proef, zoodat dus op de maagdelijke kromme en op de opgaande tak de inductie afnam, en op de neergaande tak de inductie toenam door het additieve veld. Daarna

1) In de figuur zijn de waarden der inducties afgezet tegen de waarden der uitwendige veldsterkten. De ontmagnetiserende factor bedraagt voor den draad 0.00140 . De ware veldsterkten volgen dus uit de uitwendige volgens de betrekking $Hw = Hu - 0.00140 \frac{B}{4\pi}$.

werd dan I_2 weer uitgeschakeld. Zooals bekend is, doorloopt men daarbij in het B.—H.-diagram een klein lusje, dat wanneer het voldoende klein is, als een recht lijntje mag beschouwd worden. De grootte van het additieve veld bedroeg hierbij steeds 0,20 gauss. In geen enkel geval, dus op geen enkel punt van de hysteresefiguur en noch bij in- noch bij uitschakelen werd bij deze proef B. E. waargenomen. Deze proef werd opnieuw herhaald, nu echter met grooter amplitude van het additieve veld (tot ± 1 gauss). Nu trad wel B. E. op, wanneer slechts het additieve veld groot genoeg was. De waarde waarbij het B. E. optrad varieerde tusschen 0,25 tot 0,30 gauss. Alleen in het bovenste gedeelte van de hysteresefiguur (boven $B = 9200$ gauss) werd in het geheel geen B. E. waargenomen.

Ook bij deze proef komt dus de minimale waarde voor de veldsterkte te voorschijn, die noodzakelijk is om een groep van elementairmagneetjes gezamenlijk te doen „omklappen”.

Men zou misschien geneigd zijn uit deze proef de conclusie te trekken, dat alle inductieveranderingen, die beantwoorden aan een veld, dat deze minimale waarde niet overschrijdt, en die dus zonder B. E. plaats hebben, als *reversiebel* moeten worden beschouwd ¹⁾, en dat ook omgekeerd uit de afwezigheid van het B. E. tot de reversibiliteit van het proces besloten zou mogen worden. Dit is echter niet het geval. Met den ballistischen galvanometer kon worden aangetoond, dat in al de onderzochte gevallen de inductieverandering niet meer reversiebel was, maar tot hysteresis aanleiding gaf, dat wil dus zeggen, dat de bovengenoemde „lusjes” reeds een meetbare breedte hadden. Het duidelijkst blijkt dit bij het begin der maagdelijke kromme. Beneden 0,24 gauss werd in het geheel geen B. E. waargenomen. Toch is er geen sprake van, dat men hier nog in het reversiebele gebied zou zijn. Dit blijkt zoowel uit het feit dat de B. H. kromme duidelijk van de lineariteit afwijkt, als uit de waargenomen hysteresis (zie fig. 2). In fig 1 zijn vier der gemeten lussen in de hysteresefiguur ingetekend. Eén daarvan is in den inzet op grooter schaal overgetekend. In de gestippelde gedeelten was het B. E. weer niet, in de volgetrokken daarentegen wel aanwezig.

1) Nadat dit artikel reeds persklaar gemaakt was, verscheen een mededeeling van J. Pfaffenberger. Ann. d. Phys. 87, 737, 1928, over een nauwkeurig quantitatief onderzoek van het B. E. In deze verhandeling wordt op pag. 753 de bovengenoemde onderstelling implicite uitgesproken.

Uit al deze metingen blijkt dus, dat de afwezigheid van het Barkhausen-effect geen bewijs kan zijn voor de reversibiliteit van de inductieverandering. Verder kan

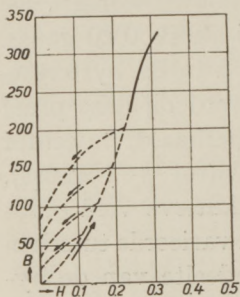


Fig. 2.

— B. E. aanwezig.

- - - B. E. afwezig.

uit deze proeven worden besloten, dat het B. E. geen gevolg kan zijn van de magnetostrictieve spanningen. De magnetostrictie is n.l. bij de kleine veldsterkten waarbij bovenstaande proef is uitgevoerd uiterst gering en begint pas merkbare waarde te krijgen in het gebied, waar reeds geen B. E. meer aanwezig is ¹⁾. Let men er op dat reeds bij 0,3 gauss het geruisch van het B. E. op ongeveer normale sterkte wordt gehoord, dan is het wel duidelijk dat de magnetostrictie hier

geen rol kan spelen.

§ 3. Om het verband tusschen kristalgrootte en Barkhausen-effect na te gaan maakten wij gebruik van twee electrolytisch-ijzer staven, lang 20 cm., dik 1 mm. Deze waren beide gerekristalliseerd volgens de bekende mechanisch-thermische methode, waarbij de draad eerst wordt gegloeid, daarna aan een deformatie wordt onderworpen en vervolgens opnieuw gegloeid. Beide draden, die resp. 3 en 20% gerekt waren, hadden de twee gloeiingen tegelijkertijd ondergaan, zoodat de warmtebehandeling in beide gevallen volkomen gelijk was en het eenige verschil in de kristalgrootte bestond ²⁾. De lengten der kristallen waren gemiddeld resp. 10 en 0.1 mm. Bij de eerste staaf namen de kristallen de geheele breedte van den draad in beslag, bij de tweede was dit natuurlijk niet het geval. Het aantal kristallen in de beide draden bedroeg naar schatting resp. ongeveer 20 en ongeveer 5000. Allereerst werd geconstateerd dat beide draden zich gedroegen als de in de vorige paragraaf genoemde draad en dat op het gehoor geen verschil in het B.E. in beide draden was te hooren. Daarna werd het B.E. opgenomen met behulp van den oscillograaf van Cambridge. Hierbij kon gebruik gemaakt worden van een weerstands 5-lamps-versterker, welke door de heeren B. v. d. Pol en J. v. d. Mark ³⁾

1) Vgl. L. W. Mc. Keehan en P. P. Cioffi, Phys. Rev. (2), 28, 146, 1926
A. Schulze, ZS. f. Phys. 50, 443, 1928.

2) Vgl. G. J. Sizoo, ZS. f. Phys. 51, 557, 1928.

3) Balh. v. d. Pol en J. v. d. Mark, Phil. Mag. VI, 763, 1928.

was geconstrueerd, en die in een zeer groot frequentiegebied (0,5—15000 per.) een nagenoeg constante versterking geeft. Gaarne betuig ik hun hiervoor mijn dank. Den laatstgenoemden ben ik bovendien voor zijn werkzaam aandeel in dit deel van het onderzoek veel dank verschuldigd.

In den oscillograaf werden uitslagen verkregen van ongeveer 5 tot 10 mm., beantwoordende aan 10 tot 20 mA. Bij de opname der film werd de stroom I_2 gezonden door de wikkeling W_1 , zoodat

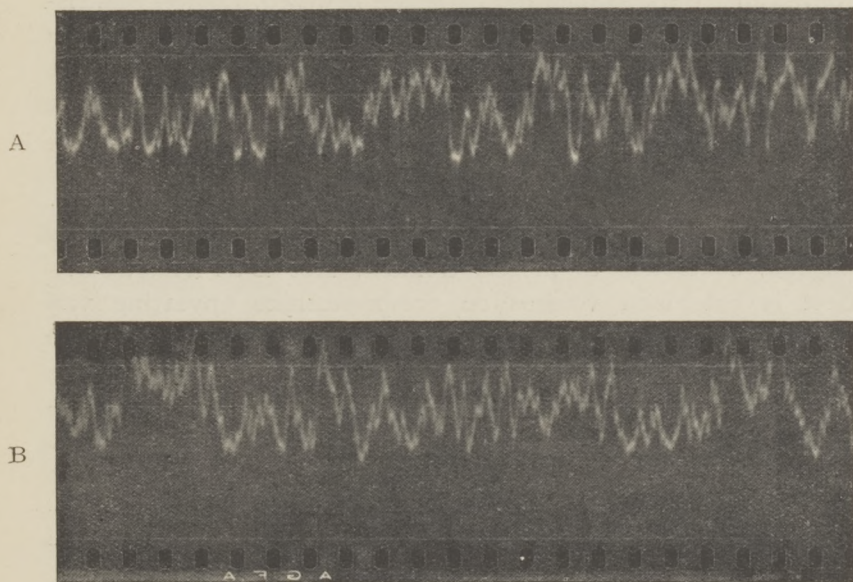


Fig. 3.

A draad met ± 20 kristallen.

B draad met ± 5000 kristallen.

een veld van ongeveer 3 gauss zeer continu kon worden ingeschakeld. De opname werd gemaakt terwijl het veld van 0 tot -3 gauss verliep, waarbij de inductie van +4000 tot -6000 veranderde.

De twee draden hebben gelijke afmetingen, dus de twee filmen zijn direct met elkaar te vergelijken. Het bleek dat de filmen geen enkel principieel verschil opleverden. *Zoowel het aantal (rond 4000), als de grootte der discontinuïteiten is in beide filmen van dezelfde orde.* Bijgevoegde photo's (fig. 3) geven een gedeelte uit het midden van elke film weer (de filmen zijn ongeveer 3 m lang). Men ziet daaruit dat de discontinuïteiten steeds onmiddellijk op elkaar volgen. Van

een aanwezigheid van continue gedeelten tusschen de discontinuïteiten is niets te bemerken. In overeenstemming met de resultaten uit de vorige paragraaf bevatten alleen die gedeelten der filmen, die aan de steilere gedeelten der hysteresekrommen beantwoordden discontinuïteiten, terwijl deze laatste ook het grootste zijn in het gebied van de grootste steilheid.

Behalve deze proef, welke aantoonde dat er geen verband bestaat tusschen het B.E. en de kristalgrootte, deden wij eenige proeven met éénkristallen die hetzelfde bewezen. Zoowel éénkristallen van ijzer als van nikkel en nikkelijzer van verschillende samenstellingen werden onderzocht en vertoonden allen het normale Barkhausen-effect ¹⁾. Het is dus duidelijk dat ook in één-kristallen de groepen van elementairmagneetjes welke het B.E. veroorzaken aanwezig moeten zijn.

§ 4. Op grond van bovenstaande resultaten, meenen wij de volgende conclusies te mogen trekken. Het Barkhausen-effect is inderdaad volgens de oorspronkelijke opvatting van Barkhausen en Van der Pol een gevolg van plotselinge inductieveranderingen, welke te danken zijn aan de gelijktijdige her-orientatie van alle individuen van een groep van elementairmagneetjes. Deze groepen hebben echter met de kristallen waaruit het materiaal is opgebouwd weinig of niets te maken. Ook in uni-kristallijn materiaal zijn deze groepen aanwezig. De samenhang tusschen de individuen van deze groepen zal dus ook waarschijnlijk geheel van magnetischen aard moeten worden geacht ²⁾. Om de her-orientatie van deze groepen teweeg te brengen is een minimum waarde van het veld nodig, welke in het algemeen geringer zal moeten zijn dan de coërcitiefkracht en die in het geval van electrolytisch ijzer met een coërcitiefkracht van 0.5 gauss, ongeveer 0.24 gauss bedraagt. De veranderingen in de inductie welke niet met de her-orientatie van genoemde groepen gepaard gaat, mogen evenwel niet als reversiebel worden beschouwd.

1) Over de magnetische eigenschappen van deze kristallen zal t.a.p. (ZS. f. Physik) worden bericht.

2) Vgl. ook R. H. de Waard, Diss. Utrecht 1924 en Phil. Mag. (7) 4, 641, 1927.

Eindhoven, 20 Dec. 1928.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

EEN POGING TOT HERVORMING VAN HET NATUURKUNDE-ONDERWIJS

door P. SCHUT

Toen de redactie van *Physica* mij vroeg een en ander mede te deelen over mijn pogingen om het natuurkunde-onderwijs aan het Gymnasium te Amersfoort in nieuwe banen te leiden en over de resultaten daarvan, heb ik dit aanbod met gemengde gevoelens aanvaard. Aan den eenen kant stelde ik het ten zeerste op prijs, dat me de gelegenheid tot publicatie werd gegeven, aan den anderen kant bezwaarde het mij, omdat op den nieuwen weg nog slechts enkele voetstappen gezet zijn, nog veel in wording is en in den loop der jaren veel veranderd zal moeten worden, zoodat van een afgerond geheel nog geen sprake is en het hier werkelijk alleen „pogingen” betreft. Ik zeg dit direkt bij den aanhef van dit artikeltje om den lezer teleurstelling te besparen.

De oorzaak van mijn pogingen om het Natuurkunde-onderwijs radicaal te hervormen is gelegen in een steeds grooter en dieper wordend gevoel van onvoldaanheid met de gebruikelijke methode. Het werd mij steeds klaarder, dat onderwijs in een der natuurwetenschappen *niet* in de eerste plaats tot taak heeft den leerlingen van alles wat te leeren, ook zelfs niet om hun een algemeen overzicht te geven, maar om hun de natuurwetenschappelijke *methode* van werken te leeren kennen en hanteeren. Dat is m.i. alleen goed mogelijk door de leerlingen „zelf” te laten doen, zelf te laten ervaren welke moeilijkheden zich voordoen ook met eenvoudige proeven, zelf te laten probeeren eenvoudige wetten op te stellen. We zouden het allen belachelijk vinden als op een ambachtsschool de leerlingen alleen aanschouwelijk onderwijs in 't timmeren en smeden kregen, wanneer het hun alleen werd voorgedaan, niet omdat dat op zichzelf verkeerd is, maar omdat het zien doen nooit in staat stelt zelf de moeilijkheden te overwinnen, die altijd in de praktijk voorkomen. Men kan en zal daar natuurlijk tegen aan voeren, dat het doel van ons natuurkunde- of scheikunde-onderwijs niet is physici of chemici

te kweeken, althans lang niet van alle leerlingen (waarmee men dus als 't ware de noodzakelijkheid van een groot deel der β 's al toegeeft), maar dat argument houdt m.i. geen steek. Elk vak van studie is door de enorme specialisatie zoo uitgebreid en is zoo moeilijk meer door één mensch te overzien, dat we op onze scholen niet beter kunnen doen, dan in de eerste plaats een goede werkmethode onderrichten en in de tweede plaats of liever daardoor en daarmee de noodzakelijke elementen om een vak te leeren doorgronden. De groote belangstelling, die bij het meerendeel der kinderen bestaat voor planten, dieren en technische vindingen, maakt het bovendien buitengewoon geschikt om op den leeftijd van 12, 13 of 14 jaar de leerlingen *zelf* te laten experimenteren. In dit verband zou ik er dan ook op willen wijzen, dat het me zeer gewenscht voorkomt, het natuurkunde-onderwijs in de 1ste klas te laten beginnen en niet pas in de 3de. Maar dit is toekomstmuziek, we hebben nu rekening te houden met de bestaande regeling en ook met deze regeling is al veel te verbeteren in bovengenoemde richting.

Doordat ik van huis uit chemicus ben, hebben mijn eerste pogingen om het onderwijs te veranderen betrekking op de omzetting van het scheikunde-onderwijs van lesproef naar praktische oefening. De gewone lessen en lesproeven zijn daardoor niet vervallen, maar van het eerste plan naar het tweede verhuisd, hoofdzaak is geworden de leerlingenproef.

Elke leerling krijgt een blad met vragen, voorschriften voor proeven en opgave van vraagstukken. In hoofdzaak wordt door allen gelijktijdig 't zelfde gedaan met dien verstande, dat de leerlingen wel tegelijk beginnen, maar dat degenen, die het eerst klaar zijn, vast gaan opruimen, trachten vergelijkingen van de reacties op te stellen, die bij de genomen proeven hebben plaats gehad of vraagstukken gaan maken. De vragen worden op de linker bladzijde van het schrift ingeschreven, op de rechter bladzijde beantwoord. Teekeningen en tabellen worden tusschen gelascht, vraagstukken in een ander schrift of aan den anderen kant van het theorieschrift geschreven, zoodat de logische volgorde niet wordt verbroken. In den loop van een 7-tal jaren is het mij zoo gelukt om een geheelen leergang op dit principe op te bouwen, te beginnen met de eerste les van de 4de klas tot en met de 6de. De belangstelling bij de leerlingen is veel grooter, herhaaldelijk hoor ik de uitlating: „Hè, nu al tijd”

en een bijzonder enthousiaste leerling voegde me een of twee dagen voor de vakantie toe: „U moet eens een heele dag hier komen, dan wil ik aldoor scheikunde. 't Is een zalig vak!”

Aangemoedigd door de ervaringen met het scheikunde-onderwijs heb ik getracht hetzelfde te bereiken voor natuurkunde, of liever ik ben er mee bezig. Om misverstand te voorkomen moet ik n.l. nog opmerken, dat ik de veranderingen in het scheikunde onderwijs niet ineens over de geheele linie, maar langzamerhand heb doorgevoerd. Het eerste jaar met de 6 β afd. (3 of 4 leerlingen), het 2de jaar ook met een deel van 5 β . Het derde met 5 β en 6 β geheel; het 4de ook met een deel van 5 α en zoo langzamerhand tot de geheele cursus is veranderd. Het was natuurlijk aangewezen om met de hoogste klassen te beginnen, daar die een klein aantal leerlingen bevatten, de β groepen varieerden tusschen 2 en 8, de α 's tusschen 8 en 16. Dat het ook met groote groepen gaat, bewijst de vorige 4de klas, die het geheele jaar volgens deze methode behandeld is en 25 leerlingen telde. Dat was wel heel moeilijk, omdat het laboratorium — zeer ouderwetsch — slechts 16 plaatsen telde, zoodat er wel eens wat gedrang was en menig collega van den ouden stempel, wanneer hij ons had kunnen gadeslaan, hoofdschuddend gedacht zou hebben: „waar moet dat naar toe?”

Gemakkelijk is het bepaald niet, vooral omdat de leerlingen op onze scholen niet aan zooiets gewend zijn, reden te meer om er niet pas in de 4de klas, maar in de 1ste klas van onze gymnasia — om ons daartoe nu te bepalen — mee te beginnen.

Wat natuurkunde betreft ben ik ook begonnen met 6 β . Ik heb gemeend een aaneengesloten gebied te moeten behandelen, waarin de leerlingenproeven een zeer belangrijke element vormen. Ik zal hier laten volgen de onderwerpen, die ik met 6 β behandel met de leerlingproeven, die daarbij worden gedaan. Een gedeelte dezer proeven zal later verhuizen naar de lagere klassen en dus de gelegenheid geven andere tusschen te schuiven. Toch schijnt 't me goed om nu op te geven, zooals de cursus oorspronkelijk in elkaar is gezet, omdat — vooral aan scholen met kleine aantallen β -leerlingen — de zesde klas zich beter leent om er mee te beginnen, dan b.v. de derde of vierde. Er is meer overzicht, er zijn minder toestellen noodig en de oudere leerlingen zijn meestal rustiger, wat vooral in 't begin een niet te onderschatten voordeel is.

Uit den aard der zaak is door de huidige verdeling van lesuren over α en β de toestand meestal zoo, dat aan het eind der 5de klas de stof in groote trekken is doorgenomen en dat dus voor 6β overblijft: uitbreiding en herhaling.

Hoe een nieuwe regeling eventueel uit zal vallen, kunnen we hier in 't midden laten, de door mij gevolgde weg is gebaseerd op de bestaande regeling en gaat uit van het feit — dus niet de wensche-lijkheid — dat de leerlingen vóór de zesde klas nog geen praktische oefeningen gedaan hebben.

Behandeld worden dan: hefboom (met leerlingproef), balans (bepaling getal π door weging en uittelling op millimeter-papier, bepaling soortelijk gewicht van ijzeren staaf door weging en volumen-bepaling door berekening en met maatglas, bepaling dikte bladtin door weging en controleering met micrometerschroef), veerbalans (opstellen schaal, grafiek, wegen door inter- en extrapolering), gewicht en massa, rust en beweging, kracht, massa en versnelling (met kleine afdeling gemeenschappelijke proef met valmachine van A t w o o d), verticale worp en kogelbaan, cirkelbeweging, algemeene aantrekkingskracht (afleiding wetten van K e p p l e r), enkelvoudige trilling, enkelvoudige slinger (opsporen slingerwetten met leerlingproef), arbeid en arbeidsvermogen, trillende veer en golfbeweging (wiskundige afleiding van staande golven), snaren (l.l.proeven), snelheid en terugkaatsing van geluid en licht (l.l. proeven over beeldvorming bij vlakke spiegels — spelden methode — holle spiegels), breking (l.l.proef, breking licht naar glas, plan parallele plaat, breking door prisma), golftheorie van H u y g e n s en F r e s n e l (lesproeven over buiging en interferentie, l.l.proef bepaling golflengte van het licht).

De tijd, die hierna overblijft, meestal de laatste 2—3 maanden, wordt gebruikt voor herhaling van de behandelde leerstof in 5 en 6.

De uitvoering heeft als volgt plaats. Ieder leerling krijgt een stel vragen (tot nu toe dikteer ik ze, wanneer het programma definitief is, reik ik de getypte exemplaren uit, wat een groote tijdsbesparing geeft). De vragen over gewicht en massa, rust en beweging, luiden aldus:

1. Weegt eenzelfde lichaam gewogen met een gevoelige veerbalans overal op aarde even zwaar?
2. En met een gevoelige balans gewogen?
3. Hoe verklaart men deze verschijnselen?

4. Hoe komt men tot het begrip massa?
 5. Hoe kan men het verband tusschen gewicht en massa bepalen?
 6. In hoeverre is de tegenstelling rust en beweging juist? Waarom?
 7. Welke soorten van beweging kent ge?
 8. Wat is de snelheid, versnelling, vertraging?
 9. Hoe groot is de afgelegde weg voor een eenparige beweging (snelheid v c.m./sec. in t seconden).
 10. Wat verstaat men onder een eenparig versnelde (vertraagde) beweging?
 11. Hoe hangt de massa samen met de versnelling, als de bewegingskracht constant is?
 12. Hoe hangt de kracht samen met de versnelling, als de massa constant is?
 13. Hoe hangt de massa samen met de kracht als de versnelling constant is?
 14. Hoe groot is de snelheid en hoe groot de afgelegde weg na t sec.

a. bij een eenparige beweging	}	leidt de weg af uit de grafische voorstelling met tijd en snelheid op de assen.
b. bij een versnelde beweging		
c. bij een vertraagde beweging		
- } proeven inlassen
- Vraagstukken: 1. H o r n en d e G a s t: § 18: No. 19, 24; § 20: 4, 9, 11.
2. B o u w m a n 393, 396, 400, 408, 413, 423.
3. H o o r w e g: 17, 18, 22, 29, 34, 52, 56.
4. Q u i n t: 32, 41, 59, 62, 72.

Zijn de vragen opgegeven dan houd ik soms een kleine bespreking, meestal gaan de leerlingen naar 't boekenkastje en nemen het leerboek, wat ze 't best bevalt, de eene B o u w m a n, de andere l e R o y, of M o g e n d o r f f of nog een ander boek. Verreweg de meeste keeren wordt door iederen leerling meer dan een boek gebruikt. Ze gaan dan aan 't werk om de vragen te beantwoorden. Hebben ze moeilijkheden dan helpen ze elkaar of ze komen bij mij. Zijn ze zoover, dat er proeven genomen moeten worden, dan laat ik de vluggen eerst wat van de vraagstukken maken — of overhooren de stof van de vorige vragen — tot ze allen aan de proeven toe zijn, die dus zooveel mogelijk gelijk op worden verricht. Sommigen gaan precies tegelijk (A t w o o d, slingerproeven), anderen niet (wegen, veerbalans terugkaatsing, enz.). Dan werkt ieder dus zijn proeven af en gaat daarna met de theorie of vraagstukken verder. De vlugsten doen het grootste deel in de schooluren, de langzamen

moeten er ook thuis nog heel wat aan doen, zooveel, dat ze ongeveer tegelijk weer met een nieuw onderwerp kunnen beginnen.

Om dat zoo goed mogelijk te bereiken, geef ik veel meer vraagstukken op, dan gemaakt *moeten* worden. Van de bovengenoemden moeten alleen die onder No. 1 door iederen leerling gemaakt worden, de anderen zijn voor de vluggen of voor degenen die voor de tweede keer in dezelfde klasse zitten. Zoo is 't mogelijk de leerlingen bij elkaar te houden en toch iedereen volgens zijn eigen tempo te laten werken. Binnen zekere grenzen dan altijd, want we overleggen met elkaar, wanneer de opgaven gemaakt moeten zijn en daar moeten ze zich dan aanhouden, wat ze ook doen.

De verslagen die ze maken, heb ik tot nu toe voor de zesde klas steeds gecorrigeerd, voor de lagere klassen wordt dit ondoenlijk, daar de aantallen veel te groot worden. Wel neem ik er zoo nu en dan een uit om te zien of 't werk in orde is.

Ik meen dat voor de leerlingen aan deze wijze van behandelen groote voordeelen zijn verbonden. Zij werken zelfstandig, moeten zelf de stof uit de boeken opzoeken (de volgorde is in 't geheel niet in overeenstemming met die van de gewone leerboeken), trachten in behoorlijk Nederlandsch de vragen te beantwoorden (O, erbarmelijke stijl van vele publicaties op wetenschappelijk en technisch gebied!) in eigen bewoordingen. Het kost hun vrij veel tijd, maar hun algemeene opinie is, dat ze er tenslotte tijd door winnen, omdat de stof er veel beter in zit. Wanneer ik dan ook vraag: zullen we 't op de oude manier gaan doen, als dit jullie te veel tijd kost?, is 't antwoord steevast: „neen, op deze manier doorgaan, we hebben er zoo meer aan”.

Wanneer een onderdeel behandeld is, overhoor ik de leerlingen stuk voor stuk, terwijl de anderen doorgaan met hun nieuwe opgaven. Soms vraagt er een om bij 't overhooren te mogen zitten, meestal gaan de anderen door. Tijd kost het dus bijna, niet eventueel foutieve opvattingen worden mij zoo op twee manieren bekend — uit 't verslag en door 't overhooren.

Voor de derde klas heb ik een serie oefeningen samengesteld, waarmee de leerlingen tot de Kerstvacantie bezig zijn. Enkele van deze oefeningen worden nu ook door de leerlingen van 6 β uitgevoerd (hefboom, gebruik balans, bepaling soortelijk gewicht, veerbalans), maar in de derde klasse doen zij deze zonder theoretische

beschouwingen, die bij de hoogste klas wel worden gevraagd. De hoofdbedoeling van deze betrekkelijk korte periode van praktisch werken is, den leerlingen onmiddellijk het essentieele van de natuurkunde bij te brengen, hen als 't ware direkt de groote waarde van het experiment te leeren kennen. Dat de periode zoo kort is, heeft alleen praktische redenen, te weten: te weinig toestellen, een zeer beperkte experimenteerruimte, en persoonlijk dat ik nog niet voldoende gelegenheid heb gehad, om ook voor de overige deelen der Natuurkunde een zoodanige cursus in elkaar te zetten.

Gedurende de eerste lessen laat ik de leerlingen op millimeterpapier eenige driehoeken teekenen met gegeven afmetingen en laat hen door meting en telling een paar bekende meetkundige stellingen vinden (som 2 zijden grooter dan de derde, stelling van Pythagoras, oppervlakte stelling), daarna laat ik een cirkel teekenen met een straal van 3, 4 of 5 c.m. en door telling van een vierde van de oppervlakte, de totale oppervlakte van den cirkel bepalen en uitdrukken in r^2 . Zoo komt van zelf het getal π te voorschijn en tevens de formule voor de oppervlakte van een cirkel, die we noodig hebben voor de berekening van inhoud van metaalcylinders.

Daarna volgt de meting met een dubbelen decimeter van de lengte, breedte, en dikte van een houtblokje. Tevens de inhoudsberekening. Het is ongelooflijk hoe weinig leerlingen behoorlijk in staat zijn, direkt corresponderende maten te gebruiken en op te geven in welke maat de uitkomst is uit te drukken. Het is mij zeer duidelijk gebleken, dat de kennis van maten en gewichten eenvoudig *alles* te wenschen overlaat en slechts enkele leerlingen behoorlijk weten, welk verband bestaat tusschen cm^3 , dm^3 , grammen, kilogrammen, enz.

Vervolgens wordt de diameter van een metaalcylinder bepaald door dezen te leggen tusschen twee houtblokjes en dan den afstand van de blokjes te meten ¹⁾.

Om tot nauwkeurige metingen te kunnen overgaan is de schuifpasser met noniusaflezing en de micrometerschroef noodig. Ik laat de leerlingen daartoe eerst van carton een model snijden en daarmee werken. Daarna worden de metalen en houten voorwerpen met een schuifpasser en micrometerschroef overgemeten. Ten slotte laat ik

1) Voor de meeste experimenten gebruik ik de voorschriften van Herman Hahn, Hahn-Koch of Dr. Minnaert.

dan den inhoud van enkele derzelfde voorwerpen ook met een maatglas bepalen en eveneens die van een kolfje tot aan een merkteeken. Er wordt daarbij natuurlijk gewezen op den stand van den vloeistofspiegel en hoe moet worden afgelezen.

Na deze volumenbepaling volgt een gewichtsbepaling. De eenheden worden besproken en daarna krijgen ze een hefboom (in 't midden ondersteund) om de evenwichtsvoorwaarde te bepalen. Een tabel van de waarnemingen moet gemaakt worden en de evenwichtsvoorwaarde in woorden en in een formule weergegeven. 't Eerste gaat meestal goed, 't tweede is voor het gros der leerlingen een heel hoofdbreken. Bij den hefboom sluit vanzelf de balans aan. De gewichtendoos wordt besproken, weegregels gegeven en dan worden de gemeten voorwerpen stuk voor stuk gewogen, ook het kolfje leeg, gevuld met water en gevuld met spiritus; een tabelletje gemaakt:

voorwerp	gewicht	volume	<u>gewicht</u>
			volumen

en zoo komt van zelf het soortelijk gewicht te voorschijn.

Opmerkelijk is hoe verscheidene leerlingen het soortelijk gewicht van glas berekenen uit 't gewicht van het leeg kolfje gedeeld door den inhoud.

Daarna laat ik met een picnometer nauwkeuriger het soortelijk gewicht bepalen van een vloeistof en van hagelkorrels (Hoe komt U daaraan als 't mooi weer is, vroeg een der leerlingen!)

Eenige vraagstukjes over dit onderwerp sluiten deze vraag af. Hierna wordt de uitrekking van een veer gemeten, een tabel opge maakt, de wet gezocht volgens welke de uitrekking plaats heeft en een grafische voorstelling geteekend. Daarna volgt 't wegen van een blok steen op de veerbalans en contrôle op de gewone balans.

Als laatste experiment wordt datzelfde blok ook gewogen ondergedompeld in water en in spiritus. De wet van Archimedes wordt gemeenschappelijk opgesteld, het beginsel van den areometer besproken en vraagstukjes gemaakt.

Wat nu de bezwaren tegen deze methode van werken betreft: In de eerste plaats: het zal wel meer tijd kosten. Ik acht dit bezwaar, vooral voor het Gymnasium niet steekhoudend. Zeker we zullen misschien wat minder stof kunnen behandelen, maar is het daar-tegenover niet veel meer waard, vooral voor de β 's — dat ze een

juiste methode van werken en van denken krijgen? Hoeveel leerlingen zijn er niet, die natuurkunde en scheikunde „leeren” zonder ooit het besef te krijgen, waar het eigenlijk om gaat, zonder ooit de waarde van het experiment te doorzien? Bovendien geeft deze manier van werken — ook in korten tijd — een heel aardigen kijk op den aanleg van de leerlingen, waardoor we een ongezochte gelegenheid krijgen om te zien of ze voor de β -studie geschikt zijn.

Een derde belangrijk voordeel is het plezier, waarmee de leerlingen dit werk aanpakken en de merkwaardige verrassing waarmee ze een bepaald resultaat begroeten. Ik meen dat deze voordeelen met elkaar ruimschoots opwegen tegen het — niet eens zeker vastgestelde — grootere tijdsverbruik.

Een ander bezwaar is de ruimte. Inderdaad, een flinke klasse met een 19—20 leerlingen heeft heel wat plaats nodig om praktisch te werken. Ik heb 't zoo opgelost, dat een 10 of 12-tal leerlingen werkt op de geheel leeggeruimde experimenteertafel en de rest in het natuurkunde kabinet, waar ook twee tafels zijn geplaatst.

Overzichtelijk is 't zoo niet, en bewerkelijk is 't wel, maar als we allen moeten wachten tot onze leslokalen model zijn, komen we er nooit.

Op het derde bezwaar: hoe aan het noodige materiaal te komen, behoeft het praktisch werk stellig niet af te stuiten. Iedere school heeft een jaarlijksch bedrag beschikbaar voor deze vakken. Een handige amanuensis kan verschillende toestellen zelf bouwen — ik denk aan de statieven voor den hefboom, de veerbalans, slingerproeven, spiegel en prisma-proeven, de sonometers, e.d.

Wanneer als eerste aanschaf een dozijn hydrostatische balansen met gewichtenblokken worden gekocht — een uitgave van circa / 300 — en de amanuensis zorgt voor de noodige houten, metalen en steenen voorwerpen, dan is al 't eerste jaar met eenige proeven te beginnen. Elk jaar kan de verzameling wat uitgebreid worden, zodoende heeft men rustig de gelegenheid om zichzelf goed in te werken, de leerlingen er min of meer aan te wennen — 't werkt ook door op de lagere klassen! — en zoo langzamerhand de nieuwe leergang op te bouwen.

Doordat er minder toestellen zijn, dan leerlingen per klasse, is 't werken in zoogenaamd „gesloten front” niet mogelijk en m.i. ook niet wenschelijk. Deze wijze van werken vóóronderstelt een gelijk tempo en dat is niet aanwezig. De eene leerling schiet veel vlugger

op, dan de andere. Terwijl de eene de meest dwaze bedenksels ¹⁾ uitvoert, gaat een ander rustig door. Zooals ik reeds in den aanvang heb uiteen gezet, hindert dit niet. Een vlugge zal een langzame dan wel op gang helpen, begint met een volgende waarneming of maakt vraagstukken als het zoover is. Wat me 't meest is opgevallen, is het hardnekkig weglaten van maten en het onvermogen om een eenvoudige wet in een formule uit te drukken, de steeds weer terugkeerende fouten met maten en gewichten, en ten slotte het groot aantal leerlingen dat probeert eenvoudige vraagstukken *niet* langs algebraïschen, maar langs rekenkundigen weg op te lossen. Dat wijst er m.i. op, dat de vraagstukken die op school gemaakt worden over 't oplossen van vergelijkingen met één of meer onbekenden, langs de kinderen heengaan, dat ze niet werkelijk worden opgenomen, maar dat 't kind de lagere school methode gaat toepassen, als het voor dergelijke opgaven geplaatst worden. Alweer een argument om in de eerste of tweede klas met natuurkunde te beginnen om vergelijkingen te leeren opstellen en oplossen, aan de praktijk ontleend.

Ik hoop hiermee aan het verzoek van de redactie voldaan te hebben en niet te roekeloos met de beschikbare ruimte te zijn geweest. Voor eventueele op- of aanmerkingen van collega's, die ook in deze richting werkzaam zijn, houd ik me ten zeerste aanbevolen en natuurlijk ben ik ten allen tijde bereid nadere gegevens over gebruikte toestellen of „vragenlijstjes” te verstrekken.

Gymnasium, Amersfoort, Jan. 1929.

1) Een der leerlingen vond het gewicht van een marmerblok *groter* wanneer het onder water was gedompeld, dan wanneer 't in de lucht werd gewogen. Toen ik hem zeide, het nog eens te doen en er bij bleef staan, zag ik, dat hij eerst 't blok gewoon woog, 't daarna onder water dompelde, er uit haalde en weer woog. Natuurlijk vond hij toen een groter gewicht! Wat moet zoo'n leerling van Natuurkunde begrijpen, wanneer hij *niet* zoo met zijn neus tegen de werkelijkheid wordt aangedrukt?

BOEKBESPREKING

Het Onderwijs in de Natuurkunde aan Gymnasia, Hoogere Burgerscholen en Lycea. 64 blz. — J. B. Wolters, Groningen/den Haag 1928. Prijs f 0.90.

In deze brochure brengt de Commissie, samengesteld door het Bestuur van de Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging haar rapport uit over de opdracht „om voor het natuurkunde-onderwijs, voornamelijk aan Gymnasia en Hoogere Burgerscholen, te geraken tot het formuleeren van zoodanige aanbevelingen betreffende de stof, de behandelingswijze en de eind-examens, als kunnen strekken tot bevordering, eventueel verbetering van dat onderwijs”. Een probleem, dat door de snelle groei van de natuurkundige wetenschap, elk jaar luider om oplossing roept.

Daar dit rapport zeer rijk is aan nuttige opmerkingen, gedachten en initiatief-voorstellen, zij de kritische lezing van deze brochure ten warmste aanbevolen aan iedereen, die bij het genoemde vraagstuk zelf betrokken is of er belang in stelt. Een inhoudsopgave van dit rapport zullen wij daarom in deze korte bespreking niet geven, maar ons beperken tot eenige opmerkingen.

Ook als men het niet eens is met elk der voorstellen en aanbevelingen van de Commissie, zal men haar toch dankbaar moeten zijn voor de zeer nauwgezette en gedetailleerde wijze, waarop zij zich van hare taak heeft gekweten. Met groot genoegen begroeten wij in dit rapport een ernstige poging om ons natuurkunde-onderwijs te verlossen van onderwerpen, welke als of te technisch of te verouderd of te zuiver wiskundig of te moeilijk reeds lang bij dit onderwijs gemist hadden kunnen worden.

Het atoom der energie, het Hall-effect en het Compton-effect zouden echter in de 2de kolom van het stofprobleem (blz. 14—25) alsnog moeten worden opgenomen. 't Is immers zeer nuttig, dat onze leerlingen iets aanvoelen van de moeilijkheden, waarin sommige nieuwe vondsten de theorie hebben gebracht, al was 't enkel maar om hun goed bij te brengen, dat zij nog weinig weten. Kolom I van Hfdst. III is overladen. Zonder schade voor het geheel zou men de 2de kolom kunnen verrijken ten koste van de 1ste.

De definitie van de physica als „de wetenschap, die betrekking heeft op de wereld buiten ons” (blz. 4), is niet erg gelukkig en veel te ruim. Het inhoudsdoel van het natuurkunde-onderwijs daarentegen (blz. 9) is goed omschreven.

Of de behandeling der leerstof in twee rondes en het daarmee samenhangende voorstel om op de H. B. S. en het Lyceum reeds in de 1ste of 2de klas met natuurkunde te beginnen, een verbetering van dit onderwijs zou opleveren, mag men met recht betwijfelen. Hier overschat de Commissie van den eenen kant het bevattingsvermogen onzer leerlingen en onderschat zij van den anderen kant de hulp, welke de natuurkunde-leeraar geniet van het noodzakelijk voorafgaande wiskunde-onderwijs. Bovendien is de vrees

niet ongegrond, dat de overvloed van experimenten der eerste ronde bij verschillende leerlingen een verkeerden invloed zal uitoefenen op hun belangstelling voor de meer theoretische tweede ronde.

Liever zou men de methode van het Gymnasium — waar de 6de klas een goede gelegenheid biedt om in een degelijke, algemeene herhaling die kwesties in te lasschen, welke men in de vorige klassen, als te moeilijk zijnde, heeft overgeslagen — zien overgebracht op onze Hoogere Burgerscholen.

Indien men verder op de 6de klas van het Gymnasium en 5de klas van de H. B. S. het aantal lesuren met één wilde vermeerderen, zou men hier met de meeste vrucht het practisch werken door de leerlingen, in verband met de les, verplichtend kunnen stellen. In dat geval kon men op het Gymnasium de verdere verdeling der lessen, ook op de 5de klas, laten, zooals zij nu is.

Dat de Commissie de eindexamen regeling onveranderd wil laten, is te betreuren. Gaarne zou men het schriftelijk eindexamen der H. B. S. met zijn dwang tot handhaving van sleur en geestdoodende uniformiteit zien verdwijnen.

Ten slotte zij de aandachtige lezing van dit zeer interessant en leerrijk rapport nogmaals aanbevolen aan allen, die belang hebben bij of stellen in het natuurkunde-onderwijs aan onze Gymnasia, H. B. S. en Lycea.

A. D.

Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik. 11 Auflage. Bd. V, *Physik der Erde.* 840 blz., 341 fig. — Vieweg & Sohn, Braunschweig. 1928. Prijs R. M. 49, geb. R. M. 53.

Libri habent sua fata! Oók voor ze verschijnen. En dat geldt voor het onderhavige deel van het bekende leerboek maar al te zeer. *Alfred Wegener* moest na het overlijden van *Lummers* in 1925 de redactie op zich nemen, en *Wiechert*, die nog maar 'n klein gedeelte van zijn taak als medewerker had kunnen voltooien, werd in 1928 door *Gutenberg* vervangen. Dat gaf vertragingen, evenals de toevoeging van twee nieuwe hoofdstukken: „*Physik der Gletscher*” door *Hess* en „*Physik des Meeres*” door *Thorade*, en hierdoor werden enkele, reeds vroeger afgedrukte hoofdstukken niet meer up to date, terwijl bij andere dat euvel door invoegingen bij de correctie gedeeltelijk verholpen kon worden. Desondanks hoopt *Wegener*, dat het deel „*ein zuverlässiges und eindringliches Bild unseres heutigen Wissens von der Physik der Erde, einschliesslich ihrer Wasser- und Lufthülle*” zal kunnen geven.

Hiermede kenschetst hij tegelijkertijd het boek en de thans te beantwoorden vraag is: voldoet het werk aan die taak?

Voor de betrouwbaarheid staan borg de namen der medewerkers, allen vooraanstaande beoefenaars der onderscheidene geophysische wetenschappen; maar dringen ze allen even ver door in de verschillende onderdeelen, die ze behandeld hebben en deden ze het op dezelfde wijze?

Bij dat laatste ontmoet men b.v. een verschil, wat betreft opgaaf van literatuur. Zoo behandelt v. *Ficker* de meteorologie bijna geheel zonder vermelding van bronnen, terwijl anderen, en m.i. terecht, wel degelijk auteurs

en litt. aanhalen. Een leerboek, als dit, is niet voor een midd. school geschreven, doch voor beoefenaars der wetenschap, aan welke de wegen moeten aangewezen worden tot desgewenscht verder doordringen in eenig onderwerp.

Het lange hoofdstuk van v. F i c k e r over den dampkring komt mij voor wat al te veel de atmosferische werkingen met woorden te beschrijven, zoodat de behandelingswijze eenigszins 'n populair karakter krijgt, wat de waarde niet verhoogt. Het hoofdstuk over de Algemeene Circulatie is hiervan een voorbeeld. De groote omvang van het onderwerp is misschien de oorzaak van deze behandelingswijze geweest. Het volgende kapitel „Akustik der Atmosphäre” is van veel geringere draagwijdte, die voor den auteur — W e g e n e r — een werkelijk physische behandeling mogelijk maakte. Ook in dit hoofdstuk blijft, als in alle andere, de auteur bij de verklaring der verschijnselen steken in de actueele problemen, waarvan vele sindsdien weer wat nader tot hun oplossing zijn gekomen (b.v. temperatuurstoestanden in de zeer hoge luchtlagen); maar dat is nu eenmaal bij de uitgave van zulk een werk niet te vermijden.

Ook de „Optik” is door W e g e n e r vrij uitvoerig behandeld.

'n Interessant hoofdstuk geeft T h o r a d e over de zeeën en 'n dergelijk overzicht is des te nuttiger nu K r ü m m e l's handboek verouderd is. Bij de behandeling der stroomingsverschijnselen b.v. wordt niet alleen E k m a n's werk benut, maar worden ook de theoretische uitkomsten van B j e r k n e s toegepast.

Aan het gletscher-hoofdstuk heeft H e s s het gewenschte physische karakter voldoende gegeven, waartoe hij vooral in de paragrafen over de gletscherbeweging gelegenheid vond.

Het aardmagnetische deel van N i p p o l d t is uitvoerig en rijk geïllustreerd; 't valt zeer te loven. Het poollicht heeft zijn eigen hoofdstuk (door A n g e n h e i s t e r) gekregen, waarbij de hoogbelangrijke onderzoekingen van S t ö r m e r naar behooren in beschouwing zijn genomen en evenzoo de actueele questies over het doordringen der electriche stroomen der zon in onzen dampkring in verband met de samenstelling zijner zeer hoge lagen. — Het luchttelektrische kapittel is zeer, in sommige gedeelten wat al te uitvoerig. Het laatste, dat oorspronkelijk aan wijlen W i e c h e r t was toevertrouwd en door G u t e n b e r g is overgenomen, is door hem herdoopt tot „Mechanik und Thermodynamik d. Erdkörpers”. Twee onderdeelen zijn nog door W i e c h e r t geschreven: „Theorie der Schwerkraft” (waarin V e n i n g M e i j n e s z nog even wordt vermeld) en „Geodäsie”. Het gebied is ook hier zóó uitgebreid, dat sommige deelen te kort moesten behandeld worden (b.v. W e g e n e r's continenten-verschuivingstheorie). Dat daarentegen de seismologie rijkelijk verzorgd werd, was van den auteur te verwachten. De zoo gewichtige vragen omtrent de aardkern en de kernlagen hadden van wat algemeener standpunt kunnen behandeld worden.

De eindindruk is, dat de nieuwe uitgaaf van dit deel van het bekende leerboek een werk van hoge waarde is, dat geen geophysicus en eigenlijk ook geen physicus kan ontberen. Maar met de volgende uitgave wachte men niet te lang, want de wetenschap schrijdt steeds sneller voorwaarts.

W. v. B.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

- Z. P. Bouwman en W. Ph. Lindner, Beknopt Leerboek der Natuurkunde, eerste deel, achtste druk, 262 blz., 385 fig., en tweede deel, zesde herziene druk, 237 blz., 170 fig. — Wolters' U. M. Groningen, den Haag. Prijs f 3.50, geb. f 3.90 per deel.
- A. S. Eddington, The nature of the physical world, 361 blz. — Cambridge University Press, London. 1928. Prijs 12/6 net.
- H. Falkenhagen, Quantentheorie und Chemie, Leipziger Vorträge 1928, 142 blz., 29 fig. — S. Hirzel. Leipzig. 1928. Prijs R.M. 10.
- A. D. Fokker, Inleiding tot de Golvings- en de Quantum-Mechanica, 97 blz. — De Erven Loosjes. Haarlem. 1928. Prijs f 1.—.
- J. G. Modderman, Adsorptiewarmte in verband met de theorieën over gasadsorptie, 139 blz. — H. J. Paris. Amsterdam. 1928. Prijs f 3.25.
- Probleme der modernen Physik, herausgegeben von P. Debye, Sommerfeld gewidmet, 221 blz., vele fig. — S. Hirzel, Leipzig. 1928. Prijs R.M. 18, geb. R.M. 19.50.
- N. Quint Gzn., Natuurkundige vraagstukken, derde druk, 185 blz. — P. Noordhoff. Groningen. 1928. Prijs f 2.50.
- A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, Wellenmechanischer Ergänzungsband, 351 blz., 30 fig. — Fr. Vieweg u. Sohn, Braunschweig 1929. Prijs R.M. 12.—, geb. R.M. 14.50.
- E. Study, Denken und Darstellung in Mathematik und Naturwissenschaften, zweite Auflage, Sammlung Vieweg, Heft 59, 63 blz. — Vieweg und Sohn. Braunschweig. 1928. Prijs R.M. 3.75.
- Thomas Tommasina, La physique et la gravitation, 300 blz. Gauthier-Villars. Paris. 1928.
- J. P. Wibaut, Practicum der organische Chemie, 170 blz., 31 fig. — Wolters' U. M. Groningen, den Haag. 1928. Prijs f 3.90.

STRIKVRAGEN

Vraag XXXIX. Op blz. 3 herinnerde Prof. Verschaffelt eraan, dat Prof. Keesom met Prof. Kamerlingh Onnes bij mengsels van twee stoffen het barotropisch verschijnsel onderzocht, hierin bestaande dat soms de gasphase zwaarder wordt dan de vloeistofphase en in deze zinkt. Hoe weet men eigenlijk welke phase men gas, en welke men vloeistof moet noemen?

Antwoorden en nieuwe vragen in te zenden bij de Redactie.

OVER DE STATIONNAIRE STROOMING VAN ZEER VERDUNDE GASSEN ¹⁾

door P. CLAUSING

Summary.

K n u d s e n has given a formula for the stationary flow of very rarefied gases through cylindrical tubes of circular cross-section (the mean free path of the molecules is supposed to be very great in comparison with the cross-dimensions of the tubes). v. S m o l u c h o w s k i has calculated the corresponding problem for tubes of arbitrary cross-section. These authors assumed the validity of the „cosine-law” for the reflection of the gasmolecules by the wall of the tubes, and that the length of the tubes was very small in comparison with the cross-dimensions.

We have written the formulae of K n u d s e n and v. S m o l u c h o w s k i in the general form

$$K = W \cdot S \nu_1$$

In this equation K represents the number of molecules flowing in a second from a bulb through a capillary tube of cross-section S to a second bulb. In this second bulb we suppose a negligible pressure of the gas to exist, while the wall of the first bulb is struck by ν_1 molecules per cm^2 and per sec. W is the probability that a molecule, which enters the tube at the side of the first bulb, goes to the second bulb without having been back in the first one. Our formula is evident, if we interpret it in this way, also for tubes with an arbitrary ratio between length and cross-dimensions.

In § 3 ²⁾ we have given a survey of all the W 's that have been calculated by the different authors. In the last § is indicated how these results for tubes of arbitrary length L are obtained with the aid of an integral-equation, which is solved approximatively.

1) Naar „P. Clausing: Versl. Afd. Nat. Kon. Akad. Wet. Amst., **35**, blz. 1023 (1926); Over den verblijftijd van moleculen en de strooming van zeer verdunde gassen, Leidsch proefschrift, hoofdstuk III (Amsterdam, 1928)” verwijzen wij voor de vele details, die hier wegens plaatsgebrek achterwege moeten blijven.

2) In this § we have made difference between (A) — exact results, (B) — results which are only exact for very short and very long tubes, (C) — results which are only rough approximations.

r = radius of circular tube; S = surface of the cross-section of a cylindrical tube of arbitrary shape; s = circumference of the cross-section; ρ = chord of the cross-section; ϑ = angle between ρ and the normal to the element ds of the circumference; a and b are sides; of a rectangular cross-section; r_a = radius of a circular axis placed in a tube with radius r a' = distance between the geometrical axis of tube and axis.

§ 1 — In het volgende zullen wij een overzicht geven van de resultaten der berekeningen van de *moleculaire stroomingen* door cylinderbuizen, voor zoover die stroomingen als stationnair en isotherm beschouwd mogen worden. Onder een moleculaire strooming verstaan wij met Knudsen¹⁾ een strooming van een zoodanig verdund gas door een buis van dusdanige afmetingen, dat de moleculen elkaar in de buis niet beïnvloeden.

Het probleem van deze strooming, dat, waar het lange cylinderbuizen betreft, aan Knudsen en v. Smoluchowski²⁾ zijn oplossing dankt, hebben wij opnieuw moeten bezien met het oog op onze onderzoekingen over den verblijftijd van moleculen aan een wand. Deze onderzoekingen, waarop wij later in dit tijdschrift uitvoerig en ten opzichte van vroegere publicaties³⁾ in aangevulden vorm hopen terug te komen, berusten op de verschijnselen bij niet-stationnaire moleculaire stroomingen. De wiskundige behandeling van deze verschijnselen is alleen mogelijk door gebruik te maken van de uitkomsten van het probleem der stationnaire strooming. Hierbij konden wij volstaan met de resultaten van Knudsen en v. Smoluchowski (eventueel de toepassing van die resultaten op bepaalde gevallen, verg. de formules (8) en (9)) voor lange buizen, waaronder wij in den regel zulke buizen zullen begrijpen, waarvan de dwarsafmetingen zeer klein zijn ten opzichte van de lengte L .

Het probleem van de moleculaire strooming door korte buizen (hieronder verstaan wij buizen, die niet opzettelijk lang ondersteld zijn) is echter eveneens belangrijk, zij het dan ook niet direct voor onze stroomingsproeven. Slechts voor het geval, dat de buis oneindig kort is, dat wij dus te maken hebben met een gat in een oneindig dunnen wand, is de oplossing bekend en al zeer eenvoudig, zooals in het volgende nog zal blijken. Dat er echter behoefte bestaat aan formules, die de verbinding tot stand brengen tusschen de beide extreme gevallen „ $L = 0$ ” en „ $L \gg$ dwarsafmetingen” blijkt uit verschillende verhandelingen.

Zoo past b.v. Wien⁴⁾ een formule, die door Knudsen

1) M. Knudsen: Ann. d. Physik, **28**, blz. 75 en 999 (1909).

2) M. v. Smoluchowski: Ann. d. Physik, **33**, blz. 1559 (1910).

3) P. Clausing: Hand. 21ste Ned. Nat. Gen. Cong., blz. 113 (1927); Proefschrift, hoofdstuk II.

4) W. Wien: Ann. d. Physik, **60**, blz. 601 (1919).

geacht werd te gelden voor lange buizen, toe op een rechthoekige buis van de volgende afmetingen: $L = 0,1$; de zijden van de rechthoekige doorsnede zijn 0,3 en 0,025. Hij krijgt dan voor de hoeveelheid gas, die per sec doorstroomt, een uitkomst, die ongeveer de helft te groot is, een resultaat, dat evenwel slechts diende om de orde van grootte vast te stellen.

Stern en zijn medewerkers¹⁾ in het fysieke staatsinstituut te Hamburg moeten voor hun proeven met moleculestralen gebruik maken van ovens met nauwe spleten, waaruit b.v. een metaaldampstraal treedt. De intensiteit van dezen straal moet eveneens met een formule voor een korte buis berekend worden.

Direct belang bij formules voor buizen van willekeurige lengte heeft ten slotte de vacuümtechniek, die dikwijls gebruik maakt van ronde buizen, waarvan de lengte slechts eenige malen den straal overtreft. Men denke b.v. aan het kanaal in de plug van een kraan.

Het lag dus voor de hand, het probleem van de korte buizen eens nader onder oogen te zien. Hierbij zijn wij er in geslaagd voor de korte ronde en voor de korte spleetvormige buis benaderingsoplossingen te geven, die respectievelijk in één formule de uitkomsten voor willekeurige buislengten van „ $L = 0$ ” tot „ $L \gg$ dwarsafmetingen” omvatten en voor de beide extreme buislengten exact gelden,

§ 2 — Wij zullen in deze § het algemeene probleem van de stationnaire moleculaire strooming terugbrengen tot een probleem van meer aanschouwelijk aard.

Wij denken twee zeer groote vaten verbonden door een cylinderbuis met doorsnede S en lengte L . De afmetingen van vaten en buis stellen wij ons zoo voor, dat gedurende zeer langen tijd de strooming van uit het eerste, zeg linker vat naar het tweede, dus rechter vat kan plaats hebben zonder noemenswaardige drukveranderingen in de beide vaten teweeg te brengen, zoodat de strooming inderdaad als stationnair beschouwd mag worden. Verder denken wij ons den druk p_2 in het tweede vat blijvend $= 0$. Aan de algemeenheid doet dit niets af. Immers, men zal, indien p_2 niet $= 0$ is, de verlangde uitkomst verkrijgen door twee stroomingen te superponeeren, ten eerste een stroom van links naar rechts, gedre-

1) Zie o.a. O. O. Stern: Ztsch. f. Phys., **39**, blz. 751 (1926); F. Knauer en O. Stern: Ztsch. f. Phys., **39**, blz. 764 (1926) en J. Estermann: Ztsch. f. Phys., **33**, blz. 320 (1925); Ztsch. Elektrochem., **31**, blz. 441 (1925).

ven door een drukverschil p_1 , en ten tweede een stroom van rechts naar links onder den invloed van een drukverschil p_2 . Dat deze superpositie geoorloofd is, volgt uit de onderstelling, dat de moleculen onderling niet botsen. De twee gesuperponeerde stroomingen „weten niets van elkaars bestaan af”.

Gaan per sec K moleculen van het eerste naar het tweede vat en treffen in het eerste vat per sec ν_1 moleculen een cm^2 van den wand, dan kunnen wij, zooals aanstonds zal blijken,

$$K = W \cdot S \nu_1 \dots \dots \dots (1)$$

stellen of dank zij de uit de kinetische gastheorie bekende betrekking

$$\nu_1 = \frac{1}{4} n_1 u \dots \dots \dots (2)$$

$$K = W \cdot S \cdot \frac{1}{4} n_1 u \dots \dots \dots (3)$$

n_1 is het aantal moleculen per cm^3 in het eerste vat, u is de gemiddelde snelheid van de moleculen.

$S \nu_1$ is het aantal moleculen, dat vanaf links in de buis treedt.

De grootheid W geeft dus aan, welke fractie van deze moleculen in het tweede vat terecht komt of met andere woorden W is de over de intree-opening gemiddelde waarschijnlijkheid, dat een molecule, dat het eerste vat verlaat, in het tweede vat terecht komt, zonder in het eerste terug geweest te zijn. Wij zullen W de *doorloopwaarschijnlijkheid* noemen. Aangezien ν_1 een grootheid is, die wij uit de kinetische gastheorie bekend mogen onderstellen, is W ten slotte het eenige wat ter bepaling overblijft. Als waarschijnlijkheid is W een grootheid zonder dimensie, die dus alleen kan afhangen van de verhoudingen van de afmetingen van de buis, dus b.v. in het geval van een ronde buis met straal r van de verhouding r/L .

Bij de berekening van W zal echter nog van overwegenden invloed zijn de wet volgens welke de moleculen door den buiswand gereflecteerd worden. Indien b.v. alle moleculen spiegelend gereflecteerd werden, zou ieder molecule, dat links de buis intrad, rechts de buis verlaten en W zou $= 1$ zijn ¹⁾. Wij zullen in het vol-

1) v. Smoluchowski heeft aangetoond, dat de W voor lange buizen, berekend in de onderstelling, dat alle moleculen diffuus volgens de cosinuswet worden gereflecteerd, nog met $(2 - f)/f$ vermenigvuldigd moet worden om de W te geven voor het geval dat slechts een fractie f der moleculen diffuus, de rest spiegelend gereflecteerd wordt.

gende steeds aannemen, dat de reflectie diffuus is, dit wil zeggen zoodanig dat tusschen de bewegingsrichtingen van het molecule voor en na de botsing met den wand geenerlei verband bestaat. Deze diffuse reflectie denken wij met K n u d s e n en v. S m o l u c h o w s k i beheerscht door de *cosinuswet*, die zegt, dat van een vlakke-element $d\sigma$ per sec $Pd\sigma \cos\chi d\omega$ moleculen uitgaan in den elementairen ruimtehoek $d\omega$, die een hoek χ met de normaal op $d\sigma$ insluit. P is een constante voor het element $d\sigma$, indien het gas in een stationnair stroomingstoestand of in evenwicht verkeert. In het laatste geval is $P = v/\pi$, zooals gemakkelijk volgt uit een eenvoudige integratie over een halven bol en uit de overweging, dat in den evenwichtstoestand (trouwens in iederen stationnair toestand) per sec evenveel moleculen op $d\sigma$ invallen als er van uit gaan.

De onderstelling, dat de cosinuswet geldt tenminste waar het de reflectie van gasmoleculen aan glas betreft, lijkt ons gerechtvaardigd door de overeenstemming tusschen de berekeningen en de experimenten van K n u d s e n over de moleculaire strooming.

§ 3 — In deze § geven wij een overzicht van alle tot dusver berekende W 's om eerst in een latere § aan te geven, hoe de W 's voor korte buizen door ons berekend zijn. Wij meenen, dat deze volgorde aan de overzichtelijkheid ten goede komt.

(A) — E x a c t e u i t k o m s t e n ¹⁾.

(a) — Opening van willekeurigen vorm in een oneindig dunnen wand (K n u d s e n):

$$W = 1 \quad (4)$$

(b) — Lange ronde cylinderbuis (K n u d s e n en v. S m o l u c h o w s k i):

$$W = \frac{8r}{3L} \quad (5)$$

r = straal,

$L \gg r$.

1) Een uitkomst noemen wij hier exact, indien zij verkregen is langs een weg, die toelaat het gestelde probleem met een willekeurigen graad van benadering numeriek te berekenen.

(c) — Lange cylinderbuis met doorsnede van willekeurigen vorm (v. S m o l u c h o w s k i):

$$W = \frac{A}{2LS}, \quad \left. \begin{aligned} A = \int_s^{\frac{\pi}{2}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \varrho^2 \cos \vartheta d\vartheta ds \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

S = oppervlak van de doorsnede, s = omtrek van de doorsnede, ϱ = koorde van de doorsnede, ϑ = hoek tusschen de koorde ϱ en de normaal op het element ds van den omtrek,

$$L \gg S/s.$$

(c₁) — Lange buis met rechthoekige doorsnede (v. S m o l u c h o w s k i):

$$W = \frac{A}{2LS} = \frac{1}{Lab} \left\{ a^2 b \ln \left(\frac{b}{a} + \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a} \right)^2} \right) + \right. \\ \left. + ab^2 \ln \left(\frac{a}{b} + \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b} \right)^2} \right) - \frac{(a^2 + b^2)^{3/2}}{3} + \frac{a^3 + b^3}{3} \right\}. \quad (7)$$

a en b = zijden van de doorsnede, $L \gg a$, $L \gg b$.

(c₂) — Lange ronde buis met ronde as, exaxiaal in de buis geplaatst (de beschrijvende lijnen van buis en as zijn evenwijdig):

$$W = \frac{A}{2LS} = \frac{r}{L} \cdot \frac{2}{1 - \varepsilon^2} \left\{ \frac{4}{3} - \varepsilon + \varepsilon^3 + \varepsilon \alpha^2 - \right. \\ \left. - \frac{1}{3\pi} \int_0^\pi (1 + a \cos \vartheta)^2 \cdot \psi(\lambda) \cdot d\vartheta - \frac{1}{3\pi} \int_0^\pi \frac{\varepsilon^2 - a\varepsilon \cos \vartheta}{\varepsilon^2 + \alpha^2 - 2a\varepsilon \cos \vartheta} \cdot \psi(\mu) \cdot d\vartheta \right\}, \\ \left. \begin{aligned} \psi(\xi) &= (1 + \xi^2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \varphi} d\varphi - (1 - \xi^2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \varphi}}, \\ \lambda^2 &= \frac{\varepsilon^2}{1 + \alpha^2 + 2\alpha \cos \vartheta} \quad \text{en} \quad \mu^2 = \varepsilon^2 + \alpha^2 - 2\alpha \varepsilon \cos \vartheta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

r = straal van de buis, r_a = straal van de as, $\varepsilon = r_a/r$,
 a' = afstand der geometrische assen van buis en as,
 $\alpha = a'/r$, $L \gg r$.

TABEL I

$\omega(\varepsilon, \alpha) = W \cdot L/r$ volgens (8)					
$\varepsilon \backslash \alpha$	0	0,1	0,2	0,3	0,4
0,6	1,274	1,310	1,388	1,519	1,706
0,7	1,000	1,050	1,173	1,384	
0,8	0,710	0,786	0,996		
0,9	0,396	0,563			
voor $\alpha = 0$ is $\frac{\partial \omega(\varepsilon, \alpha)}{\partial \alpha} = 0$					

De resultaten uit de tabel I hebben wij nog in een tweede tabel (II) op een andere wijze weergegeven en wel zoo, dat de invloed van een verplaatsing van de as in de buis meer in het oog springt.

TABEL II

$\frac{\omega(\varepsilon, \alpha)}{\omega(\varepsilon, 0)}$ volgens tabel I					
$\varepsilon \backslash \alpha$	0	0,1	0,2	0,3	0,4
0,6	1	1,028	1,089	1,192	1,339
0,7	1	1,050	1,173	1,384	
0,8	1	1,107	1,403		
0,9	1	1,422			

(c₃) — Lange ronde buis met coaxiale ronde as (bijzonder geval van (c₂), nl. $\alpha = 0$):

$$W = \frac{A}{2LS} = \frac{r}{L} \cdot \frac{2}{1-\varepsilon^2} \left\{ \frac{4}{3} - \varepsilon + \varepsilon^3 - \frac{2}{3}(1+\varepsilon^2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\varepsilon^2 \sin^2 \varphi} d\varphi + \right. \\ \left. + \frac{2}{3}(1-\varepsilon^2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-\varepsilon^2 \sin^2 \varphi}} \right\} \quad (9)$$

$L \gg r$.

TABEL III

$\omega = W \cdot L/r$ volgens (9)			
ε	ω	ε	ω
0	8/3	0,5	1,540
0,1	2,464	0,6	1,274
0,2	2,252	0,7	1,000
0,3	2,028	0,8	0,710
0,4	1,792	0,9	0,396
		1	0

(d) — Lange spleetvormige buis (het essentieele deel van de doorsnede wordt gevormd door 2 evenwijdige lijnen van een lengte a , op een afstand b tegenover elkaar; a , b en L , de lengte van de buis of wel de diepte van de spleet, worden geacht te voldoen aan de betrekking $a \gg L \gg b$):

$$W = \frac{b}{L} \ln \frac{L}{b} \quad \dots \dots \dots (10)$$

(e) — Korte ronde buis met $r = L$ (verg. (13) en tabel IV):

$$W = 0,6718 \quad \dots \dots \dots (11)$$

(f) — Korte (ondiepe) spleetvormige buis met $b = L$
 ($a \gg b = L$; voor de beteekenis der letters verg. (d); verg. verder (14) en tabel V):

$$W = 0,6843 \quad \dots \dots \dots (12)$$

(B) — Benaderende uitkomsten, die exact zijn voor zeer korte en zeer lange buizen.

(g) — Korte ronde buis:

$$\begin{aligned}
 W = & \frac{1-2\alpha}{3r^2 L} \left\{ 4r^3 + (L^2 - 2r^2) \sqrt{L^2 + 4r^2} - L^3 \right\} + \alpha + \\
 & + \frac{1-\alpha}{2r^2} \left\{ L^2 - L \sqrt{L^2 + 4r^2} + 2r^2 \right\}, \\
 \alpha = & \alpha \left(\frac{r}{L}, \frac{2 \sqrt{L} \cdot r}{3L + 2 \sqrt{L} \cdot r} \right), \quad \alpha \left(\frac{r}{L}, \frac{x}{L} \right) = \\
 = & \frac{\{(L-x) \sqrt{(L-x)^2 + 4r^2} - (L-x)^2\} - \{x \sqrt{x^2 + 4r^2} - x^2\}}{Lx^2 - \{2x - L\} \{x^2 + 4r^2\}} - \frac{L(L-x)^2 - \{2(L-x) - L\} \{(L-x)^2 + 4r^2\}}{\sqrt{x^2 + 4r^2} \sqrt{(L-x)^2 + 4r^2}}
 \end{aligned} \quad (13)$$

TABEL IV

W volgens (13)					
L/r	W	L/r	W	L/r	W
0	1	1,8	0,5384	10	0,1973
0,1	0,9524	1,9	0,5256	12	0,1719
0,2	0,9092	2,0	0,5136	14	0,1523
0,3	0,8699	2,2	0,4914	16	0,1367
0,4	0,8341	2,4	0,4711	18	0,1240
0,5	0,8013	2,6	0,4527	20	0,1135
0,6	0,7711	2,8	0,4359	30	0,0797
0,7	0,7434	3,0	0,4205	40	0,0613
0,8	0,7177	3,2	0,4062	50	0,0499
0,9	0,6940	3,4	0,3931	60	0,0420
1,0	0,6720	3,6	0,3809	70	0,0363
1,1	0,6514	3,8	0,3695	80	0,0319
1,2	0,6320	4,0	0,3589	90	0,0285
1,3	0,6139	5	0,3146	100	0,0258
1,4	0,5970	6	0,2807	(8/300 =	0,0267)
1,5	0,5810	7	0,2537	1000	0,002658
1,6	0,5659	8	0,2316	(8/3000 =	0,002667)
1,7	0,5518	9	0,2131	∞	$8r/(3 L)$

(h) — Korte spleetvormige buis ($a \gg b$ en $a \gg L$; voor de betekenis der letters verg. (d)):

$$W = \alpha \left(1 - \frac{b}{L} \ln \frac{L + \sqrt{L^2 + b^2}}{b} \right) - \frac{L}{2b} + \frac{\sqrt{L^2 + b^2}}{2b} + \\ + \frac{b}{2L} \ln \frac{L + \sqrt{L^2 + b^2}}{b},$$

voor $b \leq L$

$$\alpha = \alpha \left(\frac{b}{L}, \frac{b \ln(L/b)}{2L + b \ln(L/b)} \right), \quad \alpha \left(\frac{b}{L}, \frac{x}{L} \right) =$$

$$= \frac{L - 2x - \sqrt{(L-x)^2 + b^2} + \sqrt{x^2 + b^2}}{2L - 4x - 2\sqrt{(L-x)^2 + b^2} + 2\sqrt{x^2 + b^2}} + \frac{L(L-x)}{\sqrt{(L-x)^2 + b^2}} - \frac{Lx}{\sqrt{x^2 + b^2}}, \quad (14)$$

voor $b \geq L$

$$\alpha = \alpha \left(\frac{b}{L}, 0 \right) = \frac{L + b - \sqrt{L^2 + b^2}}{2(L + b - \sqrt{L^2 + b^2}) + \frac{L^2}{\sqrt{L^2 + b^2}}}$$

TABEL V

W volgens (14)					
L/b	W	L/b	W	L/b	W
0	1	0'8	0,6321	3,2	0,4439
0,1	0,9525	8'8	0,6168	3,4	0,4318
0,2	0,9096	9'8	0,6024	3,6	0,4205
0,3	0,8710	1'8	0,5888	3,8	0,4099
0,4	0,8362	2'8	0,5760	4	0,3999
0,5	0,8048	3'8	0,5640	5	0,3582
0,6	0,7763	4'8	0,5525	6	0,3260
0,7	0,7503	5'8	0,5417	7	0,3001
0,8	0,7266	6'8	0,5215	8	0,2789
0,9	0,7049	7'8	0,5032	9	0,2610
1,0	0,6848	8'8	0,4865	10	0,2457
1,1	0,6660	9'8	0,4712	∞	$\frac{b}{L} \ln \frac{L}{b}$
1,2	0,6485	10'8	0,4570		

(C) — Ruw benaderende uitkomsten.

(i) — Lange cylinderbuis met doorsnede van willekeurigen vorm (Knudsen):

$$W = \frac{16S}{3sL} \dots \dots \dots (15)$$

S en s zijn respectievelijk oppervlak en omtrek van de doorsnede, $L \gg S/s$.

(j) — Korte cylinderbuis met doorsnede van willekeurigen vorm:

$$W = \frac{\frac{16S}{3s}}{L + \frac{16S}{3s}} \dots \dots \dots (16)$$

§ 4 — In § 2 hebben wij alleen gebruik gemaakt van „kinetische grootheden”, grootheden, die uitmunten door aanschouwelijkheid en zich bij uitstek leenen tot waarschijnlijkheidsbespiegelingen. In de literatuur is echter tot dusver meestal van „thermodynamische grootheden” gebruik gemaakt bij het opstellen van de met (1) aequivalente uitkomst. Hierom lijkt het ons wenschelijk de transformatieformules te geven, die veroorlooven de kinetische grootheden in thermodynamische uit te drukken.

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{8V}{\pi m u^2}, \\ n_1 &= \frac{8p_1}{\pi m u^2}, \\ u &= \sqrt{\frac{8}{\pi d}}, \end{aligned} \right\} \text{ dus } \frac{K}{n_1} = \frac{V}{p_1}, \quad \dots \dots \dots (17)$$

V = hoeveelheid van het doorgestroomde gas per sec, gemeten door het volume, dat het zou innemen bij een druk = 1 (dimensie = volume $\times$ druk/tijd = arbeid/tijd).

m = massa van een molecule. d = dichtheid van het gas bij een druk = 1 (dimensie = 1/(snelheid)²).

Onze uitkomst (3) brengen wij met behulp van (17) op den vorm

$$V = W.S. \frac{p_1}{\sqrt{2\pi d}}, \quad \dots \dots \dots (18)$$

hetgeen b.v. voor de lange ronde buis

$$V = \frac{4\sqrt{2\pi}}{3} \cdot \frac{r^3}{L} \cdot \frac{p_1}{\sqrt{d}} \dots \dots \dots (19)$$

geeft, den vorm, die bij **K n u d s e n** aangetroffen wordt.

Het is hier de plaats om er op te wijzen, dat de formules (1) (3) onafhankelijk zijn van de snelheidsverdeeling der moleculen, dat het eigenlijke probleem van de moleculaire strooming dus niets met een snelheidsverdeeling te maken heeft. Dat desondanks bij diverse schrijvers het probleem tot dusver steeds aanving met beschouwingen over de snelheidsverdeeling volgens **M a x w e l l** moet wel daarin zijn oorzaak vinden, dat de toetsing van de uitkomsten aan de experimenten slechts door meting van thermodynamische grootheden mogelijk is en dat de overgang op dezen het noodzakelijk maakt, zich over den aard der snelheidsverdeeling uit te spreken. Aan de vergelijking (17), en dus tevens aan (18) en (19), ligt dan ook de verdeeling volgens **M a x w e l l** ten grondslag.

§ 5 — De oplossing van het probleem van de korte buis besprekende zullen wij volstaan met het geven van een schets van de door ons gevolgde methode. Voor de details verwijzen wij naar de in den aanvang van dit artikel geciteerde verhandelingen.

Bepalen wij ons voorloopig tot de ronde cylinderbuis.

Denkt men loodrecht op de beschrijvende lijnen van de buis in een willekeurig punt een vlak aangebracht, dan snijdt de buis een ronde *schijf* uit dit vlak. Twee schijven, die op een zeer kleinen afstand van elkaar liggen bepalen op den buiswand een ringvormig oppervlak, dat wij korthedshalve *ring* zullen noemen.

Voor het berekenen van de doorloopwaarschijnlijkheid W is het nu noodig de volgende waarschijnlijkheden te kennen:

1°. $w_{rr}(v) dv$ = de waarschijnlijkheid, dat een molecule, volgens de cosinuswet een ring $2\pi r dv$ verlatende, direct (d. i. zonder tusschientijdsche botsing tegen den wand) gaat naar een anderen ring $2\pi r dv$, op een afstand v van den eersten gelegen;

2°. $w_{rs}(v)$ = de waarschijnlijkheid, dat een molecule, een ring $2\pi r dv$ verlatende, direct gaat door een schijf πr^2 op een afstand v van den ring;

3°. $w_{sr}(v) dv$ = de over een schijf πr^2 gemiddelde waarschijnlijkheid, dat een molecule, die schijf verlatende, direct valt op een ring $2\pi r dv$ op een afstand v ;

4°. $w_{ss}(v)$ = de over een schijf πr^2 gemiddelde waarschijnlijkheid, dat een molecule, die schijf verlatende, direct valt op een tweede schijf πr^2 op een afstand v .

Het berekenen van deze waarschijnlijkheden wordt aanzienlijk vereenvoudigd door eenige betrekkingen, die tusschen de verschillende $w(v)$'s bestaan. De waarschijnlijkheid toch, dat een molecule van een ring of een schijf naar een tweede schijf gaat is gelijk aan de som van de waarschijnlijkheden, in te vallen op een derde schijf, direct achter de tweede geplaatst, en in te vallen op den ring tusschen de tweede en derde schijf in:

$$w_{rs}(v) = w_{rs}(v + dv) + w_{rr}(v) dv$$

$$w_{ss}(v) = w_{ss}(v + dv) + w_{sr}(v) dv$$

of

$$w_{rr}(v) = - \frac{d w_{rs}(v)}{dv} \dots \dots \dots (20)$$

$$w_{sr}(v) = - \frac{d w_{ss}(v)}{dv} \dots \dots \dots (21)$$

Een derde betrekking legt ten slotte het verband tusschen $w_{rs}(v)$ en $w_{sr}(v)$. Denkt men zich de buis homogeen met moleculen gevuld, dan zullen volgens de consinuswet in een bepaalden tijd even-

veel moleculen van den ring naar de schijf als van de schijf naar den ring gaan en dus is het product van de oppervlakte van den ring en $w_{rs}(v)$ gelijk aan het product van de oppervlakte van de schijf en $w_{sr}(v) dv$ of

$$w_{rs}(v) = \frac{r}{2} \cdot w_{sr}(v) \quad (22)$$

Is dus b.v. $w_{ss}(v)$ door directe berekening bekend, dan kan men met behulp van (20) (22) de overige $w(v)$'s vrijwel direct neerschrijven.

Voor de ronde buis hebben wij gevonden

$$w_{ss}(v) = \frac{1}{2r^2} \left\{ v^2 - v \sqrt{v^2 + 4r^2} + 2r^2 \right\} (23)$$

welke uitdrukking voor $v > 2r$ de volgende reeksontwikkeling bezit

$$w_{ss}(v) = \frac{1}{4} \left(\frac{2r}{v} \right)^2 - \frac{1}{16} \left(\frac{2r}{v} \right)^4 + \frac{5}{128} \left(\frac{2r}{v} \right)^6 - (24)$$

$w_{ss}(v)$, en bijgevolg ook de overige, door differentiatie van (23) en (24) te verkrijgen $w(v)$ 's¹⁾ blijken dus functies van v te zijn, die met toenemende v snel afnemen.

Wij hebben tot dusver steeds aangenomen, dat v een positieve grootheid was. Wil men de formules ook toepassen op negatieve waarden van v (en in vergelijking (27) zullen wij dat ook inderdaad doen), dan moet men afspreken, dat voor zulke waarden van v de optredende wortels steeds het negatieve teeken zullen krijgen.

Men denke zich nu een x -as zoodanig langs de buis gelegd, dat x van links naar rechts van 0 tot L toeneemt, en beschouwe een molecule, dat juist op de plaats x aankomt. De waarschijnlijkheid, dat dat molecule ooit in het tweede vat zal komen zonder in het eerste terug geweest te zijn, zullen wij de *uittreewaarschijnlijkheid* noemen en door $w(x)$ aanduiden. Men ziet dan, dat

$$W = \int_0^L w_{sr}(x) \cdot w(x) dx + w_{ss}(L) \quad (25)$$

1) $w_{rr}(v)$ en $w_{rs}(v)$ zijn door vergelijking van (26) en (27) in deze verhandeling ook expliciet gegeven.

volgens de theorema's van vermenigvuldiging en optelling van waarschijnlijkheden. Volgens diezelfde theorema's volgt voor $w(x)$ de integraalvergelijking

$$w(x) = \int_0^L w_{rr}(\xi - x) d\xi \cdot w(\xi) + w_{rs}(L - x) \dots (26)$$

of, uitschrijvende,

$$w(x) = \frac{1}{4r} \int_0^L \left\{ 2 + \frac{(\xi - x)^3}{\sqrt{(\xi - x)^2 + 4r^2}} - \frac{3(\xi - x)}{\sqrt{(\xi - x)^2 + 4r^2}} \right\} w(\xi) d\xi + \\ + \frac{1}{4r} \left\{ \sqrt{(L - x)^2 + 4r^2} + \frac{(L - x)^2}{\sqrt{(L - x)^2 + 4r^2}} - 2(L - x) \right\}. \quad (27)$$

Wat de strenge oplossing van de integraalvergelijking (27) betreft ¹⁾, kan men gemakkelijk aantoonen, dat dit niet mogelijk is met een reeks van Neumann, aangezien noch aan het door Neumann, noch aan het door Schmidt gegeven convergentie criterium is voldaan. Toepassing van de methode van Fredholm stuit direct op groote integratiemoeilijkheden.

Wel kan men aantoonen, dat voor zeer kleine r/L op plaatsen, die ver genoeg van de uiteinden van de buis afliggen, $w(x) = x/L$ de oplossing van (27) is ²⁾. Verder zal blijken, dat bij groote r/L (r/L van de orde 1 en grooter)

$$w(x) = \alpha + \frac{1 - 2\alpha}{L} \cdot x \dots (28)$$

met goede benadering aan (27) voldoet, indien men zich α als een constante denkt. Was (28) de exacte oplossing van (27), dan zou substitutie van (28) in (27) een vergelijking moeten geven, waaruit bij oplossing naar α een constante voor den dag zou komen. De uitvoering van deze bewerking geeft echter geen constante voor α , maar een functie van x , die wij in het laatste lid van de derde vergelijking onder (13) reeds hebben weergegeven. Het bijzondere van

1) Zie b.v. Riemann—Webers Differentialgleichungen der Physik, I, 12de hoofdstuk (Braunschweig, 1925).

2) Tevens is dit (in het geval van lange buizen) de benaderende oplossing van alle met (27) corresponderende integraalvergelijkingen behorende bij de problemen van cylinderbuisen met willekeurige doorsneden.

deze functie schuilt hierin, dat zij, ondanks haar afhankelijkheid van x , voor groote waarden van r/L practisch onafhankelijk van x is, zooals uit tabel VI moge blijken.

TABEL VI

$\alpha\left(\frac{r}{L}, \frac{x}{L}\right) = \alpha\left(\frac{r}{L}, \frac{L-x}{L}\right)$					
$r/L \backslash x/L$	10	2	1	0,25	0
0	0,4759091	0,3963046	0,3262380	0,1631190	r/L
0,2	0,4759167	0,3959445	0,3247135	0,1649489	2/25
0,4	0,4759141	0,3957635	0,3239510	0,1705989	3/25
0,5	0,4759143	0,3957406	0,3238563	0,171574	1/8

Om nu tot een bepaalde uitkomst te geraken moet men een afspraak maken over de keuze van α . Men zou b.v. de over de buis gemiddelde α kunnen kiezen of b.v. voor iedere r/L steeds $\alpha = \alpha(r/L, 0)$ kunnen nemen. Voor korte buizen komt deze keuze er in het geheel niet op aan, zooals duidelijk uit tabel VI blijkt. Stelt men er echter prijs op, dat de formule voor W (zie (25), die door substitutie van $w(x)$ uit (28) en door uitwerking in de vergelijking voor W onder (13) overgaat) ook voor lange buizen het goede antwoord geeft, dan zal men in de eerste plaats moeten zorgen, dat (28) voor kleine r/L bij benadering in $w(x) = x/L$ overgaat. De gemiddelde α is hiertoe geheel ongeschikt, terwijl $\alpha = \alpha(r/L, 0)$ inderdaad $\alpha = r/L \approx 0$ (verg. tabel VI) en dus (28) $\equiv w(x) = x/L$ geeft. Met behulp van $\alpha = \alpha(r/L, 0)$ geeft (25) echter $W = 7r/(3L)$ voor kleine r/L , dus een uitkomst, die ca. 12% te klein is (verg. (5)). Het lag daarom voor de hand de α nog anders te kiezen en wel zoodanig, dat voor de lange buizen juist $W = 8r/(3L)$ wordt. De eenvoudigste keuze (overigens één keuze uit velen) om dit doel te bereiken is $\alpha = \alpha(r/L, 2r\sqrt{7}/(3L) + 2r\sqrt{7})$ stellen. Voor zeer kleine r/L is dan $\alpha = 4r/(3L) \approx 0$ en gaat (28) weer in $w(x) = x/L$ over, maar nu geeft (25) bovendien het goede antwoord voor de lange buis, $W = 8r/(3L)$.

Wij bezitten dus in (13) een uitkomst, die voor zeer lange en voor zeer korte buizen met willekeurige benadering geldig is. Hoe de benadering is voor buizen van willekeurige lengte is niet gemakkelijk aan te geven. De vergelijking van (13) met het resultaat van een graphische interpolatie tusschen de beide extreme gevallen „log W

als functie van $\log(r/L)$ voor $r/L \cong 1$ en „log W als functie van $\log(r/L)$ voor $r/L \ll 1$ ” heeft het voor ons waarschijnlijk gemaakt, dat (13) nergens meer dan ca. 20% van de juiste waarde afwijkt.

In hoeverre (13) voor $r = L$ een uitkomst geeft, die zeer dicht bij de juiste waarde van W is gelegen, mag blijken uit een numerieke berekening, waarbij de integraalvergelijking (27) vervangen is door een systeem van 11 lineaire vergelijkingen met 11 onbekenden, een systeem, dat zich dank zij de betrekkingen $w(L/2) = 1/2$ en $w(x) + w(L-x) = 1$ op een systeem van 5 vergelijkingen met 5 onbekenden liet terugbrengen. De oplossing van dit systeem werd gesubstitueerd in de tot som vervormden integraal uit (25) en gaf als resultaat $W = 0,6718$, een uitkomst, die wij reeds onder (11) hebben weergegeven en die wel zeer weinig van de uit (13) berekende, $W = 0,6720$, afwijkt.

Uit het voorgaande wordt het duidelijk, dat de gevolgde methode practisch alleen dan kans van slagen heeft, indien de uittreewaarschijnlijkheid slechts een functie van x is en niet bovendien afhangt van de beschrijvende lijn, die men toevallig in het oog vat. Met andere woorden, de punten langs de omtrek van de buis moeten volkomen gelijkwaardig zijn om het probleem „*één-dimensionaal*” te houden. Hieruit volgt, dat naast het probleem van de korte ronde buis, alleen het probleem van de spleet met $a \gg L$, zooals wij die onder (d), (f) en (h) in § 3 gedefinieerd hebben, voor een numerieke berekening in aanmerking kwam. De resultaten hiervan hebben wij gegeven onder (d), (f) en (h), die respectievelijk analoog zijn aan de W 's onder (b), (e) en (g) voor de ronde buizen. Ook bij de spleet moge de goede aansluiting van (14) aan de werkelijkheid geïllustreerd worden door een vergelijking van de beide uitkomsten voor $b = L$, $W = 0,6843$ (zie (12)) en $W = 0,6848$ (zie tabel V), waarvan de eerste weer door een directe numerieke oplossing van (26) en (25) verkregen is.

Tot slot willen wij nog opmerken, dat men in plaats van een langs de buis veranderlijke uittreewaarschijnlijkheid $w(x)$ een „*relatieve invaldichtheid*”, $h(x) \equiv w(L-x)$, aan de beschouwingen van deze § ten grondslag zou kunnen leggen.

Gaarne betuig ik op deze plaats den Heer G. M o u b i s mijn dank voor zijn hulp bij de verschillende numerieke berekeningen

Eindhoven, October 1928.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

NIEUWE RESULTATEN VAN DE THEORIE DER BANDENSPECTRA¹⁾

door R. DE L. KRONIG

Door de ontwikkeling der quantummechanica in de laatste jaren, is ook de theorie van de bandenspectra zeer ver gevorderd, en ik wil u vandaag vertellen; waarin deze vooruitgang bestaat. Ik begin met kort datgene te herhalen, wat men al voordat de quantummechanica bestond, ervan had begrepen, om dan het grootste gedeelte van mijn tijd te benutten voor een analyse van de fijnere eigenschappen der bandenspectra, die eerst met behulp van quantummechanische begrippen konden geïnterpreteerd worden. Daar ik slechts één uur ter beschikking heb, moet u 't mij in deze analyse niet kwalijk nemen, wanneer ik soms de theorie niet heelemaal streng formuleer, maar in plaats daarvan mij met analogiën behelp.

Ik zal mij hier beperken tot *tweeatomige moleculen*, want alleen voor deze heeft men een groot empirisch materiaal en daarom ook een eenigszins ontwikkelde theorie. Zulk een molecuul bestaat uit twee kernen en uit een aantal electronen, die wij voorloopig als puntladingen zullen beschouwen. De *kernen* kunnen *gelijk* zijn, zooals b.v. O_2 , of *ongelijk*, zooals b.v. bij NO , een onderscheid, dat van groot belang is voor de structuur van het spectrum.

Het molecuul heeft stationnaire toestanden van verschillende energie, en de eerste taak, die ons gesteld is, bestaat in de *klassificatie van de termen met behulp van quantumgetallen*.

Vooreerst zullen wij onderzoeken, wat er gebeurt, wanneer de kernen beschouwd worden als twee puntladingen, die op een zekeren afstand van elkaar vast in de ruimte zijn geplaatst. Dan zal het nog mogelijk zijn voor de electronen, om zich op verschillende wijze rondom de kernen te bewegen, en bij iedere van deze configuraties

1) Voorgedragen in de Vergadering der Ned. Natuurkundige Vereeniging te Amsterdam, 22 December 1928. Een overzicht van de litteratuur, waarin echter alleen de nieuwere artikelen opgenomen zijn, bevindt zich aan het eind. Voor oudere publicaties verwijzen wij den lezer naar het samenvattende bericht van R. Mecke, Phys. ZS, **26**, 217, 1925 en van R. Mecke en M. Guillery, Phys. ZS. **28**, 479, 514, 1927.

hoort een *electronenterm*. Men kan zich nu afvragen of het mogelijk zou zijn de verschillende configuraties te onderscheiden, indien men quantumgetallen voor ieder electron aangeeft, zooals men b.v. voor den grondtoestand van het natriumatoom aangeeft, dat er twee 1s-electronen, twee 2s-electronen, zes 2p-electronen en één 3s-electron aanwezig zijn. Bij atomen berust de mogelijkheid van zulk een klassificatie hierop, dat men de wisselwerking van de electronen, wat de energetische positie van de termen betreft, kan vervangen door een passend gekozen centraal veld. De juist genoemde quantumgetallen hebben betrekking op de beweging van electronen in dit centrale veld. Bij tweeatomige moleculen heeft het veld niet meer een centraal karakter, alleen maar draaiïngssymmetrie rondom de verbindingslijn der kernen. Men zou nu kunnen onderzoeken, wat er gebeurt, wanneer men de wisselwerking tusschen de electronen laat verdwijnen. Dan zal voor ieder electron het mechanische probleem dat der beweging rond twee centra zijn, de beweging van ieder electron kan met behulp van de quantumgetallen van het probleem der twee centra worden beschreven. Maar indien men zich de electronen van elkaar ontkoppeld denkt, zullen ook de termen heelemaal verplaatst worden op zoodanige wijze, dat hun energetische volgorde niet bewaard wordt, en het zal daarom meestal niet mogelijk zijn een toevoeging één-aan-één van de termen in het werkelijke molecuul en van de termen in het molecuul zonder wisselwerking te bewerkstelligen.

Men kan ook onderzoeken, wat er gebeurt, wanneer men de twee kernen van het molecuul heel dicht bij elkaar brengt, zoodat zij tenslotte samenvallen, en het molecuul overgaat in een atoom, met een kernlading gelijk aan de som der ladingen der oorspronkelijk gescheiden kernen. Of men kan den afstand tusschen de kernen steeds grooter maken, tot men op het laatst twee atomen in plaats van een molecuul heeft. De termen van het molecuul zullen daarbij overgaan in atoomtermen, maar weer heeft men hier de moeilijkheid, dat gedurende deze processen de termen elkaar kruisen, zoodat het in 't algemeen niet mogelijk is de molecuultermen één-aan-één aan bepaalde atoomtermen te doen beantwoorden. Onderzoekingen van deze soort zijn in den laatsten tijd door Mulliken¹⁾ en Hund²⁾ uitgevoerd.

Er is echter een *quantumgetal* n , dat voor de electronenconfiguratie heel belangrijk is, en dat zonder moeite uit het karakter van

het bandenspectrum bepaald kan worden. Het geeft de waarde van het *moment van hoeveelheid van beweging rondom de verbindingslijn der kernen* in eenheden $h/2\pi$ aan, die immers wegens de draaiings-symmetrie rondom deze richting constant is. Heeft n de waarde 0, 1, 2, ..., dan spreekt men van Σ -, Π -, Δ -... termen.

Wat de *positie van de termen* betreft, is het volgens de nieuwe quantummechanica natuurlijk in principe mogelijk haar te berekenen, maar practisch zijn zulke berekeningen behalve in de eenvoudigste gevallen, zooals b.v. voor het waterstof molecuulion³⁾, haast onuitvoerbaar. Voor de *combinaties van de termen*, die onder uitstraling van licht kunnen plaats hebben, vindt men den *beperkingsregel* $\Delta n = 0$ of ± 1 , die men al vroeger met behulp van het correspondentieprincipe had afgeleid, en die door de quantummechanica een strenge motiveering vond.

Wanneer men zich den kernafstand niet meer vast gegeven, maar variabel denkt, is er meestal voor een bepaalde configuratie van electronen een zekere kernafstand, voor welke de energie van het molecuul een minimum is. Rondom deze evenwichtspositie kunnen de kernen trillingen uitvoeren. Wij hebben dus een nieuw *quantumgetal* r nodig, dat de *trillings'oestand* van het molecuul aangeeft. Zoolang als de trillingen niet te groot zijn, hebben zij een zuiver harmonisch karakter. Voor kleine waarden van r volgen dus de verschillende trillingstoestanden, die bij een bepaalde configuratie der electronen hooren, met gelijke afstanden op elkaar. Voor groote amplitudes wordt de frequentie verminderd, omdat, wanneer de kernen ver van elkaar zijn, de kracht, die hen naar hun evenwichtspositie terugdrijft, ook minder wordt. De hoogere trillingstoestanden liggen dichter bij elkaar, tot bij een zekere waarde van de trillingsenergie *het molecuul in twee atomen dissocieert*, die al naar den aard van de electronenconfiguratie in hun grondtoestand of in aangeslagen toestanden kunnen zijn.

De volgende figuur (fig. 1), die aan een publicatie van Birge en Sponer⁴⁾ is ontleend, laat u het termschema van CO^+ zien. De benedenste lijn beteekent het trillingsniveau $r = 0$ van den grondtoestand van het molecuul, een Σ -toestand. De hoogere trillingsniveaus zijn bekend tot $r = 12$, en men verkrijgt door extrapolatie de gestreepte lijn A als de grens, tot welke de trillingsniveaus convergeeren. Deze grens geeft de som der energiën van de

atomen aan, die bij de dissociatie van het molecuul door vergroting der trillingsenergie ontstaan. Verder is er nog in de figuur te zien een

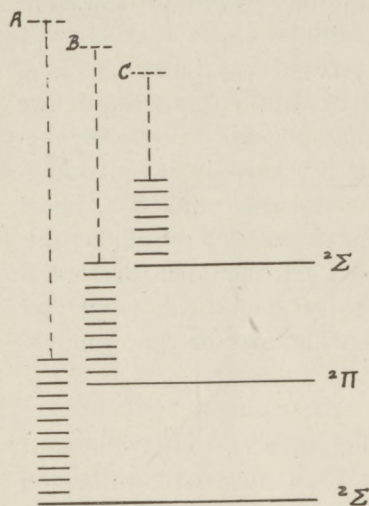


Fig. 1.

Π -toestand en een tweede Σ -toestand, voor welke ook een reeks trillingstoestanden bekend zijn. Zij convergeeren echter naar andere grenzen (B en C) dan de trillingsniveaus van den grondtoestand. Dat wil zeggen, de atomen, die bij de dissociatie ontstaan, zijn niet in denzelfden toestand als in het eerste geval.

Door den overgang tusschen twee trillingsniveaus van twee verschillende electronenconfiguraties ontstaat een *band*, die meestal in het zichtbare of ultra-violet gedeelte van het spectrum ligt. Alle banden, die bij een paar van electronen configuraties hooren, vormen een *banden-*

systeem. Er kunnen ook overgangen tusschen de trillingsniveaus van één en dezelfde electronenconfiguratie plaats hebben, zooals b.v. bij HCl , die dan de oorzaak zijn van meestal in het infrarood gelegen banden. Het is echter noodzakelijk voor de mogelijkheid van zulke overgangen, dat in het electrisch moment van het molecuul een van den tijd onafhankelijke term aanwezig is, wat alleen maar het geval kan zijn, wanneer de twee kernen verschillende lading hebben. Infrarode trillingsbanden kunnen dus niet optreden bij moleculen, zooals b.v. H_2 , N_2 , O_2 .

Over de beweging der electronen en de trilling der kernen is gesuperponeerd de draaiing van het molecuul. Zij is de oorzaak van een verdere splitsing van ieder trillingsniveau in een reeks *rotatieniveaus*, die wij door het *quantumgetal* j onderscheiden. j bepaalt de waarde van het *totale impulsmoment* van het molecuul en moet dus een geheel getal zijn. Daar het niet minder kan zijn dan het impulsmoment n langs de verbindinglijn der kernen, is zijn kleinste waarde $j = n$. De rotatieniveaus volgen niet met gelijke afstanden op elkaar, maar de quantummechanica leert, dat hun energie in eerste benadering door

$$E_j = \text{const.} + \frac{h^2}{8\pi^2 I} j(j+1), \quad \dots \quad (1)$$

bepaald is, waar h P l a n c k's constante en I het inertiemoment van het molecuul beteekent.

Voor de overgangen tusschen verschillende rotatieniveaus hebben wij den *beperkingsregel* $\Delta j = 0$ of ± 1 . In de figuur (fig. 2) ziet

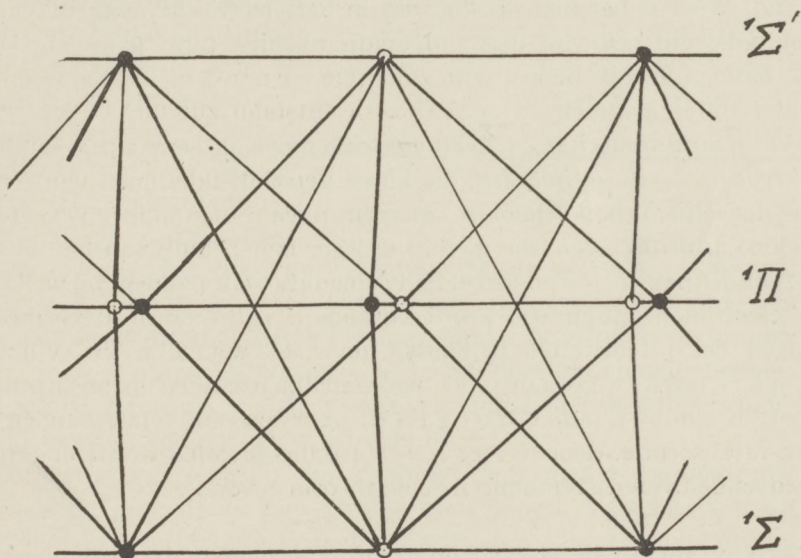


Fig. 2.

u de rotatieniveaus, die bij drie verschillende trillingstoestanden hooren, als punten op drie horizontale lijnen geteekend. Wij stellen hier geen belang in de energetische positie, alleen maar in de overgangen, zoodat de afstanden der punten hier niet energieverschillen beteekenen. De bovenste term is een Σ -term, $n = 0$, de middelste term is een Π -term, $n = 1$, de benedenste term is weer een Σ -term. Voor de Π -term is ieder niveau dubbel geteekend. Van deze dubbelheid en van het verschil tusschen de met cirkels en met punten gemerkte termen zal later sprake zijn. Wij denken ons voor een oogenblik, dat de dubbele termen in één samenvallen. Dan geven de overgangen $\Delta j = 1$ aanleiding tot den P -tak van den band, de overgangen $\Delta j = 0$ tot den Q -tak, de overgangen $\Delta j = -1$ tot den R -tak. Voor den overgang $\Sigma - \Sigma$ heeft de Q -tak de intensiteit nul. Daar de rotatie-energie door een quadratische uitdrukking in j is gegeven, zal dat meestal ook voor de frequenties van de lijnen,

die bij één en denzelfden band hooren, het geval zijn. Men komt dus tot de bekende constructie van de positie der lijnen in een band met behulp van een parabool.

Ik moet nog opmerken, dat men in den laatsten tijd ook banden in het extreme infrarood heeft gevonden, die ontstaan door overgangen tusschen rotatieniveaus van één en denzelfden trillingstoestand. Weer is het hier noodig, dat in het electrische moment van het molecuul een van den tijd onafhankelijke term aanwezig is. De banden, die ik bedoel, zijn door C z e r n y ⁵⁾ bij de halogeenvaterstoffen gemeten.

De quantummechanica heeft het ook mogelijk gemaakt voor de *overgangswaarschijnlijkheden*, die bij de verschillende lijnen van één en denzelfden band hooren, quantitatieve uitdrukkingen af te leiden; uitdrukkingen, die men al vroeger met behulp van het correspondentieprincipe plausibel had gemaakt. Voor banden, bij welke de electronenconfiguratie wordt veranderd, zijn quantitatieve metingen der intensiteiten in emissie door Ornstein en Van Wijk ⁶⁾ bij N_2^+ gedaan, voor rotatietrillingsbanden in absorptie door K e m b l e en B o u r g i n ⁷⁾, voor zuivere rotatiebanden, ook in absorptie, door C z e r n y ⁵⁾. In alle gevallen wordt er een voldoende overeenstemming met de theorie gevonden.

*Ik kom nu tot de behandeling van de gezichtspunten, die eerst door de quantum mechanica in de theorie zijn ingevoerd. Op een vroegere figuur (fig. 2), waren de rotatieniveaus van een Π -toestand dubbel geteekend, terwijl de rotatieniveaus van een Σ -toestand niet zoo'n structuur hadden. Waar komt deze *splitsing* vandaan? Een Π -niveau was bij definitie een toestand van het molecuul, waarvoor het impulsmoment rondom de verbindingslijn der kernen gelijk aan één is. Maar het is haast evident, dat zoolang als de kernen als vast in de ruimte geplaatst worden beschouwd, de twee toestanden met een impulsmoment $+1$ en een impulsmoment -1 , die zich dus alleen door de draaiingsrichting van de electronenbeweging onderscheiden, dezelfde energie hebben en bijgevolg samenvallen. Komt er echter de draaiing van het molecuul bij, zoo heeft er een kleine splitsing van de twee termen plaats, die met toenemende rotatie grooter wordt. Door een storingsrekening heb ik kunnen aantonen ⁸⁾, dat deze splitsing voor Π -termen gegeven is door

$$\Delta = \text{const. } j(j+1),$$

een formule, die ook door Hill en Van Vleck⁹⁾ is afgeleid. De volgende figuur (fig. 3) laat u metingen van deze splitsing als functie van het quantumgetal j voor een II -term van AlH zien, die door Bengtsson en Hultén¹⁰⁾ zijn uitgevoerd. Het is heel duidelijk, dat deze splitsing in haar afhankelijkheid van j een parabolisch karakter heeft, zooals het door onze formule wordt geëischt. Ook voor Δ -termen, $n = 2$, en voor termen met nog grootere waarde van n moet er zoo een splitsing bestaan, omdat er altijd twee termen, één met $+n$, en één met $-n$ haast dezelfde energie hebben. Alleen de Σ -termen, $n = 0$, zijn enkel, omdat hier de dubbelzinnigheid van het teken van n afwezig is.

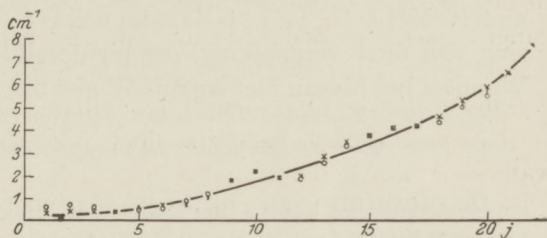


Fig. 3.

In een vroegere figuur (fig. 2) waren de termen gedeeltelijk met cirkels en gedeeltelijk met punten aangegeven. Voordat ik u dit verschil kan verklaren, moet ik u herinneren aan eenige quantummechanische begrippen. Volgens de theorie van Schrödinger wordt het molecuul gekarakteriseerd door een differentiaalvergelijking, welker onafhankelijke variabelen de coördinaten van de deeltjes zijn, waaruit het molecuul is opgebouwd. Kiezen wij de cartesische coördinaten van de deeltjes voor de beschrijving van het molecuul, dan is de vergelijking van Schrödinger de volgende:

$$\sum_i \frac{1}{2m_i} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_i^2} \right) \psi + \frac{4\pi^2}{h^2} (W - V) \psi = 0,$$

waarin m_i de massa van het i -de deeltje, V de potentieele energie en W een constante, de eigenwaarde, beteekent. Gezocht worden de oplossingen ψ , de eigenfuncties, die voor alle waarden van x_i , y_i , z_i eindig blijven en de bijbehorende waarden van W , die de energien der stationnaire bewegingstoestanden voorstellen. Daar de potentieele energie alleen van de afstanden

$$r_{ik} = \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2 + (z_i - z_k)^2}$$

tusschen de deeltjes i en k afhangt, ziet u onmiddellijk, dat wanneer ik in de vergelijking van Schrödinger x_i, y_i, z_i vervang door $-x_i, -y_i, -z_i$, dat deze vergelijking dan haar vorm niet verandert. Met $\psi(x_i, y_i, z_i)$ is daarom ook $\psi(-x_i, -y_i, -z_i)$ een oplossing van onze vergelijking, die bij dezelfde waarde van W hoort. Wanneer het niveau met energie W niet ontaard is, volgt hieruit, dat

$$\psi(-x_i, -y_i, -z_i) = \pm \psi(x_i, y_i, z_i)$$

is. De substitutie van $-x_i, -y_i, -z_i$ voor x_i, y_i, z_i beteekent, dat men een nieuw coördinatensysteem invoert, dat door *spiegeling* aan den oorsprong uit het oude ontstaat. Wij zien dus, dat de termen in twee klassen verdeeld zijn. De termen in de eene klasse hebben eigenfuncties, die zich bij spiegeling niet veranderen, de termen in de andere klasse zulke, die bij spiegeling van teeken veranderen. Termen van de eerste soort heb ik *even* termen, termen van de tweede soort *oneven* termen genoemd ¹¹⁾. Zij zijn in de figuren door cirkels en punten onderscheiden.

Wat ik juist gezegd heb, wordt misschien nog duidelijker door het volgende eenvoudige voorbeeld. Wij beschouwen de trillingen van een snaar, die in de punten $x = -\frac{1}{2}$ en $x = \frac{1}{2}$ is vastgemaakt. De differentiaalvergelijking voor de beweging is

$$\frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi(x, t)}{\partial t^2} = 0$$

met de randvoorwaarden $\varphi = 0$ voor $x = -\frac{1}{2}$, en $\varphi = 0$ voor $x = \frac{1}{2}$. Wanneer wij ons beperken tot de zuiver harmonische trillingen, die van den vorm

$$\varphi(x, t) = \psi(x) e^{2\pi i \nu t}$$

zijn, krijgen wij de gewone differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + \frac{4\pi^2 \nu^2}{c^2} \psi(x) = 0.$$

Deze vergelijking, zoowel als de randvoorwaarden hebben ook de eigenschap, dat zij niet veranderen wanneer men x door $-x$ vervangt. Weer trekt men de conclusie, dat

$$\psi(-x) = \pm \psi(x),$$

en inderdaad zijn de oplossingen van onze vergelijking

$$\left. \begin{aligned} \psi(x) &= \cos(2n+1)\pi x, & v &= \frac{2n+1}{2}c, \\ \psi(x) &= \sin 2n\pi x, & v &= nc, \end{aligned} \right\} n = 0, 1, 2, \dots$$

Oplossingen van de eerste soort veranderen niet, wanneer men x door $-x$ vervangt, oplossingen van de tweede soort veranderen alleen maar van teeken.

Hoe is het nu met de *combinaties* van deze twee soorten termen, die onder uitstraling van licht kunnen plaats hebben? De intensiteiten van overgangen tusschen twee toestanden 1 en 2 zijn volgens de theorie van Schrödinger bepaald door de integraal

$$\int \psi_1 \sum_i x_i \psi_2 dx_1 dy_1 dz_1, dx_2 \dots$$

Wanneer men in deze integraal x_i door $-x_i$ vervangt, zal de integraal onveranderd blijven of gelijk aan zijn negatieve waarde worden en dus nul zijn, naarmate $\psi_1 \psi_2$ bij de substitutie ook van teeken verandert of niet. In het eerste geval moet een van de twee functies ψ_1 en ψ_2 even, de andere oneven zijn, in het tweede geval moeten zij beide of even of oneven zijn. Wij krijgen dus den *beperkingsregel*: *Er combineren alleen maar termen van even eigenfuncties met zulke van oneven eigenfuncties.*

Ik zal u nog de resultaten van een onderzoek laten zien, dat door Bengtsson en Hulthén¹⁰⁾ is gedaan om dezen beperkingsregel te toetsen (fig. 2). Men heeft hier te doen met overgangen tusschen drie electronentermen: twee Σ -termen en één Π -term. Het is duidelijk, dat men den beperkingsregel nog niet kan bevestigen, indien men de overgangen tusschen twee electronentermen bestudeert. Wanneer wij b.v. de overgangen tusschen den laagsten Σ -term en den term Π beschouwen, moeten wij alleen maar de nu als cirkels geteekende niveaus van Π met punten voorzien, en omgekeerd de als punten geteekende niveaus van Π met cirkels, om in plaats van den beperkingsregel: „Er zijn alleen combinaties tusschen punten en cirkels” den beperkingsregel te verkrijgen: „Er zijn alleen combinaties tusschen punten en punten en tusschen cirkels en cir-

kels". Wanneer men echter met drie electronenconfiguraties te doen heeft, zooals hier, kan de beperkingsregel gecontroleerd worden. Neemt men aan, dat zij juist is, zoo wordt door de overgangen van het benedenste Σ -niveau naar het Π -niveau en naar het bovenste Σ -niveau bepaald, welke termen met punten en welke met cirkels voorzien moeten worden. Dan kan men nakijken of voor den overgang van het hoogste Σ -niveau naar het Π -niveau aan den beperkingsregel ook is voldaan. Zooals u in de figuur ziet, wordt de theorie door het experiment bevestigd.

Wanneer de twee kernen in het molecuul gelijk zijn, heeft het spectrum nog andere merkwaardige eigenschappen. Dan blijft namelijk de differentiaalvergelijking van Schrödinger niet alleen onveranderd, wanneer men de coördinaten van alle deeltjes x_i, y_i, z_i door $-x_i, -y_i, -z_i$ vervangt, maar ook wanneer men de coördinaten van kern 1 verwisselt met die van kern 2. Op dezelfde manier als boven maakt men de gevolgtrekking, dat wanneer men in een eigenfunctie ψ de *coördinaten van de twee kernen verwisselt*, deze functie onveranderd blijft of alleen van teeken verandert. In het eerste geval heet de functie en de bijbehorende term volgens H u n d ¹²⁾, die deze soort symmetrie heeft onderzocht, *symmetrisch*, in het tweede geval *antisymmetrisch in de kernen*. Dezelfde methode, die wij boven hebben gebruikt, voert tot den *beperkingsregel*: *Er zijn alleen combinaties mogelijk tusschen termen, die beide symmetrisch of beide antisymmetrisch zijn.*

Wij weten uit de atoomspectra, dat in het geval van electronen alleen dat termsysteem in de natuur optreedt, waarvan de eigenfuncties bij verwisseling van twee electronen antisymmetrisch zijn. Men zal daarom verwachten, dat ook, wat de verwisseling der kernen betreft, alleen maar één van de twee termsystemen voorkomt. De rotatieniveaus, die bij een bepaalden Σ -term hooren, zijn, zooals de berekening leert, afwisselend symmetrisch en antisymmetrisch in de coördinaten van de kernen. Als de zooeven uitgesproken hypothese juist is, zullen de rotatieniveaus en daarom ook de lijnen in een band, die van het Σ -niveau uitgaat, om den andere afwezig zijn. Het experiment leert, dat er werkelijk banden van deze soort optreden, b.v. bij He_2, C_2, O_2 .

Er zijn echter banden, zooals b.v. bij H_2, N_2, Cl_2 , waar de helft van de lijnen niet afwezig, maar alleen zwakker is. Bij H_2 heeft R i c h a r d s o n ¹³⁾ geschat, dat de verhouding van de zwakke tot

de sterke lijnen 1 : 3 is, terwijl in N_2 volgens de quantitatieve metingen van Ornstein en Van Wijk ⁶⁾ de verhouding 1 : 2 is. De volgende figuur laat u een band van N_2^+ zien, die door Van Wijk is opgenomen (fig. 4). Het is duidelijk, dat de lijnen afwisselend sterk en zwak zijn.

Deze *intensiteitswisseling* vindt haar verklaring door de hypothese, dat de kern niet altijd als puntlading kan worden beschouwd, maar dat hij een *impulsmoment* kan hebben. Uit de verhouding der sterke en zwakke lijnen kan men de waarde van het impulsmoment bepalen. Voor een impulsmoment $sh/2\pi$ is de verhouding $s/(s + 1)$.

Voor de kern van H vindt men dus de waarde $s = \frac{1}{2}$, voor de kern van N de waarde $s = 1$. Het laatste resultaat is heel merkwaardig. Want de oneven lading $Z = 7$ van de N -kern zegt ons, dat in deze kern een oneven aantal deeltjes, protonen en electronen, aanwezig is. Ieder van deze deeltjes heeft, wanneer het nog niet in de kern is gebonden, een impulsmoment $s = \frac{1}{2}$, en men zou dus verwachten, dat het totale impulsmoment van de N -kern een halfvallige waarde had. Ik heb op deze moeilijkheid voor de theorie al vroeger opmerkzaam gemaakt ¹⁴⁾.

Een ander geval, dat bijzonder interessant is, treedt op bij stoffen met *isotopen*, zooals b.v. Cl_2 , waar twee isotopen Cl_{35} en Cl_{37} bekend zijn. Men moet verwachten, dat de banden, die bij de moleculen $Cl_{35}-Cl_{35}$ en $Cl_{37}-Cl_{37}$ hooren, wel intensiteitswisseling vertoonen, terwijl de banden van $Cl_{35}-Cl_{37}$ heelemaal normaal moeten zijn, omdat in het laatstgenoemde molecuul de kernen niet gelijk zijn. Zooeven gepubliceerde metingen van Elliott ¹⁵⁾ bevestigen deze verwachting.

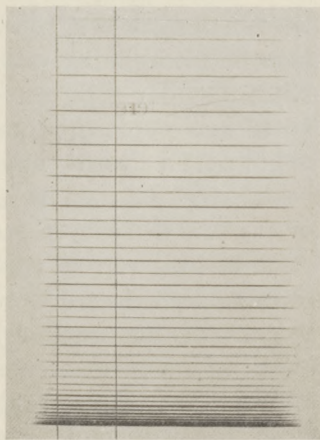


Fig. 4.

In de inleidende opmerkingen, waarmee ik u kort herinnerde aan de algemeene structuur van de bandenspectra, begon ik met de beweging van electronen rondom vast in de ruimte geplaatste kernen, over welke dan de trilling der kernen en de rotatie van het

molecuul wordt gesuperponeerd. Wij krijgen dus voor een bepaalde configuratie der electronen de verschillende trillingsniveaus die, wel is waar niet met gelijkmatige afstanden, maar toch met gelijkmatig zich veranderende afstanden op elkaar volgden. Iedere trillings-toestand werd toen door de rotatie in een reeks rotatietoestanden gesplitst, die ook heel regelmatig volgens een quadratische formule geplaatst waren. Deze beschouwingen, mathematisch uitgedrukt, beteekenen, dat in de differentiaalvergelijking van Schrödinger de beweging der electronen, de trilling der kernen en de rotatie van het molecuul gesepareerd kunnen worden. Maar wanneer men de uitdrukking voor de energie van het molecuul opschrijft, blijkt het, dat zulk een separatie van de variabelen alleen uitgevoerd kan worden, wanneer men zekere kleine termen in de Hamiltoniaansche functie verwaarloost. Het is alleen in deze benadering, dat men de regelmatigheid in de positie van de termen, over welke ik zooeven sprak, kan verwachten.

De invloed van de verwaarloosde termen kan door een *storingsrekening* gecorrigeerd worden. Het blijkt nu, dat in de matrix, die volgens de quantummechanica de storingsenergie representeert, alleen voor zekere paren van toestanden de elementen van nul verschillend zijn. Meestal zijn de verplaatsingen, die door de storing in de waarden van de energie veroorzaakt worden, heel klein. Maar het kan gebeuren, dat twee termen, die elkaar storen, heel dicht bijeen liggen, namelijk wanneer de trillingsniveaus van twee ver-

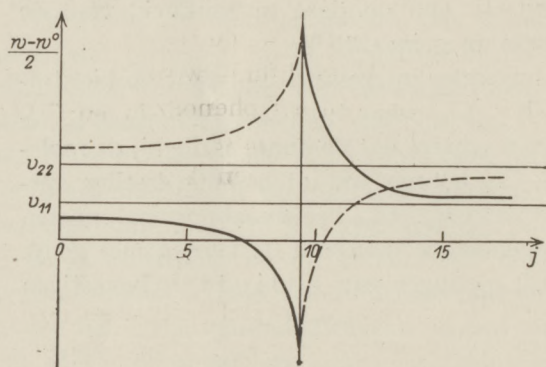


Fig. 5.

schillende electronen-toestanden door elkaar loopden, zooals u op deze figuur (fig. 1), die wij al vroeger gebruikten, kunt zien. Het resultaat is, dat in de buurt van zekere waarden van het rotatiequantumgetal j de niveaus aanmerkelijk afwijken van de positie, die door de formule

(1) zijn gegeven. Jenkins¹⁶) heeft het verloop van zulk een storing in de violette banden van CN nauwkeurig gemeten. Ik zal u nu

het type van de krommen laten zien (fig. 5), die ik met behulp van de storingsrekening voor deze afwijkingen als functie van het rotatiequantumgetal j heb afgeleid ⁸⁾. De geteekende kromme heeft betrekking op de eene van de twee termen, die elkaar storen, de gestippelde op de andere. Deze krommen zijn juist van het type, zooals experimenteel wordt gevonden.

Het kan niet alleen gebeuren, dat discrete niveaus, die bij verschillende electronenconfiguraties hooren, in hetzelfde energiegebied liggen, maar ook, dat een electronenconfiguratie nog discrete niveaus heeft, waar voor een andere al het continue gedeelte van het spectrum, dat beantwoordt aan de dissociatie van het molecuul, begonnen is. Dat is weer te zien op de figuur (fig. 1), die ik al verscheidene malen heb gebruikt. De niveaus dicht onder de grens A zijn nog discreet, terwijl men hier al boven de grens B in het continue gebied van de bijbehorende electronenterm is. Daarom is het energetisch mogelijk voor het molecuul, zonder uitstraling over te gaan van zulk een discreten toestand in den continue toestand van gelijke energie. Dat wil zeggen, het molecuul kan spontaan dissocieeren ¹⁷⁾. Ik heb met behulp van dezelfde methode, die ook een behandeling van de storingen mogelijk maakte, den *levensduur* uitgerekend, die voor deze processen karakteristiek is ⁸⁾. Zij kan onder gunstige omstandigheden van dezelfde grootte worden als de periode van de rotatie van het molecuul, dat wil zeggen van de grootteorde 10^{-12} sec, en dus veel kleiner dan de levensduur, die door uitstraling wordt bepaald en die immers van de orde 10^{-8} sec is. Het gevolg is, dat de rotatie niet meer gequantiseerd zal zijn, zoodat de rotatiestructuur van den band diffuus wordt, of heelemaal verdwijnt. Dit is de verklaring van het phenomen, dat door Henri ¹⁸⁾ is gevonden en dat hij *predissociatie* heeft genoemd. Het eenige twee-atomige molecuul, waarvoor men de predissociatie heeft waargenomen, is S_2 .

In mijn beschouwingen heb ik mij op het standpunt van de scalaire golfmechanica geplaatst. Wanneer men dit niet meer doet, maar aan ieder electron twee golf functies toeschrijft, krijgt men voor de electronentermen een *multipletstructuur*; men moet onderscheiden tusschen singulet-, dublet-, triplet- . . . termen. De splitsingen, die hier optreden geven aanleiding tot een meer gecompliceerd karakter van de banden. Van bijzonder interesse is het geval van mul-

triplet- Σ -termen, zooals b.v. de grondtoestand van O_2 , waarvan de splittingsen door Dieke en Babcock¹⁹⁾ en in zooeven gepubliceerd werk door Mulliken²⁰⁾ zijn onderzocht. De theorie van deze soort splitsing is door Kramers²¹⁾ behandeld.

Er is helaas vandaag geen tijd om over de theorie van de *dielectrische* en *magnetische eigenschappen* en van de *soortelijke warmte* van twee-atomige gasen te spreken. Ook op deze gebieden is in den laatsten tijd een groote vooruitgang waar te nemen²²⁾.

Ik wil deze gelegenheid niet laten voorbijgaan zonder het *Lorentz-Fonds*, op welks invitatie ik mij in Nederland ophoud, mijn hartelijken dank uit te spreken.

LITERATUUR

- 1) R. Mulliken, Phys. Rev. **32**, 186, 761, 1928.
- 2) F. Hund, Z.S.f. Phys. **51**, 759, 1928.
- 3) O. Burrau, K. Danske Vid. Selsk. math.-phys. Meddel. 7, Nr. 14, 1927.
- 4) R. Birge en H. Sponer, Phys. Rev. **28**, 259, 1926.
- 5) M. Czerny, Z.S.f. Phys. **34**, 227, 1925, **44**, 235, 1927.
- 6) L. Ornstein en W. van Wijk, Z.S.f. Phys. **49**, 315, 1928.
- 7) E. Kemble en D. Bourgin, Nature **117**, 789, 1926; D. Bourgin, Phys. Rev. **29**, 794, 1927.
- 8) R. de L. Kronig, Z.S.f. Phys. **50**, 347, 1928.
- 9) E. Hill en J. van Vleck, Phys. Rev. **32**, 250, 1928.
- 10) E. Bengtsson en E. Hulthén, Z.S.f. Phys. **52**, 275, 1928.
- 11) R. de L. Kronig, Z.S.f. Phys. **46**, 814, 1927; **50**, 347, 1928. E. Wigner en E. Witmer, Z.S.f. Phys. **51**, 859, 1928.
- 12) F. Hund, Z.S.f. Phys. **42**, 93, 1927.
- 13) O. Richardson, Proc. Roy. Soc. **116**, 484, 1927.
- 14) R. de L. Kronig, Naturw. **16**, 335, 1928.
- 15) A. Elliott, Nature, December 1928.
- 16) F. Jenkins, Phys. Rev. **31**, 539, 1928.
- 17) Op deze mogelijkheid is het eerst door K. Bonhoeffer en L. Farkas, Z.S.f. phys. Chem. **134**, 337, 1927 opmerkzaam gemaakt. Bij het voltooiën van mijn eigen artikel⁸⁾, waarin ik tot hetzelfde resultaat gekomen ben, was mij de bovengenoemde publicatie helaas onbekend.
- 18) V. Henri en M. Teves, Nature **114**, 894, 1924. V. Henri, Structure des Molécules 1925. V. Henri en R. Wurmser, Journ. de phys. **8**, 289, 1927.
- 19) G. Dieke en H. Babcock, Proc. Nat. Ac. **13**, 670, 1927.
- 20) R. Mulliken, Phys. Rev. **32**, 880, 1928.
- 21) H. A. Kramers, zal binnenkort in Z.S.f. Phys. verschijnen.
- 22) Z.b.v. J. Van Vleck, Phys. Rev. **29**, 727, 30, 31, 1927; **31**, 587, 1928.

MEDEDEELINGEN

PROGRAMMA VAN HET 22STE NEDERLANDSCH NATUUR- EN GE- NEESKUNDIG CONGRES TE ROTTERDAM 2, 3 EN 4 APRIL 1929

(Uittreksel).

**Dinsdag 2 April, des namiddags te stipt twee uur: Eerste Algemeene Ver-
gadering** in de bovenzaal van het Café-Restaurant Tivoli, Coolsingel 53a.

1. Openingsrede van den algemeenen voorzitter P. E. Verkade (Rotterdam): Organische chemie en levenskracht.
2. Rede van K. F. Wenckebach (Weenen): Arteriële stuwing.

Woensdag 3 April, Wis- en Natuurkundige Wetenschappen.

Voormiddag.

In zaal B van de Nederl. Handelshoogeschool, Pieter de Hoochweg 122.

- 9 u. H. Weve (Rotterdam). Inleiding tot de demonstratie van physische instrumenten voor onderzoek en behandeling van het menschelijk gezichtsorgaan.
- 9 u. 40. R. Brinkman (Groningen). Registratie der waterstofionen-concentratie van stroomend bloed met behulp van de antimcon-electrode.
- 10 u. 10. H. A. Kramers (Utrecht). Moeilijkheden en successen in de moderne atoommechanica.
- 11 u. F. Zernike (Groningen). Statistiek van de rangschikking van vloeistofmoleculen en de daarmee samenhangende verschijnselen.
- 11 u. 30. Harald Cramér (Stockholm). Some features in modern mathematical statistics.

Namiddag.

- a. In de Inrichting voor Ooglijders, Oostmolenwerf 5.
- 2 u. Demonstratie van physische instrumenten voor onderzoek en behandeling van het menschelijk gezichtsorgaan.
- b. In het Bataafsch Genootschap, Beurssteeg 4.
- 2 u. Korte toelichting bij de tentoonstelling van natuurkundige toestellen voor proeven door leerlingen.
- 2 u. 30. Th. Wulff. Elektrostatische Versuche mit dem Universal-Elektroskop.

Donderdag 4 April.

Onderafdeeling voor **Wiskundige Natuurkunde** in zaal D der Nederl. Handelshoogeschool, Pieter de Hoochweg 122.

- 9 u. G. Ittmann (Utrecht). De rotatie van onsymmetrische moleculen.
- 9 u. 20. B. van der Pol Jr. (Eindhoven). Oplossing van lineaire differentiaalvergelijkingen met behulp van operatoren.

Onderafdeeling voor **Natuurkunde** in zaal B der Nederl. Handelshoogeschool, Pieter de Hoochweg 122.

- 9 u. J. N. van den Ende (Voorschoten). Metingen betreffende de soortelijke warmte van metalen bij zeer lage temperaturen.
- 9 u. 20. Mej. H. van der Horst (Leiden). Metingen betreffende den spanningscoëfficiënt van helium ten behoeve van de bepaling van de ligging van het absolute nulpunt.
- 9 u. 40. G. J. Sizoo (Eindhoven). Magnetische eigenschappen van kristallen.

- 10 u. F. M. Penning (Eindhoven). Het vrijmaken van elektronen uit een metaaloppervlak door positieve ionen.
- 10 u. 20. G. L. van Soest (Delft). Stereoacoustische metingen.
- 10 u. 40. E. Kaup a (Delft). Selectieve geluidsmetingen.
- 11 u. U. Ph. Lely (Den Haag). Eenige demonstratieproeven voor het middelbaar onderwijs.
- 11 u. 20. A. C. S. van Heel (Delft). Over gemeenschappelijk met E. Marx verrichte proeven over de spherische aberratie van het oog.
- 11 u. 40. S. Goudsmit (Ann Arbor, U. S. A.) Kernmoment en hyperfijnstructuur.
- 12 u. G. H. Dieke (Groningen). Bandspectra van helium.
- 12 u. 20. C. J. Bakker (Amsterdam). De magnetische splitsing in de spectra van geïoniseerde edelgassen.

Des namiddags te stipt drie uur: **Tweede Algemeene Vergadering** in de bovenzaal van het Café-Restaurant Tivoli, Coolsingel 53a.

1. Rede van I. P. Lotsy (Velp): De rol der bastaardeering in het evolutieproces.
2. Rede van A. A. Nyland (Utrecht): Huygens als sterrekundige.
3. Sluiting van het congres.

Tijdens het Congres kan men zich als lid opgeven aan het congresbureau. Het bureau houdt zitting:

op Dinsdag 2 April, des namiddags van half twee tot half vier in de bovenzaal van Café Restaurant „Tivoli”, Coolsingel 53a;

op Woensdag 3 en Donderdag 4 April tijdens de vergaderingen in de Handelshoogeschool, Pieter de Hoochweg 122 en in het Gemeentelijk Ziekenhuis (Artsenzaal, ingang Crispijnlaan 94).

Gewone leden betalen tot wederopzeggens en gedurende tenminste twee achtereenvolgende jaren drie gulden per jaar; zij ontvangen een exemplaar der Handelingen. Tegen storting van vier gulden kunnen ook belangstellenden alle samenkomsten van dit congres als *tijdelijk lid* bijwonen.

STRIKVRAGEN

Vraag XL. Een parabolische spiegel met totaal reflecteerend vermogen maakt platte geluidsgolven uitb olvormige die van het brandpunt komen. Zullen deze platte golven overal constante amplitude hebben en altijd houden?

Het antwoord op vraag XXXVIII: *Op een vijver drijven vischdobbers. Golfkringen van een steenplons brengen die in op en neer gaande trilling. Zullen zij, op de manier van dispersie-elektronen in een lichtgolwing, secundaire golfjes uitzenden, die de primaire beïnvloeden?* luidt als volgt. Slechts dan zullen er secundaire golven ontstaan indien er relatieve beweging van dobbers en watervlak ontstaat. Bij vrije dobbers geschiedt dit in eerste benadering *niet*, slechts in zooverre het zwaartepunt van dobber en verplaatste watermassa niet samenvallen kan er bij de deining een geringe relatieve beweging ontstaan. Om aanmerkelijke secundaire kringen te krijgen zal men de dobbers elastisch aan den bodem moeten binden, of met dieper hangende massa's moeten bezwaren.

Antwoorden en nieuwe vragen in te zenden bij de Redactie.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912. uitdrukkelijk verboden.

Afgedrukt 26 Maart 1929

DE VERHOUDING VAN IONISATIE EN AANSLAG BIJ DE BEWEGING VAN ELECTRONEN DOOR NEON

door F. M. PENNING en M. C. TEVES

Summary

Preliminary experiments are described concerning the relation between the number of excitations and the number of ionisations in neon gas caused by electrons moving in a homogeneous electric field. This relation is expressed as a function of the quotient of the electric field by the pressure of the neon gas.

§ 1. Bij de meeste gasontladingen die zich in de praktijk voordoen (glimontlading, boogontlading, positieve zuilen) worden de verschijnselen in hooge mate beheerscht door de optredende ruimte-ladingen. Wanneer men het mechanisme dezer ontladingen beter wil begrijpen, ligt het voor de hand na te gaan hoe de verschijnselen zich afspelen in een homogeen electrisch veld. Practisch doet dit geval zich voor in het eerste oogenblik van het „doorslaan”. Wij denken ons twee vlakke evenwijdige platen, waarvan de onderlinge afstand klein is t.o.v. de plaatafmeting. Legt men tusschen deze platen een klein potentiaalverschil, dan zal het gas zich gedragen als een zeer goede isolator; bij toenemende spanning komt er echter vrij plotseling een oogenblik, waarop tusschen de platen een meetbare stroom gaat vloeien en meestal zal deze stroom, wanneer de voorschakelweerstand klein is, zeer snel tot een groote waarde aangroeien. In het eerste oogenblik echter moet de stroom van nul af toenemen, in dat eerste oogenblik zal men dus de ruimte-ladingen mogen verwaarloozen. Zodoende leert het verloop van de doorslagspanning als functie van den electrodenafstand d of den druk p ons iets aangaande de beweging van electronen in een homogeen veld.

Ter illustratie hiervan is in fig. 1 de doorslagspanning V_D voor 3 typische gevallen als functie van pd aangegeven ¹⁾. Wanneer wij

1) De kromme voor N_2 is ontleend aan B. Frey, Ann. d. Phys. **85**, 381, 1928 (kathodemateriaal: messing); de andere aan niet gepubliceerde metingen van een onzer (kathodemateriaal: ijzer). We bepalen ons bij de beschouwing dezer krommen tot het gedeelte rechts van het minimum.

ons stellen op het standpunt van Holst en Oosterhuis¹⁾ moeten wij aannemen dat, bij doorslag, één electron zooveel positieven vormt op zijn weg naar de anode, dat deze samen juist weer één nieuw electron uit de kathode vrijmaken. Is het aantal electronen dat per positief wordt vrijgemaakt voor de hierbeschouwde gassen van dezelfde orde van grootte, dan is gemakkelijk in te zien, dat het groote verschil in de krommen van fig. 1 hoofdzakelijk aan het verschil in het ioniseerend vermogen der electronen moet worden toegeschreven.

Dit komt nu ook geheel overeen met wat omtrent het verloop van de botsingen tusschen electronen en gasatomen bekend is. Bij deze botsingen kunnen wij onderscheid maken tusschen elas-

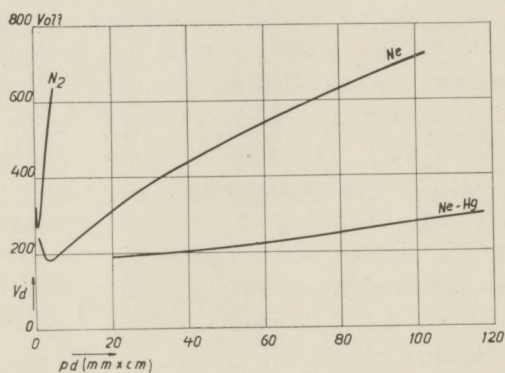


Fig. 1.

tische en onlastische. Bij de eerste ondergaan de electronen wegens hun kleine massa slechts een gering energieverlies, dat wij in eerste benadering buiten beschouwing kunnen laten. De onelastische botsingen geven tot grootere energieverliezen aanleiding. De eerste kromme in fig. 1 heeft betrekking op stikstof, dat als voorbeeld is gekozen van een 2-atomig gas. De doorslagspanning loopt daarbij met toenemende waarde van pd snel op — het percentage der electronen dat ioniseert neemt dus snel af. Wij kunnen dit toeschrijven of aan de omstandigheid dat een deel der electronen met molekulen neg. ionen vormen, die wegens hun grootere massa ook aanzienlijke energiebedragen verliezen bij *elastische* botsingen, of aan de omstandigheid dat de electronen aan 2-atomige moleculen hun

1) G. Holst en E. Oosterhuis, Physica 1, 78, 1921; Phil. Mag. 46, 1117, 1923

energie in kleine porties kunnen afgeven voor het aanslaan van oscillaties tusschen de atomen ¹⁾, of aan beide omstandigheden te gelijk. Bij stikstof speelt waarschijnlijk de laatstgenoemde oorzaak de hoofdrol ²⁾. In ieder geval zullen de electronen in stikstof pas behoorlijk gaan ioniseeren wanneer ze per vrije weglengte een energie kunnen krijgen van de orde van de ionisatie-energie.

Geheel anders zijn de omstandigheden bij de tweede kromme, die betrekking heeft op neon. De electronen verbinden zich met neonatomen niet tot neg.ionen, terwijl de kleinste hoeveelheid energie, die zij door onelastische botsingen aan een neonatoom kunnen afgeven 16,6 Volt bedraagt (aanslagspanning van neon $V_a = 16,6$ V). Een electron dat in neon 16,6 V potentiaalverschil doorloopen heeft, bezit dus ook een energie van 16,6 V, in eerste benadering onafhankelijk van het aantal botsingen dat het daarbij heeft gemaakt. Verkrijgt het electron nu nog grootere energie, dan kan het een neonatoom aanslaan, en, heeft het tenslotte een energie grooter dan V_i (= ionisatiespanning), dan zal het ook kunnen ioniseeren. Of het electron aan de mogelijkheid van ionisatie toekomt, hangt blijkbaar af van het aantal stooten dat het maakt tusschen het oogenblik waarop zijn energie V_a en dat waarop zijn energie V_i is. Hoe grooter dit aantal stooten of m.a.w. hoe grooter in fig 1 pd , hoe grooter de kans is dat het electron aanslaat en hoe kleiner de kans op ionisatie. Bij neon is het dus te wijten aan de aanslaande stooten, dat de kromme van V_d met toenemende waarde van pd oploopt; uit den aard der zaak echter veel minder steil dan bij stikstof.

In het algemeen zijn de aanslaande stooten als verlies te beschouwen, wanneer het er om gaat den doorslag te bevorderen. Anders wordt het echter, wanneer men aan het edelgas een kleine hoeveelheid bijmengsel toevoegt, waarvoor geldt: $V'_i < V_a^{**}$ (V'_i = ionisatiespanning bijmengsel, V_a = aanslagspanning edelgas). Dan kunnen n.l. de aangeslagen, en vooral de metastabiele edelgasatomen de atomen van het bijmengsel ioniseeren ³⁾ en op deze wijze dragen dan ook de aanslaande botsingen bij tot de ionisatie. De waarden van V_d zullen daardoor nog belangrijk lager worden, zooals blijkt

1) Vgl. W. Harries, ZS. f. Phys. **42**, 26, 1928.

2) Vgl. J. Franck und P. Jordan, Anregung von Quantensprüngen durch Stösse, 1926 blz. 271.

3) F. M. Penning, Physica **7**, 321, 1927; ZS. f. Phys. **46**, 335, 1928.

uit de derde kromme van fig. 1, waarbij in het neon een druppel kwik op kamertemperatuur aanwezig was (bijmengsel, voor $pd = 20 : 0,007\%$, voor $pd = 120 : 0,001\%$).

§ 2. In verband met het bovenstaande is het duidelijk dat men het vraagstuk van de doorslagspanning kan splitsen in twee onder-vraagstukken:

- 1) hoeveel positieve ionen zijn er nodig om één electron uit de kathode vrij te maken,
- 2) hoeveel atomen ioniseert een electron in een homogeen veld per eenheid van afstand.

De eerste vraag is onlangs in dit tijdschrift aan de hand van experimenten besproken¹⁾, wij willen ons thans beperken tot de tweede.

Reeds lang zijn over dit onderwerp metingen gedaan door T o w n s e n d en zijn medewerkers²⁾. De door hen gebruikte methode is als volgt. Uit een metaalplaat worden door ultraviolet licht electronen vrijgemaakt. Tusschen deze plaat en een tweede, die op korten afstand evenwijdig met de eerste is opgesteld, wordt een electrisch veld aangebracht (X volt per cm) en men meet nu den stroom tusschen de platen als functie van den electrodenafstand bij constante veldsterkte X . De stroom blijkt dan in een geschikt gekozen gebied exponentieel toe te nemen; de verhouding der stroomen i_2 en i_1 behorend bij plaatafstanden d_2 en d_1 , voldoet aan de betrekking:

$$\frac{i_2}{i_1} = e^{\alpha(d_2 - d_1)}.$$

Deze waarde van α is nu door T o w n s e n d en zijn medewerkers voor een groot aantal gassen gemeten; α/p (p = druk in mm Hg) blijkt een functie te zijn van X/p (in overeenstemming met de formule van P a s c h e n).

Van speciaal belang was voor ons neon, omdat daarmee ook reeds voorloopige metingen waren gedaan betreffende het vrijmaken van electronen door positieve ionen. Voor neon waren echter door T o w n s e n d nog geen metingen over gepubliceerd, en bovendien leek de door T o w n s e n d c.s. tot nu toe gebruikte apparatuur voor dit doel niet zonder meer geschikt. Daar n.l. bij metingen met neon zeer geringe sporen onzuiverheden een grooten

1) F. M. Penning, Physica 8, 13, 1928.

2) Vgl. F. M. Penning, Physica 6, 290, 1926.

invloed blijken te hebben, zal men daarbij liefst toestellen gebruiken die in hun geheel op hooge temperatuur kunnen worden geëvacueerd en waarin geen lakplaatsen aanwezig zijn, aan welke voorwaarde bij de apparatuur van Townsend niet was voldaan¹⁾. De metingen van Townsend en Ayres betreffende helium²⁾ leidden dan ook tot het resultaat dat heliumatomen reeds door electronen van ca. 20 V energie konden worden geïoniseerd, wat geheel in strijd is met de o.a. uit spectrale gegevens berekenbare ionisatiespanning van *He* (24,5 V). Bij aanwezigheid van sporen onzuiverheid is echter het te vroeg optreden van ionen zeer goed verklaarbaar door aan te nemen dat metastabiele heliumatomen atomen van het bijmengsel ioniseeren (zie § 1). In de volgende § wordt dit voor neon nog nader experimenteel nagegaan.

§ 3. De metingen werden ingericht volgens het door Townsend aangegeven en boven beschreven principe. Om de apparatuur te vereenvoudigen werd echter de kathode met *Na* bedekt zoodat zichtbaar licht kon worden gebruikt voor het vrijmaken der electronen. Het aantal electronen nam daardoor bovendien toe, zoodat nog zonder gevaar voor ruimteladings effecten, een zeer gevoelige galvanometer gebruikt kon worden in plaats van een electrometer. Bij de eerste metingen waren de electroden ronde metaalplaten van ca. 2,5 cm doorsnede, in het midden van een glazen ballon aangebracht. Een ervan kon electromagnetisch worden verschoven. Al dadelijk bleek de groote invloed van kleine verontreinigingen. Deze werd daarom door enkele afzonderlijke proeven nader vastgesteld. In fig. 2 is daarvan een voorbeeld gegeven. De druk van het neon was 10 mm, de veldsterkte 38,4 V/cm dus $X/p = 3,84 \text{ V/cm} \times \text{mm Hg}$. Na afloop van een reeks metingen werden enkele punten in tegenstelde richting gemeten om te controleeren of de omstandigheden van belichting en dgl. niet waren veranderd. De teekens voor deze

1) Nadat de hieronder in § 4 beschreven metingen waren verricht verscheen echter een artikel van J. S. Townsend en S. P. Mc Callum (Phil. Mag. **6**, 587, 1928) waarin experimenten betreffende de α van neon werden medegedeeld. Het daarbij gebruikte toestel had niet de in den tekst genoemde bezwaren, en uit de kromme voor de doorslagspanning van Ne, die de schrijvers in hetzelfde artikel geven, blijkt dat het gebruikte neon aan hooge eischen van zuiverheid voldeed. De waarden van V_D stemmen op ca. 5 % overeen met de metingen waarop fig. 1 betrekking heeft.

2) J. S. Townsend and T. L. R. Ayres, Phil. Mag. **47**, 401, 1924.

laatste metingen zijn met een streep gemerkt. Bij zuiver neon treedt bij deze waarde van X/p blijkbaar nog geen ionisatie op, zelfs nemen de waarden van i iets af bij toenemende V ¹⁾. Hierbij slaan dus alle electronen de gas-atomen aan. Toevoeging van een kleine hoeveelheid argon (ca. 0,01%) geeft de kromme echter

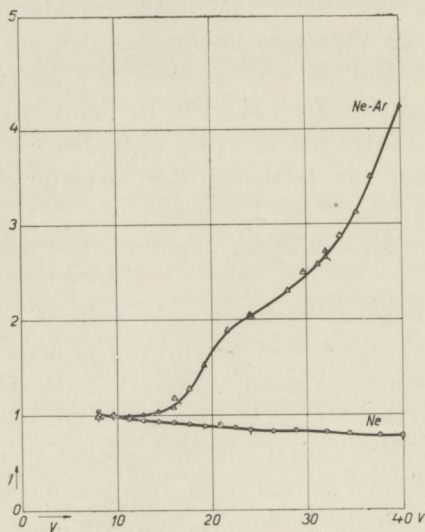


Fig. 2.

een geheel ander karakter — de argonatomen worden nu blijkbaar door de aangeslagen neon-atomen geïoniseerd²⁾. Proeven met *Ne* en *Ne-Xe* (ca. 0,005% *Xe*) gaven tot dezelfde conclusie aanleiding; het verschil was daarbij echter niet zoo groot.

§ 4. Latere proeven werden genomen met het toestel dat in fig. 3 is afgebeeld. Ook daarbij waren de uitkomsten nog niet zoo regelmatig als wij gewenscht hadden, de verkregen resultaten zijn dan ook nog slechts als voorloopige te beschouwen. Experimenten met een ander toestel, waarin verschillende gebreken verbeterd zijn, worden thans voorbereid.

1) Dit zal aan de inrichting van het toestel moeten worden toegeschreven, dat bij deze eerste metingen zoo eenvoudig mogelijk gehouden was.

2) Een van de redenen om deze proeven te nemen was: de theorie van ionisatie door metastabiele atomen nog op een andere manier te controleeren dan door metingen van doorslagspanningen.

Het in fig. 3 afgebeelde toestel is als volgt ingericht. In een buis 1 van 40 cm lengte en 8 cm diameter is een brug 2 ingesmolten, die als drager voor de beide elektroden 3 en 4 dient. De elektrode 3 (van rood koper) is door middel van een chroomijzeren lasch met stroomdoorvoering direct op de brug bevestigd, de elektrode 4 (van geoxydeerd ijzer) zit aan een door een glazen staaf 5 gedragen tweede chroomijzeren lasch met doorvoering. Door deze manier van montage is het mogelijk de twee elektroden zooveel mogelijk parallel aan elkaar op te stellen. Een aardingsring 6 om de draagstaaf 5, naar buiten geleid bij 7, dient om lekstroomen tusschen de elektroden te voorkomen. Ditzelfde doel heeft een aardingsring 8 om de uitvoer van elektrode 4.

De elektrode 4, die als anode dient draagt een klein spiegeltje 9, zoo tusschen de dragers van die elektroden gemonteerd, dat het

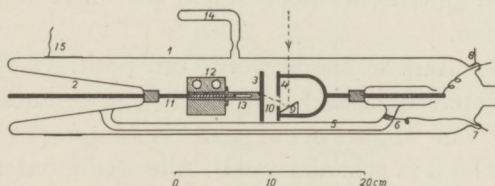


Fig. 3.

licht van een wolframbooglampje, door een lens geconcentreerd, juist op een gaatje 10 valt, van 1 mm doorsnede (in de figuur naar verhouding veel grooter aangegeven). Dit gaatje is onder een hoek van 45° door 4 geboord, en wel zoo dat het doorvallende licht het midden van de als kathode dienende elektrode 3 treft. De loop der lichtstralen is in de figuur door een stippellijn aangegeven.

De kathode 3 is verschuifbaar aangebracht op een chroomijzeren stang 11 — de voortzetting van de chroomijzeren lasch — die glijdt in een bus, geboord door de plaat 12 en de buis 13. De plaat 12 (van weekijzer) is vast verbonden met 13 en 3, en dient tot het verschuiven van de kathode met behulp van een magneetveld. De twee gaten in 12 dienen, door het uit de as brengen van het zwaartepunt, om het draaien van 3 tijdens het verschuiven te voorkomen. De kathode kan ook verplaatst worden door tegen de buis te tikken, wanneer deze scheef is opgesteld. In de praktijk voldeed deze laatste methode het best; deze is dan ook meestal toegepast.

In het zijbuisje 14, zoo aangebracht dat het juist tegenover het kathodeoppervlak staat wanneer de kathode zoover mogelijk verwijderd is van de anode, wordt door electrolyse Natrium gebracht uit een bad van gesmolten $\text{NaNO}_2 + \text{NaNO}_3$ (2000 Volt, 60mA). De buis is bij deze bewerking gevuld met neon.

Het toestel wordt eerst gedurende één dag op 500° in een elektrische oven onder vacuum gepompt (vacuumdruk $\equiv 10^{-6}$ mmHg). Daarna worden de elektroden door hoogfrequente verhitting intensief ontgast. De buis wordt met neon gevuld en door een glimontlading van 1 A het elektrodenoppervlak nog eens extra gereinigd. Door verhitting van 14 wordt het Natrium op de kathode gedistilleerd, nadat eerst weer goed geëvacueerd is. Tenslotte wordt het geheele toestel van de pomp afgesmolten. Later kan dan door middel van aangesmolten buisjes met verbrijzelbaren wand („bol-capillairs”) een gewenschte hoeveelheid gas, bijv. neon, in de buis gebracht worden.

Meetmethode: Aan de anode wordt een positieve spanning (van een potentiometerschakeling) aangelegd, aan de kathode ligt een galvanometer van Hartmann & Braun (1 mm uitslag = $1,4 \times 10^{-11}$ A bij 3 m schaalafstand). Alle steunpunten van galvanometer en leidingen zijn zorgvuldig geaard tegen lekstroomen. Ook om de kathodeuitvoer ligt een aardingsring 15. De geheele buis is door zwart papier afgedekt; door een venster valt het licht van een wolframbooglampje (geconcentreerd door een lens) op de kathode (via het spiegeltje), waaruit het dan de nodige electronen vrijmaakt. Zooveel mogelijk is verhinderd, dat licht valt op Natriumlagen, die naast de kathode zijn neergeslagen — dit neerslaan is bij de behandeling practisch niet te vermijden. Daartoe is de anode zwart geoxydeerd, om aldus de reflectie te verminderen. Verder is de electrodediameter groot (5 cm) ten opzichte van de electrodenafstand (max. 1 cm).

Voor zoo groot mogelijke homogeniteit van het veld is gezorgd, doordat het gaatje in de anode slechts 1 mm doorsnede heeft en onder een hoek van 45° geboord is.

Elke nieuwe gasvulling wordt eerst door een ontlading van 30—60 mA „schoongebrand” om kleine onzuiverheden, die b.v. bij het afsmelten der capillairs vrijkomen, te verwijderen. Hierbij kan de emissie van het alkali-oppervlak sterk veranderen.

Een reeks metingen heeft nu op deze wijze plaats, dat in over-

eenstemming met het boven opgemerkte, de veldsterkte constant wordt gehouden. Bij verandering van den afstand moet dus het potentiaalverschil tusschen de electroden in dezelfde verhouding worden veranderd. De afstand katode-anode wordt bepaald met een meetmicroscop (afgelezen op 0.01 mm). Elke verschuiving bedraagt 0.4 mm, de totale afstand varieert tusschen 2 en 10 mm.

§ 5. Gemeten werd bij gasdrukken van 20, 10 en 5 mm. De resultaten voor de laatste reeks zijn in fig. 4 uitgezet, waarbij als

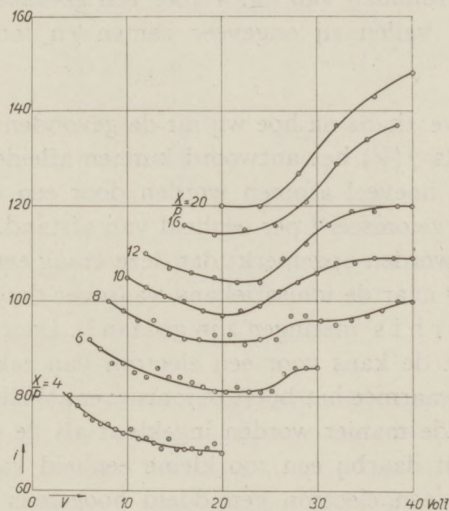


Fig. 4.

maat voor den stroom is genomen de galvanometer-uitslag in mm (afgelezen op 1 mm nauwkeurig; het nulpunt valt ver buiten de figuur). Als ordinaat is het potentiaal verschil tusschen kathode en anode uitgezet (waarmee dus de electrodenafstand evenredig is). Het afnemen van i bij toenemenden electrodenafstand moet worden toegeschreven aan het teruggdiffundeeren van electronen naar de kathode. Een electron komt n.l. met een zekere snelheid uit het kathodeoppervlak en daar het slechts zeer weinig energie verliest bij elastische botsingen bestaat er een zekere kans¹⁾ dat het

1) Alleen wanneer de uittreesnelheid 0 is wordt deze kans oneindig klein. Vgl. W. Harries en G. Hertz, ZS. f. Phys. **46**, 151, 1927.

weer naar de kathode terugkeert. Laten wij den plaatafstand van 0 toenemen, dan zal deze kans eerst grooter worden, de stroom dus afnemen. Zoodra echter het electron een bedrag aan energie verliest, grooter dan de uittree-energie, zal terugkeeren onmogelijk zijn geworden. Het aantal terugkeerende electronen wordt dus zeker constant van het oogenblik af, waarop alle electronen minstens éénmaal hebben aangeslagen of geïoniseerd. Wij behoeven er daarom bij grootere afstanden geen rekening meer mee te houden.

Worden de krommen van fig. 4 voor een geëvacueerde buis opgenomen, dan vallen zij ongeveer samen en loopen ook bijna horizontaal ¹⁾).

§ 6. Gaan we thans na hoe wij uit de gevonden krommen voor den stroom i als $f(V)$ het antwoord kunnen afleiden op de in § 2 gestelde vraag: hoeveel atomen worden door een electron in een homogeen veld geïoniseerd per eenheid van afstand. Misschien mag eerst nog even worden opgemerkt dat deze vraag een geheel andere is dan de vraag naar de ionisatiekansen waarover door Compton en Van Voorhis metingen zijn gedaan ²⁾). Daarbij werd onderzocht hoe groot de kans voor een electron van zekere snelheid is om een atoom waarmee het botst te ioniseeren. Weliswaar kan deze vraag op dezelfde manier worden ingekleed als de eerstgenoemde, maar dan wordt daarbij een zoo kleine eenheid van afstand verondersteld, dat een electron gemiddeld hoogstens éénmaal botst en de kans op een tweede ionisatie te verwaarlozen is. In het ons bezighoudende geval maakt een electron echter veel botsingen, daarbij moet dus de vergelijking voor de electronendiffusie ³⁾ in de berekening worden betrokken. Veronderstelt men nu dat het aantal aanslagen ten opzichte van het aantal ionisaties te verwaarlozen is, dan kan men door combinatie van de genoemde vergelijking en de resultaten van Compton en Van Voorhis het antwoord op de gestelde vraag berekenen ⁴⁾). In fig. 5 is een

1) Inderdaad is er nog een kleine toeneming, die echter tusschen 21,5 V en 38,1 V maximaal 1,5 % bedraagt ($X = 100$ V/cm). Deze toeneming is bij de berekening van f uit de resultaten van fig. 4 in rekening gebracht.

2) Besproken in Physica **6**, 290, 1926.

3) G. Hertz, ZS. f. Phys. **32**, 297, 1925; A. D. Fokker, Physica **5**, 334, 1925.

4) F. M. Penning, ZS. f. Phys. **40**, 4, 1926; M. J. Druyvesteyn, ZS. f. Phys. **52**, 197, 1928. Bij deze berekeningen is verondersteld, dat de electronen en atomen zich bij niet-ioniseerende botsingen gedragen als volkomen elastische bollen.

voorbeeld gegeven van een dergelijke kromme en wel voor $X/p = 13,2$ ¹⁾. Als abscis is uitgezet de afstand tot de kathode in een geschikte eenheid (n.l. de weg die een electron in een richting loodrecht op het kathode-oppervlak moet afleggen opdat zijn energie $= V_i$ zij), als ordinaat het gemiddelde aantal ionisaties per electron per eenheid van afstand. Voor kleine waarden van X/p is deze kromme smal, voor toenemende waarde van X/p strekt zij zich uit tot steeds grootere x . Daar de aanslagen zijn verwaarloosd blijft het oppervlak steeds $= 1$.

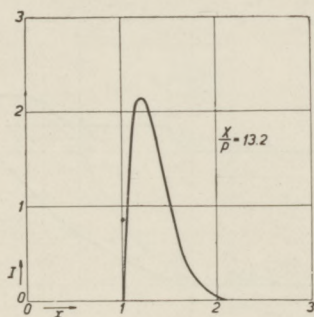


Fig. 5.

De aanslagen mogen echter in werkelijkheid niet buiten rekening worden gelaten. En nu is voor de berekening het bezwaar, dat uit de metingen van Compton en Van Voorhis niet is af te leiden wat er gebeurt wanneer een botsing niet tot ionisatie leidt. Het kan zijn dat het electron daarbij elastisch wordt gereflecteerd, het kan ook zijn dat het atoom wordt aangeslagen. In het eerste geval verliest het electron practisch zeer weinig, in het tweede geval veel energie; het verdere gedrag van het electron is dus onbekend. Om een kromme te berekenen als die van fig. 5, voor het geval dat met de aanslagen rekening gehouden wordt, zou men dus de aanslagkans moeten kennen als functie van de electronen-snelheid en daarover is nog zeer weinig bekend. Ook uit de in § 4 beschreven metingen is een dgl. kromme niet af te leiden. Wij moeten er dus van afzien het aantal ionisaties als functie van de plaats te bepalen. Wel kunnen wij uit de gemeten stroomen (fig. 4) iets afleiden omtrent het *totale* aantal ionisaties f_i dat gemiddeld per electron wordt uitgevoerd (zoodra een electron éénmaal geïoniseerd

1) Berekend door M. J. Druyvesteyn, l.c.

of aangeslagen heeft laten wij het verder buiten beschouwing). Daar de electronen die niet ioniseeren aanslaan, geeft dit ons tevens de verhouding tusschen de aantallen van beide processen, en wel is

$$\frac{\text{aantal ionisaties}}{\text{aantal aanslagen}} = \frac{f_i}{1 - f_i}$$

Laten wij eerst een oogenblik het omgekeerde geval beschouwen, n.l. dat f_i bekend is en naar den vorm der krommen voor i (zie fig. 4) wordt gevraagd. Voor een kleine waarde van X/p zullen de elec-

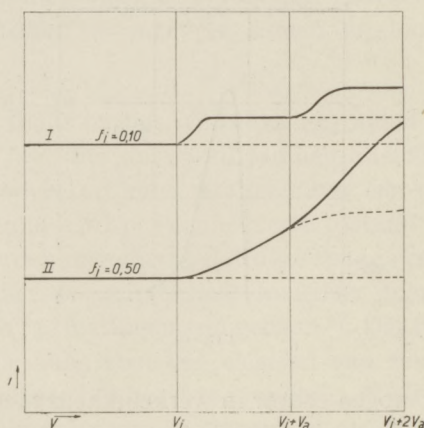


Fig. 6.

tronen ioniseeren bij snelheden die (in Volt uitgedrukt) slechts weinig grooter zijn dan V_i (vgl. § 6), f_i is daarbij echter ook klein (vgl. § 1). Voor $f_i = 0,1$ zullen wij b.v. een kromme verwachten die in fig. 6 onder I is aangegeven. Alle ionisaties spelen zich af in een gebied, dicht bij V_i ; van daar loopt de kromme weer horizontaal tot de spanning $V_a + V_i$ is geworden (V_a = eerste aanslagspanning van neon). Is $f_i = 0,1$ dan zullen n.l. 90% der electronen aanslaan, dit aanslaan begint bij V_a , de ionisaties dezer electronen die éénmaal aangeslagen hebben beginnen dus bij $V_i + V_a$. Deze tweede stijging der kromme verloopt echter reeds vlakker dan de eerste, daar het aanslaan zich ook over een heel snelheidsgebied zal uitstrekken en niet bepaald blijft tot precies de snelheid V_a . Bovendien beginnen de electronen die geïoniseerd hebben hun tweede ionisaties pas bij $2 V_i$. Ook bij kleine waarde van X/p zal

dus de kromme voor groote V hoe langer hoe meer continu gaan stijgen.

Bij grootere waarden van X/p en dus van f_i zal dit reeds eerder gebeuren, zooals door de kromme II is aangegeven, waarvoor $f_i = 0,5$ is verondersteld. Het ioniseeren der electronen zal daarbij over een grooter snelheidsgebied geschieden, zoodat de kromme nog niet horizontaal loopt op het oogenblik dat de electronen die aangeslagen hebben gaan ioniseeren. Met een stippellijn is aangegeven hoe de stroom zou verlopen indien deze laatgenoemde ionisaties niet plaats hadden.

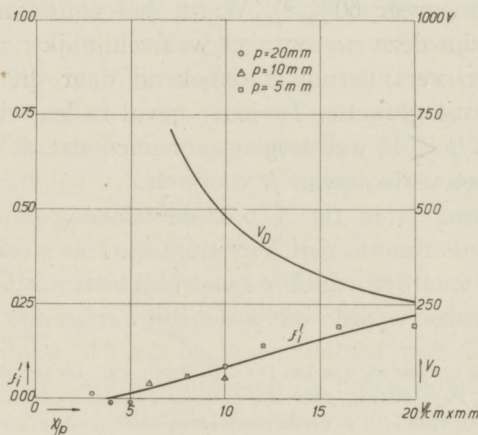


Fig. 7.

Uit bovenstaande volgt, dat wij uit onze metingen met zekerheid alleen kunnen afleiden het aantal ionisaties dat plaats heeft bij een plaatafstand overeenkomende met $V_i + V_a$, dus bij 38,1 Volt. Dit aantal noemen wij f_i' , de daarvoor berekende waarden zijn in fig 7 aangegeven. De punten vertoonnen tengevolge van de experimenteele moeilijkheden een sterke strooiing; wij hopen de nauwkeurigheid door metingen met een ander toestel aanmerkelijk te kunnen verhoogen.

Bij de berekening van f_i' is geen rekening gehouden met het feit dat de gevormde pos.ionen zelf weer nieuwe electronen uit de kathode trekken, en ook daardoor den stroom verhoogen. Voor neon en een ijzerkathode wordt hierdoor in de waarde van f_i' een fout gemaakt van 5 à 10% ¹⁾ voor een natrium kathode is de fout waar-

1) F. M. Penning, Versl. Kon. Ak. van Wetensch. A'dam **36**, 1073, 1927.

schijnlijk groter. Wij hebben hiervoor echter in verband met de andere onzekerheden dezer metingen geen correctie aangebracht.

De waarde van f_i , het *totaal* aantal ionisaties per electron, zal groter zijn dan f_i' . In verband met het boven opgemerkte mogen wij echter aannemen dat voor kleine waarden van X/p het verschil zeer gering zal zijn. Voor grotere waarden kan er een schatting over gemaakt worden met behulp van de bovengenoemde berekeningen waarbij de aanslag verwaarloosd is (§ 6). Daaruit volgt dat voor een potentiaal verschil van 38,1 Volt tusschen de platen bij $X/p = 13$ ongeveer 95 % van het totale aantal ionisaties plaats heeft gehad, bij $X/p = 27$ ongeveer 60% ¹⁾. Wordt het aanslaan in rekening gebracht dan zijn deze percentages waarschijnlijk nog wat anders; het bedrag der verandering is onbekend daar dit afhangt van verloop der aanslagfunctie. In ieder geval zullen wij echter voor waarden van $X/p < 15$ wel mogen aannemen dat de kromme van fig. 7 tevens het verloop van f_i voorstelt.

Ter vergelijking is in fig. 7 ook de doorslagspanning V_D bij ijzerelectroden als functie van X/p uitgezet. Het sterke stijgen van V_D voor kleine waarden van X/p moet blijkbaar worden toegeschreven aan de geringe waarde die f_i daarbij aanneemt.

1) Deze gegevens danken wij aan Dr. D r u y v e s t e y n. De berekening is zeer analoog aan die in ZS. f. Phys. **52**, 197, 1928. De differentiaalvergelijking is dezelfde; de randvoorwaarde w of $\rho = 0$ voor $x = \infty$ uit de geciteerde publicatie moet nu echter vervangen worden door $\rho = 0$ voor $x = \frac{V_i + V_a}{V_i}$. Nu ontstaat dus geen Hankelfunctie, maar behoudt men de Besselfunctie van de orde $1/3$. Door ook nog de 2 randvoorwaarden voor de continuïteit van ρ resp. $d\rho/dx$ te beschouwen kunnen de constanten bepaald worden en is de kromme J/N_0 als functie van x eenvoudig te berekenen. Het oppervlak van deze kromme geeft het aantal ionisaties aan.

Eindhoven, December 1928.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

STEREOACOUSTISCHE GELUIDSBEELDEN EN KLEINST WAARNEEMBARE TIJDSVERSCHILLEN

door J. L. VAN SOEST en P. D. GROOT

Zusammenfassung.

Die von v. Hornbostel und Wertheimer angegebene minimale Zeitdifferenzschwelle beim stereoakustischen Hören kann sehr leicht überschritten werden; die Schwelle ist offenbar ganz von der Uebung abhängig und hat daher kaum Bedeutung. Zeitdifferenzen bis 10^{-6} Sek. sind in geeigneten Experimenten beobachtbar.

Richtingsgewaarwording. Het waarnemen van de richting, van waaruit een geluidsimpuls of een geluidstrilling komt, is een psychisch effect, waarvan men geen bewuste gewaarwording heeft. Met groote nauwkeurigheid kan men het hoofd naar de goede richting keeren, zonder dat men zich bewust is, waarom en hoe men die richting vindt. De gewaarwording zelf kan men zich eerst na zeer zorgvuldige oefening eigen maken; met kunstmatige middelen gelukt dit gemakkelijker.

Geluidsbeeld. Het volgende voorbeeld van het kunstmatig opwekken van een richtingsgewaarwording toont tevens aan dat men zich ook tot een richtingsbepaling kan laten verleiden, daar waar er geen eigenlijke richting bestaat. Stel dat men de beide geluidgevers van een hoofdtelefoon tegen de ooren houdt en daarop de eene langzaam van het oor af laat bewegen, dan kan men het in de telefoon voortgebrachte geluid zich schijnbaar *in* het hoofd hooren bewegen naar het andere oor. Beweeft men de beide geluidgevers om beurten, zoo kan men het geluid zich schijnbaar door het hoofd heen van het eene naar het andere oor toe hooren bewegen. Men verkrijgt daarbij den indruk van een *geluidsbeeld*. Is dit beeld in het mediane vlak van het hoofd, dan is er symmetrie en dan zijn de beide (gelijke) geluidgevers even ver van de (gelijk veronderstelde) ooren verwijderd. Dit bewegende geluidsbeeld geeft door zijn stand een richtingsgewaarwording.

Een ander voorbeeld verkrijgt men door de einden van een kaoutsjoukslang tegen de ooren te drukken en op de slang tikjes met een mes in de nabijheid van het midden te geven. De impulsen planten zich door de lucht in de slang naar de ooren voort; beweegt men het mes, al tikkende, zoo hoort men ook hier het beeld zich duidelijk van het eene oor naar het andere begeven. Hoort men het beeld juist in het midden van het hoofd, zoo zal het mes op het

midden van de slang tikken, afgezien dan van de onnauwkeurigheden, die men bij deze bepaling mag verwachten. Heeft men zich eenmaal met dergelijke kunstmatige middelen geoefend, zoo leert men ook zonder dat de gewaarwording van een geluidsbeeld herkennen, die ons in staat stelt het hoofd in de gewenschte richting te brengen, d.w.z. in dié richting, waarbij het geluidsbeeld in het mediane vlak van het hoofd gelegen is.

Theorie. Verschillende theorieën zijn uitgesproken om deze richtingsgewaarwording fysisch te „verklaren”. Men vindt ze alle beschreven in het Handbuch der Physik van H. Geiger en K. Scheel, deel VIII, in het door E. Meyer bewerkte 11de hoofdstuk bld. 538. In 1920 werd o.m. een tijdsverschillentheorie gepubliceerd door v. Hornbostel en Wertheimer; voor de verklaring van het richtingshooren naar impulsen is zij goed bruikbaar, doordat zij het verschil in aankomsttijden der impulsen voor linker- en rechteroor als primaire oorzaak der richtingsgewaarwording noemt. Door een van ons zal elders een experiment worden beschreven, dat een grondslag kan vormen voor toetsing der verschillende theorieën. In dit stuk wilden wij in het bijzonder de aandacht vestigen op de buitengewone gevoeligheid van het gehoororgaan voor deze tijdsverschillen.

Proefneming. De proefneming is buitengewoon eenvoudig; de apparatuur bestaat uit een ronde messingstaaf aan de beide einden verbonden aan kaoutsjoukslangen van gelijke lengte, wier andere einden op geschikte wijze worden bevestigd aan de ooren van den waarnemer, die zelf den staaf niet mag zien. Een helper beweegt, al tikjes gevende, een mes langs den staaf, waarbij de waarnemer den acoustischen middenstand moet zoeken. De helper volgt diens bevelen: „naar links”, „naar rechts” op, totdat „halt” en daarna „stop” wordt gezegd, waarbij met voortbewegen en daarna met tikken van het mes wordt opgehouden. De stand van het mes wordt daarbij in millimeters van het midden van den staaf af en met $\pm$ teeken genoteerd en men gaat zoo voort, totdat een waarschijnlijke fout per waarneming vastgesteld kan worden. Het behoeft niet gezegd te worden dat men, om nauwkeurige metingen te willen verrichten, velerlei voorzorgen moet nemen, b.v. dat de kaoutsjoukslang niet gedurende de proef mag rekken, dat de bevestiging aan de ooren zeer zorgvuldig dient te geschieden, dat de waarnemer in het geheel niet mag worden afgeleid en in geheel onvermoeiden toestand moet verkeerden, enz. Deze voor-

zorgen zijn door ons met de grootst mogelijke nauwgezetheid in acht genomen, ten einde te kunnen nagaan tot hoe fijne richtingsbepaling het gehoororgaan in staat kan zijn.

Resultaat. Men zou kunnen verwachten dat de waarschijnlijke fout per waarneming bij zulk soort proeven desniettemin tamelijk groot is. De voorplantingssnelheid van een impuls in de messing-staaf is van de orde van drieduizend meters per seconde; 1 decimeter wegverschil tusschen de impulswegen naar linker- en rechteroor komt zodoende overeen met een dertigduizendste seconde tijdsverschil, wat al gering toeschijnt.

Maar onze proeven hebben uitgewezen dat de nauwkeurigheid bij zorgvuldige proefneming véél grooter is en dat men hier tot tijdsverschillen van één miljoenste seconde kan komen.

In de hier volgende tabel vindt men de laatste door ons verrichtte serie waarnemingen.

Waarnemer	Gr.	v.S.	Gr.	v.S.	Gr.	v.S.	Gr.	v.S.
Waarneming	+ 3	— 20	+ 1	— 13	+ 3	— 14	— 5	— 24
buiten het	+ 4	— 23	+ 4	— 25	— 1	— 29	— 4	— 24
midden in mm.	+ 10	— 16	+ 3	— 18	+ 3	— 20	— 2	— 26
+ rechts	+ 3	— 22	+ 3	— 22	— 3	— 20	— 1	— 25
— links	— 2	— 22	+ 23	— 22	— 4	— 6	— 1	— 20
	+ 1	— 25	— 2	— 28	— 3	— 23	0	— 35
	0	— 32	+ 9	— 25	+ 8	— 25	— 1	— 31
	— 8	— 25	+ 1	— 26	+ 5	— 28	— 4	— 28
	+ 2	— 41	+ 16	— 22	+ 10	— 17	+ 3	— 18
	+ 8	— 21	+ 5	— 23	+ 7	— 27	— 2	— 17
Gemiddelde.	+ 2,1	— 24,7	+ 6,3	— 22,4	+ 2,5	— 20,9	— 1,7	— 24,8

Waarschijnlijke
fout per waar-
neming

in 10^{-6} sec. 2,11 2,96 3,24 1,81 2,12 3,00 0,97 2,37

De waarnemingen van ons beide liggen gemiddeld 25,5 mm uiteen; dit wijst er op dat er individueele verschillen optreden ten gevolge b.v. van ongelijkheid in impulsverwerking aan de beide ooren van het gehoororgaan. Waarvoor onze meting echter geschiedde, was het bepalen van de waarschijnlijke fouten per waarneming; zij zijn door ons voor elke serie afzonderlijk bepaald en in de bovenstaande tabel ineens in seconden tijdverschil uitgedrukt, waarbij de snelheid in het messing op 3200 m./sec. is aangenomen.

Uit de tabel ziet men dat deze waarschijnlijke fouten variëren van drie tot één miljoenste seconde.

Ook de waarschijnlijke fout per waarneming voor de series te-

zamen is uitgerekend: voor Gr. bedraagt zij $2,4 \cdot 10^{-6}$ secunde, voor v. S. $2,5 \cdot 10^{-6}$ sec.

Deze uitkomsten zijn veel lager dan die welke v. Hornbostel en Wertheimer als „drempelwaarde” noemen: ongeveer het dertigduizendste deel van een secunde, hetgeen ongeveer dertig maal zoo hoog is als bij onze gunstigste serie. Niet alleen kunnen wij bij deze zorgvuldige proeven belangrijk blijven beneden deze drempelwaarde, die o.i. geen reële beteekenis heeft, maar ook zonder speciale voorzorgen tegen vermoeiing, afleiding, e.d. komen wij nooit boven het honderdduizendste deel van een secunde.

Proeven zonder kunstmatige hulpmiddelen. Men zou nog kunnen aanvoeren dat de drempelwaarde, door v. Hornbostel en Wertheimer ingevoerd, alleen voor luisteren zonder kunstmatige hulpmiddelen geldt, doch in de eerste plaats maakten zij bij hun proeven er eveneens van gebruik (twee telefonen) en in de tweede plaats kan men een soortgelijk experiment ook in de vrije ruimte herhalen.

De waarnemer houdt het hoofd zeer strak in een bepaalde richting; op eenige meters afstand beweegt de helper een tegen een klein metalen voorwerp tikkend hamertje, totdat de waarnemer weer den acoustischen middenstand van deze impulsbron heeft bepaald. Men kan narekenen dat het wegverschil voor linker- en rechteroor met groote benadering gegeven wordt door: $px : s$, waarin p de afstand der ooren, x de waargenomen afwijking uit den werkelijken middenstand en s de afstand van den waarnemer tot de impulsbron is; dit onder voorwaarde, dat s groot is ten opzichte van de beide andere grootheden.

Voor een waarneming van Gr., waarbij s ongeveer 900 cm. en p ongeveer 20 cm. was, werd (zonder dat men de volgorde in acht neme) geconstateerd: $x = -6\frac{1}{2}, +3\frac{1}{2}, +8, +14, +17$, waaruit een tijdsverschil van ongeveer $4 \cdot 10^{-6}$ secunde waarschijnlijke fout per waarneming volgt. En voor v.S. met dezelfde waarden voor s en p bleek $x = -2, -2, +4, +8, +8$, waaruit een tijdsverschil volgt van $2 \cdot 10^{-6}$ sec.

Ook deze waarnemingen komen dus ver beneden de genoemde drempelwaarde.

Deze proeven toonen duidelijk aan, welk een buitengewoon gevoelig apparaat het gehoororgaan is.

Januari 1929.

OPTISCHE BEPALING VAN DE DISSOCIATIEWARMTE VAN ZOUTDAMPEN¹⁾

door G. H. VISSER

Zusammenfassung.

Es wurde versucht nach der von Terenin angegebenen optischen Methode die Dissoziationswärmen von $NaBr$, $LiBr$ und LiJ zu bestimmen. Eine Untersuchung von TIJ bei monochromatischer Einstrahlung zeigte, dass die Grenzwellenlänge eine Funktion von Temperatur und Druck des Salzdampfes ist. Es stellte sich dabei heraus, dass die Linienfluoreszenzmethode zur Bestimmung der Dissoziationswärme keine eindeutigen Resultate gibt.

§ 1. Door Terenin (^{2, 3, 4}) werd op grond van waarnemingen bij het bestralen van twee-atomige zoutdampen met ultraviolet licht een methode ter bepaling van de dissociatiewarmte van de moleculen van zulk een zout in dampvorm ontwikkeld.

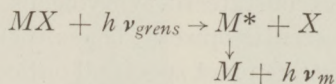
In het kort aangegeven is het principe van zijn methode het volgende:

Het blijkt, dat een damp van het zout MX bij bestralen met licht van een golflengte $\leq \lambda_{grens}$ de eerste lijn van de hoofdserie van het metaalatom met een golflengte $= \lambda_m$ uitzendt. Wanneer D de dissociatiewarmte van het zout is, blijkt de betrekking te bestaan:

$$h \nu_{grens} = D + h \nu_m$$

Men kan dus door monochromatisch instralen en waarnemen van het fluorescentielicht (waarvan λ_m bekend is) de λ_{grens} bepalen en dan D berekenen.

Het proces, dat zich bij deze optische dissociatie afspeelt zou zijn:



dus een dissociatie door lichtabsorptie vanuit den grondtoestand in een elementair proces⁵⁾.

Straalt men in met een golflengte $\lambda_x < \lambda_{grens}$ dan vindt hetzelfde proces plaats, alleen scheiden de deelen dan met een kinetische energie ten bedrage van $(h \nu_x - h \nu_{grens})$ ⁶⁾

1) Kort verslag van een voordracht, gehouden in de November vergadering van de Nederl. Natuurk. Vereeniging.

2) A. Terenin, Zs. f. Phys. **37**, 120, 1926.

3) A. Terenin, Zs. f. Phys. **44**, 713, 1927.

4) K. Butkow en A. Terenin, Zs. f. Phys. **49**, 865, 1928.

5) V. Kondratjew, Zs. f. Phys. **39**, 191, 1926.

6) T. R. Hogness en J. Franck, Zs. f. Phys. **44**, 26, 1927.

Waar volgens Terenin³⁾ de grootte van $h\nu_{\text{grens}}$ (dus de λ_{grens}) onafhankelijk van temperatuur en druk van den zoutdamp zou zijn, kon men denken hiermede een zeer nauwkeurige bepalingmethode voor de dissociatie warmte van zoutdampen gevonden te hebben (Verg. echter Sponer, Erg. d. Ex. Nat. Wiss. Bd. 6, blz. 102, 1927).

Terenin bepaalde op de boven aangegeven wijze D voor natriumjodide, thallium-jodide en -bromide en cuprojodide (voor zoover zijn werk twee atomige moleculen betrof) in zeer goede overeenstemming met de thermochemische gegevens.

§ 2. Bij een onderzoek, dat eenigen tijd geleden in het Laboratorium voor Natuurkunde van de Technische Hoogeschool te Delft werd ingesteld, werden nog een drietal zouten volgens deze methode onderzocht en het lukte tevens den aard van de verschijnselen wat nader te preciseeren.

De apparatuur was geheel analoog aan die, welke Terenin (loc. cit.) gebruikte, alleen werd voor het waarnemen van zwakke fluorescentie-verschijnselen sinds September 1928 van een bijzonder lichtsterk spectraalapparaat (relat. opening $f/1,8$) gebruik gemaakt, terwijl bij het monochromatisch instralen met een eveneens zeer lichtsterken ultraviolet-monochromator gewerkt werd. Beide apparaten werden door Dr. A. C. S. van Heel voor mij ontworpen.

De resultaten van het onderzoek zijn de volgende:

Bij natriumbromide, lithiumjodide en lithiumbromide werd een optische dissociatie geconstateerd. Vervolgens werd de grensgolf-lengte, die nog fluorescentie opwekt, bepaald en wel voor de beide eerste zouten door instralen met spectraal ontleed licht van vonken tusschen elektroden van verschillende metalen. Bij lithiumbromide kon deze methode niet worden toegepast, door de geringere intensiteit van het fluorescentieverschijnsel. Hier werd het licht van de geheele vonk tusschen verschillende metalen door den damp geworpen en op grond van het al dan niet optreden van fluorescentie de grens benaderd.

De op deze wijze bepaalde dissociatiewarmten zijn met enkele gegevens in onderstaande tabel vereenigd.

De overeenstemming tusschen optische en thermochemische waarde mag, gezien het feit, dat het door ontbreken van gegevens niet mogelijk was de thermochemische verbindingswarmte tot D

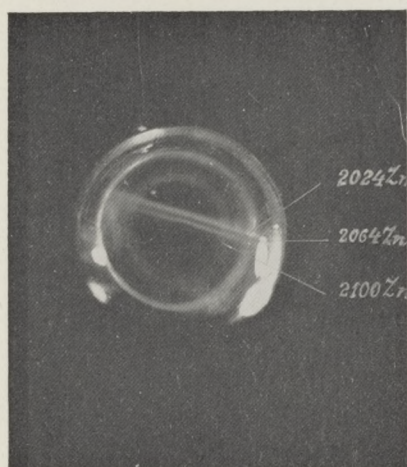


Fig. 1.

Temperatuur v.h. vaste zout: 385°C .
 Temperatuur v.d. damp: 401°C .
 Grens bij: $2100\text{ AE}^1)$

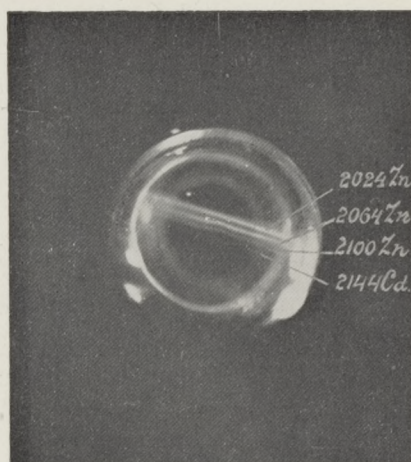


Fig. 2.

Temperatuur v.h. vaste zout: 385°C .
 Temperatuur v.d. damp: 595°C .
 Grens bij: 2144 AE .

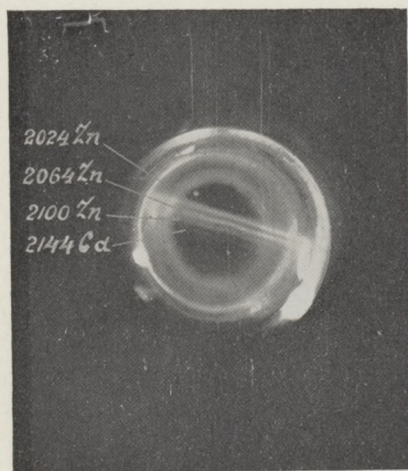


Fig. 3.

Temperatuur v.h. vaste zout: 385°C .
 Temperatuur v.d. damp: 720°C .
 Grens bij: 2144 AE .

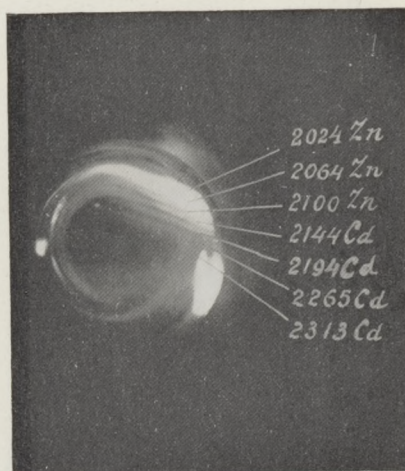
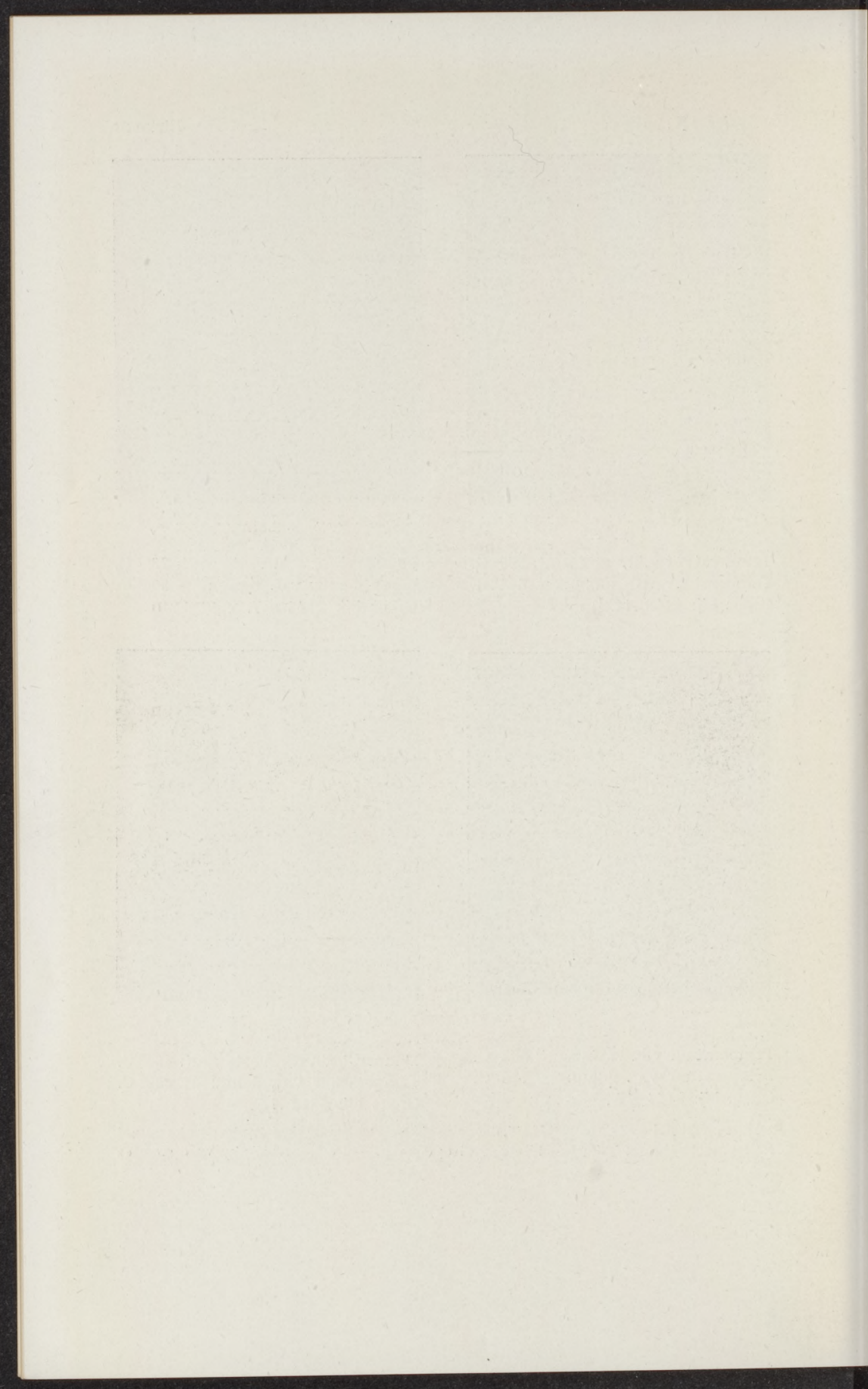


Fig. 4.

Temperatuur v.h. vaste zout: 465°C .
 Temperatuur v.d. damp: 620°C .
 Grens bij: 2313 AE .

1) In verband met de mogelijkheid, dat de zwakkere bundels op de reproductie niet geheel tot hun recht komen, is de grens bij elk geval opgegeven. — De figuren zijn op ware grootte.



om te rekenen, bevredigend genoemd worden, voor zoover het de beide eerste zouten betreft.

De afwijking bij lithiumbromide zou men aan de minder nauwkeurige methode voor de grensbepaling kunnen wijten, het is echter niet waarschijnlijk, dat daar de fout schuilt.

Zout	$\lambda_{\text{grens}} (\text{\AA}E)$	$h \nu_{\text{grens}} (\text{cal.})$	$h \nu_m (\text{cal.})$	$D_{\text{opt}} (\text{cal.})$	Verbindingswarmte (Thermochemisch) ¹⁾
<i>NaBr</i> ²⁾	2169 ± 25	$130,8 \pm 1,5$	48,2	$82,6 \pm 1,5$	90,45
<i>LiJ</i>	2350 ± 50	$120,7 \pm 2,5$	42,3	$78,4 \pm 2,5$	71,25
<i>LiBr</i>	2040 ± 20	$139,0 \pm 1,4$	42,3	$96,7 \pm 1,4$	87,06

Uit het volgende moge inmiddels blijken hoe weinig waarde men moet hechten aan een „kloppen” van waarden voor D verkregen volgens de lijn fluorescentiemethode met de thermochemische waarden.

§ 3. Bij een herhaling van het experiment van T e r e n i n aan thalliumjodide bleek namelijk, dat in tegenstelling met diens opgaven, de grensgolflengte wel degelijk verschuift met temperatuur en druk van den zoutdamp.

T e r e n i n vond bij monochromatisch instralen, dat van de groep sterke ultra-violette lijnen van zink (2034, 2064 en 2100 $\text{\AA}E$) alleen de eerste twee een dissociatie teweeg brachten (T e r e n i n loc. cit. 3).

Bij instralen met onzen monochromator bleek al dadelijk, dat de drie zinklijnen allen emissie gaven. Bij opvoeren van de temperatuur (en in enkele gevallen ook den druk) van den zoutdamp en instralen met spectraal ontleed licht van een vonk tusschen zink- en cadmiumelectroden werden de resultaten verkregen, die in de figuren 1—4 te zien zijn.

Tijdens elk van deze opnamen werd de temperatuur van vast zout en damp op 5 à 10 gr. constant gehouden. Waar verder de zoutdamp zich bevond in een kwartsballonnetje met steel, het vaste zout uitsluitend in dezen steel was en men de temperatuur van ballon en steel met behulp van twee elektrische oventjes afzonderlijk kon regelen, was het mogelijk de temperatuur en den druk van den zoutdamp elk voor zich te varieeren (door n.l. óf de temp. van het ballonnetje óf die van den steel te veranderen).

1) Uit L a n d o l t—B ö r n s t e i n, Phys. Chem. Tabellen, laatste druk.

2) Bij *NaBr* valt echter ook het in § 3 te bespreken effect van de temperatuur te constateeren: de λ_{grens} varieerde tusschen 2144 en 2194 $\text{\AA}E$.

De belichtingstijd was in alle gevallen dezelfde.

Vergelijkt men fig. 1 en 3 dan komt men tot de conclusie, dat de temperatuur invloed heeft op de plaats van de grensgolflengte. (Men beschouwe in dit verband ook de verhouding van de intensiteiten der fluorescentie-bundels opgewekt door Zn 2024, 2064 en 2100 in de fig. 1, 2 en 3). Bezielt men verder de fig. 3 en 4 dan blijkt, dat de druk van den damp invloed heeft op de plaats van de grensgolflengte¹⁾

Berekent men verder D uit opname 4 dan krijgt men < 48 cal terwijl Terenin 61,1 cal vond en $D_{th.ch.} = 58,5$ cal is: Als bepalingmethode voor de dissociatiewarmte is dus een instralen met monochromatisch licht en waarnemen van de lijnfluorescentie ten eenenmale onvoldoende.

§ 4. Bij absorptiewaarnemingen aan den damp van thallium-jodide vond Terenin, dat de absorptie-grens (voor straling met een λ in 't gebied van λ_{grens}) aan de zijde der groote golflengten zich met stijgende temp. en druk van den damp verplaatste en wel naar grooter golflengten²⁾.

Hoewel hij naar het analogon van dit verschijnsel bij het emissieproces zocht (loc. cit.), slaagde hij er niet in dit te constateeren.

Door de bovenbeschreven experimenten is dus nu de schijnbare tegenstrijdigheid in den aard van het absorptie- en het emissieproces verdwenen.

Waar het verder blijkt, dat moleculen bij hooger temperatuur door een kleiner quantum ingestraalde energie gedissocieerd kunnen worden, ligt het voor de hand aan te nemen, dat ze tengevolge van de temperatuursverhooging reeds een zekere energie hadden gekregen.

Door een meer uitgebreid absorptie-onderzoek, dat inmiddels begonnen is (Terenin's waarnemingen droegen in dezen naar hij zelf opmerkt een voorloopig karakter) hopen wij in den aard van deze processen een nader inzicht te zullen kunnen krijgen.

Het is mij een genoegen op deze plaats mijn dank uit te spreken aan Prof. Dorgelo, die mij bij dit onderzoek ten allen tijde met raad en daad terzijde stond en aan Dr. A. C. S. van Heel, die de beide bovengenoemde spectraalapparaten voor mij ontwierp en wiens vriendelijke hulp ik ook bij de proeven zoo vaak heb mogen genieten.

1) In hoeverre de resultaten van Kondratjew (Zs. f. Phys. 39, 191, 1926) met deze uitkomst te rijmen zijn is voor het oogenblik een open vraag.

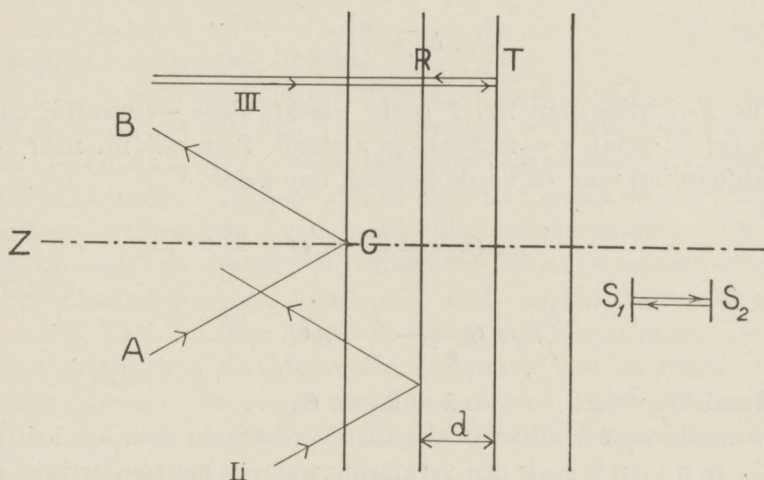
2) Terenin, loc. cit. (3).

IETS OVER DE METHODE VAN DUANE-COMPTON

door F. W. VAN OPLOO

Zusammenfassung.

Die Gleichungen von Duane—Compton werden auf etwas andere Weise betrachtet, auch die Erscheinungen von Davisson und Germer bekommen eine Änderung der Interpretation.



Straal ACB kaatst op het 1e netvlak terug.

Straal II kaatst terug op het 2e netvlak en verlaat daarna het kristal. Straal III ($\perp$ inval) kaatst op het 3e netvlak terug en loopt eenige malen tusschen 2e en 3e netvlak heen en weer alvorens het kristal te verlaten.

Denken wij ons een kristal, dat optreedt als rooster voor Röntgenstralen. Het is mogelijk, met behulp der quantum theorie een afleiding van de formule van Bragg te geven. Duane¹⁾ toonde aan, dat men daartoe onderstellen moet, dat het atoomrooster aan de lichtquanta, die er tegen botsen, niet alle denkbare, maar slechts zeer bepaalde stooten geeft. Stel, dat lichtquanta volgens de richting AC van fig. 1 invallen op een kristal K , schematisch voorgesteld door atoomlagen op onderlingen afstand: d .

In de figuur zien wij een botsing op het eerste netvlak, waarna het quantum den rooster in de richting CB weer verlaat. Men kent

1) W. Duane. Proc. Nat. Acad. 9, 159 1923.

aan het quantum een hoeveelheid van beweging $h\nu/c$ toe. Ook stellen wij, dat er geen verandering van golflengte bij de botsing optreedt, zoodat $\nu_{\text{voor}} = \nu_{\text{na}}$. De impuls van het quantum na de botsing is dan, wat zijn waarde aangaat, dezelfde als vóór de botsing; echter is de richting veranderd. Denken wij aan de component in de Z richting. Eerst bedraagt hij: $+(h\nu/c) \sin \Theta$ (zie fig. 1) later $-(h\nu/c) \sin \Theta$.

D u a n e laat ons zien, dat de wet van B r a g g berust op de eigenschap, dat de rooster aan quanta de impulsverandering:

$$\delta p = \frac{nh}{d},$$

in de Z -richting van fig. 1 geeft. Slechts deze — waarbij dan: n = geheel getal, d = netvlakken afstand. Zien wij nu naar een lichtquantum voor en na de botsing, dan geldt:

$$\frac{h\nu}{c} \sin \Theta = -\frac{h\nu}{c} \sin \Theta \pm \frac{nh}{d},$$

of
$$\frac{h}{\lambda} \sin \Theta = -\frac{h}{\lambda} \sin \Theta \pm \frac{nh}{d}.$$

Tenslotte volgt: $n\lambda = 2d \sin \Theta$,

de formule voor de diffractie beelden veroorzaakt door een kristal.

C o m p t o n ¹⁾ geeft een verklaring waarom het rooster juist de impuls verandering nh/d aan het quantum geeft. Hij denkt zich een oneindige reeks van punten langs een rechte, op onderlingen afstand d , en het geheel in eenparige beweging. Na een stuk d te zijn opgeschoven, is het systeem „indistinguishable” van z'n uitgangsstand en daar dit analoog is aan het feit, dat in een atoom volgens B o h r een coördinaat van een electron na een zekeren tijd zijn oorspronkelijke waarde weer bereikt, gebruikt hij B o h r's conditie

$$\oint p dq = kh.$$

Dit op den afstand d toepassend, vindt hij:

$$p = \frac{kh}{d}$$

1) A. H. C o m p t o n. Proc. Nat. Acad. 9, 359.

en dus ook, als $k_1 =$ een quantum getal vóór en k_2 een na de botsing is:

$$\delta p = \frac{(k_1 - k_2) h}{d} = \frac{nh}{d},$$

wat we noodig hadden. Echter is dit meer dan gevraagd wordt. In plaats van een voorwaarde voor δp vindt men een beperking voor de p 's zelf, dus voor de snelheden van het rooster en die beperking is lastig in overeenstemming te brengen met de Relativiteitstheorie.

Een andere afleiding luidt:

Wij laten eerst even het kristal terzijde en denken ons twee spiegels S_1 en S_2 (zie ook fig. 1) waartusschen één licht quantum geraakt is. Laat dit een zuiver periodieke beweging gaan uitvoeren op de wijze van fig. 1, althans één of meerdere malen een volledigen „omloop” volbrengen. Evenals één enkel vrij quantum een micro-loopende golf kan voorstellen, denken wij, dat één steeds maar heen en weer gaand quantum tussen S_1 en S_2 een micro-staande golf benadert. Van de vraag, hoever de spiegels uit elkaar mogen staan, opdat de golftrein de ruimte nog regelmatig vult en regelmatige stationnaire staande golven mogelijk zijn, zien wij af. Alleen, niet alle golven zijn mogelijk. Slechts die, waarbij $d = n \cdot \lambda/2$, als d de spiegelafstand is.

Men kan dit quanteus inkleeden, en aan de heen en weer gaande beweging van het individueele quantum de beperking $\oint p \, dq = nh$ opleggen. Immers, daar $p = h\nu/c$, vindt men:

$$\frac{h\nu}{c} \times 2d = nh \quad \text{of} \quad d = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Passen wij het bovenstaande toe op de terugkaatsing van stralings-quanta door een kristal; dan zullen wij aannemen, dat de quanta, die aan de voorwaarde bovengenoemd voldoen, tussen twee netvlakken herhaalde malen kunnen heen en weer lopen, d.w.z. dat zij, als zij op een netvlak vallen, een groote kans hebben erdoor teruggekaatsd te worden; terwijl de quanta die niet aan de voorwaarde voldoen een overgroote kans hebben door deze netvlakken heen te gaan.

Interpreteeren wij dit als een eigenschap, niet meer van de stralingsquanta maar van het rooster, dan zien wij, dat dit quanta met

$$p = \frac{nh}{c} = \frac{nh}{2d}$$

terugkaatst, zoodat het stooten nh/d en geen andere kan geven.

Zoo hebben wij dus niet noodig voor de hoeveelheid van beweging der kristallen alleen discrete waarden: nh/d toe te laten; maar slechts de stooten, die zij aan stralingsquanta kunnen geven, zijn discrete waarden.

De snelheid der kristallen wordt dus niet gequantiseerd (zooals bij Compton het geval was) en kan iedere waarde vertoonen.

Generaliseeren wij deze eigenschap van stooten nh/d te kunnen geven, door haar niet te beperken tot stooten tegen stralingsquanta maar door haar ook van toepassing te verklaren bij stooten tegen electronen of protonen, dan komt men ook met behulp der extreme Quantum opvatting tot de proeven van Davisson en Germer¹⁾; met de omreken formule $h\nu/c = mv$.

Ook waar het kristal werkt als lineaire rooster kan deze opvatting doorgaan, zooals voor stralingsquanta door P. Breit²⁾ ontwikkeld is.

Afleidingen van Bragg's formule met moderne middelen zijn b.v. gegeven door G. Wataghin³⁾. Gebruik wordt gemaakt van Schrödingers vergelijking met alleen kinetische energie. Zijn periodiciteitsvoorwaarde $u(q_i + n_i a_i) = u(q_i)$ schijnt ons het analoon van Compton's „indistinguishable”. Door alleen op den rooster te letten, vindt hij evenals Compton een beperking voor p in den vorm: $p = nh/d$.

E. Witmer en Rosenfeld⁴⁾ geven een ontwikkeling, waarbij ook bij de afleiding der roostereigenschappen gelet wordt op wat het rooster binnenkomt. Zij vinden evenals wij een beperking voor δp .

Prof. J. D. van der Waals Jr. wil ik mijn hartelijken dank betuigen voor zijn steun.

1) L. H. Davisson & C. Germer. Phys. Rev. **30**, 705 1927.

2) P. Breit. Proc. Nat. Acad. **9**, 238.

3) G. Wataghin. Zs. f. Phys. **42**, 555.

4) E. Witmer und L. Rosenfeld. Zs. f. Phys. **48**, 530 1928.

OVER HET BEWIJS VAN DE INVARIANTIE DER VERGELIJKINGEN VAN HAMILTON IN SOMMER- FELD'S ATOMBAU UND SPEKTRALLINIEN

door N. H. KOLKMEIJER

Van de vergelijkingen van *H a m i l t o n* is bij het maken van de laatste vorderingen der natuurkunde een ruim gebruik gemaakt. De belangstelling voor deze vergelijkingen in natuurkundige kringen heeft daarmede gelijken tred gehouden. Wie zich, zonder nu juist mathematisch physicus te zijn, omtrent de vergelijkingen zelf en hun invariantie, ook tegenover kanonische transformaties, nader wil oriënteren, behoeft zich — gelukkig ¹⁾ — niet meer tot de leer- en handboeken der mechanica te wenden. *A. S o m m e r f e l d* heeft hem den grooten dienst bewezen, deze zaak zoo kort mogelijk en zeer overzichtelijk uiteen te zetten in nr. 4 der mathematischen *Zusätze und Ergänzungen* van *Atom- und Spektrallinien* ²⁾.

Eerst geeft nu *S o m m e r f e l d* een afleiding der vergelijkingen van *H a m i l t o n* op grond van de bewegingswetten van *N e w t o n* en onder gebruikmaking van rechthoekige coördinaten. *S o m m e r f e l d* geeft dan het bewijs voor de geldigheid der vergelijkingen ook voor coördinaten, die uit de rechthoekige door een punttransformatie worden afgeleid. Daartoe stelt hij het principe van *d' A l e m b e r t* voorop en leidt daaruit af het „gewijzigde principe van *H a m i l t o n*”, beide eerst nog voor rechthoekige coördinaten. De uitvoering der variatie geeft:

1) Zie noot 2).

2) Wil men de zaak bestudeeren uit *E. T. W h i t t a k e r's Treatise*, dan moet men wel het geheele hoofdstuk X en een deel van hoofdstuk XI lezen, tezamen zeker 30 blz., waarbij voortdurend op voorafgaande hoofdstukken teruggegrepen moet worden en vele zaken, die den physicus minder interesseeren, de redeneering onderbreken. *S o m m e r f e l d's* uiteenzetting beslaat 6 blz.

$$\sum_k \int \left(\frac{\partial H}{\partial p_k} - \dot{q}_k \right) \delta p_k dt + \sum_k \int \left(\frac{\partial H}{\partial q_k} + \dot{p}_k \right) \delta q_k dt = 0. \quad 1)$$

Sommerfeld bewijst dan, dat $\dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}$ en dan geeft vergelijking 1) $\dot{p}_k = -\frac{\partial H}{\partial q_k}$. Daarna constateert Sommerfeld met recht, dat aan de hier voor rechthoekige coördinaten gegeven afleiding niets behoeft veranderd te worden, als men gebruik maakt van coördinaten, die uit de rechthoekige door een punttransformatie worden afgeleid.

Vervolgens echter zegt Sommerfeld, dat wij ons nog te veel beperking opleggen, als wij de nieuwe coördinaten slechts uit de rechthoekige afleiden door een punttransformatie. Hij bewijst, dat de vergelijkingen van Hamilton ook nog gelden, als wij kanonische variabelen gebruiken, die uit de rechthoekige worden afgeleid door de kanonische transformatie:

$$Q_k = f_k(q_i, p_i, t), \quad P_k = g_k(q_i, p_i, t), \quad F = F(q_i, Q_i, t), \quad 2)$$

waarbij F in verband staat met de toegevoegde functie in:

$$H - \sum p_k \dot{q}_k = \bar{H} - \sum P_k \dot{Q}_k = \dot{F}. \quad 3)$$

Aan 3) wordt namelijk voldaan, indien:

$$\bar{H} = H + \frac{\partial F}{\partial t}, \quad 4) \quad p_k = \frac{\partial F}{\partial q_k}, \quad 5) \quad P_k = -\frac{\partial F}{\partial Q_k}. \quad 6)$$

Dr. J. M. Bijvoet wees mij er nu op, dat Sommerfeld na bijzonderheden dezer transformatie besproken te hebben, niet uitdrukkelijk voor deze variabelen de geldigheid der vergelijkingen van Hamilton aantoonde, maar den indruk geeft, te zeggen, dat ook hier alles verloopt, als bij de rechthoekige coördinaten; dat dit evenwel niet het geval is, omdat men vastloopt na de uitvoering der variatie, welke oplevert een vergelijking als 1), nu echter voor de kanonische variabelen. Want wel kon in de beide vorige gevallen

1) Ook in Born's Atomdynamik en in de Introduction van Brill-Salomon stuit men op een dergelijke moeilijkheid en vindt men slechts aanduidingen, als hier bij Sommerfeld.

(hierboven besproken) afzonderlijk aangetoond worden, dat $\dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}$, (resp. $\dot{Q}_k = \frac{\partial \bar{H}}{\partial P_k}$), maar een analoge afleiding voor de nieuwe variabelen kan men niet opstellen, omdat, ook al kan men desnoods nog een functie van Lagrange $L = \sum P_k \dot{Q}_k - \bar{H}$ invoeren, nu niet bekend is, dat $P_k = \frac{\partial L}{\partial \dot{Q}_k}$ ¹⁾.

Hoewel nu het direkte bewijs van $\dot{Q}_k = \frac{\partial \bar{H}}{\partial P_k}$ voor kanonische variabelen geen onoverkomelijke moeilijkheden biedt, meen ik, dat het nut kan hebben, het toch eenmaal af te drukken, opdat niet ook anderen, die de bedoelde moeilijkheid ondervinden, ernaar behoeven te zoeken. Het kan als volgt gegeven worden:

Vooraf moge ik de opmerking maken, dat het m.i. al zulke bewijzen meer dan noodig is, moeilijk maakt, wanneer men steeds moet bedenken: $\bar{H}$ is op te vatten als een functie van Q 's, P 's en t , H als een functie, soms van q 's, en $\dot{q}$'s, soms van q 's en p 's ¹⁾, F als een functie van q 's, Q 's en t enz. Nu begint zoo'n vaststelling der variabelen, waarin een grootheid is uitgedrukt, eerst noodig te worden, wanneer men gaat differentieeren naar een of andere variabele, omdat men eerst dan weten moet, welke andere variabelen constant gehouden moeten worden. Het komt mij voor, dat men beter de zoo eenvoudige methode volgen kan, die reeds lang in de thermodynamica gebruikelijk is, n.l.: het rechts onder het teeken voor het differentiaalquotient aanhechten van de variabelen, die men moet constant houden. Geven wij bijv. door $\left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial P_k}\right)_{P(k)Qt}$ of kortweg

$\left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial P_k}\right)_{QPt}$ aan de differentiatie, waarbij alle P 's behalve natuurlijk P_k , alle Q 's en de t constant gehouden worden, dan doet het er niet toe, in welke variabelen men $\bar{H}$ heeft uitgedrukt en behoeft men het onthouden dezer laatste niet steeds als een ballast mee te sleepen. Met gebruikmaking van dergelijke teekens wordt nu het bedoelde bewijs:

1) In het volgende zelfs ook als een functie van Q 's, P 's en t .

Door differentiatie van 4) ontstaat:

$$\left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial P_k}\right)_{QP_t} = \left(\frac{\partial H}{\partial P_k}\right)_{QP_t} + \left(\frac{\partial}{\partial P_k}\right)_{QP_t} \left(\frac{\partial F}{\partial t}\right)_{qQ}. \quad 7)$$

Nu is

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial H}{\partial P_k}\right)_{QP_t} &= \sum_i \left(\frac{\partial H}{\partial p_i}\right)_{qp} \left(\frac{\partial p_i}{\partial P_k}\right)_{QP_t} + \sum_i \left(\frac{\partial H}{\partial q_i}\right)_{qp} \left(\frac{\partial q_i}{\partial P_k}\right)_{QP_t} = \\ &= \sum_i \dot{q}_i \left(\frac{\partial p_i}{\partial P_k}\right)_{QP_t} - \sum_i \dot{p}_i \left(\frac{\partial q_i}{\partial P_k}\right)_{QP_t}, \end{aligned} \quad 8)$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial P_k}\right)_{QP_t} = \sum_i \left(\frac{\partial F}{\partial q_i}\right)_{qQ_t} \left(\frac{\partial q_i}{\partial P_k}\right)_{QP_t} = \sum_i p_i \left(\frac{\partial q_i}{\partial P_k}\right)_{QP_t}, \text{ en dus:}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial P_k}\right)_{QP_t} \left(\frac{\partial F}{\partial t}\right)_{qQ} = \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_{qQ} \left(\frac{\partial F}{\partial P_k}\right)_{QP_t} = \sum_i \left(\frac{\partial p_i}{\partial t}\right)_{qQ} \left(\frac{\partial q_i}{\partial P_k}\right)_{QP_t}, \quad 9)$$

$$\text{aangezien: } \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_{qQ} \left(\frac{\partial q_i}{\partial P_k}\right)_{QP_t} = \left(\frac{\partial}{\partial P_k}\right)_{QP_t} \left(\frac{\partial q_i}{\partial t}\right)_{qQ} = 0.$$

Door substitutie van 8) en 9) in 7) ontstaat:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial P_k}\right)_{QP_t} &= \sum_i \dot{q}_i \left(\frac{\partial p_i}{\partial P_k}\right)_{QP_t} - \sum_i \dot{p}_i \left(\frac{\partial q_i}{\partial P_k}\right)_{QP_t} + \sum_i \left(\frac{\partial p_i}{\partial t}\right)_{qQ} \left(\frac{\partial q_i}{\partial P_k}\right)_{QP_t} = \\ &= \sum_i \dot{q}_i \left(\frac{\partial p_i}{\partial P_k}\right)_{QP_t} - \sum_i \left(\frac{\partial q_i}{\partial P_k}\right)_{QP_t} \left\{ \dot{p}_i - \left(\frac{\partial p_i}{\partial t}\right)_{qQ} \right\}. \end{aligned} \quad 10)$$

$$\text{Nu is: } \dot{p}_i = \sum_j \left(\frac{\partial p_i}{\partial Q_j}\right)_{qQ_t} \dot{Q}_j + \sum_j \left(\frac{\partial p_i}{\partial q_j}\right)_{qQ_t} \dot{q}_j + \left(\frac{\partial p_i}{\partial t}\right)_{qQ}. \quad 11)$$

Substitueert men 11) in 10) en gebruikt daarna de betrekkingen:

$$\text{uit 5)} \quad \left(\frac{\partial p_j}{\partial q_i} \right)_{qQt} = \left(\frac{\partial^2 F}{\partial q_i \partial q_j} \right)_{qQt} = \left(\frac{\partial p_i}{\partial q_j} \right)_{qQt},$$

$$\text{uit 6)} \quad \left(\frac{\partial p_i}{\partial Q_j} \right)_{qQt} = \left(\frac{\partial^2 F}{\partial q_i \partial Q_j} \right)_{qQt} = - \left(\frac{\partial P_j}{\partial q_i} \right)_{qQt},$$

$$\text{en} \quad \left(\frac{\partial p_i}{\partial P_k} \right)_{QPt} = \sum_j \left(\frac{\partial p_i}{\partial q_j} \right)_{qQt} \left(\frac{\partial q_j}{\partial P_k} \right)_{QPt},$$

dan vindt men:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial P_k} \right)_{QPt} &= \sum_i \dot{q}_i \left(\frac{\partial p_i}{\partial P_k} \right)_{QPt} - \sum_i \left(\frac{\partial q_i}{\partial P_k} \right)_{QPt} \left\{ \sum_j \left(\frac{\partial p_i}{\partial Q_j} \right)_{qQt} \dot{Q}_j + \sum_j \left(\frac{\partial p_i}{\partial q_j} \right)_{qQt} \dot{q}_j \right\} = \\ &= \sum_i \dot{q}_i \left\{ \left(\frac{\partial p_i}{\partial P_k} \right)_{QPt} - \sum_j \left(\frac{\partial q_j}{\partial P_k} \right)_{QPt} \left(\frac{\partial p_j}{\partial q_i} \right)_{qQt} \right\} - \sum_j \left\{ \dot{Q}_j \sum_i \left(\frac{\partial p_i}{\partial Q_j} \right)_{qQt} \left(\frac{\partial q_i}{\partial P_k} \right)_{QPt} \right\} = \\ &= \sum_i \dot{q}_i \left\{ \left(\frac{\partial p_i}{\partial P_k} \right)_{QPt} - \sum_j \left(\frac{\partial q_j}{\partial P_k} \right)_{QPt} \left(\frac{\partial p_i}{\partial q_j} \right)_{qQt} \right\} + \sum_j \left\{ \dot{Q}_j \sum_i \left(\frac{\partial P_j}{\partial q_i} \right)_{qQt} \left(\frac{\partial q_i}{\partial P_k} \right)_{QPt} \right\} = \\ &= \sum_j \dot{Q}_j \left(\frac{\partial P_j}{\partial P_k} \right)_{QPt} = \dot{Q}_k, \end{aligned}$$

waarmede het gestelde is aangetoond.

DEGELEIDBAARHEID VAN ISOLEERENDE VLOEISTOFFEN EN DE E. M. K. VAN GALVANISCHE KETENS MET DIE VLOEISTOFFEN, BEPAALD VOLGENS EEN ELECTROSTATISCHE METHODE

door H. G. BOS

Resumé.

Ce travail se rapporte à une méthode électrostatique, par laquelle on peut obtenir la conductibilité des liquides isolants et la force électromotrice des piles galvaniques avec ces liquides.

La conductibilité du liquide isolant paraît être constante pendant une même expérience et paraît être indépendante de la différence de potentiel efficace („le courant électrique dans le liquide isolant obéit à la loi d'Ohm").

Une polarisation des électrodes ne s'est pas montrée.

I INLEIDING.

Sinds eenigen tijd wordt door ons een onderzoek verricht naar de elektrische ladingen, die ontstaan bij de verdeeling van een vloeistof in druppels in een omgevend gas *).

Voor dit onderzoek blijkt noodig de kennis van de geleidbaarheid van isoleerende vloeistoffen en ook van de E. M. K. van galvanische ketens met die vloeistoffen.

Daarom hebben we een electrostatische methode uitgewerkt, volgens welke bij isoleerende vloeistoffen zoowel de E. M. K. als de reeds door anderen onderzochte geleidbaarheid ^{β)} te vinden zijn.

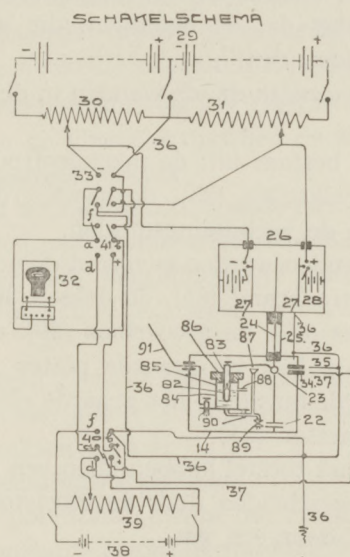
II HET TOESTEL.

De te onderzoeken vloeistof kan tusschen de electroden (82 en 84) van een geleidbaarheidsvat gebracht worden, zooals blijkt uit bijgaande figuur.

*) H. G. Bos, Chemisch Weekblad 25, 45, 66, 259 (1928).

β) Holde, Kohlenwasserstofföle und Fette 1918 pg. 93, 169, 230, 309. Kohlrausch, Lehrbuch der prakt. Physik 1914 pg. 468, 484, 632, 639, 640, 641, 651; Jaffé, Ann. der Physik [4] 32 148 (1910); Schering, die Isolierstoffe der Elektrotechnik 1924 pg. 54, 56; Black, Phil. Mag. [7] 6 377 (1928).

De *meetelectrode* (82) is verbonden met een electrometer en bestaat uit een messingen staaf, die op de hoogte van het vloeistof-niveau in de electrodeklem (83) geschroefd is. De *constante electrode* (84) wordt op een constante potentiaal gehouden en bestaat uit het ondergedompelde deel van een inwendig vertinden beker. De diameters resp. de lengten van de elektroden zijn ten slotte 7 en 50 m.m. resp. 50 en 72 m.m. genomen α).



De overloopbuis (88) en de afvoerbuis (89) met vultrechter (87) monden uit vlak boven een zelfde flesch.

Een kwikbakje (23) is verbonden: met de electrodeklem (83), met den luchtplatencondensator (22), bestaande uit op elkaar gestapelde zinken platen en met den draad van den electrometer van Elster en Geitel (26) β).

Een geaarde metalen kast (14) omgeeft het geleidbaarheidsvat en den luchtplatencondensator (22), waarvan de platen naar willekeur kunnen worden bijgeschakeld.

Deze metalen kast (14), de buis (25) en het electrometerhuis (26)

α) Men kan ook andere metalen en maten kiezen, mits de proeven blijven voldoen aan de voorwaarden, genoemd in V.

β) Elster en Geitel, Physik. Z. **10** 664 (1909); v. d. Veen. Diss Delft 1911; H. G. Bos loc. cit. Voordeelen zijn o.a. aperiodiciteit en zeer geringe traagheid.

worden drooggehouden met chloorcalcium en met langzaam stroomend ventilatiegas, teineinde de geleidbaarheid van de barnsteen isolaties minimaal te doen zijn.

De constante toevoer van het verwarmde stofvrije ventilatiegas heeft plaats of uit een metalen gasflesch via een verwarmde spiraal of uit een elektrische föhn met verwarmingselement en regelweerstand.

We willen aan het toestel nog speciaal onderscheiden:

1°. *het meetlichaam* dz. de lichamen, die geleidend met den electrometer verbonden zijn.

2°. *de omgevende wanden* dz. de wanden in de omgeving van het meetlichaam.

Het meetlichaam bestaat uit: de meetelectrode (82), de electrode-klem (83), het kwikbakje (23), de geïsoleerde platen van den condensator (22) en de verbindingsdraden.

De omgevende wanden worden gevormd door: de constante electrode (84), den electroderand (85), de deksel (86), den vultrechter (87), de overloopbuis (88), de afvoerbuis (89), den draad (91), de geaarde metalen kast (14), de geaarde platen van den condensator (22), de geaarde buis (25), het geaarde electrometerhuis (26) en de electrometermessen (27).

Deze deelen van het toestel hebben allen een metalen oppervlak en zijn van elkaar gescheiden door de vloeistof, door een isoleerende vaste stof of door een gas.

Men kan aan de constante electrode (84) en aan het meetlichaam elke gewenschte potentiaal geven met behulp van de meetbatterij (38), de spanningsregelaar (39), de stroomwippen (40) en (41), den voltmeter (32), het kwikbakje (23) en de draden (36), (37) en (91).

De spanning op de electrometermessen (27) kan, inplaats van met de zuilen van Zamboni (28), geregeld worden met de meetbatterij (29), de spanningsregelaars (30) en (31), den voltmeter (32), de stroomwippen (33) en (41) en draad (36).

III DE METHODE.

De methode is gekenmerkt ten eerste door het werken met kleine potentiaalverschillen gedurende een korten tijd, zoodat de geleidbaarheid tijdens een zelfde proef slechts weinig kan veranderen, ten tweede door commutatie van den electrischen stroom na gelijke

tijden, zoodat eventueele veranderingen van de geleidbaarheid elkaar tijdens de proeven kunnen te niet doen, ten derde door het werken met verschillende potentialen en het herhaaldelijk bepalen van den electrometerstand tijdens een zelfde proef, zoodat de te gebruiken formules en de electrometer (!) gecontrôleerd kunnen worden.

Het geleidbaarheidsvat wordt eerst verschillende malen met de vloeistof doorgespoeld, teneinde eventueele verontreinigingen weg te nemen. Ondertusschen wordt de gevoeligheid van den electrometer en de bijgeschakelde capaciteit C_b geregeld en wordt nagegaan, of de barnsteen isolaties wel goed isoleeren.

Men brengt dan de vloeistof tusschen de electroden en verricht een reeks *geleidbaarheidsproeven*.

Daarna verricht men de bijbehorende reeks *blancoproeven*, nadat de vloeistof en eventueel de meetelectrode (82) verwijderd zijn. De meetelectrode hoeft niet weggenomen te worden, als de specifieke geleidbaarheid λ van het ventilatiegas te verwaarlozen is t.o.v. λ van de vloeistof.

Bij voorkeur wordt gewerkt met de in het navolgende beschreven reeksen α en β , indien alle $V-t$ lijnen (aanvankelijk) recht zijn; anders met de reeksen γ en δ .

Reeks α van geleidbaarheidsproeven.

Men maakt de potentiaal V van het meetlichaam en de potentiaal B van de constante elektrode nul door aarden met de draden (36), (37), en (91); brengt de vloeistof tusschen de electroden; stelt den voltmeter op een zoo laag mogelijke potentiaal W_1 Volt; maakt dan $B = +W_1$ Volt; isoleert het meetlichaam; zet tegelijkertijd een stophorloge of signaalklokje in beweging en bepaalt den electrometerstand na gelijke zoo kort mogelijke tijden gedurende een zoo kort mogelijken tijd.

Men maakt dan weer $V = 0$ en $B = 0$, stelt den voltmeter weer op W_1 Volt; maakt dan $B = -W_1$ Volt; isoleert enz.

Zoo maakt men achtereenvolgens B tijdens de proeven gelijk aan $+W_1, -W_1, +W_2, -W_2, +W_3, -W_3$, enz. terwijl steeds de beginpotentiaal V_0 van het meetlichaam nul is.

Reeks β van blancoproeven met meetelectrode (zonder meetelectrode).

Men maakt $V = 0$ en $B = 0$; verwijdert de vloeistof (verwijdert de vloeistof en de meetelectrode); stelt den voltmeter op W_1 Volt; maakt dan $B = +W_1$ Volt; isoleert enz.

Zoo maakt men achtereenvolgens B tijdens de proeven gelijk aan $+W_1, -W_1, +W_2, -W_2, +W_3, -W_3$ enz., terwijl steeds $V_o = 0$.

Reeks γ van geleidbaarheidsproeven.

Men maakt $V = 0$ en $B = 0$; brengt de vloeistof tusschen de electroden; stelt den volmeter op W_1 Volt; maakt dan $V = +W_1$ Volt, isoleert enz.

Zoo maakt men achtereenvolgens V_o gelijk aan $+W_1, -W_1, +W_2, -W_2, +W_3, -W_3$ enz., terwijl steeds $B = 0$.

Reeks δ van blancoproeven met meetelectrode (zonder meetelectrode).

Men maakt $V = 0$ en $B = 0$; verwijderd de vloeistof (verwijderd de vloeistof en de meetelectrode); stelt den voltmeter op W_1 Volt; maakt dan $V = +W_1$ Volt; isoleert enz.

Zoo maakt men achtereenvolgens V_o gelijk aan $+W_1, -W_1, +W_2, -W_2, +W_3, -W_3$ enz., terwijl steeds $B = 0$.

Bij het herhalen van de reeksen tot kloppende waarden, wordt telkens een nieuwe hoeveelheid vloeistof gebruikt en worden de potentialen $+W_1, -W_1$ enz. weer zoo vlug mogelijk doorloopen.

In het algemeen hebben de potentialen W_1, W_2, W_3 enz. verschillende waarden. Men kan echter volstaan met voor W_1, W_2, W_3 enz. gelijke waarden te nemen bv. 1, 1, 1 enz. Volt, mits de proeven voldoen aan de in V te noemen voorwaarden.

Bij alle blancoproeven moet de lijn (potentiaal V van het meetlichaam — tijd t) recht zijn. Is dit niet het geval, dan wijst dit op een fout in de isoleering, die eerst hersteld moet worden.

Wil men de $V - t$ lijn bij de geleidbaarheidsproeven recht of minder gebogen maken, dan kan men de totale elektrische capaciteit C van het meetlichaam en (of) de weerstandscapaciteit w van de ruimte tusschen de electroden vergrooten.

Zijn de electrometer uitslagen te klein, dan kan men: de gevoeligheid van den electrometer vergrooten, de totale capaciteit C verkleinen, de potentialen W_1, W_2 enz. hooger nemen, den duur van de proef vergrooten en (of) de weerstandscapaciteit w verkleinen.

Tot nog toe kregen we de beste resultaten, wanneer tijdens alle proeven de $V - t$ lijnen recht of aanvankelijk recht waren.

Na elke reeks proeven wordt de electrometer zoo noodig geijkt, daar de waarde van een schaaldeel vrij snel kan varieeren, althans wanneer de spanning op de electrometermessen (27) geleverd wordt door de zuilen van Zamboni (28)^a).

^a) Zie daarentegen Elster en Geitelloc. cit.

Ten slotte bepaalt men, indien dit noodig is, de weerstands-capaciteit w en de elektrische capaciteit van (de onderdeelen van) het meetlichaam α).

IV DE FORMULES.

Tijdens de *geleidbaarheidsproef* bevindt de vloeistof zich tusschen de meetelectrode (82) en de constante elektrode (84). Nu geldt op elk oogenblik:

De hoeveelheid electriciteit, die per sec. het geïsoleerde meetlichaam verlaat tengevolge van het potentiaalverschil $V + E_o - B$, is gelijk aan $k(V + E_o - B)$.

Hierin stelt k voor de geleidbaarheid van de stof tusschen de elektroden, V de potentiaal van het meetlichaam; B de potentiaal van de constante elektrode en E_o de E. M. K. van de galvanische keten (constante elektrode — stof tusschen de elektroden — meet-elektrode) β).

Beschouwen we nu een krachtlijnenbuis buiten de elektroden, die begint op het meetlichaam en eindigt op een der omgevende wanden.

Binnen de buis, waarin zich of een isoleerende vaste stof of een gas bevindt, vloeit op elk oogenblik een elektrische stroom $K_1(V + E_1)$. Hierin stelt K_1 voor de geleidbaarheid van de stof in de buis en E_1 het potentiaalverschil tusschen het begin en eind van de buis, wanneer het meetlichaam geaard is. Voor de krachtlijnenbuizen buiten de elektroden vinden we zoo achtereenvolgens $K_1(V + E_1)$, $K_2(V + E_2)$, $K_3(V + E_3)$ enz., dus in totaal

$$(K_1 + K_2 + K_3 + \dots) V + K_1 E_1 + K_2 E_2 + K_3 E_3 + \dots$$

Zij nu K de geleidbaarheid van de isolaties en het gas buiten de elektroden en L de hoeveelheid electriciteit, die per seconde het geïsoleerde meetlichaam verlaat tengevolge van de potentiaalverschillen E_1 , E_2 , E_3 enz., dan geldt op elk oogenblik:

α) Kohlrausch, Holde, v. d. Veen loc. cit.

β) Zij E het potentiaalverschil tusschen de stof bij het oppervlak van de meetelectrode en de stof bij het oppervlak van de constante elektrode, wanneer het meetlichaam geaard is, dan is $E = E_o - B$. Immers bij $V = 0$ en $B = 0$ zijn beide elektroden geaard op een zelfden draad (36) en vormt bovengenoemde keten dus een kortgesloten element. Zie hierbij H. G. Bos loc. cit. 259 en 261.

De hoeveelheid electriciteit, die per seconde het geïsoleerde meetlichaam verlaat tengevolge van de potentiaalverschillen $V + E_1, V + E_2, V + E_3$ enz., is gelijk aan $KV + L$.

Bij electrostatische proeven met een of ander apparaat moet steeds worden nagegaan, of er ook sprake is van een *primaire effect* q_1 .

Met een primaire effect q_1 bedoelen we *een hoeveelheid electriciteit, die per sec. op het geïsoleerde apparaat ontstaat en niet veroorzaakt wordt door de potentiaalverschillen tusschen het apparaat en de omgevende wanden.*

Dergelijke ladingen kunnen ontstaan o.a. bij de strooming van een gas langs een vasten wand, bij de strooming van een vloeistof langs een vasten wand, bij de verdeeling van een vloeistof in druppels in een omgevend gas, bij de aanwezigheid van elektrische ruimteladingen en verder bij het werken met electromagnetische golven, radioactieve stoffen en piezoëlectrische kristallen ^{a)}.

Nu stroomt tijdens de geleidbaarheids- en blancoproeven, verricht volgens het voorgaande, steeds ventilatiegas binnen het toestel.

De elektrische ladingen, die hierdoor per sec. op het geïsoleerde meetlichaam ontstaan, zijn echter zeer klein en bij alle proeven even groot. Immers het ventilatiegas is stofvrij en heeft een zeer kleine, constante snelheid ^{β)}.

Uit het voorgaande volgt, dat op elk oogenblik geldt:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{q_1 - k(V + E_o - B) - (KV + L)}{cD + C_o + C_b}. \quad (5)$$

Hierin stelt $dV : dt$ voor: de verandering van de potentiaal V van het meetlichaam, per seconde berekend; D de diëlectrische constante van de stof tusschen de elektroden; c de elektrische capaciteit van het systeem meetelektrode — luchtledig — constante elektrode; C_b de bijgeschakelde capaciteit en C_o de capaciteit van het meetlichaam zonder meetelektrode en zonder bijgeschakelde capaciteit ^{γ)}.

Zijn nu tijdens de geleidbaarheidsproef $q_1, k, E_o, B, K, L, c, D, C_o$ en C_b constant, dan volgt uit (5) na integreeren:

^{a)} Zie bv. H. G. Bos loc. cit; v. d. Veen loc. cit.

^{β)} H. G. Bos loc. cit. 260.

^{γ)} Zij C de totale capaciteit van het meetlichaam, dan is $C = cD + C_o + C_b$. Zie hierbij H. G. Bos loc. cit. 261.

$$V_t = \frac{q_1 - k(E_o - B) - L}{k + K} \left(1 - e^{\frac{-(k+K)t}{cD + C_o + C_b}} \right) + V_o e^{\frac{-(k+K)t}{cD + C_o + C_b}}. \quad (6)$$

Hierin beteekent t de tijd in seconden, verlopen sedert het isoleeren van het meetlichaam; V_o de beginpotentiala van het meetlichaam; V_t de potentiala van het meetlichaam na t seconden en e het grondtal 2, 718... van de Naperiaansche logarithmen.

Als de tijd t oneindig groot is, bereikt V_t een grenswaarde, die de grenspotentiala Δ genoemd kan worden. Alzoo:

$$\Delta = \frac{q_1 - k(E_o - B) - L}{k + K}. \quad (7)$$

Uit (6) en (7) volgt:

$$V_t = \Delta - (\Delta - V_o) e^{\frac{-(k+K)t}{cD + C_o + C_b}}. \quad (8)$$

Uit (8) volgt:

$$e^{\frac{k+K}{cD + C_o + C_b}} = \sqrt[t]{\frac{\Delta - V_o}{\Delta - V_t}}. \quad (9)$$

Uit (9) volgt:

$$\Delta = \frac{V_t^2 - V_{2t} V_o}{2V_t - V_{2t} - V_o}. \quad (10)$$

Wanneer $\Delta - V_t$ en $\Delta - V_o \geq 0$, volgt uit (9):

$$\log(\pm \Delta \mp V_t) = \log(\pm \Delta \mp V_o) - \frac{(k+K)t \log e}{cD + C_o + C_b}. \quad (11) \text{ en } (12)$$

Zij $V_o, V_{t'}, V_{2t'}, \dots, V_{(m-1)t'}, V_{mt'}$ ($m \geq 1$) een groep potentialen, afgelezen om de t' seconden, dan geldt, als $\Delta - V_t$ en $\Delta - V_o \geq 0$, volgens (11) en (12):

$$\frac{k + K}{2(cD + C_o + C_b)} [m \log(\pm \Delta \mp V_o) - \{\log(\pm \Delta \mp V_{t'}) + \dots + \log(\pm \Delta \mp V_{mt'})\}] \\ m(m+1)t' \log e \quad (13) \text{ en } (14).$$

Zij t_a de tijd, noodig om $\Delta - V_t$ gelijk te doen worden aan $a(\Delta - V_o)$, dan volgt uit (9):

$$k + K = \frac{cD + C_o + C_b}{t_a} \ln \frac{1}{a}. \quad (15)$$

Is a resp. 0,90; 0,75; 0,50; 0,25; 0,10; 0,01 enz., dan is $\ln 1 : a$ resp. 0,1054; 0,2877; 0,6932; 1,3863; 2,3026; 4,6052 enz.

De lijn (potentiaal V van het meetlichaam — tijd t) is recht, zoolang $(k + K)t : (cD + C_o + C_b)$ zeer klein is. Alsdan gelden volgens (8) en (7) bij benadering:

$$V_t - V_o = \frac{(k + K)(\Delta - V_o)}{cD + C_o + C_b} t. \quad (16)$$

$$V_t - V_o = \frac{q_1 - k(V_o + E_o - B) - (KV_o + L)}{cD + C_o + C_b} t, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} q_1 - k(V_o + E_o - B) - (KV_o + L) = \\ = \frac{2(cD + C_o + C_b)\{V_t' + \dots + V_{mt'} - mV_o\}}{m(m+1)t'} \end{aligned} \quad (18)$$

Is de beginpotentiaal V_o gelijk aan de grenspotentiaal Δ , dan verandert V zelfs bij een langdurige proef niet. Ook nu is de $V - t$ lijn recht en volgt uit (7):

$$q_1 - k(V_o + E_o - B) - (KV_o + L) = 0 \quad (19)$$

Is k zeer groot t.o.v. K en $q_1 - L$, dan volgt uit (7) bij benadering:

$$\Delta = -(E_o - B) \quad (20)$$

Is λ de specifieke geleidbaarheid van de stof tusschen de electroden; w de weerstandscapaciteit van de ruimte tusschen de electroden; π het getal 3, 14...; en c de elektrische capaciteit van het systeem (meetelectrode-luchtledig-constante electrode) in electrostatische eenheden, dan geldt:

$$\lambda = wk = \frac{k}{4\pi c} \quad (21)^a)$$

Na de geleidbaarheidsproef wordt met een zelfde V_o en B de bijbehorende *blanco*proef verricht.

Bij de *blanco*proef met meetelectrode is de vloeistof verwijderd en

^{a)} Kohlrausch loc. cit. Zie daarentegen Schering, Ann. der Physik [4] 20 191 (1906).

is ventilatiegas daarvoor in de plaats gekomen. Dus ook hier gelden de formules (5—21).

De geleidbaarheid k bij deze blancoproef is te verwaarloozen t.o.v. k bij de bijbehorende geleidbaarheidsproef, indien hetzelfde voor λ geldt (formule 21).

Bij de *blancoproef zonder meetelectrode* is zoowel de vloeistof als de meetelectrode (82) verwijderd. Nu neemt de onderkant van de electrodekleem (83) de taak over van de meetelectrode, terwijl ventilatiegas in de plaats is gekomen voor de vloeistof. Dus ook hier gelden de formules (5—21), mits men in de definities voor E_o , c en C_o het woord „meetelectrode” vervangt door „onderkant van de electrodekleem”.

De geleidbaarheid k bij deze blancoproef is te verwaarloozen t.o.v. k bij de bijbehorende geleidbaarheidsproef, indien hetzelfde voor λc geldt (formule 21).

V BEREKENING VAN DE SPECIFIEKE GELEIDBAARHEID λ VAN DE VLOEISTOF EN DE E.M.K. E_o VAN DE GALVANISCHE KETEN (CONSTANTE ELECTRODE-VLOEISTOF-MEETELECTRODE).

Wil men bovenstaande grootheden naast elkaar berekenen met de formules (5—21), dan moeten de geleidbaarheids- en blancoproeven aan de volgende voorwaarden voldoen:

- 1°. tijdens elke proef is k constant, evenzoo E_o , c , D , q_1 , B , K , L , C_o en C_b .
- 2°. bij alle geleidbaarheidsproeven is k even groot, evenzoo E_o , c en D .
- 3°. bij alle blancoproeven is k te verwaarloozen t.o.v. k bij de geleidbaarheidsproeven.
- 4°. bij alle proeven is q_1 even groot.
- 5°. bij alle proeven is K even groot, evenzoo L , C_o en C_b , indien steeds $B = 0$.
- 6°. bij elke geleidbaarheidsproef is B even groot als bij de bijbehorende blancoproef, evenzoo K , L , C_o en C_b , indien steeds $V_o = 0$.

Voldoen de proeven aan deze voorwaarden, dan is de berekening mogelijk en wel op een wijze, die afhangt van den vorm van de gevonden $V - t$ lijnen. We zullen enkele gevallen bespreken.

Geval I. De $V - t$ lijnen zijn allen (aanvankelijk) recht.

Met formule (18) of (19) volgt uit de geleidbaarheidsproeven

$q_1 - k(V_o + E_o - B) - (KV_o + L)$ en uit de bijbehorende blancoproeven $q_1 - (KV_o + L)$. Voor de verschillende $V_o - B$ is dus $k(V_o + E_o - B)$ te bepalen. Nu zijn k , λ en E_o te vinden. Is alleen het begin der $V - t$ lijnen recht, dan wordt bij toepassing van formule (18) of (19) alleen dat begin beschouwd.

Geval II. De $V - t$ lijnen bij de geleidbaarheidsproeven zijn aanvankelijk gebogen en gaan zeer spoedig evenwijdig aan de t -as lopen, daarentegen zijn de $V - t$ lijnen bij de blancoproeven recht en (bijna) evenwijdig met de t -as.

Nu is bij de geleidbaarheidsproeven k zeer groot t.o.v. K en $q_1 - L$, zoodat E_o met formule (20) uit de experimenteel gevonden grenspotentialen Δ te bepalen is. Daarna berekent men uit de geleidbaarheidsproeven k door formule (13) of (14) toe te passen als in geval III. Nu is λ te vinden.

Geval III. De $V - t$ lijnen bij de geleidbaarheidsproeven zijn aanvankelijk gebogen en gaan al of niet evenwijdig aan de t -as lopen, daarentegen zijn de $V - t$ lijnen bij de blancoproeven recht.

Men neemt eerst de geleidbaarheidsproeven onderhanden.

Zoonoodig berekent men de grenspotentialen Δ met formule (10) bv. uit $V_o V_5 V_{10}$, $V_o V_{10} V_{20}$, $V_o V_{15} V_{30}$ enz. Bij voorkeur bepale men Δ echter experimenteel, daar kleine afleesfouten in $V_o V_5 V_{10}$ enz. de berekende waarden voor Δ aanmerkelijk kunnen beïnvloeden. Dan berekent men $k + K$ door formule (13) of (14) toe te passen op die V_t , welke een rechte lijn $\log(\pm \Delta \mp V_t)$ — tijd t opleveren (formule 11 en 12). Met formule (7) vindt men nu $q_1 - k(E_o - B) - L$.

Is bij alle proeven V_o nul geweest, dan volgt uit de bijbehorende blancoproeven met formule (18) of (19) $q_1 - L$ voor de verschillende B . Dus kunnen $k(E_o - B)$ voor de verschillende B bepaald worden. Nu zijn k , λ en E_o te vinden.

Is daarentegen bij alle proeven B nul geweest, dan volgt uit de bijbehorende blancoproeven met formule (18) of (19) $q_1 - (KV_o + L)$ voor de verschillende V_o . Hieruit kunnen K en $q_1 - L$ bepaald worden. Nu zijn k , λ en E_o te vinden.

VI CONTRÔLE VAN DE METHODE EN DE FORMULES ^{a)}.

De methode en de formules werden onder meer gecontrôleerd met Benzine A (een benzine uit den handel).

^{a)} Zie hierbij H. G. Bos loc. cit 262 en 263.

Gewerkt werd met reeks α van geleidbaarheidsproeven en reeks β van blancoproeven met meetelectrode, die viermaal herhaald werden.

De potentiaal V van het meetlichaam was in den aanvang van een proef steeds nul en werd na het isoleeren van het meetlichaam om de 5 seconden afgelezen gedurende een halve minuut.

Daar de maximum gevoeligheid van den electrometer slechts 20 schaaldeelen per Volt bedroeg, waren de electrometeruitslagen zeer klein. Zoo werd bij die proeven, waarbij de potentiaal B van de constante electrode 1 Volt was, na een halve minuut een electrometeruitslag verkregen van omstreeks 1 schaaldeel ^{a)}.

Door berekening vonden we: voor de weerstandscapaciteit w van de ruimte tusschen de electroden 0,063; voor de electrische capaciteit c van het systeem meetelectrode-luchtledig-constante electrode 1,27 cm., voor de bijgeschakelde capaciteit C_b 160 cm., voor de capaciteit C_o van het meetlichaam zonder meetelectrode en zonder bijgeschakelde capaciteit 17,5 cm. en voor de totale capaciteit C van het meetlichaam tijdens de geleidbaarheidsproeven 180

B in Volt	$k(E_o - B)$ in Amp.	
	Gevonden	Berekend
+ 5	— 0,0086 ₃ C	— 0,0079 ₀ C
+ 4	— 0,0060 ₄ C	— 0,0063 ₈ C
+ 3	— 0,0046 ₆ C	— 0,0048 ₆ C
+ 2	— 0,0032 ₇ C	— 0,0033 ₄ C
+ 1	— 0,0019 ₀ C	— 0,0018 ₂ C
+ $\frac{1}{2}$	— 0,0009 ₆ C	— 0,0010 ₆ C
0	— 0,0003 ₈ C	— 0,0003 ₀ C
— $\frac{1}{2}$	+ 0,0004 ₇ C	+ 0,0004 ₆ C
— 1	+ 0,0015 ₁ C	+ 0,0012 ₂ C
— 2	+ 0,0026 ₈ C	+ 0,0027 ₄ C
— 3	+ 0,0043 ₆ C	+ 0,0042 ₈ C
— 4	+ 0,0056 ₉ C	+ 0,0057 ₈ C
— 5	+ 0,0071 ₀ C	+ 0,0073 ₀ C

^{a)} De zuilen van Zamboni waren ongeveer 20 jaar oud (v. d. Veen loc. cit.). Met nieuwe zuilen van Zamboni zou de gevoeligheid en dus ook de electrometeruitslag $16 \times$ zoo groot geweest zijn (Elster en Geitel loc. cit.).

cm., waarbij voor de diëlectrische constante D van de benzine 2 genomen is ^{a)}).

In bijgaande tabel is aangegeven de electricische stroom $k(E_o - B)$ tusschen de meetelectrode (82) en de constante electrode (84) via de vloeistof, zooals die met formule (18) uit de proeven gevonden werd (zie V).

Uit $\Sigma k(E_o - B)$ bij $B > 0$ en uit $\Sigma k(E_o - B)$ bij $B < 0$ berekenen we: voor de geleidbaarheid k van de vloeistof $0,0015_2 C$ (C in Farad) $= 3,0 \times 10^{-13} \text{ Ohm}^{-1}$; voor de specifieke geleidbaarheid λ van de vloeistof $1,9 \times 10^{-14} \text{ Ohm}^{-1}$ en voor de E.M.K. E_o van de galvanische keten (tin-benzine-messing) $= 0,2_0$ Volt.

Daar de $V - t$ lijnen en de $B - \{k(E_o - B)\}$ lijn practisch recht waren, kan van de methode van onderzoek gezegd worden:

De geleidbaarheid was tijdens een zelfde proef constant, polarisatie van de electroden trad niet op en de geleidbaarheid was onafhankelijk van het werkzame potentiaalverschil („de wet van Ohm geldt voor den electricchen stroom in de isoleerende vloeistof”) ^{β)}.

Verder was een belangrijk voordeel van de methode, dat elke proef slechts kort duurde en dat de vloeistof niet na elke proef vernieuwd hoefde te worden. Daardoor konden we tal van metingen bij verschillende potentialen verrichten in betrekkelijk korten tijd met betrekkelijk weinig vloeistof.

VII SLOTBESCHOUWINGEN.

We zullen de proeven met isoleerende vloeistoffen voortzetten, omdat de kennis van hun geleidbaarheid van practisch belang is vooral voor de petroleumindustrie.

Zoo blijkt transformatorolie voor de electrotechniek ongeschikt te zijn, als de specifieke geleidbaarheid grooter is dan $10^{-13} \text{ Ohm}^{-1} \gamma)$.

In verschillende opzichten bestaat er verband tusschen de doorslagspanning en de geleidbaarheid van transformatorolie ^{δ)}.

Verder heeft de geleidbaarheid een belangrijken invloed op de

^{a)} Holde loc. cit 99.

^{β)} Zie daarentegen Holde, Schering, Black loc. cit.

^{γ)} Holde loc. cit.

^{δ)} Schering, die Isolierstoffe der Elektrotechnik 1924, pg. 54, 350, 352, 375.

electrische potentialen, die bij het werken met vloeistoffen als benzine kunnen ontstaan en die reeds tal van ontbrandingen en explosies veroorzaakt hebben α).

Om deze potentialen laag te houden kan men ten eerste de geleidbaarheid van de vloeistof vergrooten, ten tweede de geleidbaarheid vergrooten van de stoffen, die de vloeistof van de aarde scheiden, ten derde de electrische ladingen, waardoor de potentialen in hoofdzaak veroorzaakt worden (het primaire effect q_1), verkleinen β).

Een en ander is te bereiken door bepaalde stoffen aan de vloeistof toe te voegen, door de lucht in de werkruimte vochtig te houden, door het gebruikte apparaat van metaal te maken en te aarden, door bepaalde metalen voor het apparaat te kiezen en door goed geleidende smeeroliën te gebruiken.

Men bedenke hierbij, dat een vergrooting van de geleidbaarheid gepaard kan gaan met een aanzienlijke vergrooting van het primaire effect q_1 . Het middel kan dus erger zijn dan de kwaal, zooals ons bleek bij toevoeging van alcohol (96 vol %) aan benzine γ).

Het komt ons voor, dat de beschreven electrostatische methode m.m. kan dienen voor het onderzoek van isoleerende vaste stoffen en gassen δ).

We danken Prof. Dr. H. I. Waterman en Prof. Dr. M. de Haas voor hun medewerking bij het onderzoek, dat gesteund werd door het Hoogewerff-fonds.

α) H. G. Bos loc. cit. Holde loc. cit. Gruse, Petroleum and its Products 1928 pg. 91.

β) Zie IV en H. G. Bos loc. cit. 263.

γ) H. G. Bos loc. cit. 45, 71, 262.

δ) H. G. Bos loc. cit. 263; Kohlrausch loc. cit. Schering, loc. cit.

Delft, Laboratorium voor Chemische Technologie van de Technische Hoogeschool, 15 December 1928.

BOEKBESPREKING

Dr. D. van Gulik, Warmte en hiermee Samenhangende Verschijnselen.
128 blz., J. B. Wolters, Groningen 1928. Prijs f 1.75.

Als bijdrage in de Nederlandsche Land- en Tuinbouwbibliotheek is in derde druk bovenvermeld boekje verschenen; het is bedoeld, volgens het voorbericht, om den onderwijzer, die zich voor de akte van lager onderwijs in land- of tuinbouwkunde wenscht te bekwamen, een leiddraad te zijn bij diens studie in de Natuurkunde, en bevat als zoodanig de voor dezen als meest belangrijk te beschouwen hoofdstukken: warmte en aanverwante verschijnselen. Overeenkomstig dit doel is de gegeven stof zeer elementair bewerkt, m.i. echter zoodanig, dat daarmee ook werkelijk het doel bereikt is. Het boekje is vlot geschreven, helder van betoog en bevat talloze voorbeelden, die aansluiten bij de praktijk. Ook de hoofdstukken over hygrometrie en meteorologie zullen wellicht in de praktijk welkom zijn voor den landbouwer, wien deze kennis ten slotte toch ten goede moet komen.

H. F.

J. W. Boerman, M. Hellingman en K. M. Knip, Nieuw Leerboek der Physica, deel III, geluid en licht; voornamelijk voor kweekscholen en cursussen voor de hoofdacte; 211 blz., 199 fig.; Wolters, Groningen, 1928.
Prijs f 2,25, geb. f 2,60.

Door een wijziging van het examenprogramma zijn de eischen voor de natuurkunde van de onderwijzersexamens verzwaaard. Dit leerboek heeft in dezen nieuwen toestand trachten te voorzien.

Ongetwijfeld is het lastig om een schoolboek te schrijven dat wetenschappelijk alle kwestie's scherp en juist stelt en paedagogisch niet te moeilijk is voor de leerlingen. Op een enkele uitzondering na is de uiteenzetting van de wetten en verschijnselen nauwkeurig en worden de natuurkundige begrippen duidelijk uiteengezet. Het lijkt me toe dat de experimenten meer op den voorgrond hadden kunnen staan en dat bij de bespreking van het licht de plaats die ingeruimd is aan de geometrische optica te groot is ten opzichte van de andere hoofdstukken, zooals spectraalanalyse en wezen van het licht.

Daar de wiskundige behandeling juist aanpast aan de kennis van de candidaat onderwijzers zal het boek bij de opleiding voor de onderwijzersexamens goed gebruikt kunnen worden.

N. B.

J. Engl, Der tönende Film, 98 blz., 59 fig. Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1927. Prijs M. 6,50.

De schrijver van dit boekje heeft samen met H. Vogt en J. Massolle een systeem voor het opnemen en weergeven van sprekende films uitgewerkt; in verband met het feit dat drie personen hierbij samenwerkten,

gaven zij dit systeem den naam van „Triergon-Verfahren”. Door J. E n g l wordt nu in dit boek hun systeem uiteengezet. In groote trekken komt het hierop neer: het op de film vast te leggen geluid wordt opgevangen door een microfoon, de microfoonstroommen worden versterkt, en daarna aan een lamp met glimontlading toegevoerd; de lichtsterkte van deze lamp wisselt daardoor in het tempo der microfoonstroommen en deze lichtwisselingen worden fotografisch vastgelegd op een loopende film. Bij het Trier-gonsysteem wordt deze „geluidsfilm” vervolgens gecombineerd met de film waarop de gelijktijdig opgenomen beelden zijn vastgelegd; de geluidsofname ziet er uit als een smalle strook met overdwarsche banden van steeds wisselende intensiteit.

Bij het projecteeren der beelden moet nu ook de geluidsofname worden omgezet in geluid; daartoe wordt op de geluidsfilm een smalle lichtbundel geworpen; het doorgelaten licht wisselt in sterkte bij het afloopen der film, het valt op een foto-electrische cel en geeft aanleiding tot het ontstaan van zwakke wisselstroommen, die na versterking, door een luidspreker in geluid worden omgezet. Proportionaliteit met het oorspronkelijke geluid en volkomen synchronisme met de geprojecteerde beelden vormen bij de sprekende film de voornaamste moeilijkheden; de schrijver bespreekt uitvoerig de verschillende pogingen — ook de mislukte — om die moeilijkheden op te lossen.

Waar de sprekende film den laatsten tijd steeds meer de aandacht gaat trekken, zal dit gemakkelijk leesbare en goed geïllustreerde boekje aan belangstellenden op dit gebied niet onwelkom zijn.

E. O.

E. Study. Denken und Darstellung in Mathematik und Naturwissenschaften.

F. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1928. 63 p. M. 3.75.

Dit boekje geeft iets anders dan de titel doet verwachten. Over natuurwetenschap wordt enkel op p. 40—43 een opmerking gemaakt, die het vraagstuk der natuurwetenschappelijke methode zeker niet verder brengt. De hoofdinhoud is een kritiek op een boek van M. P a s c h, *Mathematik und Logik*, dat als te eenzijdig logisch en syllogistisch wordt bestreden. Daar mij het boek van P a s c h niet ter beschikking stond, kon ik de kracht der geopperde bezwaren niet controleeren.

Een zeer belangrijke vraag wordt door den schr. opgeworpen voor de wiskunde, analoog aan die door R i c k e r t besproken voor de empirische natuurwetenschappen en de historische wetenschappen, nl.: Wat is het keuzeprincipe, waardoor binnen een wetenschap het wetenschappelijk waardevolle van het irrelevante wordt afgegrensd. Ik heb zelf herhaaldelijk zonder veel verder te komen over dit vraagstuk nagedacht. Maar ik moet erkennen, dat Study's antwoord: Wertvoll ist, was folgenreich, was fruchtbar ist, mij toch ook niet veel verder heeft gebracht.

De schr. verwijst op twee plaatsen naar een Anhang IV (p. 15 en 28) over het verschil van reële en ideële objecten der wetenschap, een vraagstuk dat mij groot belang inboezemt. Ik heb echter dien Anhang niet kunnen vinden.

Ph. K.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

- H. Groot, Over de evenwichtsvormen van roteerende vloeistof- en gasmassa's, Openbare les, gehouden bij de opening van zijn lessen als Privaat-Doцент in de Astronomie aan de Universiteit van Amsterdam op 19 Oct. 1928, 15 blz. — Wolters. Groningen—den Haag. 1928. Prijs f 0.75.
- Adam Hilger Ltd., Echelon Diffraction Gratings. Section B. 23 blz., vele figuren. — Adam Hilger Ltd. London. 1928.
- Adam Hilger Ltd., Dr. Jean Thibaud's X rays grating Spectrograph for the Study of Soft X rays and of the extreme Ultra Violet. 8 blz., 12 fig. — Adam Hilger Ltd. London. 1928.
- E. Schrödinger, Vier Vorlesungen über Wellenmechanik, gehalten an der Royal Institution in London im März 1928, übersetzt von Dr. Hans Kopfermann, 57 blz., 3 fig. — Julius Springer. Berlin. 1928. Prijs R.M. 3.90.
- Civil Aeronautics, Legislative history of the Air Commerce Act of 1926, corrected to August 1928.
- N. van Dooren en J. J. Raimond Jr., Natuurkunde voor voortgezet onderwijs, nieuwe M.U.L.O. serie, deel I, 183 blz., 122 fig., deel II, 141 blz., 125 fig., deel III, electriciteit en magnetisme, 153 blz., 156 fig. — J. Muusses. Purmerend. 1926, 1927 en 1928. Prijs f 2.25, f 1.60 en f 1.85.

STRIKVRAGEN

Vraag XLI. Door het Noordzeekanaal vaart een oceaanstoomer. Zal de stuurman bij het passeeren van een zijkanaal in zijn navigatie daarmee rekening houden, en waarom?

Het antwoord op vraag XXXIX: *Op blz. 3 herinnerde Prof. Verschaffelt eraan, dat Prof. Keesom met Prof. Kamerlingh Onnes bij mengsels van twee stoffen het barotropisch verschijnsel onderzocht, hierin bestaande dat soms de gasphase zwaarder wordt dan de vloeistofphase en in deze zinkt. Hoe weet men eigenlijk welke phase men gas, en welke men vloeistof moet noemen?* luidt als volgt. Aan de fasen zelf kan men geen reden vinden om diegene, welke bij verhooging van druk in het evenwicht in sterkere mate van dichtheid verandert de gasvormige te noemen. Echter sluiten zich aan het fasen-evenwicht in het beschouwde waterstof-heliummengsel op continue wijze andere aan van helium-armere mengsels, totdat men komt aan het fasen-evenwicht van vloeibare en gasvormige waterstof. De phase van het mengsel die aldus continu aansluit aan den verzadigden waterstofdamp, kan men redelijkerwijze de gasphase van het mengsel noemen.

PROEVEN OVER PERSISTEERENDE STROOMEN

door W. TUYN

(Mededeeling no. 198 uit het Natuurkundig Laboratorium te Leiden).

§ 1. Deze verhandeling geeft, behalve een meer uitvoerige beschrijving der onderzoekingen, reeds vermeld door professor K a m e r l i n g h O n n e s in Comm. Leiden, Suppl. no. 50a, het verslag van eenige andere proeven over persisterende stroomen. Toen K a m e r l i n g h O n n e s in 1924 aan het IVde Conseil-Solvay gedeeltelijk de voorloopige resultaten der hier beschreven proeven kon mededeelen, was de veer van het gebruikte toestel nog onvoldoende gecalibreerd en niet op elastische nawerking onderzocht. Dit thans afgesloten onderzoek maakte het mogelijk, in het volgende definitieve resultaten te geven.

§ 2. *De transportabele heliumcryostaat en het toestel voor de duurproeven.* K a m e r l i n g h O n n e s vermeldt ¹⁾, dat in een in zichzelf gesloten supra-geleider een eenmaal opgewekte inductiestroom blijft rondloopen. De verzwakking van dezen persisterenden stroom met den tijd kan als maat van den in dezen supra-geleider overgebleven weerstand gelden. Proeven ²⁾ leerden, dat deze verzwakking in het betreffende geval minder dan 1% per uur bedragen moest, maar met het toenmalige toestel was grooter nauwkeurigheid niet te bereiken.

Onderzoekingen met een gevoeliger instrument vereischten de opstelling er van in een lokaal met dreunvrijen peiler en dus de overbrenging van vloeibaar helium naar dit vertrek. De dreunvrije peiler werd gevonden in den vloer van den in den nieuwen aanbouw gereedgekomen kelder voor constante temperaturen.

Daar de verdampingswarmte van helium bij $T = 4^{\circ}.2$ K. slechts 6 cal. bedraagt ³⁾, zoodat transport van vloeibaar helium op de

1) H. Kamerlingh Onnes, Comm. Leiden, nos. 140b en c, 141b.

2) H. Kamerlingh Onnes, l.c.

3) L. I. Dana en H. Kamerlingh Onnes, Comm. Leiden, no. 179c.

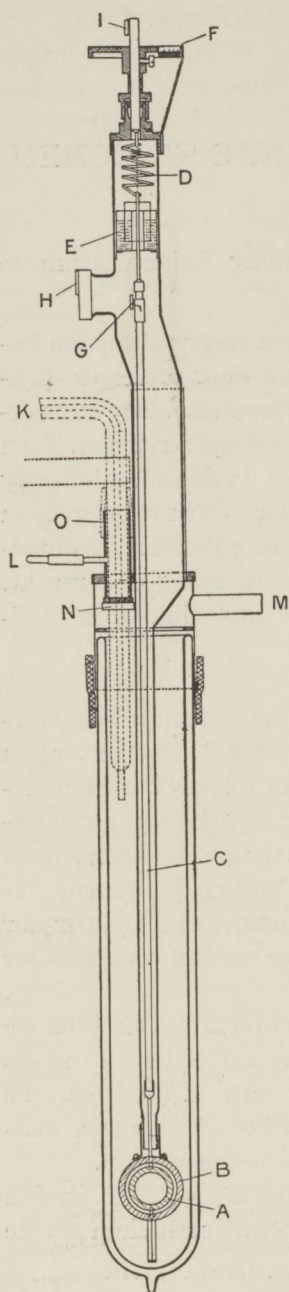


Fig. 1.

wijze als dit voor vloeibare waterstof geschiedt, hoewel ongetwijfeld uitvoerbaar, veel vloeistof kosten zou, werd de transportabele cryostaat, waarin het meetapparaat gebouwd was, door middel van een hevelbuis vanuit het vaste heliumtoestel gevuld, hiervan vervolgens losgemaakt en in het meetlokaal opgesteld: de overheveling van vloeibaar helium vond aldus slechts eenmaal plaats. Fijnere instellingen konden slechts geschieden, nadat de gevulde cryostaat opgesteld was.

De cryostaat en de inrichting, om hem van het vaste heliumtoestel los te maken, zijn afgebeeld in fig. 1. De cryostaat werd door middel van de dubbelwandige glazen hevelbuis *K* met vloeibaar helium gevuld; de ruimte tusschen de verzilverde wanden van *K* is voor de isolatie luchtledig gemaakt. Om den cryostaat los te maken van de hevelbuis en daarna af te sluiten van de buitenlucht, liet men hem zakken, tot het onderende der buis *O* beneden de hevelbuis gekomen was, schoof met de daarvoor bestemde inrichting de klep *N* voor dit onderende en maakte dan den cryostaat van de overige verbindingen los. De hevelbuis *K* werd aan het einde in den vasten cryostaat door een kraan gesloten. Door de zijbuis *M* ontweek het verdampte helium; tijdens het transport werd dit opgevangen in een aan *M* aangebrachten ballon, na de opstelling in een hulpghashouder. Als de cryostaat ter nieuwe vulling weer aan de hevelbuis gezet werd, diende het buisje *L*, om de ruimte binnen *O* en de hevel-

buis luchtledig te zuigen, voordat de klep *N* geopend werd. Ter verduidelijking is in fig. 1 de hevelbuis nog in den reeds losgemaakten cryostaat geteekend. In dezen cryostaat, vervaardigd door en onder leiding van den bedrijfschef G. J. Flim werd het vloeibare helium den 19den Dec. 1923 voor de eerste maal getransporteerd en wel naar den kelder voor constante temperaturen.

Ten einde gegevens te verkrijgen omtrent de verzwakking der persisteerende stroomen met den tijd werd gebruik gemaakt van een systeem van twee ringen van supra-geleiders; de verandering der ponderomotorische krachten bij onveranderden stand der ringen ten opzichte van elkaar is een maat voor deze verzwakking. Het toestel is afgebeeld in fig. 1 en 2. Een looden ring *A*, opgehangen aan een staaf *C*, het onderste deel van glas, het bovenste van koper, kan om een verticale as draaien in een tweeden, vasten looden ring *B*. Zooals fig. 1 doet zien (zie ook fig. 2), is ring *B* bevestigd aan de buitenste glazen buis van het toestel; deze sluit, ook buiten den cryostaat, het apparaat luchtdicht van de buitenlucht af. Van *A* is de uitwendige diameter 30.0, de inwendige 22.7 en de dikte 4.9 mm; van *B* zijn deze maten 40.8, 33.0 en 5.2 mm. De doorsneden van *A* en *B* zijn rechthoekig. De staaf

C wordt gedragen door een phosphorbronzen veer *D*. Door een phosphorbronzen bandje te spannen tusschen *A* en een onder aan *B* gezet glazen buisje wordt de stabiliteit verhoogd. Later is de staaf *C* nog voorzien van dempers, die in het oliebakje *E* steken; daardoor was schaalaflezing tot op 0.1 mm mogelijk. Zooals fig. 1 verder leert, wordt het geheel gedragen door een aan de veer *D* gesoldeerde torsie-as, die geklemd is in een pakkingring. Met den over dezen ring strijkenden torsiekop *F*, in 180 deelen verdeeld, kan men het be-

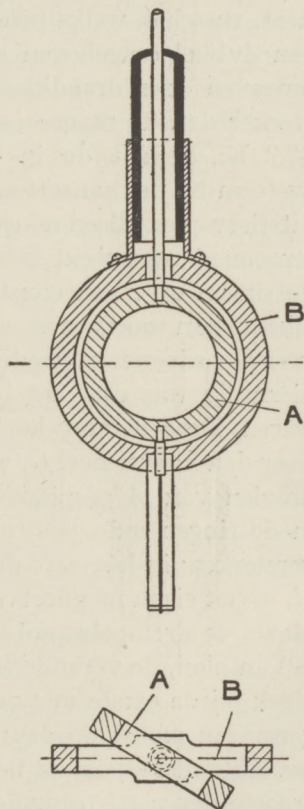


Fig. 2.

weegbare deel van het toestel en dus ring *A* ten opzichte van ring *B* draaien.

Nadat de gevulde cryostaat getransporteerd en opgesteld was, werd een magneet bijgebracht, zóó, dat de onderling evenwijdige vlakken van *A* en *B* loodrecht op de krachtlijnen stonden. De magneet, tusschen welks polen de ringen hingen, werd gevormd door een dubbel omgebogen stuk ijzer, voorzien van poolstukken en omgeven door draadklossen; het hiermede te bereiken veld was sterker dan de magnetische drempelwaarde van lood ¹⁾ bij $T = 4^{\circ}.2$ K., zoodat de in het reeds koude, suprageleidende ring-systeem bij het aanzetten van het veld ontstane stroomen spoedig uitstierven en alleen rekening viel te houden met de „persisteerende stroomen”, opgewekt door verwijdering van dit veld. Draaide men de ringen over een constanten hoek van ongeveer 30 graden uit elkaar, dan moest men wegens de ponderomotorische krachten de veer *D* tordeeren en dus den torsiekop *F* meer dan 30 graden draaien; hiermede was dus het bewijs geleverd, dat stroomen opgewekt waren. De constante hoek van ongeveer 30 graden werd bepaald door den hoekspiegel *G*, waarin een vaste lichtbron vóór en na het draaien van *A* gespiegeld werd. Bij het draaien van *A* worden in de ringen inductiestroomen opgewekt, die de reeds bestaande versterken; in hoeverre deze kunnen blijven loopen, hangt hiervan af, of het eigen magneetveld der persisteerende stroomen op eenige plaats de drempelwaarde overschrijdt.

Van plan, de verandering der stroomen met den tijd na te gaan, bleek bij de eerste metingen reeds dat iedere magnetische storing vermeden moest worden; het op- en neergaan van roeders, zelfs het langs den cryostaat bewegen van sleutels, was voldoende om de grootte der persisteerende stroomen te veranderen, vooral omdat deze stroomen door hun wijze van opwekking de drempelwaarde bereikt hadden. Het bad werd dus niet geroerd. Ook de geringste warmtestraling, zoodra de ringen gedeeltelijk buiten het helium hingen, was voldoende, om dezen tijdelijk eenigen weerstand te bezorgen en de persisteerende stroomen te verzwakken; gedurende de duurproeven mocht men den cryostaat dus niet naderen. Ook gaven wij er de voorkeur aan, den dampdruk van het helium niet te reduceeren, zooals bij vorige proeven ²⁾; wel was men dan verder

1) W. Tuyn en H. Kamerlingh Onnes, Comm. Leiden, no. 174a.

2) H. Kamerlingh Onnes, l.c.

van de sprongpunttemperatuur af geweest, maar bij de duurproeven ging het slechts om enkele 0.1 mm verschil in de schaalaflezing; en deze nauwkeurigheid was niet mogelijk geweest met pompen in werking naast den cryostaat.

De looden ringen hingen bij de duurproeven dus in vloeibaar helium met een dampdruk van 1 atm. en hadden een temperatuur van $4^{\circ}.2$ K. De duurproeven werden voortgezet tot het ringsysteem door de verdamping van het helium opgehouden had suprageleidend te zijn. De warmtegeleiding der looden ringen bleek zoo voortreffelijk, dat *A* eerst begon te draaien, als de heliumspiegel nog slechts 1 cm *boven* den onderkant van den buitensten ring stond; zijn beweging was niet uitgestorven, voor de heliumspiegel 1.5 cm onder dit punt gedaald was. De schaalaflezingen geschieden met kijkers, opgesteld op 3 à 4 m van het toestel. De spiegels, die de standveranderingen aangaven, waren de volgende: de reeds genoemde spiegel *G*, die de draaiing van ring *A* bepaalt, de vaste spiegel *H*, waarmede verplaatsingen van het geheele toestel worden waargenomen en de spiegel *I*, boven aan den torsiekop *F*, dienende om het terugglijden van de torsie-as in den pakkingring te kunnen constateeren. Ook moest bij de duurproeven rekening gehouden worden met de verandering der elastische constanten van de veer tengevolge van temperatuurveranderingen en met de elastische nawerking.

Een uitgebreide reeks proeven, bij schommelende kamertemperatuur, wees uit, dat de ruimte, waarin de veer *D* besloten was, na ongeveer een half uur de temperatuur der omgeving kreeg; dus wachtten wij na het overbrengen van den gevulden cryostaat naar het meetlokaal een half uur, vóór met de duurproeven te beginnen, en daar ook de kelder voor constante temperaturen voortreffelijk aan zijn doel beantwoordde, werd het aanbrengen van een correctie voor de elastische verandering der veer door temperatuurverandering vermeden.

Moeilijker waren de proeven over de elastische nawerking der veer. Nadat die volgens de methode, om deze met behulp van een constant koppel te bepalen, een voorloopig resultaat hadden gegeven, hebben wij de grootte der elastische nawerking voor de duurproeven afgeleid uit die, welke de veer vertoonde, na *ontspanning* uit een torsie over denzelfden hoek en gedurende denzelfden tijd, als bij de duurproeven.

§ 3. *Resultaten der duurproeven.* Duurproeven zijn gedaan op 14 en 28 Nov., 4 en 19 Dec. 1923. Bij alle vier proeven was de temperatuur der ringen $4^{\circ}.2$ K. en werden de stroomen in de ringen opgewekt door geleidelijke vermindering van een magneetveld, oorspronkelijk grooter dan de magnetische drempelwaarde. De eerste drie proeven zijn voorloopige, daar zij gedaan zijn in het lokaal, waar het heliumtoestel gebouwd is en hier slechts een schaalaflezing, nauwkeurig tot op 1 mm, met den kijker behoorende tot den spiegel *G* mogelijk was. Met het slippen der torsie-as in den pakkingring en met de elastische nawerking der veer is bij de berekening der resultaten der eerste drie proeven dan ook geen rekening gehouden.

Proef van 14 November. De opgewekte stroomen in de ringen zijn zoo sterk, dat de torsie der veer, nadat de ringen 30 graden uit elkaar gedraaid zijn, 46.4 graden bedraagt. Van 20^u tot 21^u bleef de schaal in den kijker, behoorende tot den vasten spiegel *H* constant van plaats tot op 0.1 mm, die in den kijker voor den draaibaren spiegel *G* tot op 1 mm. Bij een afstand schaal-spiegel = 235 cm, berekenen wij dat de afname van het koppel per uur minder dan $\frac{1}{3800}$, die van ieder der stroomen (deze gelijk verondersteld), minder dan $\frac{1}{7600}$ was. Dit resultaat drong de vroeger gevonden waarde van $\frac{1}{100}$ dus reeds belangrijk terug.

Proef van 28 November. Torsie der veer 53.2 graden. Van $1^u.28$ tot $4^u.45$ van den 29sten Nov. waren de verplaatsingen in den kijker van den vasten spiegel *H* $\frac{1}{2}$, van den draaibaren *G* 2 mm, beide in dezelfde richting, zoodat dus minder dan $\frac{1}{2}$ mm per uur voor de verplaatsing wegens een draaiing van *G* overblijft. Bij een afstand schaal-spiegel = 235 cm berekenen wij een afname van het koppel per uur minder dan $\frac{1}{8700}$, die van ieder der stroomen minder dan $\frac{1}{17400}$.

Proef van 4 December. De resultaten der waarnemingen van $19^u.25$ tot $20^u.25$, bij een torsie van 45.8 graden, geven hetzelfde resultaat als de proef van 14 Nov. De metingen konden niet lang genoeg worden voortgezet, omdat de vulling der omringende vacuümglazen bij wijze van proef met vloeibare lucht, in plaats van met respectievelijk vloeibare lucht en vloeibare waterstof, het helium sneller dan gewoonlijk verdampen deed.

Definitieve proef van 19 December. Zij geschiedde in den kelder voor constante temperaturen. De aantrekking der persisterende

stroomen, opgewekt door vernietiging van een veld van 659 gauss, maakte dat de veer 48.6 graden getordeerd worden moest, om ring *A* 30 graden uit het vlak van ring *B* te draaien. De afstanden der spiegels *G* en *H* tot de bijbehorende schaalverdeelingen waren 395 en 335 cm; spiegel *I* ontbrak.

Na het opwekken der stroomen verliep de schaalverdeling in den kijker, behorende bij *G*, eerst snel, dan langzamer over totaal 12.2 cm; dit duidde op een afnemen der stroomen. Dit verschijnsel hangt af van de wijze, waarop de weerstand bij afnemende veldsterkte verdwijnt, doch kan bij onze methode slechts ten deele gevolgd worden, daar de instelling der kijkers eenige minuten vordert. Daarna kwam de schaal in den kijker tot stilstand en bewoog zich later in tegengestelde richting en wel van 19°.44 van 19 Dec. tot 1°.16 van 20 Dec. over 6.8 mm; in dezen tijd, 5°.32 mnt, verliep de schaalverdeling in den vasten spiegel, omgerekend op denzelfden afstand, 2.6 mm. Uit deze verplaatsingen zou men moeten opmaken, dat de stroomen sterker werden en hierdoor de verdeling, behorende bij *G*, 4.2 mm verliep. Slechts het slippen der torsie-as in den pakkingring en de elastische nawerking der veer konden hiervan de oorzaak zijn. De daaruit voortvloeiende beweging van *A* is tegengesteld aan die, welke bij het verminderen der stroomen plaats grijpen zou, en dus zou de eerste beweging de laatste kunnen bedekken. Daar spiegel *I* ontbrak, moeten wij de fout voor het slippen afleiden uit metingen, verricht op 7 Febr. 1924 (zie § 5); zij behoeft niet grooter dan 0.1 mm per uur gesteld te worden. Rest nog de elastische nawerking; uit de verrichte naproeven mogen wij afleiden, dat deze minder dan 6 mm verplaatsing gaf. De totale verplaatsing bedroeg minder dan 2 mm in 5½ uur, de afname van het product der stroomen minder dan $\frac{1}{20000}$ per uur, die van ieder der stroomen, deze gelijk van sterkte gedacht, minder dan $\frac{1}{40000}$ per uur. Werkt men niet tegen het drempelveld aan, dan heeft men minder kans, weerstand te kunnen aantoonen. In het algemeen kregen wij den indruk, de grens door verfijning der methode te kunnen opvoeren.

Wij moeten nog de aandacht vestigen op het sprongsgewijze uitserven der stroomen aan het einde der duurproeven. Voor bijzonderheden daaromtrent zie men het slot van § 5; het verspringen is bij de daar beschreven proef het nauwkeurigst nagegaan. Ook meenen wij, bij grafisch uitzetten der waarnemingen,

dat dit uitsterven in den eenen ring eerder dan in den anderen begon.

§ 4. *De grootte der persisterende stroomen.* Bij iedere temperatuur is de grootte dezer stroomen afhankelijk van het gebruikte magneetveld en van de drempelwaarde. Ver beneden de drempelwaarde zijn de verschijnselen omkeerbaar, en doet een verzwakking van het veld dien persisterenden stroom verdwijnen, welke door een even groote versterking opgewekt was. Bij het gebruik van zwakke velden moet men eerst het magneetveld aanbrengen, dan den cryostaat met helium vullen en vervolgens den magneet verwijderen. Voor het vaststellen der betrekking tusschen de sterkte der stroomen en het induceerende veld moet men de ringen bij zwakke velden steeds een oogenblik boven de sprongpunttemperatuur brengen, zoodat deze proeven een groot verbruik van vloeibaar helium meebrengen. De resultaten vindt men in tabel I en fig. 3, waarin medegedeeld worden de waarden van de torsie, die men aan de veer moest geven ten einde den ring *A* 30 graden uit zijn oorspronkelijken stand te draaien.

TABEL I

Induceerend magneetveld	Torsie der veer in graden ¹⁾
50 gauss	1.4
100	9.8
162	18.8
234	32.8
385	46.4
533	54.6
600	53.2
659	48.6

1) Er dient nog op gewezen te worden, dat bij de instelling met behulp eener spiegelaflezing de ring *A* gewoonlijk heen en weer gedraaid wordt, voor de schaal in den kijker zichtbaar is; bij deze draaiingen veranderen de stroomsterkten en is bij hooge velden de richting der laatste beweging van groot belang.

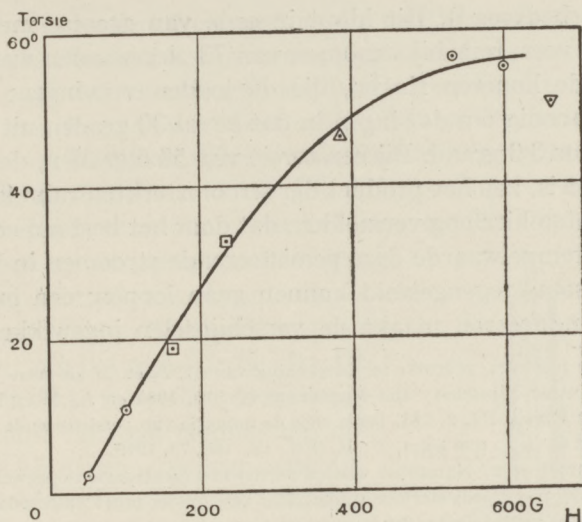


Fig. 3.



14 Nov. 1923.



4 Dec. 1923.



27 Nov. 1923.



19 Dec. 1923.

In de figuur gaat de kromme niet door den oorsprong; de oorzaak hiervan ligt in de onnauwkeurigheid der methode, niet in inductiestroom, die zich door de draaiing van A over 30 graden — bij de instelling — nog bij de overige voegen; na correctie komt de kromme juist ongunstiger te liggen.

De methode zal men eerlang kunnen gebruiken om het verband tusschen drempelwaarde en temperatuur vast te leggen.

Wat de sterkte der stroomen aangaat, deze is in beide ringen natuurlijk niet dezelfde. Met behulp der formules

$$L_1 i_1 + M i_2 = -N_1$$

$$M i_1 + L_2 i_2 = -N_2,$$

waarin L_1 en L_2 de coëfficiënten van zelfinductie (50 en 31), M die van wederzijdsche inductie (18.5) en N_1 en N_2 de aantallen inductielijnen door de ringen zijn, berekenen wij, dat de stroom i_1 door den buitensten ring ongeveer 220 A, de stroom i_2 door den binnensten 90 A sterk was, als het gemiddelde induceerend veld

100 gauss bedroeg ¹⁾. Dit klopt in orde van grootte met de calibratie der veer, waarbij stroomen van 73 A gezonden werden door doorgevijlde koperen ringen, die de looden vervingen; de torsie der veer, noodig om de ringen in dat geval 30 graden uit elkaar te draaien, was 3.3 graad. Bij een torsie van 56.6 graden, de grootste, die gemeten is, zou het product der stroomsterkten ruim 90000 zijn.

Wij moeten hier nog vermelden, dat door het bestaan eener magnetische drempelwaarde deze persisterende stroomen in beide ringen zelfs soms tegengesteld kunnen gaan lopen; een meermalen herhaald induceeren maakt de verschijnselen ingewikkeld ²⁾.

1) Voor de formules, gebruikt ter berekening van L_1 , L_2 en M zie men J. C. Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetism II, 315, 1881 en A. Winkelmann, Handbuch der Physik III, 2, 375, 1895, voor de inductie van persisterende stroomen in supra-geleiders G. Lippmann, C. R. Paris, 168, 73, 1919.

2) Bij de proef op 27 November werden persisterende stroomen opgewekt door herhaald induceeren met steeds sterkere velden. Het verloop der proef was zoodanig, dat een veld van 50 gauss werd bijgebracht voor de eerste maal, toen de ringen nog warm waren, daarna de ringen koud gemaakt, het veld verwijderd en de torsie gemeten. Vervolgens werd het veld weer bijgebracht, verhoogd tot 100 gauss, verwijderd en opnieuw de torsie gemeten. Dit werd eenige malen herhaald. Zoolang de magnetische drempelwaarde voor een der ringen niet bereikt is, zijn de verschijnselen gedeeltelijk omkeerbaar. Wij geven hieronder de resultaten.

Bijgebracht veld	Weggenomen veld	Resulteerend koppel
	50 gauss	+ 1.4 graad
50 gauss	100	+ 1.4
100	146	+ 1.4
146	190	+ 1.4
190	234	— 4.0
234	274	— 24.0
274	312	— 28.0
312	347	— 27.4
347	377	+ 1.0
377	400	+ 33.6
400	533	+ 52.4
533	626	+ 54.6

Men ziet dus hieruit, dat bij deze proef de ringen begonnen met elkaar aan te trekken, elkaar daarna gingen afstooten en vervolgens weer aantrekken. Waarschijnlijk is deze afstooting hieraan toe te schrijven, dat bij het herhaald induceeren de magnetische drempelwaarde voor den eenen ring een oogenblik wel, voor den anderen niet bereikt wordt. Zoolang een ring bij onze proef supra-geleidend blijft, is het veld, waarmee voor dezen ring gerekend worden moet, niet sterker dan het beginveld, dus 50 gauss. Dit verandert bij den ring, waarvan de supra-geleiding een oogenblik ophoudt. In de formules moet dan de veldsterkte voor beide ringen verschillend genomen worden. Men krijgt bijvoorbeeld tegengestelde stroomen in het denkbeeldige geval van een veld van 50 gauss voor den buitensten en 500 gauss voor den binnensten ring.

§ 5. *De onveranderlijke verdeling der persistente stroomen over een supra-geleidenden bol, die in een magneetveld geplaatst is.* Naast de vraag naar de bovenste grens van den weerstand in een supra-geleider, kan men deze stellen, of de banen der persistente stroomen, ook bij aanwezigheid van uitwendige magneetvelden, in het metaal vastliggen.

Wij vervingen voor dit onderzoek den looden ring *A* uit het toestel voor de duurproeven door een hollen looden bol *C*, met een uitwendigen diameter van 29.0 mm en een wanddikte van 0.4 mm (zie fig. 4). De verder gebruikte toestellen, de methode en de plaats van waarneming zijn dezelfde als bij de duurproeven van § 3. Na bij $T = 4^{\circ}.2$ K., met een veld van 659 gauss, dus sterker dan het drempeelveld, stroomen te hebben geïnduceerd op ring *B* en bol *C*, werd de bol 30 graden gedraaid; daarvoor moest de veer over 17 graden getordeerd worden. Over ring en bol liepen dus stroomen, die door hunne aantrekking deze torsie veroorzaakten en in stand hielden.

Met de proef werd niet begonnen, voor de temperatuur der veer die van den kelder was. Nadat de bol *C* gedraaid was, nam het koppel gedurende de eerste vijf minuten zichtbaar af, evenals bij de proef met de beide loodringen. Daarna veranderde de kruisdraad op de schaalverdeling niet meer. De afstanden der spiegels *G*, *H* en *I* (zie § 2) tot de schalen bedroegen 390, 285 en 290 cm. Van de vele aflezingen zijn de volgende de voornaamste; het koppel neemt af, als in de kolom van *G* de getallen grooter worden.

Tijd	Draaibare spiegel <i>G</i>	Vaste spiegel <i>H</i>	Spiegel voor het slippen <i>I</i>
7 Febr. 1924, 19 ^u .51	23.50 cm	19.68 cm	10.79 cm
22 ^u .32	23.41	19.63	10.68

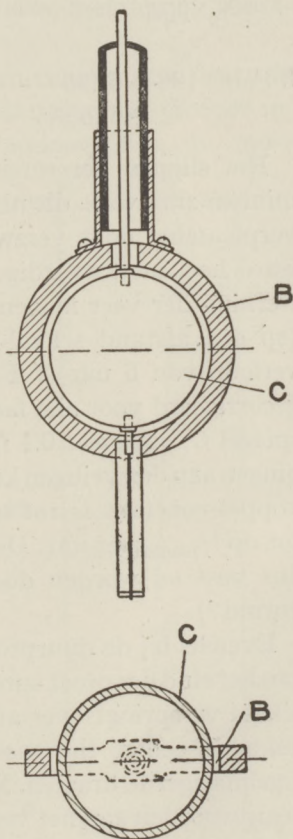


Fig. 4.

Tijd	Draaibare spiegel <i>G</i>	Vaste spiegel <i>H</i>	Spiegel voor het slippen <i>I</i>
8 Febr. 1924, 2 ^u .22	23.42	19.67	10.68
4 ^u .32	23.39	19.67	10.67

Vervolgens verloop, eerst langzaam, dan sneller, doordat helium verdampt.

Tijd	Draaibare spiegel <i>G</i>	Vaste spiegel <i>H</i>	Spiegel voor het slippen <i>I</i>
8 Febr. 1924, 5 ^u .55	24.00	19.67	10.67
6 ^u .55½	100.00	19.67	10.67

Het slippen der torsie-as is klein. De elastische nawerking zal miniem zijn; ware dit niet zoo, dan zou zij steeds even groot als de verplaatsing door verzwakking der stroomen geweest zijn en dit ware heel merkwaardig; uit de naproeven over de elastische nawerking der veer mogen wij het effect kleiner dan 0.2 mm stellen (op een afstand schaal-kijker = 390 cm). Neemt men het tijdsverloop van 6 uur (7 Febr., 22^u.32 tot 8 Febr., 4^u.32), dan zou, gecorrigeerd voor alle factoren, de verplaatsing, waargenomen met spiegel *G*, ongeveer 0.1 mm bedragen. Wij blijven bij onze berekeningen aan den veiligen kant, als wij hieruit besluiten, dat het torsiekoppel constant is tot op $\frac{1}{59000}$ per uur, ieder der stroomen dus tot op $\frac{1}{100000}$ per uur. De banen der persisterende stroomen liggen dus vast en worden door matig sterke magneetvelden niet vervormd ¹⁾.

Evenals bij de duurproeven, beschreven in § 3, neemt het koppel aan het eind der proef sprongsgewijze af, daar de kruisdraad over de schaal verspringt over afstanden van 1 mm; in het begin verloopt duidelijk eenige tijd tusschen twee sprongen, later begint de bol regelmatig te draaien. Men zou kunnen denken, dat deze sprongen beantwoorden aan het verdwijnen van elementairstroomen ²⁾, doch een eenvoudige berekening leert, dat bij een torsie van 17 graden, een schaalafstand van 390 cm en een sprong van 1 mm, de afname van het product der stroomen in ampères ongeveer 10 is, dus veel te groot om aan elementairstroomen te kunnen denken. Waar-

1) Zie ook H. A. Lorentz, Comm. Leiden, Suppl. no. 50b.

2) H. Kamerlingh Onnes, Comm. Leiden, Suppl. no. 50a.

schijnlijk moeten wij deze sprongen toeschrijven aan de sprongen in de magnetische overgangslijn ¹⁾.

§ 6. *Het opsporen van supra-geleiders met behulp van persistente stroomen.* Indien het onmogelijk is, weerstanden te vervaardigen, hetzij door de fysische eigenschappen, hetzij door de beschikbare hoeveelheid van het metaal, kan men de eigenschappen der persistente stroomen benutten, om deze metalen op supra-geleiding te onderzoeken.

a. Men kan uit het aanwezige metaal een ring maken, dezen in vloeibaar helium ophangen aan een veer en nagaan of er door inductie persistente stroomen in op te wekken zijn; dit moet blijken uit de constante afwijking, die het systeem in het overgebleven veld zou ondervinden. Deze methode is toegepast bij gallium ²⁾.

b. Is het metaal in stukjes of poeder aanwezig, dan kan men er persistente stroomen in trachten op te wekken; de banen dezer stroomen liggen volgens § 5 vast en hun bestaan neemt men waar door de afwijking in een magneetveld. Door het bestaan eener drempelwaarde is deze afwijking van die door magnetische eigenschappen te scheiden.

Deze methode werd beproefd met lood, waarvan men de suprageleiding kende. Korrels uit lood „Kahlbaum”, van elkaar gescheiden door vernis en met een totaal volume van 0.3 cm^3 , waren geplaatst in een glazen buisje van 30 mm lengte en 7 mm diameter; dit hing aan een gevoelige veer. Gebracht in een magneetveld ontstonden er bij verandering hiervan persistente stroomen, wier banen volgens de proef met den looden bol in het metaal vastlagen en niet

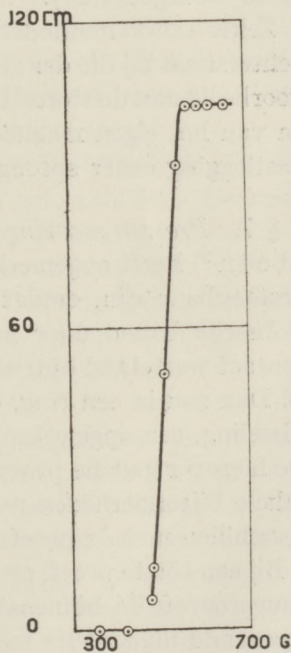


Fig. 5.

1) W. J. de Haas, G. J. Sizoo en H. Kamerlingh Onnes, Comm. Leiden, nos. 180c en d.

2) W. Tuyn en H. Kamerlingh Onnes, Comm. Leiden, no. 181.

door matige magneetvelden beïnvloed werden; draaide men, na het opwekken der stroomen den magneet, dan draaide het buisje mee. In fig. 5 ziet men de resultaten verkregen bij het versterken van het veld; eerst zijn door het aanzetten van een zwak veld stroomen opgewekt en is het buisje vervolgens iets gedraaid met behulp van den schroefkop, zoodat de veer eenige torsie had. Duidelijk blijkt, dat bij $T = 4^{\circ}.2$ K. de persisterende stroomen begonnen te verzwakken bij 500 gauss ongeveer en bij 585 gauss ongeveer vernietigd waren; de overeenstemming van het gemiddelde dezer waarden met die, elders gevonden, is bevredigend ¹⁾.

Toen de methode bruikbaar bleek, werden stukjes germanium op supra-geleiding onderzocht; het resultaat was negatief en is reeds medegedeeld ²⁾.

Zeker zal de methode in het huidige stadium in nauwkeurigheid achterstaan bij die der gewone weerstandsmetingen; men denke bijvoorbeeld aan de storende invloeden van para- en ferro-magnetisme en van het eigen magneetveld der persisterende stroomen bij de vastlegging eener sprongpunttemperatuur.

§ 7. *Proeven met ringen, bestaande uit stukjes lood en tin.* Einstein ³⁾ heeft opgemerkt, dat, indien de persisterende stroomen bestaanbaar zijn, omdat de electronen zich adiabatisch langs de Bohrsche banen door het metaal bewegen, er bij een lood-tin-contact weerstand optreden zal, daar hier de aansluiting verstoord is. Dan zou in een ring, opgebouwd uit stukjes lood en tin bij afwisseling, een opgewekte inductiestroom niet kunnen persisteren. De hierover gedane proeven zijn niet tot een einde gebracht, maar enkele bijzonderheden moeten wij vermelden, omdat er treffende verschillen met de proef met beide loodringen opgemerkt werden.

Bij een eerste proef, op 12 Maart 1924, was in het toestel voor de duurproeven de binnenste looden ring vervangen door een ring, bestaande uit stukjes lood en tin, met in totaal 16 lasschen. Bij $T = 4^{\circ}.2$ K., waarbij alleen het lood supra-geleidend was, bedroeg

1) W. Tuyn en H. Kamerlingh Onnes, Comm. Leiden, no. 174a.

2) W. Tuyn en H. Kamerlingh Onnes, Comm. Leiden, no. 181. Stoffen in poedervorm zijn door ons niet onderzocht. Dit geschiedde met negatief resultaat bij grauw tin door W. J. de Haas, G. J. Sizoo en J. Voogd, Comm. Leiden, no. 187d; om redenen, in de publicatie vermeld, is aan te nemen, dat men ook in poeders persisterende stroomen opwekken kan en de methode bruikbaar blijft.

3) Zie Comm. Leiden, Suppl. no. 50a, p. 15.

het torsiekoppel, toen inductiestroomen door het wegnemen van 626 gauss opgewekt waren, 19 graden, bij $T = 2^{\circ}.7$ K., toen lood en tin beide supra-geleidend waren, 25.6 graden; beide keeren waren de ringen dan 30 graden uit elkaar gedraaid. Wilde men bij $T = 2^{\circ}.7$ K. den lood-tin-ring nu verder doordraaien, dan klapte hij om. *Dit was bij de proeven met de beide loodringen niet het geval.* In hoeverre er persistente stroomen *rondliepen*, is niet uit te maken. Het opgewekte koppel bleef gedurende 2 uur constant; er bestonden persistente stroomen, die practisch niet in sterkte afnamen, maar deze stroomen kunnen ook in de stukjes lood en tin rondgelopen hebben. Eigenaardig is, dat zoowel bij het begin der proef — na de instelling der kijkers —, als in het midden, toen de cryostaat van $2^{\circ}.7$ tot $4^{\circ}.2$ K. opgewarmd werd, de lood-tin-ring zich eerst bewoog, alsof de aantrekking sterker geworden was. *Het gedrag was dus ook hier anders dan bij de proef met de beide loodringen*, waar de stroomen eerst in sterkte afnamen, tot overal het magneetveld beneden de drempelwaarde gekomen was.

Deze verschijnselen zijn moeilijk te verklaren. Misschien zijn de magnetische eigenschappen van het tin in het spel, doch hiervan is bij heliumtemperaturen (boven en beneden de magnetische drempelwaarde) niets bekend. Ook zal men er rekening mee moeten houden, dat, als stroomen, rondlopende in den ring of in de stukjes tin ophouden en krachtlijnen hiervan het lood troffen, nieuwe stroomen hierin zullen ontstaan, om deze krachtlijnen te doen voortbestaan.

Met het oog op de mogelijkheid, dat het magneetveld der stroomen in den buitensten loodring de stroomen in het tin van den binnensten zou kunnen storen, werden volgende proeven, op 28 Maart en 4 April 1924, genomen met een gewijzigd toestel. Een lood-tin-band met 24 lasschen is gelegd om een ivoren spoeltje, waarvan de diameter ongeveer 3 cm bedraagt. Deze ring hangt in het toestel voor de duurproeven op de plaats van den binnensten loodring; de buitenste loodring is verwijderd en een uitwendig veld vervangt dat van den ring. Ook bij deze proef is de gestelde vraag niet opgelost, doch moeten wij een tweetal bijzonderheden vermelden:

1. Vermindert men het veld, waarin de ring geplaatst is, dan wil deze zich eerst evenwijdig aan de krachtlijnen, later loodrecht hierop stellen. Het tweede effect is zeker toe te schrijven aan de

persisteerende stroomen in het lood; van het eerste valt dit moeilijk te zeggen en zijn misschien weer magnetische eigenschappen in het spel. Begint men met een veld van 600 gauss bij $T = 2^{\circ}.6$ K., dan is het lood wel, het tin niet supra-geleidend; de drempelwaarde van tin bij deze temperatuur is ongeveer 140 gauss. Wij bespeurden geen knik in de lijn, die het verband tusschen de grootte van het torsiekoppel en de momenteele veldsterkte aangeeft, bij het passeeren van 140 gauss, hetgeen verwacht mocht worden, indien ook persisteerende stroomen in het tin of rond den ring gingen loopen; waarschijnlijk wordt het tin niet supra-geleidend, omdat het veld der eerst ontstane persisteerende stroomen in de loodstukjes, doorgedrongen in het tin, dit verhindert.

2. Vreemd is het gedrag van het verloopen van het koppel, als aan het einde der proef de ring warmer wordt. De ring hing bij $T = 2^{\circ}.62$ K. in een veld van 160 gauss, zoodat het lood wel, het tin niet supra-geleidend was, en er in het lood persisteerende stroomen liepen. Verliep de kruisdraad in den kijker, alsof het koppel kleiner werd, deze afname werd gevolgd door een toename, meerdere keeren achtereen, verschillend in grootte; eenmaal bedroeg de heen- en weergang van den kruisdraad over de schaal zelfs 10 cm, in een tijdsverloop van 17 mnt. Schommelingen in sterkte van het uitwendige veld waren er niet de oorzaak van; het uitsterven der persisteerende stroomen, die andere te voorschijn riepen, of een verandering der magnetische eigenschappen van lood en tin bij lage temperaturen zullen eerder in het spel zijn.

Bij de proef op 4 April 1924, toen de lood-tin-band doorgeknipt was, waren de verschijnselen onder 1 vrijwel dezelfde als op 28 Maart, hetgeen te verwachten was. De verschijnselen onder 2 herhaalden zich, zij het minder uitgesproken en in veel langzamer tempo. De warmtegeleiding in den band is nu echter ook een andere, zoodra de plaats van doorknippen boven het helium komt.

OVER HET PROBLEEM DER DEMPING IN DE MATHEMATISCHE PHYSICA ¹⁾

door M. J. O. STRUTT

Zusammenfassung.

Über die Schwingungen gedämpfter Kontinua, deren freie Bewegung durch eine Gleichung, ähnlich wie Gl. 1) beschrieben wird, lässt sich der nachfolgende, von W. Sabine empirisch bei akustischen Messungen an grossen Räumen entdeckte Satz beweisen:

Wird ein in Bezug auf „elastische“ Eigenschaften homogenes Kontinuum bis zum stationären Zustand durch eine periodische Quelle zu Schwingungen angeregt, derart, dass die grösste Wellenlänge noch klein zur grössten Eigenwellenlänge des Kontinuums ist, so ist die vom Augenblick des Aussetzens der Quelle gemessene Abklingungszeit der gesamten Dämpfung umgekehrt, dem Volumen direkt proportional und unabhängig von der Gestalt des Kontinuums, der Art der Quelle, des Ortes der Messung und von dem erregenden Tone, dessen Tonhöhe sich während des Abklings im Mittel nicht ändert.

Man kann ihn auf irgend ein elektromagnetisches (Hohlraum), akustisches, oder mechanisches System anwenden. Er gibt jedesmal die Zeit, welche das Kontinuum braucht um bei einer Änderung der Quellen wieder den stationären Endzustand zu erreichen.

Für eine tiefere, sich auf beliebige Dimensionszahl beziehende Begründung wird nach einem in den Mathematischen Annalen erscheinenden Aufsatz: „Über das Dämpfungsproblem der mathematischen Physik“ verwiesen.

I. INLEIDING.

Sinds de fundamenteele metingen van W. S a b i n e pleegt men de acoustische qualiteiten van een zaal te beoordeelen naar den nagalmtijd. Hieronder wordt verstaan de tijd, die het geluid in een zaal, waarin door een geluidsbron een stationaire trillingstoestand veroorzaakt is, noodig heeft, om tot de hoorbaarheidsgrens uit te sterven, nadat de bron tot zwijgen gebracht werd. Om een

1) Voordracht in de Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging te Amsterdam 26 Januari 1929.

bepaalde maat te hebben, neemt men voor de beginintensiteit op het oogenblik, dat de bron ophoudt een bepaald veelvoud, b.v. met *S a b i n e* het millioenvoud van de drempelintensiteit bij een normaal oor. Voor deze metingen worden bijna steeds geluidsbronnen gebruikt, waarvan de frequentie zeer hoog is vergeleken bij de laagste eigenfrequentie van de zaal. Zooals wij later zullen zien, is deze conditie voor reproduceerbare metingen essentieel. Onder deze omstandigheden toonde *S a b i n e* experimenteel aan, dat de *nagalmtijd recht evenredig is met het volumen van de zaal en omgekeerd evenredig met de totale demping, maar practisch onafhankelijk van den vorm van de zaal, de plaats van de geluidsbron en de plaats van den waarnemer, terwijl tevens de toonshoogte in het algemeen gedurende de nagalmperiode weinig verandert*. Ik moet hieraan toevoegen, dat niet alle metingen van *S a b i n e* deze conclusies toelaten, terwijl hij ze ook niet alle in dezen vorm trekt, maar de afwijkingen van deze „ideale” condities zijn door neveninvloeden gewoonlijk gemakkelijk te verklaren.

Over de trillingen van ongedempte continue systemen heeft *L o r e n t z* een beroemde stelling uitgesproken, die later door *W e y l* bewezen is. Zij luidt, dat het aantal trillingswijzen van zulke systemen met hooge frequenties asymptotisch alleen van het volumen en van de elastische eigenschappen afhangt, maar onafhankelijk is van den vorm. Men weet, dat deze stelling essentieel is voor de theorie der electromagnetische straling in gesloten ruimten (*J e a n s*) en voor de theorie der soortelijke warmte, wanneer men deze, met *D e b i j e*, opbouwt op eigentrillingen. *Gold* ze niet, dan zou b.v. een bolvormig stuk metaal een andere soortelijke warmte hebben dan een cubisch stuk, enz. Hierin ligt, zooals *L o r e n t z* reeds opmerkte, het fysisch plausibele der stelling.

De stelling van *S a b i n e* zegt over den nagalmtijd, dus over het „dempingsdeel” der eigenfrequenties iets soortgelijks als de stelling van *L o r e n t z* over de trillingswijzen van systemen zonder demping.

Het vermoeden, dat wij in *S a b i n e*’s stelling een even algemeene eigenschap der *gedempte* trillingen van continue systemen voor ons hebben als de door *W e y l* bewezen eigenschap der *ongedempte* trillingen van dergelijke systemen is, dringt zich elkeen, die hierover nadenkt op.

Ik wil aantonen, dat dit vermoeden inderdaad juist is en dat Sabine experimenteel een stelling heeft ontdekt, waarvan de betekenis verre boven het acoustische vraagstuk uitgaat, een stelling, die zoowel op electromagnetische systemen (straling in gesloten ruimten) als op mechanische van toepassing is.

Tot nu toe zijn verscheidene pogingen gedaan, om de juistheid van Sabine's stelling theoretisch aan te toonen, allereerst door Sabine zelf. Steeds bleek, dat uit de onderstelling van een homogene energieverdeeling in de ruimte op het oogenblik, dat de geluidsbron zwijgt, door eenvoudige terugkaatsingsbeschouwingen van „energiestralen” de stelling te voorschijn treedt. Natuurlijk kunnen tegen de juistheid dezer terugkaatsingsbeschouwingen vele argumenten aangevoerd worden. Het belangrijkste dunkt mij, is, dat bij toepassing van een terugkaatsingswet met absorptie op de intensiteit iets anders te voorschijn komt dan bij toepassing op de amplitudo, terwijl men geen middel kent, de juistheid van één dezer onderstellingen experimenteel aan te toonen. Anderzijds kan men tegen deze bewijsvoering van Sabine's stelling inbrengen, dat de energie in vele gevallen zeker niet homogeen verdeeld is, terwijl toch Sabine's wet in zulke gevallen, zooals het experiment leert, geldt.

Het essentiële verschil van het hier gevolgde betoog met de zooeven geschetste is, dat nergens over bijzondere terugkaatsing of over „energiestralen” wordt gesproken. De eenige belangrijke parameter in het probleem is de verhouding der laagste trillingsfrequentie van de geluidsbron tot de laagste eigen trillingsfrequentie van de ruimte. Wanneer deze verhouding zeer groot is, kan men door algemeene beschouwingen over de trillingen van gedempte continue systemen de juistheid van Sabine's stelling inzien.

II. DE TWEE GRONDPROBLEMEN.

Ik zal steeds ter illustratie over een ééndimensionaal systeem (snaar) spreken. De meeste formules kunnen onveranderd voor meer dimensies worden toegepast ¹⁾.

Bij de beschouwing der trillingen van een snaar doen zich twee

1) In werkelijkheid is de theorie in het geciteerde opstel voor de Mathematische Annalen voor een willekeurig aantal dimensies en voor vergelijkingen met willekeurige coëfficiënten uitgewerkt. Vergel. ook een volgend nummer der Phil. Mag.

vraagstukken voor: in de eerste plaats de berekening van de frequenties, waarmee een aan zich zelve overgelaten snaar kan trillen (eigenfrequenties), en in de tweede plaats de ontwikkeling (Fourier-analyse) van een gedwongen trilling volgens de eigentrillingsvormen. Dit laatste stelt ons pas in staat, volledig de trilling te berekenen, die een snaar onder de werking van een periodieke of oogenblikkelijke uitwendige kracht uitvoert. Om de oplossing van deze vraagstukken, die beide bij het bewijs van Sabine's stelling een essentiële rol spelen, in een duidelijk licht te plaatsen, zal ik achtereenvolgens behandelen: een ongedempte snaar, een snaar met over de heele lengte constante damping en een snaar met willekeurig verdeelde damping. Het is duidelijk, dat pas de beschouwing van het laatste geval voor het acoustische vraagstuk en voor de theorie der electromagnetische straling in gesloten ruimten belang heeft, want hier is de damping telkens uitsluitend aan de wanden der beschouwde ruimten (einden van de snaar) aanwezig.

a) Ongedempte homogene snaar.

Noemen wij de uitwijking van de snaar, die van 0 tot l gespannen is, u , de spanning p , de massa per lengteëenheid ϱ , dan voldoet u aan de partiële differentiaalvergelijking:

$$p \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \varrho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

die door:

$$u = v(x) \cdot e^{-j\iota V\lambda}; \quad (j = \sqrt{-1}),$$

overgaat in:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{\varrho}{p} \lambda^2 v = 0.$$

Daar

$$v(0) = v(l) = 0$$

is, vindt men de eigenfrequenties uit:

$$\sin\left(\frac{\varrho}{p}\lambda\right)^{\frac{1}{2}} l = 0, \quad \text{of} \quad \lambda = \frac{n^2 \pi^2}{\frac{\varrho}{p} l^2}; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Hiermede is het eerste vraagstuk: eigentrillingen en eigenfrequenties, opgelost.

Het tweede, zgn. *ontwikkelingsvraagstuk* luidt: hoe kan een wil-

lekeurige functie F volgens de eigentrillingen, gewoonlijk eigenfuncties genoemd, ontwikkeld worden? Het antwoord volgt uit de bekende eigenschap van de eigenfuncties (zgn. orthogonaliteits-eigenschap), dat de integraal over het product van twee verschillende, genomen over de heele lengte van de snaar verdwijnt:

$$\int_0^l \sin \frac{n\pi}{l} x \cdot \sin \frac{m\pi}{l} x \cdot dx = 0. \quad (n \neq m).$$

Hierdoor kan men in

$$F = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi}{l} x$$

links en rechts mets in $(n\pi x/l)$ vermenigvuldigen, van 0 tot l integreeren en vindt onmiddellijk:

$$A_n = \frac{\int_0^l F \cdot \sin \frac{n\pi}{l} x \cdot dx}{\int_0^l \sin^2 \frac{n\pi}{l} x \cdot dx},$$

waardoor ook het tweede vraagstuk opgelost is.

b. Homogene snaar met constante demping.

Ondervindt de snaar bij zijn trillingen een wrijvingskracht, die evenredig met de snelheid is, dan voldoet de uitwijking u aan de vergelijking:

$$1) \quad \rho \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \varrho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + w \frac{\partial u}{\partial t},$$

waaruit met:

$$u = v(x) e^{-j t \sqrt{\lambda}}$$

ontstaat:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + \left(\frac{\varrho}{\rho} \lambda + j \frac{w}{\rho} \sqrt{\lambda} \right) v = 0 = \frac{d^2 v}{dx^2} + a^2 v.$$

Op dezelfde wijze als boven vindt men uit:
 $\sin a l = 0$:

$$a = \frac{n\pi}{l}, \text{ of } \sqrt{\lambda} = -j \frac{w}{2\varrho} \pm \sqrt{\frac{n^2 \pi^2 \rho}{l^2 \varrho} - \frac{w^2}{4\varrho^2}}.$$

De eigenfuncties zijn hier, evenals bij de ongedempte snaar $\sin(n\pi x/l)$, maar de eigenfrequenties zijn thans complex, waaruit direct volgt, dat elke vrije trilling uitsterft:

$$u = e^{-\beta t} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi}{l} x \left\{ A_n \sin t \sqrt{\frac{n^2 \pi^2}{l^2} \frac{p}{\varrho} - \frac{w^2}{4\varrho^2}} + B_n \cos t \sqrt{\frac{n^2 \pi^2}{l^2} \frac{p}{\varrho} - \frac{w^2}{4\varrho^2}} \right\},$$

met

$$\beta = \frac{w}{2\varrho}.$$

Uit deze elementaire beschouwing valt toch reeds een belangrijke conclusie te trekken, n.l. dat *alle eigentrillingen even sterk gedempt zijn voor groote n* (β hangt niet van n af voor groote n). Wanneer wij een continu systeem hebben, waarin de wrijvingsfunctie w niet langer constant is, kan men de damping der eigenfrequenties niet meer algemeen berekenen. Zoolang echter w overal eindig is, kan men in plaats van de inconstante w een constante wrijving, overal gelijk aan de grootste waarde van w , invoeren en dan op grond van energieoverwegingen zeggen, dat de zoodoende berekende damping der eigentrillingen zeker te groot is. Toch is de zoo gevonden damping ook voor de hoogste eigentrillingen eindig en constant, dus voor groote n *onafhankelijk van de orde der eigenfrequentie n* . Dan volgt direct, dat ook de werkelijke, niet constante wrijving zeker niet tot een damping der eigenfrequenties aanleiding kan geven, die voor groote n zeer groot wordt; wij hebben dus aannemelijk gemaakt, dat deze variabele wrijving voor zeer hooge n tot een damping in de eigentrilling aanleiding kan geven, die onafhankelijk wordt van n .

Intusschen veronderstelt deze redeneering, dat w *nergens oneindig* wordt en dit is bij damping op de wanden der beschouwde ruimte niet meer juist. Wij zullen daarom thans een betoog volgen, waaruit voor *willekeurige w* het dempingsdeel van zeer hooge eigenfrequenties (groote n) valt af te leiden.

Het ontwikkelingsvraagstuk heeft bij constante w nauwkeurig dezelfde oplossing als in het geval zonder damping (a).

III. BEREKENING DER DEMPING VAN ZEER HOOG EIGENFREQUENTIES BIJ WILLEKEURIGE VERDEELDE WRIJVING W .

Evenals vroeger onderstellen wij eenvoudigheidshalve de spanning p en dichtheid ϱ van de snaar constant en laten w een willekeurige functie van x zijn. Achteraf zullen wij zien dat w zelfs oneindig mag worden, mits de integraal van w over de heele snaar eindig is. Wij hebben dus:

$$2) \quad \frac{d^2 v}{dx^2} + \left(\frac{\varrho}{p} \lambda + j \frac{w(x)}{p} \sqrt{\lambda} \right) v = 0,$$

of

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + \lambda \frac{\varrho}{p} \left(1 + j \frac{w(x)}{\varrho \sqrt{\lambda}} \right) v = 0.$$

Voor zeer hoge trillingsfrequenties is zeker de absolute waarde van λ zeer groot, zoodat wij mogen schrijven:

$$3) \quad \frac{d^2 v}{dx^2} + \lambda \frac{\varrho}{p} \left(1 + O \left| \lambda^{-\frac{1}{2}} \right| \right) v = 0,$$

waarmee wij willen aanduiden, dat de fout begaan doordat in plaats van den term tusschen haakjes 1 geschreven wordt van de orde $\left| \lambda^{-\frac{1}{2}} \right|$ is, dus voor zeer groote λ naar nul streeft. Verwaarloozen wij deze fout geheel, dan gaat voor zeer groote λ de verg. (2) over in

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + \lambda \frac{\varrho}{p} v = 0,$$

zoodat wij voor de heel hoge λ kunnen schrijven:

$$4) \quad \lim_{|\lambda| \rightarrow \infty} \lambda = \frac{n^2 \pi^2}{\left(\int_0^l \sqrt{\frac{\varrho}{p}} dx \right)^2} + O \left| \lambda^{-\frac{1}{2}} \right|,$$

evenals in het vroeger beschouwde geval (a) van een ongedempte snaar. Dat de fout, die wij in λ zoodoende maken van de orde $\left| \lambda^{-\frac{1}{2}} \right|$ is, kan men weer uit verg. (3) besluiten. Met:

$$+ \sqrt{\lambda} = \alpha + j \beta,$$

en vervanging van $\sqrt{\varrho}$ door

$$\sqrt{\varrho} \left(1 + j \frac{w(x)}{2 \varrho \sqrt{\lambda}} \right),$$

vindt men uit (4):

$$5) \quad \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \beta = -\frac{1}{2} \frac{\int_0^l \frac{w(x)}{\sqrt{\frac{e}{p}}} dx}{l \sqrt{\frac{e}{p}}} + O\left(\frac{1}{\alpha}\right),$$

waarbij de fout in het dempingsdeel β der eigenfrequenties met α^{-1} naar nul streeft voor zeer hooge frequentie en dus zeer groote α . Uit (5) ziet men, dat inderdaad de *damping* der eigentrillingen voor zeer groote trillingsfrequentie *constant en onafhankelijk van de frequentie* wordt. Tevens volgt uit (5) het vroeger over oneindige w (damping aan de einden van de snaar) gezegde. Een analoge verg. als (5) kan voor twee of meer dimensies worden afgeleid.

Het kan zijn, dat $w(x)$ in verg. (1) op enkele plaatsen negatief is. Dit wil dan niets anders zeggen dan dat daar bij beweging energie aan de snaar wordt toegevoerd in plaats van, zooals bij positieve wrijving w , energie onttrokken. Zonder op het nauwkeurige mechanisme van deze energietoevoer (die evenredig met het kwadraat der bewegingssnelheid van de snaar zou zijn) in te gaan, zij opgemerkt, dat plaatselijke stroomingen in een de snaar omringende vloeistof iets dergelijks zouden kunnen teweeg brengen. Men kan, door de snaar gedeeltelijk negatieve, gedeeltelijk positieve wrijving te geven, het continue systeem als energietransporteur gebruiken van de eerst genoemde naar de laatstgenoemde plaatsen. Zooals uit (5) blijkt, zijn de hooge eigentrillingen van de snaar zelfs bij plaatselijk negatieve w gedempt, zoolang de integraal over $w(x)$ positief is. Pas wanneer deze *integraal* negatief wordt zijn de hooge eigentrillingen negatief gedempt, d.w.z. zij groeien (in onze lineaire verg.) onbeperkt aan in plaats van uit te sterven.

IV. HET ONTWIKKELINGSVRAAGSTUK BIJ WILLEKEURIG VERDEELDE WRIJVING.

Uit de verg. (2) valt af te leiden, dat de eigenfuncties bij willekeurig verdeelde wrijving $w(x)$ complex zijn en bovendien niet meer onderling orthogonaal, d.w.z. de integraal over twee verschillende genomen van 0 tot l is niet meer nul. Wij zagen boven, dat het deze eigenschap was, die de ontwikkeling van een willekeurige functie volgens de eigenfuncties mogelijk maakte. Verder is deze ontwikkeling noodzakelijk, om de volgende vragen te beantwoorden:

Hoe groeit de trilling van de snaar aan, wanneer er plotseling een kracht op gaat werken en hoe sterft zij uit, als deze kracht plotseling ophoudt? (wat ons in staat stelt, de nagalmtijd in Sabine's metingen te berekenen).

Hoe vindt men bij een gegeven kracht de stationaire toestand van de snaar?

Wanneer wij dus iets over deze dingen willen zeggen, is het noodig, voor gedempte trillingen het ontwikkelingsvraagstuk op te lossen.

Ten einde, zonder ons in wiskundige détails te verdiepen, den aard van het antwoord op het ontwikkelingsvraagstuk en hiermede op de boven geformuleerde vragen in te zien, keeren wij eerst weer terug tot het vroeger behandelde vraagstuk van een homogene ongedempte snaar.

Onder $\delta(x, \xi)$ verstaan wij een functie van twee punten x en ξ , die overal nul is, behalve voor $x = \xi$, waar δ éénmaal oneindig groot wordt, maar zóó, dat de integraal van δ , genomen over x van 0 tot l , 1 oplevert. Een zoodanige pincetfunctie δ heeft de eigenschap, met een willekeurige functie $f(\xi)$ vermenigvuldigd en over ξ van 0 tot l geïntegreerd, de waarde van f op de plaats $\xi = x$ te geven (pincetwerking). Met deze functie, die natuurlijk volgens Fourier ontwikkeld kan worden, lossen wij het volgende vraagstuk op:

$$\frac{d^2 K(x, \xi)}{dx^2} + \lambda \frac{q}{p} K(x, \xi) = \delta(x, \xi),$$

en wel door te stellen:

$$\delta(x, \xi) = \sum A_n \sin \frac{n\pi}{l} x \quad \text{met} \quad A_n = \frac{2}{l} \sin \frac{n\pi}{l} \xi,$$

vervolgens ook $K(x, \xi)$ in een reeks van Fourier te ontwikkelen:

$$K(x, \xi) = \sum B_n \sin \frac{n\pi}{l} x,$$

met voorloopig nog onbekende B_n , daarna de differentiaalvergelijking links en rechts met $\sin n\pi x/l$ te vermenigvuldigen, en van 0 tot l over x te integreeren. Men vindt:

$$B_n = \frac{-A_n}{\frac{n^2 \pi^2}{l^2} - \lambda \frac{\rho}{p}}$$

dus

$$6) \quad K(x, \xi) = - \sum \frac{\sin \frac{n\pi}{l} x \cdot \sin \frac{n\pi}{l} \xi}{\frac{n^2 \pi^2}{l^2} - \lambda \frac{\rho}{p}} \left[\int_0^l \sin^2 \frac{n\pi}{l} x \cdot dx \right]^{-1}.$$

Wanneer nu op de snaar een periodieke kracht:

$$F_0(x, t) = p \cdot F(x) \cdot e^{-j t \sqrt{\lambda}},$$

werkt, neemt de verg. (1), waarin wij voorloopig $w = 0$ stellen, den vorm:

$$p \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + F_0$$

aan. Nadat F_0 voldoende lang gewerkt heeft, zal de snaar met dezelfde periode als F_0 trillen; nemen wij dit aan, dan komt er:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{\rho}{p} \lambda v = F(x).$$

Nu is echter:

$$F(x) = \int_0^l \delta(x \xi) \cdot F(\xi) \cdot d\xi$$

dus

$$7) \quad v(x) = \int_0^l K(x \xi) \cdot F(\xi) \cdot d\xi = - \sum \frac{F_n \sin \frac{n\pi}{l} x}{n^2 \pi^2 / l^2 - \lambda \rho / p} \cdot \left[\int_0^l \sin^2 \frac{n\pi}{l} x \cdot dx \right]^{-1}$$

met

$$F_n = \int_0^l \sin \frac{n\pi}{l} \xi \cdot F(\xi) \cdot d\xi.$$

De verg. (7) lost het ontwikkelingsvraagstuk voor onze snaar volledig op.

Het essentiele punt is, dat men voor een functie $K(x, \xi)$ die behoort bij de verg. (1), waarin $w(x)$ niet nul is:

$$\frac{d^2 K(x, \xi)}{dx^2} + \frac{\rho}{p} \lambda K(x, \xi) + j \frac{w(x)}{p} \sqrt{\lambda} K(x, \xi) = \delta(x, \xi)$$

een formule kan afleiden, die volkomen analoog is aan (6). Alleen de constante in vierkante haakjes luidt iets anders ¹⁾.

$$6a) K(x, \xi) = \sum \frac{v_n(\xi) \cdot v_n(x)}{\lambda_n - \lambda} \cdot \left[\int_0^l \rho v_n^2 dx + \frac{j}{2\sqrt{\lambda_n}} \int_0^l w v_n^2 dx \right]^{-1}.$$

Hierin zijn v_n en $\sqrt{\lambda_n}$ eigenfuncties en eigentrillingsfrequenties van de vrij trillende *gedempte* snaar. Zij zijn complex en het imaginaire deel van $\sqrt{\lambda_n}$ is in verg. (5) berekend voor $n \rightarrow \infty$

V. BEWIJS DER STELLING VAN SABINE.

Werkt op de gedempte snaar een periodieke kracht F_0 (de geluidsbron in het acoustische vraagstuk), dan vindt men met (6a) gemakkelijk de oplossing op de vraag naar de stationaire beweging van de snaar (zie 7):

$$\begin{aligned} 7a) v(x) &= \int_0^l K(x, \xi) \cdot F(\xi) \cdot d\xi \\ &= \sum \frac{F_n v_n(x)}{\lambda_n - \lambda} \left[\int_0^l \rho v_n^2 dx + \frac{j}{2\sqrt{\lambda_n}} \int_0^l w v_n^2 dx \right]^{-1}, \end{aligned}$$

met

$$F_n = \int_0^l F(\xi) \cdot v_n(\xi) \cdot d\xi.$$

Wij nemen nu aan, dat de periodieke uitwendige kracht F_0 op den tijd $t = t_0$ plotseling ophoudt en vragen naar de beweging van de snaar van af dit tijdstip. Voor $t > t_0$ voldoet de uitwijking u van de snaar aan (1) en wel mogen wij u gelijk stellen aan een reeks van de eigenfuncties:

$$8) u = \sum C_n v_n(x) e^{(\beta_n + j a_n)(t - t_0)} + \sum D_n \bar{v}_n(x) e^{(\beta_n - j a_n)(t - t_0)},$$

waar $\bar{v}$ de toegevoegd complexe van v voorstelt. De coëfficiënten

1) Ik wil er op wijzen, dat deze door mij voor K in het gedempte geval afgeleide ontwikkeling (6a) verschilt van die, welke O. F a b e r (Diss. Strassburg 1914) afgeleid heeft en wel zóó, dat de hier opgeschreven ontwikkeling toelaat, S a b i n e's stelling in te zien, die van F a b e r echter *niet*. Toch kan men bewijzen, dat beide ontwikkelingen equivalent zijn.

C_n en D_n in (8) worden bepaald door den toestand, d.w.z. door u en $\partial u/\partial t$, van de snaar op het oogenblik $t = t_0$:

$$9) \quad \left\{ \begin{aligned} (u)_{t=t_0} &= e^{-i t_0 \sqrt{\lambda}} \sum \frac{F_n v_n(x)}{\lambda_n - \lambda} \cdot [n], \\ \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{t=t_0} &= -j \sqrt{\lambda} e^{-i t_0 \sqrt{\lambda}} \sum \frac{F_n v_n(x)}{\lambda_n - \lambda} \cdot [n], \end{aligned} \right.$$

met

$$[n] = \left[\int_0^l Q v_n^2 dx + \frac{j}{2 \sqrt{\lambda_n}} \int_0^l w v_n^2 dx \right]^{-1}$$

Het is nu mijn doel, aan te toonen, dat C_n en D_n tot een zeer grooten vasten index n willekeurig weinig van nul verschillen, als $|\lambda| \rightarrow \infty$ loopt. In dit geval bevat de reeks (8) alleen termen, die alle, daar β_n voor $n \rightarrow \infty$ onafhankelijk van n door (5) gegeven is, even sterk gedempt zijn en wel is deze damping, zooals uit (5) te zien, omgekeerd evenredig met de lengte van de snaar en recht evenredig met de integraal over de wrijving. Voor de nagalmtijd geldt dan dus S a b i n e ' s stelling. Dat C_n en D_n inderdaad tot een zeer grooten index n willekeurig klein zijn, volgt uit (9), want hier zijn de coëfficiënten der eigenfuncties $v(x)$ voor $\lambda \rightarrow \infty$ tot een zeer groote n in bedrag willekeurig klein.

Wanneer nog opgemerkt wordt, dat de gevolgde redeneering ook voor meer dan één dimensie geldt, is hiermede de in de inleiding genoemde stelling van S a b i n e bewezen ¹⁾.

VI. TOEPASSING DER STELLING.

Ik wil aan het vorige in de eerste plaats toevoegen, dat er geen essentiële veranderingen in het betoog noodig zijn, wanneer w nog een willekeurige, doch begrensde en voor hooge frequentie langzaam variabele *functie van de frequentie* is. Hierdoor kunnen wij in het acoustische geval, wanneer wij u met de snelheidspotential of met den druk identificeren verscheidene hypothesen over den aard der wrijving toelaten; b.v. valt dan de damping tengevolge van poreuze wanden binnen het bereik van onze formules.

1) Het gevolgde betoog leert, dat bij het wekken van een systeem uit den rusttoestand door een bron van hooge frequentie voor den *aanlooptijd* een stelling geldt, identiek aan die van S a b i n e voor den nagalmtijd.

Andersom is het duidelijk, dat er soorten van demping in continue systemen kunnen optreden, waarbij w in onze notatie geen begrensde functie van λ is. Een eenvoudig voorbeeld is de demping tengevolge van viscositeit in een vloeistof, wanneer men deze volgens *Stokes* in rekening brengt. In dit laatste geval kan men b.v. gemakkelijk aantonen, dat het dempingsdeel β der eigentrillingsfrequenties $\sqrt{\lambda}$ even sterk met n toeneemt voor groot n , als het trillingsdeel α . Van *Sabine's* stelling blijft hier niets over.

Wij zullen dus de boven bewezen stelling alleen kunnen toepassen op continue systemen, waarvan door invoering van een geschikt gekozen afhankelijke veranderlijke de trillingsvergelijking op een vorm gebracht kan worden, analoog aan (1).

Behalve acoustische vraagstukken vallen onder dit type electromagnetische en mechanische. De toepassing van de stelling op de electromagnetische straling in gesloten ruimten leert, dat de tijd, die het stralingsveld noodig heeft, om zich bij een toestandsverandering in te stellen, wanneer de frequentie van den voorafgegaanen of volgende stralingstoestand maar hoog genoeg is, onafhankelijk is van den vorm der ruimte, de plaats van den waarnemer en van de bron.

De conditie, dat de frequentie van den voorafgaanden of volgende toestand zeer hoog moet zijn t.o.v. de laagste eigenfrequentie der ruimte toont b.v. dadelijk, dat een stelling, analoog aan die van *Sabine* niet kan gelden, wanneer een continu systeem uit den rusttoestand gewekt wordt door een *willekeurige* bron. Dit toont, dat nagalmmetingen met knallen te verwerpen zijn.

Wanneer men in een gesloten ruimte de acoustische of electromagnetische nagalmtijd met een oscillograaf wil meten blijkt, dat het oscillogram een trillingsbeeld toont, dat zeker niet met de eenvoudige exponentiële afnemingswet voor de amplitudo, die men uit (8) zonder nader toezien zou verwachten, overeenkomt. Integendeel, de amplitudo zweeft na het zwijgen van de bron in een regelmatig of onregelmatig tempo op en neer. Wat men hier waarneemt, zijn de zgn. *stralingsfluctuaties*, die in elk veld optreden. *Einstein* heeft getoond, hoe men ze thermodynamisch en golftheoretisch kan berekenen. Daar in het acoustische geval steeds een groote stralingsdichtheid aanwezig is, leveren hier beide berekeningswijzen hetzelfde resultaat, in tegenstelling met het electromagnetische geval, waar, zooals bekend, de thermodynamische berekening het

quanteuze karakter van de energie insluit. Deze stralingsvariatiëes, die aan het optreden van lange zwevingscellen in het veld zijn toe te schrijven, maken, dat men, om S a b i n e ' s wet terug te vinden, óf over groote tijden het gemiddelde moet nemen, óf te werk moet gaan, zooals het oor automatisch doet: wachten tot de amplitudo beneden een zeer kleine drempelwaarde is weggedempt.

Eindhoven, Januari 1929.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

ENKELE OPMERKINGEN OVER DE ANALOGIE TUSSCHEN MECHANISCHE EN GOLF- UITBREIDINGSPROBLEMEN ¹⁾

door W. DE GROOT

Zusammenfassung.

Es wird gezeigt dass der Schrödingersche Ausdruck für die Dispersion von Materie Wellen

$$u = \frac{h\omega}{\sqrt{2M(h\omega - V(x, y, z))}} \quad h = \frac{h}{2\pi}, \quad \omega = 2\pi \nu$$

der einzige is für den die Geschwindigkeit von Wellengruppen beliebiger Frequenz durch die Bewegung eines Massenteilchens in einem Frequenz-unabhängigem Potentialfeld dargestellt werden kann. Es wird darauf hingewiesen, dass es bei der Betrachtung eines beliebigen Dispersionsgesetzes nützlich sein kann die Dispersionsformel in einem kleinen Frequenzbereich in der Schrödingerschen Form zu bringen.

§ 1) Het is bekend, dat de zoogenaamde vergelijking van Schrödinger ²⁾ in het eenvoudige geval van één massadeeltje in een potentiaalveld,

1) De rechtstreeksche aanleiding tot de volgende theoretische beschouwing is te vinden in een gesprek met Dr. Balth. van der Pol over de voortplanting van electrische golven in de zgn. Heaviside Kennelly-laag in de atmosfeer der aarde. De gedachte om dit golfuitbreidingsprobleem in verband te brengen met de vergelijking van Schrödinger ontsproot aan een opmerking van Prof. G. Manneback (Leuven). Ik heb echter gemeend mijn beschouwing los te moeten maken van eventueele practische toepassing op een speciaal geval.

Een opmerking van Prof. P. Ehrenfest alsmede een door dezen meegedeelde opmerking van Dr. G. P. Nijhoff hebben eenigen invloed gehad op de formuleering.

2) Een bondige uiteenzetting van het ontstaan van deze vergelijking vindt men in: *E. Schrödinger*, Four lectures on wave mechanics, Blackie & Sons, London, 1928, *A. Sommerfeld*, Atombau, Wellenmechanischer Ergänzungsband, Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1929; *A. D. Fokker*, Inleiding tot de golvings- en de quantum-mechanica, Erven Loosjes, Haarlem, 1928.

$$(1) \quad \Delta \varphi + \frac{2M}{h^2} (E - V) \varphi = 0,$$

$$h = \frac{h \text{ Planck}}{2\pi},$$

kan worden opgevat als amplitude vergelijking van golven van de gedaante

$$\psi = \varphi e^{j\omega t},$$

waarin

$$\omega = \frac{E}{h}, \quad j = \sqrt{-1}.$$

De vergelijking (1) kan worden geschreven in den gebruikelijken vorm

$$(2) \quad \Delta \varphi + \frac{\omega^2}{u^2} \varphi = 0,$$

waarin u dan de „phasesnelheid” voor de frequentie $\omega/2\pi$ voorstelt. Men vindt:

$$(3) \quad u = \frac{E}{\sqrt{2M(E-V)}} = \frac{h\omega}{\sqrt{2M(h\omega - V)}}.$$

§ 2) De toepassing van de vergelijking (2) valt uiteen in de gevallen

(A) het is geoorloofd de golfuitbreiding te vervangen door geometrische optica.

(B) het onder A bedoelde is niet geoorloofd.

De condities waaronder A geldt, zijn

$$(a) \quad \lambda \ll r,$$

$$(b) \quad \frac{\lambda}{u} |\text{grad } u| \ll 1,$$

waarin r de kromtestraal der golfvlakken voorstelt. Door substitutie gaat (b) over in

$$(b') \quad \frac{h}{M} |\text{grad } V| \ll (E - V)^{3/2}.$$

Terwijl voor de toepassingen in de moderne atoom-physica het geval B het meest interessant is, omdat in dit geval de conclusies uit de golfvergelijking afgeleid radicaal afwijken van de klassieke mechanica, sluit het geval A zich nauwer bij deze laatste aan, doordat Schrödinger opmerkt, dat een „golfpakket” (groep) zich juist zoo beweegt als het overeenkomstige massadeeltje. Het eenige verschil tusschen golfgroep en deeltje is, dat de eerste noodwendig uiteen vloeit, hetgeen nader geformuleerd, voor het deeltje voert tot de bekende onnauwkeurigheds-relatie van Heisenberg.

§ 3) Ik heb mij ten doel gesteld, na te gaan, of het omgekeerd mogelijk is, een gegeven golfruitbreidingsvraagstuk, waarvoor de vergelijking (2) geldt, *zonder dat u op de wijze als in de betrekking (3) van ω afhangt*, terug te brengen is tot de beweging van massadeeltjes in een zeker krachtveld. Daarbij moeten wij ons natuurlijk op het standpunt stellen, dat aan de condities (a) en (b) is voldaan. In dit geval kan men steeds een gebied beschouwen, dat eenige golflengten omvat en waarin de vlakken

$$u = \text{const.}$$

(u is een functie van ω, x, y, z) als platte vlakken zijn te beschouwen.

In dit gebied geldt dan de wet van Snellius

$$(4) \quad \frac{u}{\sin \alpha} = \text{const.},$$

waarin α de hoek is die de straal (golfnormaal) met de gradiënt van u insluit. Het te construeeren potentiaalveld moet zoodanig worden aangenomen, dat

$$V = f(u),$$

zoodat vlakken $u = \text{const.}$ ook vlakken $V = \text{const.}$ zijn. Was dit niet het geval, dan zou een straal met $\alpha = 0$ *niet*, het overeenkomstige deeltje *wel* worden afgebogen. Hieruit volgt dan weer dat

$$v \sin \alpha = \text{const.},$$

(v = totale snelheid van het deeltje) zoodat

$$u \cdot v = \text{const.} = K.$$

Hiermee zou het potentiaalveld gevonden zijn, want men had slechts te stellen

$$(7) \quad V = E - \frac{1}{2} M v^2 = E - \frac{MK^2}{2u^2}.$$

(Daar het alleen maar om een beeld te doen is, mag men zonder bezwaar een niet-relativistische mechanica aannemen). Hierdoor zou V dan in het algemeen een functie zijn van ω .

§ 4) Wij zullen nagaan of het mogelijk is

- (I) V onafhankelijk van ω te maken,
- (II) Te eischen dat de snelheid v samenvalt met de groep-snelheid.

Daartoe hebben wij nog de vrijheid de constanten K en E van ω te laten afhangen.

De eischen II leiden tot:

$$(8) \quad \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\omega}{u} \right) = \frac{1}{v} = \sqrt{\frac{M}{2 \{ E(\omega) - V(x, y, z) \}}},$$

terwijl verder

$$(9) \quad u \cdot v = u : \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\omega}{u} \right) = K(\omega),$$

d. w. z. onafhankelijk van x, y, z moet zijn.

In het algemeen zal het dus niet mogelijk zijn aan de eischen I en II te voldoen.

§ 5) Laten wij ons afvragen welke *dispersiewet* (afhankelijkheid van u van ω) zou moeten bestaan opdat dit wel het geval zij.

Volgens (9) moet dan

$$\frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\omega}{u} \right) = \frac{1}{K(\omega)} = g(\omega),$$

dus

$$2 \frac{\omega}{u} \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\omega}{u} \right) = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\omega}{u} \right)^2 = 2\omega \cdot g(\omega) = l(\omega),$$

waaruit volgt

$$(10) \quad \left(\frac{\omega}{u} \right)^2 = \int l(\omega) d\omega = H(\omega) + F(x, y, z),$$

zoodat ten slotte

$$(11) \quad \frac{\omega}{u} = \sqrt{H(\omega) + F(x, y, z)},$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\omega}{u} \right) = \frac{\frac{1}{2} \frac{dH}{d\omega}}{\sqrt{H + F}}.$$

Confronteert men deze laatste uitdrukking met (8), dan blijkt dat

$$\frac{dH}{d\omega} = \text{const.},$$

dus

$$H \equiv a\omega + b,$$

waarbij de constante b onbelangrijk is, zoodat tenslotte volgt

$$E \equiv h\omega.$$

Voor u volgt hieruit noodzakelijk de vorm

$$(3) \quad u = \frac{h\omega}{\sqrt{2M(h\omega - V)}} = \frac{E}{\sqrt{2M(E - V)}}.$$

De dispersiewet van Schrödinger is dus de eenige, die aan de gestelde eischen voldoet, afgezien van de additieve constante in E .

Hierbij is echter op te merken, dat de constante h geheel willekeurig is en niet zooals bij Schrödinger het geval is, gelijk behoeft te worden genomen aan de constante van Planck gedeeld door 2π .

§ 6) Moet dus de beantwoording van de vraag of de uitbreiding van golfgroepen bij een willekeurige dispersiewet terug gebracht kan worden tot de bewegingen van een massa deeltje in een geschikt gekozen potentiaalveld, dat onafhankelijk is van de frequentie, ontkennend luiden, bij benadering zal men kunnen voldoen door

in een klein frequentiegebied rondom een willekeurige $\omega = \omega_0$, de gegeven dispersiewet in den vorm van de dispersiewet van Schrödinger te brengen. Deze benadering zal dan zeer nabij de werkelijkheid komen wanneer de beschouwde golfgroep inderdaad slechts een smal frequentiegebied omvat, zooals dit bijvoorbeeld het geval is bij een nagenoeg monochromatische, lange golfrein.

Men stelle bijvoorbeeld

$$u = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{\omega^2}{u^2}}} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{\omega_0^2}{u_0^2} + 2(\omega - \omega_0) \frac{\omega_0}{u_0} \cdot \frac{\partial}{\partial \omega_0} \left(\frac{\omega_0}{u_0} \right)}}$$

waaruit men door vergelijking met (3) af kan lezen welke waarden men aan M , h , E , V moet toekennen. Hierdoor is het mogelijk, voor frequenties in de buurt van ω_0 een potentiaalveld te construeeren, waarin deeltjes, met passende snelheid weggeschoten, de beweging van golfgroepen nabootsen. Deze analogie kan van nut zijn bij het berekenen van voortplantingstijden en in het algemeen om zich omtrent het beloop der golven te oriënteren, waarbij men echter de gevaren verbonden aan de toepassing van het begrip „golfgroep” in het oog zal hebben te houden ¹⁾.

1) Men zie hiervoor b.v.

Ehrenfest. Misst der Aberrationswinkel im Fall einer Dispersion des Aethers die Wellengeschwindigkeit. Ann. d. Phys. 33, 571, 1900.

Een uitvoeriger litteratuuroverzicht betreffende groepsnelheid vindt men in:

T. H. Havelock: The propagation of disturbances in dispersive media. Cambr. Univ. Press, London, 1914.

Eindhoven, Januari 1929.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

KRACHT EN KOPPEL BIJ DE VERSNELLING VAN EEN DRAAIENDEN RING

door M. NUYENS

Résumé.

La force nécessaire pour donner à un anneau massique tournant, un mouvement uniformément accéléré dans une direction faisant avec son plan un angle ϑ se compose, outre une partie γM dans le sens du mouvement, d'une seconde partie s'opposant à la première, agissant suivant la ligne de pente des accélérations et égale à $\gamma M \Omega^2 R^2 \cos \vartheta / 2c^2$ (fig. 1).

Nous appelons ligne de pente des accélérations, la ligne qu'on obtient en projetant sur le plan de l'anneau l'accélération γ du centre de celui-ci. M et R sont respectivement le coefficient d'inertie et le rayon de l'anneau, Ω sa vitesse angulaire.

Le point d'application de cette force est situé sur la ligne de pente des accélérations, à une distance $\gamma R^2 \cos \vartheta / c^2$ en arrière du centre (fig. 2). —

Wij stellen ons ten doel te onderzoeken hoe de kracht en het koppel er uit zien die op een draaienden massa-ring werken, welke zich, ten opzichte van een stilstaand beschrijvingsraam, evenwijdig aan zichzelf met een eenparig versnelde beweging, verplaatst. Wij zullen daartoe gebruik maken van een versneld beschrijvingsraam, waarin het zwaartepunt van den ring blijvend stilstaat. De transformaties naar dit versnelde beschrijvingsraam luiden dan, voor een beweging volgens de X -as:

$$\left. \begin{aligned} t &= (x_0 + x') \frac{e^{\gamma t'/c} - e^{-\gamma t'/c}}{2c}, \\ x_0 + x &= (x_0 + x') \frac{e^{\gamma t'/c} + e^{-\gamma t'/c}}{2}, \\ y &= y', \\ z &= z', \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

waarin t, x, y, z de coördinaten zijn van het stilstaande stelsel, t', x', y', z' de coördinaten van het met den ring zich bewegende stelsel. Men kan gemakkelijk uit deze transformatie de versnelling van een in het bewegende stelsel stilstaande punt op $t = 0$ berekenen en vindt:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{c^2}{x_0 + x'}$$

x_0 is dus een constante die, op een factor c^2 na geïnterpreteerd moet worden als het omgekeerde van de versnelling van den oorsprong. Deze versnelling is wat wij door γ hebben uitgedrukt ¹⁾. Wij beperken ons tot de gevallen dat $x_0 \gg x'$.

Wij zullen de assenstelsels zoo kiezen dat de symmetrieas van den ring in het vlak $X'Z'$ ligt. Als R de straal is van den ring, ω zijn hoeksnelheid in het versnelde beschrijvingsraam, ψ de phase voor $t' = 0$, behoorende tot zijn verschillende punten; ϑ de hoek die de symmetrieas van den ring maakt met de Z' -as, dan hebben de punten van dezen ring de coördinaten.

$$\left. \begin{aligned} x' &= R \cos \vartheta \cos (\omega t' + \psi), \\ y' &= R \sin (\omega t' + \psi), \\ z' &= -R \sin \vartheta \cos (\omega t' + \psi). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Nu levert onze transformatie (1), voor de beweging beschreven in t, x, y, z :

$$\left. \begin{aligned} t &= [x_0 + R \cos \vartheta \cos (\omega t' + \psi)] \frac{e^{\gamma t'/c} - e^{-\gamma t'/c}}{2c}, \\ x_0 + x &= [x_0 + R \cos \vartheta \cos (\omega t' + \psi)] \frac{e^{\gamma t'/c} + e^{-\gamma t'/c}}{2}, \\ y &= R \sin (\omega t' + \psi), \\ z &= -R \sin \vartheta \cos (\omega t' + \psi). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Onze bedoeling is nu hieruit de kracht te berekenen die op een infinitesimaal deeltje $d\psi$ werkt, behoorende tot de phase ψ , en dan te integreeren over den heelen ring. Laat ons om dit te bereiken eerst opmerken dat, volgens onze transformatie (3):

1) Men ziet dat in 't algemeen de versnelling van een willekeurig punt afhangt van zijn afstand tot het $y'z'$ vlak.

$$\left(\frac{d\tau}{dt'}\right)^2 = \left(1 + \frac{R \cos \vartheta \cos (\omega t' + \psi)}{x_0}\right)^2 - \frac{R^2 \omega^2}{c^2},$$

waar

$$c^2 d\tau^2 = c^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2 = c^2 \left(\frac{x_0 + x'}{x_0}\right)^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2.$$

Met het oog op de groote waarde van x_0 en van c krijgen wij dus in eerste benadering

$$\frac{dt'}{d\tau} = 1 + \frac{1}{2} \frac{R^2 \omega^2}{c^2} - \frac{R \cos \vartheta \cos (\omega t' + \psi)}{x_0}. \quad (4)$$

Hieruit en uit (3) kunnen dan $\frac{dx}{d\tau}$, $\frac{dy}{d\tau}$, $\frac{dz}{d\tau}$ berekend worden door eenvoudig te schrijven

$$\frac{d}{d\tau} = \frac{d}{dt'} \frac{dt'}{d\tau}.$$

Zoo krijgen we eindelijk voor de componenten van de newtoniaansche kracht die op een infinitesimaal deeltje van den ring werkt, waarvan de scalaire massa gelijk gesteld is aan dm_0 , de waarden

$$\begin{aligned} df_x &= \frac{d}{dt} \left(dm_0 \frac{dx}{d\tau} \right) = \\ &= \frac{cdm_0}{A+B} \left[\left(\frac{dA}{dt'} - \frac{dB}{dt'} \right) \frac{dt'}{d\tau} + (A-B) \frac{R \omega \cos \vartheta \sin (\omega t' + \psi)}{x_0} \right], \\ df_y &= \frac{d}{dt} \left(dm_0 \frac{dy}{d\tau} \right) = \\ &= \frac{cdm_0}{A+B} \left[-\omega^2 R \sin (\omega t' + \psi) \frac{dt'}{d\tau} + \frac{\omega^2 R^2}{x_0} \cos \vartheta \cos (\omega t' + \psi) \sin (\omega t' + \psi) \right], \\ df_z &= \frac{d}{dt} \left(dm_0 \frac{dz}{d\tau} \right) = \\ &= \frac{cdm_0}{A+B} \left[\omega^2 R \sin \vartheta \cos (\omega t' + \psi) \frac{dt'}{d\tau} + \frac{\omega^2 R^2}{x_0} \sin \vartheta \cos \vartheta \sin^2 (\omega t' + \psi) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

waarin, ter afkorting gesteld is

$$A \equiv \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma}{c} x_0 + \frac{\gamma}{c} R \cos \vartheta \cos (\omega t' + \psi) - \omega R \cos \vartheta \sin (\omega t' + \psi) \right] e^{\gamma t'/c}$$

$$B \equiv \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma}{c} x_0 + \frac{\gamma}{c} R \cos \vartheta \cos (\omega t' + \psi) + \omega R \cos \vartheta \sin (\omega t' + \psi) \right] e^{-\gamma t'/c}$$

Misschien is het wel interessant eens te kijken of men uit (5) de klassieke verwachte waarden zou krijgen in het geval waar het vlak van den ring loodrecht staat op de bewegingsrichting ($\vartheta = \pi/2$). Wij vinden dan, op het oorspronkelijke tijdstip $t' = t = 0$

$$\left. \begin{aligned} df_x &= dm_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R^2 \omega^2}{c^2} \right) \gamma, \\ df_y &= -dm_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R^2 \omega^2}{c^2} \right) \omega^2 R \sin \psi, \\ df_z &= dm_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R^2 \omega^2}{c^2} \right) \omega^2 R \cos \psi. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Deze formules zijn heel gemakkelijk te interpreteren als men rekening houdt met de verandering van den inertiefactor en van de waargenomen hoeksnelheid:

$$dm = dm_0 \frac{dt}{d\tau}, \quad \Omega = \omega \frac{dt'}{dt} \quad (8)$$

Hier heeft men, krachtens (3) en (4), voor het tijdstip $t' = 0$

$$\frac{dt'}{d\tau} = 1 + \frac{1}{2} \frac{R^2 \omega^2}{c^2}, \quad \frac{dt'}{dt} = 1. \quad (9)$$

Men ziet dan direct dat

$$\begin{aligned} df_x &= dm \cdot \gamma, \\ df_y &= -R\Omega^2 dm \sin \psi, \\ df_z &= R\Omega^2 dm \cos \psi. \end{aligned}$$

De eerste componente is de versnellende kracht, de twee laatste houden de middelpuntvliedende kracht in evenwicht.

Laat ons nu terugkeeren tot het algemeene geval (5) en trachten deze componenten te integreeren. Dat zou voor een willekeurig tijdstip heel moeilijk zijn. Daarom zullen wij ons weer beperken tot wat er gebeurt op het oorspronkelijk tijdstip $t = 0$, den hoek ϑ willekeurig latende.

Om de totale eigenmassa M_0 van den ring in te voeren stellen wij

$$dm_0 = \frac{M_0}{2\pi} d\psi. \quad (10)$$

Vervangen wij, in (5), dm_0 door deze waarde, nadat $t' = 0$ gesteld is geworden, dan kunnen wij eindelijk volgens ψ integreeren en dan komt er

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \int_0^{2\pi} df_x = M_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R^2 \omega^2}{c^2} \right) \gamma + \frac{M_0}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R^2 \omega^2}{c^2} \right) \gamma \frac{\omega^2 R^2}{c^2} \cos^2 \vartheta, \\ F_y &= \int_0^{2\pi} df_y = 0, \\ F_z &= \int_0^{2\pi} df_z = -\frac{M_0}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R^2 \omega^2}{c^2} \right) \gamma \frac{\omega^2 R^2}{c^2} \sin \vartheta \cos \vartheta. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Op dezelfde manier als in (8) zullen wij hier weer invoeren de veranderlijke totale massa en de waargenomen hoeksnelheid

$$M = M_0 \frac{dt}{d\tau}, \quad \Omega = \omega \frac{dt'}{dt} = \omega. \quad (12)$$

Wij krijgen dus

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \gamma M - \gamma \frac{M \Omega^2 R^2}{2c^2} \cos^2 \vartheta, \\ F_y &= 0, \\ F_z &= + \gamma \frac{M \Omega^2 R^2}{2c^2} \sin \vartheta \cos \vartheta. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Men ziet (fig. 1) dat de totale kracht, die op den ring werkt, uit twee deelen bestaat, een versnellende kracht γM in de richting van de X -as en een retardeerende kracht $\gamma M \Omega^2 R^2 \cos \vartheta / 2c^2$ werkende in de snijlijn tusschen het vlak van den ring en het XZ -vlak, en wel ker grootte men vindt door op die lijn een vector te projecteeren die in de negatieve X -richting de absolute waarde heeft

$$\gamma \frac{M \Omega^2 R^2}{2c^2}.$$

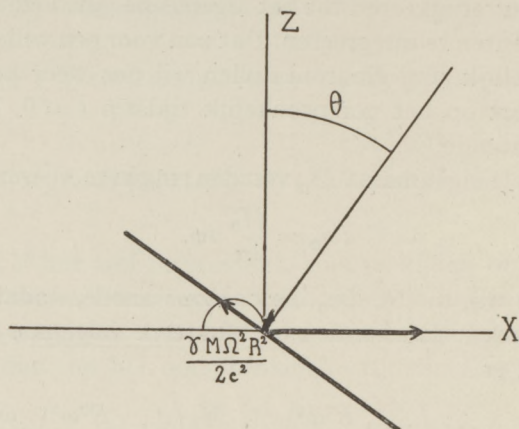


Fig. 1.

De eerste kracht alleen blijft over, als de omwentelings-as van den ring samenvalt met de bewegingsrichting en kan dus geïnterpreteerd worden als veroorzaakt door de transversale massa's van de infinitesimale deeltjes van den ring. De tweede kracht vindt haar oorsprong in de ongelijkheid van de transversale en tangentele massa's van diezelfde deeltjes.

Wij hebben tot hiertoe nog niet gesproken van de vierde component van de kracht of wat hetzelfde is van de toegevoegde energie per tijdseenheid. Die luidt voor een deeltje

$$\begin{aligned}
 d\dot{f}_t &= \frac{d}{dt} \left(dm_0 \frac{dt}{d\tau} \right) = \\
 &= dm_0 \left[\frac{\frac{dA}{dt'} + \frac{dB}{dt'}}{A + B} \frac{dt'}{d\tau} + \frac{\omega R \cos \vartheta \sin (\omega t' + \psi)}{x_0} \right] \quad (14)
 \end{aligned}$$

Dan krijgen wij na integratie, met $t' = 0$, voor de totale verandering van energie

$$F_t = \int_0^{2\pi} d\dot{f}_t = 0 \quad (15)$$

wat wel te verwachten was op het oorspronkelijke tijdstip omdat hier de snelheid van den ring, als geheel, nul is.

Laat ons nu de draaimomenten zoeken die op dien ring werken. Wij kunnen de waarde van de infinitesimale momenten, op het tijdstip $t = 0$, schrijven

$$\begin{aligned} df_{yz} &\equiv ydf_z - zdf_y, & df_{zx} &\equiv zdf_x - xdf_z, & df_{xy} &\equiv xdf_y - ydf_x \\ df_{xt} &\equiv xdf_t, & df_{yt} &\equiv ydf_t, & df_{zt} &\equiv zdf_t \end{aligned}$$

waar df_x, df_y, df_z, df_t gegeven zijn door (7) en (14).

Na integratie over den heelen ring krijgen wij

$$F_{xy} = 0, \quad F_{zx} = M_0 \frac{\gamma R^2}{x_0} \sin \vartheta \cos \vartheta, \quad F_{xy} = 0 \quad (16)$$

$$F_{xt} = 0, \quad F_{yt} = -M_0 \frac{\omega R^2}{2x_0} \cos \vartheta \left(1 + \frac{\omega R^2}{c^2}\right), \quad F_{zt} = 0$$

Wij zullen verder van de waarde van het koppel F_{zx} gebruik maken om het aangrijpingspunt van de totale kracht, die op den ring werkt te zoeken. De uitdrukking F_{yt} wijst er op dat aan den kant van den ring waar de snelheid van de deeltjes een component heeft in de richting van de versnelling, de traagheidsmassa moet toenemen, aan den anderen kant moet afnemen.

Wij zijn nu in staat de coördinaten a_x, a_y, a_z van het aangrijpingspunt van de kracht (13) te zoeken door eenvoudig te schrijven dat

$$F_{yz} = a_y F_z - a_z F_y, \quad F_{zx} = a_z F_x - a_x F_z, \quad F_{xy} = a_x F_y - a_y F_x \quad (17)$$

Dan krijgen wij

$$a_y = 0,$$

en indien wij aannemen dat het aangrijpingspunt in het vlak van den ring ligt

$$a_x = -\frac{R^2 \cos^2 \vartheta}{x_0}, \quad a_z = \frac{R^2 \sin \vartheta \cos \vartheta}{x_0}. \quad (18)$$

De afstand tusschen het aangrijpingspunt en het middelpunt is dus

$$a = \frac{R^2 \cos \vartheta}{x_0}.$$

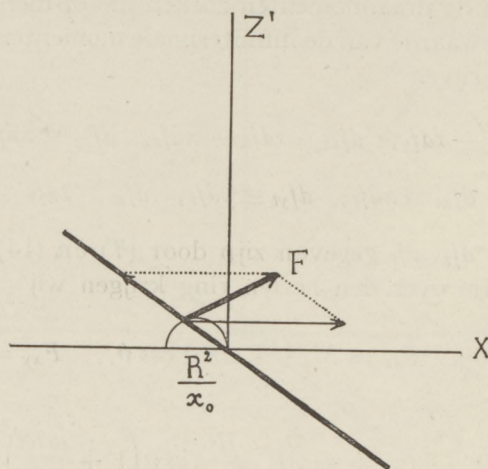


Fig. 2.

Dit punt (*fig. 2*) is dus de projectie op het vlak van den ring van een punt dat in de negatieve richting van de X -as, op een afstand R^2/x_0 ligt, van het middelpunt.

Wij willen niet nalaten, Prof. F o k k e r hartelijk te bedanken voor de ondersteuning die wij voortdurend bij hem gevonden hebben gedurende de uitwerking van het gestelde probleem.

TEYLER'S STICHTING,
Haarlem.

BOEKBESPREKING

Ir. B. Wigtersma, De 'Vrijheid' van de Natuur en de 'Onvrijheid' van de natuurwetenschap. Haarlem. H. D. Tjeenk Willink, z.j.

Ik pleit sedert meer dan een kwarteeuw voor wijsgeerige bezinning bij den natuuronderzoeker. Het methodisch onderzoek van de categorieën waarin de natuurkundige denkt acht ik een nauwelijks misbaar complement van de doordenking der natuurwetenschappelijke theorieën zelf. En juist de leeraar kan ze het minst ontberen.

Maar van een boek als dit kan ik tot mijn spijt slechts zeggen: Non tali auxilio. Ik sla het boek open op de plaats, die mij het meest interesseert: kringprocessen en entropiewet (p. 141) en ik lees: „De processen, welke in de wereld zouden moeten plaats hebben volgens de wet van 't behoud van de energie, zijn de z.g. ideële mechanische kringprocessen, welke kringprocessen niet de *wezenlijke*¹⁾ uitkomst kunnen zijn van het wereldproces. Vandaar dat deze processen in de natuur niet voorkomen en *de zuiver mechanische kringgang beständig onderbroken wordt*¹⁾. Dit onderbreken van den zuiver energetischen kringgang is een ontkenning van de wet van 't behoud der energie, een redelijke ontkenning echter enz.”.

Ik weet niet, welken zin in dit verband het woord redelijk heeft; wel bewijzen deze regelen afdoende, dat de schr. tot het recht begrip van de wet van energiebehoud niet is doorgedrongen.

En dezelfde bedroevende ervaring doet men bladzijde na bladzijde op. Zoo p. 142 waar de tweede hoofdwet wordt beschreven als „streven tot terugkeer naar het koude wereldstelsel, door zelfweerstreving der eigene beweging door de moleculen”; zoo p. 147 waar de beschouwingen van Boltzmann aldus worden weergegeven, dat we volgens hem „princiepelijk niet meer van de onmogelijkheid van kringprocessen (spreken) doch van processen, waarvan de ommekeer in hooge mate of „oneindig” onwaarschijnlijk is”.

Zoo op p. 146 met de wonderlijke mededeeling dat „terwijl kringprocessen volgens de wet van 't behoud der energie de eenige mogelijke mechanische processen zijn, kunnen, volgens de entropiewet (ook indien we de „storende” invloeden van wrijving, warreling, veldreactie e. d. niet in aanmerking nemen), kringprocessen nimmer voorkomen”, met deze nadere toelichting in een noot: „storend zijn de wrijving e. d. alleen voor de abstracte, uit het natuurverband gerichte verschijnselen, die we in onze laboratoria bestudeeren. In de concrete natuur worden de door haarzelve voortgebrachte

1) Cursiveering van den schrijver.

wezenlijke verschijnselen niet door storende krachten gehinderd, zoodat de hemellichamen of de electronen zich ongehinderd kunnen blijven bewegen".

Verbijsterd vraagt men zich af, of de schr. nooit bedacht heeft, dat J o u l e juist uit zulke „storende" verschijnselen de wet van energiebehoud heeft bewezen en het mechanisch warmteaequivalent heeft bepaald? Of hij niet heeft voorzien dat volgens zijn definities de bliksem als een „abstract, uit het natuurverband gerukt verschijnsel", en de supra-geleiding als een spontaan natuur-verschijnsel zou moeten worden beschouwd?

En met deze dingen zijn wij pas op het meest elementaire, voor een intelligenten gymnasiast of H. B. S.-leerling beheerschbare gebied; dat bijv. de relativiteits-theorie tot nog verbijsterender beschrijving voert, zal den lezer niet meer verwonderen. Ik heb doorgelezen tot p. 152, waar ik las dat „het voor de physici raadselachtige feit, dat de straling door alle stralingsbronnen, onafhankelijk van hunne eigen snelheid, met dezelfde snelheid wordt uitgezonden" eigenlijk beteekent „dat *ieder stoffelijk centrum dus niet alleen centrum van uit- doch ook centrum van instraling is* ¹⁾, wat met absolute beweging ieder stoffelijk centrum ontvliedt, keert tot ieder ruimtepunt met absolute beweging in. Dit eigenaardige gedrag van de straling is het uitgangspunt geweest voor de relativiteitstheorie van E i n s t e i n, die echter, omdat dit niet meer eenzijdig op de wijze der materiele voorstelling is te vatten, heeft voorgesteld den aether af te schaffen. Wie echter in deze natuurlijke in- en uitstraling der materie de centraliteit van den zich uitenden en weer concentreerenden geest herkent, heeft de voorstelling van een, sléchts als een eindigheid zich gedragenden, aether niet meer noodig; voor hem is de straling *de natuurlijke uiting* van den geest (als materie), die, in zijn *geestelijke* uitingen, van den denkenden mensch „uitstraalt" om tot alle andere verenkelingen van den geest zich te wenden en zich in alle als denkende geest te concentreeren, om in diegenen, die er „vatbaar" voor blijken, dezelfde gedachten te wekken". Dit laatste, dus klaarblijkelijk die gedachtenwekking, met de toevoeging in een noot — ik geef het den lezer in drieën te raden — „Men denke hierbij b.v. aan de photoëlectrische verschijnselen".

Ik acht het een bedroevenden plicht zulke citaten te moeten neerschrijven uit een boek, geschreven door een leeraar in de Natuurkunde aan een Nederlandsch gymnasium; maar nu de Redactie van Physica mij om een recensie heeft gevraagd heb ik gemeend mij aan dien plicht niet te mogen onttrekken. Want alleen door een volkomen onomwonden kritiek kan het gevaar worden voorkomen dat geschriften als deze op rekening worden gesteld van de Hegeliaansche wijsbegeerte of zelfs van de wijsgeerige studie in 't algemeen en zodoende tot een — ik moet erkennen schijnbaar krachtig — wapen kunnen worden gemaakt tegen een studie, die niet naar deze vruchten mag worden beoordeeld.

PH. K.

1) Cursiveering van den schrijver.

N. Quint, Gzn., Natuurkundige Vraagstukken, derde Druk, 185 blz. — P. Noordhoff, Groningen, 1928. Prijs f 2.50.

Een lijvig boekdeel, bevattende 1123 vraagstukken, uit alle gebieden der Natuurkunde verzameld. In de nieuwe druk zijn een dertigtal vraagstukken opgenomen, door een letter aangegeven, ten deele over electromagnetische inductie en electrische trillingen. Voor onze radiolievende scholieren misschien wel de eenigste rubriek, die ze met enthousiasme zullen verwerken. — Dit laatste niet op te vatten als hatelijkheid tegenover de andere vraagstukken of derzelver verzamelaar, maar slechts als eenvoudige kennisgeving te accepteren.

Een paar opmerkingen zou ik willen maken. Zou de schrijver in de volgende druk consequent de snelheid willen aangeven in cm of m *per sec.*? Nu zijn er vele vraagstukken waarin het wel, andere waarin het niet gebeurt (No. 48, 50, 62, 63 enz.). Hetzelfde geldt voor versnelling of vertraging, ook daar ontbreekt de vermelding: sec^{-2} (Nos 40 en 45), of er staat cm/sec wat ook niet in orde is. Zoo zijn er ook vraagstukken waarbij niet vermeld is, dat in verschillende ruimten gelijke temperaturen heerschen, wat voor het oplossen noodig is (No. 399, 400) of zonder meer „de max. spanning van den damp” gevraagd wordt. (No. 553). Ook dat kan tot verwarring aanleiding geven. Tenslotte vond ik bij „licht” eenige vraagstukken over „Lumen, Lux en Lichtstroom”. Is het wel noodig deze begrippen in vraagstukken te verwerken, en zijn ook niet de vraagstukken over het uitstroemen van gassen (No. 418 b.v.) overbodig?

Daar overigens de keuze van vraagstukken ruim is, en aan 't slot een groote hoeveelheid natuurkundige constanten zijn verzameld, is dit boek goed voor onze scholen te gebruiken.

P. S.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

Karl Becker, Röntgenographische Werkstoff-Prüfung, 100 blz., 76 fig. — Sammlung Vieweg, Heft 97. Vieweg. Braunschweig. 1928. Prijs R.M. 7.—.

Otto Blüh und Nandor Stark, Die Adsorption, 136 blz., 30 fig. — Sammlung Vieweg, Heft 93, Friedr. Vieweg. Braunschweig. 1929. Prijs R. M. 7.75.

Joh. Bouman, Magnetische krachten in een kristal van het klipzout-type, 104 blz., 7 fig. — Paris. Amsterdam. 1928.

N. van Dooren en J. J. Raimond Jr., Natuurkunde voor voortgezet onderwijs, nieuwe M. U. L. O. serie, deel I, 183 blz., 122 fig., deel II, 141 blz., 125 fig., deel III, electriciteit en magnetisme, 153 blz., 156 fig. — J. Muusses. Purmerend. 1926, 1927 en 1928. Prijs f 2.25, f 1.60 en f 1.85.

R. H. Fowler, Statistical mechanics, 570 blz. — Cambridge University Press. Cambridge, 1929. Prijs 35 sh. net.

- H. Groot, *Grepen uit de sterrekunde, ten dienste van het middelbaar en gymnasiaal onderwijs*, 78 blz., 19 fig. — van Dishoeck. Bussum. 1929. Prijs f 1.50.
- H. Groot, *Grepen uit de sterrekunde, ten dienste van het middelbaar en gymnasiaal onderwijs*, 78 blz., 19 fig. — Van Dishoeck. Bussum. 1929. Prijs f 1.50.
- A. F. Holleman, *Leerboek der anorganische Chemie, negende geheel herziene druk, bewerkt door E. H. Buchner*, 599 blz. — Wolters. Groningen. 1928. Prijs f 12.50.
- Institut international de Chimie Solvay, *Troisième Conseil de Chimie, tenu à Bruxelles du 12 au 18 Avril 1928, Rapports et Discussions sur les Questions d'Actualité*, 562 blz. — Gauthier-Villars. Paris. 1928. Prijs 70 frs.
- P. Lenard, *Grosze Naturforscher, eine Geschichte der Naturforschung in Lebensbeschreibungen*, 324 blz., 67 platen. — Lehmanns Verlag. München. 1929. Prijs R.M. 10.—, geb. R.M. 12.—.
- R. Mecke, *Bandenspectra und ihre Bedeutung für die Chemie., Fortschritte der Chemie, Physik und physikalische Chemie, Band 20, Heft 3* 87 blz., 20 fig. — Bornträger. Berlin. 1929. Prijs R.M. 7.60.
- F. I. G. Rawlins and A. M. Taylor, *Infra-red analysis of molecular structure*, 176 blz., 35 fig. — Cambridge University Press. Cambridge, 1929. Prijs 10/6 net.
- August Schmauss und Albert Wigand, *Die Atmosphäre als Kolloid*, 74 blz., 10 afb. — Sammlung Vieweg, Heft 96. Vieweg. Braunschweig. 1929. Prijs R.M. 4.80.
- Siegfried Valentiner, *Physikalische Probleme im Aufbereitungswesen des Bergbaus*, 110 blz., 77 fig. — Sammlung Vieweg, Heft 92. Vieweg, Braunschweig, 1929. Prijs R.M. 7.
- Paul Werk, *Die Bildtelegraphie*, 85 blz., 40 afb. — Sammlung Vieweg, Heft 95. Vieweg. Braunschweig, 1929. Prijs R.M. 5.80.
- Wien-Harms, *Handbuch der Experimentalphysik, Bnd. 9, Teil 1, Hohe und tiefe Temperaturen, Gasverflüssigung, Wärmeleitung, Wärmestrahlung*, 484 blz., 44 fig. — Akademische Verlagsgesellschaft. Leipzig. 1929. Prijs R.M. 42.60, geb. R.M. 47.60.

ZWANZIG JAHRE ARBEIT AM PHYSIKALISCHEN WELTBILD

Vortrag, gehalten am 18 Februar 1929 im Physikalischen
Institut der Universität Leiden

von MAX PLANCK

I.

Meine Hochverehrten Damen und Herren!

Es sind in diesem Winter zwanzig Jahre geworden, daß ich die Ehre und die Freude hatte, hier in Leiden über die Einheit des physikalischen Weltbildes zu sprechen. Ich war damals einer Einladung gefolgt, welche mir die naturwissenschaftliche Fakultät des Studentenkörpers der Universität übermittelt hatte; sie wurde wirksam unterstützt durch ein Schreiben meines Kollegen Hendrik Antoon Lorentz, der mir in seinem gastfreien Hause eine freundliche Aufnahme bereitete und mich dabei zum ersten Male den Zauber seiner Persönlichkeit empfinden ließ. Das machte mir meinen damaligen Besuch in Leiden zu einem der großen Ereignisse meines Lebens und stimmte mich zu einem Dankesgefühl, das ich seitdem als einen unverlierbaren Schatz treulich bewahre.

Wenn es mir nun heute durch die besondere Liebenswürdigkeit meiner Kollegen wiederum vergönnt ist, über das nämliche Thema vor Ihnen zu reden, so kann ich mich einer tiefen Empfindung der Wehmut nicht erwehren, die mich bei der Erinnerung an jene Zeit befällt. Es fehlt in diesem Kreise der allverehrte Meister, es fehlt Kamerlingh Onnes, es fehlen noch manche andere, die damals hier zugegen waren. Aber die Wissenschaft macht nicht halt bei einzelnen Persönlichkeiten; auch der tätigste und erfolgreichste Forscher muß schließlich einmal die von ihm begonnene

Arbeit den Jüngeren zur Weiterführung übergeben, und jeder unter diesen hat die Pflicht, im Rahmen der ihm verliehenen Kräfte an diesem Werk mitzuarbeiten.

So möchte auch ich heute den Versuch wagen, die Entwicklung des physikalischen Weltbildes seit jener Zeit zu schildern, wenn ich mir auch deutlich bewußt bin, daß meine Darstellung noch weit weniger Anspruch auf Vollständigkeit und Abrundung erheben kann als damals vor zwanzig Jahren. Aber ich darf mich wohl einigermaßen mit dem Gedanken trösten, daß die Aufgabe seitdem ungleich schwieriger geworden ist. Denn es sind inzwischen Probleme aufgetaucht, die tiefer in unser ganzes physikalisches Denken eingreifen, als man es vielleicht jemals für möglich hielt. Deshalb scheint es mir geboten, zu Beginn meiner Darlegungen im Interesse der Deutlichkeit etwas weiter auszuholen, selbst auf die Gefahr hin, daß ich längst Bekanntes unnötigerweise vorbringe, um dafür freilich später auf manche Einzelheiten zu verzichten, welche an sich einer Schilderung wohl wert wären, da ich sonst besorgen müßte, Ihre Zeit und Aufmerksamkeit gar zu lange in Anspruch zu nehmen.

In jedem Falle werde ich Ihnen für eine kritische Beurteilung meiner Ausführungen dankbar sein. Daß man die schärfste sachliche Kritik mit echt persönlichem Wohlwollen verbinden kann, dafür hat uns ja *L o r e n t z* selber ein leuchtendes Beispiel gegeben.

II.

Der Aufbau der physikalischen Wissenschaft vollzieht sich auf der Grundlage von Messungen, und da jede Messung mit einer sinnlichen Wahrnehmung verknüpft ist, so sind alle Begriffe der Physik der Sinnenwelt entnommen. Daher bezieht sich auch jedes physikalische Gesetz im Grunde auf Ereignisse der Sinnenwelt. Mit Rücksicht auf diesen Umstand neigen manche Naturforscher und Philosophen zu der Auffassung, daß die Physik es letzten Endes überhaupt nur mit der Sinnenwelt, und zwar natürlich mit der menschlichen Sinnenwelt zu tun habe, daß also z.B. ein sogenannter „Gegenstand“ in physikalischer Hinsicht nichts weiter sei, als ein Komplex von verschiedenartigen zusammentreffenden Sinnesempfindungen. Es muß immer wieder betont werden, daß eine

solche Auffassung niemals durch logische Gründe widerlegt werden kann. Denn die Logik allein ist nicht imstande, irgend Jemanden aus seiner eigenen Sinnenwelt herauszuführen; sie kann ihn nicht einmal zwingen, die selbständige Existenz seiner Mitmenschen anzuerkennen.

Aber in der Physik, wie in jeder anderen Wissenschaft, regiert nicht allein der Verstand, sondern auch die Vernunft. Nicht alles, was keinen logischen Widerspruch aufweist, ist auch vernünftig. Und die Vernunft sagt uns, daß, wenn wir einem sogenannten Gegenstand den Rücken kehren und uns von ihm entfernen, doch noch etwas von ihm da ist; sie sagt uns weiter, daß der einzelne Mensch, daß wir Menschenwesen alle mitsamt unserer Sinnenwelt, ja mitsamt unserm ganzen Planeten nur ein winziges Nichts bedeuten in der großen unfafßbar erhabenen Natur, deren Gesetze sich nicht nach dem richten, was in einem kleinen Menschenhirn vorgeht, sondern bestanden haben, bevor es überhaupt Leben auf der Erde gab, und fortbestehen werden, wenn einmal der letzte Physiker von ihr verschwunden sein wird.

Durch solche Erwägungen, nicht durch logische Schlußfolgerungen, werden wir genötigt, hinter der Sinnenwelt noch eine zweite, die reale Welt, anzunehmen, welche ein selbständiges, vom Menschen unabhängiges Dasein führt, eine Welt, die wir allerdings niemals direkt, sondern stets nur durch das Medium der Sinnenwelt hindurch wahrnehmen können, mittels gewisser Zeichen, die sie uns übermittelt; ebenso wie wenn wir einen Gegenstand, der uns interessiert, nur durch eine Brille betrachten können, deren optische Eigenschaften uns gänzlich unbekannt sind.

Wer diesem Gedankengang nicht zu folgen vermag und in der Einführung einer grundsätzlich unerkennbaren realen Welt eine unübersteigliche Schwierigkeit sieht, der mag daran erinnert werden, daß es etwas ganz anderes ist, ob man es mit einer fertig vorliegenden physikalischen Theorie zu tun hat, deren Inhalt man genau analysieren und dabei immer wieder feststellen kann, daß zu ihrer Formulierung die Begriffe der Sinnenwelt vollkommen ausreichen, oder ob man vor der Aufgabe steht, aus einer Anzahl von einzelnen vorliegenden Messungen eine physikalische Theorie erst aufzubauen. Die Geschichte der Physik zeigt uns auf jeder Seite, daß diese ungleich schwierigere Aufgabe immer nur auf Grund der Annahme einer realen, von den menschlichen Sinnen unab-

hängigen Welt gelöst wurde, und es ist wohl nicht daran zu zweifeln, daß das auch in Zukunft der Fall sein wird. —

Zu diesen beiden Welten, der Sinnenwelt und der realen Welt, kommt nun noch eine dritte Welt hinzu, die wohl von ihnen zu unterscheiden ist: die Welt der physikalischen Wissenschaft, oder das physikalische Weltbild. Diese Welt ist, im Gegensatz zu jeder der beiden vorigen, eine bewußte, einem bestimmten Zweck dienende Schöpfung des menschlichen Geistes und als solche wandelbar und einer gewissen Entwicklung unterworfen. Die Aufgabe des physikalischen Weltbildes kann man in doppelter Weise formulieren, je nachdem man das Weltbild mit der realen Welt oder mit der Sinnenwelt in Zusammenhang bringt. Im ersten Fall besteht die Aufgabe darin, die reale Welt möglichst vollständig zu erkennen, im zweiten darin, die Sinnenwelt möglichst einfach zu beschreiben. Es wäre müßig, zwischen diesen beiden Fassungen eine Entscheidung treffen zu wollen. Vielmehr ist jede von ihnen für sich allein genommen einseitig und unbefriedigend. Denn auf der einen Seite ist eine direkte Erkenntnis der realen Welt ja überhaupt nicht möglich, und andererseits läßt sich die Frage, welche Beschreibung mehrerer zusammenhängender Sinneswahrnehmungen die einfachste ist, gar nicht grundsätzlich beantworten. Es ist im Laufe der Entwicklung der Physik mehr als einmal vorgekommen, daß von zwei verschiedenen Beschreibungen diejenige, die eine Zeitlang als die kompliziertere galt, später als die einfachere befunden wurde.

Die Hauptsache bleibt, daß die genannten beiden Formulierungen der Aufgabe sich in ihrer praktischen Auswirkung nicht widersprechen, sondern im Gegenteil in glücklicher Weise ergänzen. Die erste verhilft der vorwärts tastenden Phantasie des Forschers zu den für seine Arbeit völlig unentbehrlichen befruchtenden Ideen, die zweite hält ihn auf dem sicheren Boden der Tatsachen fest. Diesem Umstand entspricht es denn auch, daß die einzelnen Physiker, je nachdem sie mehr einer metaphysischen oder einer positivistischen Gedankenrichtung zuneigen, ihre Arbeit am physikalischen Weltbild mehr nach der einen oder nach der anderen Seite hin einstellen.

Es gibt aber außer den Metaphysikern und den Positivisten noch

eine dritte Gruppe von Arbeitern am physikalischen Weltbild. Sie sind dadurch charakterisiert, daß ihr Hauptinteresse sich weder auf dessen Beziehungen zu der realen, noch auf diejenigen zu der Sinnenwelt richtet, sondern vielmehr auf die innere Geschlossenheit und den logischen Aufbau des physikalischen Weltbildes. Das sind die Axiomatiker. Auch deren Tätigkeit ist nützlich und notwendig. Aber auch hier schlummert eine bedenkliche Gefahr der Einseitigkeit, welche darin liegt, daß das physikalische Weltbild seine Bedeutung einbüßt und in einen inhaltsleeren Formalismus ausartet. Denn wenn der Zusammenhang mit der Wirklichkeit gelöst wird, so erscheint ein physikalisches Gesetz nicht mehr als eine Beziehung zwischen Größen, welche alle unabhängig voneinander gemessen sind, sondern als eine Definition, durch welche eine dieser Größen auf die übrigen zurückgeführt wird. Eine solche Umdeutung ist deshalb besonders verlockend, weil ja eine physikalische Größe viel exakter durch eine Gleichung zu definieren ist als durch eine Messung; aber sie stellt im Grunde einen Verzicht dar auf die eigentliche Bedeutung der Größe, wobei noch erschwerend ins Gewicht fällt, daß durch die Beibehaltung des Namens leicht zu Unklarheiten und Mißverständnissen Anlaß gegeben wird. —

So sehen wir, wie gleichzeitig von verschiedenen Seiten nach verschiedenen Gesichtspunkten an der Ausgestaltung des physikalischen Weltbildes gearbeitet wird, stets nach dem einen Ziel hin, die Vorgänge der Sinnenwelt miteinander und mit denen der realen Welt gesetzlich zu verknüpfen. Es versteht sich, daß in den verschiedenen Epochen der geschichtlichen Entwicklung bald die eine, bald die andere Richtung in den Vordergrund tritt. In Zeiten, wo das physikalische Weltbild einen mehr stabilen Charakter zeigt, wie es in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts der Fall war, kommt die metaphysische Richtung mehr zur Geltung, man glaubt sich der Erfassung der realen Welt schon verhältnismäßig nahe; dagegen in anderen Zeiten der Veränderlichkeit und Unsicherheit, wie wir gegenwärtig eine erleben, tritt der Positivismus mehr in den Vordergrund, da der gewissenhafte Forscher dann eher dazu neigt, sich auf den einzig festen Ausgangspunkt, die Vorgänge in der Sinnenwelt, zurückzuziehen.

Wenn wir nun die verschiedenen sich im Laufe der Zeit wandelnden und einander ablösenden Formen des physikalischen Welt-

bildes in ihrer historischen Aufeinanderfolge überschauen und nach charakteristischen Merkmalen der Veränderung suchen, so müssen vor allem zwei Tatsachen ins Auge fallen. Erstens ist festzustellen, daß es sich bei allen Wandlungen des Weltbildes, im ganzen gesehen, nicht um ein rhythmisches Hin- und Herpendeln handelt, sondern um eine in einer ganz bestimmten Richtung mehr oder weniger stetig aufwärts fortschreitende Entwicklung, die sich dadurch kennzeichnen läßt, daß der Inhalt unserer Sinnenwelt immer mehr bereichert, unsere Kenntnis von ihr immer mehr vertieft, unsere Herrschaft über sie immer mehr befestigt wird. Das zeigt am schlagendsten ein Blick auf die praktische Auswirkung der physikalischen Wissenschaft. Daß wir heute auf weit größere Entfernungen hin zu sehen und zu hören verstehen, daß wir über weit bedeutendere Kräfte und Geschwindigkeiten verfügen als noch vor einem Menschenalter, das kann auch der ärgste Skeptiker nicht in Abrede stellen, und ebensowenig läßt sich bezweifeln, daß dieser Fortschritt eine bleibende Vermehrung unserer Erkenntnis bedeutet, die nicht etwa in einer späteren Zeit als Irrweg bezeichnet und wieder negiert werden wird.

Zweitens ist es aber höchst bemerkenswert, daß, obwohl der Anstoß zu jeder Verbesserung und Vereinfachung des physikalischen Weltbildes immer durch neuartige Beobachtungen, also durch Vorgänge in der Sinnenwelt, geliefert wird, dennoch das physikalische Weltbild sich in seiner Struktur immer weiter von der Sinnenwelt entfernt, daß es seinen anschaulichen, ursprünglich ganz anthropomorph gefärbten Charakter immer mehr einbüßt, daß die Sinnesempfindungen in steigendem Maße aus ihm ausgeschaltet werden — man denke nur an die physikalische Optik, in der vom menschlichen Auge gar nicht mehr die Rede ist — daß damit sein Wesen sich immer weiter ins Abstrakte verliert, wobei rein formale mathematische Operationen eine stets bedeutendere Rolle spielen und Qualitätsunterschiede immer mehr auf Quantitätsunterschiede zurückgeführt werden.

Hält man diese zweite Tatsache mit der vorgenannten ersten, der stetigen Vervollkommnung des physikalischen Weltbildes hinsichtlich seiner Bedeutung für die Sinnenwelt, zusammen, so ergibt sich für diese auffallende und auf den ersten Anblick geradezu paradox anmutende Erscheinung nach meiner Meinung nur die eine vernünftige Deutung, daß die mit der fortschreitenden Ver-

vollkommenheit zugleich fortschreitende Abkehr des physikalischen Weltbildes von der Sinnenwelt nichts anderes bedeutet als eine fortschreitende Annäherung an die reale Welt. Von einer logischen Begründung dieser Meinung kann allerdings nicht die Rede sein, da ja nicht einmal die Existenz der realen Welt rein verstandesmäßig abgeleitet werden kann. Aber ebensowenig wird es jemals möglich sein, sie durch logische Gründe zu widerlegen. Die Entscheidung darüber ist vielmehr Sache einer vernünftigen Weltanschauung, und es bleibt bei der alten Wahrheit, daß diejenige Weltanschauung die beste ist, welche die reichsten Früchte trägt. Die Physik würde unter allen Wissenschaften eine Ausnahme bilden, wenn sich nicht auch bei ihr das Gesetz bewährte, daß die weittragendsten, wertvollsten Resultate der Forschung stets nur auf dem Wege nach dem prinzipiell unerreichbaren Ziel einer Erkenntnis der realen Wirklichkeit zu gewinnen sind.

III.

Wie hat sich nun das physikalische Weltbild in den letzten zwanzig Jahren geändert? Jeder von uns weiß, daß die inzwischen eingetretene Wandlung mit zu den tiefgreifendsten gehört, die jemals in der Entwicklungsgeschichte einer Wissenschaft stattgefunden haben, und daß der Umbildungsprozeß auch gegenwärtig noch nicht vollständig zum Abschluß gekommen ist. Aber immerhin scheinen sich doch schon heute aus dem Flusse der Entwicklung gewisse charakteristische Formen der Struktur des neuen Weltbildes herauskrystallisieren zu wollen, und es verlohnt sich der Mühe, den Versuch einer Schilderung derselben zu wagen, sei es auch nur, um zu einer Verbesserung des Versuches anzuregen.

Wenn wir das alte und das neue Weltbild nebeneinander halten, so zeigt sich zunächst wieder ein weiterer bedeutender Schritt in der Richtung der Zurückführung aller Qualitätsunterschiede auf Quantitätsunterschiede. So erscheint namentlich die bunte Mannigfaltigkeit der chemischen Erscheinungen restlos zurückgeführt auf numerische und räumliche Beziehungen. Es gibt nach der heutigen Auffassung überhaupt nur zwei Urstoffe: die positive Elektrizität und die negative Elektrizität. Beide bestehen aus lauter gleichartigen winzigen Partikeln mit entgegengesetzt gleicher La-

dung: das positive heißt Proton, das negative Elektron. Ein jedes elektrisch neutrale chemische Atom besteht aus einer gewissen Anzahl von Protonen, die fest miteinander zusammenhängen, und ebensoviel Elektronen, von denen ein Teil an die Protonen fest gebunden ist und mit ihnen zusammen den Kern des Atoms bildet, während die übrigen sich um den Kern herumbewegen.

So besteht das kleinste Atom, der Wasserstoff, aus einem einzigen Proton als Kern und einem Elektron, das sich um den Kern bewegt, und das größte Atom, das Uran, aus 238 Protonen und ebensoviel Elektronen, von denen aber nur 92 sich um den Kern bewegen, während die übrigen im Kern festsitzen. Dazwischen liegen alle übrigen Elemente in allen möglichen Kombinationen. Die chemische Natur eines Elements wird nicht durch die Gesamtzahl seiner Protonen bzw. Elektronen, sondern durch die Zahl seiner beweglichen Elektronen bestimmt, welche als Ordnungszahl des Elements bezeichnet wird.

Abgesehen von diesem bedeutenden Fortschritt, der aber im Grunde nur die erfolgreiche Durchführung eines schon Jahrhunderte alten Gedankens darstellt, fallen in dem heutigen Weltbild zwei gänzlich neue Ideen auf, durch welche es sich von dem früheren unterscheidet: das Relativitätsprinzip und das Quantenprinzip. Diese beiden Ideen sind es im wesentlichen, welche dem neuen Bild sein charakteristisches Gepräge gegenüber dem älteren geben. Daß sie fast gleichzeitig in der Wissenschaft auftauchten, muß man in gewissem Sinn als Zufall betrachten. Denn sowohl nach ihrem Inhalt als auch nach ihrer ganzen praktischen Auswirkung auf die Struktur des physikalischen Weltbildes verhalten sie sich gänzlich verschieden voneinander.

Die Relativitätstheorie, welche anfänglich in den hergebrachten Vorstellungen von Raum und Zeit eine gewisse Verwirrung anrichten zu wollen schien, hat sich schließlich tatsächlich als eine Vollendung und Krönung des Gebäudes der klassischen Physik erwiesen. — Um den positiven Inhalt der speziellen Relativitätstheorie mit einem Wort zu veranschaulichen, kann man ihn vielleicht bezeichnen als die Verschmelzung von Raum und Zeit zu einem einheitlichen Begriff. Nicht als ob Raum und Zeit ganz gleichartig wären, sondern etwa so, wie eine reelle Zahl sich mit einer imaginären Zahl zu dem einheitlichen Begriff einer komplexen Zahl ver-

bindet. Von diesem Gesichtspunkt aus betrachtet bedeutet E i n s t e i n's Werk für die Physik das nämliche, was im vorigen Jahrhundert G a u s s für die Mathematik geleistet hat. Und wenn wir den Vergleich noch fortspinnen wollen, so können wir sagen, daß der Übergang der speziellen zur allgemeinen Relativitätstheorie in der Physik etwas Ähnliches bedeutet, wie in der Mathematik der Übergang von den linearen Funktionen zur allgemeinen Funktionentheorie.

Wenn dieser Vergleich auch, wie jeder andere, etwas hinkt, so gibt er doch eine zutreffende Vorstellung von der Tatsache, daß die Einführung der Relativitätstheorie in das physikalische Weltbild einen der wichtigsten Schritte zu seiner Vereinheitlichung und Vervollkommnung bedeutet. Das zeigt sich in den Folgerungen, die sie nach sich gezogen hat, vor allem in der Verschmelzung von Impuls und Energie, in der Reduktion des Massenbegriffs auf den Energiebegriff, in der Identifizierung von träger und ponderabler Masse, in der Zurückführung der Gesetze der Gravitation auf die R i e m a n n'sche Geometrie.

So kurz diese Stichworte lauten, so unabsehbar reich ist ihr Inhalt. Ihre Bedeutung erstreckt sich auf alle Vorgänge der kleinen und der großen Natur, von den radioaktiven, Wellen und Korpuskeln ausstrahlenden Atomen angefangen, bis zu den Bewegungen der Millionen von Lichtjahren entfernten Himmelskörper.

Über den endgültigen Abschluß der Relativitätstheorie dürfte allerdings heute das letzte Wort noch nicht gesprochen sein. Es könnten hier immerhin noch Überraschungen bevorstehen, wenn man bedenkt, daß das Problem der Verschmelzung der Elektrodynamik mit der Mechanik einstweilen noch der endgültigen Erledigung harrt. Auch die kosmologischen Folgerungen aus der Relativitätstheorie scheinen noch nicht vollkommen geklärt, schon deshalb, weil hier alles abhängt von der noch als offen zu betrachtenden Frage, ob die im Weltenraum befindliche Materie eine endliche räumliche Massendichte besitzt oder nicht. Wie sich aber diese Fragen einmal entscheiden werden, keineswegs wird sich an der Tatsache etwas mehr ändern, daß durch das Relativitätsprinzip die klassische Theorie auf die höchste Stufe ihrer Vollendung gebracht worden ist und ihr physikalisches Weltbild eine auch in formaler Hinsicht überaus befriedigende Abrundung erfahren hat.

Dieser Umstand, sowie der Hinweis auf die vorliegenden zahlreichen, allen Bildungsgraden der Leser angepaßten Darstellungen der Relativitätstheorie wird, wie ich hoffe, als hinreichende Begründung dafür angesehen werden, daß ich bei ihrer Betrachtung hier nicht länger verweile.

IV.

In das bis hierher geschilderte harmonische Weltbild, das seiner Aufgabe in nahezu idealer Weise gerecht zu werden schien, ist nun unversehens mit einem neuen grellen Licht die Quantenhypothese hineingefahren. Wenn wir auch hier wieder versuchen, mit einem Wort den Kernpunkt der für diese Hypothese charakteristischen Idee zu bezeichnen, so können wir ihn finden in dem Auftreten einer neuen universellen Konstanten: des elementaren Wirkungsquantums. Diese Konstante ist es, ein neuer geheimnisvoller Bote aus der realen Welt, welcher sich bei den verschiedenartigsten Messungen immer wieder aufdrängte und immer hartnäckiger einen eigenen Platz beanspruchte, anderseits aber doch so wenig in den Rahmen des bisherigen physikalischen Weltbildes hineinpaßte, daß er schließlich die Sprengung des zu eng befundenen Rahmens herbeigeführt hat.

Es gab eine Zeit, wo sogar ein völliger Zusammenbruch der klassischen Physik nicht außer dem Bereich der Möglichkeit zu liegen schien; doch zeigte sich allmählich, was für jeden, der an einen stetigen Fortschritt der Wissenschaft glaubt, selbstverständlich war, daß es sich auch hier letzten Endes nicht um ein Zerstörungswerk, sondern um eine allerdings recht tiefgehende Umbildung handelte und zwar um eine Verallgemeinerung. Denn wenn man das Wirkungsquantum als unendlich klein voraussetzt, so geht die Quantenphysik über in die klassische Physik. Aber auch für den allgemeinen Fall erwiesen sich die Grundquadern des Baus der klassischen Physik nicht nur als unerschütterlich, sondern sie gewannen durch die Einverleibung der neu hinzugekommenen Ideen sogar noch an Festigkeit und Ansehen. Es wird sich daher empfehlen, daß wir zunächst diese letzteren ins Auge fassen.

Da sind vor allem zu nennen die eigentlichen Bausteine des Werkes: die universellen Konstanten, wie die Gravitationskonstante, die Lichtgeschwindigkeit, die Masse und die Ladung der Elektro-

nen und Protonen, wohl die greifbarsten Zeichen einer realen Welt, welche ihre Bedeutung unverändert in das neue Weltbild hinübernehmen; ferner die großen Prinzipien der Erhaltung der Energie und des Impulses, die, obwohl eine Zeitlang ersten Anzweiflungen ausgesetzt, sich dennoch in allen Einzelheiten siegreich behauptet haben, wobei wiederum, wie besonders hervorgehoben zu werden verdient, deutlich offenbar wurde, daß sie keineswegs, wie manche Axiomatiker glauben möchten, bloße Definitionen darstellen. Dann die Hauptsätze der Thermodynamik, insbesondere der zweite Hauptsatz, welcher durch die Einführung eines absoluten Wertes der Entropie sogar noch eine schärfere Fassung als in der klassischen Physik erfahren konnte. Endlich das Prinzip der Relativität, welches auch auf dem neuen Gelände der Quantenphysik sich als ein zuverlässiger und beredter Führer erwiesen hat.

Nun wird man zu der Frage versucht sein: wenn alle diese Grundlagen der klassischen Physik unangetastet geblieben sind, was hat sich dann überhaupt in der neuen Physik geändert? Die Antwort hierauf können wir sehr einfach finden, wenn wir uns etwas näher ansehen, was das elementare Wirkungsquantum bedeutet. Es bedeutet die grundsätzliche Äquivalenz einer Energie und einer Schwingungszahl: $E = h\nu$. Diese Äquivalenz ist es, welcher die klassische Theorie vollkommen verständnislos gegenübersteht. Zunächst schon deshalb, weil eine Energie und eine Schwingungszahl verschiedene Dimensionen besitzen. Denn die Energie ist eine dynamische, die Schwingungszahl aber eine kinematische Größe. Jedoch dieser Umstand ist nicht ausschlaggebend; denn wenn durch das Quantenpostulat die Dynamik mit der Kinematik unmittelbar verknüpft erscheint, indem die Einheit der Energie und mit ihr die der Masse auf die der Länge und die der Zeit zurückgeführt ist, so bildet das an sich keinen Widerspruch, sondern eher eine Ergänzung und Bereicherung des Inhaltes der klassischen Theorie. Aber was direkt widerspruchsvoll und infolgedessen durchaus unverträglich ist mit der klassischen Theorie, das zeigt die folgende Überlegung. Die Schwingungszahl ist eine lokale Größe, sie besitzt einen bestimmten Sinn für einen einzelnen Ort, sei es, daß es sich um eine mechanische oder um eine elektrische oder eine magnetische Schwingung handelt; man braucht nur den Ort hinreichend lange Zeit hindurch zu beobachten. Die Energie aber ist eine additive Größe. Von

der Energie an einem bestimmten Ort zu reden hat nach der klassischen Theorie gar keinen Sinn; man muß vielmehr vorher das physikalische Gebilde angeben, dessen Energie man im Auge hat, ganz ebenso wie wenn man, um von einer Geschwindigkeit in bestimmtem Sinne reden zu können, das Bezugssystem angeben muß. Und da das physikalische Gebilde von vorneherein ganz beliebig wählbar ist, kleiner oder größer, so steckt in dem Werte der Energie stets eine gewisse Willkür. Diese bis zu einem gewissen Grade willkürliche Energie soll nun gleich sein einer lokalen Schwingungszahl! Man erkennt die Kluft, die sich zwischen diesen beiden Begriffen auftut. Und um die Kluft zu überbrücken, ist ein fundamentaler Schritt notwendig, ein Schritt, der tatsächlich einen Bruch bedeutet mit Anschauungen, welche die klassische Physik stets als selbstverständlich betrachtet und benützt hat.

Bisher gehörte es zu den Voraussetzungen jeden kausalen physikalischen Denkens, daß alle Vorgänge in der physikalischen Welt — worunter ich, wie immer, das physikalische Weltbild, nicht die reale Welt, verstehe — sich darstellen lassen als zusammengesetzt aus lokalen Vorgängen in verschiedenen einzelnen unendlich kleinen Raumelementen, und daß jeder einzelne dieser Elementarvorgänge in seinem gesetzmäßigen Ablauf ohne Rücksicht auf alle übrigen eindeutig bestimmt ist durch die lokalen Vorgänge in der unmittelbaren räumlichen und zeitlichen Nachbarschaft. Exemplifizieren wir auf einen konkreten, hinreichend allgemeinen Fall. Das betrachtete physikalische Gebilde bestehe aus einem System von materiellen Punkten, die sich in einem konservativen Kraftfelde mit konstanter Gesamtenergie bewegen. Dann befindet sich nach der klassischen Physik jeder einzelne Punkt zu jeder Zeit in einem bestimmten Zustand, d. h. er besitzt eine bestimmte Lage und eine bestimmte Geschwindigkeit, und seine Bewegung ist vollkommen genau zu berechnen aus seinem Anfangszustand und den lokalen Eigenschaften des Kraftfeldes an den Stellen des Raumes, die er im Verlauf seiner Bewegung passiert. Sind diese bekannt, so braucht man von den sonstigen Eigenschaften des betrachteten Punktsystems gar nichts zu wissen.

In der neuen Mechanik ist das ganz anders. Nach ihr genügen rein lokale Beziehungen ebensowenig zu einer Formulierung der Bewegungsgesetze, wie etwa zum Verständnis der Bedeutung eines Gemäldes die mikroskopische Untersuchung aller seiner einzelnen

Teile genügt. Vielmehr gelangt man nur dann zu einer brauchbaren Darstellung der Gesetzmäßigkeit, wenn man das physikalische Gebilde als *G a n z e s* betrachtet. Demgemäß befindet sich nach der neuen Mechanik jeder einzelne materielle Punkt des Systems zu jeder Zeit in gewissem Sinne an sämtlichen Stellen des ganzen dem System zur Verfügung stehenden Raumes zugleich, und nicht etwa nur mit dem Kraftfeld, das er um sich verbreitet, nein, mit seiner eigenen Masse und mit seiner eigenen Ladung.

Man sieht: es geht hierbei um nichts weniger als um den Begriff des materiellen Punktes, den elementarsten Begriff der klassischen Mechanik. Die bisherige zentrale Bedeutung dieses Begriffes muß grundsätzlich geopfert werden; nur in besonderen Grenzfällen kann sie bestehen bleiben. Was im allgemeinen Fall an die Stelle zu setzen ist, können wir aus der weiteren Verfolgung des oben bereits eingeschlagenen Gedankenganges ableiten.

Wenn das Quantenpostulat der Äquivalenz einer Energie und einer Schwingungszahl einen eindeutigen, d. h. vom Bezugssystem unabhängigen Sinn haben soll, so muß nach dem Relativitätsprinzip auch ein Impulsvektor äquivalent sein einem Wellenzahlvektor, d. h. der absolute Betrag des Impulses muß äquivalent sein der reziproken Länge einer Welle, deren Normale mit der Impulsrichtung zusammenfällt. Dabei ist aber die Welle nicht im gewöhnlichen dreidimensionalen Raume zu denken, sondern im sog. Konfigurationsraum, dessen Dimension durch die Zahl der Freiheitsgrade des Systems gegeben ist, und dessen Maßbestimmung durch die doppelte kinetische Energie oder, was auf dasselbe hinauskommt, durch das Quadrat des gesamten Impulses dargestellt wird. Somit erscheint die Wellenlänge zurückgeführt auf die kinetische Energie, d. h. auf die Differenz der konstanten Gesamtenergie und der potentiellen Energie, die als eine von vorneherein gegebene Ortsfunktion zu betrachten ist.

Schwingungszahl und Wellenlänge ergeben miteinander multipliziert die Fortpflanzungsgeschwindigkeit oder Phasengeschwindigkeit einer gewissen Welle im Konfigurationsraum, der sogenannten Materiewelle, und die Substitution der betreffenden Werte in die aus der klassischen Mechanik bekannte Wellengleichung führt zu der von *Schrödinger* aufgestellten linearen homogenen partiellen Differentialgleichung, welche das anschauliche Fundament der heutigen Quantenmechanik geliefert hat und in

derselben die nämliche Rolle zu spielen scheint, wie in der klassischen Mechanik die Newtonschen oder Lagrangeschen oder Hamiltonschen Gleichungen. Was sie von diesen scharf unterscheidet, ist vor allem der Umstand, daß in ihnen die Koordinaten des Konfigurationspunktes nicht Funktionen der Zeit sind, sondern unabhängige Variable. Dementsprechend gibt es für ein bestimmtes System gegenüber der mehr oder weniger großen, den Freiheitsgraden des Systems entsprechenden Anzahl der klassischen Bewegungsgleichungen nur eine einzige Quantengleichung. Während der Konfigurationspunkt der klassischen Theorie im Laufe der Zeit eine ganz bestimmte Kurve beschreibt, erfüllt der Konfigurationspunkt der Materiewelle zu jeder Zeit den ganzen unendlichen Raum, sogar solche Stellen des Raumes, in denen die potentielle Energie größer ist als die Gesamtenergie, so daß nach der klassischen Theorie die kinetische Energie dortselbst negativ und der Impuls imaginär werden würde. Es ist ganz ähnlich wie im Falle der sogenannten totalen Reflexion des Lichtes, bei welcher nur nach der Strahlenoptik das Licht wirklich vollkommen reflektiert wird, weil der Brechungswinkel imaginär wird, während nach der Wellenoptik sehr wohl Licht auch in das zweite Medium eindringt, wenn auch nicht als ebene Welle.

Immerhin besitzt der Fall, daß es Stellen im Konfigurationsraum gibt, wo die potentielle Energie die Gesamtenergie übersteigt, auch für die Quantenmechanik eine einschneidende Bedeutung. Denn in jedem solchen Falle entspricht, wie die Rechnung zeigt, nicht jedem beliebig gegebenen Wert der Energiekonstanten eine endliche Welle, sondern nur gewissen ganz bestimmten Werten, den sogenannten Eigenwerten der Energie, die aus der Wellengleichung zu berechnen sind und je nach der Beschaffenheit der gegebenen potentiellen Energie verschieden ausfallen.

Aus den diskreten Eigenwerten der Energie ergeben sich nach dem Quantenpostulat bestimmte diskrete Eigenwerte der Schwingungsperiode, ebenso wie bei einer gespannten an den Enden festgeklebten Saite, nur daß bei der letzteren die Quantisierung durch einen äußerlichen Umstand, nämlich durch die Länge der Saite, hier dagegen durch das in der Differentialgleichung selber enthaltene Wirkungsquantum bedingt wird.

Jeder Eigenschwingung entspricht eine besondere Wellenfunktion ψ als Lösung der Wellengleichung, und alle diese verschiede-

nen Eigenfunktionen bilden die Elemente zur Beschreibung irgend-eines Bewegungsvorganges nach der Wellenmechanik.

Das Resultat ist dieses: Während die klassische Physik eine räumliche Zerlegung des betrachteten physikalischen Gebildes in seine kleinsten Teile vornimmt und dadurch die Bewegungen beliebiger materieller Körper auf die Bewegungen ihrer einzelnen als unveränderlich vorausgesetzten materiellen Punkte, d.h. auf Korpuskularmechanik zurückführt, zerlegt die Quantenphysik jeden Bewegungsvorgang in die einzelnen periodischen Materiewellen, die den Eigenschwingungen und Eigenfunktionen des betreffenden Gebildes entsprechen, und führt dadurch zur Wellenmechanik. Daher ist nach der klassischen Mechanik die einfachste Bewegung diejenige eines einzelnen materiellen Punktes, nach der Quantenmechanik diejenige einer einfach periodischen Welle, und wie nach der ersteren die allgemeinste Bewegung eines Körpers als die Gesamtheit der Bewegungen seiner einzelnen Punkte aufgefaßt wird, so besteht dieselbe nach der letzteren in dem Zusammenwirken aller möglichen Arten von periodischen Materiewellen. Diese Verschiedenartigkeit der Betrachtungsweisen läßt sich beispielsweise veranschaulichen an den Schwingungen einer gespannten Saite. Einerseits kann man nämlich als Elemente des Vorgangs die Bewegungen der einzelnen Punkte der Saite betrachten. Jedes materielle Teilchen der Saite bewegt sich, unabhängig von allen übrigen, nach Maßgabe der auf dasselbe wirkenden, durch die lokale Krümmung der Saite bedingten Kraft. Man kann aber auch andererseits als Elemente des Bewegungsvorganges die Grundschwingung und die Oberschwingungen der Saite betrachten, deren jede sich auf die ganze Saite bezieht, und deren Zusammenwirken ebenfalls die allgemeinste Art der Saitenbewegung darstellt.

Aus der Wellenmechanik ergibt sich auch unmittelbar das Verständnis für einen bis dahin rätselhaft erscheinenden Umstand. Nach der ungemein fruchtbaren Theorie von N i e l s B o h r bewegen sich die Elektronen eines Atoms um den Kern nach ganz ähnlichen Gesetzen wie die Planeten um die Sonne. Dabei tritt an die Stelle der Gravitationskraft die Anziehung der entgegengesetzten Ladungen des Kerns und der Elektronen. Ein sonderbarer Unterschied aber besteht darin, daß die Elektronen immer nur auf ganz bestimmten, diskret voneinander verschiedenen Bahnen kreisen können, während bei den Planeten keine ein-

zelne Bahn vor einer anderen von vornherein bevorzugt erscheint.

Dieser zunächst unbegreifliche Umstand findet nach der Wellentheorie der Elektronen eine sehr anschauliche Erklärung. Wenn nämlich eine Elektronenbahn in sich zurückläuft, so ist klar, daß sie immer gerade eine ganze Anzahl von Wellenlängen umfassen muß, ebenso wie die Länge einer zu einem vollständigen Ring geschlossenen Kette, die aus lauter gleichlangen Gliedern besteht, immer nur einer ganzen Anzahl von Gliederlängen gleich sein kann. Danach gleicht der Kreislauf eines Elektrons um den Atomkern weniger der Bewegung eines Planeten um die Sonne als vielmehr der Drehung eines allseitig symmetrischen Ringes in sich selbst, so daß der Ring als Ganzes stets die nämliche Lage im Raum einnimmt und es gar keinen physikalischen Sinn hat, von dem augenblicklichen Ort des Elektrons zu reden.

Wenn nun aber, so muß man fragen, die Elemente eines Bewegungsvorganges nicht die materiellen Punkte, sondern die Materiewellen sind, wie verfährt dann die Wellenmechanik, wenn es gilt, die Bewegung eines einzelnen materiellen Punktes zu beschreiben, der zu einer bestimmten Zeit eine bestimmte Lage einnimmt? Um auf diese Frage, deren Beantwortung den schroffen Gegensatz der beiden einander entgegenstehenden Theorien offenbaren wird, eingehen zu können, wollen wir zunächst die physikalische Bedeutung der Wellenfunktion ψ einer einfach periodischen Materiewelle ins Auge fassen. Dieselbe läßt sich ableiten aus der Überlegung, daß die Energie der Materiewelle eine doppelte Bedeutung besitzt. Denn dadurch, daß sie die Schwingungsperiode der Welle bezeichnet, ist selbstverständlich ihre ursprüngliche Bedeutung, die ihr durch das Erhaltungsprinzip gegeben wird, nicht verloren gegangen. Wenn aber das Energieprinzip auch für die Wellenmechanik gelten soll, so muß die Energie einer Materiewelle sich darstellen lassen nicht nur durch die Schwingungszahl, sondern auch durch ein über den ganzen Konfigurationsraum der Welle erstrecktes Integral.

Nun ergibt sich in der Tat durch Multiplikation der Wellengleichung mit $\bar{\psi}$ und darauffolgende Integration über den ganzen Konfigurationsraum ein bestimmter Ausdruck für die Energie, der sich am anschaulichsten in folgender Weise interpretieren läßt.

Wir denken uns das betrachtete materielle Punktsystem in sehr vielen Exemplaren, und jedes Exemplar in einer anderen Konfigu-

ration, so daß wir sehr viele Punkte im Konfigurationsraum erhalten. Den in je einem unendlich kleinen Raumelement befindlichen Konfigurationspunkten schreiben wir eine bestimmte Energie zu, welche sich additiv zusammensetzt aus dem von vorneherein gegebenen Wert der lokalen potentiellen Energie und einem zweiten Gliede, welches dem Quadrat des lokalen Gradienten von ψ proportional ist und welches wir als kinetische Energie deuten können. Wenn wir dann die räumliche Verteilungsdichte der Konfigurationspunkte an irgendeiner Stelle gleich dem Quadrat des absoluten Betrages von ψ setzen, das wir beliebig groß annehmen dürfen, da ja in ψ ein konstanter Faktor willkürlich ist, so stellt die mittlere Energie aller Konfigurationspunkte die Energie der Materiewelle dar. Darnach hat der absolute Wert der Wellenamplitude überhaupt keine physikalische Bedeutung. Denken wir uns ψ so normiert, daß das Quadrat des absoluten Betrages von ψ über den Konfigurationsraum integriert den Wert 1 ergibt, so können wir dies Quadrat auch kurz bezeichnen als die Wahrscheinlichkeit dafür, daß sich das materielle Punktsystem an der betreffenden Stelle des Konfigurationsraumes befindet, und haben damit einen anschaulichen Ausdruck für die gesuchte physikalische Bedeutung der Wellenfunktion ψ gefunden. —

Bei allen diesen Betrachtungen hatten wir eine bestimmte Eigenfunktion ψ und die ihr entsprechende einfach periodische Welle vorausgesetzt. Wir können aber die nämlichen Sätze auch aussprechen für den allgemeinen Fall der Superposition von Wellen mit verschiedenen Perioden. Dann ist die Wellenfunktion ψ die algebraische Summe der mit gewissen Amplitudenkonstanten multiplizierten periodischen Eigenfunktionen, und das Quadrat des absoluten Betrages von ψ bezeichnet wiederum die Wahrscheinlichkeit für die entsprechende Lage des Konfigurationspunktes.

Im allgemeinen Fall kann man natürlich nicht mehr von einer einzigen bestimmten Schwingungsperiode der Materiewellen sprechen, wohl aber selbstverständlich nach wie vor von einer bestimmten Energie, so daß hier die Quantengleichung $E = h\nu$ ihren ursprünglichen Sinn verliert und nur zur Definition einer mittleren Schwingungszahl ν führt. Dabei verdient wohl bemerkt zu werden, daß bei der Superposition einer beliebig großen Anzahl von verschiedenen Eigenwellen mit nahezu gleichen Schwingungszahlen die Wellenfunktion der resultierenden Welle zwar die Summe der

einzelnen Wellenfunktionen ist, ihre Energie aber keineswegs mit der Anzahl der Summenglieder entsprechend anwächst, sondern ihren ursprünglichen mittleren Wert stets beibehält. — Wie durch die Energie einer Schar von Eigenwellen eine mittlere Schwingungszahl, so wird durch den Impuls der Schar eine mittlere Wellenlänge definiert.

Die Amplituden und Phasen der einzelnen Eigenwellen sind von vorneherein willkürlich wählbar. Damit erschöpft sich aber die Mannigfaltigkeit der durch die Wellenmechanik darstellbaren mechanischen Vorgänge. Dieser Umstand wird bedeutungsvoll, wenn wir uns nun der oben aufgeworfenen Frage nach der wellenmechanischen Beschreibung der Bewegung eines einzelnen bestimmten materiellen Punktes zuwenden. Es zeigt sich nämlich sogleich, daß eine solche Beschreibung in exaktem Sinne überhaupt nicht möglich ist. Denn schon um die Lage des materiellen Punktes, oder, allgemeiner gesprochen, um die Lage eines bestimmten Punktes im Konfigurationsraum zu definieren, gibt es in der Wellenmechanik nur das eine Mittel, eine Schar von Eigenwellen des Gebildes so zu superponieren, daß ihre Wellenfunktionen sich überall im Konfigurationsraum durch Interferenz gegenseitig auslöschen und nur in dem betreffenden Punkt verstärken. Dann wäre nämlich die Wahrscheinlichkeit aller übrigen Konfigurationspunkte gleich Null, und nur für den ausgezeichneten Punkt wäre sie gleich Eins. Um diesen einen Punkt ganz scharf herauszuheben, würden aber unendlich kleine Wellenlängen, also unendlich große Impulse notwendig sein. Man muß daher, um wenigstens ein annähernd brauchbares Resultat erzielen zu können, statt eines scharfen Konfigurationspunktes ein endliches, wenn auch kleines Gebiet des Konfigurationsraumes, ein sogenanntes Wellenpaket, zugrunde legen, womit schon ausgedrückt ist, daß die Bestimmung der Lage eines Konfigurationspunktes nach der Wellentheorie immer mit einer gewissen Unsicherheit verbunden ist.

Wenn man aber nun weiter dem betrachteten materiellen Punktsystem außer einer bestimmten Konfiguration auch noch eine bestimmte Größe des Impulses zuschreiben will, so darf man nach dem Quantenpostulat streng genommen nur eine einzige Welle von ganz bestimmter Wellenlänge zur Darstellung verwenden, und die Beschreibung ist wiederum unmöglich. Falls aber auch in der Größe des Impulses eine gewisse kleine Unbestimmtheit gelassen wird, so ist das gewünschte Ziel unter Umständen durch Benützung von

Wellen innerhalb eines engen Frequenzbereichs wenigstens mit gewisser Annäherung zu erreichen.

Also sowohl die Lage als auch der Impuls eines materiellen Punktsystems läßt sich nach der Wellenmechanik stets nur mit einer gewissen Unsicherheit definieren, und zwar besteht zwischen diesen beiden Arten von Unsicherheit eine bestimmte Beziehung, die sich aus der einfachen Überlegung ergibt, daß die benützten Wellen, wenn sie sich außerhalb des kleinen Konfigurationsgebietes durch Interferenz gegenseitig auslöschen sollen, an den entgegengesetzten Rändern des Gebietes trotz ihrer kleinen Frequenzunterschiede doch schon merkliche Gangunterschiede aufweisen müssen. Ersetzt man den Gangunterschied nach dem Quantenpostulat durch den Impulsunterschied, so folgt der von Heisenberg formulierte Satz, daß das Produkt der Unsicherheit der Lage und der Unsicherheit des Impulses mindestens von der Größenordnung des Wirkungsquantums ist. Je schärfer die Lage des Konfigurationspunktes bestimmt ist, um so unschärfer ist der Betrag des Impulses, und umgekehrt. Die beiden Arten von Unsicherheit zeigen also in gewissem Sinne ein komplementäres Verhalten, dem aber dadurch eine Schranke gesetzt ist, daß ein Impuls sich nach der Wellenmechanik unter Umständen absolut scharf bestimmen läßt, während die Lage eines Konfigurationspunktes stets innerhalb eines endlichen Gebietes unsicher bleibt.

Diese Heisenbergsche Unsicherheitsrelation ist nun etwas für die klassische Mechanik ganz unerhörtes. Zwar daß einer jeden Messung eine Unsicherheit anhaftet, ist von jeher bekannt; aber man hatte stets angenommen, daß durch gehörige Verfeinerung der Messungsmethoden die Genauigkeit unbeschränkt erhöht werden kann. Nun soll der Messungsgenauigkeit eine prinzipielle Schranke gesetzt sein, und das merkwürdigste daran ist, daß diese Schranke sich nicht auf die einzelnen Größen: Lage oder Geschwindigkeit, bezieht, sondern auf ihre Kombination. Jede Größe für sich kann prinzipiell genommen beliebig genau gemessen werden, aber stets nur auf Kosten der Genauigkeit der anderen.

So seltsam diese Behauptung klingt, so deutlich wird sie durch verschiedene Tatsachen bestätigt. Dafür nur ein Beispiel. Die direkteste und feinste Messung der Lage eines Massenpunktes geschieht auf optischem Wege, entweder durch direktes Anvisieren mit bloßem oder bewaffnetem Auge, oder durch eine photographische Aufnahme. Dazu muß man den Punkt beleuchten. Dann wird die Ab-

bildung um so schärfer, also die Messung um so genauer ausfallen, je kürzere Lichtwellen verwendet werden. Insofern kann man die Genauigkeit beliebig weit steigern. Aber sie hat ihre Kehrseite: die Geschwindigkeitsmessung. Bei größeren Massen darf man die Einwirkung des Lichtes auf das beleuchtete Objekt vernachlässigen. Anders ist es aber, wenn man als Objekt eine sehr kleine Masse, z. B. ein einzelnes Elektron wählt. Denn jeder Lichtstrahl, der das Elektron trifft und von demselben zurückgeworfen wird, erteilt ihm einen merklichen Stoß, und zwar um so kräftiger, je kürzer die Lichtwelle ist. Daher wächst mit der Kürze der Lichtwelle zwar die Schärfe der Ortsbestimmung, aber auch in entsprechendem Verhältnis die Unschärfe der Geschwindigkeitsbestimmung. Und ebenso ist es in ähnlichen Fällen.

Im Lichte dieser Anschauung bildet die klassische Mechanik, die von unveränderlichen, scharf meßbaren mit bestimmter Geschwindigkeit bewegten Korpuskeln ausgeht, nur einen idealen Grenzfall. Derselbe ist verwirklicht, wenn das betrachtete Gebilde eine verhältnismäßig große Energie besitzt. Dann werden nämlich die diskreten Eigenwerte der Energie nahe beieinander liegen, ein verhältnismäßig schmales Energiebereich wird schon zahlreiche hohe Wellenfrequenzen, bzw. kurze Wellenlängen enthalten, und durch deren Superposition wird sich im Konfigurationsraum ein kleines Wellenpaket mit einem bestimmten Impuls verhältnismäßig scharf abgrenzen lassen. Dann geht die Wellenmechanik über in die Korpuskularmechanik, die Schrödingersche Differentialgleichung wird zur klassischen Hamilton-Jacobischen Differentialgleichung, und das Wellenpaket pflanzt sich im Konfigurationsraum nach den nämlichen Gesetzen fort, welche die Bewegung eines Systems materieller Punkte nach der klassischen Mechanik regeln. Das dauert aber im allgemeinen nur eine gewisse Zeitlang. Denn da die einzelnen Materiewellen nicht immer in der nämlichen Weise interferieren, so wird das Wellenpaket mehr oder weniger schnell auseinanderfließen, die Lage des entsprechenden Konfigurationspunktes wird immer unschärfer, und schließlich bleibt als genau definierte Größe nur die Wellenfunktion ψ übrig.

Stimmen nun alle diese Folgerungen auch mit der Erfahrung überein? Eine Prüfung dieser Frage kann wegen der Kleinheit des Wirkungsquantums nur im Rahmen der Atomphysik vorgenommen werden, und erfordert daher stets äußerst feine Hilfsmittel. Vorläufig läßt sich nur sagen, daß bis jetzt noch keine Tatsache be-

kannt geworden ist, die zu einem grundsätzlichen Zweifel an der physikalischen Bedeutung aller dieser Folgerungen Anlaß geben würde.

So hat denn auch seit der Aufstellung der Wellengleichung eine geradezu stürmische Entwicklung und Weiterbildung der Theorie eingesetzt. Es ist unmöglich, im Rahmen dieses Vortrages aller Erweiterungen und Anwendungen zu gedenken, die sie in den letzten Jahren erfahren hat. Von den ersteren will ich hier nur nennen die Einführung des sogenannten Dralls der Protonen und der Elektronen, ferner die relativistische Formulierung der Quantenmechanik, von den letzteren die Anwendung auf die Molekülprobleme und die Behandlung des sog. Mehrkörperproblems, d. h. die Anwendung auf ein Gebilde mit mehreren oder vielen ganz gleichartigen Massenzentren, wobei besonders Fragen statistischer Art auftreten, die sich auf die Zahl der in einem abgeschlossenen Gebilde von gegebener Energie möglichen verschiedenen Zustände beziehen, und die auch für die Berechnung der Entropie des Gebildes von Bedeutung sind.

Endlich muß ich es mir auch versagen, hier speziell auf die Physik der Lichtquanten einzugehen, welche in gewissem Sinne die gerade entgegengesetzte Entwicklung erfahren hat wie die Physik der Massenzentren. Denn auf diesem Gebiete herrschte ursprünglich, in der klassischen Physik, die Maxwell'sche Theorie der elektromagnetischen Wellen, und erst später stellte sich heraus, daß die Annahme von diskreten Lichtpartikeln nicht zu entbehren ist, daß man also die elektromagnetischen Wellen, ebenso wie die Materiewellen, als Wahrscheinlichkeitswellen zu deuten hat.

Es gibt wohl keinen eindrucksvolleren Beweis für die Tatsache, daß eine reine Wellentheorie ebensowenig die Forderungen der neuen Physik zu befriedigen vermag wie eine reine Korpuskulartheorie. Beide Theorien stellen vielmehr extreme Grenzfälle dar. Während die in der klassischen Mechanik maßgebende Korpuskulartheorie zwar der Konfiguration des Gebildes gerecht wird, aber bei der Bestimmung der Eigenwerte seiner Energie und seines Impulses versagt, vermag umgekehrt die für die klassische Elektrodynamik charakteristische Wellentheorie zwar Energie und Impuls darzustellen, steht aber dem Begriff einer Lokalisation der Lichtpartikeln fremd gegenüber. Den allgemeinen Fall stellt das Zwischenge-

biet dar, in welchem beiden Theorien eine praktisch gleichwertige Rolle zukommt, und dem man sich entweder von der einen oder von der andern Seite her, vorläufig immer nur um ein kleines Stück, nähern kann. Hier harren noch manche dunkle Fragen der Aufklärung, und es bleibt abzuwarten, welche der verschiedenen zu ihrer Lösung eingeschlagenen Methoden: die ursprünglich von Heisenberg, Born und Jordan ersonnene Matrizenrechnung, oder die von De Broglie und Schrödinger aufgestellte Wellentheorie, oder die von Dirac eingeführte Mathematik der q -Zahlen, am besten zum Ziele führen wird.

V.

Wenn wir versuchen, aus den vorstehenden Schilderungen ein zusammenfassendes Resultat und damit einen Überblick über die charakteristischen Merkmale des neuen Weltbildes zu gewinnen, so wird unser erster Eindruck sicherlich noch ein recht unbefriedigender sein. Vor allem muß es befremden, daß man in der Wellenmechanik, welche sich doch in einen ausgesprochenen Gegensatz zur klassischen Mechanik stellt, von vorneherein Begriffe benützt, die aus der klassischen Korpuskulartheorie ohne weiteres übernommen sind, so den Begriff der Koordinaten und der Impulse eines materiellen Punktes, sowie den der kinetischen und der potentiellen Energie eines Punktsystems; während es sich hinterher herausstellt, daß es gar nicht möglich ist, Lage und Impuls eines Punktes gleichzeitig genau zu bestimmen. Und doch sind diese Begriffe für die Wellenmechanik durchaus notwendig; denn ohne sie ließe sich der Konfigurationsraum und seine Maßbestimmung überhaupt nicht definieren.

Eine andere Schwierigkeit für das Verständnis der Wellentheorie scheint darin zu liegen, daß die Materiewellen sicherlich nicht dieselbe Art von Anschaulichkeit besitzen wie etwa die akustischen oder die elektromagnetischen Wellen, weil sie ja nicht im gewöhnlichen Raum, sondern im Konfigurationsraum verlaufen, und weil ihre Schwingungsperiode abhängig ist von der Wahl des physikalischen Gebildes, zu dem sie gehören. Je ausgedehnter das Gebilde angenommen wird, um so größer wird seine Energie und mit ihr die Schwingungsfrequenz ausfallen.

Derartige Bedenken sind gewiß nicht leicht zu nehmen. Indessen sie werden sich doch beschwichtigen lassen, wenn nur der Inhalt der neuen Theorie erstens keine inneren Widersprüche aufweist und zweitens in seinen Anwendungen eindeutige und für Messungen bedeutungsvolle Resultate ergibt. Aber selbst darüber, ob und wie weit diese Forderung bei der Quantenmechanik erfüllt wird, gehen die Meinungen gegenwärtig noch einigermaßen auseinander. Daher sei es mir gestattet, auf diesen fundamentalen Punkt noch etwas näher einzugehen.

Es ist häufig mit besonderer Betonung darauf hingewiesen worden, daß die Quantenmechanik es nur mit prinzipiell beobachtbaren Größen und nur mit physikalisch sinnvollen Fragen zu tun hat. Das ist gewiß zutreffend, es darf aber nicht speziell der Quantentheorie von vorneherein als ein besonderer Vorzug gegenüber anderen Theorien angerechnet werden. Denn die Entscheidung darüber, ob eine physikalische Größe prinzipiell beobachtbar ist, oder ob eine gewisse Frage einen physikalischen Sinn hat, läßt sich niemals a priori, sondern immer erst vom Standpunkt einer bestimmten Theorie aus treffen. Der Unterschied der verschiedenen Theorien liegt eben darin, daß nach der einen Theorie eine gewisse Größe beobachtbar, eine gewisse Frage physikalisch sinnvoll ist, nach der andern nicht. So ist die absolute Geschwindigkeit der Erde nach der Fresnel-Lorentz'schen Theorie des ruhenden Licht-Äthers prinzipiell beobachtbar, nach der Relativitätstheorie nicht, oder die absolute Beschleunigung eines Körpers ist nach der Newton'schen Mechanik prinzipiell beobachtbar, nach der relativistischen Mechanik nicht. Ebenso war das Problem der Konstruktion eines perpetuum mobile vor der Einführung des Prinzips der Erhaltung der Energie physikalisch sinnvoll, nachher aber nicht mehr. Die Entscheidung zwischen diesen Gegensätzen liegt nicht bei der Natur der Theorien an sich, sondern bei der Erfahrung. Daher genügt es zur Charakterisierung der Überlegenheit der Quantenmechanik gegenüber der klassischen Mechanik nicht, zu sagen, daß sie nur von prinzipiell beobachtbaren Größen handelt — das tut die klassische Mechanik in ihrem Sinne auch — sondern man muß die speziellen Größen bezeichnen, die nach ihr prinzipiell beobachtbar, beziehungsweise nicht beobachtbar sind, und dann den Nachweis führen, daß die Erfahrung damit übereinstimmt.

Dieser Nachweis ist nun in der Tat, z. B. bezüglich der oben be-

sprochenen Heisenbergschen Unsicherheitsrelation, geführt worden, so weit das bis jetzt möglich scheint, und kann als Begründung für den Vorrang der Wellenmechanik angesehen werden.

Trotz dieser augenscheinlichen Erfolge hat die für die Quantenphysik charakteristische Unsicherheitsrelation dennoch in weiteren Kreisen Bedenken erregt, offenbar weil durch sie die Definition von Größen, mit denen man fortwährend rechnet, in gewissem Sinne als prinzipiell ungenau hingestellt wird. Und das Unbehagen wird noch erheblich dadurch gesteigert, daß, wie wir oben sahen, in die Interpretation der quantenmechanischen Gleichungen der Wahrscheinlichkeitsbegriff eingeführt worden ist. Denn hiermit scheint die Forderung der strengen Kausalität aufgegeben zu werden zugunsten eines gewissen Indeterminismus. Es gibt in der Tat gegenwärtig hervorragende Physiker, welche geneigt sind, im Hinblick auf den Zwang der Verhältnisse das Prinzip der strengen Kausalität im physikalischen Weltbild zu opfern.

Wenn ein solcher Schritt sich wirklich als notwendig erweisen sollte, so wäre damit das Ziel der physikalischen Forschung um ein Erhebliches zurückgesteckt und damit ein Nachteil in Kauf genommen, dessen Bedeutung nicht schwer genug eingeschätzt werden kann. Denn der Determinismus ist, falls man überhaupt die Wahl hat, nach meiner Meinung unter allen Umständen dem Indeterminismus vorzuziehen, einfach aus dem Grunde, weil eine bestimmte Antwort auf eine Frage immer wertvoller ist als eine unbestimmte.

So weit ich sehe, liegt aber einstweilen gar keine Veranlassung vor, diesen Akt der Resignation zu vollziehen. Denn es bleibt stets die Möglichkeit offen, die Ursache für die Unmöglichkeit, eine bestimmte Antwort zu geben, nicht in der Beschaffenheit der Theorie, sondern in der Beschaffenheit der gestellten Frage zu sehen. Auf eine physikalisch unzureichend formulierte Frage kann auch die vollkommenste physikalische Theorie keine bestimmte Antwort erteilen. Das ist eine schon im Rahmen der klassischen Statistik allbekannte und vielfach erörterte Wahrheit. Wenn z. B. bei zwei sich in einer Ebene stoßenden elastischen Kugeln sowohl die Geschwindigkeiten der Kugeln vor dem Stoß als auch die Gesetze des Stoßes bis in alle Einzelheiten bekannt sind, so vermag man dennoch nicht die Geschwindigkeiten nach dem Stoß anzugeben. In der Tat stehen

für die Berechnung der 4 unbekannten Geschwindigkeitskomponenten der beiden Kugeln nach dem Stoß nur die 3 Gleichungen der Erhaltung der Energie und der beiden Impulskomponenten zur Verfügung. Aber wir sagen nicht, daß bei dem Stoßvorgang keine Kausalität besteht, sondern wir sagen, daß zur vollständigen Determinierung noch wesentliche Daten fehlen.

Um nun diese Überlegung auch auf die vorliegenden Probleme der Quantenphysik anwenden zu können, müssen wir uns jetzt zum Schlusse wieder den in der Einleitung behandelten Gedankengängen zuwenden.

Wenn es wirklich wahr ist, daß die Struktur des physikalischen Weltbildes in ihren fortwährenden Wandlungen immer weiter von der Sinnenwelt abrückt und sich in entsprechendem Maße der realen prinzipiell unerkennbaren Welt immer mehr annähert, so ist selbstverständlich, daß das Weltbild in fortschreitendem Maße von allen anthropomorphen Elementen gesäubert werden muß. Es ist also gänzlich ausgeschlossen, in das physikalische Weltbild Begriffe aufzunehmen, die irgendwie mit der Kunst menschlicher Meßtechnik zusammenhängen. Das geschieht aber auch bei der Heisenbergschen Unsicherheitsrelation in keiner Weise. Denn diese entspringt ohne weiteres der Überlegung, daß die Elemente des neuen Weltbildes nicht die materiellen Korpuskeln, sondern die einfach periodischen, dem betrachteten physikalischen Gebilde entsprechenden Materiewellen sind, zufolge des mathematischen Satzes, daß es nicht möglich ist, durch Superposition einfach periodischer Wellen von endlicher Länge einen bestimmten Punkt mit einem bestimmten Impuls zu definieren. Mit Messungen hat dieser Satz gar nichts zu tun. Und die Materiewellen ihrerseits sind durch das dem behandelten Falle entsprechende mathematische Randwertproblem eindeutig bestimmt. Von Indeterminismus ist dabei keine Rede.

Eine andere Frage aber ist die nach den Beziehungen der Materiewellen zur Sinnenwelt, die uns ja erst die Bekanntschaft mit den physikalischen Vorgängen vermittelt. Denn von einem nach außen vollkommen abgeschlossenen Gebilde würden wir überhaupt nie etwas erfahren können.

Diese Frage scheint auf den ersten Blick gar nicht vollständig in das Gebiet der Physik zu gehören, da sie zum Teil in die Physiologie

und sogar in die Psychologie hinübergreift. Indessen erwächst aus diesem Bedenken keine prinzipielle Schwierigkeit. Denn man kann die menschlichen Sinnesorgane stets ersetzt denken durch passend konstruierte physikalische Meßgeräte, selbstregistrierende Apparate, wie z. B. eine lichtempfindliche Platte, welche die aus der Umgebung stammenden Eindrücke festhalten und dadurch Kunde von den Vorgängen in der Umgebung liefern. Wenn wir solche Meßgeräte mit in das zu betrachtende physikalische Gebilde einbeziehen, unter Fernhaltung aller sonstigen Einflüsse, so haben wir ein nach außen abgeschlossenes physikalisches Gebilde, von dem wir durch Messungen etwas erfahren können, allerdings nur bei Mitberücksichtigung der Struktur der Meßgeräte und der Rückwirkungen, welche sie ihrerseits möglicherweise auf die zu messenden Vorgänge ausüben.

Wenn wir nun ein Meßgerät besäßen, das auf eine einfach periodische Materiewelle ebenso reagiert wie etwa ein akustischer Resonator auf eine Schallwelle, dann könnten wir die Materiewellen einzeln messen und dadurch den ganzen Wellenvorgang analysieren. Das ist nun freilich nicht der Fall, vielmehr gestatten die Angaben der Meßgeräte, z. B. die Schwärzung einer photographischen Platte, keinen eindeutigen Schluß auf alle Einzelheiten des zu untersuchenden Vorganges. Aber deshalb dürfen wir doch nicht behaupten, daß die Gesetze der Materiewellen indeterminiert seien.

Eine direktere Begründung für die Annahme eines Indeterminismus könnte gesucht werden in dem Umstand, daß nach der Wellenmechanik die Vorgänge in einem nach außen abgeschlossenen System materieller Punkte keineswegs determiniert sind durch den Anfangszustand des Systems, d. h. durch die Anfangskonfiguration und den Anfangsimpuls, ja nicht einmal annähernd determiniert; denn das Wellenpaket, welches dem Anfangszustand entspricht, wird im allgemeinen mit der Zeit auseinanderfließen und sich in einzelne Wahrscheinlichkeitswellen auflösen.

Aber eine nähere Betrachtung lehrt, daß hier der Indeterminismus nur durch die Art der Fragestellung herbeigeführt wird. Diese ist der Korpuskularmechanik entnommen, in welcher tatsächlich der Anfangszustand den Vorgang für alle Zeiten eindeutig festlegt; sie paßt aber nicht in die Wellenmechanik, schon deshalb, weil ihr wegen der Unsicherheitsrelation eine prinzipielle Ungenauigkeit von endlichem Betrage anhaftet.

Dagegen ist auch in der klassischen Mechanik schon seit Leibniz eine andere Fragestellung bekannt, welche dort ebenfalls zu einer bestimmten Antwort führt. Ein Vorgang ist nämlich auch dann vollkommen determiniert, und zwar für alle Zeiten, wenn außer der Konfiguration in einem bestimmten Zeitpunkt nicht der Impuls, sondern die Konfiguration des nämlichen Systems in einem anderen Zeitpunkt gegeben ist. Zur Berechnung des Vorganges dient dann ein Variationsprinzip, das Prinzip der kleinsten Wirkung. So sind in dem früher angeführten Beispiel des ebenen elastischen Stoßes zweier Kugeln bei gegebener Anfangslage und Endlage der Kugeln und gegebener Zwischenzeit die 3 Unbekannten, nämlich die beiden Ortskoordinaten und der Zeitpunkt des Zusammenstoßes, durch die 3 Erhaltungsgleichungen vollkommen bestimmt.

Diese veränderte Formulierung des Problems ist, im Gegensatz zu der vorigen, unmittelbar auch auf die Wellenmechanik übertragbar. Freilich läßt sich, wie wir sahen, auch eine bestimmte Konfiguration durch die Wellentheorie niemals vollkommen genau definieren, aber man kann die Unsicherheit doch prinzipiell unter jede gewünschte Grenze herabdrücken und dadurch den Vorgang bis zu jedem beliebigen Genauigkeitsgrade determinieren. Und was das Auseinanderfließen der Wellenpakete betrifft, so ist dasselbe keineswegs ein Beweis für einen Indeterminismus. Denn ein Wellenpaket kann ebensogut auch zusammenfließen. Das Vorzeichen der Zeit spielt ja in der Wellentheorie ebensowenig eine Rolle wie in der Korpuskulartheorie. Jeder Bewegungsvorgang kann auch in genau umgekehrter Richtung verlaufen.

Natürlich existiert bei der angegebenen Formulierung des Problems ein bestimmtes Wellenpaket im allgemeinen nur in den beiden herausgegriffenen Zeitpunkten. In der Zwischenzeit, wie auch in früheren oder späteren Zeiten, werden die einzelnen Elementarwellen sich gesondert verhalten. Aber mag man sie nun als Materiewellen oder als Wahrscheinlichkeitswellen bezeichnen, sie werden in jedem Fall vollständig determiniert sein. Auf diese Weise erklärt sich auch die scheinbar paradoxe Behauptung, daß, wenn ein physikalisches Gebilde durch einen ganz bestimmten Vorgang aus einer bestimmten Konfiguration während einer bestimmten Zeit in eine bestimmte andere Konfiguration übergeht, die Frage nach der Konfiguration in der Zwischenzeit im allgemeinen gar keinen physika-

lischen Sinn hat; ebenso wie es nach dieser Auffassung auch keinen Sinn hat, nach der Bahn eines Lichtquants zu fragen, welches von einer punktförmigen Lichtquelle emittiert und an einer bestimmten Stelle eines Beobachtungsschirms absorbiert worden ist.

Allerdings muß hervorgehoben werden, daß bei dieser Art der Betrachtung der Sinn des Determinismus ein etwas anderer ist als der früher in der klassischen Physik übliche. Denn dort war die Konfiguration determiniert, hier in der Quantenphysik aber sind es die Materiewellen, welche determiniert sind. Der Unterschied ist deshalb von Bedeutung, weil die Konfiguration mit der Sinnenwelt viel unmittelbarer zusammenhängt als die Materiewellen. Insofern erscheinen in der neuen Physik die Beziehungen des physikalischen Weltbildes zur Sinnenwelt um ein erhebliches gelockert.

Das ist gewiß ein Nachteil; aber er wird in Kauf genommen werden müssen, um den Determinismus des Weltbildes zu wahren. Überdies scheint dieser Schritt ganz in der Richtung des schon wiederholt als charakteristisch hervorgehobenen Zuges in der tatsächlichen Entwicklung der Wissenschaft zu liegen, daß die Struktur des physikalischen Weltbildes sich bei seiner fortschreitenden Vervollkommnung in zunehmendem Maße von der Sinnenwelt entfernt und immer abstraktere Formen annimmt. Ja vom Standpunkt des Relativitätsprinzips scheint eine solche Auffassung sogar direkt geboten; denn da nach diesem Prinzip die Zeit keine Vorzugsstellung vor dem Raum besitzt, so folgt mit Notwendigkeit, daß, wenn zur kausalen Beschreibung eines physikalischen Vorganges die Betrachtung eines endlichen Raumgebiets erforderlich ist, ebensowohl auch ein endliches Zeitintervall dazu herangezogen werden muß.

Aber vielleicht ist auch die hier vorgeschlagene Fragestellung noch zu einseitig, zu anthropomorph gefärbt, um zu einem befriedigenden Aufbau des neuen physikalischen Weltbildes verwendet werden zu können, und man muß nach einer anderen suchen. In jedem Falle werden hier noch manche verwickelte Probleme zu lösen, manche dunkle Punkte aufzuklären sein. —

Angesichts dieser eigentümlich schwierigen Lage, in welche gegenwärtig die theoretisch-physikalische Forschung geraten ist, läßt sich gewiß ein Gefühl des Zweifels nicht ohne weiteres abweisen, ob die Theorie mit ihren radikalen eingeführten Neuerungen sich wirklich auf dem richtigen Wege befindet. Die Entscheidung dieser ver-

hängnisvollen Frage hängt einzig und allein davon ab, ob bei der unablässig fortschreitenden Weiterarbeit am physikalischen Weltbild der notwendige Kontakt desselben mit der Sinnenwelt hinlänglich gewahrt bleibt. Ohne diesen Kontakt wäre auch das formvollendetste Weltbild nichts als eine Seifenblase, die beim ersten Windstoß zerplatzen kann.

Glücklicherweise können wir wenigstens heute in dieser Beziehung völlig beruhigt sein. Ja, wir dürfen ohne Übertreibung behaupten, daß in der Geschichte der Physik zu keiner Zeit die Theorie so eng mit der Erfahrung Hand in Hand ging wie in der Gegenwart. Die experimentellen Tatsachen sind es ja gerade, welche die klassische Theorie wankend gemacht und zu Falle gebracht haben. Jede neue Idee, jeder neue Schritt ist der vorwärts tastenden Forschung durch Messungsergebnisse nahegelegt oder sogar aufgezwungen worden. Wie an der Schwelle der Relativitätstheorie der optische Interferenzversuch von *Michelson*, so standen an der Schwelle der Quantentheorie die Messungen von *Lummer* und *Pringsheim*, von *Rubens* und *Kurlbaum* über die spektrale Energieverteilung, die von *Lenard* über die photoelektrische Wirkung, die von *Franck* und *Hertz* über den Elektronenstoß. Es würde zu weit führen, wenn ich hier aller der zahlreichen, teilweise völlig überraschenden Versuchsergebnisse gedenken würde, welche die Theorie immer weiter vom klassischen Standpunkt fortgedrängt und in ganz bestimmte Bahnen gewiesen haben.

Wir können nur wünschen und hoffen, daß in diesem einhelligen Zusammenarbeiten, an dem sich alle Länder der Erde in friedlichem Wettstreit beteiligen, niemals ein Wandel eintritt. Denn in der steten Wechselwirkung zwischen experimenteller und theoretischer Forschung, die immer zugleich Antrieb und Kontrolle ist, wird auch in Zukunft die sicherste, die einzige Gewähr liegen für den gedeihlichen Fortschritt der physikalischen Wissenschaft.

Wohin wird er uns einmal führen? Ich habe schon in meinen einleitenden Worten Gelegenheit gehabt, zu betonen, daß das Doppelziel der Forschung: einerseits die vollkommene Beherrschung der Sinnenwelt, andererseits die vollständige Erkenntnis der realen Welt, in Wirklichkeit grundsätzlich unerreichbar bleiben wird. Aber nichts wäre verkehrter, als diesen Umstand zum Anlaß einer Entmutigung zu nehmen. Dafür besitzen wir schon gar zu viele greifbare Erfolge praktischer und theoretischer Art — Erfolge, die sich

täglich mehren. Und vielleicht haben wir sogar allen Grund, die Endlosigkeit dieses steten Ringens um die aus unnahbarer Höhe winkende Palme als einen besonderen Segen für den forschenden Menschegeist zu betrachten. Denn sie sorgt unablässig dafür, daß ihm seine beiden edelsten Antriebe erhalten bleiben und immer wieder von neuem angefacht werden: die Begeisterung und die Ehrfurcht.

DE ONTWIKKELING DER WARMTELEER DOOR MIDDEL VAN HOOGE DRUKKEN ¹⁾

door A. M. J. F. MICHELS

Zeer geachte toehoorderessen en toehoorders!

Een zeer groote verantwoordelijkheid rust op mij, nu ik in Amsterdam belast ben met het geven van de lessen in de warmteleer voor de aanstaande physici. Immers, het leervak dat Gij, Bestuurderen van deze Hoogeschool en van deze Stad mij gaat toevertrouwen is een deel der Natuurkunde, dat in ons land en meer speciaal aan deze Universiteit zijn groote triumpfen heeft gevierd. Het was het gebied, waarop in Amsterdam Van der Waals en Bakhuis Roozeboom, in Leiden Lorentz, Kamerlingh Onnes, Schreinemakers en Kuenen geheel en al de leiding hadden bij de ontwikkeling.

Wanneer wij alleen reeds op grond van de praestatie van deze geleerden met recht trotsch kunnen zijn op hetgeen Nederland heeft bijgedragen tot den opbouw der thermodynamica, zoo legt ons de door hen nagelaten wetenschap een tweevoudige verplichting op.

Vooreerst mogen wij het door hen bijeengebrachte niet als een doode stof begraven, doch moeten het den aankomenden physici overdragen als één van de schoonste veroveringen op de natuur, maar ten tweede moeten wij naar beste kunnen medearbeiden aan hare vernieuwing en uitbreiding.

Zeër terecht heeft in de laatste jaren de toepassing der quantentheorie op het gebied der stralingsverschijnselen in het middelpunt der belangstelling gestaan, waarbij de schoone ontdekking van Z e e m a n zulk een belangrijk hulpmiddel is gebleken.

In den laatsten tijd echter ontstaat een streven in tweevoudige richting.

In de eerste plaats brengt ons de quantenstatistiek tot een an-

1) Rede bij de aanvaarding van het lectoraat aan de Universiteit van Amsterdam, 30 Mei 1929.

dere beschouwing omtrent den aard der kinetische grootheden, terwijl een tweede centrum van intensieven arbeid zich concentreert om de vaste stof, in het algemeen zich bezig houdt met het onderzoek aangaande de krachtvelden tusschen de atomen, ionen en moleculen onderling, wanneer zij op korten afstand van elkaar worden gebracht.

Uit het groote gebied, dat op het oogenblik de moderne warmteleer zich als onderzoekingsveld ziet aangewezen, wil ik voor U een tweetal onderwerpen hier in dit uur meer speciaal ontwikkelen.

Deze twee onderwerpen zijn gekozen ieder uit één der twee gebieden van de warmteleer.

Het lijkt mij dat deze voorbeelden aantonen, hoe het onderzoek bij zeer hoogen druk een fundamenteel hulpmiddel is, ons aangewezen door de allernieuwste ontwikkeling der natuurkunde.

De beide, zoo juist genoemde deelen der warmteleer zijn de volgende:

Het eerste gebied behandelt datgene wat wij gewoonlijk samenvatten onder den naam van toestandsvergelijking. Het beperkt zich tot het zoeken naar het functioneel verband tusschen de variabelen, welke den toestand van een stof of een systeem van stoffen bepalen. Hier kunnen wij dus bijv. voor een enkelvoudige stof een antwoord verlangen op de vraag, hoe de druk afhankelijk is van volume en temperatuur; bij mengsels wat het verband is tusschen druk, volume, temperatuur en concentratie.

Tot dit gebied behooren natuurlijk ook de vraagstukken over dampspanning, uitzettingscoëfficiënten, compressibiliteit en viscositeit. Deze grootheden plegen wij de thermische te noemen. Aan dit gebied zijn de namen van Van der Waals, Kamerlingh Onnes en Kuenen naast die van Clausius en Maxwell onafscheidelijk verbonden.

Het tweede gebied is dat der calorische grootheden, waarbij warmtehoeveelheden een rol spelen. Hiertoe behooren de soortelijke warmten, de latente-, verdampings-, smelt- en sublimatiewarmten, de oplossingswarmte, het Joule-Kelvin-effect, enz.

Aan de thermodynamica blijft de rol toebedeeld het verband te leggen tusschen deze beide soorten van grootheden, de thermische en de calorische. Reeds in één der bekendste schrijfwijzen van de eerste Hoofdwet der thermodynamica vindt U een voorbeeld:

$$d\eta = \frac{c_v}{T} dT + \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dv$$

waarin η de entropie en c_v de soortelijke warmte van calorischen aard zijn, terwijl $\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v$, de spanningscoëfficiënt, een thermische grootheid is.

Doch behalve deze meer beperkte toepassing op de warmteleer, heeft de thermodynamica een algemeen karakter. Hare wetten bezitten eene algemeene geldigheid op ieder gebied der natuurkunde. Iedere hypothese welke leidt tot een conclusie strijdig met de thermodynamica moet valsch zijn.

Bij het onderwerp, welk ik van het thermische gedeelte meer speciaal wil behandelen, zal ik tevens laten zien, hoe de oude opvattingen van Van der Waals zich geleidelijk ontwikkeld hebben tot hunne moderne gedaante, hoe Van der Waals met zijn groot genie reeds heeft aangevoeld, waar de toenmalige stand der natuurkunde hem beperkingen moest opleggen.

Gaan we na hoe het Van der Waals is gelukt met één slag zulk een sprong vooruit te doen op het gebied der toestandsvergelijking en ons een betrekking te geven zoowel voor de vloeistof- als voor den gastoestand, dan zien we hoe in den tijd, dat hij zijn onderzoek begon, de voorbereidende werkzaamheden reeds beëindigd waren.

Vóór Robert Mayer, Helmholtz, Maxwell en Clausius sprak men wel over warmte zonder een inzicht over het wezen ervan te hebben. Pas hen gelukte het, scherp te omschrijven, wat men onder warmte moet verstaan en hierna lag de stof gereed voor een opbouw van de theorie der toestandsvergelijking, Van der Waals zou het terrein ontginnen.

Scherp omlijnd, kon Van der Waals gebruik maken van de volgende onderstellingen:

1. bij iedere temperatuur bezitten de moleculen van een stof een snelle beweging. Zijn zij niet aan een plaats gebonden, zooals in vloeistoffen en in gassen, dan zullen zij tegen elkander botsen en wel volkomen elastisch, anders zou geleidelijk de temperatuur van een adiabatisch afgesloten systeem dalen.

2. tusschen de moleculen treedt bij vloeistoffen en vaste stoffen

een attractie op, anders toch waren de verschijnselen als cohaesie en adhaesie niet te verklaren.

De groote greep van Van der Waals is geweest, dat hij een continuïteit poneerde tusschen de vloeistof- en de gasphase, dus de attractiekrachten ook in de gasphase invoerde en die van hetzelfde karakter veronderstelde als in den vloeistoftoestand. Tevens nam hij als eerste benadering aan, dat de moleculen als volkomen harde vaste bollen mochten worden gedacht.

Van welk karakter deze attractie was, welke gedaante de moleculen bezitten, bleef echter onbekend en scherp zag Van der Waals in, dat dit voorloopig in iedere theorie een onbekende factor moest blijven. Hij kon dan ook niet anders doen, dan hierover een veronderstelling maken, waarbij hij zichzelf volkomen er van bewust was, dat het slechts een zeer ruwe benadering bleef. Nooit heeft hijzelf gedacht, dat moleculen werkelijk ronde, harde bollen waren. Doch wel bewust, dat men hierover voorloopig geen inzicht zou krijgen, stelde hij zich met de benadering tevreden, overtuigd dat de wetenschap nu eenmaal tastend vooruit moet gaan.

Deze benaderde theorie van Van der Waals is de wegwijzer geweest voor de verdere ontwikkeling van het onderzoek.

Tot een uitbreiding op de vaste stoffen kon Van der Waals niet gaan, omdat, gezien de toenmalige stand van de wetenschap, de moeilijkheden nog te groot waren. Hier is de onderlinge wisselwerking tusschen de samenstellende deelen zoo groot, dat zij de voornaamste rol speelt en zelfs de onderlinge plaats der kleinste deeltjes (zij het dan moleculen, ionen of atomen) vast legt en slechts een soort vibratie schijnt toe te staan. Zoolang er over het karakter dier wisselwerking niets naders bekend was, moest een theorie achterwege blijven.

Thans staan we er ongetwijfeld een stuk gunstiger voor.

Toen de ontwikkeling der elektronentheorie ons eenmaal had geleerd, welk een groote rol elektrische krachten spelen in de microstructuur der materie, poogde men ook de onderlinge attractie der moleculen in ieder van de drie aggregaatstoestanden tot elektrische werkingen terug te brengen. Voor de vloeistofphase gaf dat o.a. aanleiding tot de dipool theorie van Debye en Keesom, voor de vaste stoffen tot de theorie der roosterkrachten van Born, die zich aansloot bij de ontdekking van de roosterstructuur door Laue en Bragg, en de kristaltheorie van Debye.

Ondanks deze pogingen staan wij hier echter nog slechts aan een begin, omdat de experimenteele bevestiging van de theorie groote moeilijkheden oplevert, doordat de onderzoeksobjecten niet de door de theorie geëischte ideale structuur bezitten.

Een voorbeeld moge dit duidelijk maken.

Uit de Röntgenanalyse weten we, dat een *NaCl* kristal is opgebouwd uit een periodieke aaneenschakeling van positief geladen natrium en negatief geladen chloor ionen in kubische oriëntering. De analyse levert ons den afstand der ionen, waarvan ons de lading bekend is. Een eenvoudige berekening moet het ons dan mogelijk maken na te gaan met welke kracht twee op één volgende lagen elkander aantrekken. Hier levert de theorie ongeveer 200 kg per mm². Deze kracht zou dus moeten worden aangewend om een kristal in den vorm van een staafje met een doorsnede van 1 mm² uit één te trekken. Het experiment leverde echter hier een bedrag van slechts ongeveer $\frac{1}{2}$ kg.

Natuurlijk heeft het niet aan pogingen ontbroken om dit verschil in uitspraak tusschen experiment en theorie te verklaren. Over den aard der afwijkingen van de werkelijke onderzoeksobjecten met de door de theorie verlangde, loopen de meeningen nog zeer uiteen. Als de meest bekende noem ik de theorie der ruimtelijke defecten van S m e k a l, welke gesteund schijnt te worden door de jongste onderzoekingen van T r a u b e en die der oppervlakte defecten van de Russische School onder J o f f é. Deze laatste theorie steunt op het feit, dat na een onderdompeling van het *NaCl* kristal in een oplossing, de door B o r n geëischte waarde sterk benaderd wordt.

Is het zoo gesteld met kristallen van ionenroosters, dan kan men natuurlijk verwachten nog mindere zekerheid te vinden bij stoffen zooals de metalen, waarvan men nog niet weet, van welke soort de krachten zijn die het rooster zijn sterkte verleenen. In analogie met de ionenroosters denkt men hier wel aan een ionen-electronen rooster. Dit is slechts één der vele onderstellingen, welke den laatsten tijd zijn geopperd. De tijd verbiedt mij echter hierop dieper in te gaan.

Het woord is thans aan het experiment om licht te verschaffen. Vooreerst en vooral moet een klaarder inzicht gebracht worden aangaande den aard der intramoleculaire krachten.

Eén der mooiste methoden hiervoor is door S t e r n en zijn

medewerkers aangegeven in hun publicaties over de molecuulstralen. Numerieke resultaten over de attractiekrachten zijn echter nog niet bekend.

Een tweede voor ons openstaande weg, welke tevens het voordeel heeft, dat zij de krachten zou kunnen bepalen van de moleculen, terwijl zij in het normale onderlinge verband zijn, is de volgende:

Oefen op een stof of een stelsel van stoffen een mechanische kracht uit, welke van dezelfde orde van grootte is als de vermoedelijke grootte der intramoleculaire krachten en ga na, hoe zich hierdoor de eigenschappen der stoffen veranderen. Liefst zij deze uitgeoefende kracht een alzijdig homogene, dus een hydrostatische druk.

Waar nu intramoleculaire krachten naar alle waarschijnlijkheid van electrischen aard zijn, mag de te onderzoeken eigenschap zich niet beperken tot de geometrische afmeting. Zeker zal het noodig zijn de compressibiliteit na te gaan, doch ook grootheden van electrischen en magnetischen, alsmede van electro-magnetischen aard, moeten aan een onderzoek worden onderworpen.

Wat nu de grootte der aan te wenden drukken betreft, deze wordt bepaald door de grootte van de vermoedelijk aanwezige krachten. Aangewende en aanwezige kracht moeten steeds minstens onderling vergelijkbaar zijn.

Ik vermeldde al eerder, dat Born voor keukenzout 200 kg per mm^2 berekende, dit komt dus op ongeveer 20.000 atm. Moeten wij aan een metaal een ionen-electronen rooster toeschrijven, dan verkrijgen wij nog hogere waarden. U ziet dus dat deze getallen ons wijzen op de noodzakelijkheid van een speciaal daartoe in te richten hoagedruk laboratorium.

Voorloopig zal men zich moeten vergenoegen met drukken, die niet groot tegenover de kristalkrachten zijn. Het effect wat men dus meten wil, zal dan gering zijn, zoodat men alleen door middel van precisie metingen zijn doel bereiken kan.

Wij zien dus hoe de vraagstukken omtrent de moleculaire velden, welke Van der Waals onopgelost moest laten bij de opstelling van zijn toestandsvergelijking, thans in verband met de moderne opvattingen omtrent de microstructuur der materie en den bouw der vaste stoffen, wederom in het middelpunt der belangstelling zijn gekomen, eveneens hoe men door het aanwenden van hydrostatische krachten van dezelfde orde als de krachten der mole-

culaire velden zelve, de oplossing zeker een groot stuk verder zal kunnen brengen.

Zonder dit precisieonderzoek bij hoogen druk lijkt mij een verificatie der gestelde hypothesen of het verkrijgen van juiste data omtrent de moleculaire velden, zooals zij in de materie bij hoogere dichtheid aanwezig zijn, uitgesloten.

Thans wil ik nog laten zien hoe ook het tweede gedeelte der warmteleer, dat n.l. hetwelk zich met de bestudeering der calorische grootheden bemoeit, zij het om geheel andere motieven, wederom van het grootste belang is geworden. Hier zijn het de moderne quantentheorie en speciaal de quantenstatistieken, die ons dwingen den invloed op de calorische grootheden bij grootere dichtheden na te gaan, weer dus om een onderzoek in te stellen bij zeer hoogen druk.

Waar aan den eenen kant bijna alle op grond van de quantenstatistieken opgestelde theoretische formules voor de calorische grootheden een afhankelijkheid van de dichtheid verlangen, van een geheel anderen vorm dan de klassieke theorie die afleidt, en aan den anderen kant alle experimenteele gegevens voor hoogere dichtheden ten eenenmale ontbreken, staat hier nog een geheel nieuw veld ter bestudeering open.

Men moet hierbij bedenken, dat voor de lagere dichtheden de theoretische formules zich aansluiten bij de vroegere klassieke, zoodat wij tot zeer hooge dichtheden moeten doordringen. Natuurlijk moet men ook hier de grootst mogelijke nauwkeurigheid trachten te bereiken, vooral omdat de voorloopig beschikbare drukken zelfs met het beste instrumentarium, vergeleken bij de drukken waar de theoretische afwijkingen aanzienlijk worden, nog hoogstens middel-hooge drukken genoemd mogen worden.

Het spijt mij zeer dat ik van een eenigermate voldoende uiteenzetting van de belangrijke problemen, die zich bij dit onderzoek zullen voordoen, geheel moet afzien, maar misschien kan ik door een voorbeeld toch een en ander wat toelichten.

Nemen we de soortelijke warmte en wel meer in het bijzonder die bij constant volume. Zouden de klassieke theorieën blijven gelden, dan ware er over deze grootheid niet veel bijzonders te verwachten bij hoogere drukken. Zoolang de toestandsvergelijking van een stof een lineair verband aangeeft tusschen druk en temperatuur moet de c_v onafhankelijk blijven van de dichtheid.

Immers

$$d\eta = \frac{c_v}{T} dT + \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dv$$

of daar $d\eta$ een totale differentiaal is

$$\left(\frac{\partial c_v}{\partial v} \right)_T = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_v$$

Experimenteel is omtrent de verandering van c_v met de dichtheid weinig bekend, de weinige beschikbare gegevens, die wij uit metingen tot ongeveer 200 atm kunnen vinden, schijnen niet in de richting van een onafhankelijkheid te wijzen. Terloops zij hierbij opgemerkt, dat indien het experiment uitwijst, dat de soortelijke warmte niet onafhankelijk is van den druk, men hier omgekeerd een conclusie uit kan afleiden omtrent den vorm, waarin de temperatuur moet optreden in de toestandsvergelijking.

Gaan we echter na, wat we op grond van de nieuwere theorieën en onderzoekingen kunnen verwachten, en laten we meer in het bijzonder eens nagaan wat ons de oudere quantentheorie leert.

Beschouwen we waartoe de energie gebruikt wordt, wanneer we bij constant volume een hoeveelheid warmte c_v (dus juist voldoende om de temperatuur 1 graad te doen stijgen) aan een éénphase systeem toevoeren.

Het blijkt dat de warmte energie kan worden omgezet in:

1. vermeerdering der translatie energie der moleculen.
2. vermeerdering der rotatie energie der moleculen.
3. vermeerdering der inwendige energie i.c. vibratie energie der atomen onderling.
4. vermeerdering der rooster energie.
5. Wisselwerkingsenergie tusschen de moleculen (potentiele energie).
6. aanslag energie en
7. dissociatie energie en associatie energie.

Voor gemakkelijk overzicht wil ik nu veronderstellen dat we bij een dergelijke temperatuur zijn dat de 2 laatsten niet, of zoo gering in aanmerking komen, dat we deze uit de discussie kunnen houden.

Hebben wij met éénatomige bij geringe dichtheid gasen te maken, zoo hebben wij alleen met de translatie energie te doen.

In de wijze waarop deze beschikbare energie over de verschillende mogelijkheden verdeeld wordt, ligt het groote verschil tusschen de klassieke opvattingen, welke tot de wet der aequipartitie hebben geleid, en de quantentheorie in 1900 door P l a n c k be-

gonnen en in 1906 door E i n s t e i n op de soortelijke warmte toegepast.

Meende men vroeger, dat elke vrijheidsgraad een evengroot deel voor zijn rekening nam, thans staat het wel vast, dat dit niet het geval is bij iedere temperatuur. Wanneer de gelijke verdeling, algemeen aangeduid als het principe der aequipartitie wel geldigheid bezit, kan men op grond van kinetische overwegingen afleiden, dat iedere vrijheidsgraad een soortelijke warmte van $\frac{1}{2}R$ (R = gasconstante) eischt. Voor een éénatomig gas zou dus de $\bar{c}_v = \frac{3}{2}R$ worden, overeenkomende met de drie vrijheidsgraden der translatie. Voor een tweeatomig gas kan de rotatie energie nogmaals $2 \times \frac{1}{2}R$ en de vibratie energie $1 \times \frac{1}{2}R$ opnemen, de soortelijke warmte kan dus $3R$ zijn, hetgeen bij gewone temperatuur niet klopt met het experiment.

De quantentheorie geeft hiervoor een verklaring door aan te nemen, dat zeker zoowel de rotatie- als de vibratie energie quanteus verdeeld zijn. De waarschijnlijkheid van de opname van een energiequantum is een functie van de temperatuur, die gewoonlijk reeds lang voor het absolute nulpunt nul wordt. De eventueel toegevoerde warmte wordt dan geheel in translatie energie omgezet.

Hiermede in overeenstemming vond men, dat bij zeer lage temperatuur de soortelijke warmte van het tweeatomige H_2 een waarde aanneemt, welke met een éénatomig gas overeenkomt.

Voor vaste stoffen, waar een translatie en rotatie niet worden aangenomen, blijft alleen de vibratie energie over, verdeeld over intramoleculaire vibraties en de rooster energie. Deze vibratie energie is quanteus verdeeld, met het gevolg dat de geheele soortelijke warmte voor het absolute nulpunt nul wordt.

Vragen we ons nu af, wat de bovenvermelde beschouwingen voor gevolg met zich brengen zullen voor het verloop van de soortelijke warmte onder hoogen druk, dan zien we dat zich hier voorloopig niets numerieks laat voorspellen, terwijl het ontbreken van experimenteele gegevens ons hier geheel in het onzekere laat.

Qualitatief kunnen wij het volgende verwachten:

Voor alle drie aggregaatstoestanden kan de drukinvloed twee gevolgen hebben.

Gewoonlijk zal in het begin, voor vloeistoffen en gassen tot de eerste 2 à 3000 atm. volgens B r i d g m a n, de stof zijn dichtste pakking opzoeken. Daarna treedt deformatie van het molecuul zelf

op. Natuurlijk heeft men hier geen scherp overgang, doch zal bij het opzoeken van de dichtste pakking reeds geleidelijk de overgang optreden, die in het tweede drukgebied geheel zal gaan overheerschen. De deformatie der moleculen zal zich uiten in verandering der traagheidsmomenten, dus der rotatiequanta, en in de vastheid der binding van de atomen, dus der vibratiequanta.

Voor de vaste stof zal reeds in het eerste gebied een verandering der roosterkrachten tot een verandering der soortelijke warmte leiden.

Zooals ik U reeds eerder opmerkte, valt hiervan thans nog niets te verifiëren wegens gebrek aan experimenteele gegevens, doch dit maakt het juist des te meer noodzakelijk, zoo spoedig mogelijk tot onderzoek over te gaan.

Wanneer wij echter zouden beschikken over resultaten van soortelijke warmte, dan blijft nog een groote moeilijkheid bij de juistheid der interpretatie, omdat de quanteus verdeelde energie zich bij de vloeistoffen en gasen al reeds over twee mogelijkheden verdeelt. Bij de vaste stoffen vooral bij die welke geen elementen zijn, in cubische oriëntering wordt de moeilijkheid nog grooter.

Wij zullen dus moeten omzien naar de mogelijkheid van een geheel ander soort van metingen, welke ons nog een tweede aanwijzing kan geven. Welke deze moeten zijn, is ons dank zij de ontwikkeling der moderne optica, reeds bekend. De grootte van vele energiequanta van rotatie en vibratie zijn af te lezen uit de absorptie-spectra, die ons eveneens een aanwijzing geven over de grootte van het traagheidsmoment der moleculen. Een eventueel aanwezige polariteit der moleculen is uit metingen over de dielectriciteitsconstante af te leiden. Dit legt dus de verplichting op in het zelfde gebied, waar soortelijke warmte gemeten wordt, tevens bepalingen over absorptie en dielectriciteitsconstante te doen, om na te gaan in hoeverre ook traagheidsmoment en polariteit zich onder samendrukking veranderen.

Dit alles geldt voor de oudere, nu al reeds lang klassieke quantentheorie. De veel recentere quantenstatistieken gaan echter nog verder en eischen een quanteuse verdeling ook voor de translatie energie. Neemt men bijv. de formule voor de soortelijke warmte, welke volgt uit de toestandsvergelijking gebaseerd op de quantenstatistieken, hetzij volgens Bose-Einstein, hetzij volgens Fermi-Dirac, dan blijkt dat de dichtheid en temperatuur

in deze formules zóó voorkomen, dat de soortelijke warmte voor oneindigen druk evengood nul moet worden als bij het absolute nulpunt. Men vindt in het onderzoek van de soortelijke warmte als dichtheidsfunctie weer een middel ter verificatie der quantenstatistieken.

Ik heb hier als voorbeeld gekozen de afhankelijkheid van de soortelijke warmte van den druk en ik hoop U te hebben doen aanvoelen, hoe men hier middenin vraagstukken van den allerbelangrijksten aard komt, die ons voeren in de jongste meest speculatieve theorieën der quantenstatistieken, zoowel als van de quantenmechanica. Maar vergeten wij vooral niet, dat juist het kennen van het genoemde verloop van de soortelijke warmte ook van groot nut kan zijn voor de chemie.

Stel een stof *A* verbindt zich met een stof *B* tot een systeem *C-D*, en stel de wijziging der soortelijke warmte onder druk is voor de verschillende stoffen verschillend, dan zal dit een wijziging van de reactiewarmte, dus een wijziging van het evenwicht medebrengen, welke ingrijpt nog boven de evenwichtsverschuiving, die een zuiver gevolg van de dichtheidsverandering is, wanneer het aantal moleculen door het chemisch proces zich wijzigt.

Als enkele recente voorbeelden van processen onder hoogen druk wijs ik U op het belangrijke economische nut van de synthetische ammoniak, en de synthetische benzine.

Misschien zult gij mij verwijten, dat ik in deze rede te veel spreek over onderzoek bij hoogen druk en zult U denken, dat alhoewel de resultaten hierbij interessant kunnen zijn, dit toch meer toegepaste thermodynamica wordt en niet zal ingrijpen in de fundamenteele principes. Maar dan wil ik U in dit verband toch nog wijzen op een stoutmoedig opgezette hypothese van *Lewis*, waardoor de zaak ineens in een geheel ander licht komt te staan, en men ondanks de groote verschillen, de overeenkomst voelt tusschen onderzoek bij zeer lage temperatuur en bij zeer hoogen druk.

Lewis redeneert ongeveer als volgt:

Volgens de formule:

$$d\eta = \frac{c_v}{T} dT + \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v dv$$

zou bij het absolute nulpunt de entropie negatief oneindig moeten worden, wegens het optreden van *T* in den noemer van het rechterlid. Door het nul worden van *c_v* wordt dit voorkomen, wat weder goed aansluit bij het theorema van *Nernst*, volgens welk de

entropie voor vaste stoffen bij het absolute nulpunt voor alle gekristalliseerde stoffen gelijk is en een eindige waarde bezit.

Door de keuze van de integratie constante kan men deze waarde als nulpunt van de entropie kiezen.

Gaan we een stof comprimeeren, dan vermindert ook daardoor zijn entropie en wel volgens een der gelijkheden van M a x w e l l:

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \text{ ofwel } d\eta = -a dp$$

dus de entropie vermindering bij compressie is gelijk aan de thermische uitzettingscoëfficiënt vermenigvuldigd met de drukstijging. Zou nu steeds bij iederen druk, a een eindige waarde bezitten, dan zal de entropie onbepaald dalen bij stijgenden druk en zal zelfs kleiner worden dan de nulpuntsentropie. L e w i s neemt nu als onderstelling aan, dat a zóó zal dalen, dat de entropie nooit beneden de nulpuntsentropie komt. Bij iedere temperatuur zal bij oneindig hoogen druk de nulpuntsentropie de limietwaarde zijn. Zou dit waar zijn dan zal men dus ook bij oneindig hoogen druk van de eene op de andere temperatuur kunnen komen zonder warmtetoevoer. De soortelijke warmte is dus 0 geworden. Na hetgeen vroeger is gezegd, zal het wel duidelijk zijn dat we hier met een nieuwe veronderstelling te maken hebben, welker verificatie nog lang op zich zal laten wachten, doch die in belangrijkheid en algemeenheid niet onderdoet voor het zoo bekende theorema van N e r n s t.

Hetgeen ik gezegd heb, geldt voor de soortelijke warmte. Ook over de andere calorische grootheden zouden wij thans hier moeten spreken. Daartoe ontbreekt ons echter ten eenen male de tijd, doch ik meen dat uit de twee aangehaalde voorbeelden het U duidelijk zal zijn geworden, hoe de ontwikkeling der moderne natuurkunde opnieuw een verdere ontwikkeling der warmteleer eischt. Dit is echter onmogelijk zonder een onderzoek bij hoogen druk, en wij mogen wel den vooruitzienden blik van het v a n d e r W a a l s Fonds dankbaar zijn, dat de grondslagen heeft gelegd voor den opbouw van een instituut voor het verrichten van experimenten bij hoogen druk. Zodoende kunnen hier in Amsterdam precisieingen verricht worden, zooals nog nergens elders gebeuren. Hij die hiertoe den eersten stoot heeft gegeven, is de man wiens leervak, Gij bestuurder van Universiteit en Stad, mij thans hebt opgedragen, Prof. P h. K o h n s t a m m.

EEENIGE MEDEDEELINGEN OVER PRACTISCHE OEFENINGEN IN DE NATUURKUNDE

door E. E. MOGENDORFF

In November 1926 heb ik eenige opmerkingen over de methode en de didactiek van het onderwijs in de natuurkunde op de middelbare school ¹⁾ besloten met de mededeeling, dat ik later iets zou schrijven over practische oefeningen. Daar bovendien bij het laatste natuur- en geneeskundig Congres te Rotterdam mij door eenige leeraren werd gevraagd, om iets mede te deelen over de practische oefeningen op het Lyceum te Enschede, meen ik niet langer te mogen wachten.

In het voorwoord van mijn Natuurkunde voor het Voorbereidend Hooger Onderwijs heb ik in 1920 geschreven: De omstandigheden, zoowel wat betreft de tijd, als de ruimte zullen in den regel niet voldoende zijn voor het houden van practische oefeningen. Toch zal men hieraan ook in ons land in de naaste toekomst meer aandacht moeten wijden. Een behoorlijke voorbereiding voor het Hooger Onderwijs in de natuurwetenschappen vereischt niet alleen een „kennen”, maar ook een „kunnen”.

Sindsdien heeft de Natuurkundige Vereeniging baanbrekend werk verricht en met groote waardeering heeft zeker menig een met mij kennis genomen van de tentoonstelling van materiaal voor practische oefeningen in de natuurkunde tijdens het laatste Congres te Rotterdam.

Volgens mijn meening dienen de practische oefeningen ervoor, om het inzicht te verhelderen en te verdiepen en om de verkregen kennis ter dege te bevestigen. Tevens bereiken wij hiermede, dat de jonge menschen er niet al te onhandig voorstaan, wanneer zij een barometerstand moeten aflezen, de temperatuur moeten bepalen, met een balans of met eenvoudige electrische meetinstrumenten moeten omgaan.

1) Physica, 6e j. No. 10 pag. 376.

Het heeft nooit in mijn bedoeling gelegen, om deze practische oefeningen in de plaats te stellen voor de eigenlijke natuurkunde les. Ik ben van meening, dat het wel doordachte lesgeven van den docent niet achterwege mag blijven; aan het experiment, dat door den leeraar voor de geheele klasse genomen wordt, hecht ik ook groote beteekenis. De wet van Archimedes, de wet van Boyle e.d. leenen zich zóó bijzonder goed voor klassicaal en tevens demonstratief onderwijs, dat ik voor de afleiding van dergelijke wetten en voor het vastleggen van begrippen, welke goed gedefinieerd moeten worden, niet gaarne een andere methode zou volgen.

De individueele methode, waarbij elke leerling, of groepen van twee leerlingen, elk het experiment doen, moet vooral in bevolkte klassen wel groote bezwaren met zich mede brengen. Het verschil in handigheid en het zeer groote verschil in ernst, waarmede zulke proeven door de leerlingen worden gedaan, zullen alras een opvallende ongelijkheid van de vorderingen ten gevolge moeten hebben. De taak voor den leeraar lijkt mij dan wel zeer bezwaarlijk en het zal een welhaast ondoenlijke arbeid zijn, om op deze wijze de vrij omvangrijke leerstof door te werken.

Ik geloof ook niet, dat de leerlingen in het algemeen de wetten *zelf* zouden vinden. De meesten zullen wel reeds vooraf weten, wat zij moeten krijgen; of zij hebben het gelezen, of ze hebben het van anderen gehoord of het wordt hun zóó voorgezet, dat het resultaat wordt gesuggereerd. En een scherpe formuleering van de wet zullen de meeste leerlingen zeker niet zelfstandig kunnen geven; evenmin zullen zij zonder hulp de wiskundige formuleering vinden.

Op het Lyceum te Enschede beginnen wij met de practische oefeningen in de 4e klasse van de H.B.S., en voor de B-leerlingen in de 5e klasse van de Gymnasium-afdeeling. De lessen zijn facultatief, maar tot dusverre hebben alle leerlingen, op een enkele uitzondering na, eraan deelgenomen. Er worden uren voor gekozen, die zoo goed mogelijk bij de lesuren in den namiddag aansluiten. Elke veertien dagen werkt een klasse gedurende anderhalf tot twee uren. De leerlingen zijn daartoe in groepen van twee ingedeeld; gewoonlijk werken niet meer dan zeven of acht groepen tegelijk.

Op de eerste les wordt alle practicanten tegelijk geleerd, hoe zij met een balans moeten omgaan. Wij gebruiken voor dit doel

voor alle leerlingen dezelfde balans met een maximale belasting van 250 gr., en een gevoeligheid van één schaaldeel bij 10 mg. Allen leeren „in gelijk front” het nulpunt van hun balans bepalen. Enkele eenvoudige wegingen worden uitgevoerd.

De aandacht wordt gevestigd op de bereikbare nauwkeurigheid, en op het verschil in natuurkundige beteekenis van 7,510 en 7,51.

Verschillende van de volgende lessen zijn bestemd voor bepalingen van het s.g. van vaste stoffen en van vloeistoffen.

Het s.g. van dezelfde glassoort wordt door alle leerlingen volgens drie methoden bepaald:

1e. Een stukje glas in den vorm van een vlak schijfje wordt op millimeter papier afgeteekend met een potlood met fijne punt. De oppervlakte binnen de omgrenzing wordt uitgeteld en langs den rand geschat. De dikte van het schijfje wordt met een micrometerschroef bepaald, door op 5 of 6 plaatsen de dikte van het plaatje te meten en hiervan de gemiddelde waarde te nemen. Na bepaling van het volume en van het gewicht vindt men het s.g.

2e. Het volume van een stukje glas van dezelfde plaat wordt bepaald door onderdompeling in water, nadat het *vooraf* gewogen is. Nagegaan wordt welken invloed de temperatuur-correctie voor de uitzetting van het water heeft, en of het beteekenis heeft deze correctie in rekening te brengen, wanneer men het s.g. in 2 of in 3 dec. nauwkeurig wenscht te kennen.

3e. Met behulp van een pyknometer wordt het s.g. van dezelfde glassoort bepaald. Ook hier wordt over de bereikbare nauwkeurigheid gesproken en gewezen op de correcties, die men zou moeten aanbrengen, om de uitkomst in 3 decimalen te kunnen vertrouwen.

De practicanten stellen het bijzonder op prijs, wanneer zij bij de verschillende methoden in de tweede decimaal dezelfde uitkomst krijgen. Uit den aard der zaak is de eerste methode het minst nauwkeurig.

Ook het s.g. van vloeistoffen wordt op verschillende wijzen bepaald o.a. met de balans van Westphal of Mohr.

De leerlingen werken na de eerste lessen niet meer in gelijk front; de bepalingen bijv. die van het s.g. van glas wisselen om. Het voordeel hiervan is vooral economisch, de eene groep behoeft niet op de andere te wachten en men behoeft bijv. niet een groot aantal micrometerschroeven aan te schaffen. Buiten een vol-

doend aantal goede balansen kan men het echter niet stellen.

Voor de practische oefeningen kan men ook vaak dezelfde toestellen gebruiken, die op de les dienst doen, zoo bijv. de apparaten voor de afleiding van de Wet van Boyle en de gasthermometer voor de bepaling van de spanningscoëfficiënt van een gas. Ook beschik ik over een eenvoudige inrichting, om de lineaire uitzettingscoëfficiënt van een staaf van koper, ijzer of zink te bepalen. De uitkomsten zijn in den regel zeer bevredigend.

De bepaling van de wrijvingscoëfficiënt geschiedt met behulp van een hellend vlak, waarvan de helling veranderd en met een graadboog gemeten kan worden. Gemeten wordt verder welke kracht evenwijdig aan de helling noodig is, om een blokje langs het vlak omhoog te trekken. Uit een aantal metingen wordt de gemiddelde waarde van de wrijvingscoëfficiënt bepaald. Vervolgens wordt de hellingshoek bepaald, waarbij het blokje op het punt is, om naar beneden te glijden, Nagegaan wordt of de tangens van dezen hoek gelijk is aan den wrijvingscoëfficiënt.

Met een torsiebalans wordt geconstateerd, dat twee koppels in evenwijdige vlakken werkende met gelijk maar tegengesteld moment elkander opheffen. De leerling constateert verder, dat elk van deze koppels, allèen werkende, de schijf een gelijken torsiehoek doet draaien, het eene koppel in positieven-, het andere in negatieven zin. Vastgesteld wordt, dat de torsiehoek recht evenredig met het moment van het tordeerende koppel verandert.

Eenige dagen voor de practische les wordt den leerlingen gezegd, welke proef zij zullen krijgen. Zij zijn verplicht de leerstof, die op deze proef betrekking heeft en die in de 3e klasse is behandeld, opnieuw te bestudeeren. Door met de practicanten te praten, bemerkt men al heel gauw, of zij aan deze opdracht hebben voldaan. Dit is volgens mijn ervaring een zeer goede manier, om de leerstof van de derde klasse te repeteeren.

Binnen acht dagen na de practische oefening, moeten de leerlingen een *kort* verslag van de proef bij mij indienen. In dit verslag moet staan welke grootheden gemeten zijn, de getalwaarden met de eenheden en het resultaat.

Voor de calorimetrie zijn een aantal goede calorimeters beschikbaar. De koperen of ijzeren bakjes staan op kurken schijfjes en zijn behoorlijk door een luchtlaag geïsoleerd van het buitenste vat van zink of glas. Een opvulling van deze ruimte met watten is niet gewenscht. Voor de bepaling van de s.w. van metalen kan men volstaan met eenvoudige, in graden verdeelde thermometers. De temperatuur wordt in tiende graden *geschat*. Van belang is, dat de calorimeters voldoende groot zijn, opdat de waterwaarde van den thermometer zeer klein is vergeleken bij die van den calorimeter. Wij laten de s.w. bepalen van rood koper, van hagelkorrels (lood) en met behulp hiervan, die van terpentijn en van alcohol. De calorimeter wordt dan met een afgewogen hoeveelheid van de vloeistof gevuld. Bij deze proeven wordt tot op 0,01 gram nauwkeurig gewogen. Duidelijk wordt gemaakt, dat een grootere nauwkeurigheid met het oog op de onnauwkeurigheid bij het aflezen van de begin- en de eindtemperatuur geen zin zou hebben.

Een zeer geschikte proef is ook de bepaling van de smeltingswarmte van ijs. Men late hier een weinig warm water in den calorimeter bijgieten, ten einde een begintemperatuur boven de kamertemperatuur te hebben bijv. 24°. De stukjes ijs worden met filterpapier vooraf zeer goed afgedroogd. Men voegt ijs toe tot de temperatuur ongeveer even ver beneden de kamertemperatuur is gedaald, als de temperatuur van 24° er boven is. Deze proef wordt door eenige groepen tegelijk gedaan.

Verder bepalen wij de condensatiewarmte van waterdamp bij 100°. De proef komt overeen met proef 22 van het vijftigtal, dat door de Commissie is samengesteld. Als waterzak gebruiken wij een ruim lampeglas, dat met twee kurken wordt afgesloten, en met asbest goed omwikkeld is. De toe- en afvoerbuis voor den stoom doorboren de kurken. De afvoerbuis wordt met een korte caoutchouc slang in verbinding gebracht met een spiraalvormige buis van lood, die in den calorimeter is geplaatst. De stoom heeft dan ruimschoots gelegenheid om binnen in de spiraal te condenseeren. Condensatie van dampbellen te dicht bij het wateroppervlak veroorzaakt warmteverlies! Vooraf wordt de waterwaarde van het koperen bakje en van de looden spiraal bepaald. Wij beschikken over drie apparaten, zoodat drie groepen deze proef tegelijk kunnen doen.

Voor de bepaling van het mechanisch aequivalent gebruiken wij een stevigen bordpapieren koker met 7 cm diameter en 75 cm lang. De koker is goed omwikkeld met asbest. Aan één uiteinde is de kurk stevig bevestigd. In de buis wordt een massa hagelkorrels gebracht, waarvan de s.w. bekend is. De valhoogte wordt gemeten en de temperatuur van de korrels. De koker wordt gesloten en bijv. 60 maal omgedraaid. Dit dient snel opeenvolgend te geschieden en er moet opgelet worden, dat de stand telkens verticaal is. Na deze bewerking wordt de temperatuur van de korrels met denzelfden thermometer, tot op een tiende graad nauwkeurig bepaald. De resultaten zijn bevredigend. De orde van grootte is goed; men vindt bijv. $5,1 \times 10^7$ in plaats van $4,2 \times 10^7$ ergs. Wanneer men in rekening laat brengen, dat de lucht in de buis ook verwarmd wordt, dan wordt de uitkomst nog iets beter.

Onze proef voor de bepaling van het stolpunt van paraffine komt overeen met proef 23 van de Commissie. Wij laten één leerling elke halve minuut den thermometer aflezen en de ander teekent het op het millimeterpapier aan.

De relatieve vochtigheidstoestand van de lucht wordt bepaald met een hygrometer van Regnault. Wanneer het dauwpunt gevonden is en de kamertemperatuur is afgelezen, zoekt men in de tabel van maximumspanning van den waterdamp de waarden der maximum spanning, die bij deze temperaturen behooren. Vervolgens wordt de absolute vochtigheidstoestand bepaald door vijf maal 5 L. lucht met behulp van den aspirator door V-buisjes met chloorcalcium gevuld te voeren. Deze buisjes worden voor — en na afloop van de proef gewogen. Uit den absoluten vochtigheidstoestand wordt nu weer de relatieve berekend.

De leerlingen bepalen de dampdichtheid van aether volgens de methode van Victor Meyer. De weging geschiedt op een zeer gevoelige balans, in elk geval tot op 0,1 mg. nauwkeurig, onder direct toezicht van den amanuensis of van den leeraar. Dikwijls wordt de weging van het kleine fleschje ook door den amanuensis gedaan, omdat men niet alle leerlingen het omgaan met een kostbare balans, zelfs onder toezicht, kan toevertrouwen. Wij beschikken over eenige apparaten voor de methode van Victor

Meyer, zoodat ook deze proef door twee of drie groepen tegelijk kan gebeuren.

De dampdichtheid wordt ook bepaald volgens Hofman: Een buis van Torricelli is in een wijden glazen mantel geschoven. De buis staat in een diepe bak met kwik, zoodat men het kleine fleschje met de afgewogen hoeveelheid aether er in kan laten opstijgen. Door de glazen mantel wordt zoolang stoom van 100° gevoerd tot het kwik niet meer daalt. De leerlingen moeten vooraf zelve nagaan hoe groot ongeveer de gewichtshoeveelheid aether genomen moet worden, opdat de buis met onverzadigde damp gevuld worde. In het local, waar de proeven gedaan worden, hangt een standaard barometer, waarop de practicanten bij deze en bij andere proeven den barometerstand aflezen.

De proeven over geluid, licht en electriciteit worden in het laatste leerjaar gedaan. Daar geluid en licht in de 4e klasse behandeld zijn, is dit weer een ongedwongen manier, om het belangrijkste van de leerstof te herhalen en te bevestigen. De proef van Kundt is zeer geschikt voor ons doel. De golfbuis en de trillingsbuis worden vooraf door den amanuensis opgesteld. Ik geef de waarde van de voortplantingssnelheid van een longitudinale golf in glas. In een enkel geval heb ik wel eens het trillingsgetal van de glazen staaf bepaald met behulp van een sirene, maar dit is voor de leerlingen toch te moeilijk. De golflengte in de golfbuis wordt bepaald en de voortplantingssnelheid van het geluid in lucht bij de kamertemperatuur wordt hieruit berekend. Bijzonder mooi kan men laten constateeren, dat men een octaaf lager krijgt, wanneer men de trillingsstaaf in het midden vastklemt, vergeleken bij den toon, wanneer de staaf in twee punten op de bekende wijze wordt vastgehouden. Vervolgens wordt de glazen staaf door een koperen en ijzeren staaf vervangen en de voortplantingssnelheid van een longitudinale golf in koper, resp. in ijzer wordt bepaald, gebruik makende van de gevonden waarde voor de snelheid van het geluid in lucht.

Zeer geschikt is ook de proef van Mède. Op ongeveer 2 meter hoogte wordt een stemvork geplaatst, die electromagnetisch in beweging gehouden wordt; aan een been van die stemvork is een koord bevestigd, dat aan zijn uiteinde een schaalje draagt,

waarop gewichten geplaatst kunnen worden. Bij bepaalde gewichten, dus bij geschikte spanningen, komt het koord in staande trilling. De golflengte en de spanning worden bepaald. Daar de trillingstijd van de stemvork constant blijft, kan men vaststellen, dat de voortplantingssnelheid evenredig met den vierkantswortel uit de spanning verandert. Wij bepalen de massa van de lengte-eenheid van het koord, door het koord op onze gevoelige balans te wegen en dit gewicht door de lengte te deelen. Vervolgens wordt met de formule van M e r s e n n e het trillingsgetal van de stemvork berekend.

De trillingsgetallen van eenige stemvorken worden bepaald door resonantie proeven. Gemeten wordt de lengte van de luchtkolom, één kwart golflengte, welke medeklinkt. Hierbij geef ik de waarde voor de voortplantingssnelheid van het geluid in lucht bij 0° C.

Van de lichtproeven wil ik alleen die met den goniometer wat uitvoeriger vermelden. Het opstellen van het toestel kost de leerlingen al vrij veel moeite. Met behulp van een waterpas wordt de schaal en het tafeltje in het midden horizontaal geplaatst. Een prisma, waarvan wij de brekende hoek willen bepalen, wordt met behulp van een beetje was op het tafeltje geplaatst, de opstaande ribbe verticaal. De kijker wordt op oneindig ingesteld. Bij een bepaalden stand van collimator en kijker plaatst men het prisma zoo, dat men in de kijker een scherp beeld van de spleet met de kruisdraad ziet samenvallen. De stand van de aan het tafeltje bevestigde alhidade wordt nu met een nonius tot in tiende deelen van graden nauwkeurig afgelezen. Vervolgens wordt het tafeltje en daarmee het prisma gedraaid tot men opnieuw een spleetbeeld in de kijker met de kruisdraad ziet samenvallen. Men leest opnieuw den stand van het tafeltje af. De hoek, waarover de alhidade is gedraaid is het supplement van den brekenden hoek.

Dit prisma dient nu verder voor de bepaling van den brekings-index van de roode Lithium-lijn en van de gele natriumlijn. In een donkere kamer wordt eerst de kijker diametraal tegenover de collimator gezet. Men leest de stand van de kijker eveneens met een nonius af tot in tiende graden nauwkeurig. Vervolgens wordt het prisma op het tafeltje gekleefd en men zoekt den stand van kijker en prisma op voor het minimum van deviatie. Voor het vin-

den van dezen stand moeten de leerlingen dikwijls geholpen worden. Het is aangewezen, om hun een schetsteekeningetje van den stragang te laten maken. Bij deze proef krijgen wij waarden voor de brekingsindices, die in 4 decimalen betrouwbaar zijn.

Als lichtbron dient een Bunsensche brander, waarvan de vlam door een zout gekleurd wordt met behulp van een platinadraad.

Een teekening op millimeter schaal van de helderste spectraallijnen van verschillende gloeiende dampen en gassen wordt gemaakt met behulp van de spectrocoop, die dan door de leerlingen zelf moet worden opgesteld.

Terloops moet ik opmerken, dat ik in tegenstelling met de Commissie voor practische oefeningen, aan de hanteering van het prisma alleen (proef 31) weinig waarde hecht.

Voor practische oefeningen op het gebied van de electriciteit dient men te beschikken over eenige goede geijkte millivolt- en milli-Ampèremeters, over eenige weerstandsbanken en schuifweerstand en over een voldoende aantal accumulatoren.

Ik vermeld hier eenige proeven, die *alle* leerlingen doen voor het eindexamen:

De bepaling van den reductiefactor van een tangentenboussole en van de horizontale component van het aardmagnetisme. De boussole en een geijkte ampère-meter worden in serie geschakeld met een weerstandsbank, met geheelen en tiende deelen van een Ohm. De accu's worden naast elkaar verbonden. Bij verschillende weerstanden leest men de stroomsterkte af op den Ampère-meter en den hoek van uitslag van de magneetnaald van de boussole. De constante wordt berekend. De middellijn van de ring wordt gemeten en vervolgens de horizontale component van het aardmagnetisme bepaald.

Een weerstand wordt gemeten met de brug van Wheatstone. De leerlingen moeten de proef zelf in elkaar zetten. Zij mogen echter de polen van het element of van de accu niet verbinden voordat de leeraar of de amanuensis zich overtuigd heeft van de juistheid der schakeling. Dit is wel noodig, om den milli-Ampèremeter voor ongelukken te beschermen. Wij gebruiken in de brug een één meter lange in millimeters verdeelde meetlat, waarlangs een zilverdraad is gespannen. Langs die lat is een verschuifbaar con-

tact. Een aantal metingen wordt gedaan links en rechts van het midden van den zilverdraad. Men berekent tenslotte de gemiddelde waarde van den weerstand.

Het electrochemisch equivalent van waterstof wordt bepaald met een knalgasvoltameter. Elke halve minuut wordt de Ampèremeter nauwkeurig afgelezen. Het knalgas wordt in een gecali-breerde buis opgevangen. De barometerstand wordt afgelezen. De maximum spanning wordt bij de berekening van den druk van het opgevangen gas in rekening gebracht. De leerlingen zijn zeer vol-daan, wanneer zij de juiste waarde vinden. De fout is gewoonlijk niet grooter dan 3 of 4 %.

Vervolgens wordt het electrochemisch equivalent van koper bepaald. Ook hierbij wordt de Ampèremeter elke halve minuut afgelezen. De kathode, die vooraf nauwkeurig is gewogen, wordt na de afscheiding van het koper in gedestilleerd water geplaatst en vervolgens, na met alcohol voorzichtig afgespoeld te zijn, in een droogstoof gezet. Het afdrogen met filtreerpapier is bedenke-lijk! De plaat wordt daarna wederom op onze gevoelige balans ge-wogen. Uit de waarden voor het el. chem. equivalent van water-stof en van koper wordt het atoomgewicht van koper bepaald.

De calorische waarde van één Wattse, of één Joule wordt bepaald met behulp van een calorimeter, waarin een spiraal van 4 Ω weer-stand in alcohol is geplaatst. De practicanten bepalen eerst de waterwaarde van den calorimeter. Vervolgens wordt een stroom van bekende sterkte, die weer elke halve minuut op den Ampère-meter wordt afgelezen, gedurende een bekenden tijd door de goed ondergedompelde spiraal gevoerd. Eén leerling leest voortdurend den stand van den thermometer af; de ander teekent, met het horloge en den Ampère-meter voor zich, tijd en stroomsterkte op. Het resultaat is in den regel zeer bevredigend n.l. tusschen 0,22 en 0,25. Hieruit wordt het mechanisch equivalent berekend.

Wanneer de tijd het toelaat worden er proeven genomen, ter vergelijking van twee electromotorische krachten, ter bepaling van een inwendigen weerstand enz.

In het algemeen zijn het de proeven, waarbij een natuurkundige grootheid bepaald wordt, die als practische oefening in aanmer-king komen. De quantitative bepaling van deze grootheden ver-eischt gewoonlijk tijdens de les te veel tijd. Ook heeft men beter

contrôle over het werk van een leerling, wanneer daarbij een resultaat gevonden moet worden, dat in een getal is uitgedrukt, of waarbij een grafiek te voorschijn komt.

Dikwijls is het geschikt, om een weg te volgen, die de voordeelen van een praktische oefening en van een lesproef vereenigt. Ik bedoel de assistentie, die eenige leerlingen bij een lesproef kunnen verleen. In verschillende gevallen kan men de hulp van één of twee jongens bij het aflezen of bij het instellen van een instrument wel gebruiken.

Bij het tot stand brengen van het Kon. Besluit van 1 Mei 1920, houdende vaststelling van een leerplan voor de gymnasia, heeft de adviseur voor de natuurkunde de mogelijkheid geopend voor praktische oefeningen door de bepaling onder K: „Een gedeelte van den beschikbaren tijd kan bestemd worden voor praktische oefeningen”. Het heeft echter zeker niet in de bedoeling gelegen, om het grootste deel van den tijd voor het onderwijs in de natuurkunde in den vorm van praktische oefeningen te geven. Het komt mij voor, dat de docent, die het artikel zoo opvat, van de gegeven vrijheid misbruik maakt.

Een poging tot hervorming van het natuurkundeonderwijs door P. S c h u t, (Physica, No. 2, pag. 51, 1929) geeft mij aanleiding tot deze opmerking.

Verschillende proeven, die door de Commissie voor de praktische oefening worden aanbevolen, zijn evenzeer of in vele gevallen zelfs beter geschikt als lesproeven. Bijv. Proef 5 en 6 en 9.

Het is een verblijdend verschijnsel, dat er zooveel belangstelling voor dit soort werk is gewekt en de Commissie verdient lof voor haar voortvarendheid; zij heeft het niet bij woorden gelaten, maar zij is tot daden overgegaan, die aansporend en prikkelend werken. Alhoewel ik hier en daar iets omtrent de voorgestelde proeven heb gezegd, zou ik mijn opstel toch niet als een critiek op het voorlooppige werk van de Commissie beschouwd willen zien.

Het invoeren van de praktische oefeningen in de natuurkunde moet volgens mijne meening op een oogenblik gebeuren, waarop de leerlingen reeds wat gezien en wat geleerd hebben, evenals dat het geval is met de praktische oefeningen in de scheikunde, die eerst in de 5e klasse van de H.B.S. en voor de B-leerlingen in de 6e klasse van het gymnasium beginnen —.

Het invoeren van de practische oefeningen in de natuurkunde beteekent een evolutie en geen revolutie. Dit geef ik ten slotte als raad aan jongere docenten: „Maak een begin en doe het langzaam aan, elk jaar verder bouwende”.

Enschede, April 1929.

BOEKBESPREKING

Z. P. Bouwman en W. Ph. Lindner. Beknopt Leerboek der Natuurkunde, deel I, 8ste druk, 262 bldz., 385 fig. —; deel II, 6e druk, 237 blz., 170 fig. — Wolters Groningen 1928. Prijs f 3.50, geb. f 3.90 per deel.

Het recenseeren van de schoolboeken voor Natuurkunde in Nederland is geen prettig werk; de boeken zijn zoo dikwijls onbevredigend. Zoo ook nu. Dit leerboek is niet mooi; het is niet wetenschappelijk; het is verouderd; het is niet fysisch; de definities zijn soms wel, doch nog al eens niet goed; dat er zooiets bestaat als een historie der natuurkundige wetenschap moet men maar van elders te weten komen. Daarom is de behandeling vlak; er is geen perspectief naar het verleden, en dientengevolge geen perspectief naar nieuwere ontwikkelingsmogelijkheden; of kan men dit ook niet evengoed omkeeren? Didactisch is het niet goed samengesteld. Men leze maar eens de verwarde behandeling van trage massa en zware massa. Heeft de mooie gedachtengang van Aristoteles over het potentieel bestaan ons bij begrippen van arbeidsvermogen niets meer te zeggen? Heeft de leerling dan in 't geheel geen moeite met het begrip van een hoeveelheid warmte? Moet dat niet voorzichtig ontwikkeld worden alvorens er gebruik van te maken? Een onmatig groote plaats wordt ingeruimd aan de ligging der beelden bij lenzen. Dat de vergrooting van een kijker haar grenzen heeft door de grootte van de objectiefopening, wordt niet vermeld. Heeft dit didactisch niets te zeggen of is dit zeer belangrijke verschijnsel wetenschappelijk niet van groote beteekenis? Moet de astigmatische lichtbundel maar met een vage noot vermeld worden? Men lette eens op den kreet van verrassing, die soms aan een leerling ontsnapt bij het zien van zoo'n bundel met twee reële brandlijnen! Dat de regel van Volta betreffende de potentiaalsprongen bij metalen een hypothese is, die experimenteel niet is aan te toonen, schijnt niet aan de schrijvers bekend te zijn. Is dit het poovere resultaat van een strijd van meer dan een eeuw? Begrippen van omvatting der magnetische inductielijnen zoekt men te vergeefs. En hoe elegant (en exact) is de behandeling der inductieverschijnselen hiermede niet te doen! Het electrische veld tengevolge van electromagnetische inductie wordt krachtens een aantal uitdrukkingen zoowat beschouwd als potentiaalveld. De behandeling van de stof gaat niet uit boven datgene, wat ongeveer twintig jaar geleden het gebied der natuurkunde bestreek. De naam *Beknopt Leerboek* is hiervoor geen excuus.

L.

J. P. Wibaut, Practicum der organische chemie. 170 blz., 31 fig. — J. B. Wolters' U.-M. Groningen—Den Haag, 1928. Prijs f 3.90.

Volgens het voorwoord is dit boek in de eerste plaats bestemd voor de

studenten der natuurphilosophische faculteit ten gebruike bij het propaedeutisch praktikum, waarmee wel bedoeld zal zijn het praktisch werken tot aan het candidaatsexamen.

Alleen de chemici en de pharmaceuten zullen al het behandelde of althans nagenoeg alles dienen door te werken. Voor de overige filosofen zal wel naar behoefte gesnoeid worden. — De meeste physici zullen ervaren hebben, dat dit snoeien gewoonlijk zoo ver gaat, dat hun kennis der organische chemie geen levensvatbaarheid heeft. —

De eerste 57 pagina's van het boek bevatten algemeene aanwijzingen omtrent werkwijzen en hulpmiddelen in het organisch chemisch laboratorium. Het tweede deel, ruim 100 pagina's, geeft proeven en praeparaten.

Methoden voor quantitative analyse zijn niet opgenomen. De schrijver liet ze weg, omdat hier te lande in het propaedeutisch organisch praktikum meestal geen quantitative analyses worden verricht. Had de schrijver nu ook nog gezegd, dat dit een verkeerde wijze van doen is, dan konden we er vrede mee hebben.

Uit de keuze der stof en de wijze van behandelen blijkt, dat de schrijver het leiden van het praktikum uit eigen ervaring kent.

Hier en daar zijn aan het einde der paragrafen vragen ingelascht. Misschien kunnen ze er toe meewerken den studenten het besef bij te brengen, dat ze goed op de hoogte moeten zijn van hetgeen hun leerboek geeft van de stof, die ze bewerken.

De uitvoering van het boek is degelijk, zoodat het wel bestand zal zijn tegen de hooge eischen, welke aan een praktikumboekje vaak gesteld worden. Een slappe linnen band was misschien te verkiezen boven het gebruikte bandje.

J. M. v. D. Z.

A. S. Eddington, The Nature of the Physical World. 361 blz. — Gifford Lectures, 1927. Cambridge University Press, London, 1928. Prijs 12/6 net.

De groote astronoom Eddington is ervoor bekend, dat hij, wat hij wil meedeelen, op bijzonder levendige wijze weet te illustreeren en op pakkende wijze weet uiteen te zetten. En zoo zal men ook met deze Gifford Lectures niet kunnen kennis maken, zonder er menige frappante uitdrukking in tegen te komen en er een nieuwe eenvoudige en plastische wijze van voorstelling van allerlei problemen aan te ontleenen. De wijze o. a., waarop hij zelfs voor de meest populaire beschouwing duidelijk maakt, dat men aan de impasse van het Rayleigh'sche spectrum alleen kan ontkomen door een atomiciteit voor de stralende energie aan te nemen komt mij meesterlijk voor.

Over het algemeen komt het mij voor, dat de best geslaagde gedeelten van het boek die zijn, waar de schrijver meer op natuurkundig terrein blijft, en de algemeene resultaten van onderzoek op dat gebied (statistische methode, quanta-theorie) uiteenzet. Minder gelukkig komt hij mij voor; waar hij zich op filosofisch terrein begeeft en de grondslagen der natuurkennis in het algemeen bediscussieert.

Als bijzonder punt zij vermeld, dat de S. zich een aanhanger toont van de indertijd door Boltzmann uitgesproken meening aangaande de

reden, waarom de entropie steeds zou toenemen, terwijl volgens de kansrekening dit niet zou behoeven. Immers, wanneer op twee oogenblikken t_1 en t_2 de entropieën η_1 en η_2 worden gevonden, is het a priori even waarschijnlijk, dat de grootere waarde der entropie bij het vroegere als dat zij bij het latere tijdstip behoort. Boltzmann verklaart dit, door aan te nemen, dat wij wezens zijn, voor wie het oogenblik met grootere entropie zich als „later” voordoet. Eddington precieseert deze uitspraak door te zeggen, dat gelijktijdigheid niet door de waarde van η wordt geïncfluenceerd, maar dat het teeken van het verloop van den tijd („time's arrow”) door de toename van η wordt beheerscht.

Mij is dit altijd een onbegrijpelijke uitspraak voorgekomen, die geen recht doet wedervaren aan de rol, die de tijd in ons bewustzijn (en onze natuurkennis is toch een gedeelte van ons bewustzijn) speelt. Maar daarvan afgezien zal men toch zeker niet mogen aannemen, dat wij de η van het geheele heelal als richtsnoer voor „time's arrow” nemen, doch slechts de η van dat gedeelte, dat ons omringt en door onze waarnemingen bereikt wordt. En geheel onbegrijpelijk is mij, wat wij in dezen gedachtengang zouden moeten zeggen, als twee personen op een oogenblik t_1 afscheid van elkaar nemen en ieder een kamer (A en B) ingaat. Wanneer zij nu op een oogenblik t_2 uit deze kamers tevoorschijn komen en in de eene kamer is $\eta_{A1} > \eta_{A2}$ en in de andere $\eta_{B1} < \eta_{B2}$, wat moeten zij dan zeggen: „voor b.v. een uur namen wij afscheid” of „over een uur zullen wij afscheid nemen?”

Men zal in zulk een wereld telkens in een situatie komen, waarin men zegt „ben jij nu gek of ben ik het?”

Deze theorie heeft de pretentie van voort te komen uit een groote onafhankelijkheid van geest, niet gebonden door onze alledaagsche vooroordeelen. Maar het komt mij voor, dat er toch eigenlijk op zeer oppervlakkige wijze in wordt omgesprongen met de realiteit van wat de tijd in ons leven en beleven — ook van natuurverschijnselen — is.

Er is nog veel meer, wat tot kritiek uitlokt. Het laatste hoofdstuk over „Science and Mysticism” maakt een alleraangenaamsten indruk. Het is frisch en onbevangen en met veel overtuiging geschreven. Het getuigt van een beminlijken en van een ruimen kijk op de dingen. Er wordt geen in-zijdi; standpunt ingenomen „The mystic point of view” wordt geenszins bestreden of voor minderwaardig verklaard. Integendeel, het goed recht ervan wordt nadrukkelijk verdedigd. Maar onder „mysticism” wordt hier alles verstaan, wat geen hedendaagsche physica is. Poëzie, en kunst in het algemeen, religie, het is alles „mysticism”. Ook de historische en in het algemeen de geestelijke wetenschappen schijnen eronder te vallen. Het toch vrij algemeen bekende feit, dat men in godsdienst en kunst mystieke richtingen heeft, maar ook van de mystiek afkeerbare richtingen wordt door Eddington genegeerd, of hij bedoelt met „mysticism” iets anders, dan men er gewoonlijk onder verstaat, zonder het verschil aan te geven.

En zoo aarzel ik steeds in mijn oordeel over het boek van Eddington. Soms ben ik onder den indruk, dat hij de problemen zoo frisch ziet alsof zij kersverscherter wereld kwamen. Hij spreekt nooit in verbleekte vaktermen en geeft geen verdorde schooldogma's. Maar die onschoolsch-

heid is behalve dat zij ongetwijfeld ook een positieven kant heeft, toch ook vaak ongeschooldheid. En onbevangenheid is wel een eigenschap, die het boek zeer aangenaam maakt, maar om het zeer belangrijk te maken is toch meer noodig.

J. D. v. D. W. Jr.

A. F. Holleman, Leerboek der anorganische chemie. Negende geheel herziene druk, bewerkt door Dr. E. H. Buchner. 599 blz. — J. B. Wolters Groningen—Den Haag, 1928. Prijs f 12.50.

Met vreugde zal de verschijning van een nieuwe druk van dit bekende leerboek der anorganische chemie in de bewerking door Dr. Buchner, die doet vermoeden, dat deze druk zich geheel zal hebben aangepast aan de nieuwere inzichten der laatste jaren, begroet worden. Wij vinden dan ook een aantal waardevolle toevoegingen, betrekking hebbende op het periodiek systeem, de Bohr'sche theorie van het atoom, de bouw der kristallen enz.

Toch brengt de lezing van het boek in enkele opzichten teleurstelling. De nieuwe hoofdstukken zijn te veel aan de oude vorm van het boek toegevoegd, staan min of meer los van het geheel, zonder dit geheel te doordringen, zooals wij van een modern leerboek der scheikunde toch zoo gaarne gezien hadden. Doordat de algemeene beginselen nog niet voldoende tot hun recht komen, blijft nog het geheele gebied der anorganische chemie gesplitst in zooveel onder-scheikunde's als er elementen zijn, en daar natuurlijk niet ieder element even uitvoerig kan worden behandeld met het oog op de omvang van het boek, komt dit neer op een uitvoerige bespreking van de in groote hoeveelheden voorkomende, en daardoor technisch belangrijke elementen. Vier blz. over de elementen *Ti*, *Zr*, *Hf*, *Th*, *V*, *Nb* en *Ta* tesamen lijkt mij toch wel heel erg kort, in vergelijking met de uitvoerige beschrijving die van de natrium- en kaliumzouten gegeven wordt.

Een onderschatting van de waarde van de nieuwere inzichten vinden wij ook wanneer wij de behandeling der complexen nagaan. Ieder weet toch, dat de complexen minstens even belangrijk zijn als de enkelvoudige verbindingen, en men is er toch wel van overtuigd, dat ook verbindingen als de phosphorzuren in werkelijkheid even goed complex zijn als verbindingen KBF_4 en $Co(NH_3)_2Cl_3$. Waarom deze volkomen kunstmatige splitsing, die alleen het algemeen begrip vertroebelt, nog aan te houden en voor de phosphorzuren nog structuurformules aan te geven (blz. 239)?

Het is zeker een loffelijk streven, zooveel mogelijk onvoldoende gefundeerde theoriën uit een elementair leerboek te weren, maar wanneer het werk van Kossel en alles wat daarmee samenhangt zelfs niet genoemd wordt, dan gaat men hierin toch wel wat al te ver.

Verder zien wij op verschillende plaatsen ook conflicten tusschen oorspronkelijke vorm en bewerking.

Zoo bijv. op blz. 274, waar wij nog altijd amorphe koolstof als aparte modificatie vermeld zien, terwijl op de volgende pagina verteld wordt dat deze koolstof toch eigenlijk gekristalliseerd is. Op blz. 277 vinden wij, dat niet bekend is hoeveel atomen het molecuul van koolstof vormen; maar het Röntgenonderzoek leert toch, althans bij diamant, dat er geen chemische

moleculen zijn; diamant heeft een atoomrooster. Bij het rooster van KCl wordt echter wel de opmerking gemaakt (blz. 394) dat het geen zin heeft om nog naar de grootte der moleculen te vragen.

De bezwaren tegen het periodiek systeem (§ 223) zijn toch eigenlijk niet meer steekhoudend.

Verder dient nog gewezen te worden op een aantal onnauwkeurigheden. Methaan als typisch voorbeeld van een homoiopolaire verbinding aan te voeren is zeker niet geoorloofd, zonder daarbij te vermelden wat de argumenten van deze opvatting zijn: de binding tusschen de methaan moleculen, dus in het rooster, is zeker homoiopolair (v. d. W a a l s—D e b i j e), de binding in het molecuul niet zeker, daar er een groot aantal argumenten zelfs voor heteropolaire binding pleiten. De tegenoverstelling van methaan en $NaCl$ zal er toe leiden, dat de lezers meenen, dat nu alle vluchtige verbindingen homoiopolair zijn, dus ook bijv. $TiCl_4$ en $SnCl_4$.

Volkomen willekeurig en onjuist lijkt mij de indeeling van mangaan in de achtste groep (blz. 218) van het periodiek systeem. Is de zevenwaardigheid van het mangaan dan een zoo weinig belangrijk argument, en wijzen niet de eigenschappen van Rh en M (die toch langzamerhand heusch wel bekend zijn (blz. 351), heel wat beter dan element 61 (blz. 526)) eveneens op een plaats in de zevende groep?

Opvallend is, dat bij de koolstof niet de halogeniden behandeld worden; deze geheel naar de organische chemie te verwijzen lijkt mij onjuist, ook al weer omdat daardoor het algemeen verband in de vierde groep geschaad wordt.

De basiditeit (§ 224) hangt niet direct af van de ionisatiespanning: zij wordt bepaald door het ionvolumen, dat echter zelf weer samenhangt met de ionisatiespanning; de hier gegeven verklaring van de regel, dat sterke basiditeit samengaat met kleine ionisatiespanning, is dan ook niet juist.

Ondanks allerlei voortreffelijke eigenschappen van het boek, die overigens voldoende bekend zijn, besluiten wij met de wensch, dat de volgende uitgave een nog iets radicaler bewerking zal brengen. v. A.

J. G. Modderman, Adsorptiewarmte in verband met de theorieën over gas-adsorptie. 139 blz. — H. J. Paris, Amsterdam, 1928. Prijs f 3.25.

In het eerste hoofdstuk van dit lezenswaardige boekje (een Utrechtsch proefschrift) vindt men de experimenteele gegevens over de adsorptiewarmte vereenigd. Deze gegevens zijn zoo verwerkt, dat de differentieele adsorptiewarmte (dQ/dA) in afhankelijkheid van A , de geadsorbeerde gas-hoeveelheid, (en van den evenwichtsdruck) uit tabellen kan worden afgelezen. De opmerking betreffende de al en niet-reproduceerbaarheid der differentieele en integrale adsorptiewarmte (blz. 3) achten wij door de tabel op blz. 10 weerlegd, evenals de betrekking „adsorptiewarmte = bevochtigingswarmte + condensatiewarmte” door de gegevens voor de combinatie water en kool op blz. 12 en 13.

In hoofdstuk II volgt op een afleiding van de formule voor de isotherme adsorptiewarmte (een afleiding, die echter alleen voor poreuze adsorbentia geldigheid bezit) een groot aantal tabellen, die weer dQ/dA als functie van

A geven. Nu echter zijn ze met behulp van de genoemde formule uit de door de verschillende waarnemers gevonden isothermen berekend. Wij meenen, dat in het bijzonder bij het samenstellen van deze beide hoofdstukken de literatuur wel zeer volledig geraadpleegd is.

Het derde hoofdstuk behandelt den „toestand van de geadsorbeerde phase”, waarbij uitvoerig de splitsing van dQ/dA in compressiewarmte en „ware adsorptiewarmte” gediscussieerd wordt (de laatste aanhalingsteekens zijn van de schrijfster; ons kan het praedicaat „waar” niet bekoren). Deze splitsing stelt de schrijfster in staat verband te leggen tusschen het eigenaardige verloop van dQ/dA en den opbouw van de geadsorbeerde phase uit verschillende lagen.

Het vierde hoofdstuk geeft ten slotte een kort overzicht van de verschillende adsorptietheorieën (Iliin, Polanyi, Goldmann, Patrick, de Boer, Langmuir, Reichinstein, Williams).

Door het geheele boekje heen treft de wijze, waarop steeds de experimenteel adsorptie-gegevens van alle kanten zijn gezien en met andere verschijnselen in verband zijn gebracht. Als voorbeeld hiervan halen wij de opmerking aan, dat het principe van Maxwell—Boltzmann niet veroorlooft het moleculaire volume in den geadsorbeerden toestand te bepalen (blz. 106—109).

Wat echter, ook in verband met den titel, aan het boekje ontbreekt lijkt ons een scherpe uiteenzetting van de begrippen van de diverse adsorptiewarmten en van de betrekkingen, die tusschen deze warmten bestaan. Dat hier het voorbeeld van H ü c k e l niet is gevolgd is zeer jammer.

De schrijfster definieert nu een isotherme adsorptiewarmte, die afhangt van de niet geadsorbeerde gashoeveelheid! Aan den overigen inhoud van het boekje schaaft dit gelukkig niet; het draagt alleen niet bij tot een logische begripsformuleering, die in dit gebied der physica toch wel zeer gewenscht is.

Wat de uitvoering betreft valt het ontbreken van vrijwel iedere numerieke aanduiding in de figuren te betreuren. In fig. II is overal waar A moest staan een T gedrukt. Het ∂ -teeken wordt gebruikt voor een dichtheid (blz. 113), terwijl als partieel differentiaalteeken δ gekozen is! De vergelijkingen in hoofdstuk II zijn op gebrekkige wijze genummerd. Alleen een literatuur-overzicht is aanwezig.

Mogen mijn opmerkingen de physici en chemici, die zich in steeds wijderen kring voor de adsorptie interesseeren, niet weerhouden hun kennis door het lezen van dit boekje te verrijken.

P. C.

H. Groot, Grepen uit de Sterrekunde, ten dienste van het Middelbaar en Gymnasiaal Onderwijs. 78 blz., 19 fig. — van Dishoeck, Bussum, 1929. Prijs f 1.50.

Dit boekje behandelt op eenvoudige wijze het voorkomen en ontstaan der maanoppervlakte; bespreekt heel begrijpelijk de bewoonbaarheid der planeten; roert even de astrofysica aan in de soorten van spectra, die de sterren uitzenden in verband met hun ionisatietoestand, waarbij vaag gewezen wordt op het Doppler-, Zeeman- en Einstein-effect,

als ook op de invloed van druk, temperatuur en anomale dispersie op de lijnen dier spectra; (veel toelichting zal hierbij noodig zijn, een moeilijk hoofdstuk, wellicht te moeilijk) en geeft daarna een vrij uitvoerige kijk op de stellaire astronomie: relatieve en absolute helderheid; parallax door directe meting; spectroscopische parallax en parallax der Cepheïden; eigen beweging en de sterrestroom van K a p t e i j n; massa, straal en dichtheid; dubbelsterren; veranderlijke sterren met hun lichtkrommen; sterrehoopen en nevelvlekken, met als besluit iets over de bouw van het heelal. Belangwekkende onderwerpen, ook voor de leerlingen; niet altijd even gemakkelijk te begrijpen, maar zooals het in dit werk gebracht wordt, toch best te bevatten.

In de voorrede staat: „Ofschoon in de eerste plaats voor mijn eigen leerlingen bedoeld, zal dit werkje misschien ook sommigen collega's welkom zijn bij hun onderwijs. Daarbij denk ik in de eerste plaats aan diegenen onder hen, die het met mij eens zijn, dat de Cosmografie bij hun leerlingen toch een andere herinnering behoort achter te laten, dan die aan een woestenij van coördinatenstelsels”.

Ik schaar mij gaarne onder deze collega's en kan ten sterkste aanraden dit boekje te gebruiken, nadat een beknopte inleiding tot de kennis van ons zonnestelsel is gegeven. Het zal de „Cosmo” ten goede komen!

H.

Norman Robert Campbell. An account of the principles of measurement and calculation. 293 blz. — Longmans, Green and Co., London, New-York 1928. Prijs 12/6 Ned.

De schrijver, lid der „research staff” eener „electric company” en als zoodanig met metingen en standaardwaarden vertrouwd, zich echter bescheidenlijk (p. VII) „mathematically incompetent” noemende, heeft een praktischen, maar toch ook filosofischen kijk op het natuurkundig onderzoek. De verwondering, volgens A r i s t o t e l e s het begin aller filosofie, is bij hem aanwezig. P. 72 zegt hij terecht: „when we speak of a law and a rule, we mean that if we make more measurements and increase the table, the rule which has produced numerals agreeing with the earlier measurements will produce also numerals agreeing with the latter. This is the perpetual miracle, at which we must never cease to wonder; for, if we cease to wonder, we shall cease to understand”.

Hij is van oordeel dat de uitsluitend mathematische beschouwing van natuurverschijnselen gevaarlijk kan zijn. P. 228: „the elegance and intrinsic interest of some of the devices may lead, and indeed has led, mathematicians to develop them far beyond the point to which they are useful to physics Such development, though it may not be useful to physics, cannot be injurious to it, so long as it is recognised that mathematics and physics are two sciences, not one Dangers can arise from their close association only when they are confused, when it is insisted that mathematical propositions can be proved by physical reasoning or that every mathematical device must have a physical significance”. Dit is juist; maar zouden er wel vele personen zijn die als voorvechters van een dezer laatst-

genoemde stellingen optreden? Wel is het waar dat wanneer een fysische beschouwing mathematisch zeer fraai is uitgewerkt, daardoor de illusie kan ontstaan dat de juistheid der fysische beschouwing even onaantastbaar is als de logica der wiskundige redeneering, terwijl toch natuurlijk de logische gang der redeneering de onwrikbaarheid der uitgangspunten niet waarborgt.

De schrijver tracht dus te geven wat men zou kunnen noemen een ahistorische ¹⁾ „philosophy of measurement”, daarbij in zijn voorrede terecht opmerkend dat men in de meeste leerboeken slechts een kort hoofdstuk (of nog minder) vindt over eenheden en het meten daarvan, terwijl toch nagenoeg ieder van de belangrikheid van metingen overtuigd is. Zijn filosofie is, zooals gezegd, die van een practicus. Referent wil over de waarde daarvan geen oordeel uitspreken, maar alleen op enkele punten wijzen opdat uit deze aankondiging althans iets van den gedachtengang blijke.

De Heer Campbell meent dat men, in het oog houdende dat men eerder relaties dan afzonderlijke eigenschappen zoekt, de mogelijke relaties systematisch moet indeelen. Hij doet dit op velerlei wijze. P. 4 heeft hij het over transitieve en intransitieve, symmetrische en asymmetrische (bovendien niet-transitieve en niet-symmetrische) relaties, waarmede b.v. bedoeld is dat de relatie „voorvader-nakomeling” transitief is, omdat als A voorvader van B is en B van C , ook A voorvader is van C ; dezelfde relatie is asymmetrisch, omdat B niet tevens voorvader van A kan zijn. Daarentegen is de relatie van neven intransitief en symmetrisch, enz. P. 26 wordt een lijst gegeven van A -grootheden, in twee secties verdeeld, waarvan de eerste bevat „those of which all actual measurement in modern physics depends” en die „fundamentally” gemeten worden, de tweede de grootheden die eveneens direct zouden kunnen worden gemeten, maar die toch meest door indirecte methoden worden gevonden (dikwijls, p. 118, bepaalt de „sensitivity” de keuze der methode). Hij zegt p. 37: I must hold strongly that the only form which a complete and scientifically satisfactory text book of experimental physics could take would be a discussion of the methods by which the various magnitudes are and could be measured. Such a text-book does not exist . . .” Blijkbaar bevredigt dus een werk als Kohlrausch’ „Leitfaden der praktischen Physik” hem niet.

Tegenover de A -grootheden staan de B -grootheden (p. 94) „necessarily secondary magnitudes measured by the derived process”. Een andere indeeling is weder (p. 99) die in primaire en secundaire grootheden (tot welke laatste alle B -grootheden, zooals gezegd, behooren). Een ASF (d. i. een A -grootheid, die tevens secundaire grootheid is, doch op fundamenteele wijze gemeten wordt) is b.v. de elektrische weerstand, enz., enz. Het komt referent voor dat, indien de beschouwingen van den schrijver den invloed zullen krijgen dien hij wenschelijk acht, dit alles nog systematischer zou moeten worden gezegd ²⁾, het „text-book” welks afwezigheid de schrijver

1) Schrijver noemt nergens namen, behalve den naam Gauss bij de foutentheorie en die van Lord Kelvin en Planck in de noten bij Hoofdstuk VIII (p. 130—134).

2) Het klinkt b.v. vreemd als hij na gezegd te hebben (p. 97): „All B -magnitudes are necessarily secondary magnitudes measured by the derived process” twee regels verder

betreurt, zou hij zelf moeten trachten te schrijven, waarbij het nog de vraag is of dit zou gelukken. Als hij (p. 125) zegt dat „our text-books assign in perfect unanimity definite dimensions to some magnitudes and never suggest that this assignment is not unique”, dan moet er toch op gewezen worden dat b.v. F. Kohlrausch in het reeds genoemde werk (p. 438 van de 8ste uitgave) duidelijk zegt: „Es ist zu beachten, dass dieselbe Grössenart verschiedene Dimensionen erhält, je nachdem man ihre Einheit von dem einen oder dem anderen Naturgesetz ableitet, etc”.

Wij willen den schrijver in zijne verdere beschouwingen niet volgen, evenwel niet zonder den eventueelen lezer op het hart te drukken vooral kennis te nemen van de noten bij Hoofdstuk VIII (p. 130—134), waar hij de denkbeelden van Lord Kelvin en Planck over „absolute units” en „arbitrary units” bespreekt.

J. A. V.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

- A. N e n n i n g, Quantenmäsziger Aufbau der Elemente bis Fluor und deren dynamische Felder, 32 blz., 12 fig. — Seyfried & Co. München, 1926.
- J. W. B o e r m a n en K. M. K n i p, Physica, Beknopt leerboek der Natuurkunde, deel 2, derde en vierde cursus, voornamelijk ten dienste van kweek- en normaalscholen, achtste druk, herzien door M. Hellingman en K. M. Knip, 298 blz., 257 fig. — Wolters. Groningen. 1928. Prijs f 2.90, geb. f 3.25.
- A d a m H i l g e r, Concerning high frequency stabilisation by piezo-electric oscillators, 12 blz. — Adam Hilger. London. 1929.
- M ü l l e r - P o u i l l e t's Lehrbuch der Physik, 11 Auflage, erster Band, erster Teil, Mechanik punktförmiger Massen und starrer Körper, herausgegeben von Erich Waetzmänn, 860 blz., 673 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1929.
- M ü l l e r - P o u i l l e t's Lehrbuch der Physik, 11 Auflage, erster Band, zweiter Teil, Elastizität und Mechanik der Flüssigkeiten und Gase, herausgegeben von Erich Waetzmänn, 458 blz., 398 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1929. Prijs te samen met band 1, deel 1, R.M. 75, geb. R.M. 82.
- M ü l l e r - P o u i l l e t's Lehrbuch der Physik, 11 auflage, erster Band, dritter Teil, Akustik, herausgegeben von Erich Waetzmänn, 484 blz., 393 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1929. Prijs R.M. 29, geb. R.M. 32.
- J. D. v a n d e r W a a l s jr., De Wereldaether, 2de druk, Volksuniversiteitsbibliotheek no. 12, 240 blz. — Erven F. Bohn. Haarlem. 1929. Prijs geb. f 1.90.
- V. V. S t r a t o n o w, Astronomie, allgemeinverständlich dargestellt, Übersetzung aus dem russischen Manuscript von M. Chovanec, unter der Re-

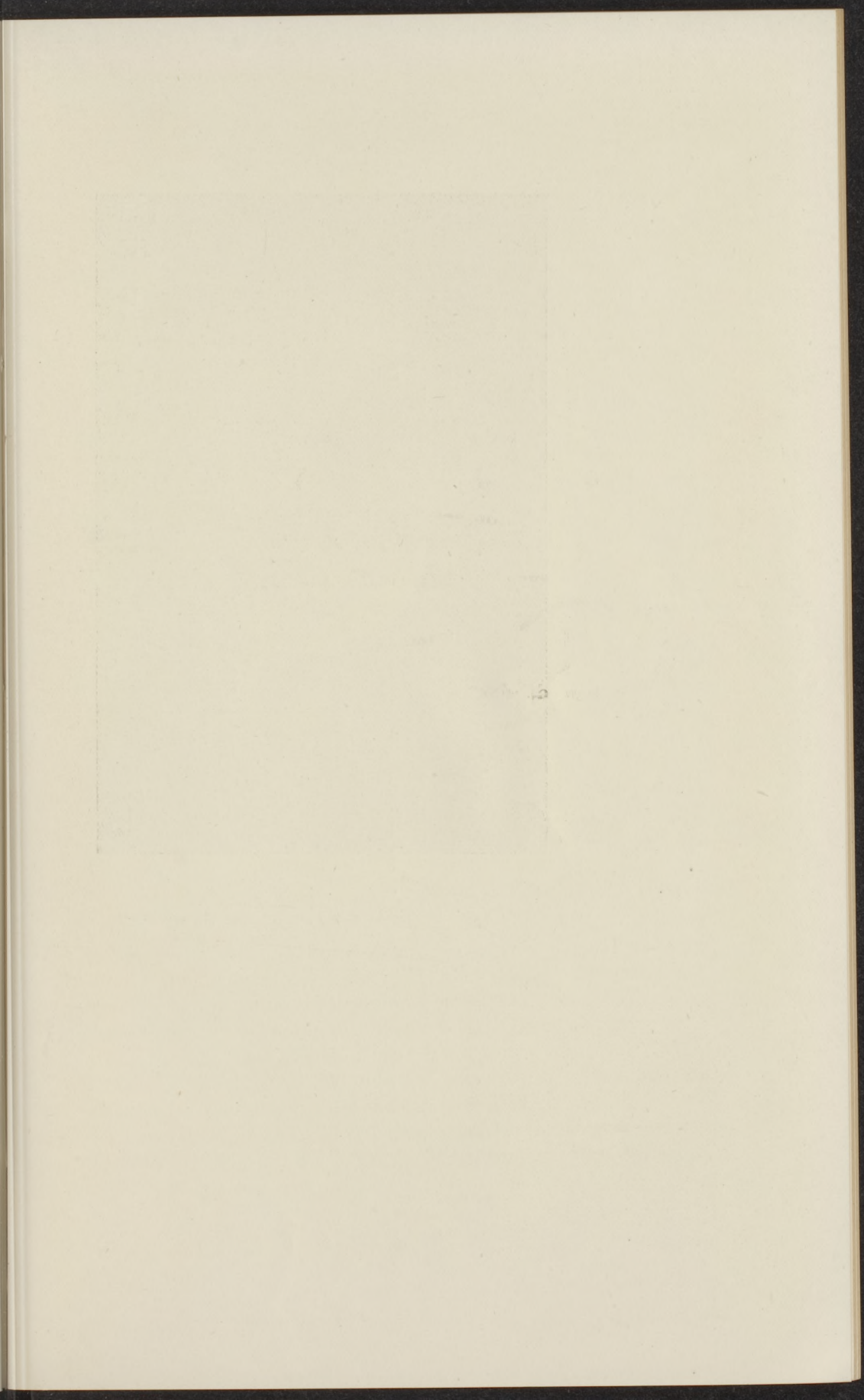
zegt: „B-magnitudes may also be primary magnitudes”, terwijl toch gezegd wordt dat primair-secondair een „pair of contradictory qualities” is, evengoed als $A-B$ of $F-D$ („measured by fundamental or derived process”). Wel-is-waar volgt dan weer: „a magnitude measured as a secondary by one law can be a primary in another law”. Dat brengt den lezer aan het twijfelen of er nu ook wel een absolute tegenstelling bestaat tusschen A - en B -grootheden.

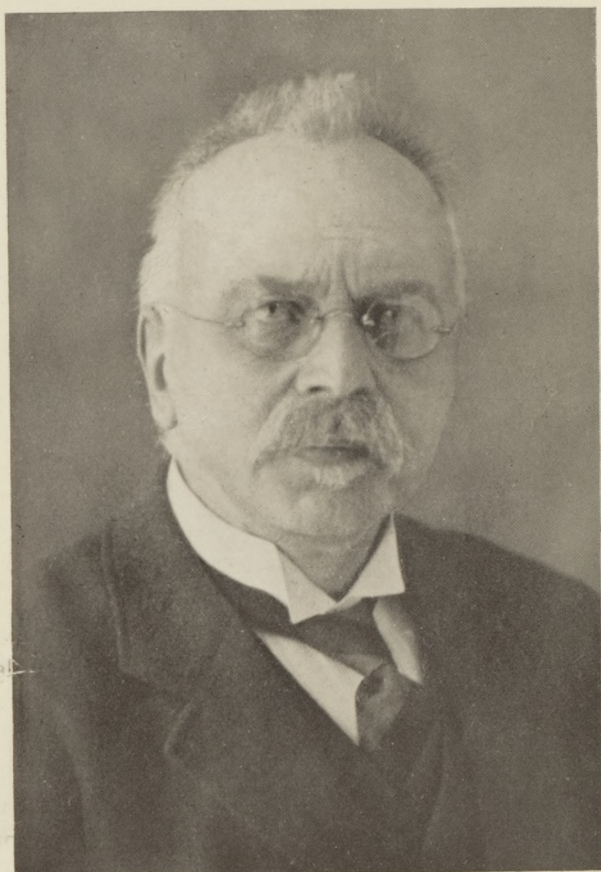
- daction von Dr. A. Prey, 128 blz., 43 fig., Heft 1, 2, 3, 4. B. Koci. Prag. 1929.
- Theodor Pöschl, Mechanik der nicht starren Körper, Sonderabdruck aus Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik, 1, 2, 11 Auflage, 60 blz., vele fig. — Vieweg. Braunschweig. 1929. Prijs R. M. 3.20.
- Roland Weitzenböck, Der vierdimensionale Raum, 142 blz., 52 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1929. Prijs R.M. 9, geb. R.M. 10.50.
- Hugo Bergmann, Der Kampf um das Kausalgesetz in der jüngsten Physik, Sammlung Vieweg, Heft 98, 78 blz. — Vieweg. Braunschweig. 1929. Prijs R.M. 4.50.
- H. Couvert, Praktische oefeningen in de natuurkunde, derde druk, 78 blz., 53 fig. — Apken. Deventer. 1926. Prijs f 3.50.
- Emil Warburg, Lehrbuch der Experimentalphysik für Studierende, 21 und 22 völlig neubearbeitete Auflage, 482 blz., 453 fig. — Theodor Steinkopff, Dresden und Leipzig. 1929. Prijs R.M. 14, geb. R.M. 15.80.

STRIKVRAGEN

Vraag XLIII. Een magneetstaafje is aan een dunnen draad horizontaal opgehangen. Wat gebeurt, als men het magneetstaafje in snelle draaiing brengt en dan met een magneetpool nadert?

Het antwoord op vraag XL: *Een parabolische spiegel met totaal reflecteerend vermogen maakt platte geluidsgolven uit bolvormige die van het brandpunt komen. Zullen deze platte golven overal constante amplitude hebben en altijd houden?* is niet zoo eenvoudig als het lijkt. Daar waar de platte gereflecteerde golf aan de paraboloïde ontstaat uit de bolvormige golf, zal haar amplitude gelijk moeten zijn aan die van deze laatste. De amplitude langs een geluidsstraal zal alleen wanneer de golflengte oneindig klein is, gelijk kunnen blijven aan hetgeen zij bij de reflectie aan de paraboloïde was. Heeft de golflengte een eindige waarde, dan vereffenen zich in het gereflecteerde golf front gaandeweg de amplituden der verschillende stralen. Men kan dit, zij het zonder strenge behandeling, inzien door te denken aan de zones van Fresnel, die men op de paraboloïde kan construeeren. Voor eenig punt P op een teruggekaatste straal ligt de middelste zone binnen de omwentelings-ellipsoïde die haar brandpunten heeft in het brandpunt O der parabool en in P, en een som der voerstralen heeft, een halve golflengte grooter dan de lengte van den gereflecteerden straal uit O naar P. Naarmate het beschouwde punt P verder weg ligt, valt er een grooter stuk van de paraboloïde binnen deze zone zoodat deze gebieden van uiteenlopende amplitude gaat bevatten, die in P een amplitude teweegbrengen, beantwoordende aan een zeker gemiddelde. Tenslotte grijpt deze zone zelfs over den top van de kaatsende paraboloïde heen.





L. A. Sierstema

PROF. DR. L. H. SIERTSEMA

door M. DE HAAS

Den 1sten Augustus a.s. hoopt Prof. Siertsema den dag te herdenken, waarop hij vóór 25 jaren als docent aan de toenmalige Polytechnische School in functie trad.

Met ingang van 1 September daaraan volgende heeft hij ontslag gevraagd uit zijn betrekking van hoogleeraar aan de Technische Hoogeschool, hetwelk hem door H. M. de Koningin op de meest eervolle wijze is verleend.

Lodewijk Hendrik Siertsema werd 1 December 1863 te Veendam geboren. Hij doorliep de H.B.S. met 5 j.c., legde het admissie examen voor de Universiteit af (in het laatste jaar van het bestaan van dit examen) en studeerde vervolgens in de wis- en natuurkunde aan de Universiteit te Groningen. Hij volgde daar het onderwijs o.a. van de hoogleeraren Schoute, De Boer, Kapteyn, Mees en Haga.

Van 1886 tot 1890 was hij assistent bij Prof. Haga. Zijn promotie (cum laude) geschiedde op 27 Mei 1890; het proefschrift is getiteld: „De Jamin'sche interferentiaal refractor en hiermede verrichte brekingsindices-bepalingen”.

Zijn verdere wetenschappelijke loopbaan speelt zich af eerst te Leiden, daarna te Delft.

Zijn werkzaamheden in het laboratorium van Kamerlingh Onnes te Leiden vingen aan in October 1890. Ook werd hij toen leeraar aan de avondschool van het genootschap „Mathesis Scientiarum Genitrix” welke functie hij enkele jaren heeft vervuld.

Hij was assistent van Kamerlingh Onnes van 1893—1895, conservator van 1895 tot 1904, privaat docent van 1893 tot 1900, lector van 1900 tot zijn vertrek naar Delft.

De naam van Siertsema is ten nauwste samengeweven met de geschiedenis van het Leidsche Laboratorium over die jaren.

Groote diensten heeft hij er aan bewezen. In de eerste plaats wel door aan *Kamerlingh Onnes* de beslommeringen, verbonden aan het beheer van het laboratorium, grootendeels uit de handen te nemen. Zijn groote werkkracht, zijn stiptheid, zijn talent voor organiseeren kwamen hem daarbij uitnemend te stade.

In de tweede plaats denken wij aan de opleiding der instrumentmakers, welke door *Kamerlingh Onnes* werd ter hand genomen en waarvan de aanvang ongeveer samenvalt met de komst van *Siertsema* te Leiden. Met den groei dezer opleiding hing samen de vermeerdering van het aantal leerling-instrumentmakers en de uitbreiding van de werkplaatsen van het laboratorium. Het getal dezer leerlingen bedroeg 6 in 1889, 33 in 1904. Deze opleiding verkreeg een meer vasten vorm toen in 1901 door *Kamerlingh Onnes* in samenwerking met de heeren *Siertsema*, *Wilterdink*, *Groenman* en *Van Achterberg* de Vereeniging tot bevordering van de opleiding tot instrumentmaker werd opgericht, van welke vereeniging *Siertsema* gedurende vele jaren Secretaris-penningmeester was.

Naast deze vele ambtelijke en administratieve beslommeringen wist hij gelegenheid te vinden tot omvangrijk wetenschappelijk werk, waarvan, te beginnen met 1893, de resultaten zijn verschenen voornamelijk in de Verslagen van de Kon. Akademie van Wetenschappen en in de „Communications” van het Leidsche Laboratorium. Zij betroffen voor het meerendeel metingen over de magnetische draaiingsdispersie in gassen bij verschillende drukkingen. Daarbij waren groote experimenteele moeilijkheden te overwinnen; doch al vrij spoedig beschikte *Siertsema* over een toestel, dat hem in staat stelde vertrouwbare resultaten te verkrijgen.

Hij heeft onderzocht de magnetische draaiingsdispersie van zuurstof, stikstof, mengsels van zuurstof en stikstof, (ook lucht), waterstof, koolzuur, stikstofoxyduul. Bovendien heeft hij ook eenige bepalingen verricht van de magnetische draaiing in water.

Een samenvatting der op dit gebied tot in 1899 verkregen resultaten verschenen in deel II, Serie II van de Archives Neerlandaises des sciences exactes et naturelles.

Bovendien werden door hem nog metingen verricht over den invloed van de drukking op de natuurlijke draaiing van het polarisatievlak in oplossingen van rietsuiker (1897), over de magnetische

draaiing van het polarisatievlak in vloeibaar gemaakte gassen (1900 en 1902), over de dispersie van de magnetische draaiing van het polarisatievlak in negatief draaiende zoutoplossingen (metingen met rood bloedloozout) (1900 en 1901).

Het mag een groote voldoening voor Siertsema genoemd worden, dat de resultaten dezer onderzoekingen ook voor de moderne physica hun beteekenis hebben behouden, zooals o.a. blijkt uit een publicatie van Prof. Dr. R. L a d e n b u r g (Zeitschr. f. Physik Bd. 34, 1925 blz. 898).

Ook over onderwerpen van anderen aard deed hij zijn licht schijnen. In 1896 verscheen in de Verhandelingen van de Kon. Akad. v. Wetenschappen een publicatie van zijn hand: Over de onbestaanbaarheid van diamagnetische stoffen volgens D u h e m en eenige minimum eigenschappen in het magnetische veld.

Eveneens in 1896 verscheen: Over temperatuurscoëfficiënten van Naudet'sche aneroïden. Deze verhandeling dankt haar ontstaan aan een onderzoek van eenige aneroïden, door Prof. M a r t i n bij hoogtemetingen in de Molukken en door Prof. M o l e n g r a a f f in Borneo gebruikt, van welke instrumenten Siertsema de contrôle op zich had genomen. In deze verhandeling wordt ook een theoretische verklaring voor den invloed van de temperatuur op de aanwijzingen van het instrument gegeven.

Onvermeld mag niet blijven, dat Siertsema gedurende vele jaren medewerker aan de Beiblätter zu den Annalen der Physik is geweest en in die functie een groote reeks van referaten heeft geschreven.

In latere jaren gaf hij te Leiden ook college in Natuurkunde voor jongere studenten in de geneeskunde en voor die in de wis- en natuurkunde.

Dat de vriendschap van K a m e r l i n g h O n n e s en L o r e n t z zijn deel werd, zal niemand, die hem kent verwonderen. Hij was medewerker van L o r e n t z bij de bewerking van diens Beginselen der Natuurkunde, van den vierden druk af, die in 1904, tot den achtsten druk, den laatsten, die in 1922 verscheen.

In 1904 werd het Leidsche tijdperk afgesloten en trad Siertsema in functie als leeraar aan de Polytechnische School te Delft; een jaar later volgde zijn benoeming tot hoogleeraar aan de toen gestichte Technische Hoogeschool te Delft.

Van 1907—1909 was hij aldaar Secretaris van de Afdeeling der Algemeene Wetenschappen; van 1921—1923 voorzitter van deze Afdeeling; van 1916—1919 secretaris van den Senaat. In de daarop volgende jaren is hem meermalen verzocht, zich voor een benoeming tot rector-magnificus beschikbaar te willen stellen. Wegens persoonlijke redenen heeft hij echter daarin niet willen toestemmen, hetgeen algemeen betreurd wordt.

In de eerste jaren te Delft was hij belast met het geheele college Algemeene Cursus, d.w.z. hij gaf 3 uur per week aan bijna alle studenten van het eerste jaar college over elasticiteit, vloeistofbeweging, warmte en licht, en aan die van het tweede jaar 3 uur per week over elektriciteit en magnetisme; tevens had hij de leiding van aan deze colleges aansluitende praktische oefeningen. In het geheel was dit een omvangrijke taak, die nog verzwwaard werd in den aanvang, omdat met de in gebruikneming van het nieuwe laboratorium een geheel nieuwe organisatie van het onderwijs noodig was, en later wegens de toeneming, die het aantal ingeschrevenen aan de T. H. in de eerste 15 jaren van haar bestaan vertoonde.

Het maximum aantal der bezoekers van zijn college steeg dan ook (in het studiejaar 1916—1917) tot 313.

S i e r t s e m a heeft zijn onderwijs aan de T. H. steeds met groote toewijding gegeven en veel zorg besteed aan de voorbereiding er van, vooral ook van het experimenteele gedeelte. De praktische oefeningen, die voor groote aantallen studenten tegelijk moesten worden gehouden, werden door hem systematisch geregeld en geadministreerd. Reeds in 1907 gaf hij een Handleiding bij deze praktische oefeningen in het licht, waarvan in 1927 de zevende druk verscheen.

Het wetenschappelijk onderzoek werd ook in Delft voortgezet, hoewel, nu het onderwijs zoo zeer op zijn tijd en aandacht beslag legde, minder intensief dan te voren in Leiden.

In 1911 verscheen in de Akademie-verslagen een eerste mededeeling over Metingen van brekingsindices van gassen onder hoogen druk, nl. de dispersie van waterstof. In een tweede mededeeling, van 1914, gaf hij de resultaten, verkregen bij de metingen van de dispersie van lucht en koolzuur.

In 1915 schreef hij twee verhandelingen over de magnetische draaiing van het polarisatievlak in titaantetrachloride.

„Over de veranderlijkheid van oude standaardkilogrammen” is de

titel van een publicatie, die in 1927 in Verslagen van de Kon. Akad. en in 1928 in het tijdschrift *Physica* verschenen is.

Ieder, die op welk gebied ook, met *S i e r t s e m a* in aanraking is gekomen, zal getroffen geweest zijn door zijn groote eenvoudigheid, door zijn nuchteren zakelijken kijk op de dingen. Steeds staat bij hem de zaak, nimmer de persoon en zeker niet zijn eigen persoon op den voorgrond; zoowel in een schriftelijk als mondeling vertoog gebruikt hij zoo weinig woorden als mogelijk, zonder dat de duidelijkheid er onder lijdt. Voeg daarbij zijn streven om alle opgaven, die zich op zijn weg voordoen, zelf aan te vatten en geheel tot oplossing te brengen en daarbij zoo min mogelijk aan het toeval over te laten, dan zal het duidelijk zijn, hoe goed alles verloopt in een bestuur of een commissie, als *S i e r t s e m a*, hetzij als voorzitter of als secretaris of zelfs maar als lid daarin zitting heeft.

Aan de T. H. hebben de Senaat, de Afdeeling der Algemeene Wetenschappen, het Natuurkundig Laboratorium en niet het minst zijn collega's voor de natuurkunde van dit alles de vruchten mogen plukken. Nog kort geleden heeft hij een aanzienlijk aandeel gehad in de voorbereiding van de studie- en examenregeling voor de a.s. natuurkundig ingenieurs.

Doch ook aan instellingen buiten de T. H. heeft *S i e r t s e m a* zijn krachten gegeven.

Ik noem hiervan de commissie van toezicht op de standaarden van meter en het kilogram, waarvan hij in 1918 lid en secretaris werd. Even voor dien tijd was aan deze commissie opgedragen van het kilogram een standaard van den tweeden rang te doen vervaardigen ten behoeve van den IJkdienst en dit kilogram, door directe vergelijking met den Nederlandschen platina-standaard, te ijken. De hiertoe noodige wegingen, waaronder ook de hydrostatische, werden door *S i e r t s e m a* ter hand genomen. Hij strekte zijn onderzoeken ook uit over enkele oudere standaarden, zoodat weldra wel alle in Nederland aanwezige standaardkilogrammen, die bij de Kon. Akademie, bij den Inspecteur van het IJkwezen, in 's Rijks munt, in Teyler's Stichting en in verschillende Universiteits laboratoria in bewaring zijn, naar Delft kwamen en door hem werden onderzocht.

Als resultaat dezer onderzoeken verscheen de reeds genoemde verhandeling over de veranderlijkheid van oude standaardkilogrammen.

Ook mag niet onvermeld blijven de vele moeite, die hij zich als secretaris dezer commissie gegeven heeft om de toetreding van Nederland tot de internationale meterconventie te bevorderen, welke toetreding bij Kon. Besluit van 29 April 1929, Staatsblad no. 219, haar beslag heeft gekregen.

Sedert 1923 is hij lid van de Rijkscommissie voor Graadmeting en Waterpassing.

Van het college van Curatoren van het Gymnasium te Delft maakte hij deel uit van 1908 tot eind 1925, eerst als secretaris en van 1915 af als voorzitter.

Te Delft is hij sedert 1914 regent van het Meisjeshuis; in die functie heeft hij aan dit Huis groote diensten bewezen, niet het minst in de moeilijke oorlogsjaren.

Nu zal met het begin van het nieuwe studiejaar de werkzaamheid van S i e r t s e m a aan de T. H. ophouden, en weldra, als zijn verhuizing naar elders een feit geworden zal zijn, ook die in de verschillende colleges buiten de T. H.

Voor al deze instellingen beteekent zijn heengaan een groot verlies en vooral zij, die zijn medearbeiders waren, zien S i e r t s e m a met groot leedwezen vertrekken.

Door zijn buitengewonen trouw, ijver en nauwgezetheid, en zijn opmerkelijke bescheidenheid heeft hij zich in al die kringen waardeering en sympathie verworven.

En als ik hier nog een enkel persoonlijk woord aan toe mag voegen, dan is dat een woord van dankbare herinnering aan het vele goede, dat zijn vriendschap mij in een tijdperk van wel haast veertig jaren heeft gegeven.

KRITISCHE OPMERKINGEN OVER CONCENTRATIE-BEPALINGEN VAN ATOMEN EN IONEN DOOR LICHT-ABSORPTIE ¹⁾

door W. DE GROOT

Zusammenfassung.

Eine eigene Arbeit über Konzentrationsbestimmung von Atomen oder Ionen durch Absorptionsmessung wird kritisch besprochen. Einige Fälle aus der Literatur werden an Hand von naheliegenden Betrachtungen geklärt.

Practisch gesproken kunnen metingen over absorptie van spectraallijnen verdeeld worden in twee groepen:

- A) de achtergrond is continu, zooals bij de lijnen van Fraunhofer in het zonnespectrum of bij de klassieke proef van de omkeering van de Na-lijn.
- B) De achtergrond is een smalle lijn ongeveer even breed als de absorptielijn zelf.

Van grooten invloed op het waargenomen verschijnsel is de spleetbreedte en de schijnbare verandering die deze door diffractie ondergaat. Het eenvoudigst is de discussie van die gevallen waarin de spleetbreedte (in golflengte of frequentie maat) groot is ten opzichte van de breedte van de absorptielijn en waarin de diffractie aan de randen te verwaarloozen is. In dit geval is bij een smalle emissielijn als achtergrond de intensiteit in het spleetbeeld, dat bij passende voorzorgsmaatregelen in den vorm van een egaal verlicht rechthoekje verschijnt,

$$(1) \quad I = \int_{-\infty}^{\infty} E(y) e^{-XA(y)} dy.$$

Hier en in het vervolg nemen wij aan dat het spectrum in frequentie maat gemeten wordt, zoodat

1) Voordracht gehouden voor Ned. Nat. Ver. op Zaterdag 23 Febr. 1929.

$$\gamma = \omega - \omega_0, \quad \omega = \frac{2\pi c}{\lambda}, \quad \omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda_0}$$

λ_0 is de golflengte van het „midden” van de lijn.

In bovenstaande uitdrukking is $E(\gamma)$ de spectrale verdeling in de emissielijn, $A(\gamma)$ die van de absorptiecoëfficiënt, die verder afhangt van de concentratie N , die met eenige andere grootheden in de variabele X is opgenomen.

Terwijl experimenteel de meest juiste weg is om door studie van de spectrale verdeling (fijnstructuur) iets over E en A te weten te komen, kan men ook den omgekeerden weg bewandelen en door plausibele onderstellingen over E en A trachten concentraties te bepalen.

Heeft men te doen met atomen in concentraties van minder dan 10^{16} , terwijl de aanwezigheid van vreemde atomen het tienvoud van dit bedrag niet overtreft, dan mag men bij temperaturen boven kamertemperatuur in het zichtbare spectrum en in het ultraviole tot $2000^\circ A$ de Dopplerverbreeding als bepalend voor de gedaante van de absorptielijn aanzien. Daarnaast speelt de stralingsbreedte een rol terwijl andere verbreedingen (stootverbreeding, commensurabiliteit) te verwaarloozen zijn. Na te gaan is dan nog of in het geval dat men beschouwt, van verbreeding door elektrische en magnetische velden mag worden afgezien.

In een door mij onderzocht geval ¹⁾ n.l. bij de absorptie van de lijn $1941,5 A^\circ$ door Hg -ionen in een ontladingsbuis, vindt men voor de halve halfwaardebreedte der straling

$$\frac{\omega'}{2} = \frac{1}{3} \frac{e^2 \omega_0^2}{mc^3} = 2,5 \cdot 10^8,$$

terwijl de halve halfwaarde breedte van de Dopplerfiguur bedraagt

$$\omega_0 \frac{w}{c} \sqrt{\ln 2} = 7 \cdot 10^9, \quad T = 1000^\circ K.$$

Deze laatste grootheid is dus in ons geval circa 30 maal zoo groot als de stralingsbreedte. Wij mogen daarom voor de functies E en A nemen

1) W. de Groot, Zs. f. Phys. 50, 559 (1928).

$$E(y) = e^{-y^2/\beta^2}, \quad A(y) = e^{-y^2/\alpha^2},$$

$$\beta = \omega_0 \frac{w_e}{c}, \quad \alpha = \omega_0 \frac{w_a}{c}.$$

w_a en w_e zijn de waarschijnlijkste thermische snelheden der emitterende en absorbeerende deeltjes (Maxwell). Hierdoor wordt

$$X = \frac{2\pi \nu \pi \epsilon^2}{mc} \cdot \frac{Nfl}{\alpha} = 0,09 \frac{Nfl}{\alpha},$$

en

$$(2) \quad \frac{I}{I_0} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2/\beta^2} e^{-Xe^{-y^2/\alpha^2}} dy}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2/\beta^2} dy}.$$

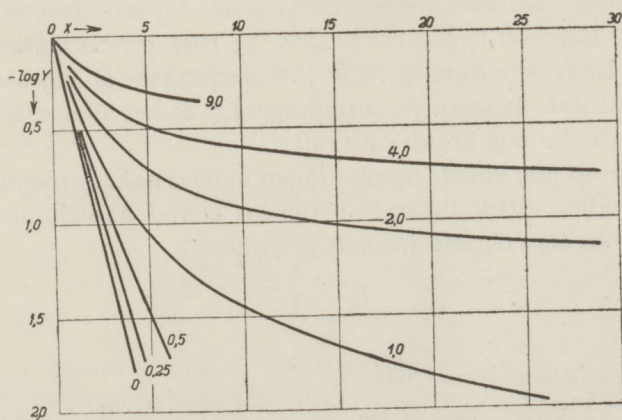
Deze uitdrukking laat zich als functie van X grafisch integreren.

Men kan ze n.l. vervangen door

$$(3) \quad Y(\gamma, X) = \frac{I}{I_0} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-y^2} e^{-Xe^{-\gamma y^2}} dy,$$

$$\gamma = \beta^2/\alpha^2$$

Men berekent hieruit curven die γ als parameter bevatten (fig. 1). Door deze te confronteren met een experimenteel gevonden curve



kan men N bepalen en de waarde van N behorende bij een bepaalde gemeten absorptie, mits a bekend is. Kan men de temperatuur in de absorptiebuis slechts schatten, zoodat a onzeker is, dan bevat N dezelfde onzekerheid. Een verdere onzekerheid ligt in de factor f . De nieuwe quantentheorie¹⁾ beschikt echter over middelen, deze grootte voor iedere spectraallijn althans bij benadering te bepalen (voor de lijn 1941,5 Hg II is f , evenals voor de D-lijn van Na, vermoedelijk ca 1/3).

De onderstelling dat

$$E(y) = e^{-y^2/\beta^2}$$

is aan kritiek onderhevig omdat de emissiebron een zekere dikte heeft en het licht van de achterste laag van de emitterende deeltjes door de andere lagen wordt geabsorbeerd²⁾.

Hierdoor wordt

$$(4) \quad E(y) \text{ evenr. } 1 - e^{-ae^{-y^2/\beta^2}}$$

$$a = 0,09 \frac{N_e f \cdot d}{\beta}$$

waarin d de totale dikte van de emitterende gaslaag voorstelt. In ons geval bedroeg N_e in de boog die als emissiebron diende, vermoedelijk 10^{12} terwijl d ca 1 cm was. Dit geeft

$$a = 2 \text{ ongeveer.}$$

De invloed van deze waarde van a is dat bij een absorptie, zoodanig dat $I/I_0 = 0,1$, een circa 25% te lage concentratie wordt gemeten. Daar de schatting $N = 10^{12}$ slechts ruw is, (zij berust op sonde metingen in analoge ontladingen)³⁾ is het niet uitgesloten dat de correctie nog groter uitvalt.

Ik wilde nu nog enkele opmerkingen maken naar aanleiding van eenige gevallen uit de literatuur die tot kritiek aanleiding geven. Inplaats van $\log I/I_0$ kan men de grootte

$$\frac{I_0 - I}{I_0}$$

1) A. Zwaan, diss. Utrecht 1929.

2) H. C. Burgeren P. H. v. Cittert, Zs. f. Phys. **51**, 638 (1928).

3) K. T. Compton en C. Eckart, Phys. Rev. **25**, 139 (1925).

als functie van N of van X uitzetten. Het is waar dat men slechts onder bepaalde veronderstellingen, zooals boven werden besproken, de kurve precies kan berekenen. Zeker is dat genoemde grootheid bij toenemende N eerst evenredig met N toeneemt en daarna langzamer, daar immers de waarde 1 niet overschreden wordt. Wanneer nu N niet constant is, maar b.v. met toenemenden tijd exponentieel afneemt, zal men, de absorptie als functie van t vervolgende, zien dat $(I_0 - I)/I_0$ geen eenvoudige e -functie wordt. Bestudeert men tegelijk de absorptie van 2 verschillende spectraallijnen van dezelfde atoomsoort en behoorende bij denzelfden grondtoestand, echter met verschillende f , dan zal men tengevolge hiervan voor de twee lijnen een verschillende halfwaardetijd vinden. A fortiori is dit het geval wanneer door zekere complicaties N anders dan exponentieel met t verandert. Bij voldoende nauwkeurige gegevens moet men uit het verschillend gedrag der beide lijnen de verhouding der f -waarden kunnen afleiden¹⁾.

Een tweede opmerking betreft een geval van absorptiemeting bij continue achtergrond. Ten einde hier het verloop van de intensiteit met de concentratie te kunnen overzien onderstellen wij wederom de spleetbreedte groot t. o. v. de eigenbreedte van de lijn en nemen aan dat deze geheel door Doppler effect bepaald is. Wij vinden, als $2b$ de breedte van de spleet in ω -maat voorstelt:

$$\begin{aligned}
 (5) \quad \frac{I_0 - I}{I_0} &= \frac{1}{b} \int_0^\infty \left(1 - e^{-Xe^{-y^2/a^2}}\right) dy \\
 &= \frac{a}{b} \int_0^\infty \left(1 - e^{-Xe^{-y^2}}\right) dy \\
 &= \frac{a}{b} \cdot Z.
 \end{aligned}$$

Wij merken nog op dat

$$\frac{dZ}{dx} = \int_0^\infty e^{-Xe^{-y^2}} e^{-y^2} dy$$

1) K. W. Meissner en W. Graffunder.

Ann. der Phys. **84**, 1009 (1927).

Ueber die Messung der Lebensdauer angeregter Atomzustände.

zoodat Z gemakkelijk kan worden afgeleid uit de op pag. 4 besproken functie. Het blijkt, dat Z eerst evenredig met X toeneemt en daarna langzamer, zoodat voor groote X

$$(6) \quad Z = \sqrt{\ln X}.$$

De functie

$$e^{-Xe^{-y^2/a^2}}$$

is n.l. voor groote X en kleine y nagenoeg nul tot $y_1 = a\sqrt{\ln X}$, waaruit het beweerde volgt. Het spreekt vanzelf dat deze redeneering slechts opgaat als $y_1 < b$. Het gevolg van de langzame toename van Z met x , dus met N is, dat in bepaalde omstandigheden de absorptie slechts weinig groter wordt, wanneer N met eenige factoren 10 verandert. Een typisch voorbeeld levert de resonantie-absorptie van het Tl atoom, welks beide grondtoestanden ($^2P_{1/2}$, $^2P_{3/2}$) een afstand van ca 1 Volt hebben. Dit veroorzaakt bij een temperatuur van enkele honderde graden Celsius een verhouding van 10^4 à 10^5 tusschen de concentraties van de beide P toestanden. Desalniettemin zal men de beide lijnen in vergelijkbare sterkte in absorptie kunnen waarnemen ¹⁾.

Bij het doorrekenen van gevallen als deze moet men er nog rekening mee houden dat op groote afstanden van het midden van de lijn ook de stralingsbreedte nog haar invloed doet gelden. De straling alleen levert immers voor de absorptiecoëfficiënt.

$$(7) \quad \frac{4\pi\epsilon^2}{mc\omega'} Nfl \frac{1}{1 + \left(\frac{2y}{\omega'}\right)^2}$$

Drukken wij dit in X uit, dan vinden wij voor groote waarden van y

$$(7a) \quad \frac{X}{\sqrt{\pi}} \frac{a\omega'}{2} \cdot \frac{1}{y^2}.$$

Op soortgelijke wijze als boven vindt men

1) R. G. Loyarte en A. T. Williams. Journ. de Phys. (Ser. 6) 9, 121, (1928).
Le spectre d'absorption de la vapeur de Thallium.

$$(3) \quad \frac{I_0 - I}{I_0} = \frac{a}{b} \sqrt{\frac{\omega'}{2a\sqrt{\pi}}} X$$

welke uitdrukking in plaats van de vroegere treedt zodra de uitdrukking onder het $\sqrt{\quad}$ teeken grooter is dan $\ln X$. Hieruit berekent men voor $\omega' = 10^8$, $a = 10^{10}$ $X = 10^7$, welke getallen ongeveer gelden voor Tl bij 700°C .

$$\frac{I_0 - I}{I_0} = 150 \frac{a}{b}$$

terwijl uit de vorige formule zou volgen

$$4 \frac{a}{b}.$$

Hieruit is duidelijk hoe sterk bij groote concentraties de absorptie weer toeneemt ten gevolge van de stralingsbreedte. Het spreekt vanzelf dat ons resultaat alleen juist is wanneer men voor $(I_0 - I)/I_0$ een waarde vindt < 1 . Zou men een waarde > 1 berekenen, dan betekent dit dat in het spectrum de intensiteit over een afstand grooter dan de spleetbreedte practisch op nul gezonken is.

Men kan laten zien dat de schijnbare vermeerdering van de intensiteit van absorptiebanden van organische verbindingen door toevoeging van vreemde gasen ¹⁾, zich op ongezochte wijze met behulp van het bovenstaande laat verklaren. Bij lage gasdruk gelden dan n.l. de formules (5), (6) bij hooge gasdruk formule (8), thans omdat ω' door toevoeging van een vreemd gas (stootverbreeding) zoo toeneemt dat de Dopplerverbreeding tegenover deze verbreeding te verwaarloozen wordt. Men vindt bij $b/a = 15$ (een plausibele waarde voor een groote kwartsspectrograaf), als $(I_0 - I)/I_0 = 10\%$, $X = 3$ ongeveer. Wordt nu door stootverbreeding $\omega' = 10^{11}$ (druk van ca 20 atm.) dan wordt tengevolge daarvan $(I_0 - I)/I_0 = 30\%$, de absorptie dus ca $3 \times$ sterker. Een volledige quantitative vergelijking met de door den auteur opgegeven waarde is bedenkelijk omdat de dampdrukken waarbij gewerkt is gedeeltelijk zoodanig zijn dat de hier uitgewerkte formules niet meer zonder voorbehoud mogen worden toegepast.

1) M. C. Teves, Zs. f. Phys. 48, 244 (1928), Ueber Druckverbreiterung von Absorptionsbanden.

Dergelijke opmerkingen zou men kunnen maken over de bepaling van de dichtheid van interstellair Calcium, waarover in den laatsten tijd publicaties verschenen zijn ¹⁾. Het zal uit het vorige o. m. duidelijk zijn dat het onjuist is de intensiteit van deze *Ca II* lijnen in absorptie in afhankelijkheid van den lichtweg direct te vergelijken met de emissie van een *Na* vlam in afhankelijkheid van de concentratie van de *Na* damp in de vlam.

Eindhoven, 1 Maart 1929.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

1) H. A. Wilson, *Astrophys. Journ.* 68, 423 (1929).

Note on the absorption of the Ca-K line by interstellar Calcium.

RICHTINGSHOOREN BIJ SINUSVORMIGE GELUIDSTRILLINGEN

door J. L. VAN SOEST

Zusammenfassung.

Ein Experiment wird mitgeteilt zur Untersuchung der Lokalisation reiner Töne. Es stellt sich ein kombinierter Phasen- und Intensitätseffekt heraus; das Ohr wirkt als eine Kombination eines Druck- und Energieempfängers.

Es wird erklärt wie ein leichtes Kopfbewegen:

- 1) über „vorwärts“ und „rückwärts“ in der Richtungsbestimmung entscheidet,
- 2) die Richtungsbestimmung höherer Töne in einer gewissen Masze ermöglicht,
- 3) auch im dreidimensionalen Raum zu einem angenäherten Richtungseindruck führen kann.

In een onlangs verschenen mededeeling ¹⁾ is aangetoond, hoe buitengewoon scherp het gehoororgaan bij acoustische impulsen tot een richtingsbepaling in staat is, ook zonder kunstgrepen. Bij sinusvormige geluidstrillingen is veelal eveneens een richtingsbepaling mogelijk, doch bij het kleiner worden der golflengten wordt dit moeilijk tot onmogelijk. Onlangs werd mij de gelegenheid geboden in het kort een reeks proeven mede te deelen ²⁾, die over deze zaak eenig nieuw licht werpen en die bij kunnen dragen tot het onderzoek naar de al- of niet-juistheid der verschillende stereo-acoustische theorieën.

Evenals in de vorige mededeeling, is de apparatuur uiterst simpel; maar aan den anderen kant zijn ook weer alle voorzorgen getroffen om ev. foutenbronnen te elimineeren. Een kaoutsjoukslang van 20 m. lengte, met een binnendiameter van 12 mm. wordt in een cirkelvorm op een geluiddempenden bodem gelegd en aan de beide

1) P. D. Groot en J. L. van Soest. *Physica* 9, p. 111 (1929).

2) Nederlandsch Natuur- en Geneeskundig Congres te Rotterdam 1929.

einden met de ooren van den waarnemer verbonden. Een stemvork, die een grondtoon van 128 trillingen in de secunde bezit, wordt door een helper aangeslagen, waarbij de ev. aanwezige boventonen zorgvuldig gedempt worden; daarna wordt de stemvork met den steel ergens op de slang gedrukt; de trillingen planten zich naar beide zijden in de buisruimte naar de ooren van den waarnemer voort. Deze begint eerst te luisteren als de toon zich continu heeft ingesteld; hij ervaart dan een, zij het valsche, richtingsgewaarwording. Na eenige oefening blijkt het niet moeilijk daarvoor een psychisch „waardeeringscijfer” uit te spreken: 1, 2 of 3 naar mate van de duidelijkheid van rechtswaarneming, of met het — teeken van links-waarneming, en 0 voor middengewaarwording.

Op de slang is een schaalverdeling van halve decimeters aangebracht; de helper drukt den steel van de stemvork achtereenvolgens op alle strepen der schaal en doet dit in statistisch willekeurige volgorde en wel zoodanig, dat aan het eind der proefneming op elke streep acht maal is ingesteld. Voor elke waarneming bepaalt de waarnemer zijn waardeeringscijfer en aan het eind der proef is dus een gemiddeld cijfer ψ voor elk punt der schaal te berekenen. Legt men de schaalverdeling der slang langs de abscissenas en zet men de waarden ψ als ordinaten af, zoo kan men een „waardeeringskromme” trekken.

Doet men zoo'n proefneming, in plaats van met stemvorktrillin-

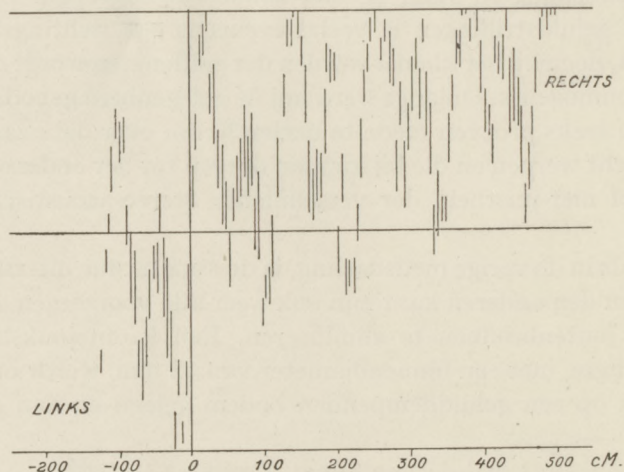


Fig. 1.

gen, met periodieke impulsen, zoo verkrijgt men een kromme, die, buiten het midden van de slang (0-punt van de abscis), zeer snel tot de limietwaarde 3 der waardeering stijgt, + aan den rechterkant — aan den linkerkant. Dit is overeenkomstig met hetgeen men mag verwachten.

Bij de sinusvormige trillingen is het verschijnsel veel gecompliceerder en niet onmiddellijk te begrijpen; de kromme, die men dan verkrijgt, is uit de eerste figuur te herkennen. Het midden der lijntjes geeft het gemiddelde waardeeringscijfer aan, de halve lengte der lijntjes is de middelbare fout, die bij deze gemiddelden behoort. De regelmaat, die in de aldus geschetste functie aanwezig moet zijn, komt iets duidelijker uit in de eenigszins geschematiseerde tweede figuur.

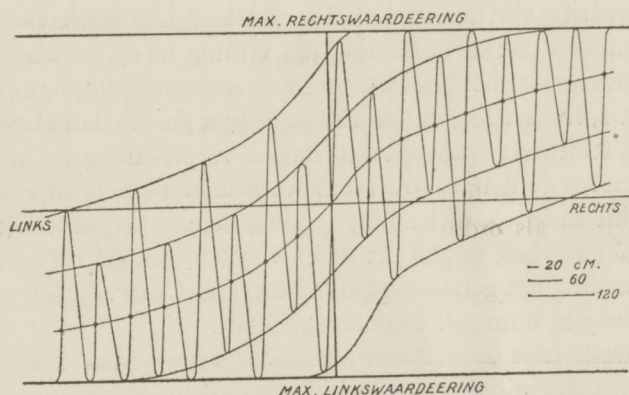


Fig. 2.

Daarin vallen de volgende bijzonderheden op:

- 1) de kromme vertoont primaire en secundaire maxima, en primaire en secundaire minima;
- 2) deze vier groepen van extreme waarden liggen op vier krommen, die men kan trekken en die een flauw hellend verloop hebben;
- 3) er laat zich voorts een „middenlijn” trekken, die een zelfde flauw hellend verloop heeft;
- 4) de abscisafstanden der primaire maxima verschillen 120 cm.; hetzelfde bedrag vindt men bij elk der drie andere groepen extreme punten terug;

- 5) de „middenpunten”, snijpunten van de middenlijn met de kromme, vormen twee reeksen; de eerste reeks ligt op de opgaande, de tweede op de neergaande stukken der kromme; de abscissen der eerste reeks middenpunten verschillen onderling 60 cm.

DISCUSSIE.

De golflengte van den grondtoon der stemvork bedraagt ongeveer 258 cm., de halve golflengte dus 129 cm., een getal, dat veel doet denken aan de boven in 4) genoemde waarde van 120 cm. en aan het dubbele van de in 5) genoemde waarde van 60 cm. De voortplantingssnelheid der trilling in de buis zal kleiner zijn dan die van de trilling in de vrije lucht en bovendien zal het neerdrücken van den stemvorksteel op den buiswand wellicht ook nog eenigen invloed op de frequentie van den stemvorktoon uitoefenen, zoodat wij mogen veronderstellen dat de golflengte der trilling in de buisruimte met 240 cm. overeenkomt. Niet alleen in de schematische figuur, maar ook in fig. 1, treden de getallen 120 en 60 met groote nauwkeurigheid op. Het is trouwens duidelijk dat, na een verplaatsing der stemvork over een halve golflengte (overeenkomende met een heele golflengte wegverschil links en rechts) bij den waarnemer een identieke richtingsgewaarwording opgewekt moet worden, omdat bij een sinusvormige trilling het gehoororgaan niet in staat kan zijn een golf van zijn congruente buurgolf te onderscheiden.

Die periodiciteit van 120 cm. is dus te verwachten, maar uit de figuur blijkt dat zij niet volkomen is tengevolge van een optredend neveneffect, dat de flauwe helling der geteekende lijnen veroorzaken moet; dit moet een *intensiteitseffect* zijn. De slang zal een demping op de voortbewegende trillingen uitoefenen en het dempingsverschil tusschen rechts en links zal grooter zijn naar mate de stemvork verder uit het midden staat. Het is evident dat, als intensiteitsverschillen inderdaad het richtingshooren beïnvloeden, een grootere intensiteit aan het rechteroor de rechtsgewaarwording moet begunstigen; dit stemt overeen met hetgeen men uit de figuur kan aflezen.

Zou men dit intensiteitseffect — een gevolg van de inrichting van het experiment — achterwege kunnen laten, zoo mogen wij de kromme vereenvoudigd denken tot die in fig. 3, die thans volkomen periodiek is en die te verklaren moet zijn uit het eenige ander moge-

lijke effect, dat de richtingsgewaarwording kan bepalen: het *tijdsverschil*- of *faze-effect*.

In de onmiddellijke nabijheid van het midden der slang gedraagt de waardeeringsfunctie zich als bij periodieke impulsen: een snelle doorgang door „midden”gewaarwording en even daarbuiten een sterke links- of rechtswaardeering. Na 60 cm. herhaalt zich het zelfde verschijnsel in minder sterke mate; na 60 cm. weer, maar nu in de oude sterke mate, enz. Bij het neerdrukken van de stemvork ter plaatse van de primaire middenpunten (tusschen een primair

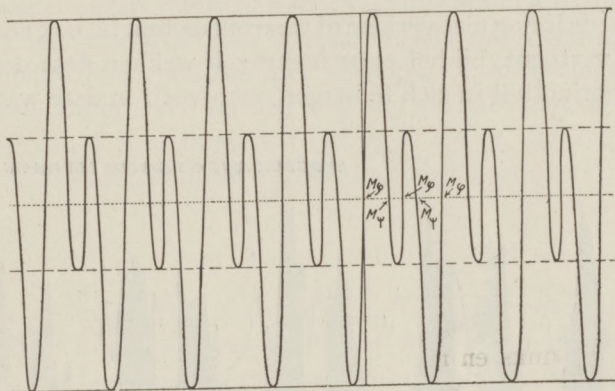


Fig. 3.

maximum en een primair minimum gelegen) zal het fazeverschil tusschen rechts en links 0 of een even aantal malen π groot zijn; van oogenblik tot oogenblik zijn dan de drukamplituden aan weerszijden gelijk. Bij plaatsing van de stemvork op de secundaire middenpunten (tusschen een secundair maximum en een secundair minimum gelegen) zal het fazeverschil tusschen rechts en links daarentegen een oneven aantal malen π zijn, zoodat de amplituden aan weerszijden van oogenblik tot oogenblik gelijk, doch tegengesteld van teeken zijn; hun kwadraten daarentegen (samenhangend met de intensiteit) zijn óók in teeken gelijk.

Het gehoororgaan zal in de beide ooren een physische grootheid ontvangen en verwerken, waarvan de psychische richtingsgewaarwording een uiteindelijk resultaat is. Vragen wij, hoe die grootheid er uit zal zien, dan kan het in ieder geval noch de drukamplitudo zelf, noch alleen het kwadraat ervan zijn; in het eerste geval zou

men geen secundaire opgaande deelen der kromme kunnen verwachten; in het tweede geval zouden de primaire en secundaire deelen onderling en ook de extreme waarden onderling gelijk moeten zijn. Wij maken nu de eenvoudige veronderstelling, dat de gezochte physische grootheid als volgt niet lineair met de drukamplitudo samenhangt:

$$g = a + c \cdot a^2$$

Het optreden van de grootheid a^2 heeft een tweede harmonische in de functie tot gevolg.

Hiermede is nog niet verklaard waarom de functie ook neergaande stukken vertoont; bij het experiment zelf wekken deze den indruk een discontinuïteit in zich te bergen; men voelt in deze waarnemin-

MIDDELBARE FOUT ALS FUNCTIE DER PLAATS

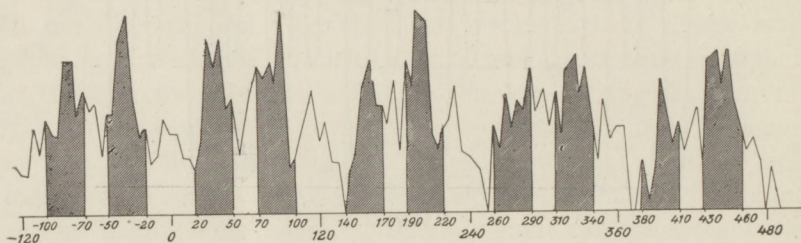


Fig. 4.

gen een onzekerheid of tweeslachtigheid, die in fig. 4 tot uiting wordt gebracht. Langs de abscissenas is weer de schaalverdeling der slang gelegd, maar thans zijn als ordinaten de middelbare fouten van de waarnemingen afgezet, en wel in wit voor de opgaande, in zwart voor de neergaande stukken der kromme. Ook nu valt een zekere periodiciteit op, waarbij het vooral van belang is, dat de grootste fouten steeds in het zwarte gebied schijnen voor te komen, d.w.z. bij de neergaande stukken der kromme. Het gemiddelde der middelbare fouten in deze stukken bedraagt 0,37 tegen 0,19 en 0,29 respectievelijk voor de primaire en secundaire deelen van het witte gebied (d.w.z. de opgaande stukken der kromme). De grootste fouten worden gemiddeld dus inderdaad in de neergaande gedeelten der kromme gemaakt.

Men krijgt wel het gevoel, dat het geluidsbeeld in dergelijke geval-

len niet enkelvoudig is, maar dat er zich twee tegelijk bevinden, die men echter psychisch niet herkennen kan of erkennen wil en die men dan tot één gemiddelde samenvoegt. Zouden deze beide tegelijk aanwezige geluidsbeelden bij een bepaalde waarneming symmetrisch in het achterhoofd komen te liggen, zoo zou dus hun resultante een „midden”gewaarwording moeten veroorzaken, waardoor, tusschen elke twee physisch aanvaardbare middelpunten M_ϕ der kromme, nog een psychisch M_ψ komt te liggen, zooals fig. 3 dat aangeeft.

De proefnemingen vereischen zeer veel inspanning; te merkwaardiger lijkt het daarom dat men door psychische waarneming een dergelijke functie kan opmaken met betrekkelijk zoo geringe middelbare fouten. De proeven werden door mij verricht met de nauwgezette hulp van den amanuensis C. M. A. I n s j e, die zelf ook een kleinere serie waarnemingen verrichtte met geheel overeenkomstig resultaat.

OPMERKING I.

Tot nu toe hielden wij in onze functie een lengtemaat als abscis; het fazeffect komt beter tot zijn recht, indien men de lengtemaat (die het halve wegverschil tusschen links en rechts vertegenwoordigt) vervangt door het tijdsverschil tusschen links en rechts, door de abscissen met $1/2v$ te vermenigvuldigen, waarbij v de geluidssnelheid in de buisruimte is. De periodieke stukken zijn dan juist den trillingstijd T lang. Door de abscissen vervolgens te vermenigvuldigen met $2\pi/T$, zou men deze dan nog in hoekmaat kunnen aflezen, waarbij de periode in de kromme 2π bedraagt.

In het eerste geval geven wij ψ als een functie van een tijdsverschil t , in het tweede als een functie van een hoekverschil $2\pi t/T$. Wij kunnen ook zeggen: wij geven ψ als een functie van het fazeverschil, in het eerste geval uitgedrukt in secunden, in het tweede geval in radialen. Het blijkt dat beide een rol spelen in de stereoacoustische theorieën.

Men zou kunnen meenen dat $\psi = \psi(2\pi t/T)$ van de gebruikte frequentie onafhankelijk is; dit is echter slechts het geval voor de plaats der middenpunten (fig. 3). Aan den anderen kant blijkt het na proefneming dat bij $\psi = \psi(t)$ de eerste afgeleide $d\psi/dt$ in de omgeving der middenpunten *invariabel* is, welke trillingsfrequentie men ook bezigt, of zelfs bij gebruik van impulsen of geruisch. Dat zulks met

vrij groote nauwkeurigheid geldig is, is voor het menschelijk gehoor-
orgaan van groot nut, daar anders het geluidsbeeld van een vaste
geluidsbron zich, bij toonvariatie, in het hoofd heen en weer zou be-
wegen.

OPMERKING II.

Wij moeten er ons natuurlijk terdege rekenschap van geven, dat
onze proefneming niet volkomen in overeenstemming kan zijn met
hetgeen zonder hulpmiddelen in de vrije natuur kan worden waar-
genomen. Onze oorafstand heeft een constante grootte, zeg 20 cm.,
en het fazeverschil kan dus nooit $20/v$ seconden of $40\pi/Tv$ radialen
overschrijden. In onze proef kon dat onbeperkt zijn; in de vrije na-
tuur zijn wij slechts in staat een klein bandje van de kromme waar te
nemen en wel van 10 cm. links van het ware middenpunt tot 10 cm.
rechts daarvan. Men ziet dat deze band bij de in fig. 1 en 2 gebruikte
frequentie nog geheel in het opgaande stuk der kromme valt, zoodat
de rest dezer kromme bij natuurlijke waarneming voor ons verbor-
gen moet blijven, maar hetgeen ook tot gevolg heeft, dat wij bij een
dergelijken toon met even groote nauwkeurigheid kunnen richten
als bij een impuls of bij geruisch. Neemt men echter een hooger
toon waar, dan kan het gebeuren dat binnen dien afstand van
 2×10 cm. reeds een labiel (neergaand) stuk komt te liggen; bij nog
hooger toon kan het eerst opvolgende opgaande stuk der kromme
een rol gaan spelen, enz. Indien het hoofd geen schaduw voor zeer
hooge tonen veroorzaakte, zou men van de kromme (vgl. fig. 3) on-
geveer 10 perioden, dus nog twintig opgaande stukken kunnen
waarnemen. Door de zeer snelle opeenvolging dezer stukken blijven
hun lengten echter maar heel klein, zoodat er dan nauwelijks van
rechts- of linkswaardeering meer sprake is. En bovendien, al was dit
nog wel het geval, zoo zou men uit de plaats van het geluidsbeeld
toch niet meer tot een richtingsbepaling kunnen geraken, omdat
deze op verre na niet meer eenduidig is. Het is trouwens een bekend
feit — en het is vroeger reeds herhaaldelijk experimenteel aange-
toond — dat het zuiver richten bij hooge tonen voor ons vrijwel on-
mogelijk is.

DE STEREOACOUSTISCHE THEORIEEN.

Vroeger meende men dat de schaduwwerking van het hoofd de
physische oorzaak van het acoustisch richtingseffect was. R a y-

leigh¹⁾ wees er op dat dit alleen het geval zou kunnen zijn bij hooge tonen, wier golflengte niet groot was ten opzichte van de afmetingen van het hoofd. Hij zocht de oorzaak veel eer in de tusschen rechts en links optredende fazeverschillen; maar zij, die op dit denkbeeld voortbouwden, sloegen den verkeerden weg in en drukten het fazeverschil in *hoekmaat* uit, en wel zóó, dat de ervaren richtingshoek gelijk werd aan den fazehoek.

Het eerst wezen v. Hornbostel en Wertheimer²⁾ op de fouten dezer theorie en tevens verkondigden zij een tijdstheorie, die het richtingseffect bij impulsen uit aankomsttijdsverschillen en bij sinusvormige tonen uit fazeverschillen, in *tijdmaat* uitgedrukt, verklaarde.

Mijn waarnemingen zijn in hoofdzaak in overeenstemming met hun theorie; in verschillende details moet ik echter van hen afwijken. Doordat zij bij hun proeven hoogere tonen gebruikt hebben, zijn verschillende finesses, die bij de hier bovenbeschreven meting te voorschijn kwamen, niet door hen waargenomen; in het bijzonder hebben zij het optreden van een tweede harmonische in de richtingswaardeering niet opgemerkt. Bij hen treedt bovendien een constante $k = 21$ cm. zeer op den voorgrond. Dit weglengteverschil geeft volgens hen de maximale zijdelingsche waardeering; zij wijzen er op dat dit bedrag niets te maken heeft met den acoustischen oorafstand; gedeeltelijk kan ik het hiermee eens zijn; maar aan den anderen kant is het een geluk, dat deze beide grootheden gelijk of nagenoeg gelijk zijn, want anders zouden wij als een gevoelig meetinstrument zijn, dat met een verkeerde schaalverdeling is behept.

In opmerking II heb ik aangegeven dat de functie voor de richtingswaardeering slechts natuurlijke beteekenis kan hebben in een band, die den oorafstand breed is. Ook v. Hornbostel en Wertheimer hebben bij hun proeven, die met hoofdtelefonen werden verricht, daarmee te maken gekregen. Ook zij reppen van het labiele karakter van hun richtingsbepaling, dáár waar twee geluidsbeelden verwacht zouden kunnen worden, doch ook zij bespeuren nooit anders dan één beeld, dat daarvan de resultante schijnt te zijn. Hoewel dan de vorm van mijn waardeeringskromme in verschillende details afwijkt van hun waarnemingen, zoo is er dus in het faze-effect toch ook zóó belangrijke overeenstemming, dat gezegd

1) Rayleigh Phil. Mag. 13 (1907) 412.

2) v. Hornbostel u. Wertheimer. Sitz. Ber. der preusz. Ak. der Wiss. 1920.

mag worden dat mijn waarnemingen hun theorie hieromtrent bevestigen. Onjuist is het echter als zij de intensiteitsverschillen aan rechter- en linkeroor geheel buiten beschouwing laten. Bij mijn proefneming traden groote intensiteitsverschillen op en deze bleken het richtingseffect sterk te beïnvloeden; bij natuurlijke waarneming zal het intensiteitseffect een veel kleiner rol spelen. Volgens H e c h t ¹⁾ geeft een intensiteitsverschil van 10 %, bij een toon met een frequentie 1000, een zijdelingsche richtingsgewaarwording van 3°, wat ook bereikt wordt door het faze-effect bij 1 cm. wegverschil; afgezien van schaduwwerkingen treden bij natuurlijke waarneming dergelijke intensiteitsverschillen nauwelijks op. En in zooverre kan men dus toegeven dat het intensiteitseffect bij natuurlijke waarneming klein is en voor groote afstanden van de geluidsbron te verwaarloozen valt. Onjuist is hun theorie, waar zij een tijdsverschil van $3 \cdot 10^{-5}$ sec. als drempelwaarde voor richtingsgewaarwording noemen ²⁾.

Door H a r t l e y en F r y ³⁾ is een nieuwe theorie opgebouwd, die óók de intensiteitsverschillen in aanmerking neemt en van de onderstelling uitgaat, dat faze en intensiteit onverbrekelijk samen de primaire oorzaak zijn van het richtingshooren; dit komt overeen met wat uit mijn waarnemingen kan worden afgeleid. Terwijl de andere theorieën zich geheel op fysisch standpunt plaatsen en van daaruit een „verklaring” trachten te geven, verplaatsen de beschouwingen van H a r t l e y en F r y de moeilijkheid bij een verklaring der verschijnselen geheel naar den psychischen kant: „oefening en gewoonte” bij waarneming, iets wat zoo maar niet aanvaardbaar lijkt.

Naar mijn meening is het beeld, dat wij ons van het richtingswaarnemen moeten maken, als volgt. De twee ooren, de ontvangers van ons gehoororgaan, werken noch zuiver als druk-, noch zuiver als energie-ontvangers; zij verwerken een grootheid, die niet-lineair met de drukamplitudo samenhangt. Deze grootheid, die, tengevolge van een onsymmetrischen stand van de geluidsbron ten opzichte van het hoofd, op elk oogenblik voor de beide ooren in grootte verschillen kan, wordt in het physiologische stelsel van ons gehoororgaan verwerkt, waarna de aan den linkerkant en aan den rechterkant ver-

1) H. H e c h t. Die Naturwissenschaften **10** (1922) 107.

2) P. D. G r o o t en J. L. v. S o e s t, l.c.

3) H a r t l e y, Phys. Rev. **13** (1919) 373; H a r t l e y and F r y, dito **18** (1921) 431; F r y, Phys. Ztschr. **23** (1922) 276.

werkte grootheden psychisch worden vergeleken. Tengevolge daarvan ontstaat een geluidsbeeld, dat voor den richtingsindruk bepalend is. Het lijkt zeer aannemelijk dat in het physiologische proces vermoeidheidsverschijnselen een wellicht zeer belangrijke rol spelen.

Gaarne zou ik nog het volgende willen opmerken. In het platte vlak moet men volgens de fazetheorie in staat zijn de plaats van een geluidsbron in zooverre te bepalen dat men een hyperbool kan aangeven, waarop de bron zich moet bevinden. Op eenigen afstand der ooren, kan de hyperbool, die in de ooren de brandpunten heeft, door de twee asymptoten vervangen worden; het gehoororgaan is dus volgens de fazetheorie in staat *twee* mogelijke richtingen te bepalen, de eene evenveel in *voorwaartsche*, als de andere in *achterwaartsche richting*. Men heeft in de oorschelpen of in de schedelbeenderen wel de oorzaak gezocht, dat men, bij natuurlijke waarneming, vaak in staat is uit deze twee richtingen nog de juiste te kiezen. Echter kan men ook het volgende aanvoeren. Houdt men het hoofd zeer strak in één bepaalde richting, zoo gelukt het meestal niet om de keus: vooruit of achteruit te doen; maar heeft men het hoofd bewegelijk, zoo gelukt dit wel. Bij beweging van het hoofd blijft de eene asymptoot in dezelfde richting, terwijl de andere een waaier doorloopt; psychisch kiest men dan onmiddellijk de eerste, tevens juiste richting. Zelfs door een heel kleine draaiing van het hoofd kan men dit resultaat bereiken. Naar mijn meening is deze verklaring eenvoudiger én juistere dan die, waarbij oorschelpen of schedelbeenderen te pas moeten komen.

Hieraan sluit zich een opmerking van Prof. Dr. A. D. F o k k e r aan: „waarom kan men ook *in de (3-dimensionale) ruimte* acoustisch een richting bepalen?” Naar mijn meening kan deze vraag op de volgende wijze beantwoord worden. Zijn er bij het richtingshooren drie vrijheidsgraden, zoo moet men volgens de fazetheorie in staat zijn bij een geluidsbron de bijbehorende hyperboloïde, resp. asymptotenkegel, te bepalen. Door beweging van het hoofd verkrijgt men dan een bundel kegels, die één gemeenschappelijke richtlijn moeten bezitten, en deze richtlijn geeft ons de goede richting. Intusschen spreekt het van zelf dat het bepalen van zoo'n richting niet fouteloos geschiedt en dat de fout grooter wordt naarmate de kegel wijder is, zoodat het richtingsbepalen van hooggeplaatste geluidsbronnen veel moeilijker wordt dan van laaggeplaatste.

Zoo zal vermoedelijk ook een lichte hoofdbeweging ons veelal in staat stellen nog een richtingsbepaling te doen bij hooge tonen, waar de fazeverschiltheorie niet één, maar meer hyperbolen als mogelijke plaats der geluidsbron aangeeft.

Over deze drie, door lichte hoofdbewegingen te verklaren, effecten zullen nog nadere metingen worden verricht.

Het is mij een behoefte hier mijn hartelijken dank te betuigen aan Prof. Jhr. Dr. G. J. E l i a s voor zijn belangstelling in de bovenbeschreven proeven.

Den Haag, April 1929.

ÜBER DIE OPTISCHE BESTIMMUNG DER DISSOZIATIONSWÄRME VON SALZDÄMPFEN. BEMERKUNG ZUR ARBEIT VON G. H. VISSER: OPTISCHE BEPALING VAN DE DISSOCIATIEWARMTE VAN ZOUIDAMPEN ¹⁾

von A. TERENIN

Zusammenfassung.

Die Diskrepanz, die in der genannten Arbeit zwischen optisch bestimmten Dissoziationswärmen und thermochemischen Daten festgestellt wird, erklärt sich dadurch, dass die vom Verfasser angeführten thermochemischen Werte einer wesentlichen Korrektur bedürfen. Ausserdem liefert die Fluoreszenz-Methode der Schätzung der Dissoziationswärmen nur dann eindeutige und zuverlässige Werte, wenn der Dampfdruck genügend klein ist.

In einer in dieser Zeitschrift erschienenen Arbeit von G. H. Visser wird die Fluoreszenz-Methode zur Bestimmung der Dissoziationswärmen von NaBr, LiJ, LiBr angewendet und dabei keine Übereinstimmung mit thermochemischen Daten aufgedeckt. Bei weiteren Versuchen wird vom Verfasser eine Verschiebung der Grenze der Anregung bei Steigerung des Dampfdruckes und der Temperatur festgestellt und die Unstimmigkeit dadurch erklärt. Da bei unseren Versuchen ²⁾ für eine Reihe von Salzen eine genügend gute Übereinstimmung stets gefunden wurde, so veranlasst dies zu folgender Bemerkung.

Zunächst ist festzustellen, dass die starke Diskrepanz der Zahlenangaben, die in der Tabelle von G. H. Visser vorgeführt wird, ihre Erklärung in dem Umstande hat, dass die letzte Spalte seiner Tabelle (Verbindungswärme) die Bildungswärmen der festen Salze und nicht die Dissoziationswärmen der gasförmigen Moleküle ent-

1) Physica 9, 115, 1929.

2) Terenin, Zs. f. Phys. 44, 713, 1927, Butkow u. Terenin, ebenda 49, 865, 1928.

hält. Die Bestimmung dieser letzten Grössen erfordert Rechnungen, die in den Arbeiten von Beutler u. Polanyi¹⁾ und Butkow u. Terenin²⁾ ausführlich auseinandergesetzt sind.

Nach diesen Berechnungen ist die Dissoziationswärme des NaBr-Moleküls gleich $86 (\pm 2)$ Cal in Übereinstimmung mit dem von G. H. Visser auf optischem Wege erhaltenen Wert von $83 (\pm 1)$ Cal, insbesondere wenn man die von ihm angegebene Wellenlänge der Grenze beim kleinsten Dampfdruck, nämlich $2144 \text{ \AA}$, berücksichtigt, welche 84 Cal liefert.

Was LiJ und LiBr anbetrifft, so können ähnliche Berechnungen vorläufig nicht durchgeführt werden, da Angaben für die Sublimationswärmen des Li und der Salze noch ausstehen.

Weiter ist zu bemerken, dass bei der optischen Dissoziation keine scharfe Grenze der Anregung vorhanden ist, sondern nach Überschreiten einer bestimmten Wellenlänge ein ziemlich schneller Intensitätsabfall der Anregung zu beobachten ist³⁾. Bei unseren Versuchen wurde stets die ungefähre Lage dieses steilen Intensitätsabfalles bestimmt, wobei der Druck und die Temperatur des Dampfes absichtlich so niedrig gehalten wurden (Dampfdruck = 10^{-3} — 10^{-2} mm), wie es nur die Beobachtung zulies. Diese Versuchsbedingungen wurden gewählt, um einerseits die etwaige störende Wirkung der Zusammenstösse auf den Vorgang der optischen Dissoziation möglichst auszuschliessen, andererseits da die schwache Intensität des Leuchtens die Feststellung der Wellenlänge, wo die Anregung praktisch aufhört, begünstigte. Dass bei Erhöhung der Intensität der Erscheinung durch Dampfdrucksteigerung der Abfall der Anregung ein Stück weiter nach langen Wellenlängen hin verfolgt werden kann, haben wir auch bei weiteren Versuchen, im Einklang mit G. H. Visser, beobachtet; der Beginn des Abfalles schien uns aber keinen beträchtlichen Verschiebung unterworfen zu sein. Inwieweit die Dampfdruckerhöhung eine solche mit sich bringt, lässt sich an der Hand der vorliegenden Beobachtungen

1) Zs. f. Phys. **47**, 402, 1928.

2) Ebenda, **49**, 881, 1928.

3) Wie steil dieser Abfall, d.h. wie eng das Wellenlängenbereich ist, in welchem die Stärke des Leuchtens von einem Maximalwert bis zu einem zu vernachlässigenden kleinen Wert sinkt, tritt in den Aufnahmen (Fig. 1: Terenin, Fig. 1, 2, 3: Visser) deutlich hervor. Dabei ist besonders zu berücksichtigen, dass die drei starken Zn-Linien 2026 , 2064 , $2100 \text{ \AA}$, die in dieser Reihenfolge eine schnell abfallende Anregung hervorrufen, in Wirklichkeit in umgekehrtem Intensitätsverhältnis zueinander stehen, nämlich: $(2026) : (2064) : (2100) = 1 : 1,25 : 1,7$ (Pflüger, Ann. d. Phys. **13**, 904, 1904).

noch nicht beurteilen ¹⁾. Es schien uns jedoch zwecklos, bei diesen veränderten Verhältnissen die „Grenze“ der Anregung, definiert als die Wellenlänge der gerade noch merklichen Intensität des Leuchtens, anzugeben. Nur die Extrapolation dieser veränderlichen „Grenze“ auf kleine Dampfdrucke, d.h. auf die Abwesenheit von Störungen seitens der Zusammenstöße, hat einen bestimmten Sinn. Die Zulässigkeit und Eindeutigkeit dieses Verfahrens finden ihre Stütze in der guten Übereinstimmung der gewonnenen Schätzungen der Dissoziationswärmen mit thermochemischen Werten.

OPTISCHE DISSOZIATION VON SALZDÄMPFEN (ANTWORT AUF DIE VORGEHENDE BEMERKUNG DES HERRN A. TERENIN)

von G. H. VISSER

Die Bemerkung des Herrn Terenin bezieht sich hauptsächlich auf zwei Punkte meiner Arbeit:

- 1) Die Resultate für NaBr , LiBr und LiJ .
- 2) Die Konsequenzen der Verbreiterung des Anregungsgebietes bei steigender Temperatur und Druck des Salzdampfes.

Ich bedauere dass von mir, als ich schrieb dass für die drei untersuchten Salzen die Umrechnung der Bildungswärme auf D nicht durchzuführen sei, die Möglichkeit einer solchen Korrektur für das NaBr übersehen ward.

Übrigens war es nicht meine Absicht, die Unstimmigkeiten zwischen D_{opt} und den zitierten Bildungswärmen durch die Verbreiterung des Anregungsgebiets erklären zu wollen, wie auch in meiner Veröffentlichung nicht behauptet wurde.

1) Eine ausgesprochene Verwaschenheit der Anregungsgrenze infolge von Temperaturwirkungen haben wir bei Versuchen mit dreiatomigen Salzen konstatiert. Auch bei zweiatomigen Molekülen hat die Temperatur-Steigerung sicher einen Einfluss.

Der Hauptzweck meiner Arbeit war, die von Herrn T e r e n i n beobachtete anscheinende Diskrepanz zwischen Absorptions- und Fluoreszenz-erscheinungen ¹⁾ auf zu klären.

Die festgestellte Verbreiterung des Anregungsgebietes bei Bestrahlung von TlJ unter verschiedenen Umständen veranlasste mich, um so mehr als von Herrn T e r e n i n in seinen früheren Arbeiten ²⁾ nachdrücklich betont wurde, dass diese Verschiebung nicht auftrat, darauf hinzuweisen, dass diese Erscheinung die Genauigkeit der Methode beeinträchtigen kann.

Dass die wertvolle von Herrn T e r e n i n angegebene optische Methode eine „Schätzung“ der Dissoziationsarbeit gestattet: damit sind wir einverstanden. Jedoch sind für eine „genauere Bestimmung“ der Dissoziationswärme nach dieser Methode (speziell für wenig flüchtige Salze) unseres Erachtens eingehendere Versuche, betreffs der von uns beschriebenen Temperatur- und Druck-abhängigkeit der Anregungsfunktion des Dissoziations-prozesses erwünscht.

1) A. Terenin, Zs. f. Phys. **44**, 725 (1927).

2) A. Terenin, Zs. f. Phys. **44**, 725 (1927) erste Alinea.

K. Butkow u. A. Terenin, Zs. f. Phys. **49**, 868 (1923). Letzte Alinea und folgende Zeilen.

BOEKBESPREKING

O. Blüh en N. Stark, **Die Adsorption**. 136 blz., 30 fig. — Sammlung Vieweg Heft 93. Friedr. Vieweg & Sohn Akt.-Ges., Braunschweig 1929. Prijs: R.M. 7.75.

Als typisch deeltje der Sammlung Vieweg mag dit boekje er zonder twijfel zijn. Typisch, waar het in gedrongen vorm een omvangrijk overzicht geeft van de proeven uit een groot ervaringsgebied met de hierbij behorende theorieën. Toch gelooven wij, dat de titel pretentius is en deze eigenschap met het voorwoord deelt. De schrijvers meenen namelijk een werk te moeten geven, dat zich door een grootere veelzijdigheid van de bekende werken van *Freundlich* en *Hückel* onderscheidt. Hierin zijn zij zeker niet geslaagd, wat, gezien het boek van *Freundlich*, geen verwondering behoeft te baren. Het boekje bepaalt zich, gelijk dat van *Hückel*, vrijwel tot de adsorptie van gassen aan vaste stoffen (de eerste 93 blz.). In 9 blz. wordt de adsorptie van opgeloste stoffen aan vaste adsorbentia behandeld, terwijl de laatste 15 blz. van den tekst zijn gewijd aan de thermodynamica der adsorptie, waarbij terloops de adsorptie aan vloeistofoppervlakken ter sprake komt.

Wat dit boekje in ons oog vooral waardevol maakt is de aandacht aan de experimenten en aan de toepassingen gewijd. Zoo komen o.a. bij de experimenteele methoden de massabepaling der geadsorbeerde hoeveelheid volgens *Seeliger* en de oppervlaktebepaling volgens *Paneth* en *Vorwerk* ter sprake. Wat de toepassingen betreft, hier wordt stilgestaan bij de verschillende koolsoorten in den handel, de gasmaskerkool, de medicinale kool, enz. De beteekenis van de adsorptie voor het bereiken van zeer lage temperaturen (*Simon*) wordt niet vergeten.

De gebruikelijke rij van de adsorptie-theorieën is vrijwel compleet. De betrachte kortheid bij de uiteenzetting hiervan werd door het karakter van het boekje voorgeschreven. Wij verwonderen ons dan slechts over het citeeren van een stel Langmuiriaansche formules op blz. 38 en 39, waarvan de toepassing wel eeuwig een illusie zal blijven. De zoo belangrijke temperatuurafhankelijkheid van de constante N_0 (blz. 35—37) blijft daarentegen geheel onbesproken. Op blz. 70 moet niet $\beta = N'/N_0$, maar $= N_0/N'$ staan.

Geschaad heeft de genoemde kortheid bij het bewijs van de stelling van *Gibbs* (blz. 107—108.) Dit korte en zeer handige bewijs steunt op een kringloop, die volgens de letter van den tekst geen aaneenschakeling van evenwichtstoestanden is. Dat onder I de trog geheel wordt ingeschoven en onder III wordt uitgetrokken had niet onvermeld mogen blijven. De arbeid A_1 wordt niet op, maar door het systeem verricht.

Wat op blz. 69 resp. onder het „innere” en het „äuszere” oppervlak wordt verstaan, is ons niet duidelijk geworden, dat de betrekking tusschen A en $T_{krit.}$ in tabel 12 (blz. 83) eenvoudig is, evenmin.

De weliswaar eigenaardige introductie van de begrippen isostere en isobare adsorptiewarmte bewijst nochtans, dat de schrijvers weten, waar het hier om gaat. Op blz. 110 echter begaan zij dezelfde fout als *Freundlich* door de isotherme adsorptiewarmte de isostere te noemen. Het begrip isotherme adsorptiewarmte ontbreekt in het geheele boek, juist zooals bij *Freundlich*! Het feit, dat de isotherme adsorptiewarmte samenhangt met het verloop van de isostere adsorptiekromme, zal zeker aansprakelijk gesteld moeten worden voor deze verwarring.

Ondanks deze kleine bezwaren gelooven wij, dat het boekje voor hem, die zich snel in het gebied der adsorptie wil orienteeren, vooral ook door de zeer uitgebreide literatuurlijst (15 blz.) en de namen- en zakenregisters, een waardevolle vraagbaak zal blijken. Dat aan een dergelijk werkje zeker nog behoefte was, is onze vaste overtuiging.

P. C.

Thomas Tommasina, La physique de la gravitation et la dynamique de l'univers, 300 blz., Gauthier-Villars et Cie 1928.

Dit lijvige na den dood van den schrijver uitgekomen boek is in hoofdzaak een bestrijding van de relativiteits-theorie. De schrijver meent „le mécanisme réel des radiations” ontdekt te hebben en daarmede te kunnen geven (blz. 286) 1e „l'explication mécanique de la Gravitation universelle”, 2e „l'explication énergonique, laquelle permet d'éliminer définitivement de la Physique la question de la nature de l'électricité”, 3e „La constitution électronique de l'éther qui transforme l'entité purement symbolique des mathématiciens en une réalité physique”. Formules heeft deze nieuwe physica blijkbaar niet nodig. De relativiteitstheorie komt er natuurlijk slecht af, zij blijkt uitsluitend uit misvattingen en dwalingen geboren te zijn, maar ook het atheïsme, waarvan de onhoudbaarheid en passant wordt aangetoond, (blz. 284), gaat niet vrij uit. Moge de lezer voor zich zelf oordeelen.

Sch.

STRIKVRAGEN

Vraag XLIII. Waarom zingen de telegraafpalen wanneer het flink vriest zooveel luider dan bij dooi?

Het antwoord op vraag XLI: *Door het Noordzeekanaal vaart een oceaanstoomer. Zal de stuurman bij het passeeren van een zijkanaal in zijn navigatie daarmee rekening moeten houden?* luidt bevestigend. De waterverplaatsing langs de boorden van het schip wordt teweegebracht door een golfberg, dien het schip voor den boeg uit door het kanaal stuwt. Kan deze golfberg naar rechts in een zijkanaal uitwijken, dan zal de boeg rechts minder tegenstand ondervinden dan links, en de boeg schijnt door het zijkanaal aangetrokken te worden. De plecht daarentegen wordt naar den linkerwal gezogen om een soortgelijke reden.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustratie voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912. uitdrukkelijk verboden. *Afgedrukt 11 Juli 1929.*

OVER MONOPOOL- EN DIPOOLKARAKTER VAN EENIGE GELUIDSBRONNEN

door C. ZWIKKER en P. J. BOUMA

Men onderscheidt in de acoustiek geluidsbronnen, die als monopool werken, b.v. een pulseerende bol en geluidsbronnen, die als dipool werken, b.v. een naar beide kanten vrij uitstralend, trillend membraan. Bij een dipool treedt aan de achterzijde een luchtverdunning op, als aan de voorzijde een luchtverdichting optreedt. Voor eenige geluidsbronnen waarvan het niet direkt duidelijk is, of zij als monopool dan wel als dipool werken is dit op de hieronder beschreven wijze bepaald.

De te onderzoeken geluidsbron werd geplaatst in een ijzeren bol van 1,75 m diameter en aan het trillen gebracht met een frequentie, die gelijk is aan de frequentie van één van die eigentrillingen van de bol, waarbij de lucht in de bol slechts in de richting van de straal trilt (radiale eigentrillingen). Deze frequenties zijn opgegeven door *Rayleigh* (*Theory of Sound* II, 267) benevens de trillingsvorm. De drukamplitudo wordt bij deze radiale eigentrillingen gegeven als functie van de afstand tot het middelpunt van de bol door de formule:

$$p(r) = \text{const.} \frac{\sin kr}{kr}, \quad (1)$$

waarbij k een wortel is van de transcendente vergelijking:

$$\text{tg } kR = kR, \quad (2)$$

waarbij R de straal van de bol is.

De eigentrillingen van de bol werden door ons bepaald door er een luidspreker in te hangen benevens een microfoon. Op den luidspreker werd een continu veranderende frequentie gezet en waargenomen werd bij welke frequenties de microfoonstroom toppen vertoonde. Deze topfrequenties vielen goed samen met de eigen-

trillingsfrequenties volgens Rayleigh, zoodat de radiale eigen-trillingen zonder moeite uit te zoeken waren. Hun frequenties waren in ons geval 280, 483, 685 enz. perioden per seconde.

Ook de vorm van de drukkrommen, zooals zij gegeven worden door formule (1) kon voor de 3 laagste radiale eigenfrequenties gecontroleerd worden door de microfoon te verschuiven volgens een middellijn van de bol, terwijl de luidspreker op constante sterkte werd gehouden. Aannemende, dat de microfoonstroom evenredig is aan de drukamplitude vonden wij een goede weergave van formule (1). Hierbij bleek, dat de plaats van den luidspreker zoo goed als geen invloed had op den vorm van de experimenteele kromme, echter wel op de erin optredende evenredigheidsconstante.

Inderdaad is de energieafgifte van een geluidsbron afhankelijk van de plaats waar hij staat. Wanneer wij de snelheidsamplitudo van een punt van de geluidsbron voorstellen door $\dot{\xi}$ wordt de sterkte f gedefinieerd als:

$$f = \int \dot{\xi}^2 dO,$$

geïntegreerd over het oppervlak van de geluidsbron. De door een monopool afgegeven acoustische energie is per seconde, gemiddeld over een geheel aantal perioden:

$E = \frac{1}{2} p \cdot f$, waarin p de drukamplitude is ter plaatse van de geluidsbron.

Het in de acoustiek geldende reciprociteitstheorema van Helmholtz zegt ¹⁾ dat de drukamplitudo in punt B , veroorzaakt door een geluidsbron van monopoolkarakter, die geplaatst is in punt A dezelfde is als de drukamplitudo in A , die veroorzaakt wordt door dezelfde geluidsbron, maar nu geplaatst in punt B .

Hierboven lieten wij den luidspreker stilstaan in het vaste punt A , lieten het punt B door de middellijn loopen en noteerden de drukamplitudo als functie van de plaats van B . Wij kunnen nu ook de microfoon in het vaste punt A laten staan en de geluidsbron met punt B langs de middellijn bewegen. Noteeren wij nu weer de drukamplitudo op de microfoon als functie van de plaats van het punt B , dan ontstaat tengevolge van het reciprociteitstheorema hetzelfde p - r -verband als hierboven werd verkregen, d. w. z. het p - r -verband is weer volgens formule (1).

¹⁾ Rayleigh. Theory of Sound II par. 294.

Een tweede reciprociteitstheorema van Helmholtz leert dat de gradient van de drukamplitudo in punt *B*, veroorzaakt door een geluidsbron van monopoolkarakter, die geplaatst is in *A*, even groot is als de drukamplitudo zelf in punt *A*, als in punt *B* geplaatst is een dipoolgeluidsbron van dezelfde sterkte als de eerste geluidsbron en met zijn as in de richting van de gradient van de drukamplitudo uit het eerste geval.

Laten wij dus een dipoolgeluidsbron met zijn as in de richting van de straal van onze bol bewegen langs een middellijn van de bol, dan is de drukamplitudo op een zich in een ander punt *A* bevindende microfoon afhankelijk van de plaats van de geluidsbron en wel evenredig met:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{\sin kr}{kr} \right)$$

als *r* de afstand is van den luidspreker tot het middelpunt van de bol.

Wanneer wij een geluidsbron bewegen langs een middellijn van de bol en wij de drukamplitudo bepalen in een vast punt van de bol, leert ons de afhankelijkheid van deze amplitudo van de plaats van de geluidsbron, of deze geluidsbron een monopool is, dan wel een dipool. Voor de laagste eigentrilling is de zoo opgenomen kromme in het geval van een monopool als in figuur 1 en in het geval van een dipool als in figuur 2.

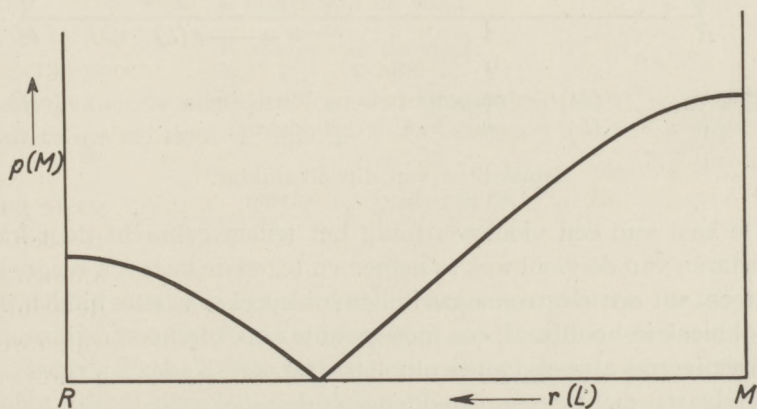


Fig. 1.

$p(M)$ = drukamplitudo op de microfoon.

$r(L)$ = plaats van de geluidsbron.

Geluidsbron van monopoolkarakter.

Bij gebruik van luidsprekers bestaat geen twijfel, tot welke categorie zij behooren. Luidsprekers met een telefoondiaphragma, dat naar één zijde straalt, zijn monopolen, luidsprekers met groote stralende oppervlakken (conusluidsprekers) zijn dipolen. Wij kregen dan ook in deze gevallen de figuren (1) en (2). Alleen bij dipolen van slap papier bleek de kromme (2) iets afgeplat te zijn, wat moet worden toegeschreven aan de geringe stijfheid van de membraan, zoodat hij op de plaatsen van grooten tegendruk iets mee ging geven, waardoor wij niet meer met een geluidsbron van constante sterkte werkten. Luidsprekers met verstijfde conus gaven echter binnen de meetfouten de kromme (2) weer. Alle resultaten werden bevestigd bij de tweede en derde radiale eigentrilling.

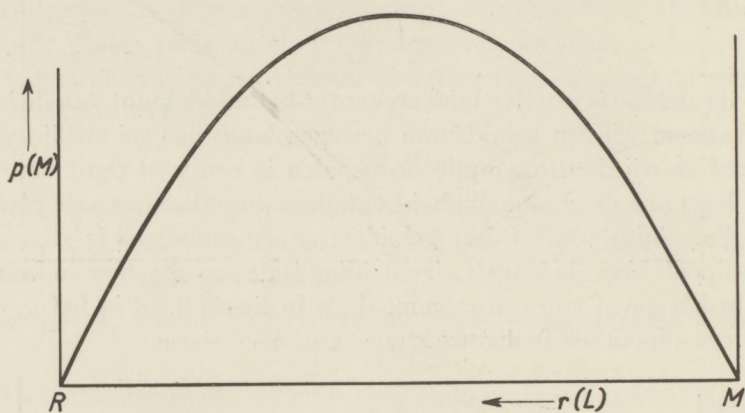


Fig. 2.

$p(M)$ = drukamplitudo op de microfoon.

$r(L)$ = plaats van de geluidsbron.

Geluidsbron van dipoolkarakter.

De kast van een viool werd aan het trillen gebracht door kam en snaren van de viool weg te nemen en tegen de kast een magneet-systeem uit een electromagnetischen luidspreker vast te binden. De viool bleek in hoofdzaak een monopool te zijn, ofschoon de kromme wel eenigszins afweek van figuur 1 (zie fig. 3a). Nadat wij echter de sleutelgaten dicht gestopt hadden was de viool volledig een monopool geworden (fig. 3b). Boven- en onderblad van de viool bewegen zich dus niet gelijktijdig in dezelfde richting, maar tegen elkaar in.

Teneinde iets meer te weten te komen over den invloed van openingen in een resonantiekast brachten wij op dezelfde wijze zooals

hierboven voor de viool beschreven een houten kistje in trilling, waarvan het deksel verschillend ver kon worden opengeschoven. Wij kregen in deze gevallen alle mogelijke overgangen van de figuur (1) naar de figuur (2) waarbij de overgang ging op de wijze, zooals in figuur (3) tot uiting komt, n.l. het reflectiepunt op de horizontale as verschoof zich naar het middelpunt van de bol. Alle ontstaande krommen waren echter te beschouwen als een super-

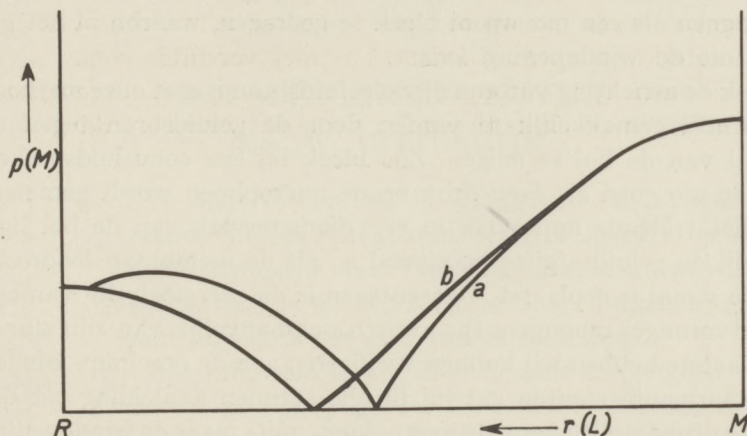


Fig. 3.

$p(M)$ = drukamplitudo op de microfoon.

$r(L)$ = plaats van de viool.

Karakter van de viool.

positie van een monopool- en een dipoolkromme, d. w. z. waren voor te stellen door de functie:

$$\alpha \frac{\sin kr}{kr} + \beta \frac{d}{dr} \frac{\sin kr}{kr}$$

α en β geven aan respectievelijk het monopool en het dipoolpercentage van het karakter, waarbij $\alpha + \beta = 1$ is. Het bleek ons nu, dat het dichte kastje volledig een monopool was, dat het deksel echter slechts weinig behoefde opengeschoven te worden, om het kastje practisch volledig tot een dipool te maken. De numerieke resultaten waren:

% opening	% dipool
100	100
75	100
50	89
25	74
0	0

Tenslotte hebben wij een gesloten orgelpijp onderzocht, die zich volkomen als een monopool bleek te gedragen, waarbij al het geluid uit de windopening kwam.

Ook de asrichting van een dipoolgeluidsbron is met onze methode eventueel gemakkelijk te vinden door de geluidsbron tegen de straal van de bol te neigen. Zoo bleek bij een conusluidspreker, dat er zoo goed als geen druk op de microfoon wordt gemeten, als het trillende oppervlak in een diametervlak van de bol ligt, terwijl de geluidsafgifte maximaal is, als de membraan loodrecht op de straal is geplaatst. Daarentegen is de energieafgifte van een (puntvormige) monopool theoretisch onafhankelijk van zijn stand. Dit laatste hebben wij kunnen verifieeren aan de orgelpijp. Binnen de waarnemingsfouten gaf hij in alle standen aanleiding tot dezelfde drukamplitudo op de microfoon, mits maar de windopening van de orgelpijp op dezelfde plaats bleef. Bij de andere, door ons gebruikte monopoolluidsprekers namelijk de telefoonmembraan en het houten kistje was de energieafgifte wel merkbaar afhankelijk van den stand en wel zoo, dat de grootste hoeveelheid acoustische energie werd afgegeven als de trillingsrichting van het trillende oppervlak in de richting van den straal was. Deze afhankelijkheid van den stand schrijven wij toe aan de eindige afmetingen van deze geluidsbronnen en doordat zij tevens als ruimtebegrenzing fungeeren, waarmee in de theorie niet gerekend wordt.

Eindhoven, 6 Mei 1929.

Natuurkundig Laboratorium der
N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.

EEN SLINGERVRAAGSTUK

door W. UITTERDIJK

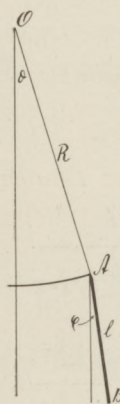


Fig. I.

Te onderzoeken, de beweging van een slinger, bestaande uit een onrekbaren draad R (zonder gewicht) en een homogene staaf l met de massa m , als we vooropstellen, dat de hoeken klein en de schommelingen constant blijven in het vlak van de teekening.

Het probleem kwam in eenigszins gewijzigden vorm voor in de opgaven voor Theoretische Mechanica van het Candidaatsexamen Mei 1929 der Technische Hoogeschool en heeft daardoor opnieuw mijn aandacht getrokken.

We nemen de twee in figuur 1 gegeven hoeken als gegeneraliseerde coördinaten en vinden dan voor den kinetischen potentiaal

$$\frac{1}{2}m (R^2\dot{\vartheta}^2 + \frac{1}{3}l^2\dot{\varphi}^2 + Rl\dot{\vartheta}\dot{\varphi} - 2Rg + 2Rg \cos \vartheta - gl + gl \cos \varphi).$$

Hieruit vinden we door de vergelijkingen van L a g r a n g e:

$$(1) \quad \begin{aligned} R\ddot{\vartheta} + \frac{1}{2}l\ddot{\varphi} + g\vartheta &= 0 \\ R\ddot{\vartheta} + \frac{2}{3}l\ddot{\varphi} + g\varphi &= 0. \end{aligned}$$

Door de eerste met n te vermenigvuldigen en daarna bij de tweede op te tellen, krijgen we

$$R (n+1) \ddot{\vartheta} + (\frac{1}{2}n + \frac{2}{3}) l \ddot{\varphi} + g (n\vartheta + \varphi) = 0.$$

Kiezen we n zoo, dat we hebben

$$R(n+1) : ({}^{1/2}n + {}^{2/3})l = n : 1$$

waardoor we de twee waarden vinden

$$\frac{R}{l} - {}^{2/3} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{l} + {}^{1/3}\right)^2 + {}^{1/3}},$$

die we n_1 en n_2 zullen noemen, dan krijgen we inplaats van (1)

$${}^{1/2}l(n_1 + {}^{4/3})(\ddot{n}_1 + \ddot{\varphi}) + g(n_1\vartheta + \varphi) = 0$$

$${}^{1/2}l(n_2 + {}^{4/3})(\ddot{n}_2 + \ddot{\varphi}) + g(n_2\vartheta + \varphi) = 0,$$

waarvan de oplossingen zijn

$$(2) \quad n_1\vartheta + \varphi = A \cos \sqrt{\frac{g}{{}^{1/2}l(n_1 + {}^{4/3})}} t + B \sin \sqrt{\frac{g}{{}^{1/2}l(n_1 + {}^{4/3})}} t,$$

$$n_2\vartheta + \varphi = A' \cos \sqrt{\frac{g}{{}^{1/2}l(n_2 + {}^{4/3})}} t + B' \sin \sqrt{\frac{g}{{}^{1/2}l(n_2 + {}^{4/3})}} t.$$

Hierin treden ${}^{1/2}l(n_1 + {}^{4/3})$ en ${}^{1/2}l(n_2 + {}^{4/3})$ op als slingerlengten.

We zullen ze aanduiden door λ_1 en λ_2 en tevens opmerken, dat we hebben

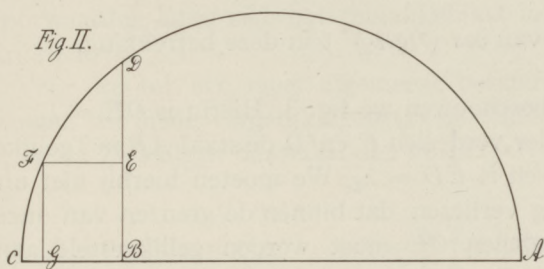
$$\lambda_1 + \lambda_2 = R + {}^{2/3}l$$

$$\lambda_1 \times \lambda_2 = {}^{1/6}Rl = {}^{1/4}(R \times {}^{2/3}l).$$

Door deze betrekkingen vinden we voor λ_1 en λ_2 een eenvoudige constructie:

In fig. 2 is $AB = R$ en $BC = \frac{2}{3}l$.

BD is de middenevenredige van AB en BC en dus $\sqrt{R \times \frac{2}{3}l}$, want de kromme lijn is een halve cirkel.



Deel BD door E in twee gelijke deelen en trek $EF \parallel AC$.

GF is dan de middenevenredige tusschen λ_1 en λ_2 .

En hieruit volgt, dat AG en GC gelijk λ_1 en λ_2 zijn.

We keeren terug tot de vergelijkingen (2). We nemen als aanvangsvoorwaarden $\vartheta = \vartheta_0$, $\varphi = 0$ terwijl het toestel in rust is. De vergelijkingen worden dan

$$(3) \quad \begin{aligned} n_1 \vartheta + \varphi &= n_1 \vartheta_0 \cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_1}} t \\ n_2 \vartheta + \varphi &= n_2 \vartheta_0 \cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_2}} t, \end{aligned}$$

waaruit gemakkelijk volgen

$$(4) \quad \begin{aligned} (n_1 - n_2) \vartheta &= n_1 \vartheta_0 \cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_1}} t - n_2 \vartheta_0 \cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_2}} t \\ (n_1 - n_2) \varphi &= \frac{2R\vartheta_0}{i} \left(\cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_1}} t - \cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_2}} t \right). \end{aligned}$$

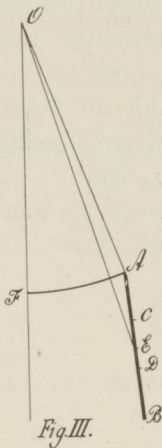
Duiden we den afstand van A tot een bepaald punt van de staaf aan door r , dan is $R\vartheta + r\varphi$ de boogafstand, dien dat punt is verwijderd van den evenwichtsstand. In verband met (4) vinden we nu

$$(n_1 - n_2) (R\vartheta + r\varphi) = R\vartheta_0 \left\{ \left(n_1 + \frac{2r}{l} \right) \cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_1}} t - \left(n_2 + \frac{2r}{l} \right) \cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_2}} t \right\}.$$

$$\text{Als } n_2 + \frac{2r}{l} = 0,$$

$$\text{of } r = -\frac{1}{2}ln_2 = \lambda_1 - R,$$

verdwijnt de invloed van $\cos \sqrt{(g/\lambda_2)} \cdot t$ in deze betrekking.



Nu beschouwen we fig. 3. Hierin is $OE = \lambda_1$.

Verder verdeelen C en D de staaf AB in 3 gelijke deelen en is $ED = \lambda_2$. We moeten hierbij niet uit het oog verliezen, dat binnen de grenzen van onze berekeningen OE moet worden gelijkgesteld aan $OA + AE$.

Het verdwijnen van $\cos \sqrt{(g/\lambda_2)} t$ in onze berekening beteekent dus, dat punt E zich alleen maar beweegt volgens $\cos \sqrt{(g/\lambda_1)} t$. En dan is het verder gemakkelijk in te zien, dat voor de andere deelen van de staaf er nog een slingering bij komt volgens $\cos \sqrt{(g/\lambda_2)} t$. Het betrekkelijk ingewikkelde verschijnsel is dus opgelost in twee enkelvoudige slingeringen. Het punt E slingert volgens de mathematische slingerlengte λ_1 en om dat punt schommelt de staaf in de veel snellere periode bepaald door de slingerlengte λ_2 .

We konden de vergelijkingen (1) pas gemakkelijk integreeren met behulp van de twee gevonden waarden voor n . Hierdoor werden de veranderlijken ϑ en φ getransformeerd in de veranderlijken $n_1\vartheta + \varphi$ en $n_2\vartheta + \varphi$.

In natuurkundigen zin beteekent de noodzakelijkheid dezer transformatie, dat het verschijnsel niet op eenvoudige wijze afhangt van de coördinaten ϑ en φ , doch van den hoek, dien λ_1 met den vertikaal en dien, welken λ_1 en λ_2 met elkaar vormen. Er is dus veel voor te zeggen, de twee coördinaten ϑ en φ geheel uit de functies weg te voeren, waardoor de formules (3) den vorm zouden krijgen

$$(3') \quad \begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 \cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_1}} t \\ \beta &= \beta_0 \cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_2}} t. \end{aligned}$$

α en β zijn de hoeken EOF en AEO uit fig. 3. Verder zijn α_0 en β_0 aan elkaar gelijk, omdat in den aanvangsstand de staaf vertikaal is.

Toch zullen we voorloopig ϑ en φ behouden, want de aanvangsvoorwaarden laten zich het gemakkelijkst in deze grootheden uitdrukken.

Voor we tot een meer algemeene beschouwing overgaan, vervangen we in de vergelijkingen (2) de onbekenden n_1 en n_2 door λ_1 en λ_2 . Ze krijgen daardoor den vorm

$$(5) \quad (\lambda_1 - \frac{2}{3}l) \vartheta + \frac{1}{2}l\varphi = A \cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_1}} t + B \sin \sqrt{\frac{g}{\lambda_1}} t$$

$$(\lambda_2 - \frac{2}{3}l) \vartheta + \frac{1}{2}l\varphi = A' \cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_2}} t + B' \sin \sqrt{\frac{g}{\lambda_2}} t.$$

Nemen we nu als aanvangsstand een ruststand met ϑ_0 en φ_0 als begincoördinaten, dan gaan de vergelijkingen (5) over in

$$(6) \quad (\lambda_1 - \frac{2}{3}l) \vartheta + \frac{1}{2}l\varphi = \left\{ (\lambda_1 - \frac{2}{3}l) \vartheta_0 + \frac{1}{2}l\varphi_0 \right\} \cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_1}} t$$

$$(\lambda_2 - \frac{2}{3}l) \vartheta + \frac{1}{2}l\varphi = \left\{ (\lambda_2 - \frac{2}{3}l) \vartheta_0 + \frac{1}{2}l\varphi_0 \right\} \cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_2}} t.$$

Laten we nu aannemen, dat l nadert tot nul. De 1e formule wordt dan

$$\vartheta = \vartheta_0 \cos \sqrt{\frac{g}{R}} t.$$

Laten we aannemen, dat R tot nul nadert. Dan wordt λ_1 gelijk $\frac{2}{3}l$ en wordt de 1e formule

$$\varphi = \varphi_0 \cos \sqrt{\frac{g}{\frac{2}{3}l}} t.$$

We zien, dat de formules van den mathematischen slinger en van den physischen staafslinger in onze functies liggen opgesloten.

Nemen we in de aanvangsvoorwaarden $\varphi_0 = 0$, dan krijgen we het reeds behandelde geval terug.

De voorwaarde $\vartheta_0 = \varphi_0$ geeft ook aanleiding tot belangrijke opmerkingen. Er komen wel schommelingen om punt E , doch ze zijn zeer gering.

We kunnen de aanvangsvoorwaarden ook zoo kiezen, dat de invloed van $\cos \sqrt{(g/\lambda_2)} t$ geheel verdwijnt. Daarvoor moeten we hebben

$$(\lambda_2 - \frac{2}{3}l) \vartheta_0 + \frac{1}{2}l\varphi_0 = 0.$$

De vergelijkingen (6) gaan dan over in

$$\vartheta = \vartheta_0 \cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_1}} t$$

$$\varphi = n_2 \vartheta_0 \cos \sqrt{\frac{g}{\lambda_1}} t.$$

De snelle schommeling van de staaf om E is dan verdwenen uit het verschijnsel. De wijzigingen van φ zijn rustig en tevens klein, want n_2 is slechts een klein getal. Nog weten we, dat n_2 negatief is. De afwijkingen van de staaf hebben den tegengestelden zin van ϑ .

Als een gymnast aan de ringen slingert, moet hij streven naar deze rustige kalme verandering. Zoolang hij nog last heeft van schokkende schommelingen, zegt de leider, dat hij den slag nog niet te pakken heeft. Men zou hem ook kunnen verwijten, dat hij zijn aanvangsvoorwaarden niet goed heeft gekozen.

Men zou de opmerking kunnen maken, dat de slingeren van een gymnast geenszins klein zijn. Het is betrekkelijk nog niet zoo lastig, aan te toonen, dat onze conclusie ook voor groote schommelingen geldt.

De vergelijkingen (1) worden voor groote hoeken zeer veel ingewikkelder, doch als men vraagt naar een oplossing, waarbij de waarden van ϑ en φ steeds evenredig zijn, dan wordt daardoor de integratie weer zeer veel vereenvoudigd.

Bij de beschouwing van het probleem hebben we de dempende invloeden niet in de vergelijkingen opgenomen.

We willen hier echter even opmerken, dat de zooveel snellere eigen beweging van de staaf veel meer zal worden geremd door den

luchtweerstand, dan de andere betrekkelijk rustige beweging. De beweging om E zal dus als ze aanvankelijk vrij krachtig is, sneller dempen dan de hoofdslinging. De proef bevestigt dit vermoeden onmiddellijk.

Heel vaak is een benaderingsoplossing uitstekend geschikt, om een helder inzicht in de verschijnselen te krijgen. We zullen daarom eens nagaan, wat er uit de vergelijkingen te voorschijn komt, als we aannemen, dat de staaf vrij wat korter is dan het koord. Bij de proeven is dit trouwens gewoonlijk het geval.

We nemen nu als uitgangspunt de vergelijkingen (3').

Als l klein is ten opzichte van R , krijgen we

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}l \left(\frac{R}{l} + \frac{2}{3} + \sqrt{\left(\frac{R}{l} + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}} \right) = R + \frac{1}{2}l$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2}l \left(\frac{R}{l} + \frac{2}{3} - \sqrt{\left(\frac{R}{l} + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}} \right) = \frac{1}{6}l,$$

omdat we dan gerust mogen aannemen

$$\sqrt{\left(\frac{R}{l} + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}} (=) \frac{R}{l} + \frac{1}{3}.$$

Nemen we b.v. een koord van 1 m en een staaf van 1 dm, dan vinden we voor λ_1 105,08 cm, terwijl $R + \frac{1}{2}l$ 105 cm is. Er is dus een verschil kleiner dan 1 mm.

Het zwaartepunt van de homogene staaf slingert dus gewoon als een mathematische slinger van de lengte $R + \frac{1}{2}l$. En de schommelingen van de staaf om het zwaartepunt hebben de frequentie van een mathematischen slinger van de lengte $\frac{1}{6}l$. Als de staaf bij A aan een vast punt is opgehangen, hangt de frequentie der schommelingen af van $\cos \sqrt{(3g/2l)}$, d. w. z. we hebben dan een $4 \times$ zoo groote slingerlengte. En hieruit kunnen we de merkwaardige conclusie trekken, dat de staaf in het geval, dat we thans beschouwen net tweemaal zoo snel schommelt, als wanneer A een onbeweeglijk punt is.

Als we ons de vraag stellen, wat de oorzaak is van dit eenvoudig verband, dan blijkt het antwoord in het geheel niet moeilijk. Voor de kleine slingeren, die we beschouwen, mogen we aannemen, dat de constante kracht mg de gebroken lijn (fig. 3) $OA E$

tracht te spannen. Punt A ondervindt dus een druk $mg \sin \beta$ loodrecht op OE . En deze kracht mogen we weer gelijk stellen aan $mg \beta$.

We krijgen dus het vraagstuk, welke beweging de staaf AB zal uitvoeren, als zij in het zwaartepunt is bevestigd, terwijl het einde A door de elastische kracht $mg \beta$ naar den evenwichtsstand OE wordt gevoerd. We vinden de vergelijking

$$I\ddot{\beta} = - \frac{1}{2} l mg \beta,$$

waarin het traagheidsmoment I gelijk is aan $\frac{1}{12} ml^2$.

Ze kan worden vereenvoudigd tot

$$\ddot{\beta} = - \frac{g}{\frac{1}{6} l} \beta.$$

En hieruit volgt onmiddellijk het bedoelde verband.

We doen nu een paar proeven. Een stuk touw van een paar m (langer is nog beter) knellen we aan het eene eind in een dun koperen buisje, op dezelfde wijze als een nestel aan een veter is bevestigd. Daarna schroeven we het vrije eind van het buisje zoo nauwkeurig mogelijk in de as van een stuk staafkoper van b.v. 2 dm lengte. Als onze slinger hangt, hangen we er naast een looden kogeltje aan een touw, dat zooveel langer is, dat de zwaartepunten van staaf en kogeltje even hoog komen te hangen. Zetten we beide slingers in beweging, dan zien we de overeenstemming van de hoofdslingering van de staaf met die van het kogeltje. Vervolgens vestigen we de aandacht op de snelle schommeling van de staaf om het zwaartepunt. Door tikken op een tafel leggen we de maat vast. Dan houden we plotseling het koord vast bij A en merken op, dat de volgende slingeren twee tikken eischen.

Het is zeer goed mogelijk het vrij ingewikkelde gebeuren te ontleden met leerlingen wier wiskundige kennis gering is. De hoofdslingering is gauw geïsoleerd. En de schommeling van de staaf kan vergeleken worden met de beweging van een snaar. De gebroken lijn OAE trilt om den evenwichtsstand OE .

Om den slinger rustig te laten bewegen is het 't best het koord bij A aan te vatten en dan de staaf met gespannen koord zijwaarts te brengen, terwijl ze vertikaal hangt. Daarna vlug loslaten. Men

kan echter ook af en toe eens een voorzichtig duwtje op verschillende plaatsen geven.

Men kan zich de vraag stellen, wanneer men bij gegeven meetbare waarden van R en l ook meetbare waarden krijgt voor λ_1 en λ_2 . We moeten dan zoo kiezen, dat

$$1/2 l \sqrt{(R/l + 1/3)^2 + 1/3} \quad \text{of} \quad 1/2 \sqrt{R^2 + 2/3 Rl + 4/9 l^2}$$

meetbaar is.

We zullen onderzoeken op welke wijze we voor $\sqrt{a^2 + ab + b^2}$ een trekbaaren wortel krijgen. We kunnen a willekeurig kiezen en hierbij een passende b zoeken.

We moeten hebben

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2 + ab + b^2} &= y \\ \text{of } (a + b)^2 - y^2 &= ab \\ \text{of } (a + b - y)(a + b + y) &= ab. \end{aligned}$$

De betrekking, die we zoeken, verandert niet door evenredige verandering. We denken ons nu alle getallen door zoodanig getal gedeeld, dat $a + b - y$ gelijk 1 wordt. Dan wordt y gelijk $a + b - 1$ en $a + b + y$ gelijk $2a + 2b - 1$. We krijgen dus

$$\begin{aligned} 2a + 2b - 1 &= ab \\ \text{of } 2a - 1 &= (a - 2)b \\ \text{of } b &= \frac{2a - 1}{a - 2}. \end{aligned}$$

De getallen a en $(2a - 1)/(a - 2)$ voldoen dus. Het is echter nog eenvoudiger te zeggen, dat a en b den vorm moeten hebben van n ($n - 2$) en $2n - 1$.

Als we voor n nemen 3, 4, 5 . . . dan krijgen we de bedoelde getallen. We kunnen ook wel breuken nemen voor n , doch dit geeft niets nieuws.

Als voorbeeld zullen we kiezen $n = 32$. Dan worden a en b 960 en 63, waarvoor we mogen nemen 320 en 21. R en l kunnen dan zijn 320 en $\frac{3}{2} \times 21$ of 21 en $\frac{3}{2} \times 320$. We kiezen natuurlijk het

eerste paar n.l. 320 en $31\frac{1}{2}$. Dan hebben we net als straks een staaf, die zoowat het 10e deel is van het koord.

We vinden voor λ_1 en λ_2 dan 336 cm en 5 cm. E en het zwaartepunt liggen dus $2\frac{1}{2}$ mm van elkaar. Als we de getallen $\frac{1}{3}\frac{0}{2} \times$ zoo groot nemen, dan is het koord precies 1 m en de staaf bijna 1 dm. De $2\frac{1}{2}$ mm zou dan overgaan in $\frac{5}{16} \times 2\frac{1}{2}$ mm = 0,8 mm, wat volkomen klopt met de uitkomst van straks.

's-Gravenhage, Juni 1929.

DE ROTATIE VAN ONSYMMETRISCHE MOLECULEN ¹⁾

door GEORGE P. ITTMANN

Summary:

The rotational energy of molecules of symmetrical and unsymmetrical type is discussed according to the old quantumtheory and also by using quantummechanics ²⁾. It is shown that in the unsymmetrical case the difficulties to which the old quantumtheory gave rise disappear in the quantum-mechanical treatment. An approximation of the quantummechanical results by using half quantumnumbers in the old method of phase-integrals is given for the stationary states in the neighbourhood of a rotation about the largest or the smallest axis of inertia. To approximate the stationary states in the neighbourhood of the unstable rotation about the middle axis of inertia we need quarter quantumnumbers.

§ 1. Bohr's atoomtheorie beschrijft de uitzending van *lijnen-spectra* als een gevolg van veranderingen in de energieinhoud van *atomen*. Bij *moleculen* is er een grootere menigvuldigheid van toegelaten energieniveaux en tengevolge daarvan verkrijgen de *molecuulspektra* het karakter van een *veellijnenspektrum* of zelfs van een *bandenspektrum*, nl. wanneer de spektraallijnen zich in groepen dicht aaneensluiten tot zg. *banden*, welke men dikwijls niet gemakkelijk in afzonderlijke lijnen kan analyseeren.

In eerste benadering kunnen wij de *energieinhoud van een molecuul* samengesteld denken uit:

- 1°) de energieinhoud van de electronenconfiguratie
- 2°) de trillingsenergie van de kernen ten opzichte van elkaar
- 3°) de rotatieenergie van het molecuul als geheel.

1) Bewerking eener voordracht gehouden op 4 April 1929 voor de onderafd. Wiskundige Natuurkunde van het Ned. Nat. en Gen. Congres. Hier zullen slechts eenige artikelen worden aangehaald; voor uitvoeriger litteratuuropgave en voor de quantummechanische behandeling van de onsymmetrische tol wordt verwezen naar:

2) H. A. Kramers und G. P. Ittmann: Z. f. P. **53**, 553, 1929.
Physica IX.

Bij een overgang tusschen 2 stationnaire toestanden wordt één of meer dezer bijdragen tot de energieinhoud veranderd en in het algemeen is de verandering van de rotatieenergie klein ten opzichte van mogelijke veranderingen in de trillingsenergie en in de energie der electronenconfiguratie. Lijnen, die zich slechts van elkaar onderscheiden door een verschillende verandering der rotatie-energie liggen daardoor dicht bijeen en vormen een zg. *afzonderlijke band*. Met deze *rotatieenergiebijdrage* willen wij ons nu verder bezighouden.

§ 2. Het eerst heeft men hieromtrent iets geweten voor *twee-atomige moleculen*, welke wij aan de hand van het zg. *haltermodel* het beste kunnen beschouwen, waarbij wij dan verder van wisselwerkingsenergieën zullen afzien.

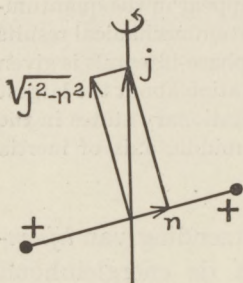


Fig. 1.

Wanneer het totaal electronenimpulsmoment om de verbindingslijn der kernen (*figuuras*) nul is ($n = 0$ in fig. 1), dan is dit tweeatomige molecuul een gewone *rotator*, waarvoor de klassieke energieinhoud bij impulsmoment $j \hbar/2\pi$ nu bedraagt:

$$E = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 I} j^2 \dots \dots \dots (1)$$

De quantummechanica levert als *eigen functies* voor de rotator in 3 dimensies *bolfuncties*, waarbij de volgende *eigen waarden* voor de energie behooren:

$$E = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 I} j(j+1) \dots \dots \dots (2)$$

Deze formule (2) voor de energieinhoud der stationnaire toestanden van een rotator volgens de quantummechanica is nu zeer goed te benaderen door een *halftallige quantiseering* volgens de oude theorie, waarbij de energieinhoud voor een impulsmoment $(j + \frac{1}{2})\hbar/2\pi$ bedraagt:

$$E = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 I} (j + \frac{1}{2})^2 \dots \dots \dots (3)$$

Is het totaal electronenimpulsmoment om de figuuras $n \hbar/2\pi$, dan wordt E op een constante na weer door bovenstaande formules voorgesteld bij een totaal impulsmoment van het roterende molecuul $= j\hbar/2\pi$; resp. $(j + \frac{1}{2}) \hbar/2\pi$. In dit geval zijn echter alleen mogelijk de stationnaire toestanden met $j \equiv n$ (fig. 1).

Steeds zijn bij de rotator alleen mogelijk de *overgangen*: $\Delta j = \pm 1$ of 0, zooals vroeger reeds uit het *korrespondentiebeginsel* werd begrepen en hetgeen nu bij de quantummechanica uit de *eigenschappen der bolfuncties* volgt.

Gaan wij over tot *symmetrische meerautomige moleculen*, dan kunnen wij met het rotatormodel niet meer volstaan, maar wij zullen de rotatie van zoo'n molecuul met één symmetrieas (*figuuras*) beschouwen aan de hand van de beweging van een *symmetrische tol*, d.i. een vast lichaam met 2 *gelijke* hoofdtraagheidsmomenten. De algemeene beweging hiervan is een eigen rotatie om de figuuras + een praecessie om het totaal impulsmoment, dat langs een vaste as in de ruimte valt. Volgens de methode der *phasenintegralen* vindt men als quantumvoorwaarden:

1°) totaal impulsmoment $j\hbar/2\pi$ en

2°) eigen impulsmoment $n\hbar/2\pi$,

waarbij dan de energieinhoud wordt:

$$E = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 A} (j^2 - n^2) + \frac{\hbar^2}{8\pi^2 C} n^2 = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 A} j^2 + \frac{\hbar^2}{8\pi^2} \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{A} \right) n^2 \quad (4)$$

Door Reiche en Rademacher³⁾ en Kronig en Rabi⁴⁾ is dit probleem ook *quantummechanisch* behandeld, waarbij voor de eigenwaarden der energie wordt gevonden:

$$E = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 A} j(j+1) + \frac{\hbar^2}{8\pi^2} \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{A} \right) n^2 \quad \dots \dots \dots (5)$$

Dit is weer te benaderen met een *halftallige quantiseering* volgens de oude theorie, waarbij de energieinhoud voor een totaal impuls-

3) Fr. Reiche und Hans Rademacher: Z. f. P. **39**, 444, 1926; **41**, 453, 1927.

4) R. de Laer Kronig and I. I. Rabi: Phys. Rev. **29**, 262, 1927.

moment $= (j + \frac{1}{2}) h/2\pi$ en een eigen impulsmoment $= nh/2\pi$ draagt:

$$E = \frac{h^2}{8\pi^2 A} (j + \frac{1}{2})^2 + \frac{h^2}{8\pi^2} \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{A} \right) n^2 \dots \dots \dots (6)$$

§ 3. Als wij nu overgaan tot **onsymmetrische moleculen**, dan zullen wij als model ten grondslag leggen een vast lichaam met

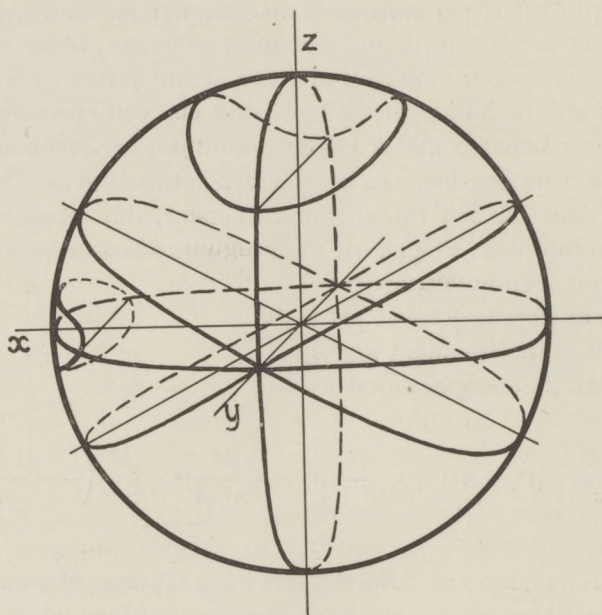


Fig. 2.

drie verschillende hoofdtraagheidsmomenten ($A \leq B \leq C$). Zoo'n *onsymmetrische tol* voert in het algemeen een *Poinsotbeweging* uit. Het verloop van deze beweging kunnen wij ons heel eenvoudig voorstellen door in het lichaam een eenheidsbol te denken, die meebeweegt, en dan te beschouwen de snijkromme met de kegel, die door de richting van het totale impulsmoment in den loop van den tijd ten opzichte van het lichaam beschreven wordt. De kegel is een *elliptische kegel*, waarvan de as samenvalt met de grootste of met de kleinste traagheidsas (fig. 2) en deze 2 soorten van bewe-

gingstoestanden worden van elkaar *gescheiden door de instabiele rotatie om de middelste traagheidsas*.

K r a m e r s ⁵⁾ heeft vroeger reeds gevonden, dat in deze figuur de quantumvoorwaarden volgens de oude theorie eenvoudig zijn aan te geven. Naast de voorwaarde, dat het totale impulsmoment weer $j\hbar/2\pi$ moet zijn, hebben wij als tweede voorwaarde: *het oppervlak door het totaal impulsmoment (vaste as) uitgesneden uit den halven eenheidsbol*, die met het lichaam mee beweegt, bedraagt:

$$\frac{n}{j} \times \text{of} \frac{j-n}{j} \times \text{het oppervlak van den halven eenheidsbol} \quad (7)$$

Voor 2 *gelijke* hoofdtraagheidsmomenten worden de elliptische kegels cirkelkegels en de snijkrommen zijn dan derhalve cirkels, zoodat de voorwaarde (7) daarbij direct overgaat in de tweede quantumvoorwaarde voor de symmetrische tol, nl. dat de projectie van het totaal impulsmoment op de figuuras $= nh/2\pi$ is.

Voor een onsymmetrische tol hebben wij bij bepaalde j dus eenige stationnaire toestanden, waarbij de draaiing volgens een elliptischen kegel om de z-as plaats heeft, welke beweging dus veel lijkt op de regelmatige praecessie van een symmetrische tol met de z-as als figuuras, terwijl er eenige andere stationnaire toestanden zijn, waarbij de draaiing volgens elliptische kegels om de x-as plaats heeft en die dus aan een beweging beantwoorden, die veel lijkt op de beweging van een symmetrische tol met de x-as als figuuras. Deze 2 soorten van stationnaire toestanden worden van elkaar gescheiden door de rotatie om de middelste traagheidsas, welke beweging instabiel is, en volgens het *korrespondentiebeginsel* in de oude quantumtheorie was het moeilijk in te zien, hoe er *overgangen* tusschen die 2 *verschillende soorten* van stationnaire toestanden mogelijk zouden zijn. Wanneer wij nu eens het middelste traagheidsmoment *adiabatisch* veranderen, dan kan een stationnaire toestand *van de ééne naar de andere soort overgaan* en dan zouden dus bij die oneindig langzame, adiabatische verandering plotseling sommige overgangswaarschijnlijkheden moeten vervallen en daarvoor in de plaats ineens andere overgangen een groote waarschijnlijkheid moeten verkrijgen.

5) H. A. Kramers: Z. f. P. **13**, 343, 1923.

Volgens de *oude quantumtheorie* zouden wij hier dus 2 *onderling niet-combineerende termsystemen* verwachten, analoog met hetgeen vroeger reeds door Niessen⁶⁾ en Pauli⁷⁾ werd berekend voor het probleem van een electron bewegend om 2 kernen. Bij dit zg. *tweecentraalprobleem* levert de quantummechanica heelemaal niet 2 gescheiden termsystemen, zooals Hund⁸⁾ heeft laten zien. Evenzoo kunnen wij nu ook hier bij de onsymmetrische tol verwachten, dat de *quantummechanica* ons een oplossing zal leveren, waarbij *geen sprake is van 2 zulke onderling niet-combineerende termsystemen*.

§ 4. Op aanraden van Prof. Kramers ben ik eenigen tijd geleden begonnen met de quantummechanische behandeling van de beweging van de onsymmetrische tol en ik wil deze welkome gelegenheid niet voorbij laten gaan zonder Prof. Kramers ook en vooral te bedanken, voor de voortdurende hulp en steun bij de uitvoering van dit onderzoek²⁾.

Van de klassieke Hamilton-Jacobische partiële differentiaalvergelijking van de onsymmetrische tol is vroeger door Kolossoff een oplossing verkregen door *separatie in elliptische bolcoördinaten* en Reiche⁹⁾ heeft op deze oplossing de methode van de quantiseering der fasenintegralen toegepast. Het is ons nu gelukt een analoge separatie voor de Schrödingervergelijking van de onsymmetrische tol te verkrijgen. Wij hebben aangetoond, dat de oplossing van de Schrödingervergelijking op deze wijze kan worden teruggebracht tot het probleem der *eigenwaarden* en *eigenfuncties* van de volgende *Lamésche differentiaalvergelijking*, waarin $D = \text{const.}$ en $E = \text{energie}$ is.

$$\left\{ \sqrt{4 \left(\lambda - \frac{1}{A} \right) \left(\lambda - \frac{1}{B} \right) \left(\lambda - \frac{1}{C} \right) \frac{d}{d\lambda}} \right\}^2 V = \left\{ D\lambda - \frac{8\pi^2}{h^2} E \right\} V \quad (8)$$

De eigenfuncties hiervan zijn de zg. *Lamésche functies* en de

6) K. F. Niessen: Diss. Utrecht 1922; Ann. d. Phys. **70**, 129, 1923 en Arch. Néerland. **7**, 12, 1923.

7) W. Pauli: Ann. d. Phys. **68**, 177, 1922.

8) Fr. Hund: Z. f. P. **40**, 742, 1926.

9) Fr. Reiche: Phys. Z. **19**, 394, 1918.

eigenfuncties van de onsymmetrische tol worden voorgesteld door producten van zulke Laméfuncties. Deze producten zijn zelf weer *bolfuncties*, die bij ons probleem speciaal voor den dag komen als *producten van Laméfuncties van de elliptische coördinaten op den bol*.

Voor de constante D zijn de eigenwaarden weer $j(j+1)$, hetgeen aan een totaal impulsmoment $j\hbar/2\pi$ beantwoordt, maar voor de eigenwaarden van de tweede constante (E) in de Lamésche vergelijking zijn geen algemeene formules aan te geven. Wel is mathematisch bewezen, dat er bij iedere j steeds $2j+1$ eigenwaarden voor de energie behooren, welke wij in de volgorde van afnemende energiewaarden met $n = +j; +j-1; \dots; -j+1; -j$ zullen nummeren. Wij willen nu eens zien, hoe deze $2j+1$ verschillende toestanden van het algemeene geval kunnen worden toegevoegd aan de $j+1$ toestanden van de symmetrische tol (n' of $n'' = 0; 1; \dots; j-1; j$).

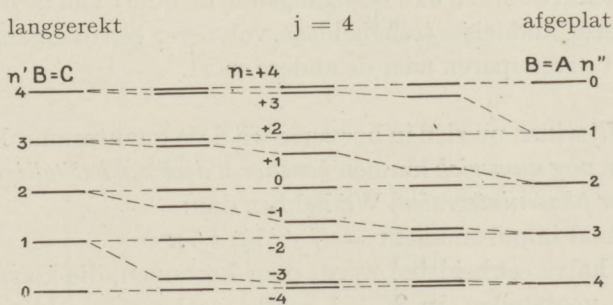


Fig 3. Toevoeging der energieniveaux voor een totaal impulsmoment $= 4\hbar/2\pi$.

Iedere toestand, waarbij $n' \neq 0$ of $n'' \neq 0$ is, splitst zich in tweeën, zoodra het molecuul onsymmetrisch wordt. Van den aard van het verschil dezer twee toestanden kan men zich met behulp van een *klassiek bewegingsmodel* geen voorstelling maken. Iets dergelijks werd door Kronig¹⁰⁾ ook reeds gevonden bij de tweeatmige moleculen voor welke $n \neq 0$; de energieniveaux daarvan vertoonen nl. vaak een kleine splitsing als gevolg van de vervorming der electronenbeweging door de rotatie. Daardoor wordt nl. de symmetrie

10) R. de Laer Kronig: Z. f. P. 46, 814, 1928; 50, 347, 1928 Physica 9, 81, 1929.

rondom de as van het molecuul opgeheven en dus verdwijnt ook de ontaarding, welke bestond in het twee aan twee samenvallen der energieniveaux bij het tweeatomige molecuul. Uitgaande zoowel van een afgeplatte als van een langgerekte symmetrische tol heeft steeds bij het onsymmetrisch worden zoo'n splitsing in niveauparen plaats en de *toevoeging* van deze niveaux voor een middelste traagheidsmoment B , dat van C tot A varieert, heeft *zonder oversnijding* der niveaux, die bij éénzelfde j behooren, plaats (zie fig. 3).

Voor de algemeene onsymmetrische tol liggen de bovenste niveaux telkens paarsgewijze bijeen en deze beantwoorden telkens samen aan één klassiek gequantiseerde beweging in een elliptischen kegel rondom de x -as, terwijl de *paren* der onderste energieniveaux telkens *beantwoorden aan één klassiek gequantiseerde beweging* in een elliptischen kegel rondom de z -as. De uiterste niveaux zijn het minst gesplitst en zij blijven ook het langste bijeen, als wij overgaan naar een symmetrische tol van de tegenovergestelde soort. De toestanden, die beantwoorden aan bewegingen in de buurt van de instabiele rotatie om de middelste traagheidsas, volvoeren een overgang van de ééne soort niveauparen naar de andere soort.

§ 5. Wij willen nu zien in hoeverre wij deze quantummechanische resultaten nog *numeriek* kunnen *benaderen door een halftallige quantiseering der fasenintegralen*. Wij hebben dan:

1°) Totaal impulsmoment $= (j + \frac{1}{2}) h/2\pi$ en

2°) De halve eenheidsbol wordt door krommen, die klassieke bewegingen voorstellen, in $2j + 1$ gelijke deelen verdeeld, waardoor wij $2j$ energieniveaux verkrijgen, welke liggen tusschen den energieinhoud van respectievelijk de zuivere rotatie om de x -as en de zuivere rotatie om de z -as. Op deze wijze verkrijgt men in totaal $2j + 2$ *hulpniveaux* ($\tilde{n} = j + \frac{1}{2}; j - \frac{1}{2}; \dots; -j + \frac{1}{2}; -j - \frac{1}{2}$), *waartusschen de $2j + 1$ werkelijke niveaux zich één voor één rangschikken*. De krommen, die beantwoorden aan de hulpniveaux, snijden uit den halven eenheidsbol oppervlakken, die om de beurt gelijk zijn aan een halftallig of geheel aantal malen het $(j + \frac{1}{2})$ -de gedeelte van den halven eenheidsbol. Een kromme, die vanaf de x -as geteld een *halftallig* oppervlak uitsnijdt, zal vanaf de z -as gerekend een *geheel* aantal malen het $(j + \frac{1}{2})$ -de deel van den halven eenheidsbol uitsnijden. De hulpniveaux kan men dus om de beurt halftallig en geheel nummeren (n') vanaf de ééne kant komende, terwijl zij juist net tegenge-

steld resp. geheel en halftallig zullen heeten (n''), als men vanaf de andere zijde begint te tellen (fig. 4).

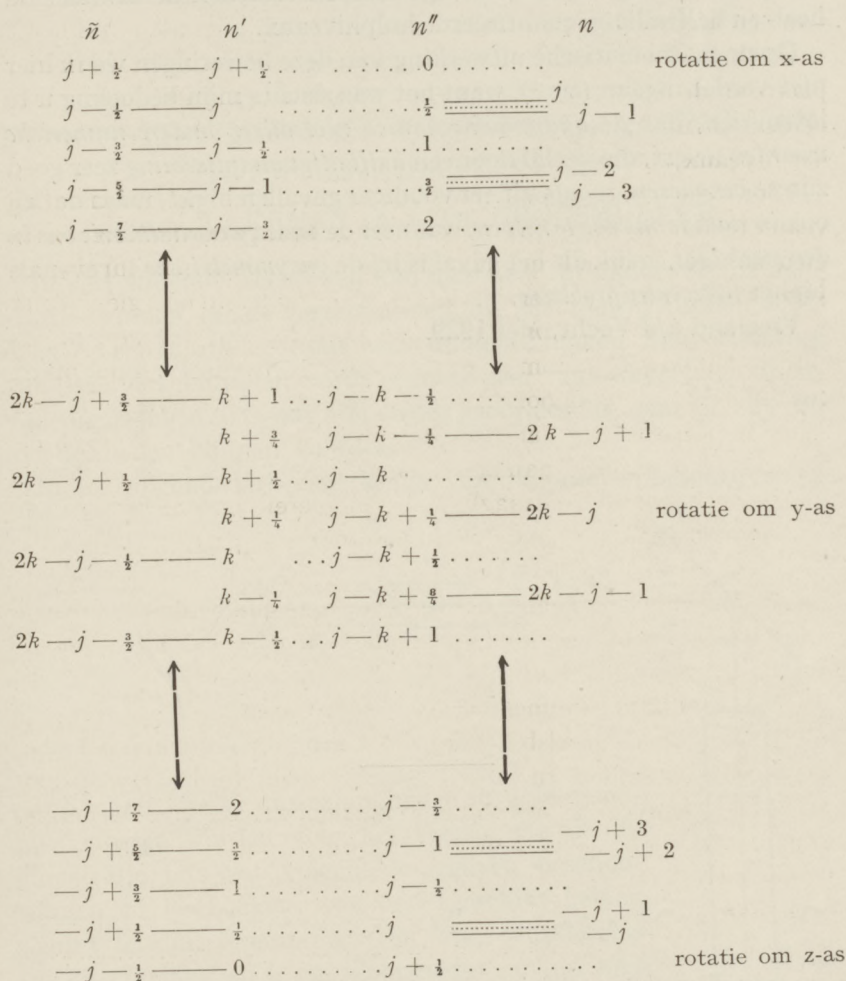


Fig. 4. Benadering der energieniveaux door halftallige quantiseering.

In de buurt van den energieinhoud van de *instabiele rotatie* om de middelste traagheidsas liggen de niveaux *niet meer paarsgewijze* bijeen, maar ongeveer halverwege tusschen de hulpniveaux der halftallige quantiseering, welke hier in een verhouding van de orde van grootte van $1/\log j$ dichter bijeenliggen dan in de buurt van de rotatie

om de grootste of kleinste traagheidsas. De stationnaire toestanden, die hieraan beantwoorden, zijn te benaderen met een soort *kwarttallige quantiseering*, welke juist ligt midden tusschen de afwisselend heel- en halftallig-gequantiseerde hulpniveaux.

Op de mathematische uitwerking van deze beweringen wil ik hier niet verder ingaan (zie ²), want het was slechts mijn bedoeling u te laten zien, dat de *quantummechanica niet alleen andere numerieke waarden* levert, die veelal door een *halftallige quantiseering* zeer goed zijn te *benaderen*, zooals uit eenvoudiger gevallen blijkt, maar dat zij ook *in staat is ons nog te helpen*, wanneer de *oude quantumtheorie ons in den steek laat*, gelijk dit het geval is bij de *onsymmetrische* tol evenals bij het *tweecentra probleem*.

Vreeland a/d Vecht, Mei 1929.

DEMONSTRATIEPROEF VOOR DE DRAAIING VAN HET POLARISATIEVLAK ¹⁾

door C. LAKEMAN en J. TH. GROOSMULLER

In verschillende leerboeken kan men over dit onderwerp demonstraties vinden, die de verschijnselen, die zich hierbij kunnen voordoen, op een bijzonder fraaie wijze duidelijk maken. Een verklaring van deze verschijnselen wordt evenwel zeer vaak weggelaten of onvolledig gegeven, iets wat niet steeds geoorloofd is, daar zich hierbij moeilijkheden kunnen voordoen.

In het volgende willen we eenige van die proeven beschrijven en

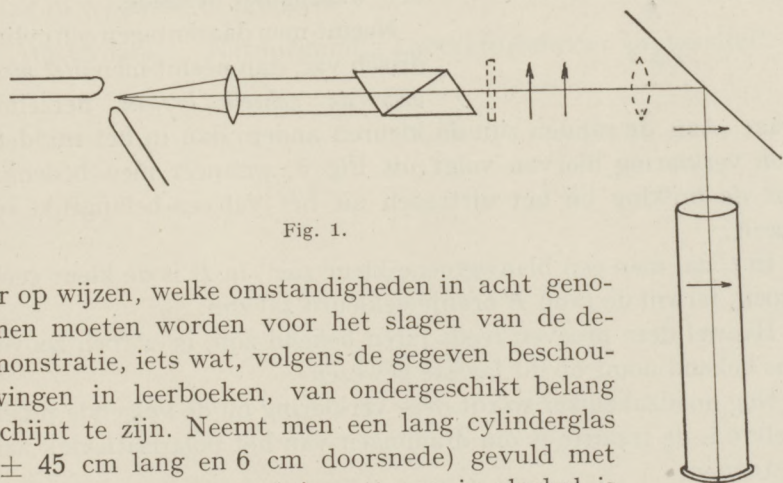


Fig. 1.

er op wijzen, welke omstandigheden in acht genomen moeten worden voor het slagen van de demonstratie, iets wat, volgens de gegeven beschouwingen in leerboeken, van ondergeschikt belang schijnt te zijn. Neemt men een lang cylinderglas (± 45 cm lang en 6 cm doorsnede) gevuld met water, waaraan een weinig guttegom in alcohol is toegevoegd, en laat men hierin een bundel gepolariseerd licht vallen (Fig. 1), dan zal men lichtverschijnselen in die buis waarnemen, die sterk afhangen van het azimuth van waarneming.

Bij een opstelling volgens de figuur zal men in het geteekende geval, wanneer de waarnemer zich in het vlak van tekening be-

1) Zie ook Grimsehl Lehrb. d. Phys. 5te Aufl. pg. 926.

vindt, een geringe intensiteit waarnemen, terwijl een waarnemer zich bevindend loodrecht op het vlak van tekening een max. lichtsterkte ziet. Bij draaiing van den Nicol verandert de intensiteit in een bepaalde richting doorlopend.

Plaatst men nu achter den Nicol een kwartsplaatje loodrecht op de as (± 4 mm dik) dan zal men, in verschillende richtingen kijkend, verschillende kleuren waarnemen.

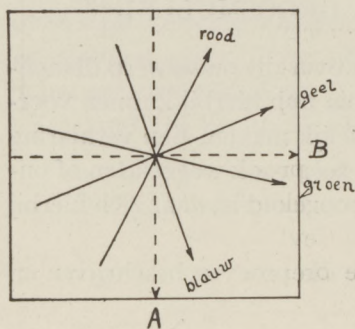


Fig. 2.

Denken we ons gemakshalve een vierkant vat, dan zal men in de richting *A* (Fig. 2) een geelgroene kleur waarnemen, terwijl in een richting *B* de kleur roodachtig blauw zal zijn. (De figuur stelt een doorsnede loodrecht op het vat voor en de pijlen zijn doorsneden van de trillingsvlakken van verschillende kleuren). De kleur is over de geheele lengte en breedte van het vat voor den waarnemer dezelfde.

Neemt men daarentegen een cylindrisch vat, dan neemt men *niet meer over de geheele breedte* hetzelfde

waar. Aan de randen zijn de kleuren anders dan in het midden. Een verklaring hiervan volgt uit Fig. 3, wanneer men bedenkt, dat de breking bij het uittreden uit het vat een belangrijke rol speelt.

In *C* zal men een blauwgroene kleur zien, in *D* is de kleur geelgroen, terwijl de rand *E* oranje gekleurd zal zijn.

Hoewel deze proeven reeds jaren bekend zijn, is er toch zoover ons bekend nooit op dit laatste gewezen.

Nog noodzakelijker wordt deze verklaring bij de volgende proef, welk o.i. de fraaiste is om draaiingen van het polarisatievlak aan te toonen.

Men vult het cylinderglas (Fig. 1) met een geconcentreerde suikeroplossing ($\pm 1,5$ kg per liter), waarin een weinig guttegom en neemt het kwartsplaatje weg. Men ziet spiraalvormige gekleurde banden in het vat en men is geneigd deze zonder meer toe te schrijven aan de draaiing van het polarisatievlak. Zoo eenvoudig is het echter niet, want gebruikt men een vat met vierkante doorsnede, dan is de spiraal niet aanwezig.

In dit laatste geval kan men over de geheele breedte weer eenzelfde kleur zien (over de lengte echter niet) en dit verschijnsel verklaren volgens Fig. 2, waarin de standen der trillingsvectoren nu op verschillende hoogten verschillend zijn, daar de oplossing die vectoren draait.

Bij het cylindrische vat daarentegen moet men weer de breking bij het uittreden te hulp roepen en men kan zoo gemakkelijk den spiraalvorm duidelijk maken.

Bedoeling van het bovenstaande is een leemte in de verklaring van deze bekende demonstratieproeven aan te vullen, waarmee naar we hopen het experiment gediend is.

Het vertoonen van laatstgenoemde proef mag dus niet zonder meer als bewijs gelden voor de draaiïng van het polarisatievlak, maar moet verklaard worden door de breking aan het cylindervlak in rekening te brengen.

Amsterdam. Natuurkundig Laboratorium der Universiteit.

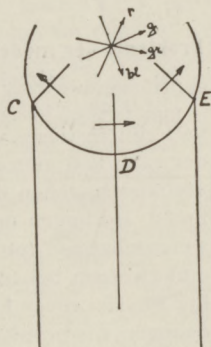


Fig. 3.

BOEKBESPREKING

Probleme der modernen Physik, herausgegeben von P. Debye. 221 blz., vele fig. — S. Hirzel, Leipzig 1928. Prijs R.M. 18, geb. R.M. 19.50.

Dit boek bevat 25 verhandelingen aan Sommerfeld ter gelegenheid van zijn zestigste verjaardag door zijn leerlingen aangeboden. Uit de aard der zaak kan men geen homogeen geheel verwachten en er is dan ook geen verband tusschen de verschillende verhandelingen. Aangezien Sommerfeld leerlingen onder de beoefenaars van alle takken der exacte natuurwetenschappen telt, vindt men in dit boek een groot aantal verschillende onderwerpen behandeld. Chemici, Technici, Mathematici en vooral natuurlijk Physici geven hun bijdrage. Zooals de titel reeds zegt, treden de verhandelingen, die problemen uit de moderne physica raken, het meest op de voorgrond. Een lijst van de titels alleen te geven zou al te veel ruimte vergen, en daarom moet ik volstaan met slechts een paar voorbeelden te noemen. Pauli geeft een quantummechanische behandeling van het H-theorema van Boltzmann, Heisenberg past de nieuwe ideeën toe, om een quantummechanische beschrijving van het ferromagnetisme te verkrijgen, Fuess en Unsöld behandelen problemen, die met botsingen samenhangen, Laporte schrijft over de termen van gecompliceerde spectra, Kratzer over bandenspectra, Debye over electrolyten, Ewald over de overgang van de optica der Röntgenstralen tot die van het gewone licht. Aan het grensgebied tusschen chemie en physica zijn verhandelingen van London, Herzfeld, Grimm en Wolff gewijd. Een aantal verhandelingen heeft kristalstructuur en kristalphysica als onderwerp en buitendien zijn er nog vele andere over verschillende natuurkundige en technische onderwerpen.

Het spreekt haast van zelf, dat een dergelijk boek niet geschikt is voor diegene die een inleiding tot de problemen der moderne natuurkunde zoekt. Daarvoor zijn de artikelen veel te gespecialiseerd. Maar diegene, die met de problemen al eenigszins vertrouwd is en die er zich voor interesseert om uit de pen van onderzoekers, die belangrijke bijdragen tot de ontwikkeling der bepaalde hoofdstukken geleverd hebben, de laatste vorderingen op dit gebied te vernemen, zal dit boek zeker met plezier lezen. Maar hij moet er niet mee wachten, totdat de inhoud van de meeste en juist de meest belangrijke stukken al weer verouderd is.

G. H. D.

Philipp Lenard, Grosse Naturforscher, eine Geschichte der Naturforschung in Lebensbeschreibungen, 324 blz., 67 platen. J. F. Lehmanns, München 1929. Prijs R.M. 10, geb. R.M. 12.

Een uitvoerig werk over de geschiedenis der natuurkunde — in den trant van Cantor's geschiedenis der wiskunde — bestaat niet en zelfs de meer beknopte werken (Poggendorff, Gerland, Hoppe e.a.) zijn

gering in aantal, dikwijls ook behandelen zij alleen onderdeelen der physica, zooals de werken van M a c h. Iedere nieuwe bijdrage is derhalve welkom wanneer zij ten minste, hetzij nieuwe feiten aan het licht brengt, dan wel door persoonlijk en oorspronkelijke inzicht in bekende feiten onze belangstelling gaande maakt en ons eigen begrip verheldert. L e n a r d's boek voldoet m.i. niet aan de eerste voorwaarde, maar wel aan de tweede. De vorm is nieuw; de schrijver heeft getracht, door een reeks van in chronologische volgorde geplaatste levensbeschrijvingen eene samenhangende geschiedenis te geven en hij is hierin veelal goed geslaagd, ofschoon hier en daar de nadeelen van dit systeem niet te miskennen zijn. Soms laat de samenhang te wenschen over en krijgt een episode iets fragmentarisch.

Het spreekt van zelf, dat de eene levensbeschrijving beter geslaagd is dan de andere, dat de eene periode uitvoeriger behandeld is dan de andere. Maar wat den schrijver bewogen kan hebben in een boek van ruim 300 bladzijden aan de geheele physica vóór 1500 slechts 6 bladzijden te wijden, is mij een raadsel. Men zie eens wat P o g g e n d o r f f en G e r l a n d van dit tijdperk weten te vertellen! De biographieën van S n e l l i u s en van D e s c a r t e s zijn te kort en te onvolledig. Die van D e s c a r t e s kan men zelfs als mislukt beschouwen. Men mag van zijn „Dioptrique” denken en zeggen wat men wil, dit boekje als eerste proeve van eene physische Optica heeft toch een groote beteekenis gehad voor de ontwikkeling der wetenschap. Goed geslaagd is over 't algemeen de 17de eeuw (G a l i l e i, H u y g e n s, N e w t o n); op H u y g e n s' werk laat de schrijver het volle licht schijnen, al vergist hij zich waar hij zegt, dat H o o k e en niet H u y g e n s de uitvinder van den onrust zou zijn en al maakt hij fouten in de biographische bijzonderheden. Soms ontmoet men allerzonderlingste dingen wat den stijl betreft: nadat de schrijver in een kort, maar wel geslaagd stukje over T y c h o B r a h e diens beteekenis voor de astronomie heeft uiteengezet, besluit hij zijn vertoog met de daar geheel onverwachte mededeeling, dat T y c h o rood haar had en veel van dieren hield!

Aan de illustraties (portretten) is veel zorg besteed, zij zijn over 't algemeen zeer goed. Dubbel jammer is het dus, dat het z.g. portret van W i l l e b r o d S n e l l i u s (p. 52), dezen in 't geheel niet voorstelt, maar zijn vader R u d o l f S n e l l i u s. De Hollandsche naam luidde S n e l en niet S n e l l, zooals L e n a r d schrijft.

Is dit boek dus niet vrij van fouten, het heeft m.i. daartegenover toch zoo veel goede eigenschappen, dat ik het met vertrouwen kan aanbevelen. Dikwijls treft ons de persoonlijke opvatting van den schrijver, zijn oorspronkelijke kijk op personen en toestanden, waarin ik de beste eigenschap van dit werk zie. Het is op zeer populaire wijze geschreven, zoodat het door een breeden kring van lezers gewaardeerd kan worden.

C. A. C.

F. I. G. Rawlins and A. M. Taylor. Infrared analysis of molecular structure.

XV + 176 blz., 35 fig. — Cambridge Univ. Press 1929. Prijs 10/6 Net.

De schrijvers, medewerkers van Prof. E. C. R i d e a l, die ook een inleiding voor dit werkje opstelde, hebben waarschijnlijk eerst voor eigen gebruik een uitvoerige literatuurlijst op het gebied van infrarood-spectros-

copie verzameld en zijn toen op het denkbeeld gekomen deze verzameling, voorzien van kritische opmerkingen, uit te geven. Hieruit blijkt voldoende de strekking en het nut dat een gebruiker van dit boek kan hebben. De indeeling en de behandeling zijn sterk naar den practischen kant geöriënteerd. In de hoofdstukken I gassen, II vloeistoffen, III vaste stoffen, IV experimenteële hulpmiddelen, zijn tezamen ca. 180 litteratuuropgaven verwerkt.

H. I bevat o.a. een lijst van alle tot dusver bekende gegevens over twee en meer-atomige moleculen.

H. II wordt het best gekarakteriseerd door een regel uit de conclusie: „While most work done on liquids has a qualitative value its importance as a definite contribution to knowledge is impaired by its lack of theoretical foundation”.

H. III bevat meer overzichtelijke resultaten, o.a. over de oscillatie van bepaalde groepen (CO_2 , SO_4) in homologe kristalreeksen.

In H. IV worden achtereenvolgens besproken: lichtbron, spectrometer, ontvanger, galvanometer.

De spectrometer met trommel wordt voor precisie werk veroordeeld en aangeraden terug te keeren tot de verdeelde cirkel. DE GR.

STRIKVRAGEN

Vraag XLIV. Een lichtpunt op grooten afstand wordt in het brandpunt van een lens afgebeeld. Bedekt men de helft van de lens dan wordt de amplitude in het beeldpunt op de helft teruggebracht, dus de intensiteit op een vierde. Toch zegt ons natuurlijk gevoel dat de intensiteit slechts op $\frac{1}{2}$ gedaald is. Vanwaar deze tegenspraak?

Het antwoord op vraag XLII: Een magneetstaafje is aan een dunnen draad horizontaal opgehangen. Wat gebeurt, als men het magneetje in snelle draaiing brengt en het dan met een magneetpool nadert? luidt als volgt:

De beweging, hoewel schijnbaar nog eenparig, blijft dat niet: het magneetje blijft het langste in den stand van hooge potentieele energie, het kortste in die van lage potentieele energie. Door de inhomogeniteit van het veld ondervindt het in den eersten stand een afstooting, in den laatsten een aantrekking, het resultaat is dus afstooting.

DE ELECTRONEN-EMISSION VAN METAAL- OPPERVLAKKEN ¹⁾

door C. ZWIKKER

De natuurwetenschappen bevinden zich tegenwoordig in gelukkige omstandigheden, wat betreft de belangstelling voor het werken harer beoefenaren, betoond door buitenstaanders. Weliswaar hebben de natuurwetenschappen nooit een geheel geïsoleerd bestaan gevoerd; immers hare uitkomsten hebben altijd in groote mate invloed gehad op filosofie en wereldbeschouwing. Echter heeft tegenwoordig de zuivere wetenschap voor niet-beoefenaars, behalve die in bovengenoemden zin, nog een geheel andere beteekenis, een veel meer populaire. Men heeft in de laatste decennia ingezien, dat de uitkomsten van wetenschappelijke onderzoeken, die opgezet waren om zuiver ideële redenen, dienstbaar zijn te maken voor industriële doeleinden en zodoende in voorheen ongekende mate kunnen meewerken ter vergroting van onzen materiëlen welstand, wat, laat ons hopen, een gunstige omstandigheid mag zijn bij ons streven naar grooteren cultureelen welstand.

Het is intusschen zeer verkeerd, te meenen, dat door deze belangstelling, die om oeconomische redenen ontstaan is, de natuurkunde haar oudere, meer ideële, maatschappelijke beteekenis verloren heeft. Integendeel, ze is nog steeds een voedingsbron voor het filosofische denken. Einstein's relativiteitstheorie b.v., die nog geen 25 jaar oud is, was het eindresultaat van een jarenlang zoeken van de gezamenlijke physici naar het met elkaar in overeenstemming brengen van schijnbaar tegenstrijdige ervaringen. De oplossing, zooals Einstein die in zijn relativiteitstheorie gaf, bracht den physici rust en verademing, maar speelde in de filosofische wereld de rol van den knuppel in het hoenderhok. En het laat zich aanzien, dat de resultaten van de moderne quantumtheorie nog ingrijpendere veranderingen in onze wereldbeschouwing zullen aanbrengen, omdat ze geleid hebben tot een ontkenning van de oude opvatting, dat alle gebeuren zich in een ruimte-tijd-schema laat beschrijven. Het is goed, zich er wel van bewust te zijn, dat de natuurkunde ook in den laatsten tijd haar vruchten niet alleen naar

Intreerede aan de Technische Hoogeschool te Delft, 24 September 1929.
Physica IX.

de materieele zijde heeft afgeworpen, maar ook naar de ideële zijde. Het is op het oogenblik nog onmogelijk de beteekenis van de relativiteitstheorie en van de quantumtheorie, wat betreft haar invloed op de verruiming van den geestelijken blik van iederen leek, te overzien, maar het is zeer waarschijnlijk, dat ze in dit opzicht gelijkwaardig zijn met de ontdekking van de zwaartekracht door Newton en de invoering van het heliocentrische stelsel door Copernicus.

Het was mij een behoefte, deze feiten in herinnering te brengen, alvorens over te gaan tot mijn eigenlijke onderwerp, omdat, in wat volgt, bijna uitsluitend de jongere maatschappelijke beteekenis van onze wetenschap, de wisselwerking tusschen techniek en natuurkunde, tot uiting komt. Ik wilde dan spreken over een gebied der natuurkunde, dat zijn ontwikkeling voor een zeer groot gedeelte heeft te danken aan de physische industrie en waarmee ik tijdens mijn werkzaamheid aan het natuurkundig laboratorium van de N. V. Philips' Gloeilampenfabrieken te Eindhoven in zeer nauwe aanraking ben geweest, en wel over het verschijnsel van de electronen-emissie.

Wanneer een metaal — laten wij, om de gedachte te bepalen, maar zeggen een metaaldraad — op hooge temperatuur wordt gebracht, treden electronen uit het metaal naar buiten, die wij door middel van een electrode, de z.g. anode, die een positieve spanning heeft ten opzichte van den gloeidraad, kunnen opvangen. Deze, door de anode opgevangen, electronen worden langs een anderen weg naar den gloeidraad teruggevoerd en vormen zodoende een continuen stroom, den anodestroom, waarvan wij de sterkte meten kunnen. De studie van de electronen-emissie komt nu in hoofdzaak neer op het opzoeken van de verschillende oorzaken, die invloed hebben op de grootte van dezen anodestroom en het pogen hiervoor algemeene regels aan te geven.

In groote trekken konden wij het gros van de hier optredende verschijnselen reeds geruimen tijd verklaren met de voorstelling, dat de electronen binnen in het metaal met betrekkelijk groote vrijheid kris en kras door elkaar vliegen, op de wijze, zooals de moleculen van een gas zich bewegen. Men is er in geslaagd voor allerlei bij de metalen optredende verschijnselen, waarvan wel de voor naamste zijn de electriciteits- en warmtegeleiding, een theoretische verklaring te geven, door op het hypothetische electronengas de

wetten van de kinetische gastheorie toe te passen. Ook de electronen-emissie vond in dit complex van beschouwingen haar plaats. Het uittreden der electronen uit het metaal is volgens deze opvatting te beschouwen als een verdampen van dit electronengas uit het metaal in de vrije ruimte. Deze overgang gaat echter niet van zelf. Zooals wij bij het verdampen van een vloeistof arbeidsvermogen in den vorm van warmte moeten toevoeren, kost het ook bij de verdamping van de electronen een zekere arbeid om ze naar buiten te krijgen. De winst aan potentieele energie, die het electron verkrijgt bij zijn uittreden uit het metaal, kan slechts behaald worden ten koste van zijn kinetische energie. Er zijn echter slechts weinig electronen, die een zóó groote kinetische energie bezitten, dat zij in staat zijn, den sprong naar buiten te maken, zoodat, ondanks de enorme hoeveelheid electronen, die wij onderstellen in het metaal aanwezig te zijn, de geëmitteerde electronen toch altijd nog een betrekkelijk zwakken stroom vormen.

Allerlei detailverschijnselen, die bij de electronen-emissie optreden, zijn op grond van deze beschouwingen te verklaren. Er bleven echter nog wel eenige effecten over, die tot voor kort niet met andere verschijnselen in verband waren te brengen. Het is daarom wel interessant hierop juist op dit oogenblik te wijzen, omdat de ontwikkeling, die de electronentheorie der metalen in de laatste twee jaren heeft doorgemaakt, deze verschijnselen in een geheel nieuw licht heeft geplaatst en voor een ongekunstelde verklaring heeft gezorgd. Omgekeerd mogen wij deze opvulling van de bedoelde lacune beschouwen als een steun voor de nog in haar kinderschoenen staande en in vele opzichten nog hulpbehoevende moderne theorie.

Een quantitative theorie volgens de klassieke lijnen is het eerst opgesteld door *Richardson* in 1901.

Hij ging statistisch na, welk gedeelte van de in het metaal aanwezige electronen voldoende kinetische energie hadden, om den potentiaalsprong te kunnen maken. Hij leidde een formule af:

$$i = AT^2 e^{-e\varphi/kT}$$

volgens welke de emissiestroom in hoofdzaak bepaald wordt door een exponentieele functie van de temperatuur. In den exponent van deze e -macht treedt, behalve de temperatuur, ook nog de hoogte van den potentiaalsprong op, die sedert dien tijd *Richardson's* potentiaalsprong of nog liever, met een laboratorium-

term, de *Richards*on'sche φ wordt genoemd. Het optreden van de temperatuur in deze exponentieele functie geeft er rekenschap van, dat de emissiestroom zoo ontzaglijk afhankelijk is van de temperatuur, wat experimenteel reeds gebleken was. Vóór de e -macht staat in *Richards*on's formule nog een numerieke constante. Over de waarde van deze constante kon *Richards*on in dien tijd nog geen nadere mededeelingen doen. In dit opzicht stond de theorie echter niet achter bij het experiment. Men vond experimenteel voor de electronenemissie steeds de sterke temperatuurafhankelijkheid volgens een e -macht, zooals door *Richards*on was aangeduid, de evenredigheidsfactor viel echter zoo onconstant uit en hing nog van zooveel omstandigheden af, die men niet kende of niet in de hand had, dat het in dien tijd weinig zin had, deze kwestie theoretisch nauwkeuriger te bestudeeren.

Toen evenwel de electronen-emissie hare technische toepassing had gevonden in de gelijkrichter- en radiolampen, werd plotseling de behoefte aan grootere reproduceerbaarheid der electronen-emissie en aan een betere kennis van de absolute grootte dezer emissie sterk gevoeld. Onafhankelijk van elkaar vonden in 1923 vier onderzoekers tegelijk, dat de evenredigheidsfactor, die voor de e -macht optreedt, op theoretische gronden voor alle materialen dezelfde moest zijn. Deze vier waren de meer genoemde Engelschman *Richards*on, de Amerikaan *Dushman*, de Duitscher v. *Laue* en de Italiaan *Pontremoli*. Zij kwamen tot deze conclusie door toepassing op het electronengas van de inmiddels door anderen ontwikkelde theorie van de chemische constante. Voor de e -macht komt nog te staan A maal de temperatuur in het kwadraat. En deze A is een constante, die voor alle metalen dezelfde waarde heeft en die bekend staat als de constante van *Dushman*. Zijn numerieke waarde is $60,2 \text{ Amp./cm}^2$. Dat deze constante wel naar *Dushman* wordt genoemd en niet naar zijn drie concurrenten moet wel hierdoor verklaard worden, dat *Dushman*, na 1923, de meeste pogingen heeft gedaan om het hier vermelde resultaat ook experimenteel te verifiëren.

Deze belangrijke uitkomst, namelijk het optreden van de universele A , verwekte eenig opzien, omdat men tot dien tijd voor deze A waarden gemeten had, die zeer veel uiteenliepen, namelijk van 10^{-4} tot 10^{11} en nog wel meer, wat niet direct een aanwijzing was, dat men hier tegenover een universele constante stond.

D u s h m a n en zijn medewerkers in het laboratorium van de General Electric Company te Schenectady (Amerika) nu vonden, dat bij gebruik van de metalen wolfram, molybdeen en tantaal als gloeidraadmateriaal inderdaad de constante A de theoretische waarde bezat. Dit waren de eenige gevallen, waarin zij werkten met een schoon metaaloppervlak. Ik heb later hun metingen aan wolfram en molybdeen herhaald en geconstateerd, dat voor deze gevallen A inderdaad van de goede grootteorde werd. Ik was echter ook nog in de gelegenheid eenige andere metalen in verband met deze kwestie te onderzoeken, die D u s h m a n niet tot zijn beschikking had, namelijk de metalen thorium, zirkoon en hafnium, welke door D e B o e r in het Philipslaboratorium in zeer zuiveren en in ductielen toestand zijn vervaardigd. Ook bij deze drie metalen bleek, dat D u s h m a n's A de waarde had, zooals de theorie dat eischte, zij het ook, dat het noodig was, daartoe de zirkoon- en de hafniumdraden dagenlang op hooge temperatuur uit te gloeien, teneinde ze van oppervlaktelagen te bevrijden. Met deze zes hebben wij vrijwel alle metalen genoemd, waarbij wij zeker kunnen zijn, de electronen-emissie van het schoone oppervlak te meten zonder beïnvloeding door geadsorbeerde gaslaagjes of in het oppervlak voorkomende verontreinigingen. In alle andere gevallen is men er zeker van of kan men op goede gronden vermoeden, dat het metaaloppervlak niet schoon is en de conclusie, die D u s h m a n daaruit trok, lag voor de hand, dat metalen, bedekt met desnoods een één-atomige laag van vreemde stoffen, geen aanleiding geven tot de universeele constante A . Deze uitspraak had een zuiver empirische argumentatie.

De Duitscher S c h o t t k y nu zag een verklaringsmogelijkheid voor een dusdanig gedrag van metalen, die met een zeer dun laagje van een verontreiniging zijn bedekt. Hij ging uit van de onderstelling, dat de geadsorbeerde laagjes een electrisch dipoolkarakter hebben. Tijdens de adsorptie zijn in de moleculen van de geadsorbeerde stof dipolen aanwezig, die trachten, zich alle met hun dipoolas loodrecht op het metaaloppervlak te plaatsen. Dit is niet een onderstelling ad hoc. Integendeel, L a n g m u i r en anderen hebben zeer veel experimenteel materiaal geleverd, afkomstig uit gebieden van de physica en de chemie, die niets met de electronen-emissie te maken hebben, dat tot staving van deze hypothese dienen kan.

Het primaire effect van de aanwezigheid van deze dipoollagen op de ons interesseerende electronen-emissie is wel, dat de potentiaalsprong, die de electronen hebben te overwinnen bij het uittreden uit het metaal, een andere wordt en wel wordt deze sprong groter, als de dipool laag zijn negatieve ladingen naar buiten heeft gekeerd; de sprong wordt kleiner, als de dipool laag zijn positieve lading naar buiten heeft gekeerd. Beide gevallen komen voor. Bij adsorptie op een wolframoppervlak blijkt bijvoorbeeld, dat adsorptie van de electronegatieve gassen, zooals stikstof en zuurstof, Richardson's potentiaalsprong verhoogt, dat adsorptie van electropositieve metaalatomen, zooals de alkaliën, maar ook thorium, zirkoon, uraan enz. den potentiaalsprong verlaagt.

Wij komen nu tot de kern van Schottky's theorie. Hij onderstelt nu namelijk, dat het hier besproken dipoolmoment een temperatuurcoëfficiënt heeft, dat dus de te overwinnen potentiaalsprong met de temperatuur verandert. Nu kan het experiment niet uitmaken, of de potentiaalsprong met de gloeitemperatuur verandert, of dat de meergenoemde evenredigheidsfactor A afwijkt van de constante waarde van Dushman. Formeel is hiermee het optreden van abnormale waarden voor A verklaard. Het is slechts schijn, die ons wordt voorgetooverd, doordat wij de electronen-emissie willen weergeven met een formule, waarin wij een temperatuur-onafhankelijken potentiaalsprong laten optreden. Wij kunnen echter de experimenteele gegevens voorstellen door een formule, die wel degelijk de goede universele A bevat, als wij slechts behoorlijk rekening houden met de kleine veranderingen, die de uittreepotentiaalsprong ondergaat bij verandering van de temperatuur.

Wanneer wij op hetzelfde metaaloppervlak, b.v. wolfram, dunne lagen laten adsorbeeren van verschillende stoffen, zullen deze de uittreepotentiaal in verschillende mate vergrooten of verkleinen. Er geldt echter de vaste regel, dat de experimenteel gemeten waarde voor A tegelijk met den uittreepotentiaalsprong kleiner of groter wordt. Het was weer Richardson, die dezen regel het eerst in een eenvoudige empirische formule vastlegde, voor welke formule later door mij een theoretische afleiding is gegeven. Het bleek Richardson bij beschouwing van het beschikbare feitenmateriaal, dat bij constant houden van den ondergrond de logaritmische van A een zoo goed als lineaire functie is van de uittreepotentiaal. Het frappantste voorbeeld van deze wet levert wel wolf-

raam. De emissie van zuiver wolfram en van wolfram, dat bedekt is met dunne laagjes van zeer uiteenlopende stoffen, is zeer uitvoerig bestudeerd door Langmuir en zijn medewerkers, eveneens in het laboratorium van de General Electric Company te Schenectady. Wanneer wij, uit de door hen verzamelde gegevens puttende, de logarithmes der verschillende A 's op millimeterpapier uitzetten tegen de bijbehorende uittreepotentialen, blijkt het, dat alle zoo geteekende punten ongeveer op een rechte lijn liggen. Hierbij loopt $\log A$ van $-2,5$ tot $+13,4$; A zelf varieert dus in de reken 10^{16} — en de uittreepotentiaal varieert van 0,7 Volt tot 9,9 Volt, inderdaad dus een groot interval. Een tweede voorbeeld van deze wet liet Richardson zien aan wat tot toen bekend was geworden over de emissie van platinadraden, die in verschillende mate met gas waren beladen.

Uit mijn eigen praktijk kan ik hier als voorbeelden nog aan toevoegen de gevallen van zirkoon en hafniumdraden. Het is mij gebleken, dat, wanneer wij de emissie meten van nieuwe draden van deze beide materialen, wij een tamelijk hooge A en tegelijk hooge uittreepotentiaal vinden. Naarmate de draden langer gegloeid hebben, worden beide lager in onderling lineair verband, zooals Richardson dat wil, om ten slotte, ongeveer tegen het einde van den levensduur van den draad, constant te worden. Hierna is A dan ook geworden van de grootte-orde, die de theorie voor de A van een zuiver metaal eischt. Bij mijn metingen aan hafnium liep A terug van 100000 tot 14,5 en de uittreepotentiaal van 5,15 Volt tot 3,5 Volt.

Tot nu toe heb ik gesproken over de electronenemissie tengevolge van de hooge temperatuur van het metaal. Wij hebben gezien, hoe alle besproken verschijnselen verklaard konden worden met de klassieke theorie. Een eenigszins andere gang van zaken nemen wij waar, wanneer wij ons nu wenden tot een beschouwing van de electronen-emissie van koude draden. Wij zullen zien dat wij reeds voor de verklaring van het fundamenteele verschijnsel de moderne golftheorie der mechanica moeten invoeren.

Dat we in de emissie van koude draden een nieuw effect hebben te zien, is gebleken uit de nu te bespreken proeven van Millikan en zijn leerlingen. De proeven van Millikan van 1925 hebben betrekking op het uittrekken van electronen uit een metaaldraad,

niet door middel van hooge temperatuur, maar door middel van een sterk electrisch veld. Hij gebruikte velden van eenige millioenen volts per centimeter. Daarbij treden, ook als wij den draad volkomen koud laten, electronenstroomen op. De waarde van dezen stroom bleek verder niet van de temperatuur van den gloeidraad af te hangen. Millikan kon bij een wolframdraad de temperatuur varieeren van kamertemperatuur tot 1000° absoluut, zonder dat de anodestroom veranderde. Dit is dus wel een geheel ander gedrag dan wordt aan den dag gelegd door de in het begin door mij besproken thermische electronenstroomen. Daarentegen nemen deze stroomen, die Millikan, ter onderscheiding van de thermische electronenstroomen, den naam „field currents” heeft gegeven, zeer snel toe met de veldsterkte. Zij hangen van de veldsterkte af op precies dezelfde wijze, als de thermische electronenstroomen van de temperatuur afhangen:

$$i_F = BF^2 e^{-a/F}; i_T = AT^2 e^{-b/T}$$

Het onverklaarbare hierbij is, dat het aantal electronen, dat den draad verlaat, veel grooter is dan het aantal, dat bij de gebruikte temperatuur een zoodanige snelheid heeft, dat zij over den potentiaaldrempel heen kan komen.

Hier is het, dat de nieuwe theorie van het electronengas, die in de laatste jaren ontwikkeld is als een hoofdstuk van de golfmechanica, ons uit den nood helpt en wel verschijnen de field currents van Millikan als een zeer logisch uitvloeisel van de golfnatuur, die wij met onze tegenwoordige dualistische opvattingen naast de partikelnaatuur aan het electron toekennen. Men was reeds lang gewoon, in de optica het licht nu eens als een golfverschijnsel op te vatten, dan weer als een partikelverschijnsel, bij welke laatste opvatting gedacht werd aan een concentratie van de lichtenergie in kleine partikels, de lichtquanten. Al naar gelang van den aard van het probleem maakte men of van de eene of van de andere opvatting gebruik. Hoe onbevredigend een dergelijke manier van werken is, dit neemt niet weg, dat het een zeer vruchtbare methode was, om allerlei verschijnselen met elkaar in verband te brengen. Sedert de fundeering van de golfmechanica door De Broglie en Schrödinger doen wij hetzelfde met de electronen, dat wil zeggen, wij zijn ons bewust, dat wij evenveel reden hebben, het elec-

tron als golfverschijnsel dan wel als partikel te beschouwen, zooals tot nu toe uitsluitend gedaan werd. Waar evenwel golftheorie en partikeltheorie tot tegenstrijdige uitkomsten leiden, moeten wij aan die, welke geleverd worden door de golftheorie, de voorkeur geven. Dit is volkomen analoog aan het optische geval, waar, zooals bekend is, de resultaten van de geometrische optica slechts waarde hebben, voor zoover zij niet door de fysische of golfoptica worden gemodificeerd. Natuurlijk krijgen wij in dergelijke gevallen van tegenspraak zeer ongewone dingen te zien, als wij de golfresultaten interpreteren in de partikelopvatting, omdat zij uit den aard der zaak strijdig zijn met onze gangbare opvattingen over partikels.

Nu wordt volgens de klassieke partikelopvatting de vraag, of een electron over een potentiaaldrempel heen zal komen, beslist door de kinetische energie, die dit electron heeft. Behalve de hoogte doet de vorm van den drempel er verder niets toe. Drempels met steile of flauwe hellingen, dikke of dunne drempels, alle laten dezelfde electronen passeeren, als zij maar even hoog zijn. Dit is geheel anders in de golfmechanica. De aankomende electronenstroom wordt hierbij voorgesteld als golven, die een zekere voortplantingssnelheid hebben. In het gebied van den potentiaaldrempel verandert deze voortplantingssnelheid. Deze is n.l. een functie van de elektrische potentiaal ter plaatse. Nu weten wij, dat een lichtgolf, die op het grensvlak valt van twee media met verschillende brekingsindices, wat identiek is met verschillende voortplantingssnelheden, gedeeltelijk wordt teruggekaatst. Precies ditzelfde treedt nu op aan de grens van ons metaal. De aankomende electronengolf komt in een gebied van snelveranderende brekingsindex en zal grootendeels gereflecteerd worden. Een gedeelte gaat echter door. Dit doorgelaten gedeelte hangt in sterke mate af van de hoogte en van de dikte van den potentiaaldrempel. En deze dikte maken wij zeer gering door het aanbrengen van de enorme uitwendige velden, zooals Millikan ze gebruikte. Hierdoor is het mogelijk, dat, waar bij een zwak uitwendig veld van de langzame electronen er practisch geen door den drempel heenkomen, er bij een steeds toenemende veldsterkte steeds meer doorlekken.

Een quantitative theorie van de field currents volgens golftheoretische lijnen is in 1928 gegeven door Nordheim, die inderdaad een formule afleidde voor de afhankelijkheid van de field currents van de anodespanning, zooals Millikans metingen

vereischten. Dit is naast vele andere, inderdaad een mooi succes van de zich snel ontwikkelende golfmechanica.

De emissie, die bij een willekeurige temperatuur uit den gloeidraad komt, is een superpositie van thermische emissie, welke geleverd wordt door electronen, die over den potentiaaldrempel heen komen en van field current, welke geleverd wordt door electronen, die door den drempel heenkomen. Welk van de beide soorten de waargenomen emissie in hoofdzaak is, hangt af van de relatieve waarde van de gloeitemperatuur en het electrisch veld aan het oppervlak van den draad.

Ik ben hiermee aan het eind van mijn voordracht gekomen. De electronen-emissie heeft zeer veel bijgedragen tot het totstandkomen van het contact tusschen de zuivere natuurkunde en de techniek. De electronen-emissie is het eerst bestudeerd om het verschijnsel zelf in universitaire laboratoria met als eenig doel, te weten te komen, aan welke wetten zij gehoorzaamt. Het toeval heeft gewild, dat de Engelschman *Fleming* voor het effect een praktische toepassing vond; hij gebruikte het namelijk bij het detecteren van hoogfrequente wisselstroomen bij de draadloze telegrafie. Het gevolg hiervan is geweest, dat het experimenteele onderzoek gaandeweg is overgegaan naar de industriele laboratoria, echter, en dat moet onomwonden verklaard worden, zonder nadeel voor de wetenschap. Integendeel, de door de industrie beschikbaar gestelde middelen maakten het mogelijk, een veel grooteren staf van onderzoekers voor het probleem te interesseeren, dan voorheen mogelijk was. Wetenschappelijke krachten van den eersten rang hebben een methodiek uitgewerkt en resultaten bereikt, waarover we zonder de hun ten dienste gestaan hebbende accomodaties nu niet zouden beschikken.

Uit het gegeven exposé van deze onderzoekingen moge eenigszins gebleken zijn, welke rol de wetenschap en welke rol de techniek bij een dergelijken gang van zaken spelen. De wetenschappelijke winst is geweest een vergrooting van het experimenteele feitenmateriaal, de industriele winst kan ik bekend onderstellen. Een Amerikaan heeft er onlangs op gewezen, dat juist *die* industrieën op het oogenblik op den grootsten bloei kunnen wijzen, die tijdig onderzoekingslaboratoria hebben ingericht. Wanneer deze propagandistische opmerking zijn bestemming bereikt, voorzien we nieuwe successen, zowel voor de wetenschap als voor de techniek.

METINGEN BETREFFENDE DEN SPANNINGS- COËFFICIËNT VAN HELIUM, TEN BEHOEVE VAN DE BEPALING VAN DE LIGGING VAN HET ABSO- LUTE NULPUNT¹⁾

door H. VAN DER HORST

In zijn verhandeling over den gasthermometer²⁾, berekent Berthelot voor stikstof en waterstof een waarde voor α_A uit de metingen van Chappuis met een gasthermometer.

Onder α_A verstaat men den spanningscoëfficiënt van een gas, dat zich in den Avogadrotoestand bevindt. Wij nemen daarbij aan, dat er een of meer gassen bestaan, die, in een gebied, waarin de dichtheid voldoende klein is, aan de vergelijking $pv = A$ voldoen, waarbij A alleen van de temperatuur afhangt. Bij zulke gassen spreekt men dan van een Avogadrotoestand. We mogen daarbij niet denken aan een oneindige verdunning, want bij een meer-atomig gas zouden de moleculen kunnen dissocieeren en bij een éénatomig gas ioniseeren en dan zou ten slotte A niet meer constant zijn.

Berthelot dan berekende voor stikstof een gemiddelde $\alpha_A = 0.00366186$ en voor waterstof $\alpha_A = 0.00366180$.

Keesom berekende uit bovengenoemde metingen van Chappuis voor stikstof 0.00366187 en uit metingen van Chappuis en Harker³⁾, waarbij de spanningscoëfficiënt onder verschillende nulpuntsdrukken van den gasthermometer werd gemeten, voor stikstof $\alpha_A = 0.00366178$, gemiddeld 0.00366181.

Door Kamerlingh Onnes en Boudin⁴⁾ was de spanningscoëfficiënt voor waterstof tusschen 0° C. en 100° C. met

1) Voordracht gehouden bij gelegenheid van het 10de Nederlandsch Natuur- en Geneeskundig Congres te Rotterdam, in April 1929.

2) Berthelot. Trav. et Mém. du bur. int. t. 13.

3) P. Chappuis en J. Harker. Trav. et Mém. du bur. int. t. 12.

4) H. Kamerlingh Onnes and M. Boudin. Comm. Leiden, No. 60, 1900.

den gasthermometer direct gemeten en gevonden $\alpha_{vH_2}^{0^\circ - 100^\circ C.} = 0.0036627$ voor $p_{0^\circ C.} = 1098$ mm.

Kamerlingh Onnes en Braak¹⁾ leidden af, met behulp van dezen spanningscoëfficiënt en B_{0° en B_{100° voor waterstof door henzelf gemeten $\alpha_A = 0.0036617$. Hierbij werd gebruik gemaakt van de formule:

$$\alpha_A = \alpha_v - (1 + 100 \alpha_A) \frac{B_{100^\circ} - B_{0^\circ}}{100} p_{0^\circ}$$

Hierin zijn B_{0° en B_{100° afhankelijk van de hellingen der isothermen bij 0° en 100° C. in een p_v, p diagram. Bij niet te groote drukken kunnen de isothermen daarin als rechte lijnen opgevat worden.

Met een waarde voor B_{0° , geëxtrapoleerd uit B_{20° en B_{100° C. van waterstof werd door Kamerlingh Onnes en Braak²⁾ nog gevonden $\alpha_A = 0.0036618$. In overeenstemming met de door Berthelot berekende waarde, werd aan deze laatste de voorkeur gegeven.

De temperatuurschaal, gebaseerd op een α_A zou men in het algemeen de Avogadroschaal kunnen noemen. Men kan aantonen, dat, onder bepaalde voorwaarden deze Avogadroschaal samenvalt met de absolute- of Kelvinschaal.

De Kelvinschaal was dus te Leiden gebaseerd op $\alpha_A = 0.0036618$, waarbij de temperatuur van het smeltpunt van ijs bedroeg $273^\circ,09$ K.

Uit deze waarde voor α_A en uit B_{0° en B_{100° C., door hemzelf gemeten³⁾, berekende Kamerlingh Onnes⁴⁾ den spanningscoëfficiënt voor helium volgens de bovengenoemde formule en vond daarvoor

$$\alpha_{vHe}^{0^\circ - 100^\circ C.} = 0.0036614$$

voor $p_{0^\circ C.} = 1000$ mm. Voor helium zou derhalve

$$\alpha_A - \alpha_{vHe}^{0^\circ - 100^\circ C.} = 0.0000004.$$

1) H. Kamerlingh Onnes and C. Braak. Comm. Leiden, No. 101b, 1907.

2) H. Kamerlingh Onnes and C. Braak. loc. cit.

3) H. Kamerlingh Onnes. Comm. Leiden, No. 102a, 1907.

4) H. Kamerlingh Onnes. Comm. Leiden, No. 102b, 1907.

Een herhaling der berekening geeft voor dit verschil 0.00000034. Het verschil tusschen de twee laatstgenoemde getallen is ontstaan uit het afronden bij de berekeningen. Alle temperatuurmetingen te Leiden met den heliumthermometer zijn echter berekend met $\alpha_{vHe}^{0^\circ-100^\circ C.} = 0.0036614$, inplaats van met 0.00366146 volgende uit $\alpha_A = 0.0036618$, omdat dit verschil op de uitkomsten niet van invloed is. De waarde 0.0036614 werd ook bevestigd door metingen van Cath en Kamerlingh Onnes¹⁾ met den differentiaal-thermometer. Hierbij werd direct gemeten het verschil tusschen den fundamenteelen spanningscoëfficiënt van helium en van waterstof. Berekent men uit de metingen van Kamerlingh Onnes en Boudin den spanningscoëfficiënt voor een nulpuntsdruk van 1000 mm dan vindt men

$$\alpha_{iH_2}^{0^\circ-100^\circ C.} = 0.0036626.$$

Gecombineerd met het gemeten verschil der spanningscoëfficiënten tusschen H_e en H_2 n.l. 0.0000014 geeft dit voor den fundamenteelen spanningscoëfficiënt van helium 0.0036612. Het verschil met 0.0036614 blijft, wat het fundamenteele temperatuur-interval betreft, binnen den honderdsten graad.

Als basis van de temperatuurschaal gold dus te Leiden:

$$\alpha_A = 0.00366174 \text{ waaruit volgt } T_{0^\circ C.} = 273^\circ,094.$$

Tot voor 1921 hechte de Physikalische Technische Reichsanstalt groote waarde aan de metingen van Chappuis en de berekeningen van Berthelot waarbij $\alpha_A = 0.0036618$.

In 1921 werd echter door Henning en Heuse²⁾ een verhandeling gepubliceerd over spannings- en uitzettingscoëfficiënten van helium, waterstof en stikstof bij verschillende nulpuntsdruk. Door deze α_v 's te extrapoleeren naar druk 0 is men gekomen tot

$$\alpha_A = 0.0036604 \text{ waaruit } T_{0^\circ C.} = 273^\circ,20 \text{ K.}$$

1) P. G. Cath et H. Kamerlingh Onnes. Comm. Leiden, No. 156a, 1917.

2) F. Henning und W. Heuse. Zs. f. Phys. 5, 285, 1921.

Deze waarde van α_A werd nog bevestigd door metingen van Heuse¹⁾, die uit den spannings- en uitzettingscoëfficiënt van neon eveneens vond $\alpha_A = 0.0036604$. De fundamenteele spanningscoëfficiënt voor helium bedraagt dus volgens Berlijn 0.0036600.

De fundamenteele spanningscoëfficiënt van helium, d. i. de spanningscoëfficiënt tusschen 0° en 100° C. werd te Leiden achtereenvolgens direct gemeten²⁾ met twee gasthermometers, waarvan de reservoirs, vervaardigd van Jenaglas 16III een inhoud hadden van 108 en 355 cm³. Een grooter reservoir toch gaf een gunstiger verhouding tusschen het schadelijk volume en het geheele volume hiervan. En hoe kleiner de verhouding, des te kleiner de invloed van de onzekerheid in het schadelijk volume v_s op de correctie-term v_s/V .

Deze verhouding bedroeg voor den thermometer met groot reservoir 0.003 tegen 0.008 voor die met klein reservoir.

Het leegpompen van de reservoirs en bijbehorende toevoerbuizen eischte veel tijd. Terwijl het reservoir tot 250 à 300 graden wordt verhit, werd gedurende 7 à 8 uur per dag met een condensatiepomp gepompt.

Na 10 dagen eerst bleek het reservoir geen gas meer af te geven. Vóór de definitieve vulling werden de leidingen en daarna het reservoir met droog heliumgas gespoeld.

Hiervoor, en ook voor de vulling werd heliumgas gebruikt, afkomstig van vloeibaar helium.

Het leegpompen van het groote reservoir vorderde aanmerkelijk meer tijd. Toen gedurende 4 weken dagelijks gepompt was onder verwarming van het reservoir tot 300 graden en de Mac Leod telkens den volgenden morgen weer druk aanwees, is de thermometer, na weer vacuum gepompt te zijn, voor eenige maanden op zijde gezet.

Toen na 3½ maand de druk werd gecontroleerd, bleek deze volstrekt niet evenredig met den tijd te zijn toegenomen. Opnieuw werd met dagelijks pompen begonnen. Na ruim een week pompen wees de Mc Leod geen druk meer aan.

De diameter van de manometer- en barometerbuizen was voor den kleinen thermometer ongeveer 15 mm; voor den grooten thermometer bedroeg deze 18 mm. Bij een wijdere buis is de onzeker-

1) W. Heuse. Zs. f. Phys. 37, 157, 1926.

2) Zie voor meer bijzonderheden Comm. Leiden, No. 188a, 1927.

heid in de capillaire depressie van het kwik kleiner. Het nadeel, ontstaan, door een grootere schadelijke ruimte bij de instelspits, werd toch door dit voordeel overtroffen. Ook was bij het grootere reservoir de verhouding van oppervlak tot volume gunstiger, zoodat eventueele oppervlakte werkingen een geringeren invloed zullen hebben. De druk in den thermometer van 108 cm^3 werd bepaald door het hoogteverschil in de beide manometerbuizen, vermeerderd met den luchtdruk boven het kwik in het lange manometerbeen. Deze luchtdruk werd bepaald met een naast den manometer geplaatsten kwikbarometer.

In tegenstelling hiermee, werd bij den thermometer van 355 cm^3 voor de drukbepaling gebruikt één enkele manometer. Hierdoor verviel de aflezing van twee kwikmenisci. De aflezing geschiedde op een invarschaal, verdeeld in mm, door middel van een comparateur met drie kijkers.

Voor het 0° punt, als zoodanig vastgelegd in de Comptes rendus de la Septième Conférence générale des Poids et Mesures, waarbij fijn geschaafd zuiver ijs in evenwicht moet zijn met water, dat met lucht verzadigd is, werd gebruikt ijs van gedistilleerd water, bereid in de vriesinstallatie van het Natuurkundig Laboratorium te Leiden en geschaafd door een roteerende met motor aangedreven ijsschaaf.

De gasthermometer wordt in een grooten bloempot gezet in het ijs, dat om het reservoir en den steel van den thermometer voorzichtig wordt aangedrukt.

Het ijs wordt goed vochtig gehouden door er geregeld gedistilleerd water van ongeveer 0° C. over te schenken.

Metingen met een weerstandsthermometer in dat ijs geplaatst gaven op eenzelfde dag en daarop volgende dagen schommelingen aan van slechts enkele duizendste van een graad.

Het stoomapparaat voor de meting bij 100° C. bestaat uit een roodkoperen ketel, waarvan het bovenste gedeelte dubbelwandig is. De stoom strijkt langs thermometerreservoir en steel, daarna door den dubbelen wand en wordt dan gecondenseerd in een door een koeler omgeven koperen pijp. De verwarming van het water geschiedt electrisch.

De thermometer hangt in het stoomapparaat tot op 10 cm afstand van de soldeerplaats van de stalen capillair met den steel.

Om den druk in den ketel te leeren kennen werd gebruik gemaakt van een watermanometer, die door een gummislang met een gla-

zen buis, die in den stoomketel tot het reservoir van den thermometer reikte, in verbinding kon worden gebracht. De luchtkolom boven het water in den manometer, die bij het controleren in verbinding staat met den damp in den ketel, voorkomt het condenseren van den stoom, zoodat gedurende een paar minuten rustig de manometer kan worden afgelezen. De druk in den ketel wordt geregeld door den koeler. De barometerstand werd bij elke waarneming aangegeven door den barometer, die ook den druk boven het lange manometerbeen aangaf. Voor de straling van den bodem werd nog een correctie aangebracht. Bij daartoe opzettelijk genomen proeven, waarbij de temperatuur van den stoom werd afgelezen op een Beckmann-thermometer, die al of niet beschermd werd door middel van een horizontaal plaatje blik, opgehangen beneden het thermometerreservoir, bleek, dat bij dezelfde verdampingssnelheid, als die, waarbij de metingen met den gasthermometer zijn geschied, zonder scherm de temperatuur 0.003 graad hooger is dan met scherm.

Voor en na een serie metingen bij 100° werd het ijspunt van den gasthermometer bepaald. Het drukverschil van den kleinen gasthermometer bedroeg daarbij 0.02 mm gelijkstaande met een temperatuurverschil van 0.007 graad. Voor den grooten thermometer bedroeg dit drukverschil 0.043 mm overeenkomende met een temperatuurverschil van 0.012 graad. In beide gevallen was de druk toegenomen.

Met den kleinen gasthermometer werd gemeten de spanningscoëfficiënt $\alpha_{iHe} = 0.00366113$, met den grooten $\alpha_{iHe} = 0.00366110$. Volgens bovenstaande formule leidt men hieruit af $\alpha_A = 0.00366145$ waarbij behoort $T_{0^\circ C.} = 273^\circ, 12$.

De tot heden aangenomen $\alpha_A = 0.00366174$ is dus te hoog. Nieuwe metingen van B_{0° en $B_{100^\circ C.}$ van helium bij lage drukkingen zijn in voorbereiding. In afwachting van de resultaten houdt men te Leiden nog vast als basis van de temperatuurschaal

$$\alpha_A = 0.00366174.$$

OVER KATODESTRALEN

door G. VAN WAGENINGEN

Summary.

In the following article the transmission of electrically charged particles through matter is discussed with the purpose of getting a birds eye view.

It is shown that the loss of velocity and the range of particles may be deduced from the general law that the loss of energy per second is constant.

Secondly absorbtion is discussed and shown to be related to range in a general way.

Lastly the secondary emission of electrons along the range is shown to be related to the loss of energy. Tables are given for dv/dx , $S(\text{range})$, α/D (absorbtion-coëfficiënt) and s_0 (total number of secondary electrons liberated per cm of the range) for all velocities.

De bekende verhandeling van P. L e n a r d „Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten" (verder in dit stuk aangeduid door Q.) bevat een schat van gewaarborgde resultaten van eksperimentele onderzoekingen.

Deze resultaten zijn door L e n a r d weergegeven in de vorm van tabellen en grafieken, met het doel eventueel teoreties onderzoek gelegenheid te verschaffen tot vergelijking met deze zeer zorgvuldig behandelde gegevens.

We hebben ons tot doel gesteld na te gaan of er betrekkingen tussen de gemeten grootheden bestaan die zich uit algemene beschouwingen laten afleiden.

In 't vervolg betekent:

c = lichtsnelheid.

v = snelheid van een elektron uitgedrukt in c .

$$P = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2}} - 1 \right) = \text{kinetiese energie van een elektron.}$$

Verder zullen we trachten ook het verwante gebied der α -straling mee in beschouwing te nemen, om dan te handelen over snelheidsverlies, grensdiktes, absorpsie, sekundairstraling, enz. daar dit alles samenhangt.

AFDELING 1

SNELHEIDSVERLIES $\frac{dv}{dx_0}$.

Wanneer een snelbewegend elektron zich voortbeweegt door een stoffelijk medium verliest het een weinig van zijn snelheid.

Merkwaardig is daarbij dat dit snelheidsverlies klein en voor alle elektronen met gelijke snelheid ongeveer evengroot is (Q. p. 25).

Wanneer de katodestraalbundel op een homogeen plaatje valt en dit doorboort, dan blijft de bundel homogeen ten opzichte van de snelheid van zijn elektronen, als ze dit van te voren was.

Alleen wanneer het plaatje te dik wordt beginnen zich verschijnselen te vertoonen, die op inhomogeniteit van snelheid wijzen.

Daar de banen van de elektronen lang niet rechtlijnig zijn kunnen we dit ook verwachten, aangezien het ene elektron in een gegeven plaatdikte een groter aantal kronkelingen zal maken dan zijn buurman.

De veronderstelling ligt dus voor de hand, dat het snelheidsverlies per eenheid van baanlengte wel voor alle elektronen met dezelfde snelheid gelijk zal zijn.

Dit snelheidsverlies duiden we aan door dv/dx_0 .

dv/dx_0 is een funktie van v en bovendien ongeveer evenredig met de dichtheid van het medium waarin het elektron zich beweegt (Q. p. 49).

We maken nu de onderstelling dat het energieverlies van het elektron dat zich snel beweegt elke sekonde evengroot is.

$$\frac{dP}{dt} = -K.$$

Deze konstante moet voor verschillende media evenredig met de dichtheid genomen worden.

Lenard maakt een dergelijke onderstelling, n.l.

$$\frac{dP}{dx} = -4560 \frac{\text{Volt}}{.01 \text{ mm aluminium}}.$$

en vindt dit in overeenstemming met de gegevens van $v = .7$ tot $v = .96$ ongeveer (Q. p. 66—68).

dP/dx heeft betrekking op het energieverlies per cm gemeten in

de oorspronkelijke richting van de straal en dus niet per cm baanlengte.

We zullen zien dat we hiermee niet in botsing komen en dat de resultaten die we uit de onderstelling gaan afleiden door de experimentele gegevens niet weersproken worden.

Nu schijnt het wel vreemd dat zulk een ingewikkeld verschijnsel als het voortbewegen van een elektron door een stof, beheerst zou worden door zulk een eenvoudige wet, en we stellen het ook niet zo voor, dat het iets anders zou zijn dan een goede eerste benadering, maar ook deze heeft zijn waarde.

Uit
$$\frac{dP}{dt} = -K$$

leiden we af:

$$\frac{dv}{dx_0} = -k \frac{(1 - v^2)^{3/2}}{v^2} \quad (1)$$

Waargenomen zijn in de meeste gevallen de waarden die

$$\frac{dv}{dx} = B \frac{dv}{dx_0}$$

heeft bij verschillende snelheden.

B is de omwegfaktor van *Lenard*, n.l. de verhouding van baanlengte en plaatdikte voor het geval van een loodrecht opvallende katodestraalbundel (Q. p. 44).

Deze omwegfaktor speelt een belangrijke rol in wat volgt daar ze in de waargenomen grootheden opgenomen is, en dus het vergelijken met de waarnemingen moeilijker maakt, vooral daar de waarden van B bij verschillende snelheden niet heel noukeurig bekend zijn over het algemeen.

(Vergelijk b.v. Handb. d. Experimentalphysik, Bd. 14, p.p. 355, 369).

We nemen de waarden over van *Lenard* (Q. p. 233) en zullen gelegenheid vinden, het verloop van B als funktie van v na te gaan, daar we bij aluminium b.v. maar één waarde behoeven over te nemen, en dan volgen de andere waarden uit:

$$\frac{dv}{dx} : \frac{dv}{dx_0} = B.$$

We kiezen onze konstante (k) in overeenstemming met de waargenomen dv/dx bij $v = .90$, $B = 1.6$.

Verder is
$$\frac{dv}{dx} = .81 \frac{\text{lichtsnelh.}}{\text{cm Alum.}},$$

zodat
$$\frac{dv}{dx_0} = \frac{1}{B} \frac{dv}{dx} = \frac{.81}{1.6} = .5.$$

We hebben dus

$$-k \frac{(1 - (.9)^2)^{3/2}}{(.9)^2} = .5, \quad k = 5.0.$$

We zullen in 't vervolg voor aluminium de waarde 5 gebruiken, aangezien dit voldoende benadering geeft.

Berekening geeft nu de volgende waarden:

TABEL I

V	$\frac{dv}{dx_0}$ (uit form. (1))	B	$\frac{dv}{dx}$ (ber.)	$\frac{dv}{dx}$ (waargen.) (Q .)
.99	.0144	1.6	.0230	.025
.90	.505		.81	.81
.80	1.69	1.6	2.70	2.3
.70	3.72		6.22	4.7
.60	7.11		12.1	8.4
.50	12.2	1.7	21.3	14 (20)
.40	23.9		43.0	24 (40)
.30	48.1	1.8	87.5	60 (75)
.20	118	1.9	232	230
.10	492	3.2	1570	23×10^2
.05	1990	6	12×10^3	12×10^3

De waarde bij $v = .90$ is voor de berekening gebruikt.

De vetgedrukte cijfers geven onzekerheid aan.

De waarden tussen haakjes zijn nieuwere gegevens (uit Handb. d. Ex., Bd. 14, 1927).

De waarden van B zijn geïnterpoleerd uit de waargenomen waarden (Q .) (Zie ook Stehberger, Ann. der Phys., 86, p. 825, 1928).

Zoals men ziet is er wel enige overeenstemming tussen de berekende en de waargenomen waarden; vooral die van latere datum

bewegen zich in de goede richting, maar er was waarschijnlijk wel een andere formule te bedenken, die een betere aansluiting gaf.

De grenzen van de waarnemingsfouten zijn blijkbaar nogal ruim.

Nu is er evenwel een middel om te toetsen of een formule enige waarde heeft en dit is door uit dv/dx_0 de grensdikten te berekenen, d. w. z. de baanlengte van een elektron, dat door snelheidsverlies langzamerhand zijn energie verliest (Q. p. 65).

Voor we dit doen merken we op dat onze formule (1) voor licht-snelheid wordt $dv/dx = 0$, en voor kleine snelheden bij α -deeltjes overgaat in de daar geldende formule (G e i g e r, Proc. Roy. Soc., A. 83, 505, 1910).

Voor zeer kleine snelheden geldt ze niet, daar zou dv/dx_0 oneindig groot worden en het tegendeel is juist het geval. We hopen later nog eens gelegenheid te krijgen de oorzaak van dit verschijnsel (bij de sekundairstraling) te bespreken.

Op dit ogenblik is het ons er om te doen, de juistheid van de formule te toetsen aan de feiten die ze volgens onze bewering zal moeten beheersen.

Ook kunnen we er op wijzen dat een grafiek van onze berekende waarden zeer noukeurig waargenomen waarden, van resenten datum, benadert (Handb. d. Ex., Bd. 14, p. 117).

AFDELING 2

GRENSDIKTEN

$$\text{Uit} \quad \frac{dv}{dx_0} = -5 \frac{(1 - v^2)^{3/2}}{v^2}$$

vinden we door integrasie:

$$\int_{v_1}^{v_2} \frac{v^2 dv}{(1 - v^2)^{3/2}} = -5 \int_{x_1}^{x_2} dx_0$$

$$\left[\frac{v}{\sqrt{1 - v^2}} - \text{bg} \sin v \right]_{v_1}^{v_2} = -5 \left[x \right]_{x_1}^{x_2}$$

We vinden dus zo de snelheid van het elektron als funktie van de afgelegde weg.

We kunnen dit ook schrijven:

$$TgB - B = 5 S . (B = bg \sin v). \quad (2)$$

S is dan de maksimale baanlengte, en we hebben het ons gemakkelijk gemaakt, doordat we nu in een funktietafel naast elkaar Tg , bg , en $\sin$ kunnen opslaan.

Voor vergelijking met waarnemingen geven we de volgende:

TABEL II

v	S . (mm)	R .	N . (mm)	N . (waarg. Q .)
.999	43.6			
.99	11.2	1.56	7.8	6.71
.98	7.10		4.53	4.38
.97	5.33	1.57	3.39	3.35
.96	4.28		2.71	2.77
.95	3.58	1.58	2.27	2.36
.90	1.89	1.60	1.18	1.33
.85	1.20	1.62	.741	.89
.80	.812	1.64	.495	.63
.75	.571	1.66	.344	.442
.70	.401	1.68	.239	.320
.65	.295	1.70	.173	.237
.60	.213	1.72	.124	.178
.55	.152	1.74	.0873	.127
.50	.108	1.76	.0614	.089 (.07)
.45	.0743	1.78	.0417	.061
.40	.0498	1.80	.0277	.038
.35	.0321	1.82	.0176	.022
.32	.0241	1.87	.0129	.015
.30	.0196	1.90	.0103	.011
.28	.0158	1.94	.00814	.0082
.26	.0125	1.99	.0063	.0059
.24	.00972	2.04	.00476	.0043
.22	.00742	2.10	.00353	.0030
.20	.00554	2.16	.00256	.0019
.18	.00400	2.26	.00177	
.16	.00278	2.46	.00113	
.14	.00186	2.66	.00070	
.12	.00116	3.2	.00036	
.10	.00066	4.4	.00015	.0003

S is baanlengte. N is plaatdikte voor „Normalfall”, d. w. z. als de bundel zo diffuus geworden is, als ze worden kan bij de gegeven snelheid.

De waarde tussen haakjes heeft betrekking op resente metingen met een grote nauwkeurigheid (Handb. d. Ex., Bd. 14, p. 135).

Ook wordt aangegeven dat alle grensdikten boven $v = .52$ (waarvoor de bepaling geldt) met .03 mm verlaagd moeten worden, zodat hierdoor de overeenstemming beter wordt.

R is de reduksiefaktor.

Onder N wordt verstaan:
$$N = \int B^{-1} dS = R^{-1} S.$$

Verder diene ter vergelijking:

Lenard (Q. p. 68) vond bij 4000 Volt ($v = .124$) .00036 mm aluminium nog duidelijk doorlatend. N bij $v = .12$ was .00036 mm.

Eisenhut (Diss. Heidelberg 1921, zie ook Becker, Ann. der Phys., 75, 446, 1924) vond:

Snelheid: v .36, .34, .32, .30, .275, .255

Grensdikte: N .02, .016, .013, .01, .008, .005 mm Al.

Vergelijk: N .0129, .0103 volgens (II).

Becker vond (Ann. der Phys., 126, 1925) $v = .52$; $N = .070$.
Wij berekenen volgens (2) $v = .52$; $N = .0709$ mm Al.

Verder merken we op dat voor α -stralen de formule (2) prakties overgaat in de formule van Geiger, die daar geldt.

De konstante is dan een andere.

Voor lucht van 1 atmosfeer en 0° C. geldt b.v.:

$$TgB - B = 13.3 \times 10^{-6} R_0.$$

R_0 is de dracht.

Het energieverlies bij α -deeltjes is 40 maal zo groot als bij katodestraaldeeltjes.

Later hopen we hierop terug te komen.

We hebben dus aangetoond, dat de onderstelling, dat het energieverlies per tijdseenheid konstant zou zijn niet in strijd is met de feiten, maar daaraan wel steun vindt.

Bovendien zijn we steeds in overeenstemming met de door Lenard berekende waarden gebleven bij hoge snelheden.

AFDELING 3

ABSORBSIE

Nu we in het voorgaande de grensdikten en het snelheidsverlies van elektrisch geladen deeltjes, die zich snel door een medium heen bewegen, gevonden hebben als funkties van v , mogen we nog opmerken, dat nu ook de energie P van zoo een deeltje uitgedrukt kan worden door:

$$P = P_0 e^{-\int a_p dx}; \quad -a_p = \frac{1}{P} \frac{dP}{dx}.$$

We willen nu op het voorbeeld van L e n a r d de intensiteit van een diffuse katodestraalbundel voorstellen door:

$$J = J_0 e^{-ax} \text{ (Q. p. 73).}$$

Intensiteit = aantal elektronen per cm^2 per sek. opgevangen op een loodrecht op de straalrichting gesteld oppervlak (Q. p. 45).

Normaalloop van stralen is een zodanige diffuse loop van stralen (die graad van diffusie) welke in het medium waarop dit betrekking heeft vanzelf tot stand komt en dan verder bestaan blijft, zodra de stralen eenmaal 'n voldoende weglengte daarin hebben afgelegd (Q. p. 44).

Bovenstaande betrekking heeft L e n a r d eksperimenteel gevonden en ook dat a een parameter is, die langs de straallengte veranderlik is. We schrijven dus:

$$J = J_0 e^{-\int a_J dx}; \quad -a_J = \frac{1}{J} \frac{dJ}{dx}.$$

Nu veronderstellen we: $JN^{-2} = J_0 N_0^{-2} = \text{konstant}$ en gaan dan deze onderstelling toetsen aan hetgeen uit waarnemingen is afgeleid. N is de grensdikte in het normaalgeval (normaalloop). We vinden zo:

$$-a_J = \frac{1}{J} \frac{dJ}{dx} = -\frac{2}{N}. \quad (dN = -dx).$$

Delen we nu nog door de dichtheid D , dan vinden we met behulp van Tabel II gemakkelijk de berekende waarden van a/D , die we dan met de waargenomen waarden zullen moeten vergelijken.

TABEL III

$\frac{a}{D}$ (ber.)	6.28	15.0	26.8	60	126	267	719	2.89×10^3	49×10^3
v	.9	.8	.7	.6	.5	.4	.3	.2	.1
$\frac{a}{D}$ (Q.Tab III)	6	13	29	83	2.2×10^2	7.4×10^2	2.9×10^3	3.6×10^4	8.0×10^5

(Zie Naschrift.)

We zien hieruit dat de overeenstemming bij hoge waarden van de snelheid bevredigend is, maar dat bij lage snelheden de overeenstemming hoe langer hoe slechter wordt.

Bij $v = .5$ berekenden we b.v. een waarde voor a/D die ruim 40% lager is dan de waarde uit de Tabel III (Q.).

Nu moeten we daaruit nog niet besluiten, dat dus onze veronderstelling radikaal onjuist moet zijn.

Becker (Handb. d. Ex. Bd. 14, p. 214) heeft b.v. de waarde van a/D bij aluminium, met streng homogene katodestralen, bepaald en vindt bij $v = .50$: $a/D = 115$, wat binnen de grenzen van waarnemingsfouten overeenstemt met onze berekende waarde.

Verder willen we er op wijzen, dat de a die we berekenden uit $a = 2/N$ natuurlijk alleen betekenis heeft voor één bepaalde snelheid (n.l. waarbij N behoort) en dat we er dus op voorbereid waren geen overeenstemming in alle gevallen te zullen vinden. Hierbij komt nog dat ook wanneer steeds met homogene bundels gewerkt was, we (doordat onze grensdikten van die van L e n a r d wat afwijken) de waargenomen waarden van a/D aan andere snelheden zullen moeten toekennen en als we dit nagaan, dan wordt ook bij lagere snelheden de overeenstemming veel beter (Q. p. 89).

Volgens de methode van L e n a r d kan dit kwantitatief nagegaan worden, en we hopen dit later ook te doen.

Men neme dus voorlopig onze onderstelling onder voorbehoud aan als tenminste een eerste benadering. (Zie Naschrift.)

AFDELING 4

INTENSITEITSVERMINDERING

$$\text{Uit } J = J_0 \left(\frac{N}{N_0} \right)^2 = J_0 x^2$$

volgt de intensiteitsvermindering met de toenemende straallengte (*Q. p. 44*).

We moeten ons dan voorstellen dat J_0 de intensiteit is van een diffuse straling, die homogeen is wat de grootte van de snelheden der elektronen betreft.

Dat dit mogelijk is, tenminste tot op zekere hoogte, hebben we kunnen opmerken bij de bepaling van het intensiteitsverval door *Becker*.

Vond *Becker* dan inderdaad het boven aangeduide verloop?

Neen. Er is natuurlijk wel een stuk van de door hem bepaalde kromme (Intensiteit als ordinaat, doorstraalde dikte als absis) dat zich door een parabool laat weergeven, maar dit heeft weinig met de zaak te maken. Hetzelfde zou gelden van een rechte lijn of een sirkel.

De aanvangsnelheid v_0 was bij *Becker* (*Ann. Phys.*, 78, 219, 1925) .52. Nadat een plaatdikte $al. = .046$ mm doorlopen was werd a/D op 720 bepaald. Deze waarde komt overeen met onze berekende waarde van a/D bij $v = .3$. We kunnen dit de effectieve snelheid noemen. Is deze snelheid dezelfde als die van een niet geabsorbeerd deeltje, dat de grensdikte zal bereiken?

Neen, dit deeltje moet een snelheid $v = .39$ hebben (*Tab. II*).

Bij deze dikte kunnen we dus een snelheidsspektrum aannemen, waarbij de grootste voorkomende snelheid $v = .39$ is, terwijl de effectieve snelheid $v = .3$ is.

Volgens direkte metingen was de snelheid na een doorstraalde dikte van .045 mm $v = .35$ (*Handb. d. Ex. Bd. 14, p. 130*).

Dit is dus groter dan de effectieve snelheid, wat ook te verwachten is, daar de langzame elektronen zeer veel sterker geabsorbeerd worden en dus hoewel relatief geringer in aantal toch een zeer voornaam aandeel van het intensiteitsverlies leveren.

Door *Lenard* is reeds aangegeven hoe men uit een gegeven magneties spektrum de veranderingen kan afleiden die het onder-

gaat wanneer de stralen een gegeven dikte aluminium doorboren (Q. p. 123). (Verg. Handb. d. Ex., Bd. 14, p. 113).

We krijgen dus zodoende geen paraboliën afnemen van de gemeten intensiteit, maar door de vervorming van het snelheidsspektrum wordt ook de parabool vervormd, zodat de kromming belangrijk kan veranderen en het verloop voor een deel liniër kan worden.

Op den duur blijft dit dan nooit liniër, maar voor grote dikten vinden we steeds, hoewel vervormd, de parabool terug.

Zo (Becker a.b.) vonden we de intensiteit die bij $v = .3$, dus $x = N = .0103$ mm behoort, reeds bij $x = .025$ mm.

AFDELING 5

SEKUNDAIRSTRALING

We zoeken de oorsprong van het energieverlies van een deeltje hoofdzakelijk in de sekundairstraling.

We gaan waarschijnlijk te ver wanneer we de sekundairstraling uitsluitend als oorzaak daarvan beschouwen, maar stellen weer als eerste benadering

$$\frac{dP}{dx_0} = s \bar{P}_s = \frac{k}{v}. \quad (\text{Uit: } dP/dt = -K.)$$

Berekenen we k voor lucht massaevenredig met aluminium, dan vinden we $k_{(\text{lucht})} = 1200$ Volt/cm. s = het aantal sekundairelektronen per cm baanlengte dat direkt aan het deeltje zijn oorsprong dankt (reine diff. Sek. str.).

Uit waarnemingen van Wilson kunnen we weer opmaken dat s , in eerste benadering, omgekeerd evenredig met v is.

Dus dan zou de gemiddelde energie per rein sekundairelektron ($\bar{P}_s$) konstant moeten zijn.

We willen de waarde van $\bar{P}_s$ berekenen uit waarnemingen van C. T. R. Wilson (Proc. Roy. Soc. London, A. 104, 1, 192, 1923).

Op 2 cm afstand van het einde van een baan was $s = 83$. (2 cm lucht is ekwivalent met .0088 mm. aluminium).

Volgens Tab. II is dus $v = .231$, dus $vs = 19.2$.

Op 1 cm van het einde van een elektronenbaan was $s = 104$. Volgens Tab. II, is $v = .185$, dus $vs = 19.2$

Bij een snelheid $v = .231$ is dus:

$$\frac{dP}{dx_0} = \frac{1200}{.231} = 5200 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}; \quad s = 83, \quad \bar{P}_s \text{ dus } 61 \text{ Volt.}$$

De totale differentiaale sekundairstraling is bij deze snelheden het dubbele van s . ($s_0 = 2s$.)

Bij $v = .99$ is $s_0 = 41$ (Q. Tab. IV)

$$\frac{dP}{dx_0} = \frac{1200}{.99} = 1212 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}.$$

Ook hier vinden we dus een energieverlies $1212/41 = 30$ Volt per sekundairelektron.

Geldt dit voor alle snelheden?

TABEL IV

v	$\frac{dP}{dx_0} \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$	s_0	s (Q. Tab IV)	
.025	48000	1600	7700	
.05	24000	800	3200	
.1	12000	400	1700	
.2	6000	200	830	
.3	4000	130	400	$B = \frac{s}{s_0}$
.4	3000	100	250	2.5
.5	2400	80	180	2.25
.6	2000	67	131	2
.7	1700	57	95	1.6
.8	1500	50	69	1.4
.9	1330	44	50	1.1
.99	1212	40	41	1

Voor een α -deeltje vonden we het energieverlies $40 \times$ zo groot als voor een elektron. Als we ook daar het energieverlies in verband brengen met de sekundairstraling, dan vinden we: (Handb. d. Ex., Bd. 15, p. 631).

$$v = .0265 \quad k = s_0^a = 5.96 \times 10^4.$$

Delen we door 40, dan vinden we $s_0 = 1500$.

$$v = .0224 \quad k = s_0^a = 6.51 \times 10^4; \quad s_0 = 1630.$$

Dit geeft dus voldoende aansluiting om voor lagere snelheden s_0 te berekenen uit de s_0^a . (De formule $dP/dx = -k/v$ geldt niet voor lagere snelheden).

We vinden zodoende voor:

$v = .0186$	$s_0^a = 5.58 \times 10^4$	$s_0 = 1400$
$v = .0128$	$s_0^a = 3.73 \times 10^4$	$s_0 = 930$
$v = .0096$	$s_0^a = 1.88 \times 10^4$	$s_0 = 470$

Nu is ook bij zeer lage snelheden $dP/dx_0 = 30 s_0$ (Handb. d. Ex., Bd. 14, p. 259, Bd. 15, p. 554).

Dus we kunnen het verloop van dP/dx_0 bij lagere snelheden uit deze gegevens berekenen. En dus ook dv/dx_0 .

We zien dus dat de onderstelling die we maakten niet in tegenspraak is met de feiten en als eerste benadering, zoals al het bovenstaande bedoeld is, wel kan gelden.

We hebben in grote trekken het gebied trachten te overzien, men duide het ons niet ten kwade als hier of daar een detail wat minder goed uitkomt.

Wat de grondprinsiepes betreft deze hebben we opzettelijk niet op de voorgrond geplaatst; bij een latere meer uitvoerige publicatie hopen we deze gebreken te kunnen aanvullen.

Men heeft waarschijnlijk opgemerkt, dat we het grondleggende werk van L e n a r d op elke bladzijde aanhalen.

We hopen, dat we ons niet aan een „beträchtliche Steigerung der Verwirrung” (Q. p. 35) hebben schuldig gemaakt, maar willen toch nog eens er op wijzen, dat dit als een eerste poging beschouwd moet worden om het gehele gebied te overzien en dat zeer zeker hiermee het laatste woord niet gesproken is.

Aan de proff. Z e e m a n en V a n d e r W a a l s, die met welwillendheid en belangstelling deze poging volgden mijn harte-like dank ook voor de kritiek.

Univ. Potchefstroom. Zuid-Afrika
tijdelik „Lab. Physica” Muidergracht,
Amsterdam.

NASCHRIFT

Dat ook voor snelheden, die veel kleiner zijn dan de halve licht-snelheid, de door ons berekende waarden van a/D overeenstemmen

met waarnemingen uit de laatste tijd, blijkt uit het volgende:

B e c k e r (Ann. der Physik 84, p. 779) vond bij nikkel voor een snelheid

$$v = .110; \quad a/D < 9.0 \times 10^4 \frac{\text{cm}^{-1}}{\text{gr/cm}^3},$$

terwijl L e n a r d (Q. Tab. III) voor lucht tot een waarde komt:

$$v = .110; \quad a/D = 6.5 \times 10^5 \frac{\text{cm}^{-1}}{\text{gr/cm}^3}.$$

Uit een pasverschenen stuk van B e c k e r (Ann. der Physik 2, 1929, p. 258) kunnen we de waarde van het ongelijkteken schatten.

Het blijkt namelijk dat een waarde van a , die in het eerste stuk werd aangegeven door:

$$a < 24.3 \times 10^5 \text{ cm}^{-1},$$

nu benaderd wordt door:

$$a = 15 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}.$$

Passen we dergelijke reduksie toe op het getal: 9.0×10^4 dan vinden we dat waarschijnlijk de waarde van

$$a/D \text{ (voor nikkel, bij } v = .110) = 5.5 \times 10^4 \frac{\text{cm}^{-1}}{\text{gr/cm}^3}.$$

Voor aluminium berekenen we:

$$v = .1; \quad a/D = 4.9 \times 10^4 \frac{\text{cm}^{-1}}{\text{gr/cm}^3}, \text{ (Tabel III)}$$

zodat we dezelfde orde van grootte vinden, wat bevredigend is.

We vinden dus overeenstemming bij: $v = .9$, $v = .5$ en $v = .1$ en daar a/D daarbij varieert van 6 tot 50 000 is dit in elk geval merkwaardig.

BOEKBESPREKING

K. K. Darrow. Elementare Einführung in die Wellenmechanik. Aus dem Englischen übersetzt von E. Rabinowitsch, mit einem Vorwort von E. Schrödinger, 102 blz., 5 fig. — S. Hirzel. Leipzig. 1929. Prijs R.M. 5.

Een frisch geschreven inleiding in de „golvings-mechanica” door den bekenden physicus van de „Bell Telephone My.” die naast b.v. de „Four Lectures” van Schrödinger zelf, alle aanbeveling verdient. Na een beschouwing over het verband tusschen klassieke mechanica en golfuitbreiding via de grootheid W (werking) waarin ten slotte „de” vergelijking van Schrödinger wordt opgesteld, volgen een drietal instructieve voorbeelden ter toelichting van de begrippen eigenfunctie en eigenwaarde (snaar, trillend cirkelvormig vlies, vibreerende bol). Aansluitend hieraan worden dan de eigenwaarden van den harmonischen oscillator en van het waterstofatoom zonder en met uitwendig electrisch veld besproken. Daarna komt nog eens het vrije electron aan de orde waarbij de relativistische formule voor de golflengte λ even genoemd wordt. Een volgend hoofdstuk is gewijd aan de beteekenis van de functie ψ waarin de opvattingen van Schrödinger (ladingsdichtheid) Born (ladingswaarschijnlijkheid) en een derde opvatting van Schrödinger die de beide eerste min of meer verzoent, tegenover elkaar gesteld worden. Een laatste hoofdstukje bespreekt het atoom met meer dan een electron en het molecuul. Hierin worden symmetrische en antisymmetrische eigenfuncties ter sprake gebracht en zelfs de theorie der chemische binding volgens London kort uiteengezet. Voor hen die voor het eerst met de golvingsmechanica kennis wenschen te maken is dit een zeer aan te bevelen werkje. d. G.

H. Couwert, Praktische Oefeningen in Natuurkunde. 3e druk, 78 blz., 53 fig. — Apken, Deventer 1926. Prijs f 3.50.

Dit praktisch ingerichte boekje, blijkbaar geschreven met het oog op het natuurkunde-onderwijs van de Midd. Kol. Landb. School te Deventer, zal voor praktische oefeningen op H.B.S. en Gymnasium zeer goed bruikbaar zijn. Een 50-tal eenvoudige proeven worden beschreven; de keuze is niet ongeschikt, al zou men verwachten, dat, vooral ook in verband met de school, waarvoor dit boekje bestemd is, ook enkele proeven over oppervlaktespanningen, osmotische drukken en straling waren opgenomen. L.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

A. D. Fokker, Relativiteitstheorie, 298 blz., 39 fig. — Noordhoff. Groningen. 1929. Prijs f 8.25, geb. f 9.—

Karl K. Darrow, Elementare Einführung in die Wellenmechanik, übersetzt und ergänzt durch Dr. E. Rabinowitz, mit einem Vorwort von Prof. Dr. E. Schrödinger, 102 blz., 3 fig. — Hirzel. Leipzig. 1929. Prijs R.M. 5.

- P. Bricout, Ondes et Électrons, no. 113, Collection Armand Colin, 215 blz., 57 fig. — Librairie Armand Colin. Paris. 1929. Prijs Frs. 9, geb. Frs. 10.25.
- P. J. Nieuwkamp, Licht en Warmte-theorieën, lezing gehouden voor het Natuurkundig Genootschap te Sneek, 56 blz., 8 fig. — Leyfardts boek- en muziekhandel. Amsterdam. 1929.
- Adam Hilger, Bulletin of development covering the thirty months ending December 31, 1928, 67 blz. — Adam Hilger. London. 1929.
- Roller-Pricks, Schulversuche zur Elektrizitätslehre, mit Bestellliste, 111 blz., vele fig. — Physikalische Werkstätten Aktiengesellschaft. Göttingen. 1929.
- J. W. Ryde and H. G. Jenkins, Sensitive Arc lines of 50 elements, including notes on the use of R(aies) U(ltimes), 9 blz. — Adam Hilger. London. 1929.
- W. Reindersma en T. van Lohuizen, Nieuw leerboek der natuurkunde, voor hogere burgerscholen met 5-jarigen cursus, lycea en gymnasia, eerste deel, 322 blz., 324 fig. — Wolters. Groningen-den Haag. 1929. Prijs f 3.25, geb. f 3.60.
- P. Debye, Polare Molekeln, 200 blz., 34 fig. — Hirzel. Leipzig. 1929. Prijs R.M. 14, geb. R.M. 15.50.
- R. H. Fowler, F.R.S., The passage of electrons through surfaces and surface films, 21 blz., 12 fig. — Oxford University Press. London. 1929. Prijs 1 sh. net.
- Louis de Broglie, Wellenmechanik, übersetzt von Rudolf Peierls, 221 blz., 14 fig. — Akademische Verlagsgesellschaft. Leipzig. 1929. Prijs R.M. 11, geb. R.M. 13.80.
- Sir James Jeans, The Universe around us, 352 blz., 24 fig. — Cambridge University Press. London. 1929. Prijs 12/6 net.

MEDEDEELING

Op Zaterdagen 16, 23 en 30 November, van 15—17 uur, zal Prof. A. D. Fokker in Teyler's Stichting voordrachten met demonstraties houden over Krachten en Bewegingen. Toegang vrij. Kaarten aan te vragen bij den curator van het Natuurk. Laboratorium, Damstraat 21, Haarlem.

STRIKVRAGEN

Het antwoord op vraag XLIII: *Waarom zingen de telegraafpalen wanneer het flink vriest zooveel luider dan bij dooi?* wordt gevonden in de overweging dat bij vriezende koude de trillingen van draden en paal zich zonder groote verliezen kunnen mede deelen aan den harden grond, die als klankbodem dienst kan doen. Bij dooi zijn er te veel plastische verliezen, en de trillingen van draden en paal krijgen geen vat op de lucht.

Nadruk der artikelen en reproductie der illustraties voorkomende in dit tijdschrift wordt bij deze overeenkomstig Art. 15 der Auteurswet 1912, uitdrukkelijk verboden. *Afgedrukt 8 October 1929.*

HET KORTGOLVIGE EINDE VAN DE REEKS DER ELECTROMAGNETISCHE TRILLINGEN ¹⁾

door J. CLAY

In het midden van de vorige eeuw werden door F a r a d a y verschijnselen ontdekt, waarbij een invloed van het magnetisme op het licht merkbaar was, en in 1865 sprak M a x w e l l zijn vermoeden uit, dat electromagnetische veranderingen zich in de ruimte moesten voortplanten met een snelheid, overeenstemmende met die van het licht.

Reeds spoedig daarna kon B o l t z m a n n experimenteel vaststellen, dat de diëlectrische constante van gassen gelijk is aan het kwadraat van de brekingsindex, zooals men op grond van de theorie van M a x w e l l moest verwachten.

In 1888 gelukte het H e r t z electromagnetische trillingen op te wekken, die zich, wat voortplantingssnelheid, breking, polarisatie en interferentie betreft, volkomen overeenkomstig aan diezelfde verschijnselen van het licht gedroegen.

En nadat nog door Z e e m a n in 1896 de invloed van het magnetische veld op de golflengte van het uitgezonden licht was ontdekt, stond vóór het einde van de negentiende eeuw de electromagnetische theorie van het licht vast en kon men licht en electromagnetische trillingen beschouwen als overeenkomstig van aard en alleen verschillend door de grootte der golflengten. Van de kleinste golflengte van enkele decimeters van deze golven was het echter nog een groote sprong naar de grootste golflengte van het zichtbare licht, welke ongeveer 0,8 micron bedraagt.

Sedert het begin van deze eeuw echter is deze kloof tusschen de twee soorten stralingen geheel overbrugd. In de eerste plaats was

1) Intreerede aan de Universiteit van Amsterdam, 14 October 1929.
Physica IX.

het reeds bekend, dat de stralen, die door warme lichamen worden uitgestraald, gelijksoortige eigenschappen hebben als het licht en een golflengte grooter dan die van het roode licht, waarom men van infrarode stralen sprak. In 't bijzonder door het werk van Rubens is het mogelijk geworden de golflengte van deze straling nauwkeurig te bepalen en het gelukte hem met behulp van een kwartslamp met kwikvulling stralingen te verkrijgen tot een grootte van 343 micron, dus een derde millimeter.

Van de andere zijde verkreeg men, door steeds kleinere uitstralingsapparaten te konstrueeren, Hertzsche trillingen van steeds kleinere golflengte en in 1924 heeft men daarmee een gebied kunnen bereiken, waarin de golflengte ligt tusschen 64 mm en 0,125 mm, zoodat dus sedert dien tijd het geheele gebied tusschen Hertzsche trillingen en zichtbaar licht bekend is.

Wenden we ons thans naar die electromagnetische trillingen, waarvan de golflengte kleiner is dan die van het zichtbare licht, welke grens ongeveer ligt bij 0,4 micron. Ook dit gebied was als ultraviolet reeds eerder bekend, aangezien het door verschillende lichtbronnen wordt uitgestraald en indirect door fluorescentie kan worden zichtbaar gemaakt of door een fotografische plaat worden opgenomen. De grens van het bekende gebied werd eerst door Schumann verplaatst naar 0,122 micron, daarna door Lyman naar 0,051 micron en tenslotte door Millikan in 1920 tot 0,0136 micron of 136 Ångstrom teruggebracht. (1 Ångstrom = 10^{-8} cm).

In 1895 ontdekte Röntgen een nieuwe soort stralen, waarvan het tot 1913 onzeker bleef of ze tot dezelfde reeks als die van het gewone licht behoorden. Wel was voor dien tijd reeds bekend, dat de voortplantingssnelheid dezelfde was, maar de golflengte was zoo klein, dat het niet gelukte daaromtrent een meting te doen.

Toen v. Laue in 1913 op het gelukkige denkbeeld kwam kristalralies te gebruiken om deze stralen tot interferentie te brengen, vond hij het middel de golflengten te meten en het bleek, dat deze ongeveer de grootte van 1 Å en kleiner hadden. Deze metingen werden weldra tot een merkwaardige nauwkeurigheid opgevoerd en het gebied der verschillende Röntgenstralen werd naar beneden en naar boven vergroot, zoodat men thans kan zeggen, dat dit zich tusschen de grenzen van 12 Å en $0,06 \text{ Å}$ uitbreidt.

Intusschen was reeds bekend geworden, dat sommige radioactieve stoffen spontaan dezelfde soort stralen uitzenden, gamma-

stralen genoemd, waarvan de golflengte nog kleiner is dan van de kortste kunstmatig opgewekte Röntgenstralen. Het gebied der gammastralen, dat thans bekend is, ligt tusschen $2,5 \text{ \AA}$, welke door polonium en $0,0189 \text{ \AA}$, welke door thorium C worden uitgezonden.

Het kan zijn dat er nog een enkele kortere golflengte is.

Tusschen de Millikan-stralen van $136 \text{ \AA}$ en de Röntgenstralen bleef echter tot voor kort nog een onbekend gebied. Maar de theoretische beschouwingen, welke voor het geheele gebied van licht en Röntgenstralen bleken te gelden, gaven sinds de moderne atoomtheorie van Rutherford-Bohr tot ontwikkeling was gekomen, een goed richtsnoer, hoe ook deze stralen konden worden opgewekt.

Electromagnetische straling van kleine golflengte kan namelijk worden verkregen door electronen te laten botsen met materiedeeltjes en van de energie van het electron hangt de golflengte der straling op zeer eenvoudige wijze af. Volgens de wet, die Einstein daarvoor gaf, is n.m.

$$\lambda = \frac{12340}{V} \text{ \AA},$$

(de golflengte in Ångström is 12340 gedeeld door het aantal Volt, dat men het electron laat doorloopen).

Heeft men dus een buis, waarin men het electron een spanning laat doorloopen van 12340 Volt, dan kan een trilling met een golflengte van 1 Ångström ontstaan. Zoo weet men nu, dat voor het opwekken van het gele natriumlicht het electron een spanning van $12340/5890 = 2,1$ Volt noodig heeft.

Om stralen te krijgen van dezelfde golflengte als die van het thorium C is echter reeds 654000 Volt noodig.

Een groep van Fränsche onderzoekers, waaronder Thibaud en Holweck, hebben nu aan de hand van dit richtsnoer in de laatste jaren een brug weten te slaan over het onbekende gebied tusschen het ultraviolet van Millikan van $136 \text{ \AA}$ en de Röntgenstralen van $12,3 \text{ \AA}$ door electronenontladingen aan te brengen tusschen verschillende materialen met een potentiaal verschil, dat juist tot deze golven, die zij intermediaire golven noemen, moest aanleiding geven. Met hunne proeven omspannen zij het gebied tusschen 500 tot 10 Ångström, d.w.z. zij overlappen daarmee het ultraviolet zoowel als het Röntgengebied.

De moeilijkheid van het werken met deze stralen schuilt voornamelijk in hun buitengewoon sterke opslorping, hetgeen duidelijk uitkomt wanneer men bedenkt, dat stralen door koolstof uitgestraald tengevolge van electronen, die 35 Volt hebben doorlopen, in een filmpje van celluloid ter dikte van een kwart micron reeds voor 97% worden opgeslorpt.

Het zou verlokkend zijn over deze experimenten verder uit te wijden, ware het niet, dat ik thans tot het gebied der straling kom, waarover ik meer in 't bijzonder wil spreken.

Zijn er nu nog electromagnetische golven van kleinere afmeting?

Tot voor enkele jaren meende men met de gammastralen het einde van de reeks te hebben bereikt.

Een der kortste golflengten, die van thorium C, welke reeds boven werd genoemd, moet ongeveer $0,019 \text{ \AA}$ of 19 X-eenheden zijn. (We nemen nl. voor de eenvoudigheid thans wederom een kleinere eenheid aan nl. $X = 0,001 \text{ \AA}$ of 10^{-11} cm).

Deze golflengten kunnen niet meer direct worden gemeten. De kristaltralis van ongeveer 10^{-8} cm maaswijdte zijn daarvoor reeds te grof; ze kunnen gedeeltelijk worden bepaald uit de snelheid van de electronen, die uit het atoom zelf tengevolge van de gammastralen der kern worden uitgeworpen en verder worden berekend naar een verband, dat tusschen de absorptie en de golflengte bestaat, welk verband voor Röntgenstralen en gammastralen van grootere golflengte is opgesteld en getoetst. En men moet nu van de onderstelling uitgaan, dat dit laatst genoemd verband ook buiten het te toetsen gebied doorgaat.

De zooeven gestelde vraag kan nu bevestigend worden beantwoord en we mogen reeds dadelijk zeggen, dat het gebied nog met ongeveer 10 octaven beneden de gammastralen van thorium C kan worden voortgezet.

De nauwkeurigste manier om de aanwezigheid en de sterkte van Röntgen- en gammastralen te bepalen, berust op het vermogen van deze stralen om gassen te ioniseeren, d.w.z. in geleidenden toestand te brengen, en men weet, dat de ionisatie van het gas evenredig is met de intensiteit der straling. Brengt men binnen een gesloten vat een systeem aan, dat tengevolge van een electrische lading van vorm verandert, een electrometer dus, dan is het mogelijk de vermindering van de lading te bepalen en daaruit de ionisatie van het inge-

sloten gas te berekenen. Heeft men nu met stralen te doen, die door den wand van het vat heen dringen, zooals dit met de gammastralen het geval is, dan kan men dus de sterkte der straling bepalen. Mc. Lennan en Barton en eveneens Rutherford en Cooke hadden reeds in 1903 gevonden, dat tengevolge van dergelijke straling in elk gesloten vat een ionisatie van het ingesloten gas optreedt en dus een verlies van electriciteit van het geladen systeem in het vat waargenomen wordt.

Deze ionisatie kon worden toegeschreven aan de gammastraling der radioactieve stoffen, die overal in den bodem worden aangetroffen. Dit was vooral aannemelijk, wijl boven een uitgestrekte watermassa, die zeer weinig radioactieve stoffen bevat, de straling belangrijk minder was en ook bij verheffing boven den bodem tengevolge van de absorptie van de aardstraling door de tusschenliggende luchtlaag een vermindering van de ionisatie vastgesteld werd.

Maar toen men bij nader onderzoek zich verder en verder van de aarde ging verplaatsen, bleek tot ieders verrassing, dat de ionisatie bij grootere hoogte weer ging toenemen.

Hess vond in 1911 en 1912, toen hij in een ballon tot grootere hoogte opsteeg, vooral boven 4000 m een sterke stijging en Kolhörster in 1914, die een hoogte van 9300 m bereikte, bevestigde door nauwkeuriger metingen met uitmuntende apparaten, dat de intensiteit ontwijfelbaar toenam, zelfs 80 ionen per cm^3 per sec. meer ontstonden dan op het aardoppervlak, waar dit aantal ongeveer 4 ionen moet geweest zijn. Hess en Kolhörster kwamen dus tot de slotsom, dat er een straling vanuit groote hoogte naar beneden kwam. Gedurende den wereldoorlog kwam men met de kennis dezer verschijnselen niet veel verder. Pas lang daarna werden de onderzoekingen voortgezet op hooge gedeelten van het aardoppervlak, in Zwitserland in 1921 door Kolhörster en in Californië in 1923 door Millikan. Voorloopig ontwikkelde zich een strijd of deze straling wel inderdaad bestond en vooral als ze bestond, hoe groot de intensiteit daarvan was.

Een lastige foutenbron van onvermijdelijken aard had daaraan voor een groot gedeelte schuld. Het werd n.l. duidelijk, dat de wanden van het vat, van welk materiaal men ze ook maakt, immer met radioactieve stof zijn besmet en deze geeft een restionisatie in het vat, die op zichzelf moeielijk te bepalen is en bovendien in vele ge-

vallen grooter is dan de ionisatie, die door de doordringende straling van boven wordt veroorzaakt.

Aan H o f f m a n n in Königsbergen gelukte het het eerste door middel van een draadnet binnen het vat deze restionisatie voor het grootste deel uit te schakelen en met behulp van een buitengewoon gevoeligen electrometer de hoogtestraling nauwkeuriger vast te stellen. Ter zeehoogte vond hij, dat deze ongeveer 1 ion per cm^3 per sec. bedroeg.

Om eenigermate een voorstelling te geven van de grootte van deze ionisatie mag vermeld worden, dat 1 mgr. radium dezelfde ionisatie in de lucht veroorzaakt op een afstand van 20 Meter.

Op welke wijze hangt nu dit alles met electromagnetische straling samen?

Indien de ioniseerende werking, die van boven komt, afneemt, wanneer men uit de hoogte naar beneden afdaalt, dan moet dit veroorzaakt worden door de absorptie in de lucht. Nu bleek, dat deze absorptie belangrijk kleiner was dan die van de gammastralen der radioactieve stoffen. En niet alleen bleek dit voor lucht, maar wanneer men de ionisatieapparaten in water onderdompelde, dan bleek eveneens de absorptie kleiner te zijn dan die van de gammastralen. Dit werd het eerst door K o l h ö r s t e r vastgesteld en later door M i l l i k a n en verschillende andere onderzoekers bevestigd. K o l h ö r s t e r bericht, dat de afname der straling ongeveer het tiende gedeelte is van die der gammastralen der radioactieve stoffen.

Aangezien men nu wist, dat de absorptie in het gebied der kortgolvlige Röntgenstralen en der gammastralen eigenlijk in hoofdzaak een verstrooiing is, welke op een bekende wijze van de grootte der golflengte afhangt, kon men met benadering de golflengte dezer nieuwe straling bepalen, wanneer men mag aannemen, dat deze van denzelfden aard is en bovendien het verband, dat tusschen golflengte en verstrooiing bestaat op dezelfde wijze blijft bestaan voor de nieuwe straling als voor de golven van grootere lengte gevonden is.

Om hier een voorstelling te wekken van het doordringend vermogen dezer stralen kan worden aangevoerd, dat de weekke Röntgenstralen met een golflengte van $1 \text{ \AA}$ door een laagje lood van 2 micron reeds in sterkte tot de helft worden gereduceerd, dat voor harde Röntgenstralen daarvoor 0,2 mm noodig is, dat de gammastralen van radium C daarvoor 1,2 cm noodig hebben, maar dat men bij de hoogtestraling reeds spoedig 15 cm en meer vond.

Er was bovendien een sterk argument om aan te nemen, dat men met een zeer kortgolvlige of ultra-gammastraling te doen had, immers de verstrooiing in verschillende stoffen is, evenals bij de gammastralen, alleen afhankelijk van het aantal electronen, dat per cm^3 in de stof aanwezig is. Deze absorptie of verstrooiing is thans nog het eenige middel om het gedrag der stralen te onderzoeken.

Er ontstond nu tusschen verschillende onderzoekers een wedstrijd om met steeds dikkere lagen materiaal steeds kleinere afname te vinden, dus het bestaan van de allerkleinste golflengte vast te stellen.

Millikan berichtte, dat hij zijn toestellen tot 20 m onder water moest dompelen om tot een volledige absorptie te komen. Hoffman vond weldra, dat de hardste stralen zelfs 150 cm lood, hetgeen met 12 m water overeenkomt, noodig zouden hebben om in sterkte gehalveerd te worden. Millikan vond daarop met gevoeliger toestellen, dat 70 m water noodig was om tot een volledige absorptie te geraken.

De nieuwste metingen van Regener echter in het Meer van Constanz wijzen thans duidelijk aan, dat er nog stralen zijn, die tot een diepte van 230 m water doordringen. Uit de afname blijkt, dat een laag van 40 m water, overeenkomende met 5 m lood, noodig is om deze hardste stralen tot de helft van hunne intensiteit terug te brengen.

Het mag U een soort van sport toeschijnen om deze uiterste, kleine golflengten op te sporen. Maar dit is geenszins het eenige. Behalve dat het gebied onzer kennis omtrent de electrische trillingen wordt uitgebreid, is het van belangrijke theoretische beteekenis de waarde van deze korte golflengten te vinden, zooals ik U thans wil uiteenzetten.

Zooals U bekend is, is het in de laatste decennien meer en meer duidelijk geworden, dat de electromagnetische straling als een voortbeweging van elementaire energiequanta kan worden opgevat, waarvan de grootte evenredig is met de frequentie der straling, dus omgekeerd evenredig met de golflengte van de trilling.

In vele gevallen is het gebleken, dat deze energiehoeveelheden thans photonen genoemd, uitgestraald worden, wanneer een systeem overgaat van een bepaalden energieinhoud naar een lagere, terwijl het verschil dan aan het uitgestraalde quantum gelijk is.

Het is dus aannemelijk, dat de doordringende stralingsquanta

moeten ontstaan bij processen, waarbij dergelijke energiehoeveelheden worden verloren.

Welke processen kunnen dit zijn?

Zoo straks werd er reeds melding gemaakt van de energie, welke een electron zou moeten hebben om straling van verschillende golflengten op te wekken. Voor de gammastraling van thorium C bleek deze 654000 Volt te zijn. Gaat de wet van Einstein volgens welke men deze spanning berekent door, dan zou de kortste golflengte, thans door Regener gevonden, kunnen worden verkregen door een electron een spanning van ruim een milliard volt te laten doorloopen. Voorloopig zal het wel moeilijk zijn deze kunstmatig te verkrijgen, maar wellicht gelukt dit in de toekomst.

Zijn er nu atoomprocessen bekend, waarbij dergelijke groote energiequanta vrij kunnen komen? Daarvoor denken wij allereerst aan die van de radioactieve explosies, waarbij groote energieveranderingen werkelijk worden waargenomen; b.v. bij het verval van radium C in radium D waar ze tot de gammastralen aanleiding geven. Maar de golflengte van deze straling is bekend en bedraagt 22 X. De heftigste radioactieve explosie, n.l. die van het thorium C geeft 18,9 X-eenheden en de golflengten van de stralen van dezen aard zijn dus allen nog belangrijk grooter dan die van de hoogtestralen. Bij het uiteenvallen der atomen kan deze straling dus voor zoover thans bekend is, niet ontstaan.

Er zijn echter tweeërlei processen mogelijk, waarbij nog grootere hoeveelheden energie te voorschijn kunnen komen.

Volgens de relativiteitstheorie moet er een verband bestaan tussen de massa en de energie van een systeem. Elke verandering van de energie van een systeem is met een verandering van zijn massa verbonden, en de verhouding dezer veranderingen wordt door het kwadraat der lichtsnelheid gegeven. Hoewel deze massaverandering dus zeer klein is, — een gram radium zal door zijn uitstraling per jaar ongeveer een twintigduizendste milligram in massa verminderen — is men toch overtuigd, dat deze inderdaad plaats vindt. En men ziet in bepaalde feiten een bewijs voor deze opvatting.

Door de onderzoeken van Aston is het n.l. duidelijk geworden, dat de atomen van alle elementen uit waterstofatoomkernen of protonen van positieve lading en negatieve electronen opgebouwd zijn. De atoomkern van helium, die in eenvoudigheid op het waterstofatoom volgt, moet dan opgebouwd zijn uit vier protonen en

twee electronen; aangezien de lading dezer kern twee positieve elementairhoeveelheden bedraagt. Dat de kern uit vier protonen moet bestaan, volgt uit het atoomgewicht van helium, dat ongeveer viermaal zoo groot is als dat van waterstof. De massa van een electron is het 1846ste deel van die van een proton en de twee electronen kunnen het atoomgewicht dus slechts weinig veranderen. Nuzou de massa van deze kern uit die der protonen en electronen kunnen worden bepaald. Rekent men deze uit, dan vindt men echter een grooter bedrag dan door de proeven van *Aston* voor de heliumatoomkern experimenteel gevonden wordt. Stelt men zich voor, dat onder bepaalde omstandigheden een helium-atoomkern uit 4 protonen en 2 electronen opgebouwd wordt, dan treedt blijkbaar tengevolge van de zeer enge pakking der deelen van het systeem een energievermindering op en de gevonden massavermindering kan daaruit worden verklaard. Als al deze energie, die dus de helium-atoomkern minder heeft dan de afzonderlijke protonen en electronen waaruit het is opgebouwd bij de binding in straling ontwijkt, dan moet volgens de boven reeds genoemde formule de golflengte daarvan 0,5 X-eenheden bedragen. Een dergelijke waarde komt in grootte goed overeen met de golflengte, die voor de doordringende straling of in elk geval voor een gedeelte daarvan gevonden wordt.

Het bestaan van deze straling kan dus het gevolg zijn van het feit, dat ergens dit proces van heliumvorming uit waterstof plaats vindt. Ook de opbouw van andere elementen uit waterstof, moet met een dergelijk massaverlies en eventuele energieuitstraling gepaard gaan.

Millikan en *Cameron* leiden uit hunne absorptiemetingen der doordringende straling af, dat er drieërlei verschillende soorten zijn met verschillend doordringend vermogen, welke wat hunne golflengte betreft, het bewijs kunnen zijn van de vorming van helium, zuurstof en silicium.

Op deze wijze zou er dus behalve een afbraak der atomen, die reeds veelvuldig geconstateerd is, ook een wederopbouw der elementen zijn, die den kringloop der natuur waarborgt.

Er dient echter op gewezen in de eerste plaats dat deze absorptiemetingen nog zeer ruw zijn en in de tweede plaats, dat de daaruit berekende golflengte zeer onzeker is, aangezien de formules van verschillende theoretici voor het verband van verstrooiing en golflengte zeer uiteen loopen. De formule van *Dirac* geeft een

golflengte, die ongeveer de helft is van die van Compton, terwijl Klein en Nishina wederom een formule hebben afgeleid, die een golflengte geeft, die ongeveer het vierde gedeelte is van die van Dirac.

Behalve de opbouw der elementen is er echter nog een ander proces mogelijk, dat tot de uitzending van de allerkortste golflengten aanleiding kan geven.

Wanneer de energie van een proton eens geheel zou kunnen worden omgezet in stralingsenergie, wellicht door samensmelting met een electron, dan komt een quantum energie vrij, dat gemakkelijk te berekenen is en waarmee een golflengte van $1,3 \cdot 10^{-13}$ cm. of $0,013 X$ overeenkomt. Het is zeer goed mogelijk, dat een dergelijke straling bestaat, want Regener vond voor de golflengte van de hardste straling, die nog door 200 m. water doordringt volgens twee verschillende formules: $2,74 \cdot 10^{-13}$ cm. en $0,6 \cdot 10^{-13}$ cm.

Van den kant van de astronomie bestaat voor deze vragen de grootste belangstelling. Men kan langs verschillende wegen een schatting maken hoeveel de ouderdom van verschillende sterren en eveneens van de zon minstens moet bedragen. Jeans geeft n.l. drie verschillende methoden, die getallen geven tusschen 5 en 10 biljoen jaren. Gedurende dien tijd hebben deze lichamen voortdurend energie uitgestraald tot een bedrag, waartoe geen enkel bekend natuurproces de mogelijkheid aanbiedt.

Zelfs de heliumvorming kan daarvoor voor onze zon hoogstens voor 100 milliard jaren toereikend zijn. Alleen protonen-vernietiging zou volgens het oordeel der astronomen de energie voor ongeveer 15 biljoen jaren kunnen geven.

Het ligt dus voor de hand te onderzoeken of wellicht de zon een doordringende straling uitzendt, die van de golflengte is, welke bij deze protonenvernietiging behoort.

Het resultaat is echter negatief.

Nu kan dit gemakkelijk het gevolg zijn van de absorptie der stralen in de zonnemassa zelf. Immers indien het proces in het binnenste der zon plaats heeft, kunnen deze stralen het oppervlak niet bereiken. Maar in elk geval ontstaan ze niet in de bovenste laag van het zonnelichaam. Het bleek b.v. bij maandenlange waarneming, waarbij telkens gedurende den dag en gedurende den nacht werd gemeten, dat het gemiddelde voor den dag en voor den

nacht slechts 1% verschilde, welk verschil geringer was dan de waarnemingsfout der metingen.

Waar komt deze straling dan vandaan, zal een vraag zijn, die dadelijk bij iedereen opkomt.

In den beginne hebben enkele onderzoekers gemeend, dat de Melkweg en in 't bijzonder sommige nevels in den Melkweg als de stralingsbron waren te beschouwen. Dit werd afgeleid uit een zekere periodiciteit in de intensiteit, die zich met sterretijd verschoof. Van verschillende zijden is dit echter op afdoende wijze weersproken kunnen worden. Millikan, die om dit te onderzoeken een expeditie heeft uitgerust naar de hoogvlakten van Bolivia, heeft in het diepe dal van het Miquillameer op 5000 m. hoogte kunnen bewijzen, dat geen waarneembaar verschil in straling bestaat, wanneer de straling van den Melkweg het meetapparaat kon bereiken en wanneer dit uitgesloten was. Naar aanleiding daarvan heeft hij gemeend te moeten aannemen, dat de straling van nog grooteren afstand, uit extragalactische nevels afkomstig is. Later heeft hij verdedigd, dat de straling overal in de wereldruimte tusschen de sterren zou kunnen ontstaan.

Men kan namelijk moeilijk aannemen, dat de doordringende stralen van de sterren uit zal gaan. Immers de totale energie, die volgens berekening in den vorm van doordringende stralen in de atmosfeer binnen komt, verhoudt zich tot de energie, die in den vorm van licht en warmte van alle sterren samen binnen komt ongeveer als een tot tien. Het is nu zeer onwaarschijnlijk, dat door de sterren zooveel doordringende straling uitgezonden zou worden, terwijl van de zon niets of zeer weinig van deze straling uitgaat.

Men zal dan tot de conclusie moeten komen, dat straling, die tegelijk met den opbouw van materie ontstaat, uit de wereldruimte komt. Bij dezen opbouw zal natuurlijk die straling overwegen, die bij de meest voorkomende elementen behoort, welke alle van laag atoomgewicht zijn. De elementen met een atoomgewicht boven 80 zouden naar schatting gezamenlijk slechts 1% van alle materie uitmaken, terwijl bovendien volgens de massa bepalingen van Aston een opbouw van elementen van hoog atoomgewicht met geringe energieuitstraling gepaard kan gaan. Aan dit resultaat knoopt Millikan belangwekkende beschouwingen vast. Hij denkt zich, dat de lage temperatuur der wereldruimte voor dezen

opbouw der elementen uit protonen gunstig is, terwijl de verdichting en hooge temperatuur der sterren ongunstig is en eerder aanleiding geeft tot een afbraak der stoffen. Op die wijze ontstaat wellicht een kringloop in het heelal, hetwelk dan als geheel in evenwicht zou kunnen zijn.

Dat een protonenvernietiging in de interstellaire ruimte plaats zou vinden, is weinig aannemelijk, daar deze vernietiging tegelijk den opbouw van elementen uit protonen onmogelijk zou maken. Veel meer zal te verwachten zijn, dat in deze ruimte een verdichting van photonen tot protonen plaats zal vinden. Voor 't oogenblik valt echter het bewijs daarvoor, zoo het al te vinden is, buiten deze beschouwing.

De protonenvernietiging, zooals de astronomie tegenwoordig meent noodzakelijk te moeten aannemen, zal dus in de sterren en in de zon moeten plaats grijpen, maar de straling, die daarbij behoort, zal voor het overgrootste gedeelte in de hemellichamen zelf worden geabsorbeerd.

Het is dus belangwekkend na te gaan of deze straling wellicht voor een klein gedeelte nog door de sterren wordt uitgestraald. De variatie der straling op langen termijn zal daarvoor moeten worden bestudeerd.

Moge dit laatste nog alles vaag zijn, te meer dringt de wenselijkheid naar voren, deze kortgolvrige straling van het electromagnetische spectrum te onderzoeken. Daarvoor zal het noodig zijn de golflengte dezer stralen nauwkeuriger en langs anderen weg dan door de verstrooiing te bestudeeren.

Een veelbelovend middel daartoe bestaat in de methode met de electronen- en photonenteller van Geiger, welke korten tijd geleden door Bothe en Kolhörster is aangevat. Deze teller bestaat uit een kleine ionisatiekamer, waarin een zeer fijne spits geïsoleerd is ingebracht. Deze spits is juist zoo hoog electrisch opgeladen, dat bijna een spontane spitsontlading optreedt. Tegenover deze spits is een kleine opening in den wand der kamer eventueel door een zeer dun laagje materiaal afgesloten. Treedt een electron of een photon door deze opening binnen, dan ontstaat een ontlading, welke door een electrometer kan worden geregistreerd. Bothe en Kolhörster stellen nu twee van deze tellers al of niet door een dikke laag lood of goud gescheiden boven elkaar op en zij beproeven of wellicht op sommige oogen-

blikken de beide tellers gelijktijdig aanslaan, hetgeen erop zou wijzen, dat hetzelfde electron of hetzelfde photon door beide tellers is heengegaan. Op die wijze zal het doordringend vermogen der electronen of van de photonen worden gevonden.

Zij komen voorloopig tot het vermoeden, dat de doordringende straling wellicht een electronenstraling is, maar het is zeer goed mogelijk, dat deze laatste het secundaire effect is, dat bij de botsing van de photonen ontstaat. Immers het is sedert de onderzoekingen van Compton bekend, dat de energie der photonen bij de botsing voor een deel in bewegingsenergie van het weggestooten electron moet worden omgezet, terwijl tevens een photon van kleinere energie ontstaat. Bij de doordringende straling is reeds vastgesteld, dat op het aardoppervlak deze secundaire photonen worden gevonden. Deze straling, door Steinké omgevingsstraling genoemd, bedraagt b.v. in Bandoeng een kwart van de totaal gevonden straling en is van een geringer doordringend vermogen.

De electronen, die bij de botsing der photonen worden uitgestooten, moeten volgens de theorie een richting hebben, die grootendeels met de richting der hoogtestraling samenvalt en de snelheid en het doordringend vermogen van deze electronen moet enorm zijn, daar ze aan een potentiaalverschil van vele millioenen Volt moeten beantwoorden. In elk geval belooft de methode met de telkamer van groote beteekenis te worden voor het verder onderzoek.

Het gebied der kortste golflengten, dat thans werd besproken, omvat dus een tiental octaven, waardoor de electromagnetische trillingen een over de geheele lijn bekende reeks vormen van ongeveer 50 octaven. Deze korte golven hebben op 't oogenblik een aantrekking voor vele onderzoekers en het is te verwachten, dat verstrekkende resultaten daaruit te voorschijn zullen komen.

In den tegenwoordigen tijd is dit te spoediger te verwachten, omdat de techniek van elke ontdekking bijna onmiddellijk gebruik weet te maken, en de technische toepassing altijd de ontwikkeling van het natuuronderzoek weer gunstig beïnvloedt.

Hoe spoedig na de ontdekking werden de Röntgenstralen voor medische doeleinden benut en na de ontdekking van v. Laue voor het materiaalonderzoek dienstbaar gemaakt. De ultraviolette

straling wordt eveneens veelvuldig toegepast in de geneeskunde en de techniek. En nauwelijks zijn de proeven met de intermediaire stralen begonnen of de medische wetenschap is reeds bezig ze als een geneeskrachtig hulpmiddel te beproeven.

In dit verband is het opmerkenswaardig, dat de langste en de kortste golven der electromagnetische trillingen het tezamen mogelijk maken, dat menschen van de verst verwijderde deelen van den aardbol met elkaar in mondelinge gedachtenwisseling kunnen treden.

De langere electromagnetische golven hebben de eigenschap, dat ze tegen een electrisch goed geleidend oppervlak worden teruggekaatst en in een geleidende gasmassa worden gebroken.

De lange golven, die bij de draadlooze telegrafie en telefonie worden gebruikt, kunnen zich nu tengevolge van de sterk geleidende lagen in de hooge atmosfeer om het aardoppervlak heen buigen en zoo in die gedeelten van de aarde worden opgevangen, die in rechte lijn niet kunnen worden bereikt.

Maar de geleiding in de hoogere luchtlagen is een gevolg van de ioniseerende invloeden, die daar werken. Zijn er op den dag de ultraviolette stralen van het zonlicht en de ultragammastraling, die deze ionisatie kunnen veroorzaken, in den nacht is de laatste de voornaamste oorzaak van de geleidbaarheid en naar de berekening van B e n n d o r f f leert, ruim voldoende om een geleiding te veroorzaken, die de electromagnetische golven terugkaatst of ombuigt.

Zoo hebben kunstmatige opwekking van de grootste en het aanwezig zijn van de kleinste electromagnetische trillingen tezamen het mogelijk gemaakt om gesprekken te voeren, die den ganschen aardbol omspannen.

INTENSITEITSVERDEELING IN DE BRANDVLEK VAN EEN RÖNTGENBUIS

door J. VAN ZUYLEN

In de practische Röntgenspectroscopie wordt veelal de z.g. draaikristalmethode toegepast. Zooals de naam reeds zegt, bestaat de methode hierin, dat het kristal gedurende de opname van het spectrum gedraaid wordt. Deze draaiing geschiedt het liefst continu en meestal over een kleine hoek (1 à 2°). Bij deze methode is het noodzakelijk, dat aan de focusseeringsvoorwaarde van Bragg-Moseley voldaan wordt, d. w. z. dat de afstand spleet-draaiingsas van het kristal gelijk is aan de afstand draaiingsas-photografische plaat. Voor dit geval laat zich gemakkelijk bewijzen, dat de positie van de Röntgenspectraallijnen onafhankelijk is van de stand van het kristal ¹⁾.

Een voordeel van de draaikristalmethode is in de eerste plaats, dat fouten van het kristal worden geëlimineerd, daar gedurende de draaiing voortdurend andere gedeelten van het kristal een bepaalde golflengte reflecteeren. Een tweede voordeel is, dat bij de draaiing ook over inhomogeniteiten van de brandvlek van de Röntgenbuis wordt gemiddeld. Nu is de afbeelding van de brandvlek op de fotografische plaat door middel van spleet en kristal niet stigmatisch, zoodat ook bij stilstaand kristal, wat de brandvlek betreft, een zekere middeling plaats vindt. Men is evenwel volstrekt niet zeker, dat door de laatste middeling de inhomogeniteiten van de brandvlek geheel weggenomen worden, zoodat bij het opnemen van absorptiekanten of voor intensiteitsmetingen het kristal zeker behoort te worden geschommeld. Door mij werd nog eens van verschillende Röntgenbuizen de brandvlek nader onderzocht. De methode ligt voor de hand en is ook door vroegere onderzoekers

1) Zie o.a. D. Coster, *Physica* 1, 332, 1921.

gebruikt ¹⁾. Vóór de Röntgenbuis werd een nauwe opening (in de regel van $50\ \mu$) geplaatst en op eenige afstand daarvan een fotografische plaat. Door de afstand van de fotografische plaat tot de opening te wijzigen heeft men het in de hand het focus in verschillende vergrootingen af te beelden. Deze vergrootingen waren tusschen 1,5 en 2,2. Bij de reproductie werd de fotografische plaat nog eens vergroot afgebeeld. Zoo ontstonden de vergrootingen, welke in fig. 2 bijgevoegd zijn. Speciaal bij kleine brandvlekken heeft het eenig voordeel de vergrooting zoo groot mogelijk te maken. Als fotografische platen werden photomechanische gebruikt. De verkregen photo's worden daardoor zeer contrastrijk en de belichtingstijden zijn nog zoo kort, dat de mindere gevoeligheid hier geen nadeel is (bij een opening van $50\ \mu$ is de belichtingstijd ongeveer 5 minuten).

De opnamen werden met uitzondering van Plaat V, fig. 2, die met een medische buis gebeurde, met eenige electronenbuizen volgens Siegbahn gedaan. De spanning was meestal $20\ kV$, de stroomsterkte $15\ mA$. De positie van gloeispiraals en antikathode van de in het Groninger laboratorium gebruikte buizen zijn uit de op schaal geteekende fig. 1 te zien. Het antikathodefocust ligt ongeveer in het snijpunt van de beide hartlijnen van de figuur. De buis is aan de voorzijde (links op de horizontale hartlijn buiten fig. 1), door een nauwe, met aluminium bedekte opening afgesloten; op eenige afstand daarvan staat de fotografische plaat. Om de gloeidraad bevindt zich een ijzeren hulsje met opening, waardoor de electronen naar buiten treden. Dit hulsje kan meer of minder ver op de kathode geschroefd worden. Verder werd nog gevarieerd de grootte van de opening in dit hulsje en het aantal windingen en de grootte van de windingen van de gloeispiraals.

In alle onderzochte gevallen was de verdeling van de intensiteit over de brandvlek niet homogeen. Bijna steeds vertoont de afbeelding een duidelijke spiraalstructuur. Deze spiraalstructuur staat ongetwijfeld in verband met de gloeispiraals en is als het ware een

1) Zie b.v. W. Bronkhorst, Kontrast und Schärfe im Röntgenbilde (Verlag Thieme, Leipzig 1927). Onlangs werd de methode uitsluitend voor ionenbuizen nog eens toegepast door R. E. Clay. (Proceedings Phys. Soc. Vol. 40, Part 9, blz. 221, 1928.)

Dr. Oosterhuis was zoo vriendelijk mij op het bestaan te wijzen van het boek van Bronkhorst. Ock Bronkhorst kwam reeds tot de conclusie, dat in het focus de vorm van de spiraals min of meer terug te vinden is.

afspiegeling daarvan. Het blijkt dus, dat de kathodestralen, als zij op de brandvlek aankomen, nog de herinnering bewaard hebben aan de gloeikathode, waar zij uit komen. Het veld van de antikathode dringt dus door in het hulsje van de gloeikathode tot vlak bij de gloeidraad en wordt daar dus niet door de lading van de

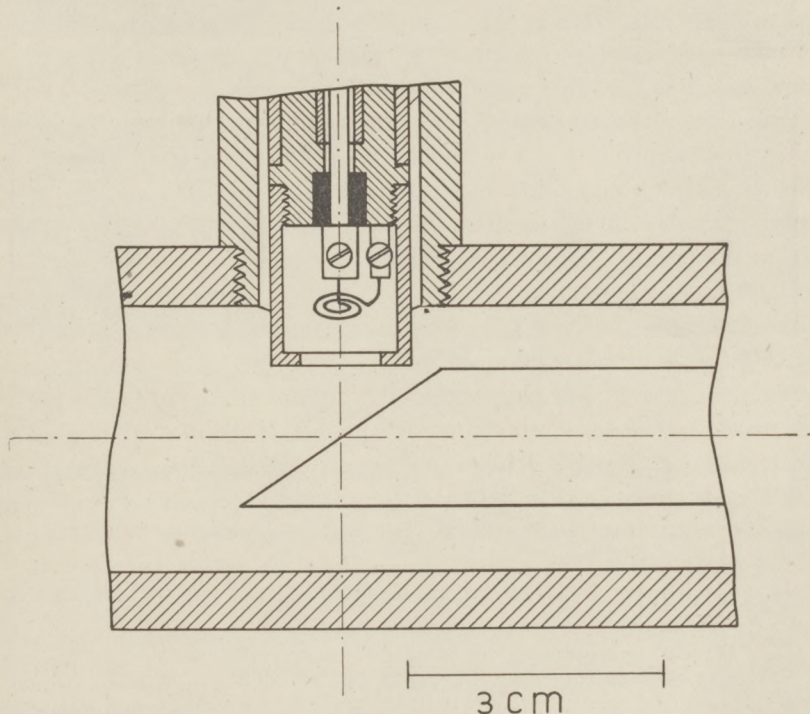


Fig. 1.

Positie van antikathode en gloeidraad bij de onderzochte Röntgenbuizen.

gloeielectronen gecompenseerd. Nu werden de meeste opnamen door mij gemaakt met een tamelijk wijde opening van het hulsje (10 mm diameter), zoodat men eerder kon verwachten, dat een dergelijk indringen van het veld zou plaats vinden. Maar ook als men deze opening veel kleiner kiest (6 mm diameter), of de gloeispiraal heel wijd maakt, krijgt men analoge verschijnselen te zien. Dat de spiralen in het antikathodefocus aan de gloeispiraal te danken zijn, blijkt ten overvloede uit het feit, dat, wanneer het aantal of de vorm van de windingen van de gloeidraad veranderd wordt, ook

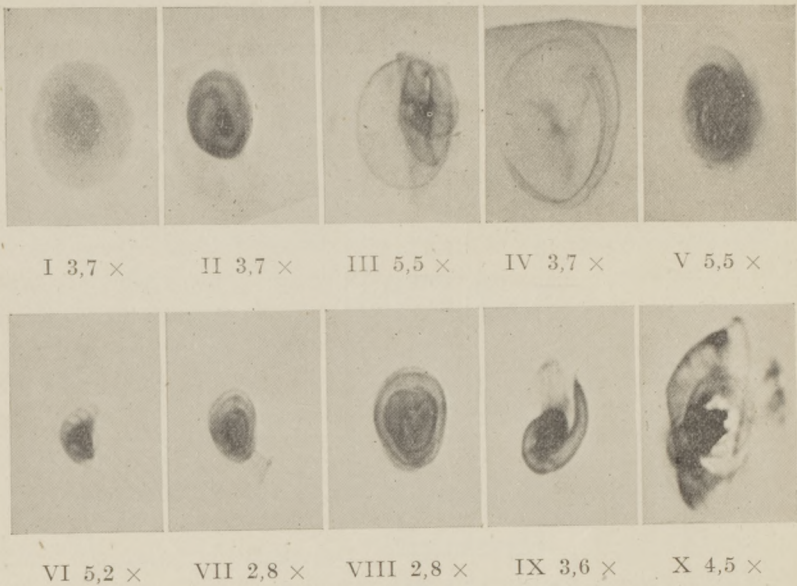


Fig. 2.

- I. Gloeispiraal van 4 dicht op elkaar liggende windingen. Opening hulsje 6 mm. Afbeelding van focus door een opening van 0,3 mm. daardoor eenigszins onscherp. De centrale vlek en de zwakkere halo zijn goed te zien.
- II. Gloeispiraal van 2 windingen. Opening hulsje 8 mm. Afbeelding door opening van 0.150 mm.
- III. Afbeelding door opening van 0.050 mm. Verder werden de omstandigheden zooveel mogelijk gelijk aan II gehouden. Er was evenwel een nieuwe gloeidraad ingezet en daardoor blijkt de brandvlek geheel veranderd.
- IV. Gloeispiraal van $1\frac{1}{4}$ winding. Deze winding was zeer wijd, wijder dan de opening in het hulsje.
- V. Gloeispiraal van 5 windingen. (Technische buis). Op origineel is beter dan op reproductie de spiraalstructuur nog eenigszins te zien.
- VI, VII en VIII hebben betrekking op dezelfde buis onder op één uitzondering na zooveel mogelijk gelijke omstandigheden nl. spiraal van 5 windingen dicht op elkaar, diameter buitenste winding 5 mm. Opening hulsje 10 mm. Alleen de stand van het hulsje om de gloeidraad werd gevarieerd, nl. bij VI was de afsrand van de gloeidraad tot opening in het hulsje 7 mm. bij VII 6 en bij VIII 5 mm.
- IX. Spiraal van 3 windingen eenigszins vervormd, zoodat de windingen gedeeltelijk boven elkaar zaten.
- X. Als II. Er is evenwel door te hooge belasting een gat in de antika-thode gebrand (witte vlek vlak grenzende aan donkerste vlek).

vorm en aantal van windingen in de brandvlek dienovereenkomstig veranderen. Dit blijkt bijv. duidelijk uit een vergelijking van plaat IV, fig. 2, met plaat VII en plaat VIII. Gewoonlijk is het evenwel niet mogelijk de windingen van de brandvlek stuk voor stuk met die van de gloeispiraal te laten corresponderen. Vaak zijn de windingen in het focus op de meest vreemdsoortige wijze ten opzichte van die van de gloeidraad verschoven. Daardoor komt het voor, dat in het focus enkele windingen gedeeltelijk samenvallen. Ook is de afbeelding van sommige windingen verdubbeld. Dit laatste kan soms veroorzaakt worden door een kleine verandering van de vorm van de gloeidraad gedurende de expositie.

Na het bovenstaande zullen, naar ik hoop, de reproducties van fig. 2 en de daarop betrekking hebbende bijschriften wel duidelijk zijn. Slechts op eenige punten, die van beteekenis zijn voor de praktische Röntgenspectroscopie zou ik hier nader willen wijzen.

Bij de meeste physische proeven, 't zij dat men kristalstructuren onderzoekt, 't zij dat men spectroscopisch werk wil verrichten, heeft men een smalle bundel Röntgenstralen noodig van zeer kleine divergentie (1 à 2°). Het is verder van belang, dat deze bundel zoo intensief mogelijk is. Wanneer in een practisch geval de afstand van het focus tot aan de spleet 5 cm is, behoeft het focus dus geen grooter diameter dan ongeveer 2 mm te hebben. Bij nog kleinere afstand kan het focus naar verhouding ook kleiner gekozen worden. Nu is het aan de andere kant ook *niet wenschelijk*, dat het focus veel grooter genomen wordt, dan strikt noodig is. Immers de straling, die buiten de gewenschte divergentiehoek invalt, wordt toch niet nuttig gebruikt. Deze straling kan, ook al wordt zij zoo goed mogelijk door schermpjes weggenomen, alleen maar de kans op zwarting door stroostraling vergrooten.

De hier gevolgde methode geeft in elk practisch geval een eenvoudig middel aan de hand om de grootte van de brandvlek te bepalen en deze door uitschroeven van het hulsje om de gloeidraad zoo te veranderen, totdat zij de gewenschte grootte heeft. Tevens leert zij ons de meer of mindere homogeniteit van de brandvlek kennen. Het is reeds om praktische redenen gewenscht, de brandvlek zoo homogeen mogelijk te belasten, omdat het materiaal van de antikathode dan eerder een hooge belasting zal kunnen verdragen, vóór het smelt of verdampt. Dus is het wenschelijk een gloeidraad met meerdere dicht om elkaar gewikkelde windingen te ge-

bruiken. Verder trek ik uit mijn opnamen de conclusie, dat het gewenscht is, het hulsje een tamelijk groote opening te geven (bij de door mij gebruikte buizen ongeveer 10 mm). Dat men ondanks deze groote opening door uitschroeven van het hulsje toch een goede focusseering kan bereiken, bewijst Plaat VI.

De nadeelen van een te kleine opening van het hulsje blijkt uit Plaat I. Hier ziet men een donkere kern, die ik voor de afbeelding van de gloeispiraal houd, en daaromheen een lichtere halo. Een dergelijke halo, alleen veel minder intensief, is eigenlijk op al mijn photo's te zien. Door het hard afdrukken zijn zij meestal niet tot hun recht gekomen. Dat het voorkomen van een dergelijke halo door vermeerdering van strooistraling de effectiviteit van de Röntgenbuis slechts bederft, is na het voorgaande wel duidelijk. De halo blijkt vooral voor de dag te komen bij een nauwe opening van het hulsje. Ik zou dit merkwaardige verschijnsel als volgt willen verklaren: Bij een nauwe opening dringt het veld van de antikathode minder goed door in het hulsje. Een gedeelte van de gloeielectronen zal diffundeeren in de veldvrije ruimte, die zich ter hoogte van de gloeidraad in het hulsje bevindt en langs een omweg de opening van het hulsje bereiken. Deze electronen zullen een grootere divergentie hebben, dan die welke, van uit de gloeidraad gekomen, onmiddellijk naar de antikathode gaan en door het veld gedwongen worden in de nabijheid van de as van het hulsje door de opening te gaan.

Tenslotte dank ik Prof. C o s t e r recht hartelijk voor zijn steun bij en interesse in mijn werk.

Natuurkundig laboratorium der Rijks-
Universiteit te Groningen.

BOEKBESPREKING

P. J. Nieuwkamp. Licht- en Warmtetheorieën, lezing gehouden voor het Natuurkundig Genootschap te Sneek. 56 blz., 8 fig. — Seyffardt, Amsterdam, 1929.

In het voorwoord staat, dat het volgende de inhoud bevat eener lezing, op enkele punten een weinig uitgebreid, waarmede gepoogd is aan lezers, die van dit deel der Natuurkunde geen bijzondere studie hebben gemaakt, een denkbeeld te geven van de wijze, waarop de wetenschap gedurende de laatste decennia zich ook op dit gebied luisterrijk ontwikkeld heeft.

Tot mijn spijt moet ik opmerken, dat deze poging, m.i. mislukt is, ja, mislukken móest. Als men de betrekking $V = N \cdot \lambda$ nog moet afleiden; als men de beteekenis van het trillingsgetal voor het spectrum nog moet aangeven; als men nog moet opmerken dat arbeidsvermogen vaak „energie” wordt genoemd, en dat absolute temperatuur gelijk is aan die in graden Celsius vermeerderd met 273° ; als men zelfs moet zeggen, dat $S = f(u/\nu_0)$ gelezen wordt: $S =$ functie van u/ν_0 (S is n.b. een entropie!), dan acht ik het onmogelijk om in één lezing duidelijk te maken, hoe Planck het antwoord zocht op de vraag: „Hoe is de energie verdeeld in het spectrum der zwarte straling?“, om daarna nog met het essentieele deel van dit antwoord, $\epsilon = h\nu$, de kwestie te bespreken: lichtquant, lichtgolf, of een combinatie van die twee, Einstein, Bohr-Kramers-Slater, of De Broglie?

En wat er al niet bij is gehaald! Principe van Hamilton; de equipartitie der energie; de 1e en 2e hoofdwet der thermodynamica; de entropie van omkeerbare en niet-omkeerbare processen; de formule van de entropie der zwarte straling en van een resonator; de entropie in verband met de waarschijnlijkheid; stralingsformules van Planck, Rayleigh en Wien; theorie van Bohr met de fijnstructuur van Sommerfeld; het foto-electrisch effect volgens Einstein; het Compton-effect; het correspondentie-principe van Bohr; de massa als een vorm van arbeidsvermogen; de voorstelling van De Broglie over een „lichtatoom”; de eigenwaarden uit de vergelijking van Schrödinger.... 't is serieus en goed bedoeld, literatuuropgaaf is er bij, doch het is alles zoo vaag behandeld, dat het nuttig effect helaas gering is.

H.

W. Reindersma en T. van Lohuizen. Nieuw leerboek der Natuurkunde voor H.B.S.-en met 5 j. c., Lycea en Gymnasia; eerste deel, 322 blz., 325 fig. — Wolters, Groningen 1929; Prijs f 3.25, geb. f 3.60.

Dit boek móest wel komen! Na de samenstelling van de bekende „Commissie Fokker”, na de vergadering tijdens het Natuur- en Geneeskundig Congres in 1927, na het groote rapport in 1928, brengen thans twee leden dier Commissie dit geheel nieuwe leerboek, hetwelk doordrongen is van de in de laatste jaren gepropageerde opvattingen over de stof, het doel en de aard van het Natuurkunde-Onderwijs aan H.B.S., Lyceum en Gymnasium, denkbeelden welke nog eens samengevat zijn in een prospectus, dat al eenige maanden geleden rondgezonden werd.

Ik vind de opzet van dit eerste deel voortreffelijk! Het is voor beginnende leerlingen zeer begrijpelijk geschreven, prettig opbouwend van eenvoudige tot wat moeilijker gevallen, steeds de aandacht trekkend door allerlei vragen en allerlei toepassingen in het dagelijksch leven, verduidelijkt door tal van proeven met eenvoudige hulpmiddelen, alles even keurig geteekend en beschreven. De resultaten der experimenten worden mathematisch geformuleerd en zoo noodig in een grafiek opgeteekend, waaruit dan nieuwe conclusies worden getrokken. Er is tot doel gesteld, dat aldus: „de weg langs welke ook de leerling op de middelbare school tot kennis der natuurkundige feiten komt, in wezen dezelfde is als waarlangs de wetenschap tot deze kennis komt. De methode op de school bevat dan alle wezenlijke kenmerken der natuurwetenschappelijke methode”.

De Schrijvers hebben wondergoed dit doel bereikt, niettegenstaande de behandelde stof elementair is gehouden. Moleculairtheorieën bijv. worden niet gebezigd, er wordt over moleculen zelfs in het geheel niet gesproken (het woord komt bij ongeluk één keer voor op blz. 207 midden in) en toch worden de eigenschappen van vaste stoffen, vloeistoffen en gassen, wordt ook de verdamping langs experimenteele weg goed begrepen. Over het wezen der warmte wordt niets gezegd, en toch staan alle warmteverschijnselen niet zoo maar losjes naast elkaar, doch ziet men door de samenhangende proeven in, dat deze effecten in één warmteleer bij elkaar hooren. In het tweede deel komt dan later de theorie wel!

De gevolgd methode houdt het practisch werken door de leerlingen in zich, verschillende practische oefeningen zijn in de tekst opgenomen, maar uitdrukkelijk staat in prospectus en voorbericht er bij, dat de leeraar, die geen practicum houdt, deze proeven als lesproeven doet. Ik vind dit een zeer gelukkig standpunt, omdat daardoor ook degenen, die om een of andere reden het zelf-experimenteeren der leerlingen nog niet aandurven, zonder bezwaar het boek kunnen gebruiken, om wellicht — zoo gaat het mij tenminste — bij het doorlezen een aansporing te krijgen om het dan misschien toch maar eens met een practicum te probeeren.

„Begonnen wordt in dit leerboek met eenige eenvoudige metingen. Daarna volgt de behandeling van het statische krachtsbegrip en eenige eenvoudige werktuigen. Daarna volgen dan de leer der vloeistoffen en die der gassen. Dan de leer der warmte; de kwestie's die samenhangen met de moleculair theorieën en het verband tusschen warmte en arbeid, worden uitgesteld tot na de behandeling der mechanica in Deel II.

Dan volgt de behandeling van de geometrische optica. De leer van de kleurschifting en alles wat samenhangt met het licht als trillingsverschijnsel wordt in Deel II behandeld. Behalve de reeds genoemde onderwerpen komt hierin dus na de behandeling der mechanica: de trillingsleer, het geluid en het magnetisme.

Mocht iemand er de voorkeur aan geven na de leer van de warmte eerst de mechanica en de rest der warmte te behandelen, dan bestaat daartegen in het leerboek geen bezwaar. Het licht kan men dan wel naar achteren verschuiven. (Deze opmerking staat er natuurlijk bij met het oog op het K.B., waarin staat dat de heele warmte in de 3e klas H.B.S. moet worden gedoceerd).

In het derde deel wordt dan de electriciteitsleer en de atoomphysica behandeld.

Ten einde de herhaling en het naslaan gemakkelijk te maken is, behalve een register, opgenomen een kort overzicht van de inhoud van het boek in vragen, korte formuleering der wetten, formule's, enz."

De indeeling is dus anders dan die in de bestaande leerboeken. Deze nieuwe indeeling is veel beter. Elke keer weer, als men de leer der bewegingen, de dynamica, A. v. P. en A. v. B. en de heele mechanische warmtetheorie ook al in het begin bespreekt, komt men tot het besef dat het voor de beginners te zwaar is. Bij de hier gegeven indeeling worden nu deze moeilijke onderdeelen naar een volgend jaar verschoven, als de leerlingen meer geschoold zijn, terwijl men tegelijkertijd het voordeel heeft in dat tweede jaar van zelf de warmte weer in de herinnering terug te roepen.

De geometrische optica kan gerust al in het eerste deel worden opgenomen. Dit hoofdstuk wordt in het leerboek al even aangenaam en doeltreffend gegeven als de rest. De terugkaatsingswet wordt bij een vlakke spiegel proefondervindelijk gevonden en dan getoetst met de speldenmethode en met de methode der parallax; met een buigzame spiegellende reep wordt een holle of bolle spiegel gemaakt en daarvan het vermogen getoond om de lichtbundels meer of minder „samen te knijpen" of uiteen te spreiden; de formules bij deze spiegels behorend worden afgeleid en de juistheid daarvan door proeven op een optische bank bevestigd. (wordt hierbij een gasbrander gebruikt?)

Op overeenkomstige wijze gaat het bij de breking; hier wordt tevens historisch vermeld hoe men eindelijk tot de juiste betrekking tusschen i en r kwam. Zoo af en toe zal deze historische weg gevolgd worden, lezen we in het prospectus, „vooral om de leerlingen eenige keeren te laten voelen, dat datgene wat wij als bijna vanzelfsprekend aanvaarden, door de menschheid na een lange en moeilijke worsteling is gevonden". Ook bij de leer van de luchtdruk is in dit eerste deel de historische ontwikkeling aangegeven.

Als practicumproef wordt de brekingswet gevonden met de speldenmethode. Deze methode doet eveneens de gang van een lichtstraal door een prisma vinden, van welke gang weer geprofiteerd wordt bij de lenzen, die als een op éénstapeling van afgeknotte prisma's worden beschouwd, waardoor het „knijpen" of uiteenspreiden der lichtbundels dadelijk wordt ingezien, en waardoor tevens een gemakkelijke afleiding voor de formules ontstaat.

Aan de constructie der beelden door spiegel of lens is niet zooveel aandacht gewijd. Alleen voor de bolle lens zijn 6 gevallen afzonderlijk geteekend, maar voor de holle lens en voor de spiegels staan, behalve het geval van het virtuele voorwerp, alle voorkomende standen van beeld en voorwerp in 1 teekening genoteerd (In fig. 234 staan hoogstwaarschijnlijk met opzet eenige pijlen dik gestippeld, die toch beter doorgetrokken hadden moeten zijn. De lijnen, die de lenzen moeten voorstellen, zijn dikwijls niet symmetrisch ten opzichte van de hoofdas geteekend, blz. 281, 282, 289). Het beeld van de zon wordt niet geconstrueerd.

Nu zijn dit ook geen principieele kwesties; ze kunnen eigenlijk gerust iet of wat stiefmoederlijk worden behandeld, ja, moeten dat wel, als men tijd wil hebben om de hier voorgestelde natuurwetenschappelijke weg te bewandelen,

en om straks ook de moderne natuurkunde tot haar recht te doen komen. Het is noodzakelijk dat er op enkele gebieden beperkt wordt. In dit opzicht hebben de Schrijvers zich gehouden aan de bekende verdeling der leerstof van de „Commissie F o k e r”. In dit leerboek zijn de onderwerpen van de minimumlijst gewoon gedrukt, die van de aanvullingslijst, waaruit de leeraar een keuze moet doen, zijn door een kleine letter of door een sterretje gekenmerkt, terwijl de in de derde lijst vermelde onderwerpen zijn weggelaten.

Wanneer ik thans op deze leerstof mag ingaan, wil ik allereerst mijn spijt betuigen over het feit, dat de woorden druk en kracht als synoniemen zijn gebruikt, hetgeen bij de vloeistoffen en gassen vooral tot groote verwarring aanleiding geeft. Waarom niet consequent $\text{druk} = \text{kracht per cm}^2$ gesteld? Een puzzle wordt nu zelfs de dikgedrukte zin op blz. 67: „Wanneer we in 't vervolg spreken van de druk op een vlak, dan bedoelen we daarmee de grootte van de druk per cm^2 , uitgedrukt in grammen per cm^2 . Dan volgt uit het bovenstaande, dat in een horizontaal vlak in een vloeistof de druk overal even groot is”. En vlak daaronder: „Hoe groot is de druk op 1 m^2 ?” De oplossing komt pas op blz. 70, waar staat: **de** druk, waarmee dan bedoeld wordt de kracht per cm^2 . In het bijgevoegde overzicht wordt ten minste nog over druk en totale druk gesproken. (Blz. 6).

Ten tweede doet het mij onaangenaam aan als ik op blz. 170 lees: „Wanneer we een schotel met water eenigen tijd laten staan, verdwijnt langzamerhand het water hieruit. Het is het verschijnsel, waarvoor men in 't Duitsch de term „verdunsten” gebruikt, terwijl „verdampen” gebruikt wordt voor het verdampen, dat optreedt, wanneer een vloeistof kookt”. We kunnen toch bij onze eigen taal blijven en spreken van verdampen alleen aan de oppervlakte en verdampen door de geheele vloeistof, of, als we enkele woorden willen hebben, van vervliegen en verkoken? In het overzicht doen de Schrijvers het ook. (Blz. 16).

Moeten op blz. 277 de tekenafspraken voor de lenzenformules niet gewoon gedrukt worden? En is het niet beter om consequent bij alle optische instrumenten te zeggen: v en b positief, als er een reëel iets bij hoort, en negatief, als er een virtueel iets mee samenhangt, en niet, zooals hier is aangegeven: beeld achter spiegel dan b negatief; beeld achter lens dan b positief?

En dan is het toch zeker eenvoudiger om van de kromtestralen bij een lens vast te stellen: voelt het oppervlak bol aan, dan is de bijbehorende R positief, anders negatief, en niet zooals hier: R_1 positief als bolle kant naar het licht is gekeerd; R_2 positief als holle kant naar het licht is gekeerd?

Ten slotte: waarom zelfs in dit leerboek, waarvan het eerste deel zoo eenvoudig gehouden is, het optisch middelpunt als van ouds weer ingevoerd. Alle lenzen worden beschouwd oneindig dun te zijn; alleen voor lichtstralen die onder een kleine hoek met de hoofdas invallen gelden de gegeven formules, en nu wordt één keer een flink dikke lens geteekend met een lichtstraal, die onder zeer groote hoek met de hoofdas invalt, alleen om even het optisch middelpunt te vinden, dat onmiddellijk weer verschrompelt tot het midden van de oneindig dunne lens. Waarom de lens niet oneindig dun gelaten en met behulp van 2 lichtstralen uit 1 punt, één // hoofdas en gebroken door F_2 ,

de andere door F_1 en gebroken // hoofdas, heel gemakkelijk meetkundig be-
wezen, dat elke lichtstraal door het snijpunt van lens en hoofdas recht door
gaat?

Tot zoover! Ik ben al uitvoerig genoeg geweest. Maar ik heb gemeend dit
werkelijk geheel nieuwe leerboek, waarin de bedoeling van de „Commissie
F o k k e r” gekristalliseerd is, grondig te moeten beoordeelen, al was het
alleen slechts om mijn belangstelling en mijn groote waardeering te toonen
voor het vele werk, dat er met het schrijven van dit boek is verricht, en voor
de arbeid, die er aan vooraf is gegaan. Met spanning worden Deel II en III
afgewart. H.

Christiaan Huygens, zijn geboortedag, 300 jaar geleden, herdacht. 61 blz.,
12 fig. — H. J. Paris. Amsterdam. 1929.

Derede, uitgesproken door Dr. L. v a n I t a l l i e, Mr. C. v a n V o l l e n -
h o v e n, Dr. P. Z e e m a n, M. E m. P i c a r d, Dr. A. F. H o l l e -
m a n e n Dr. C. A. C r o m m e l i n bij de plechtige herdenking van
H u y g e n s' geboortedag (14 April), die op 13 April 1929 te Leiden plaats
had, zijn in dit boekje vereenigd, terwijl een twaalfstal fraaie foto's ter op-
luistering dienen.

Voor al de afbeeldingen van het planetarium, een lens en een kijker zijn
interessant.

Een bijdrage van Dr. I r. J. H. P l a n t e n g a handelt over de huizen,
die door H u y g e n s bewoond zijn, hetgeen geïllustreerd wordt met twee
afbeeldingen van het huis op het Plein in den Haag en een van Hofwyck,
resp. uit deel IV en IX van de Oeuvres Complètes.

Een beredeneerde catalogus van de herdenkingstentoonstelling besluit
het goed uitgevoerde, aardige werkje. v. H.

Wien-Harms, Handbuch der Experimentalphysik Bd. 9, Teil 1, Höhe und tiefe
Temperaturen, Gasverflüssigung, Wärmeleitung, Wärmestrahlung, 484
blz., 44 fig. — Akadem. Verlagsgesellsch. Leipzig. 1929. Prijs R.M. 42.60,
geb. R.M. 44.60.

Dit met een photo van W. Wien versierde deel begint met een hoofdstuk van
H. v o n W a r t e n b e r g over hooge en lage temperaturen: voortbrenging,
meting, voorafgegaan door een hoofdstuk over vuurvaste materialen. Dan
volgt een hoofdstuk van H. L e n z over het vloeibaar maken van gassen, waar-
in in het bijzonder ook de thermodynamische grondslagen der gevolgde pro-
cédé's uitvoerig behandeld worden. Ook aan de technische toepassingen voor
de scheiding van gassen wordt een deel van dit hoofdstuk gewijd. O.
K n o b l a u c h e n H. R e i c h e r geven een hoofdstuk over overdracht
van warmte, waarin de technische kant van deze quaestie bijzonder naar
voren geschoven is. Het deel eindigt met een zeer overzichtelijk hoofdstuk
over warmtestraling, bewerkt door W. W i e n e n C. M ü l l e r.

Het werk geeft zeer te waardeeren inleidingen in de verschillende genoemde
onderwerpen. De druktechnische uitvoering is bijzonder verzorgd.

Het zou wel geen rechtgeaard Duitsch werk zijn als niet de Deutsche weten-
schap als no. 1 behandeld werd. Het is vermoedelijk aan een drukfout toe te

schrijven dat op p. 41 staat, dat de weerstand van platina van 0° tot 190° C. *langzamer* afneemt dan beantwoordt aan de tweede-graads-functie van de temperatuur, die bij hogere temperaturen geldt. Voor een nieuwere behandeling van het rendement bij het vloeibaar maken van helium zij verwezen naar Suppl. No. 65 f bij de Leidsche Communications. W. H. K.

Siegfried Valentiner. Physikalische Probleme im Aufbereitungswesen des Bergbaus. Samml. Vieweg, Heft 92, 110 blz., 77 fig. — Vieweg. Braunschweig 1929. Prijs R.M. 7.

Het boekje maakt den inhoud van een reeks voordrachten, door den schrijver in 1928 gehouden in het Haus der Technik te Essen, in ruimeren kring bekend. Het behandelt de physische problemen, die zich voordoen bij het aanrijken van ertsen in deintoestellen, op tafels, bij de schuimscheiding, de magnetische en de electrostatische scheiding. In aansluiting aan de laatste, bij de aanrijking van ertsen nog weinig gebruikte methode, wordt ook besproken de theorie der electrische stofvangapparaten en, geheel los van de ertsconcentratie, worden enkele bladzijden gewijd aan het gebruik van röntgenstralen bij materiaalonderzoek. Een eenvoudig gehouden en gemakkelijk te begrijpen handleiding bij het theoretische gedeelte van een cursus in ertsconcentratie. Eenigszins uitvoeriger zijn besproken proeven over de sterkte van het magnetisch veld en ter toetsing van schrijvers theorie der schuimscheiding genomen in het natuurkundig laboratorium van de Bergakademie te Clausthal, waar schrijver hoogleeraar is. GR.

Dr. E. Rabinowitsch. Die Elemente der achten Gruppe des periodischen Systems. Erster Teil, Die Edelgase (Handbuch der anorganischen Chemie herausgegeben von Dr. R. Abegg, Dr. Fr. Auerbach und Dr. I. Koppel, IV. dritte Abt. erster Teil/522 blz., 232 tabellen, 50 fig. — S. Hirzel Leipzig 1928. Prijs R.M. 45 geb. R.M. 48.50.

Sinds de ontdekking der zeldzame atmosferische gassen in het eind der vorige eeuw, waren deze, voor zoover mij bekend is, slechts éénmaal in eene uitvoerige monographie behandeld en wel door W. Ramsay en G. Rudorf in hun in 1918 verschenen werk „Die Edelgase”, Band II van het „Handbuch der Allgemeinen Chemie”. Uit den aard der zaak is dit destijds voortreffelijke boek thans sterk verouderd zoodat het werk van Dr. Rabinowitsch inderdaad in eene leemte voorziet. De schrijver heeft de kunst verstaan in een betrekkelijk klein bestek (het boek bevat ruim 500 bladzijden) alles saam te vatten en te bespreken water tot dusver over de zeldzame gassen geschreven is. De hoofdindeeling is als volgt: voorkomen, bereiding en toepassing; kerneigenschappen; atomaire eigenschappen; moleculaire eigenschappen.

Aan de bespreking van isotopen, kernstructuur, radioactieve verschijnselen, spectra, ontladingsverschijnselen enz. zijn ruim 170 bladzijden gewijd en hieraan ontleent het werk voor een deel zijn waarde. Talrijk zijn de tabellen van physische constanten en bijzondere zorg is besteed aan de literatuuropgave, die, zooals de schrijver opmerkt, als vrijwel volledig mag worden beschouwd; zij bevat dan ook niet minder dan 1468 verhandelingen.

Ik meen dat dit boek aan allen, die zich op eenigerlei wijze met de studie der zeldzame gasen bezig houden, groote diensten zal kunnen bewijzen.

C. A. C.

R. H. Fowler. Statistical Mechanics. The Theory of the Properties of Matter in Equilibrium. — Cambridge. University Press. 1929. 570 pag.

De titel van dit boek van F o w l e r herinnert natuurlijk dadelijk aan het magistrale werk van G i b b s. Het vormt er dan ook een aanvulling en voortzetting van. Het boek van G i b b s heeft een zeer eng omschreven doel: het geeft formeel de afleiding van de thermodynamische formules uit statistisch mechanische principes. Maar iedere toepassing op speciale vraagstukken van de warmteleer is vermeden. Bovendien heeft het alleen betrekking op systemen met eindig aantal graden van vrijheid en waarvoor de klassieke mechanica (waarvoor alleen de wet van L i o u v i l l e in aanmerking komt) wordt gedacht te gelden. In beide opzichten treedt het boek van F o w l e r aanvullend op: toepassingen der statistische theorie op soortelijke warmten, toestandsvergelijking, verdunde oplossingen, dielectrische polarisatie, para- en diamagnetisme etc. worden erin behandeld. Bovendien laat F o w l e r de beperking tot een eindig aantal graden van vrijheid vallen door stralingsverschijnselen, en de beperking tot klassieke mechanica door quantentheoretische vraagstukken in zijn beschouwingen op te nemen.

In dit laatste zit m.i. de groote waarde van het boek. De toepassing van statistische methoden op quantentheoretische vraagstukken is er zeer goed in uiteengezet en de vele litteratuurverwijzingen dragen ertoe bij, dat het boek met groot voordeel gebruikt kan worden door degenen die deze vraagstukken willen bestudeeren.

Niet zoo goed geslaagd komt mij voor het gedeelte, waarin de oudere „klassieke” problemen worden uiteengezet. Deze problemen schijnt F o w l e r wat te licht geteld te hebben, en hij schijnt niet altijd de aandacht aan de details te hebben gegeven, die zij verdienden. Als voorbeeld wil ik de dampspanningsvermindering boven oplossingen van niet vluchtige stoffen bespreken (§ 13,21 pag. 308 en volgende) ofschoon er meer te noemen zou zijn. F o w l e r doet hier alsof de opgeloste stof en het oplosmiddel geen enkele kracht op elkander uitoefenen. Hij schrijft een ψ op voor de oplossing, die bestaat uit twee termen: één voor het zuivere oplosmiddel, waarin *niets* gewijzigd wordt door de aanwezigheid der opgeloste stof, en één voor de opgeloste stof, waarbij hij echter alleen opgeloste stof in de vloeistofphase en niet in de dampphase aanneemt. Die opgeloste stof zou niet in die phase blijven indien er geen wisselwerkingskrachten tusschen de twee componenten bestonden. Inderdaad is de toestand, zooals F o w l e r zich die denkt, geen evenwicht en wanneer hij de evenwichtsvoorwaarde: $\psi = \text{minimum}$ had getoetst door het volume van de vloeistofphase en de hoeveelheid oplosmiddel in die phase onafhankelijk van elkaar te laten variëeren dan zou hij niet $p_I = p_{II}$ en $\mu_I = \mu_{II}$ gevonden hebben, zooals bij evenwicht het geval zou moeten zijn. Inderdaad varieert hij beide grootheden tegelijk, waarbij hij het verband $\delta V_{el} = V_{el} \delta N/N$ legt (N = aantal moleculen oplosmiddel in

de vloeistofphase) en . . . krijgt hierbij de goede uitkomst, die m.i. echter door zijn betoog niet juist bewezen is.

Ten slotte zij opgemerkt, dat het boek van F o w l e r een groote eenheid en consequentie van methode vertoont. Voor het aantal mogelijke configuraties bij gegeven energie wordt een „partition function” afgeleid, waaruit dan verder alles volgt. Zoo zit alles uitstekend „in elkaar” en is het gemakkelijk een overzicht te verkrijgen. Toch komt de methode van G i b b s mij verkieslijker voor zoowel wat elegantie en doorzichtigheid, als wat logica en bewijskracht aangaat.

J. D. v. d. Waals Jr.

Müller-Pouillet's. Lehrbuch der Physik. 11. Auflage 1e Band, 3ter Teil. Akustik, Bearbeitet von E. Waetzmann, 484 blz., 393 fig. — Vieweg & Sohn, Braunschweig 1929. Prijs R.M. 29. — geb. R.M. 32. —

Na een tijd van „erstaunlich grosse Interesselosigkeit” is de acoustiek, te beginnen met de oorlogsjaren, weer in de belangstelling van physici en technici gekomen. Daarbij is tegenover de voor-oorlogsche stand van onze kennis zooveel veranderd en zijn vooral de meetmethoden zooveel verbeterd, dat het hoog tijd werd, dit hoofdstuk uit M ü l l e r - P o u i l l e t s leerboek eens te herzien. Het resultaat van deze nieuwe bewerking is, dat ondanks het feit, dat allerlei verouderde zaken zijn weggelaten, toch de omvang verdubbeld is, vergeleken bij de vorige uitgave (1905). Dit komt wel in hoofdzaak, doordat men er naar gestreefd heeft, een volledig beeld te geven van de huidige stand, niet alleen van de eigenlijke physische acoustiek, waaraan na de vorige druk niet meer zooveel is veranderd, maar ook van de aangrenzende gebieden der electro-acoustiek, de physiologische acoustiek en de muzikleer, welke drie gebieden juist enorme vooruitgang laten aanwijken. Er mogen hier eenige onderwerpen genoemd worden, die tot deze drie gebieden behooren en die nieuw zijn tegenover de vorige uitgave.

Tot het gebied van de electro-acoustiek behoort in de eerste plaats de behandeling van luidsprekers, microphoons, onderwaterzenders, verder ook het overzicht van de geluidsverwekking door middel van het piezo-electrisch effect van kwartskristallen, de ultrahoorbare frequenties, bekend om de proeven, die W o o d hiermee heeft genomen; in de derde plaats de uiteenzetting van de principes van de „aethermuziek” en van de toongeneratoren. Verder is de geheele moderne acoustische meettechniek in wezen een electriche. Ten slotte behoort ook de behandeling van de hoorns tot het gebied der electro-acoustiek. Ofschoon bij de hoorns in het geheel geen electriciteit te pas komt, b.v. de megaphoon, is de behandelingswijze zoo volkomen gebaseerd op electrotechnische methoden, wat al tot uiting komt in het door de Amerikanen ingevoerde begrip acoustische impedantie, dat de hoorns met volle recht als een onderwerp der electro-acoustiek mogen beschouwd worden.

Nieuwe onderwerpen van physiologische en psychologische aard, die behandeld worden, zijn het richtingshooren, de sonometrie (meting der luidheid), het begrip volheid van de toon (S t u m p f). Verder wordt een exposé gegeven van de physiologische kwesties, die onderzocht zijn in het laboratorium van de Western Electric Comp te New York, o.a. een nader onderzoek

van de wet van Weber-Fechner, luidheid van toonmengsels, spraakhelderheid als functie van het gebruikte frequentiegebied.

Wat betreft de muzikale acoustiek wordt veel aandacht geschonken aan de muziekinstrumenten, m.i. wel wat al te veel. Daarnaast is echter het hoofdstuk over bouw- en ruimteacoustiek zeer geslaagd. Ik beschouw dit ondanks zijn korthed als het beste overzicht, dat tot nu toe over zaalacoustiek is verschenen.

Natuurlijk zijn bij een zoo omvangrijk werk hier en daar wel eenige op- en aanmerkingen te maken. Het geheel is echter zoodanig, dat het de vergelijking met andere beschikbare handboeken over de acoustiek zeer goed zal doorstaan.

C. Z.

A. Schmauss und A. Wigand, Die Atmosphäre als Kolloid, 74 blz., 10 afb. —

Sammlung Vieweg, Heft 96. Vieweg, Braunschweig. 1929. Prijs R.M. 4.80.

De pakkende titel van dit werkje doet wel iets meer verwachten dan men er in vindt, maar de schrijvers slagen er toch in, vele parallellen aan te wijzen tusschen de eigenschappen van kolloidaal opgeloste stoffen en de in de atmosfeer gesuspenderde deeltjes, de fijnste waterdruppeltjes en de kernen waarop deze in het algemeen condenseeren. Aan den anderen kant maakt de substitutie van lucht als „oplosmiddel” in plaats van water of een andere vloeistof het onmogelijk, wetten uit de kolloid-chemie of physica rechtstreeks op de atmosfeer toe te passen, en het boek moet dan ook eerder als een aansporing worden beschouwd voor de kolloid-onderzoekers, hun aandacht ook eens aan de atmosfeer te wijden.

De analogie met kolloiden berust in de eerste plaats op de eigenschap der elk oogenblik in de lucht opnieuw gevormde moleculaire ionen, dadelijk lucht- en waterdeeltjes aan te trekken — naar hun afmetingen en bewegelijkheid te oordeelen 6—9 moleculen. Het zijn deze deeltjes met een gemiddelden levensduur van 30 seconden, die bij sterke oververzadiging der lucht naar Wilson den waterdamp ook bij afwezigheid van andere kernen tot condensatie brengen. In normale gevallen geschiedt de condensatie op veel grootere ionen, die een vast of vloeibaar neutraal deeltje van grooter afmeting aan zich gebonden hebben — maar alleen dan, wanneer zij chemisch of hygroscopisch werkzaam zijn, stof als zoodanig geeft geen condensatie, Aitken's stofteller is eigenlijk een kernenteller.

Er komen dus in de atmosfeer kolloidaal gesuspenderde deeltjes voor van veranderlijke grootte, die water op zich kunnen condenseeren en die daardoor een veranderlijke, maar bijna altijd nog kleine valsnelheid hebben, zoo klein, dat de geringste stijgende beweging of zelfs alleen maar turbulentie voldoende is, om de daling te beletten. Dit voert tot aardige conclusies omtrent het verband tusschen de bekende „wolkenverdiepingen” en kernen. De inversielagen zijn turbulentievrij, en laten dus de kernen tot hun basis dalen, en wolken zijn dus vooral aan de basis te verwachten, d.i. aan de bovengrens der troposfeer (Cirrus) en verder in het A. Cu. en St. Cu. niveau.

Belangrijke beschouwingen volgen dan over de rol van het uit de zee meegevoerde zout als condensatiemiddel. Het blijkt dat aan de grens water-lucht in de druppeltjes dubbellen ontstaan, beide nog in het water liggend, en

dat naar den ouderdom der druppeltjes de concentratie in de oppervlakte laag verandert, tot een stabiele toestand is ontstaan, waarbij de druppel niet gemakkelijk van grootte verandert.

De wijze, waarop ten slotte de wolkenelementen gaan samenvloeien en regen ontstaat, is nog niet geheel opgelost. Zoowel uit onderzoekingen van Defant als van Köhler schijnt te volgen, dat druppels vanaf een zekere elementaire grootte telkens verdubbelen. Köhler heeft daarbij zoowel verschil tusschen winter en zomer als invloed van wind boven bepaalde sterkte gevonden. Maar wat in vele gevallen de samenvloeiing inleidt staat niet vast, en proeven over den invloed van electricische krachten en dergelijke schijnen zeer gewenscht.

Dit alles voert tot het inzicht, dat naast de meer physische, speciaal thermodynamische processen, waaruit men gaarne voor de praktijk neerslagberekeningen zou maken, andere processen een rol spelen die Schmauss doen meenen, dat voorloopig de „verwachtingen” nog de plaats dier berekeningen zullen moeten blijven innemen. Het boek sluit met eenige voorbeelden van wolkenvorming door vliegtuigen en door schoorsteenrook, en een beroep op kolloïd-onderzoekers. Uitvoerige literatuur-opgaven, onderwerp- en auteursregisters verhoogen de waarde van het boekje. v. E.

Institut International de Chimie Solvay, troisième Conseil de Chimie, tenu à Bruxelles du 12 au 18 Avril 1928. Rapports et Discussions sur des questions d'actualité, 562 blz. — Gauthier-Villars et Cie, Paris. 1928. Prix frs. 70.

Het Institut international de Chimie Solvay organiseert telkens, wanneer het Comité scientifique den tijd gekomen acht, een z.g. Conseil de Chimie, ter bespreking van belangrijke chemische problemen. Het genoemde Comité kiest de te bespreken onderwerpen en adviseert, wie tot deelneming zullen worden uitgenoodigd. De statuten beperken het aantal deelnemers tot hoogstens 25 personen.

De president van den Conseil de Chimie verzoekt eenige leden als rapporteurs op te treden. De rapporten dienen als basis voor de discussies.

De rapporten en discussies worden in het Fransch gepubliceerd.

De eerste Conseil de Chimie werd gehouden in April 1922. De behandelde onderwerpen waren:

1) Isotopie et radioactivité, 2) Structure moléculaire et rayons x, 3) Structure moléculaire et activité optique, 4) La valence, 5) La mobilité chimique.

In 1925 verscheen bij Gauthier Villars et Cie: Rapports et discussions du premier Conseil de Chimie; 336 p., 40 fr.

In April 1926 kwam de tweede Conseil de Chimie te zamen. Structure et activité chimiques, de gezamenlijke rapporten en discussies, verscheen in 1926; 672 p., 110 fr.

Een derde Conseil werd gehouden in April 1928 en nog in hetzelfde jaar verschenen de boven aangehaalde verhandelingen.

Deelnemers waren in 1928 de leden van het Comité scientifique: Sir William Pope, president, E. Briner, J. Duclaux, F. M. Jaeger, A. Job, J. Perrin, F. Swarts en H. Wuyts, secre-

taris; verder als genoodigden: A. Berthoud, J. Boeseken, J. N. Brönsted, F. G. Donnan, P. Girard, V. Grignard, P. Karrer, T. M. Lowry, Ch. Moureu, W. Mund, M. Padoa, Amé Pictet, Slater Price, E. K. Rideal, N. V. Sidgwick, G. Urbain, P. Walden, G. Chavanne, O. Dony-Hénault, J. Timmermans en A. Pinkus en als toehoorders: C. S. Gibson, Ed. Herzen, Flamache en J. Bigwood.

Een tiental rapporten, welke tevoren aan de deelnemers waren toegezonden, werden achtereenvolgens onderwerp van discussie, nadat telkens de betrokken rapporteur de voornaamste punten naar voren had gebracht.

Een opsomming van wat behandeld werd moge volstaan om belangstellenden te doen weten, of er iets van hun gading bij is. De namen der rapporteurs en der deelnemers zullen den terzake kundigen voldoende uitsluitsel geven over de waarde van de verhandelingen.

- 1) E. K. Rideal: Actions chimiques dans la décharge électrique; 32 p., discussie 15 p.
- 2) W. Mund: Les formes actives des éléments; 54 p., discussie 14 p.
- 3) A. Berthoud: La sensibilisation photochimique; 51 p., discussie 22 p.
- 4) E. Slater Price: La sensibilité photographique; 39 p., discussie 10 p.
- 5) F. G. Donnan: Théorie thermodynamique de quelques équilibres au contact de membranes semi-perméables; 15 p., discussie 3 p.
- 6) P. Girard: La perméabilité sélective des membranes; ses effets physiques et chimiques; 39 p., discussie 10 p.
- 7) G. Urbain: Les valences chimiques; 41 p., discussie 39 p.
- 8) N. V. Sidgwick: Valence variable; 16 p., discussie 26 p.
- 9) P. Walden: Radicaux libres et corps non saturés; 93 p., discussie 9 p.
- 10) P. Karrer: Recherches sur les hydrates de carbone complexes; 21 p., discussie 7 p.

De prijs van het lijvige boek mag zeker laag genoemd worden.

J. M. v. D. Z.

MEDEDEELING

2DE STUDIE-COMMISSIE DER NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING

Ten vorigen jare verscheen het bekende „Rapport-Fokker” over het Onderwijs in de Natuurkunde aan Gymnasia, Hoogere Burgerscholen (B) en Lycea, alle scholen, die o.m. opleiding beoogen voor de toekomstige studenten der natuurphilosophische en medische faculteiten van onze Hoogescholen.

Tijdens de bespreking van dit rapport werd in de vergadering der Ned.

Natuurk. Ver. de wenschelijkheid geuit om ook het natuurkundeonderwijs op andere groepen van middelbare scholen te bestudeeren. In de eerste plaats komen in aanmerking de economische Hoogere Burgerscholen, wier belang en aantal snel toeneemt. Het eindonderwijs, dat hier gegeven wordt, stelt geheel aparte eischen.

Na overleg met den Heer Inspecteur van het Handelsonderwijs, die zich met doel en samenstelling eener Commissie ad hoc geheel kon vereenigen, zijn door het bestuur der Ned. Natuurk. Ver. de volgende heeren benoemd tot lid der nieuwe Studiecommissie:

Voorzitter: Prof. Dr. H. A. Kramers, Utrecht.

Secretaris: Drs. A. Keesing, Amsterdam (W), 2de Const. Huygensstr. No. 50.

Ir. W. H. Koster van Groos, Leeuwarden.

Dr. H. Slijper, Utrecht.

Drs. L. Trijtel, Enschedé, en

Dr. P. G. v. d. Vliet, Hilversum,

terwijl de Heer Dr. S. Elzinga de vergaderingen als belangstellende bijwoont.

De Commissie ontveinst zich niet, dat haar taak een moeilijke is. Niet alleen is het aantal natuurkunde-uren, op de roosters der diverse scholen uitgetrokken, sterk uiteenlopend, maar bovendien is de leerstof allerm minst gestandaardiseerd. Bij de groote verscheidenheid, die hier heerscht kan slechts de samenwerking en ervaring van vele, zoo niet alle, collega's leiden tot een rapport, dat inderdaad een toekomstige leiddraad zou kunnen zijn.

De Commissie hoopt dan ook ten zeerste op steun en advies van belangstellenden in het algemeen en van de Natuurkunde-docenten in het bijzonder.

STRIKVRAGEN

Het antwoord op vraag XLIV: *Een lichtpunt op grooten afstand wordt in het brandpunt van een lens afgebeeld. Bedekt men de helft van de lens dan wordt de amplitude in het beeldpunt op de helft teruggebracht, dus de intensiteit op een vierde. Toch zegt ons natuurlijk gevoel dat de intensiteit slechts op $\frac{1}{2}$ gedaald is. Vanwaar deze tegenspraak?* luidt als volgt: Wat hier over de amplitude gezegd wordt is inderdaad juist voor het centrum van het „buigings-schijfje”. Daar wordt de intensiteit ook vier maal kleiner; tegelijk wordt dit schijfje echter vergroot, en wel juist zoo, dat de oppervlakte-integraal van de intensiteit over het schijfje niet op een vierde, maar op de helft daalt.

OVER DE EXPERIMENTEELE BASIS, WAAROP DE INTERNATIONALE TEMPERATUURSCHAAL BERUST, VOOR ZOOVER HET LAGE TEMPERATUREN BETREFT

door W. H. KEESOM ¹⁾

(Supplement No. 67b bij de Mededeelingen uit het Natuurkundig Laboratorium te Leiden)

Summary.

It follows from an analysis of the experimental data which underly the definition of the international temperature scale for low temperatures that it is not to be considered as certain that that scale is reproducible with an accuracy of 0.02 degree, and that the agreement of it with the thermodynamic scale can only be considered as ascertained with an accuracy of 0.04 degrees. Moreover it should be borne in mind that this agreement depends almost entirely on H e n n i n g's Avogadro-scale of 1913, whereas there is some evidence of that scale not agreeing completely with the Leiden Avogadro-scale. In this state of affairs the Leiden cryogenic laboratory does not find liberty to accept the international temperature scale as a basis for its temperature measurements, which it esteems to correspond to the thermodynamic scale with an accuracy of 0.02 degrees.

§ 1. De 7e Conférence Générale des Poids et Mesures, gehouden te Parijs in 1927, heeft eene resolutie aangenomen, waarvan de bedoeling is voor het gebied van temperaturen van -190° tot boven 3400° C. eene temperatuurschaal vast te leggen. Deze temperatuurschaal wordt de internationale temperatuurschaal genoemd.

Het voorstel tot het aannemen dezer resolutie ging uit van het Bureau of Standards te Washington, het National Physical Laboratory te Teddington en de Physikalisch Technische Reichsanstalt, die daarbij, zooals de inleiding van het besluit vermeldt, wat betreft de lage temperaturen overleg hadden gepleegd met het Cryogeen Laboratorium te Leiden ²⁾.

1) De conclusies dezer mededeeling zijn voorgedragen in de vergadering der Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging, op 1 Juni 1929.

2) Nederland was op de genoemde conferentie niet vertegenwoordigd, wjl het nog niet tot de Convention du Mètre was toegetreden.

De internationale temperatuurschaal is in de eerste plaats bedoeld als grondslag voor de ijking van temperatuur-meetinstrumenten door de genoemde staatslaboratoria. Deze laboratoria zullen haar intusschen tot nadere kennisgeving ook bij hun wetenschappelijk onderzoek aan de temperatuurmeting ten grondslag leggen, en bevelen anderen wetenschappelijken onderzoekers aan hetzelfde te doen.

Het is dus voor een laboratorium, waarin men zich bezig houdt met onderzoekingen, waarbij het op nauwkeurige temperatuurmetingen aankomt, noodig, dat het zijn standpunt ten opzichte van deze aanbeveling bepaalt. Wij willen daartoe nagaan, op welke experimenteele grondslagen de internationale temperatuurschaal berust. Daarbij zullen we in deze mededeeling ons beperken tot datgene, wat voor het meten van lage temperaturen noodig is.

§ 2. *De internationale temperatuurschaal, voor zoover van belang voor de lage temperaturen.*

De internationale temperatuurschaal is bedoeld als de beste praktische verwerkelijking op dit oogenblik van de ideale temperatuurschaal. Zij is gebaseerd op een aantal vaste en reproduceerbare evenwichtstemperaturen, en op de aanwijzingen van interpolatieinstrumenten, gecalibreerd bij die vaste temperaturen (basispunten).

Voor ons gebied van belang zijn als zoodanig ¹⁾:

Basispunten	°C.
het zuurstofpunt	— 182.97 ²⁾
„ ijspunt	0.000
„ stoompunt	100.000
„ zwavelpunt	444.60

a. Van het ijspunt tot 660° C. wordt de temperatuur t afgeleid uit den weerstand R_t van een standaardplatinathermometer door middel van de formule:

$$R_t = R_0 (1 + At + Bt^2). \quad (1)$$

1) Voor de voorschriften ter verwerkelijking dier basispunten en andere bijzonderheden, zie: Comptes Rendus de la Septième Conférence Générale des Poids et Mesures, p. 94.

2) Deze waarde werd gekozen om (gedeeltelijk) tegemoet te komen aan de bezwaren, die het Cryogeen Laboratorium had geopperd tegen het oorspronkelijk voorgestelde getal — 183.00.

R_0 , A en B worden gevonden uit calibraties bij het ijspunt, het stoompunt en het zwavelpunt.

Het platina van den platinathermometer moet voldoen aan den eisch, dat voor $t = 100^\circ$, R_t/R_0 niet kleiner is dan 1.390, en dat voor $t = 444.6^\circ$, R_t/R_0 niet kleiner is dan 2.465.

b. Van -190° tot het ijspunt wordt t afgeleid door middel van de formule:

$$R_t = R_0 \{1 + At + Bt^2 + C(t - 100)^3\}. \quad (2)$$

R_0 , A en B worden bepaald als onder a is vastgesteld. De toegevoegde constante C wordt afgeleid uit eene calibratie bij het zuurstofpunt.

De beneden 0° C. te gebruiken standaardthermometer moet behalve aan de voorwaarden genoemd onder a voldoen aan:

$$R_t/R_0 \text{ kleiner dan } 0.250 \text{ voor } t = -183^\circ.$$

Een aantal secundaire vaste punten kunnen gebruikt worden voor de calibratie van secundaire thermometers. Zoo beneden 0° C.:

$$\begin{array}{ll} \text{het sublimatiepunt van } CO_2 & -78.5^\circ \text{ C.} \\ \text{„ stolpunt van kwik} & -38.87 \text{ „} \end{array}$$

§ 3. *Eischen welke men aan de temperatuurschaal moet stellen.*

Het is duidelijk, dat men aan de temperatuurschaal, waarop men nauwkeurige temperatuurmetingen wil baseeren, de volgende twee eischen moet stellen.

a. De temperatuurschaal moet met den graad van nauwkeurigheid, dien de oogenblikkelijke stand van de meettechniek toelaat, reproduceerbaar zijn. Voor de in § 2 gedefinieerde internationale temperatuurschaal wil dit dus zeggen, dat twee platinathermometers, die aan de voorgeschreven eischen voldoen, en volgens de gegeven voorschriften gecalibreerd zijn, op eene zelfde temperatuur gebracht met den graad van nauwkeurigheid, die bereikbaar is, dezelfde aanwijzing moeten geven.

b. De temperatuurschaal moet met den graad van nauwkeurigheid, die experimenteel bereikbaar is, samenvallen met de ideale thermodynamische temperatuurschaal, subsidiair moeten de afwijkingen, die de internationale temperatuurschaal vertoont van

de ideale thermodynamische temperatuurschaal, zoo nauwkeurig als oogenblikkelijk bereikbaar is, bekend zijn.

Hierbij valt nader op te merken, dat de onder *a* gestelde eisch van *reproduceerbaarheid* is eene conditio sine qua non. Wat dien sub *b* betreft — we zullen korthedshalve in het vervolg dezen eisch noemen dien van *aansluiting* — zou men eventueel als voorloopige maatregel dezen eisch kunnen laten vervallen en zich tevreden kunnen stellen met een bepaalde reproduceerbare schaal, en het bepalen van de afwijkingen dier schaal van de thermodynamische aan het verder onderzoek kunnen overlaten. Het standpunt, hetwelk men betreffende dit punt zal innemen, zal intusschen geheel anders zijn, indien er eene andere temperatuurschaal bestaat, die wel aan den sub *b* gestelden eisch voldoet.

§ 4. *Richtlijnen voor de toetsing der internationale temperatuurschaal.* Het onderzoek of de internationale temperatuurschaal aan de in § 3 genoemde eischen van reproduceerbaarheid en van aansluiting voldoet zal blijkbaar als volgt moeten geschieden:

eerst zullen de schalen van eenige platinathermometers, die aan de gestelde eischen voldoen, moeten worden vastgelegd door meting op de voorgeschreven wijze van den weerstand bij de vier basispunten en berekening van de constanten *A*, *B* en *C*;

daarna zullen:

a. die thermometers bij een aantal temperaturen, regelmatig over het gebied van 0° C. tot -190° C. verdeeld, onderling moeten vergeleken worden;

b. tenminste een dier thermometers bij een aantal temperaturen regelmatig over het gebied van 0° C. tot -190° C. verdeeld, met een gasthermometer moeten worden vergeleken, waarbij natuurlijk op de reductie van de gasthermometerschaal tot de thermodynamische schaal moet gelet worden.

Een volgens die beginselen uitgevoerd en volledig onderzoek is nog niet geschied. Een zoodanig onderzoek wordt te Leiden voorbereid.

Slechts is een onderzoek betreffende de reproduceerbaarheid als genoemd sub *a* verricht aan 3 thermometers van het Bureau of Standards (zie § 9a), waarvan één niet aan de voorgeschreven eischen (zie § 2a) voldoet.

De andere onderzoekingen in deze richting wijken alle in een of

meer essentiële punten af van de hierboven genoemde richtlijnen, volgens welke een consequente toetsing van de internationale temperatuurschaal zou moeten geleid worden. Zij zijn dus alle als min of meer indirecte toetsingen te beschouwen.

§ 5. *De experimenteele grondslagen, waarop de internationale temperatuurschaal berust.* Het voor het beschouwde gebied der lage temperaturen gegeven voorschrift berust op eene in het Bureau of Standards verrichte studie van Van Dusen (1)¹⁾.

Deze studie heeft betrekking op:

3 platina-thermometers, onderzocht in het Bureau of Standards, welke we verder zullen noemen de Amerikaansche thermometers; en

8 platina-thermometers onderzocht in de Physikalisch Technische Reichsanstalt, verder genoemd de Duitsche thermometers.

We zullen in de volgende §§ deze studie aan eene nauwgezette analyse trachten te onderwerpen.

§ 6. *De door Van Dusen gebruikte notatie.* Van Dusen (1) schrijft verg. (2) in den volgenden vorm:

$$t = \frac{r-1}{\alpha} + \delta \left(\frac{t}{100} - 1 \right) \frac{t}{100} + \beta \left(\frac{t}{100} - 1 \right) \frac{t^2}{100^2}, \quad (3)$$

waarin r voor R_t/R_0 in de plaats is gesteld. We zullen verder in deze mededeeling deze notatie volgen. Daarin is:

α de temperatuurcoëfficiënt tusschen 0° en 100° C.,

δ de reeds door Callendar ingevoerde constante (Callendar-constante),

β eene door Van Dusen nieuw ingevoerde constante (Van-Dusen-constante).

§ 7. *Beschrijving der platina-thermometers.*

a. De Amerikaansche thermometers.

Deze worden aangeduid als C_{28} , C_{22} en C .

Zij bestaan alle drie uit een platinadraad op mica gewonden, en zijn van het zoogenaamde „strain-free type”, d. w. z. dusdanig ge-

1) De tusschen () geplaatste verwijzingen hebben betrekking op het litteratuuroverzicht geplaatst aan het slot van deze mededeeling.

wonden, gelijk in de specificaties voor de vastlegging van de internationale temperatuurschaal is voorgeschreven, dat de draad aan een minimum van mechanische spanningen is onderworpen.

C_{28} : de platinadraad-spiraal is 4.5 cm lang; de glazen beschermingsbuis is inwendig 5, uitwendig 7 mm.

C_{22} : platinadraad-spiraal 8 cm, beschermingsbuis inwendig 8, uitwendig 10 mm.

Zij worden beschreven in Mueller en Burgess (1), photo's van C_{22} in Sligh (1). Zij worden nog genoemd in Wilhelm (1), waar vermeld wordt, dat zij in 1915 vervaardigd zijn door H. K. Griffin, „of this Bureau”.

Van C is mij geen beschrijving bekend.

b. De Duitse thermometers.

Deze worden aangeduid als Pt. Nrs. 1, 7, 27, 28, 29, 30, 31 en 32.

Pt. 1. Zie Holborn (1). Is vervaardigd door de Cambridge Scientific Instr. Cy. Beschuttingsbuis van porcelein 7 mm wijd.

Pt. 7. Zie Holborn en Henning (1), p. 770, Henning (1), p. 657, ongeveer 1901 gewikkeld uit platina van Heraeus, is sedert 1902 bij de P. T. R. in gebruik. Draad van 0.1 mm diameter.

Pt. Nrs. 27 en 28, zie Henning (1), p. 657. Vervaardigd ongeveer 1911, bestaan elk uit een 25 cm lange lus van platina-draad, die door glazen buisjes geïsoleerd en ter beschutting tegen beschadiging in een nauwe glazen buis gestoken werd.

Pt. Nrs. 29, 30, 31 en 32, zie Henning (1), p. 647. Worden aldaar als nieuw vervaardigd (1913) aangegeven, platinadraad 0.05 mm, op glimmerkruis lang 5 cm. Alle vier de thermometers zijn beschermd door een glazen buis; die van Nrs. 29 en 30 zijn beneden open.

§ 8. *Calibraties der platina-thermometers bij de basispunten.*

a. De Amerikaansche thermometers.

1. De ijs- en stoompunten.

Voor C_{28} en C_{22} zie Mueller en Burgess (1).

Metingen zijn geschied op verschillende data van Juli 1915—Juni 1916. De thermometers zijn zeer constant.

C_{28} : het ijspunt is constant tot op 0.003° ,

het fundamentele interval ($R_{100} - R_0$) is constant tot op 0.002° ;

C_{22} : ijspunt: in Mei en Juni 1916 niet verklaarde afwijkingen, van Febr.—April constant tot op 0.004° ; fundamenteele interval constant tot op 0.006° .

Uit deze metingen volgt:

$$\alpha : C_{28}: 3.9159 \times 10^{-3}$$

C_{22} : 3.9094 „ . V a n D u s e n (1) geeft in plaats hiervan op 3.9090 (verschil van 0.01 graad in het fundamenteele interval).

Over C geen nadere gegevens, dan de opgave van V a n D u s e n (1): $\alpha \cdot 10^3 = 3.8984$. Hieruit blijkt, dat C strikt genomen niet aan den eisch genoemd in § 2 onder a voldoet.

2. Het zwavelpunt.

M u e l l e r e n B u r g e s s (1): Met C_{28} zijn verricht een groot aantal metingen van het kookpunt van zwavel met verschillende stralingsschermen, verschillende kooktoestellen. Met C_{22} is onderzocht de betrekking tusschen kooktemperatuur van zwavel en druk. De voor het zwavelpunt geaccepteerde waarden van den weerstand worden niet opgegeven. In W i l h e l m (1) wordt aangegeven, dat C_{28} en C_{22} bij 0° , 100° en het zwavelpunt (444.6° bij normalen druk) zijn gecalibreerd. Resultaten:

	R_0	$\cdot 10^3 \alpha$	δ
C_{28}	2.5373	3.9160	1.496
C_{22}	25.5474	3.9094	1.495

Betreffende C geen nadere gegevens dan de opgave van V a n D u s e n (1) betreffende δ vermeld onder 3.

3. Het zuurstofpunt.

C_{28} , C_{22} en C zijn vergeleken met een zuurstofdampspannings-thermometer in het Bureau of Standards in 1918, zie V a n D u s e n (1). Het zuurstofpunt is aangenomen op -183.00° . Hieruit volgen de waarden van β .

Op grond van deze calibraties neemt V a n D u s e n de volgende constanten aan:

	$\alpha \cdot 10^3$	δ	β
C_{28}	3.9159	1.496	0.1093
C_{22}	3.9090	1.496	0.1116
C	3.8984	1.499	0.1186

Uit deze gegevens vindt men voor de weerstanden bij het zuurstofpunt:

C_{28}	$r = 0.24563$
C_{22}	0.24679
C	0.24831

Neemt men het zuurstofpunt volgens § 2 op -182.97° , dan worden

	β
C_{28}	0.1123
C_{22}	0.1145
C	0.1216

b. De Duitse thermometers.

1. Ijs- en stoompunt:

Pt. 1. Holborn (1) p. 246: $\alpha \cdot 10^3 = 3.864$

Holborn en Henning (1) p. 770: 3.86244

Henning (1) p. 649 neemt 3.8624.

Pt. 7. Holborn en Henning (1) p. 770: 3.88739

Henning (1) p. 649 neemt 3.8874

Pt. 1 en Pt. 7 voldoen dus niet aan de eischen gesteld voor standaardthermometers (zie § 2 onder a).

Pt. 27 en 28: Henning (1) p. 649: Pt. 27: $\alpha \cdot 10^3 = 3.9131$
28 3.9132

Pt. 29, 30, 31 en 32: Henning (1) p. 649:

Pt. 29: $\alpha \cdot 10^3 = 3.9150$
30 3.9134
31 3.9143
32 3.9141

Henning en Heuse (1) p. 99 geven, tegelijk met nieuw gemeten temperatuurcoëfficiënten, als resultaten der bovengenoemde metingen van Henning (1913) op grond van eene (niet nader aangeduide) gewijzigde rekenwijze de volgende waarden voor $\alpha \cdot 10^3$:

	1913	1922/23
Pt. 29	3.9146	3.9148
30	3.9130	3.9129
31	3.9139	3.9141
32	3.9137	—

Het verschil van 0.0004 tusschen deze gewijzigde waarden van $\alpha \cdot 10^3$ en de vroegere beantwoordt aan een verschil van 0.01° in

het fundamenteele interval. Het brengt het verschil van 0.02° , hetwelk bestond tusschen het stolpunt van kwik volgens Henning (1) en volgens Wilhelm (1) terug tot 0.01° .

Van Dusen (1) neemt voor Pt. 29—32 de door Henning en Heuse (1) aangegeven waarden van $\alpha \cdot 10^3$. Voor Pt. 1, 7, 27 en 28 neemt hij de waarden van Henning (1) verminderd met 0.0004.

2. Bepaling van de Callendar-constante, aansluiting aan het zwavelpunt.

Pt. 1 en 7. Zie Holborn en Henning (1) p. 770. Er wordt niet duidelijk aangegeven, hoe hier de Callendar-constanten zijn bepaald. Vermoedelijk staat in *r.* 14 v.b. een drukfout en moet daar gelezen worden 24 in plaats van 25. Neemt men dit aan, dan zou daar gezegd worden: „de overige thermometers (hieronder bevinden zich Nrs. 1 en 7) zijn deels indirect door vergelijking met de weerstanden Nrs. 23 en 24 in het salpeterbad, deels direct aan den gasthermometer aangesloten”. Betreffende Nrs. 23 en 24 worden de gegevens, nl. resultaten van de vergelijking met verschillende gasthermometers bij temperaturen van 200° tot 450° C., medegedeeld in tabel 3 l.c. De waarden van δ (voor Nrs. 23 en 24) zijn daar berekend als gemiddelden uit de resultaten der verschillende vergelijkingen met de gasthermometers.

Aldus werd gevonden:

$$\begin{array}{ll} \text{Pt. 1} & \delta = 1.510 \\ 7 & 1.491^5. \end{array}$$

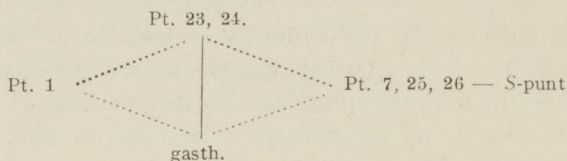
Voor Pt. 1 bestaat nog eene oudere, door Holborn en Henning (1) p. 773 als minder nauwkeurig aangeduide, bepaling van δ : Holborn (1), door vergelijking met een stikstofthermometer bij temperaturen van 298 tot 481° C. Deze had geleverd: $\delta = 1.515$.

De aansluiting van Pt. 7 aan het zwavelpunt wordt verkregen, doordat door Holborn en Henning (1) met Pt. 7 (samen met Pt. 25 en 26) het zwavelpunt is gemeten. Met Pt. 7 werd, met toepassing van de boven gevonden waarde van δ , voor het zwavelpunt gevonden: 444.50° (gewicht 1) en 440.53° (gewicht 5), gemiddeld dus: 440.53° C. Stelt men het zwavelpunt overeenkomstig § 2 op 440.60° C., dan zou worden $\delta = 1.495$. Dit zou eene kleine wijziging van β tengevolge hebben. De verschillen in de aanwijzing

van den thermometer tusschen 0° en -190° , die hiervan het gevolg zouden zijn, blijven echter beneden 0.005° , en komen dus niet in aanmerking.

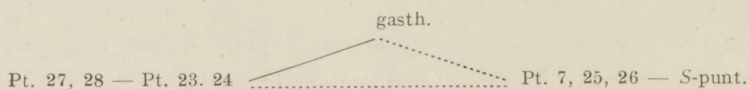
Men kan dus hierdoor Pt. 7 als direct bij het zwavelpunt gecalibreerd beschouwen.

De aansluiting van Pt. 1 aan het zwavelpunt loopt over Pt. 7, 25 en 26, terwijl de aansluiting tusschen Pt. 1 en Pt. 7, 25 en 26 via Pt. 23 en 24, of via den gasthermometer, of via genoemde platinathermometers en den gasthermometer verkregen is. Hier vertoont onze kennis eene bedenkelijke gaping. Pt. 7, 25 en 26 zijn direct aan het zwavelpunt aangesloten, Holborn en Henning (1) p. 771. Schematisch voorgesteld:



waarin de stippellijnen wijzen op onze onzekerheid aangaande het bestaan van de bedoelde aansluiting.

Pt. 27 en 28. Zie Henning (1) p. 657. De Callendar-constante werd bepaald door vergelijking met Nrs. 23 en 24 in het salpeterbad bij 450° C. De aansluiting van Nrs. 23 en 24 aan het zwavelpunt loopt over Pt. 7, 25 en 26 (zie boven) al of niet via den gasthermometer. Ook hier weer eene onzekerheid in onze kennis. Schematisch:



De waarden van δ zijn:

Pt. 27	$\delta = 1.491$
28	1.491.

Pt. 29, 30, 31, 32: Zie Henning (1) p. 648. De Callendar-constante werd bepaald door met ieder van hen het stolpunt van Zn te meten. Dit werd aangenomen op 419.40° C.

De aansluiting hiervan aan het zwavelpunt berust op de metingen van Holborn en Henning (1) met de thermometers Pt. 7,

25 en 26, met welke thermometers zoowel het zwavelpunt als het stolpunt van *Zn* zijn gemeten:

zwavelpunt: $444.51^{\circ} \text{ C.}$
 stolpunt *Zn*: $419.40^{\circ} \text{ C.}$

Schematisch:

Pt. 29, 30, 31, 32 — Stolp. *Zn* — Pt. 7, 25, 26 — S-punt.

De aldus bepaalde constanten zijn:

Pt. 29	$\delta = 1.484$
30	1.486
31	1.482
32	1.487

3. Het zuurstofpunt. Bepaling der *V a n D u s e n*-constante.

Pt. 1, 7, 27, 28. Hoe de β 's door *V a n D u s e n* (1) zijn berekend is niet duidelijk. Hij nam de volgende waarden van β :

Pt. 1	$\beta = 0.1234$
7	0.1037
27	0.1049
28	0.1034.

Daarmede berekende hij op grond van *H e n n i n g* (1) tab. 11 de volgende verschillen tusschen de aanwijzingen dier thermometers en die van Pt. 32 in graden:

<i>t</i>	Pt. 1	7	27	28
— 182.89	— 0.01	— 0.02		
— 182.86			+ 0.02	+ 0.02

Aldus wordt dus via Pt. 32 (zie beneden) aansluiting aan het zuurstofpunt verkregen.

Pt. 29, 30, 31, 32. De aansluiting aan het zuurstofpunt kan worden verkregen door:

de bepaling van het zuurstofpunt door *H e n n i n g* (2), met de thermometers Nrs. 29 en 30;

de bepaling van het zuurstofpunt door *H e n n i n g* en *H e u s e* (2), met dezelfde thermometers.

Men kan voor de genoemde thermometers de waarden van den weerstand bij het zuurstofpunt ontleenen:

a. aan de getallen medegedeeld in *H e n n i n g* (2);

b. aan de opgaven van de genoemde weerstanden volgens de metingen van 1914, gedaan in Henning en Heuse (2);

c. aan de resultaten der metingen van 1924, medegedeeld in Henning en Heuse (2).

Dit geeft:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
r_{29}	0.24613	0.24611	0.24610
r_{30}	0.24623	0.24623	0.24617

Hieraan beantwoorden verschillen in temperatuur:

Nr. 29: $a - c$: 0.007°

30: $a - c$: 0.014°.

Van Dusen (1) geeft:

voor Nr. 29: $\beta = 0.1091$, hetgeen beantwoordt aan $r_{29} = 0.24613$

30 0.1124 $r_{30} = 0.24618$

Blijkbaar zijn deze waarden van β niet uit de waarden van r voor het zuurstofpunt afgeleid.

Ditzelfde blijkt ook uit de waarden van β , die Van Dusen (1) geeft voor Nrs. 31 en 32. Voor deze thermometers zijn alleen beschikbaar de getallen, die Henning (2) mededeelt. Men vindt uit deze gegevens (hierboven genoemd onder *a*):

voor Pt. 31: $\beta = 0.1065$; Van Dusen: $\beta = 0.1055$

32: 0.1083; 0.1082

Het voor Nr. 31 optredend verschil beantwoordt aan 0.017°.

Daarentegen geven de door Van Dusen (1) aangenomen waarden van β bij het zuurstofpunt volkomen aansluiting van de platinathermometers aan den H_2 -thermometer van Henning (1) (gecorrigeerd als hierna nader vermeld), resp. aan den He -thermometer van Henning en Heuse (1). Dit blijkt uit het volgende uittreksel uit tabel II van Van Dusen (1):

t (thermod. sc.) — t (plat. therm.).

t Nr. 29	t Nr. 30	t Nr. 31	t Nr. 32
1914	1914	1914	1914
— 183.02 — 0.02	— 183.02 — 0.05	— 182.98 0.00	— 183.00 0.00
— 183.03 + 0.03	— 183.03 + 0.03		
— 183.04 + 0.02	— 183.04 + 0.01		
— 182.98 — 0.02	— 183.00 0.00		
1923	1923		
— 183.00 0.00	— 183.00 + 0.01		
gem. 0.002	gem. 0.000		

Het schijnt dus, dat Van Dusen β zoo gekozen heeft, dat de aansluiting aan den gasthermometer bij -183^0 zoo goed mogelijk is.

We komen dus tot de vraag: hoe sluit deze gasthermometer-schaal aan bij het zuurstofpunt?

We hebben hier te doen:

a. met de schaal van den waterstofthermometer van Henning (1). Hierbij valt op te merken, dat Van Dusen de opgaven van de temperaturen van Henning (1) gereduceerd heeft tot wat hij noemt de thermodynamische schaal. We komen hierop nader terug.

Het zuurstofpunt werd door Henning gemeten met Pt. 29 en 30. Hoewel niet duidelijk aangegeven, is vermoedelijk de berekening van de temperatuur als volgt geschied:

De weerstanden van Nr. 29 en 30 zijn met behulp van tab. 12 van Henning (1) omgerekend op weerstand van Nr. 32.

Uit tabel 9 van dezelfde mededeeling is dan de temperatuur afgeleid.

Tabel 12 is berekend met behulp van de formule

$$\Delta r = M(r - 1) + N(r - 1)^2. \quad (4)$$

M en N zijn berekend uit de twee fundamenteele temperatuur-coëfficiënten α en α' (nl. van Nr. 29, resp. 30 eenerzijds, en Nr. 32 anderzijds) en de constante c uit:

$$\Delta t_p = ct_p(t_p - 100). \quad (5)$$

Voor Nr. 29 is $c = 0$: dit volgt uit directe vergelijking tusschen Nr. 29 en Nr. 32 bij $t_p = -203, -193, -150, -108$ en -55 .

Voor Nr. 30 werd c berekend uit de directe vergelijking van Nr. 30 en Nr. 32 bij $t_p = -203$ en -193 .

Verder is de schaal van Nr. 32 (tab. 9) grafisch afgeleid uit de calibraties van Nrs. 29, 30, 31 en 32 met den waterstofthermometer, waarbij 30 en 31 tot 32 (= 29) herleid zijn op grond van verg. (5), en daarna met 32 en 29 tot een gemiddelde vereenigd.

Voor Nr. 31 werd daarbij c berekend uit directe vergelijking met Nr. 32 bij $t_p = -203$ en -193 , evenals dat voor Nr. 30 geschied was.

De waterstofthermometer (100 cm^3) had bij twee verschillende

vullingen een ijspuntsdruk van 822, resp. 740 mm. Voor den fundamenteelen spanningscoëfficiënt werd aangenomen 0.0036615 resp. 0.0036614.

De volgende stappen hebben dus gediend om de aansluiting tusschen de waterstof-schaal van H e n n i n g (1) en het zuurstofpunt tot stand te brengen.

aa. meting van het zuurstofpunt met Pt. 29 en 30, zie H e n n i n g (2) tab. I. Het zuurstofpunt werd met Pt. 30 0.02° hooger gevonden dan met Pt. 29. Aangenomen is het gemiddelde. We stellen de middelbare fout (m. f.) op 0.005° .

bb. Vergelijking van Nrs. 29 en 30 met de uit Nrs. 29, 32 en de tot 32 herleide 30 en 31 afgeleide gemiddelde en daarna grafisch vereffende schaal. Deze vergelijking volgt onmiddellijk uit kolommen 5 en 7 van tab. 7 H e n n i n g (1). De verschillen van de schaal van 29 resp. 30 met de grafisch vereffende gemiddelde schaal bedragen bij het zuurstofpunt:

Nr. 29: $+ 0.01, - 0.04, - 0.02, 0.00$, gem. $- 0.0125, \pm 0.011$
 Nr. 30: $+ 0.03, - 0.03, - 0.02, - 0.02$, gem. $- 0.01, \pm 0.014$

cc. Vergelijking van de grafisch vereffende gemiddelde schaal met den waterstofthermometer. Zie kolom 16 van tab. 7 H e n n i n g (1). Waterstofschaal — grafisch vereffende schaal bij het zuurstofpunt:

$- 0.02, + 0.03, + 0.02, 0.00, 0.00$, gem. $+ 0.006, \pm 0.009$.

Het hier onder *bb* en *cc* gezegde combineerend zou men vinden:

waterstofschaal — Nr. 29:	$+ 0.0185 \pm 0.014$
„ — Nr. 30:	$+ 0.016 \pm 0.017$
gem.	$+ 0.017 \pm 0.016^1)$

H e n n i n g laat de schalen van Nr. 29 en 30 samenvallen met de grafisch vereffende schaal en deze weer met de waterstofschaal. Aldus vindt H e n n i n g (2) voor het zuurstofpunt op de waterstofschaal:

1) Terloops zij hier geconstateerd, dat men, deze cijfers als reëel aannemende, uit H e n n i n g (2) zou afleiden voor het zuurstofpunt op de waterstofschaal — 182.99°C . Dit zou geven na herleiding tot de Avogadroschaal, vasthoudende aan de spanningscoëfficiënten van H e n n i n g (1): met de correctie ontleend aan de Leidsche metingen — 182.95°C ., met die ontleend aan metingen van H o l b o r n e n O t t o: — 182.96°C .

$$T = 90.093,$$

waarbij het ijspunt op $T = 273.10$ is genomen, dus

$$t = -183.007.$$

Hennig en Heuse (2) stellen het zuurstofpunt op -183.000 , en reduceeren de waterstofschaal van Hennig (1) tot deze door de temperaturen beneden -130° met 0.01° te verhoogen. Het zijn de aldus verkregen temperaturen, die door Van Dusen (1) worden aangenomen.

Daarmede is de waterstofschaal van Hennig (1) bij -183° met het zuurstofpunt -183.00 tot samenvallen gebracht. We zullen de aldus verkregen schaal noemen de „gecorrigeerde waterstofschaal van Hennig”. Het is aan deze gecorrigeerde waterstofschaal van Hennig, dat Van Dusen (1) door de door hem berekende waarden van β de thermometers Nrs. 29, 30, 31, en 32 heeft aangesloten.

Bedenken we, dat Nr. 29 en Nr. 30 aan de gecorrigeerde waterstofschaal van Hennig zijn aangesloten met eene m.f. die op ± 0.013 , resp. ± 0.017 , Nr. 31 en 32 met eene m.f. die op ± 0.026 gesteld kan worden, dan volgt, dat Nr. 29 en 30 langs dezen weg aan het zuurstofpunt ¹⁾ zijn aangesloten met eene m.f. ± 0.022 , Nr. 31 en 32 met eene m.f. ± 0.030 .

b. met de schaal van den heliumthermometer van Hennig en Heuse (2). De door Van Dusen (1) gebruikte getallen aangeduid met „Helium thermometer 1923” zijn ontleend aan de meting van het zuurstofpunt met Pt. 29 en 30 vermeld op p. 115 aldaar. Hier is dus de helium-thermometer uitgeschakeld en zijn Pt. 29 en 30 direct aan het zuurstofpunt aangesloten.

De door Van Dusen aldus verkregen waarden van β werden reeds genoemd op p. 12. We laten hier ter recapitulatie volgen de geheele lijst der constanten der Duitsche thermometers volgens Van Dusen (1).

1) Beschouwt men de afwijking waterstofschaal—Nrs. 29, 30 (p. 14) als reëel, dan zouden de Pt.-thermometers zijn aangesloten aan het zuurstofpunt op -182.98° C.

Pt.	$\alpha \times 10^3$ 1913	$\alpha \times 10^3$ 1923	δ	β
1	3.8620		1.510	0.1234
7	3.8870		1.492	0.1037
27	3.9127		1.491	0.1049
28	3.9128		1.491	0.1034
29	3.9146	3.9148	1.484	0.1091
30	3.9130	3.9129	1.486	0.1124
31	3.9139	3.9141	1.482	0.1055
32	3.9137		1.487	0.1082

Hierbij is het zuurstofpunt gesteld op -183.00 . Neemt men overeenkomstig § 2 het zuurstofpunt op -182.97° , dan ondergaan deze β 's kleine veranderingen overeenkomstig aan die welke op p. 8 voor de Amerikaansche thermometers werden aangegeven.

§ 9. *De reproduceerbaarheid der internationale temperatuurschaal.*

a. De Amerikaansche thermometers.

V a n D u s e n (1) heeft C_{22} , C_{28} en C onderling vergeleken, nl.: C_{22} en C_{28} bij -183 , -165 , -149 , -148 , -129 , -111 , -104 , en -79°C. ; afwijkingen: eenmaal 0.03° , verder kleiner, middelbare afw. 0.016 ;

C_{22} en C bij -183 , -165 , -149 en -111 : afwijkingen: eenmaal 0.04° , 3 maal 0.01 , middelbare afw. 0.022 .

Er schijnt in de onderlinge afwijkingen, zie tab. IV V a n D u s e n (1), eenige regelmatigheid te zijn, zoodat men tusschen C_{22} en C van -111 tot -149°C. een verschil van 0.02 à 0.03° zou kunnen herkennen. Sluit men C als niet geheel aan den eisch van zuiverheid voldoende, uit en beschouwt men dus slechts C_{28} en C_{22} , dan blijkt, dat de schalen dezer thermometers in het temperatuurgebied van -80 tot -183° tot op 0.02° samenvallen.

Eene onderlinge vergelijking van C_{22} en C_{28} kan nog worden afgeleid uit de bepaling van het stolpunt van kwik door W i l h e l m (1). Hierbij werd nog met een anderen thermometer, C_{24} , bij ijs-, stoom- en zwavelpunt gecalibreerd, gemeten. Resultaten:

	stolpunt Hg
C_{22} gemiddelde:	-38.8735
C_{28} „	-38.874
C_{24} „	-38.872

Bij dit, nog in het „C a l l e n d a r-gebied” liggend punt, vallen derhalve de schalen dezer thermometers samen.

b. De Duitse thermometers.

V a n D u s e n (1) heeft in tab. III de schalen der thermometers Nrs. 1, 7, 27, 28, 29, 30 en 31 met die van Nr. 32 vergeleken op grond van de metingen, waarvan de resultaten zijn medegedeeld in H e n n i n g (1) tab. 10. H e n n i n g geeft aldaar de platina-temperaturen. Hieruit zijn door V a n D u s e n volgens verg. (3) de temperaturen berekend. Tab. III l.c. geeft de verschillen van de aldus berekende temperaturen met die volgens Nr. 32.

Tab. III l.c. geeft aanleiding tot de volgende opmerkingen:

Nr. 1 geeft afwijkingen tot 0.07° . De constanten van Nr. 1 doen dezen thermometer intusschen buiten de vastgestelde specificatie vallen.

Nr. 7 valt wegens $\alpha \cdot 10^3 = 3.8870$ ook nog buiten de specificatie. Hier wordt bij -144° een verschil met Nr. 32 gemeten van 0.05° , in tegengestelden zin als de afwijking van Nr. 1 bij die temperatuur.

Nr. 28 is met Nr. 32 slechts vergeleken bij -192° en -183° . Een dezer punten heeft vermoedelijk moeten dienen om de V a n D u s e n-constante te berekenen. Bovendien ligt -192° feitelijk buiten het gebied waarvoor de specificatie § 2b geldt.

Nr. 27 is met Nr. 32 vergeleken van -192° tot -153° bij 5 punten. Men kan de overeenstemming van de schalen dezer twee thermometers goed noemen: middelbare afwijking 0.012 graad. Zie hier nog eens de constanten dezer 2 thermometers bijeengeplaatst:

Nr. 32	$\alpha \cdot 10^3 = 3.9137$	$\delta = 1.487$	$\beta = 0.1082$
27	3.9127	1.491	0.1049

Nrs. 30 en 31 zijn slechts bij -193° en -184° met Nr. 32 vergeleken. Hiervoor geldt hetzelfde wat bij Nr. 28 is gezegd. Bij -184° zijn de verschillen 0.01° , bij -193° echter 0.05 en 0.03 graad.

Nr. 29 is van -193° tot -53° met Nr. 32 vergeleken, deze vergelijking omvat 11 metingen (zie tab. 10 H e n n i n g (1)) bij 5 verschillende temperaturen. De overeenstemming is goed, middelbare afwijking 0.017 , of wanneer men die bij -193° niet mederekent 0.014 . De constanten dezer thermometers nog eens bijeengeplaatst:

Nr. 32	$\alpha \cdot 10^3 = 3.9137$	$\delta = 1.487$	$\beta = 0.1082$
29	3.9146	1.484	0.1091

Resumeerende komen we tot het besluit, dat bij deze onderlinge vergelijking der Duitsche thermometers eigenlijk slechts van belang zijn de Nrs. 27, 29 en 32. Deze geven onderling een goede overeenstemming over het beschouwde temperatuurgebied.

Daarvan zijn Nrs. 29 en 32 tegelijkertijd vervaardigd, vermoedelijk dus van dezelfde platinadraad. H e n n i n g (1) vond dan ook de platinatemperaturen voor deze twee thermometers gelijk. Nr. 27 is 2 jaren ouder en is van andere constructie (zie § 7b).

Conclusie:

De Amerikaansche thermometers C_{22} en C_{28} , die vermoedelijk tegelijk zijn vervaardigd, zijn reglementair geijkt. Hunne schalen vallen in het gebied van -80° tot -183° tot op 0.02° samen.

De Duitsche thermometers Nrs. 27, 29 en 32 zijn reglementair geijkt bij het ijspunt en het stoompunt; zij zijn aan het zwavelpunt indirect aangesloten; Nr. 29 is bij het zuurstofpunt direct gemeten, V a n D u s e n maakt evenwel ter bepaling van de constante β gebruik van de vergelijking met den waterstofthermometer (zie p. 12), evenals hij dat doet voor Nr. 32. Hoe β voor Nr. 27 bepaald is, is niet duidelijk.

Deze thermometers Nrs. 27, 29, 32 vertoonen over het beschouwde temperatuurgebied eene goede overeenstemming: tot op 0.01 à 0.02 graad. Van deze thermometers zijn Nrs. 29 en 32 tegelijkertijd vervaardigd, vermoedelijk dus van denzelfden platinadraad. Nr. 27 is 2 jaren ouder en van andere constructie.

§ 10. *De aansluiting der internationale temperatuurschaal.*

a. De Amerikaansche thermometers.

Het onderzoek naar de aansluiting dezer thermometers geschiedde, zie V a n D u s e n (1), door vergelijking van C_{28} en C_{22} met den CO_2 -dampspanningsthermometer in 1918 in het Bureau of Standards.

Het CO_2 -punt, d. i. het normale sublimatiepunt van CO_2 , werd aangenomen op -78.51° C. Deze waarde is ontleend aan H e n n i n g (2). Bij deze metingen van H e n n i n g bevond zich een CO_2 -dampspanningsthermometer tegelijk met Pt. 29 en Pt. 30 in een petroleumetherbad. Pt. 29 en Pt. 30 zijn in H e n n i n g (1)

aangesloten aan de waterstofschaal, zie p. 13. Daartoe dienden de volgende stappen (vergel. p. 14):

vergelijking van Nrs. 29 en 30 met de uit Nrs. 29, 32 en de tot 32 herleide 30 en 31 afgeleide gemiddelde en daarna grafisch vereffende schaal;

en vergelijking van de grafisch vereffende gemiddelde schaal met den waterstofthermometer.

In het geheel zijn dan voor de aansluiting der Amerikaansche thermometers aan de gasthermometerschaal noodig geweest 4 stappen, die we achtereenvolgens zullen beschouwen:

aa. aansluiting der thermometers C_{28} en C_{22} aan den CO_2 -dampspanningsthermometer, zie Van Dusen (1):

C_{28} , 9 metingen, gemiddelde afw. 0.000 ± 0.023 ;

C_{22} , 5 „ „ „ „ $+ 0.004 \pm 0.006$.

bb. bepaling van het CO_2 -punt met Pt. 29 en 30: Henning (2), tab. II:

6 metingen, m.f. ± 0.005 .

cc. Nrs. 29, 30 — gemiddelde, grafisch vereffende schaal, zie Henning (1) tab. 7 kolommen 5 en 7:

Een systematische afwijking is niet te onderkennen. Middelbare afwijkingen over de geheele kolom genomen uitgezonderd de metingen bij -193° :

Nr. 29: ± 0.023 ,

Nr. 30 ± 0.038 .

dd. Grafisch vereffende schaal — waterstofschaal, zie Henning (1), tab. 7, kolom 16.

Geen systematische afwijking. Middelbare afwijking als hierboven: ± 0.028 .

Het resultaat van deze vergelijking in 4 stappen met de waterstofschaal is, dat er aansluiting is zonder geconstateerde afwijking, met eene middelbare fout echter die te stellen is op ± 0.04 graad.

Het is van belang hier goed te onderscheiden, welke precies de schaal is waarmede aldus bij het CO_2 -punt de platinathermometers vergeleken zijn. Voor het CO_2 -punt werd door Henning (2) gevonden -78.51° , afgerond -78.52° C. De correctie tot de Celsius-Avogadro-schaal bedraagt $+0.01^\circ$, zoowel volgens Holborn en Otto als volgens de metingen te Leiden. Dit geeft

dus op de Celsius-Avogadro-schaal — 78.51° , het getal dat inderdaad door Van Dusen (1) gebruikt is, conform Henning en Heuse (1), p. 100¹).

We zullen deze Avogadro-schaal, afgeleid uit de waterstofschaal van Henning 1913, noemen de „Avogadro-schaal Berlijn 1913”.

Op te merken valt, dat Van Dusen (1) niet consequent is in het gebruik van zijne temperatuurschaal. Immers het zuurstofpunt ligt in de Avogadro-schaal Berlijn 1913 niet bij — 183.00 , doch bij — 182.97° C.

Wordt het zuurstofpunt op — 182.97° C. gesteld, waardoor men dan tevens in overeenstemming is met de voor dit basispunt aangenomen waarde, dan worden, zie § 8a 3, de waarden der Van Dusen-constanten iets gewijzigd. De verandering, die het CO_2 -punt op de schalen van C_{28} en C_{22} hierdoor zou ondergaan, is 0.002° , en komt dus niet in aanmerking.

De schalen dezer platinathermometers vallen dus, met de bovengenoemde middelbare fout, samen met de Avogadro-schaal Berlijn 1913.

Rest nog de vraag: wat beteekent deze verificatie bij het CO_2 -punt voor de geldigheid van de formule (3) van Van Dusen, met name wat betreft den door dezen toegevoegden vierdegraads-term? Hoe groot is deze β -term bij het CO_2 -punt? Het duidelijkst wordt dit wanneer men Fig. 2 van Henning (1) beziet. De β -term beantwoordt aan $T - T_c$ aldaar, en bedraagt bij het CO_2 -punt ongeveer 0.08 . Het is duidelijk, dat deze verificatie voor het verloop van den geheelen term, die bij — 190° C. ongeveer 2.0 bedraagt, weinig zeggend is. Men zou wenschen eene toetsing bij — 160° of — 150° C.

b. De Duitse thermometers.

1. Van Dusen (1) beschouwt in het eerste deel van tabel II de door Henning (1) uitgevoerde vergelijking van de thermometers Nrs. 29, 30, 31 en 32 met den waterstofthermometer. Daarbij berekende Van Dusen de aanwijzingen van de Pt.-thermo-

1) Het CO_2 -punt is later nog eens gemeten door Henning en Stock (1), en wel met Pt. 30 en 31. Resultaat: — 78.52° C. op de waterstofschaal van Henning, dus — 78.51° C. op de Avogadroschaal Berlijn 1913, samenvallend met de in den tekst aangenomen waarde.

meters uit de door H e n n i n g (1) in tab. 7 opgegeven waarden van T_c , waarbij

$$T_c = 273.10 + t_c,$$

$$t_c - t_p = \delta \frac{t_c}{100} \left(\frac{t_c}{100} - 1 \right),$$

$$t_p = \frac{r - 1}{\alpha}.$$

Uit de aldus te berekenen waarde van r volgt

$$t = \frac{r - 1}{\alpha'} + \delta \frac{t}{100} \left(\frac{t}{100} - 1 \right) + \beta \left(\frac{t}{100} - 1 \right) \frac{t^3}{100^3}.$$

Hierbij is er rekening mede gehouden, dat V a n D u s e n's α (die we hier α' noemen), overeenkomstig § 8b 1 iets afwijkt van de door H e n n i n g (1) gebruikte α .

t is dan wat V a n D u s e n noemt de t (platinum thermometer).

t (thermodynamic scale) is afgeleid uit de aanwijzing van den H_2 -thermometer, T in tab. 7 H e n n i n g (1), nl. door $T - 273.10$ te nemen voor temperaturen boven -130° , en die temperatuur met 0.01° te verhoogen voor temperaturen beneden -130° . Dit zijn dus de temperaturen op de gecorrigeerde waterstofschaal van H e n n i n g (zie p. 15).

Alleen voor Pt. 32 bestaat eene opgave der gemeten weerstanden: H e n n i n g en H e u s e (1). Deze zijn door V a n D u s e n in tabel II verwerkt tot eene 6e kolom. Kolommen 5 en 6 zouden tot op 0.01° moeten overeenstemmen. Er komen onder de 18 gevallen voor: 2 afwijkingen van 0.02 en 2 van 0.04° . V a n D u s e n denkt hier aan de mogelijkheid van drukfouten.

Bezien we nu de uitkomsten dier vergelijking tusschen de aanwijzingen der genoemde platinathermometers en de gecorrigeerde waterstofschaal van H e n n i n g, dan is een systematische gang in de afwijkingen niet te onderkennen. De middelbare afwijking bedraagt 0.04 graad.

Hierbij zijn de thermometers Pt. 29, 30, 31, 32 aangesloten op een zuurstofpunt -183.00 . Nemen we overeenkomstig de voorschriften van § 2 het zuurstofpunt op -182.97° , dan veranderen

de β 's, en daarmee de aanwijzingen der platinathermometers op grond van formule (3). Deze correcties zijn gemakkelijk te berekenen. We kunnen daarmee vergelijken de reducties, die aan de gecorrigeerde waterstofschaal aangebracht moeten worden om te komen tot de Avogadroschaal Berlijn 1913 (vergel. het staatje op p. 23). Beide vallen binnen 0.01° samen.

Zoodat we ook kunnen besluiten, dat de schaal der platinathermometers Nrs. 29, 30, 31, 32, nu aangesloten op het zuurstofpunt -182.97° , samenvalt met de Avogadroschaal Berlijn 1913 met eene m.f. $\pm 0.04^\circ$.

2. In het tweede deel van tabel II geeft Van Dusen de uitkomsten van de vergelijking van de thermometers Pt. 29 en Pt. 30 met den heliumthermometer door Henning en Heuse (1) voor temperaturen van -36° tot -66° C.

Heliumthermometer: $p_0 = 1000$ mm, glas 59 III, 300 cm³. Fundamenteele spanningscoëfficiënt 0.0036600. Henning en Heuse geven op: t op de helium-thermometerschaal, en t_c . Uit t_c wordt t op de platina-thermometerschaal berekend als boven op p. 21 is aangegeven, met deze vereenvoudiging, dat nu α en α' samenvallen.

Eene reductie van de helium-thermometerschaal tot de thermodynamische schaal wordt niet aangebracht, zij bedraagt trouwens hier slechts 0.001 à 0.002 graad, en komt dus niet in aanmerking. We kunnen dus deze schaal noemen „de Avogadroschaal Berlijn 1924”.

De vergelijking van Nrs. 29 en 30 met de Avogadroschaal Berlijn 1924 levert, zie Van Dusen (1) tabel II laatste deel, verschillen Avogadroschaal Berlijn 1924 — Pt.-thermometer, die 0.01° of kleiner zijn. Hierbij is als aanwijzing van den Pt.-thermometer genomen het gemiddelde van de aanwijzingen der beide thermometers, omdat in het bad een klein temperatuurverschil aanwezig was, en de gasthermometer zich midden tusschen de platina-thermometers bevond.

De overeenstemming is dus goed. Alleen is hier op te merken, dat bij deze toetsing nog sterker geldt hetgeen in a bij de toetsing der Amerikaansche thermometers bij het CO_2 -punt is gezegd, dat hiermede voor den door Van Dusen toegevoegden term, waarop het voor de lage temperaturen aankomt, niets gezegd is.

Van Dusen's conclusie uit deze toetsing op grond van de

gasthermometermetingen van Henning, resp. Henning en Heuse luidt:

„Below -183° systematic deviations appear which amount to about 0.1° at the boiling point of nitrogen (-195°). The proposed method of calculating temperatures, however, appears to be valid down to about -190° and is in agreement with the equation of Henning and Heuse as low as -200° 1)“

Resumeerende zien we dat de Duitsche thermometers Nrs. 29, 30, 31 en 32, zooals in § 8b is gebleken niet reglementair geijkt, over het geheele gebied van -190° tot 0° C. zijn vergeleken met den H_2 -thermometer en aldus hun schaal vergeleken met de Avogadro-schaal Berlijn 1913. De middelbare afwijking bedraagt 0.04° , een systematische afwijking is niet te onderkennen.

Verder zijn Nrs. 29 en 30 via den helium-thermometer met de Avogadro-schaal Berlijn 1924 vergeleken in het gebied van -36° tot -66° . De verschillen zijn hier 0.01° of kleiner.

Zoodat tenslotte wat betreft de aansluiting der schaal van den platinathermometer aan de Avogadro-schaal geverifieerd is:

dat de Amerikaansche thermometers C_{28} en C_{22} bij het CO_2 -punt aansluiting geven tot op $\pm 0.04^{\circ}$ aan de Avogadroschaal Berlijn 1913,

en dat de Duitsche, zeer indirect geijkte thermometers Nrs. 29, 30, 31 en 32 aansluiting geven over het geheele gebied tot op $\pm 0.04^{\circ}$ aan de Avogadroschaal Berlijn 1913, en van -36° tot -66° binnen 0.01° aan de Avogadroschaal Berlijn 1924.

§ 11. *De gasthermometerschaal.* Het is van belang de hier te pas gekomen op den gasthermometer gebaseerde schalen nader te beschouwen. Hun onderlinge ligging kan, voor zoover bekend, worden afgelezen uit het volgende staatje:

gecorr. H_2 -schaal	Avog.sch. Berlijn 1913	Avog.sch. Berlijn 1924	Leidsche Avog.sch.
O_2 -punt — 183.00	— 182.97	— 183.00	— 182.97
— 150.00	— 149.99		
— 100.00	— 99.99		
CO_2 -punt — 78.52	— 78.51		
— 50.00	— 50.00	— 50.00	— 49.94

1) Dit laatste punt wordt hier niet beschouwd.

terwijl op grond van de metingen van Henning en Heuse (1) p. 97 van 0° C. tot -65° C. de Avogadroschalen Berlijn 1913 en 1924 kunnen geacht worden samen te vallen (m.f. $\pm 0.009^{\circ}$).

Ter vergelijking is in het boven gegeven staatje ook opgenomen de Leidsche Avogadroschaal. Voor de vergelijking van deze met de Avogadroschaal Berlijn 1913 beschikken we over de volgende gegevens:

a. metingen van het zuurstofpunt te Leiden in 1908¹⁾, in 1918²⁾ en in 1929³⁾; in de tabel is het gemiddelde van de resultaten hiervan opgenomen.

b. eene vergelijking van de schaal van den Leidschen thermometer $Pt_{I'}$ met de schaal van den Berlijnschen thermometer Pt. 32 op grond van de formule (4) volgens Henning door Holst⁴⁾; Holst corrigeerde daarbij tot de Avogadroschalen; hierbij werd over het gebied van -193 tot -93° C. overeenstemming gevonden, terwijl van -73° tot -33° C. afwijkingen gevonden worden, tot een bedrag van 0.06° bij -53° C.; deze uitkomsten steunen intusschen niet op directe waarnemingen;

c. eene directe in 1920 te Leiden uitgevoerde vergelijking van den Berlijnschen thermometer Pt. 29 met de Leidsche thermometers $Pt_{I'}$ en Pt_{23} bij de temperatuur -43° C., zie Henning en Heuse (1) p. 96; hierbij werd het onder b genoemde verschil tusschen de Berlijnsche en de Leidsche Avogadroschaal bevestigd gevonden.

In dit verband is verder op te merken, dat de fundamenteele spanningscoëfficiënten van den waterstofthermometer van Henning zoowel als van den heliumthermometer van Henning en Heuse niet met de te Leiden gemeten fundamenteele spanningscoëfficiënten tot overeenstemming zijn te brengen.

§ 12. *Besluit.* Ofschoon zoowel de Amerikaansche thermometers onderling als de Duitsche thermometers onderling tot op 0.02° overeenstemmen, achten wij het daarmede nog geenszins vast te staan, dat de internationale temperatuurschaal tot op $\pm 0.02^{\circ}$

1) H. Kamerlingh Onnes en C. Braak, Comm. Leiden No. 107a, 1908; vergel. Comm. Leiden No. 152d, p. 48, noot 1.

2) P. G. Cath, Comm. Leiden No. 152d, 1918.

3) De resultaten dezer laatste metingen zullen eerlang gepubliceerd worden.

4) G. Holst, Comm. Leiden No. 148a 1915.

reproduceerbaar is. Hiertoe zou noodig zijn eene vergelijking tusschen een aantal thermometers van verschillend fabrikaat.

Verder kan bij den tegenwoordigen stand der meettechniek de aansluiting aan de thermodynamische schaal met grooter nauwkeurigheid verkregen worden dan de $\pm 0.04^\circ$ met welke de internationale schaal aan de Avogadro-schaal is aangesloten. Op grond van de ervaringen, die in het Leidsche laboratorium bij metingen met den gasthermometer en bij een aantal calibraties van platinathermometers met den gasthermometer in het hier beschouwde temperatuurgebied zijn opgedaan, meenen wij, dat calibratie van een platinathermometer met een heliumthermometer mogelijk is tot op $\pm 0.014^\circ$, en dat de heliumthermometer reproduceerbaar is tot op $\pm 0.010^\circ$, zoodat dus de platinathermometer door directe vergelijking met den heliumthermometer bij een voldoende aantal punten (te Leiden worden tusschen 0° en -183° 14 calibratiepunten gelegd) met eene middelbare fout van $\pm 0.017^\circ$ aan de Avogadro- of Kelvin-schaal kan worden aangesloten.

Bij dezen stand van zaken en waar bovendien de Avogadro-schaal van Henning 1913 en de Leidsche Avogadroschaal niet geheel samenvallen (zie § 11) achten wij ons vooralsnog niet gerechtigd op de internationale temperatuurschaal over te gaan.

Zonder twijfel zou het van groot nut zijn als met behulp van een platinathermometer en een aantal basispunten eene met de vereischte nauwkeurigheid reproduceerbare temperatuurschaal zou kunnen vastgelegd worden, waarvan de aansluiting aan de thermodynamische schaal met de bereikbare nauwkeurigheid bekend is. Wanneer dat uit de onderzoeken, die zoowel elders als in het Leidsche laboratorium op het oogenblik gaande zijn, zal blijken, dan zal eene dergelijke schaal ook door ons gaarne geaccepteerd worden.

LITTERATUUR

- M. S. van Dusen (1). Platinum-Resistance Thermometry at Low Temperatures. J. Amer. Chem. Soc. 47, 326, 1925.
F. Henning (1). Wasserstoff- und Widerstandsthermometer zwischen 0 und -193° C. Ann. d. Phys. (4) 40, 635, 1913.
F. Henning (2). Die Fixierung der Temperaturskala zwischen 0 und -193° . Ann. d. Phys. (4) 43, 282, 1914.
F. Henning und W. Heuse (1). Darstellung der Temperaturskala

- zwischen 0 und -193° durch das Platinwiderstandsthermometer. Zs. f. Phys. 23, 95, 1924.
- F. Henning und W. Heuse (2). Eine neue Bestimmung der normalen Siedepunkte von Sauerstoff, Stickstoff und Wasserstoff. Zs. f. Phys. 23, 105, 1924.
- F. Henning und A. Stock (1). Über die Sättigungsdrucke einiger Dämpfe zwischen $+10$ und -181° . Zs. f. Phys. 4, 226, 1921.
- L. Holborn (1). Untersuchungen über Platinwiderstände und Petrol-ätherthermometer. Ann. d. Phys. (4) 6, 242, 1901.
- L. Holborn und F. Henning (1). Vergleichung von Platinthermometern mit dem Stickstoff-, Wasserstoff- und Helium-thermometer und die Bestimmung einiger Fixpunkte zwischen 200 und 450° . Ann. d. Phys. (4) 35, 761, 1911.
- E. F. Mueller and H. A. Burgess (1). Standardization of the Sulfur Boiling Point. Sc. Pap. Bur. of St. No. 339, 1919.
- T. S. Sligh (1). Recent Modifications in the construction of the Platinum Resistance Thermometers. Sc. Pap. Bur. of St. No. 407, 1921.
- R. M. Wilhelm (1). Freezing Point of Mercury. Sc. Pap. Bur. of St. No. 294, 1916.

BOEKBESPREKING

H. A. Lorentz, Lessen over theoretische Natuurkunde aan de rijksuniversiteit te Leiden gegeven, IV. Thermodynamica, bewerkt door Dr. T. C. Clay-Jolles. Tweede herziene druk, VIII + 167 blz., 25 fig. — E. J. Brill, Leiden. 1929. Prijs f 5.—.

Wij willen hier de woorden citeeren, waarmede Prof. M. de Haas zijne bespreking van den eersten druk (*Physica*, I, 1921, 62) besluit: „De-
genen onder de lezers, die Lorentz kennen uit zijn geschriften of door
zijne voordrachten, zullen ook in deze *Thermodynamica* den Meester terug-
vinden door de oorspronkelijke wijze van behandeling, de klare uiteenzet-
ting, maar vooral door verschillende fijne opmerkingen of wenken, die nu
eens een verrassend licht doen opgaan, dan weer een laatste twijfel wegne-
men of wel de draagwijdte van een conclusie met een enkel woord begren-
zen”.

Vooral in den omgang met studenten heeft men ruimschoots gelegenheid
zich te overtuigen van de buitengewoon groote waarde van deze lessen als
leerboek.

Wij verheugen ons er zeer over, dat bij het verschijnen van dezen tweeden
druk de gelegenheid gebruikt is eenige veranderingen aan te brengen, die
zonder het karakter der oorspronkelijke lessen aan te tasten het den lezer
mogelijk maken hunne schoone structuur dadelijk te overzien. En dat be-
teekent voor den student, die in de *thermodynamica* ingewijd wil worden,
niet weinig.

Wij willen ons hier ertoe bepalen op twee van deze veranderingen te wij-
zen, die ons bijzonder geslaagd lijken.

1. De reeds bestaande ordening der stof is gesystematiseerd en door
duidelijke opschriften aangegeven. (Indeeling in 7 hoofdstukken en onder-
verdeeling in paragrafen). Daardoor is bereikt, dat men nu ook in de inhouds-
opgave veel gemakkelijker en sneller vindt, wat men zoekt.

2. Bij de behandeling der theorie der mengsels is op eenige plaatsen de
volgorde ten opzichte van die in den eersten druk gewijzigd, naar het ons
voorkomt zeer doeltreffend. Alles, wat thermodynamisch afgeleid kan wor-
den zonder een speciale keuze van de toestandsvergelijking wordt nu eerst
behandeld. Dit maakte uitteraard het toevoegen van enkele nieuwe para-
grafen noodzakelijk. (Hoofdstuk V, § 2, 3, 4, 5).

Hierdoor is het tevens mogelijk geworden de grafische hulpmiddelen in
de leer der evenwichten van meer fasen meer in continuo te behandelen.
Deze verschikkingen maakten natuurlijk nog verscheidene kleine tekst-
wijzigingen noodig.

Aan deze plaatsen zoowel als aan de soms nauwelijks merkbare tusschenvoegingen (nieuw werd nog ingevoegd § 19 hoofdstuk II) bemerkt men, hoe hier een even liefderijke als zaakkundige hand stil aan het werk was om geleid door de bekende oorspronkelijke verhandeling van *L o r e n t z* (*Abhandlungen* I, p. 202) den lezer nog over enkele moeilijkheden heen te helpen.

P. E.

A. D. Fokker, Inleiding tot de golvings- en de quantummechanica, (overdruk uit Archives du musée Teyler, Série III, Vol. VI), 47 blz. — De Erven Loosjes. Haarlem. 1928. Prijs f l.—.

Deze inleiding in de quantummechanica — een uitwerking van drie Zaterdagmiddag-voordrachten in 't voorjaar van 1928 in Teyler's stichting gehouden — begroet ik met vreugde, niet alleen als de eerste Nederlandsche uiteenzetting over dit onderwerp door een Nederlandsch physicus geschreven, maar ook als een zeer geslaagde uiteenzetting. Uit de wijze van indeeling en van voorstelling voelt men overal dat de stof het persoonlijke eigendom van den steeds physisch denkenden schrijver is geworden, en terzelfdertijd is het hem gelukt den lezer een inzicht in den natuurlijken historischen gang van de ontwikkeling der theorie bij te brengen. De welverzorgde stijl, die we van *F o k k e r* trouwens gewend zijn, verhoogt de goede kwaliteiten van dit geschrift, en ik beveel het den Nederlandschen physici en physica-studeerenden ten zeerste ter bestudeering aan.

Deze voordrachten pretendeeren niet meer dan een inleiding te geven. Naast de grondslagen der theorie worden als toepassingen alleen de harmonische oscillator en het waterstofatoom behandeld. Interessant is vooral de algemeene beschouwing in de twee eerste hoofdstukken over de toevoeging van golfvergelijkingen aan klassieke mechanische problemen, die aansluit bij werk van *L o r e n t z* uit het jaar 1906. Een bezwaar heb ik hier echter tegen de ietwat zwaarwichtige wijze, waarop de beweging der golfgroepen is gevonden (blz. 55); zonder eenige rekening laat deze zich namelijk onmiddellijk uit de reeds gegeven formules afleiden.

In het laatste hoofdstuk wordt in het kort de algemeene physische interpretatie der theorie besproken. Ofschoon ik het hier in 't algemeen niet eens ben met den schrijver, moet ik toch even verzet aantekenen tegen de discussie van *H e i s e n b e r g*'s onzekerheids-relaties op blz. 95. Hier wordt nl. in navolging van *H e i s e n b e r g*'s oorspronkelijke beweringen de oorzaak der onzekerheid in de definitie van physische grootheden gezocht in de discontinuïteit zelf, die voor de bij de meting optredende elementaire processen kenmerkend is, terwijl ze — zooals *B o h r* overtuigend heeft beredeneerd — gezocht moet worden in de principieele onmogelijkheid om den afloop dier processen precies vast te stellen.

H. A. K.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN

F. Raaz, Sphärische Trigonometrie für Naturwissenschaft und Technik, 66 blz., 11 fig. — Theodor Steinkopff. Dresden und Leipzig. 1928. Prijs R.M. 6.

Bulletin of the National Research Council, number 51, Radioactivity, Report of Committee on Xrays and Radioactivity National Research Council, by A. F. Kovarik and L. W. Mc. Keehan, second printing, 203 blz. — The National Research Council of the National Academy of Sciences. Washington. D. C. 1929.

Müller-Pouillet's, Lehrbuch der Physik, 11 Auflage, zweiter Band, zweite Hälfte, erster Teil, Lehre von der strahlen Energie, (Optik), herausgegeben von Karl Wilhelm Meissner, 800 blz., 498 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1929. Prijs met tweede deel R.M. 87.50, geb. R.M. 95.

Müller-Pouillet's, Lehrbuch der Physik, 11 Auflage, zweiter Band, zweite Hälfte, zweiter Teil, Lehre der strahlenden Energie, (Optik), herausgegeben von Karl Wilhelm Meissner, 682 blz., 223 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1929. Prijs met eerste deel R.M. 87.50, geb. R.M. 95.

Hans Georg Möller, Die Elektronenröhren und ihre technischen Anwendungen, dritte vollständig umgearbeitete Auflage, 262 blz., 232 fig. — Vieweg. Braunschweig. 1929. Prijs R.M. 15, geb. R.M. 17.50.

J. H. Tummers, Die spezielle Relativitätstheorie Einsteins und die Logik, zweite Auflage, 32 blz. — Otto Hillmann. Leipzig. 1929.

Sir Oliver Lodge, D. Sc., F. R. S., States of mind which make and miss Discoveries, with some ideas about metals, nineteenth May Lecture, reprinted from the Journal of the Institute of Metals. Vol. 41, no. 1. 1929, 32 blz. — London. 1929.

H. A. Lorentz, Lessen over theoretische Natuurkunde, 4, Thermodynamica, tweede herziene druk, bewerkt door T. C. Clay-Jolles, 167 blz., 25 fig. — Brill. Leiden. 1929. Prijs f 5.—.

William Cecil Dampier-Whetham, M. A., F. R. S., A History of Science and its relations with Philosophy and Religion, 514 blz., 14 fig. — Cambridge University Press. London. 1929. Prijs 18 sh. net.

Leipziger Vorträge 1929, Dipolmoment und Chemische Struktur, herausgegeben von Professor D. P. Debye, 134 blz., 35 fig. — Hirzel. Leipzig. 1929. Prijs R.M. 9.

MEDEDEELING

BATAAFSCH GENOOTSCHAP DER PROEFONDERVINDELIJKE WIJSBEGEERTE

PRIJSVRAGEN 1929

(De termijn voor inzending loopt 31 December 1931 te 17 uur af)

- 238 Gevraagd wordt: Practische regels op te stellen voor het bereiken van een goede acustiek in zalen, gebaseerd zoowel op de reeds door andere onderzoekers verkregen uitkomsten, als op eigen metingen in een aantal besloten ruimten van verschillenden aard, bij voorkeur in ons land.
- 239 De drinkwatervoorziening in Nederland — met toenemende bevolking — baart zorg, eenerzijds: wijl het gebruik van hemel- en bodem-water niet onbegrensd opgevoerd kan worden, anderszijds; wijl de open wateren, zelfs de groote rivieren, allengs meer verontreinigd worden. Gevraagd: Een verhandeling over de drinkwatervoorziening, zooal niet voor geheel Nederland, dan toch voor één of meer bevolkingsgroepen, die uit het oogpunt van watervoorziening bijeen behooren, welke verhandeling zoo mogelijk richtsnoeren voor de naaste toekomst geeft.

Uit de „Bepalingen”:

1. Aan den schrijver van een volgens het oordeel der Algemeene Vergadering, voldoende antwoord op een der uitgeschreven wetenschappelijke vragen, wordt de gouden gedenkpenning van het Genootschap, ter zwaarte van dertig dukaten of de waarde daarvan, ter keuze van den schrijver, aangeboden.
4. De antwoorden op de vragen moeten in het Nederlandsch, Duitsch, Engelsch of Fransch met een *schrijfmachine*, geschreven in *vier exemplaren*, vóór of op 31 December 1931, 5 uur n.m., vrachtvrij zijn ingekomen bij den Eersten Secretaris, Beurssteeg 4 te Rotterdam.
5. De schrijvers moeten de antwoorden niet met hun naam, maar met eene zinspreuk teekenen en in een verzegeld naambriefje, dat dezelfde zinspreuk tot opschrift heeft, hun naam en adres vermelden; het couvert mag een correspondentie-adres vermelden.
6. De antwoorden zullen alleen dan door het Genootschap ter beoordeeling worden aangenomen, indien zij niet vooraf door den druk zijn openbaar gemaakt.

REGISTER

	Blz.		Blz.
Absolute nulpunt	331	Haas, M. de, Prof. Siertsema . . .	257
Avogrado-schaal voor lage tem- peraturen	385	Hamilton-vergelijkingen, inva- riantie	123
Balans, schoolproef	9	Helium, spanningscoëfficiënt . .	331
Bandenspectra	81	Hooge drukken	223
Barkhausen-effect	43	Horst, H. van der, Spannings- coëfficiënt helium	331
Bos, H. G., Geleidbaarheid van isoleerende vloeistoffen. . . .	128	Internationale Temperatuur- schaal (Lage temperaturen). .	385
Bouma, P. J. zie Zwikker		Isoleerende vloeistoffen, geleid- baarheid	128
Clausing, P., Stationnaire stroo- ming verdunde gassen	65	Ittmann, G. P., Rotatie onsym- metrische moleculen	305
Clay, J., Kortgolvlige electromag- netische trillingen	353	Kathodestralen	337
Concentratie van atomen en ionen	263	Keesom, W. H., 25 jaar doctor .	1
Congresprogramma	95	—, Internationale Temperatuur- schaal	385
Demping in mathematische phy- sica	161	Kolkmeijer, N. H., Invariantie der Hamilton-vergelijkingen .	123
Dieke, G. H., Beteekenis der Spectroscopie	15	Kronig, R. de L., Bandenspectra .	81
Dissociatiewarmte zoutdampen 115, 283, 285		Lakeman, C., en J. Th. Groos- muller, Demonstratieproef draaiïng polarisatievlak . . .	315
Draaiïng polarisatievlak	315	Lely, U. Ph., Schoolproef met balans	9
Druk, hooge	223	Michels, A. M. J. F., ontwikke- ling warmteleer door middel van hooge drukken	223
Duane-Compton-methode. . . .	119	Mogendorff, E. E., Practische oefeningen natuurkunde . . .	235
Electronenemissie	321	Natuur- en Geneeskundig Con- gres, programma	95
Fokker, A. D., Wederkeerigheid in de werking van geladen deel- tjes	33	Nederl. Natuurkundige Vereeni- ging, Onderwijscommissie. . .	383
Gassen, stationnaire strooming .	65	Neon, ionisatie en aanslag . . .	97
Geleidbaarheid isoleerende vloeï- stoffen	128	Nuyens, M., Versnelling van draaiïenden ring	181
Geluidsbronnen	289	Onderwijs, poging tot hervorming	51
Golfuitbreidingsproblemen . . .	175	—, practische oefeningen. . . .	235
Groot, P. D., zie van Soest			
Groot, W. de, Analogie mecha- nische en golfuitbreidingspro- blemen	175		
— Concentratiebepaling van atomen en ionen	263		

	Blz.		Blz.
Onderwijs, Studiecommissie natuurkundige vereeniging . . .	383	Strikvragen 32, 64, 96, 144, 256, 288, 320, 352, 384	
Oploo, F. W. van, Methode Duane-Compton.	119	Strooming van verdunde gassen	65
Penning, F. M., en M. C. Teves, Ionisatie en aanslag in neon	97	Strutt, M. J. O., Demping in mathematische physica	161
Persisteerende stroomen	145	Suprageleiding	145
Planck, M., Zwanzig Jahre Arbeit am physikalischen Weltbild	193	Temperatuurschaal (Internationale, bij lage temperaturen) .	385
Rede Dieke.	15	Terenin, A., Optische bepaling dissociatie-warmte zoutdampen	283
— Planck	193	Teves, M. C., zie Penning	
— Michels	223	Trillingen, electromagnetische. .	353
— Zwikker	321	Tuyn, W., Persisteerende stroomen	145
— Clay	353	Tijdsverschillen, kleinst waarneembare.	111
Richtingshooren	271	Uitterdijk, W., Slingervraagstuk	295
Ring, versnelling van draaienden	181	Verschaffelt, J. E., 25-jarig doctoraat Keesom	1
Röntgenanalyse zwavelkoolstof .	5	Visser, G. H., Optische bepaling dissociatiewarmte zoutdampen	115, 285
Röntgenbuis, brandvlek	367	Wageningen. G. van, Kathodestralen	337
Rotatie onsymmetrische moleculen.	305	Wederkeerige werking geladen deeltjes.	33
Schoolproef met balans	9	Zuylen, J. van, Brandvlek Röntgenbuis.	367
Schut, P., Hervorming natuurkunde onderwijs.	51	Zwavelkoolstof, Röntgenanalyse	5
Siertsema, Prof. Dr. L. H.	257	Zwikker, C. en P. J. Bouma, Monopool- en dipoolkarakter van geluidsbronnen	289
Sizoo, G. J., Metingen Barkhausen-effect	43	Zwikker, C., Electronen-emissie van metaaloppervlakken . . .	321
Slingervraagstuk.	295		
Smedt, J. de, Röntgen-analyse vaste zwavelkoolstof	5		
Soest, J. L. van, en P. D. Groot, Stereo-acoustische geluidsbeelden, en kleine tijdsverschillen	111		
Soest, J. L. van, Richtingshooren	271		
Spectroscopie	15		
Stereo-acoustische geluidsbeelden	111		

